

<추가 과제>

· Taylor series (테일러 급수)

$$T_f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n \quad \dots (a)$$

내용: 어떤 함수를 $x=a$ 에서 계속 미분가능한 경우,
그 함수를 다항함수(무한급수)로 표현할 수 있다.

의미: 로그함수, 지수함수 등을 다항함수로 근사하여 표현함으로써
보다 더 쉬운 연산을 할 수 있다.

추가: (a) 식에서 $a=0$ 일 경우, 매클로린 급수라고 부르며,
고등교육과정에서 흔히 사용된다.

$$\text{ex). } \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} \dots$$

증명: $x=a$ 에서 계속 미분가능한 경우 $f(x)$ 를 표현하면 다음과 같다.

$$f(x) = C_0 + C_1(x-a) + C_2(x-a)^2 + C_3(x-a)^3 \dots \quad \dots (b)$$

(b) 식에서 $x=a$ 를 대입한다. 그리고 멱등위 $x=a$ 를 대입을 반복한다.

그럼 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$f(a) = C_0 \quad f'(a) = C_1 \quad f''(a) = C_2 \times 2! \quad f'''(a) = C_3 \times 3!$$

$$\text{여기서 유도하면, } C_0 = f(a) \quad C_1 = f'(a) \quad C_2 = \frac{f''(a)}{2!} \quad C_3 = \frac{f'''(a)}{3!}$$

이를 대입하면, 식 (b)는 아래와 같게 된다.

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 \dots \quad \dots (c)$$

$$\text{식 (c)를 정리하면 다음과 같다. } f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n$$