

统计力学第三次作业

姓名：杨阳
学号：150*****
专业：流体力学

1. 当简谐振子 $\dot{q} = p, \dot{p} = -q$ 浸在温度 $T=1$ 的热库中：

$$\begin{aligned}\dot{p} &= -q - \eta p \\ \dot{q} &= p \\ \dot{\eta} &= \frac{1}{M_S}(p^2 - 1)\end{aligned}$$

求当 $M_S = 0.1, 0.5, 1, 5$ 时，简谐振子的相轨迹。

求解过程：使用 MATLAB^R 软件的 ode45 求解器求解这组常微分方程，数值算法为 Dormand-Prince45 嵌入对。初始条件为： $p(0)=1, q(0)=0, \eta(0)=0$ ，相当于给一个初始的速度，求解时间区间为 $tspan=(0, 250)$ ，这样可以获得不是太密集的相轨迹。

1.1 $M_S = 0.1$ 的情况

时域：

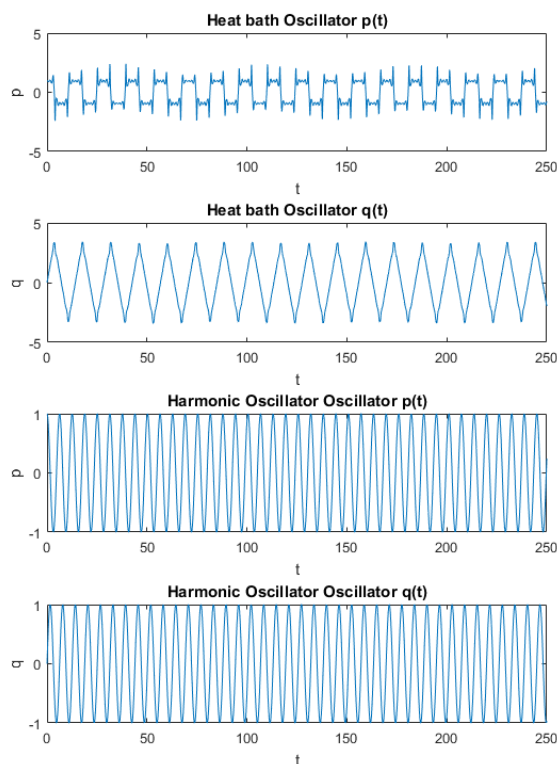


图 1.1.1 振子的时域曲线

相轨迹

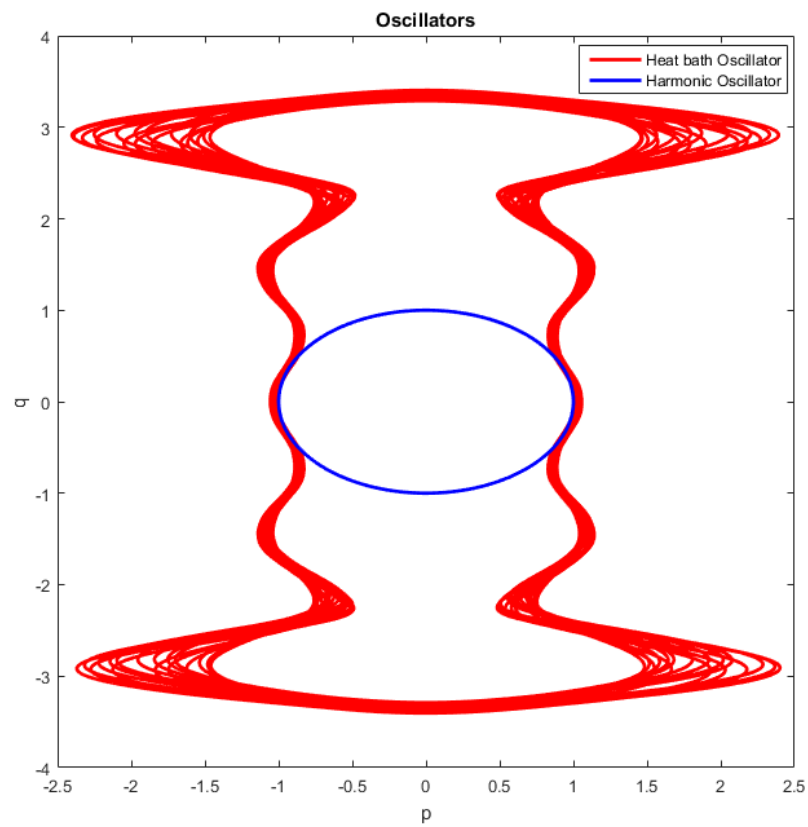


图 1.1.2 振子的相平面轨迹

振子的相轨迹中和时域图可以看出, 振子的振动行为存在多尺度和倍周期的现象, 同时我们也在时域图和相平面的图中画出了线性的简谐振子的时域振动曲线和相平面轨迹以进行比较。

1. $2M_S = 0.5$ 的情况

时域:

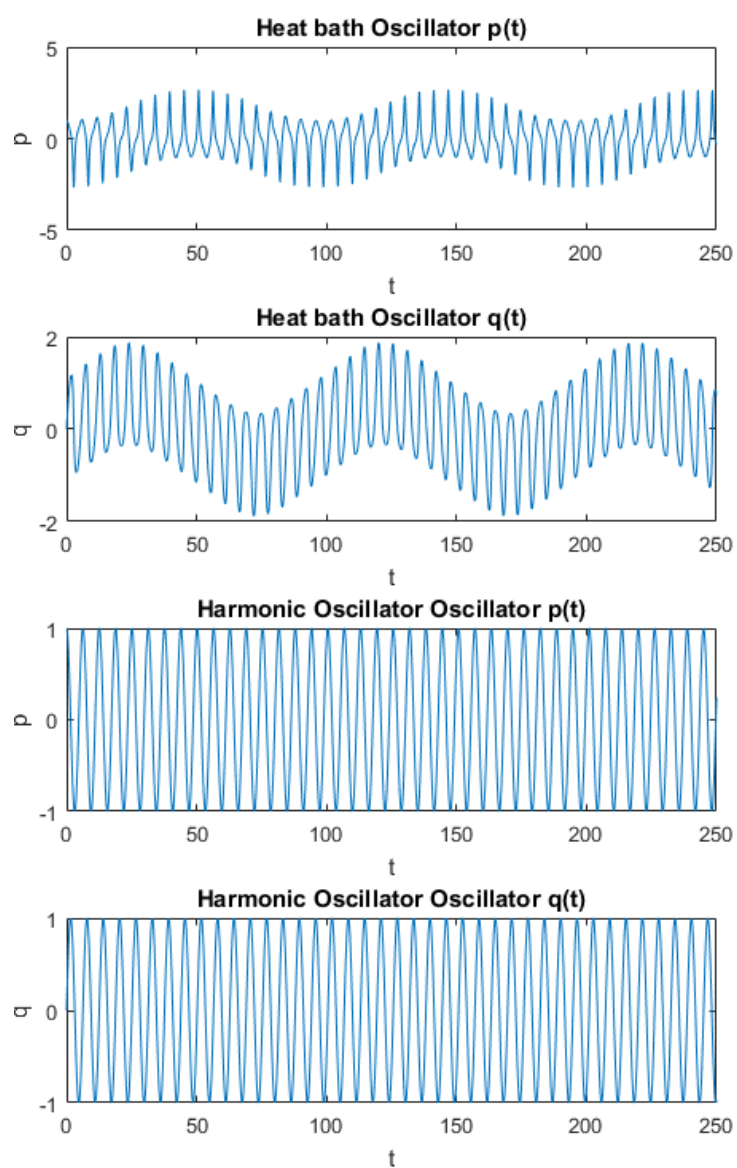


图 1.2.1 振子的时域曲线

相轨迹

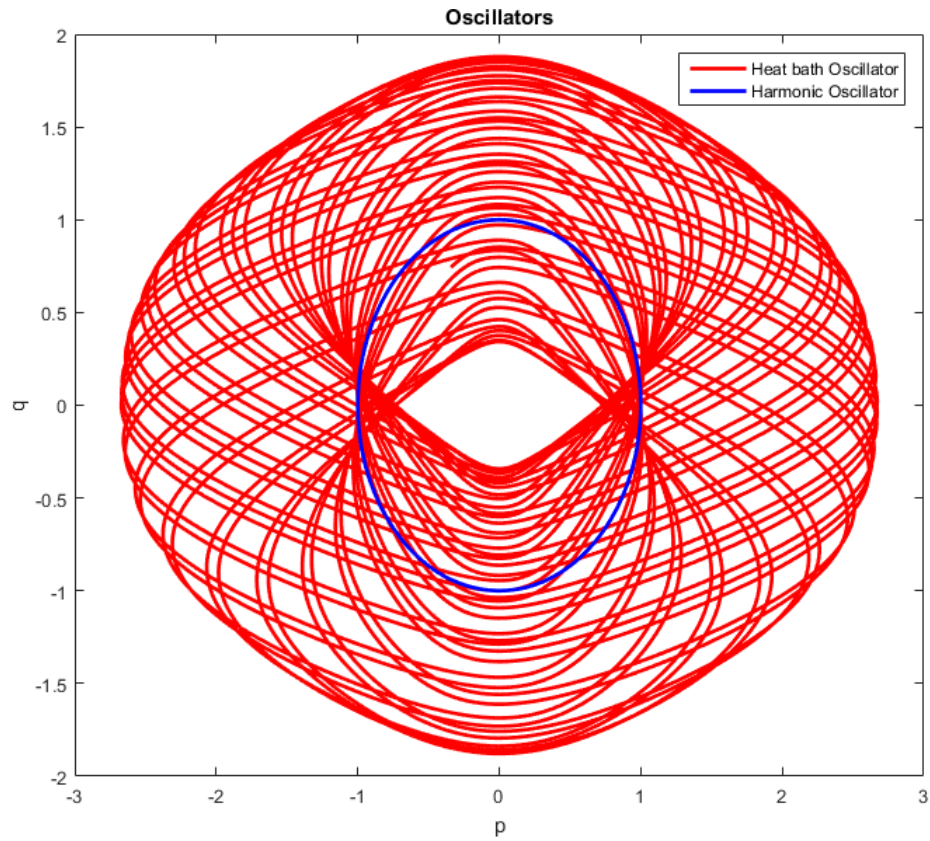


图 1.2.2 振子相平面轨迹

从振子的时域和频域的曲线也可以看出，振子存在多尺度的震荡，里面有多重频率，可能存在倍周期等现象。

1.3 $M_s=1$ 的情况

时域：

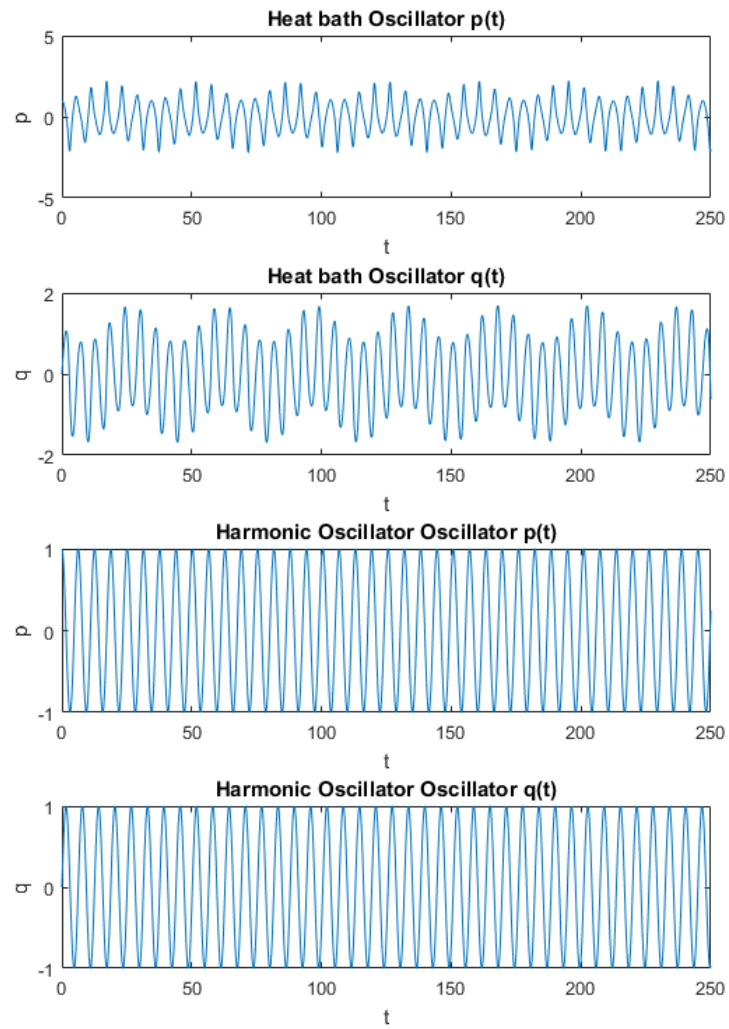


图 1.3.1 振子的时域曲线

相轨迹

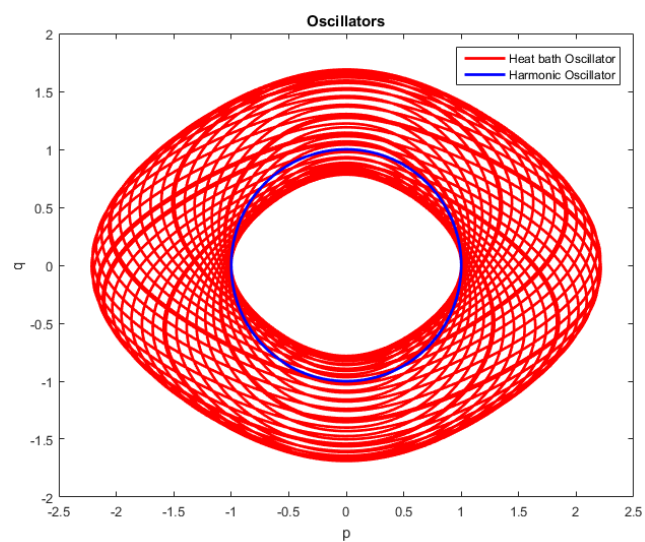


图 1.3.2 振子相平面轨迹

1. $4Ms = 5$ 的情况

时域:

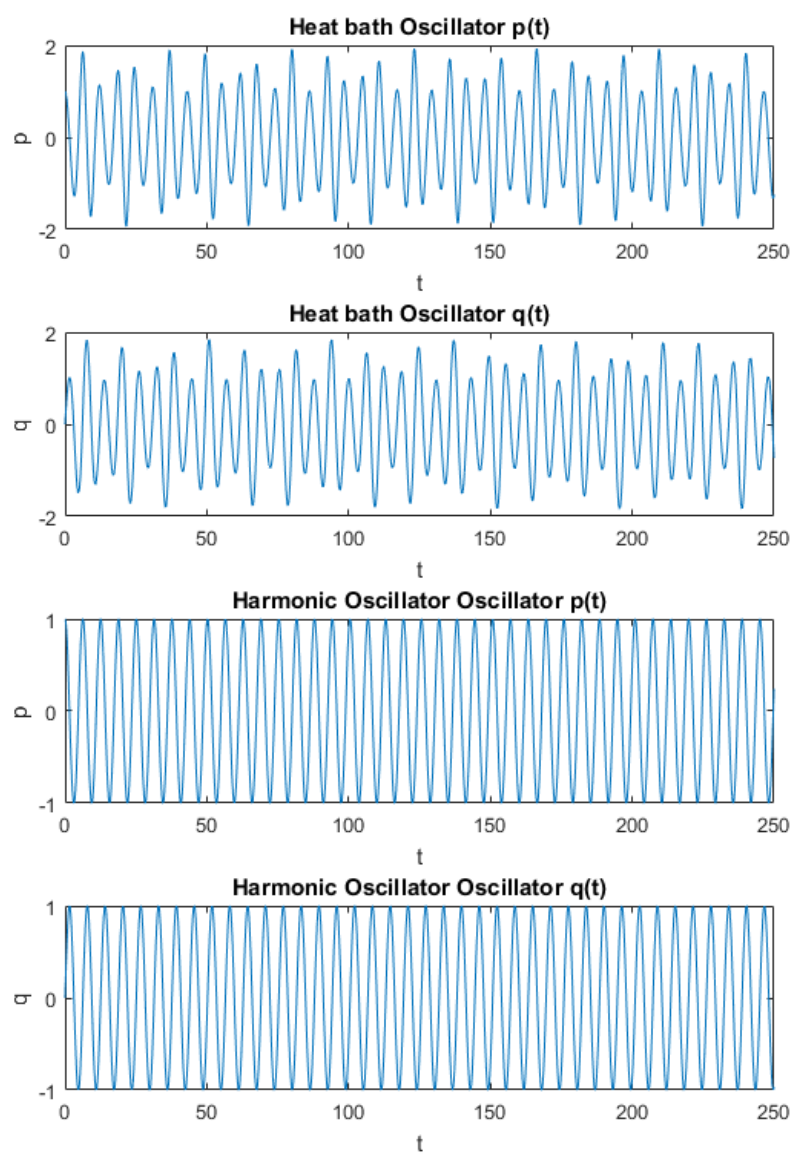


图 1.4.1 振子的时域曲线

相轨迹

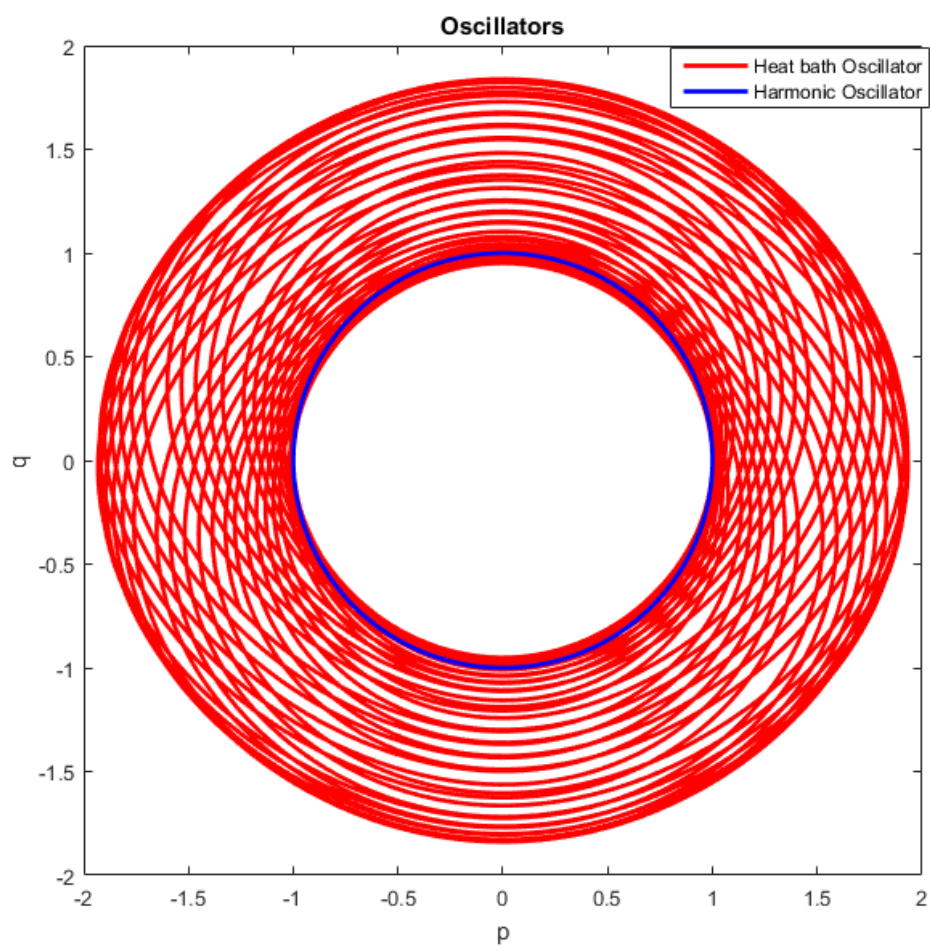


图 1.4.2 振子相平面轨迹

程序附录:

HeatBathHarmonic_Main.m

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Program name : HeatBathHarmonic.m
%% Program Author: Yang Yang
%% Data : 12/3/2016
%% Version: V1.0
%% copyright: all
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Simulation parameters
global Ms a b

% Ms = 0.1;

% Ms = 0.5;

% Ms = 1;

Ms = 5;

a = 1;
```



```

b = 1;

y0 = [1 0 0];
tspan = [0 250];

%% Computing

options = odeset('RelTol',1e-12);

[t,y] =
ode45(@HBHarmonic,tspan,y0,options);

p = y(:,1);
q = y(:,2);
eta = y(:,3);

[t_hat,y_hat] =
ode45(@Harmonic,tspan,y0(1:2),options);

p_hat = y_hat(:,1);
q_hat = y_hat(:,2);

%% Plot

f1 = figure(1);
set(f1,'Color',[1 1 1]);
set(f1,'Name','Harmonic Oscillator phase
plane');
plot(p,q,'r',p_hat,q_hat,'b','linewidth',2

```

```

);
xlabel('p');
ylabel('q');
title('Oscillators');
legend('Heat bath Oscillator', 'Harmonic
Oscillator');

f2 = figure(2);
set(f2, 'Color', [1 1 1]);
set(f2, 'Name', 'Harmonic Oscillator time
series');
subplot(4,1,1)
plot(t,p);
xlabel('t');
ylabel('p');
title('Heat bath Oscillator p(t)');
subplot(4,1,2)
plot(t,q);
xlabel('t');
ylabel('q');
title('Heat bath Oscillator q(t)');
subplot(4,1,3)

```

```
plot(t_hat,p_hat);  
xlabel('t');  
ylabel('p');  
title('Harmonic Oscillator Oscillator  
p(t)');  
subplot(4,1,4)  
plot(t_hat,q_hat);  
xlabel('t');  
ylabel('q');  
title('Harmonic Oscillator Oscillator  
q(t)');  
  
%% Program End
```