

# 实验设计报告

## 一、实验目标与可检验假设

**目标：**验证本文“加权Power-Voronoi + AoI约束 + 分布式RHC（含鲁棒收紧）”框架在动态/不确定环境的多无人机覆盖任务中，相比主流方法具备更好的**时效性（AoI）**、**空间效率**、**鲁棒性**与**实时性**。

### 对应假设（与定理对齐）

- H1 (Theorem 1)：当调度策略保证最大重访问间隔  $\leq \tau_k$  时，所有网格的AoI不超过  $\tau_k$ 。
- H2 (Theorem 2)：在固定环境密度  $\rho(q)$  下，Lloyd 更新驱动的 Power-Voronoi 收敛到**加权质心**配置，量化泛函  $H(P)$  单调下降。
- H3 (Theorem 3)：组合Lyapunov函数  $V(x,P)$  的差分负定，系统表现出 ISS；干扰有限时，状态与分区误差受界。
- H4 (Theorem 4)：亚高斯干扰下，按  $\beta_k = \sigma_k \sqrt{(2 \log(T/\delta))}$  收紧后， $T$  步内 AoI 违反  $\tau_k$  的概率  $\leq \delta$ 。
- H5 (Theorem 5)：分布式RHC满足递归可行，闭环 ISS 且具有可量化的性能上界，相比无终端集/无耦合惩罚的RHC更稳定、代价更低。

## 二、实验环境与场景设置

### 2.1 工作域、网格与优先级

- 区域： $Q = [0,1000] \times [0,1000]$  m，障碍若干，构成自由域  $Q_f$ 。
- 网格：30×30 规则网格， $M=900$ ；每格中心点定义为  $g_k$ 。
- 访问判定：UAV 与  $g_k$  中心距离  $\leq r_{\text{visit}}$ （默认 15 m）视为“访问”。
- 环境密度  $\rho(q)$ ：三种分布
  - Uniform**： $\rho=1$
  - Clustered**：三处热点（高权区），二维高斯混合分布
  - Corridor**：长走廊形高密度区，模拟关键线路
- 时间龄（AoI）阈值  $\tau_k$ ：
  - 基础区： $\tau_k=60$  s；热点区： $\tau_k=30$  s；走廊： $\tau_k=45$  s。
- 网格优先权  $w_k$ ：与  $\rho(q)$  同步（归一化到  $[1,3]$ ）。

### 2.2 无人机与通信

- 机队： $N \in \{6,10,15\}$ （异构），采样周期  $\Delta t=0.5$  s。
- 动力学（离散双积分）：

$$\begin{aligned} &[ \\ &x=[p_x, p_y, v_x, v_y]^T, \quad \\ &x_{t+1}=Ax_t + Bu_t + d_t \\ &] \end{aligned}$$
A、B 由标准离散化得到（ $\Delta t=0.5$  s）；速度限 8 m/s，加速度限 4 m/s<sup>2</sup>。
- 异构性：传感半径  $r_{\text{visit}} \in \{12,15,18\}$  m，续航/终端集大小不同；site weight  $w_i \in \{0,1,2\}$ （含 0 代表“无特权”基线）。

- 通信：半径 180 m 的邻接图；随机丢包率 10%，延迟 1-2 步，保持连通。

## 2.3 干扰与障碍

- 风扰动  $d_t$ :
  - 有界型： $\|d_t\| \leq 0.4$  m/s（方向缓慢漂移）
  - 亚高斯型： $\sigma=0.25$  m/s 的零均值过程
- 障碍：
  - 静态：圆/矩形 8-12 个，形成狭窄通道与死角
  - 动态：2-3 个移动障碍（1.5 m/s），模拟禁飞区漂移
- 安全距离 5 m（无人机间）与 3 m（障碍边界），违例即记冲突。

## 三、方法清单

### 3.1 我们的方法（Ours）

- **Ours-Full**：Power-Voronoi（含 site weight  $w_i$  与环境权重  $\rho$ ）、Aol 收紧（Theorem 4 的  $\beta_k$ ）、分布式 RHC（终端集  $X_f$ 、终端控制  $\kappa_i$ 、终端代价  $V_{f,i}$ 、邻居耦合惩罚  $\Psi_t$ 、 $H=20$  步）。
- **Ours-Light**：同上，但不使用动态障碍的前馈收紧，仅碰撞软约束。

### 3.2 主流基线（对照组）

1. **Unweighted Voronoi + Lloyd**：经典 Voronoi 覆盖（无  $w_i$ 、无  $\rho$ ），贪心巡航。
2. **Power-Voronoi（仅  $\rho$ ）**：只用环境密度，不用 site weight。
3. **CBBA/拍卖分配 + 最短路巡航**：常见分布式分配范式。
4. **Frontier-based Exploration**：前沿推进（不显式管控 Aol）。
5. **Round-Robin/环形巡检**：按固定顺序遍历热点集合，简洁可重现。
6. **Centralized MPC（无 Aol 收紧）**：集中式规划，但缺少  $\tau_k$  概率保证与分布式协调项。
7. **Greedy Aol Minimization**：每步选择当前最大  $A_k$  的格子最近 UAV 去访问（无全局协调/几何适配）。

### 3.3 消融实验（Ablations）

- **A1 (-site)**：移除 site weight  $w_i$ （同构假设）。
- **A2 (- $\rho$ )**：移除环境密度  $\rho$ ，仅保留  $w_i$ 。
- **A3 (-Aol-tight)**：移除 Theorem 4 的  $\beta_k$  收紧（仅硬约束）。
- **A4 (- $\Psi$ )**：移除邻居耦合惩罚  $\Psi_t$ （弱协调）。
- **A5 (短H)**：将预测步长  $H$  从 20→8。
- **A6 (- $X_f/-\kappa$ )**：移除终端集/终端控制。

## 四、控制与优化细节（便于复现）

- 预测步长： $H=20$ ；滚动更新频率= $\Delta t=0.5$  s。

- **终端集与控制器**:  $X_{f,i}$  为速度  $\leq 1$  m/s 且位于当前  $V_i^w$  内核的  $\epsilon$ -邻域;  $\kappa_i$  为局部 LQR (线性化于  $v \approx 0$ )。
- **代价函数**: 阶段代价  
[  
$$\ell_i = \alpha_A \sum_{k \in \mathcal{G}_i} w_k \ell(A_k) + \alpha_u |u_i|_2^2 + \alpha_c \text{collision penalty} + \alpha_b \text{boundary penalty}$$
  
]  
其中  $\ell(A_k) = A_k$  或  $(A_k)^2$ ; 推荐  $(\alpha_A: \alpha_u: \alpha_c: \alpha_b) = (1:0.01:5:1)$ 。
- **耦合惩罚  $\Psi_t$** : 邻接 UAV 轨迹的一致性与 Voronoi 边界穿越的平滑项; 指数衰减  $\xi \in [0.05, 0.15]$ 。
- **AoI 收紧**: 使用  $\beta_k = \sigma_k \sqrt{2 \log(T/\delta)}$ ,  $\delta = 0.05$ ,  $T$  取仿真时长/ $\Delta t$ 。
- **碰撞约束**: 软约束 (障碍/无人机相对距离 < 安全阈触发二次惩罚)。
- **数值**: QP/MIQP 求解 (若含离散分配变量则 MIQP), 或 ADMM/ALM 分布式近似。

## 五、评测指标 (与定理映射)

### 5.1 时效性 (核心)

- **平均 AoI**:  $(\frac{1}{TM}) \sum_{t,k} A_k(t)$
- **最大 AoI**:  $(\max_{t,k} A_k(t))$
- **Deadline 满足率**:  $(\frac{\#\{(t,k): A_k(t) \leq \tau_k\}}{TM})$
- **重访问间隔上界**:  $(\max_k \sup_j (t_{j+1}(k) - t_j(k)))$  (验证 Theorem 1)

### 5.2 空间效率与几何收敛

- **H(P) 量化泛函曲线** (验证单调下降与收敛; Theorem 2)
- **覆盖率**: 时间窗口内被访问的格子比例
- **热点优先覆盖率**:  $\rho(q)$  高区被及时访问比例

### 5.3 鲁棒性与稳定性

- **ISS 观测**:  $\|x_{\text{ill}}\|$  的包络 vs  $\|d\|$  的函数关系; 干扰加剧时的稳态偏差
- **AoI 概率保证**: 在亚高斯干扰下, 违反  $\tau_k$  的频率是否  $\leq \delta$  (Theorem 4)
- **冲突数**: 无人机-无人机/障碍最小距离违例计数

### 5.4 资源与实时性

- **计算耗时**: 每步求解时间 (均值/90分位)
- **通信负载**: 每步每UAV传输字节数
- **能耗 proxy**:  $\sum \|u_{\text{ill}}\|^2$  或 轨迹长度

### 5.5 RHC 性能界

- **累计代价对比**:  $(\sum_t \sum_i \ell_i)$  与集中式最优/贪心的比值, 观察是否接近  $(\frac{1}{1-\eta})^{*_{\infty}} + C$  (Theorem 5 的实证影子)

## 六、实验任务矩阵

任务	场景	N	干扰	障碍	通信
T1	Uniform $p$ , 静态障碍	6/10	无扰/有界	静态	正常
T2	Clustered $p$ , 高优先热点	10/15	有界	静态	正常
T3	Corridor $p$ , 狭通道	10	有界	静态+窄隘	正常
T4	动态障碍	10/15	有界/亚高斯	动态	正常
T5	通信不稳	10	有界	静态	丢包10-20%
T6	重负载 (小 $\tau_k$ )	15	有界	静态	正常

每个任务：**Ours-Full**、**Ours-Light**、**7个基线**、**6个消融** 全部跑 10 次随机种子，时长 20 分钟仿真 (2400 步)。

## 七、统计与可视化

- **显著性检验**：对平均 AoI、Deadline 满足率、计算耗时等，用成对 **Wilcoxon** 或 **t-test** (**正态性通过Shapiro-Wilk**) ；多组比较用 **Friedman + Nemenyi**。
- **置信区间**：均值 $\pm$ 95%CI (bootstrap 5k 重采样)。
- **关键图表**：
  1. AoI 随时间的均值/最大值曲线 (各方法对比)
  2. Deadline 违反率柱状图 (含  $\delta$  线)
  3.  $H(P)$  单调下降曲线 (验证 Theorem 2)
  4. 计算时间箱线图 (实时性)
  5. 轨迹热力图与访问频次图 (展示空间分工)
  6. ISS 实证图:  $\|x\|_\infty$  vs 扰动幅度
  7. 重访问间隔分布与上界 (Theorem 1 对照)

## 八、实现与复现实务

- **代码结构**
  - `env/`：地图生成、网格、障碍与 $p(q)$ ；
  - `models/`：UAV 动力学与干扰；
  - `partition/`：Power-Voronoi + Lloyd 更新；
  - `planner/`：RHC 问题构建与求解 (含  $X_f$ 、 $\kappa_i$ 、 $\psi_t$ 、收紧  $\beta_k$ ) ；
  - `baselines/`：各基线实现；
  - `eval/`：指标统计、显著性检验、绘图；
  - `scenarios/`：T1-T6 配置文件 (yaml/json)。
- **参数表 (建议)**

- $\Delta t=0.5$  s;  $H=20$ ;  $r_{\text{visit}}=15$  m;  $v_{\text{max}}=8$  m/s;  $a_{\text{max}}=4$  m/s<sup>2</sup>;
  - $\tau_k$ : {30,45,60} s;  $\delta=0.05$ ;  $\sigma=0.25$ ; 有界扰上限 0.4 m/s;
  - 代价权重: ( $\alpha_A=1, \alpha_u=0.01, \alpha_c=5, \alpha_b=1$ );
  - 耦合衰减  $\xi=0.1$ 。
  - **稳定性与安全性守恒**
    - 若求解超时 $>\Delta t/2$ , 则动作为上一步  $\kappa_i$  的一次前馈 + 安全屏障函数 (CBF) 兜底。
    - 动态障碍用预测窗口内“膨胀通道”+软约束处理, 确保递归可行。
- 

## 九、结果判优标准（期望趋势）

---

- Ours-Full 在 **平均/最大 AoI**、**Deadline 满足率**、**热点优先覆盖** 上显著优于所有基线;
  - 在动态障碍/通信不稳/强干扰下, **AoI 概率违反  $\leq \delta$**  (验证 Theorem 4) ;
  - $H(P)$  曲线**单调下降**且更快收敛 (验证 Theorem 2) ;
  - **计算耗时**接近或优于集中式 MPC, 满足实时性;
  - 消融中: 去除任一关键模块 ( $\rho$ 、 $w_i$ 、 $\beta_k$ 、 $\Psi$ 、 $X_f/\kappa$  或缩短  $H$ ) 都会**显著劣化** AoI 与稳定性/可行性指标 (验证各模块必要性) 。
- 

## 十、额外（可选）硬件/半实物验证

---

- **硬件在环 (HIL)** : 仿真器 + PX4 SITL + ROS 2, 风场扰动注入; 评测“实时求解 + 通信丢包”对闭环的影响。
- **多机小型实验**: 2–4 台室内无人机 (光学定位) , 缩放网格与  $\tau_k$ ; 对比 Ours-Full vs Greedy AoI/CBBA。