

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--

21351

BCA III SEMESTER [MAIN/A.T.K.T.] EXAMINATION FEBRUARY - 2022

DISCRETE MATHEMATICS

[Max. Marks : 85]

[Time : 3:00 Hrs.]

[Min. Marks : 28]

Note : All THREE Sections are compulsory. Student should not write any thing on question paper.
नोट : सभी तीन खण्ड अनिवार्य हैं। विद्यार्थी प्रश्न-पत्र पर कुछ न लिखें।

[Section - A]

This Section contains Multiple Choice Questions. Each question carries 1 Mark.
इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Q. 01 Which of the following is not a statement ?

- a) $7 > 9$ b) $9 \geq 7$
c) $11 + 7 = 20$ d) Is $7 + 3 = 10$?

निम्न में से कौन सा कथन नहीं है ?

- a) $7 > 9$ b) $9 \geq 7$
c) $11 + 7 = 20$ d) क्या $7 + 3 = 10$ होता है ?

Q. 02 If A and B are fuzzy sets then which of the following statements is not true ?

यदि A और B फज्जी समुच्चय हो तो निम्न कथनों में से कौन सा असत्य है ?

- a) $B \subseteq A \cup B$ b) $A \cap B \subseteq A \cup B$
c) $(A \cup B)' = A' \cup B'$ d) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

Q. 03 Which of the following statements is true -

निम्न कथनों में से कौन सा सत्य है -

- a) ${}^nC_r + {}^{n+1}C_{r-1} = {}^{n+1}C_r$ b) ${}^nC_r + {}^{n+1}C_{r+1} = {}^{n+2}C_{r+1}$
c) ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$ d) None of these
उपरोक्त में से कोई नहीं

Q. 04 A relation R on a set S is said to be an equivalence relation if

- a) R is reflexive, symmetric and transitive b) R is reflexive, anti symmetric and transitive
c) R is symmetric and transitive d) R is reflexive and symmetric

समुच्चय S पर संबंध R तुल्यता संबंध कहलाता है, यदि

- a) R स्वतुल्य, सममित एवं संक्रामक हो। b) R स्वतुल्य, प्रतिसमित एवं संक्रामक हो।
c) R सममित एवं संक्रामक हो। d) R स्वतुल्य एवं सममित हो।

P.T.O.

Q. 05 If $G(V, E)$ is a simple graph then which of the following statements is true?
यदि $G(V, E)$ एक सरल ग्राफ हो तो निम्न कथनों में से कौन सा सत्य है ?

a) $\sum_{\theta \in V} d(\theta) > 2e$

b) $\sum_{\theta \in V} d(\theta) = 2e$

c) $2 \sum_{\theta \in V} d(\theta) = e$

d) None of these
उपरोक्त में से कोई नहीं

[Section - B]

This section contains Short Answer Type Questions. Each question carries 5 Marks.
इस खण्ड में लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

Q. 1 Prove that $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$ is a tautology.

सिद्ध कीजिये कि $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$ एक पुनरुक्ति है।

OR

Prove that $q \Rightarrow p$ and $(\sim p) \Rightarrow (\sim q)$ are equivalent statements.

सिद्ध कीजिये कि $q \Rightarrow p$ एवं $(\sim p) \Rightarrow (\sim q)$ तुल्य कथन हैं।

Q. 2 If A, B, C are sets then prove that

$$(A - C) \cap (B - C) = (A \cap B) - C$$

यदि A, B, C समुच्चय हो तो सिद्ध कीजिये कि

$$(A - C) \cap (B - C) = (A \cap B) - C$$

OR

If A, B, C are sets then prove that

यदि A, B, C समुच्चय हो तो सिद्ध कीजिये कि

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

Q. 3 If ${}^nC_8 = {}^nC_{12}$

then find the value of ${}^{22}C_n$

यदि ${}^nC_8 = {}^nC_{12}$

हो तो ${}^{22}C_n$ का मान ज्ञात कीजिये।

OR

Find the number of different words formed from the letters of the word
A L L A H A B A D (using all letters).

A L L A H A B A D शब्द के अक्षरों से (सभी अक्षरों का प्रयोग कर) बनने वाले भिन्न भिन्न शब्दों की संख्या ज्ञात कीजिये।

Cont. ...

- Q. 4 If $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$ and $C = \{3, 4\}$ then find the value of $(A \times B) \cap (A \times C)$
 यदि $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$ एवं $C = \{3, 4\}$ हो तो $(A \times B) \cap (A \times C)$ का मान ज्ञात कीजिये।

OR

If a relation R is define as follows -

$$R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N} \text{ and } x + y = 8\}$$

then find domain of R and range of R .

यदि संबंध R निम्नानुसार परिभाषित हो -

$$R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N} \text{ एवं } x + y = 8\}$$

तो R का प्रांत एवं R की परास ज्ञात कीजिये।

- Q. 5 If $A = \{a, b, c, d\}$ is an alphabet and

$$\alpha = a b^2 a^3 b^2, \beta = a b^2 c^3 b d^2$$

then find $|\alpha|$ and $|\beta|$

यदि $A = \{a, b, c, d\}$ एक वर्णमाला (अल्फाबेट) हो एवं

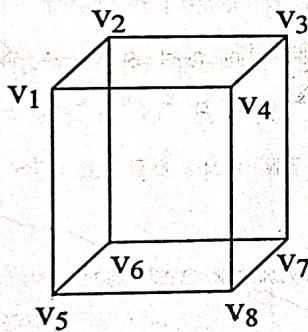
$$\alpha = a b^2 a^3 b^2, \beta = a b^2 c^3 b d^2$$

हो तो $|\alpha|$ एवं $|\beta|$ का मान ज्ञात कीजिये।

OR

Prove that the following graph is planar graph and find number of finite regions in it.

सिद्ध कीजिये कि निम्न ग्राफ एक समतलीय ग्राफ है एवं इसके परिमित क्षेत्रों की संख्या ज्ञात कीजिये।



[Section - C]

This section contains **Essay Type Questions**. Each question carries **11 marks**.

इस खण्ड में दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 11 अंकों का है।

- Q. 6 If a, b, c are elements of a Boolean algebra $(B, +, \cdot, ')$ then prove that $(a + b)' = a' \cdot b'$

P.T.O.

यदि a, b, c बूलीय बीजगणित $(B, +, \cdot, ')$ के अवयव हो तो सिद्ध कीजिये कि $(a + b)' = a' \cdot b'$

OR

If a, b, c are elements of a Boolean algebra $(B, +, \cdot, ')$ then prove that $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a = (a + b) \cdot (b + c) \cdot (c + a)$

यदि a, b, c बूलीय बीजगणित $(B, +, \cdot, ')$ के अवयव हो तो सिद्ध कीजिये कि $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a = (a + b) \cdot (b + c) \cdot (c + a)$

Q. 7 If $f: X \rightarrow Y$ is a function and $A, B \subseteq Y$ then prove that $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$

यदि $f: X \rightarrow Y$ एक फलन हो और $A, B \subseteq Y$ तो सिद्ध कीजिये कि $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$

OR

Prove by Mathematical induction that

$$1.3 + 2.4 + 3.5 + \dots + n(n+2) = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+7), (n \in \mathbb{N})$$

गणितीय आगमन से सिद्ध कीजिये कि

$$1.3 + 2.4 + 3.5 + \dots + n(n+2) = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+7), (n \in \mathbb{N})$$

Q. 8 Using generating function solve the following recurrence relation

$$y_{n+1} - 2y_n = 0$$

given that $y_0 = 1$

जनक (जनरेटिंग) फलन का उपयोग कर निम्न पुनरावृत्ति संबंध को हल कीजिये

$$y_{n+1} - 2y_n = 0$$

दिया है कि $y_0 = 1$

OR

Solve the following recurrence relation -

$$2a_r - 5a_{r-1} + 2a_{r-2} = 0$$

given that $a_0 = 0, a_1 = 1$

निम्न पुनरावृत्ति संबंध को हल कीजिये -

$$2a_r - 5a_{r-1} + 2a_{r-2} = 0$$

दिया है कि $a_0 = 0, a_1 = 1$

Q. 9 If I is the set of integers and R is defined as follows -

$$R = \{(a, b) : a, b \in I \text{ and } a - b \text{ is divisible by } 5\}$$

then prove that R is an equivalence relation.

यदि I पूर्णांकों का समुच्चय हो एवं R निम्नानुसार परिभाषित हो -

$$R = \{(a, b) : a, b \in I \text{ एवं } a - b, 5 \text{ से विभाज्य है}\}$$

तो सिद्ध कीजिये कि R एक तुल्यता संबंध है।

OR

If R and R' are partial order relation on a set S , then prove that $R \cap R'$ is also a partial order relation S .

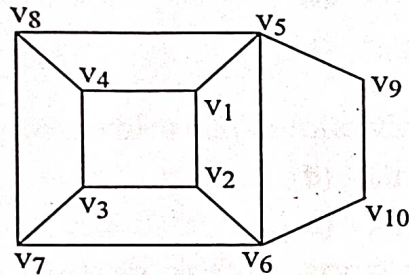
यदि R एवं R' समुच्चय S पर अर्धक्रमित संबंध हो तो सिद्ध कीजिये कि $R \cap R'$ भी S पर अर्धक्रमित संबंध है।

Q. 10 Prove that a simple graph with n vertices has at most $\frac{n(n-1)}{2}$ edges.

सिद्ध कीजिये कि n शीर्षों के सरल ग्राफ में अधिक से अधिक $\frac{n(n-1)}{2}$ भुजायें होंगी।

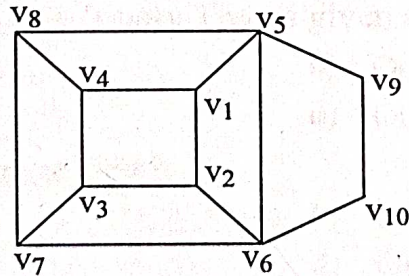
OR

Define Hamiltonian graph. Is the following graph a Hamiltonian graph ?



if yes find a Hamiltonian path in it.

हैमिल्टोनियन ग्राफ की परिभाषा दीजिये। क्या निम्न ग्राफ हैमिल्टोनियन ग्राफ है ?



यदि हाँ तो इसमें हैमिल्टोनियन पथ ज्ञात कीजिये।

_____o_____