<추가 과제>

· Taylor series (테일러 급수)

$$T_f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n \quad \cdots \ (a)$$

내용 : 어떤 함수를 $x=a$ 에서 계속 미분가능한 경우, 그 함수를 다항함수(무한급수)로 표현할 수 있다.

의미 : 로그함수, 지수함수 등을 다항함수로 근사하여 표현함으로써 보다 더 쉬운 연산을 할 수 있다.

추가 : (a) 식에서 $a=0$ 일 경우, 맥클로린 급수라고 부르며, 고등교육과정에서 흔히 사용된다.

ex). $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} \cdots$

증명 : $x=a$ 에서 계속 미분가능한 경우 $f(x)$를 표현하면 다음과 같다.

$$f(x) = C_0 + C_1(x-a) + C_2(x-a)^2 + C_3(x-a)^3 \cdots \quad \cdots \ (b)$$

(b) 식에서 $x=a$ 를 대입한다. 그리고 미분뒤 $x=a$를 대입을 반복한다.

그럼 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$f(a)=C_0 \quad f'(a)=C_1 \quad f''(a)=C_2 \times 2! \quad f'''(a)=C_3 \cdot 3!$

여기서 유도하면, $C_0=f(a) \quad C_1=f'(a) \quad C_2=f''(a)\times\frac{1}{2!} \quad C_3=f'''(a)\times\frac{1}{3!}$

이를 대입하면, 식 (b)는 아래와 같게 된다.

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 \cdots \quad \cdots \ (c)$$

식 (c)를 정리하면 다음과 같다. $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$