به نام خالق ستارگان

دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پروژه اول درس مخابرات بی‌سیم

دکتر مریم صباغیان

نام و نام خانوادگی	سیده غزل موسوی
شماره دانشجویی	۸۱۰۱۰۰۲۵۹
مهلت ارسال پاسخ	**۱۴۰۴.۲.۳۱**

بخش اول: نگاهی به دایورسیتی در کانال باند باریک

هدف از دایورسیتی افزایش کارایی است، یعنی چندبار یک سیگنال را ارسال می‌کنیم تا اگر در یک دریافت بسیار ضعیف بود در دریافت‌های دیگر بهتر باشد. شرط مهم آن این است که این ارسال‌های مختلف باید به گونه‌ای باشد که کانال‌های هر ارسال از یکدیگر مستقل باشند تا امیدی به بهبود وجود داشته باشد.

برای بهره‌برداری از دایورسیتی، سیگنال‌های دریافت‌شده از مسیرهای مختلف را می‌توان به روش‌های زیر ترکیب کرد:

۱.Selection Combining(SC)

شاخه‌ای که بیشترین سیگنال به نویز را دارد انتخاب می‌کنیم، این روش نیازی به جبران‌سازی فاز ندارد و تنها کافی است که

سیگنال به نویز تمامی شاخه‌ها را محاسبه کرده و بیشترین آن را انتخاب کنیم.

$$snr = max_i\,(snr_i) = max_i\,\frac{{\alpha_i}^2}{N_0}$$

α : اندازه کانال در هر مسیر

۲. Maximal Ratio Combining (MRC)

این روش بهترین روش ترکیب‌کردن سیگنال‌های دریافتی است که به هرشاخه‌ای که snr بیشتری دراد وزن بیشتری می‌دهد و

همچنین برخلاف روش قبلی نیاز به جبرانسازی فاز دارد.

$$snr = \sum_{i=1}^{m} snr_i = \sum_{i=1}^{m} \frac{{\alpha_i}^2}{N_0}$$

۳. Equal Gain Combining (EGC)

این روش حالت خاص روش قبل است و مجددا نیاز به جبرانسازی فاز دارد، در این روش به تمامی شاخه‌ها وزن یکسان می‌دهیم.

$$snr = \sum_{i=1}^{m} snr_i = \frac{(\sum_{i=1}^{m} \alpha_i)^2}{m \times N_0}$$

مقاله:

با توجه به مقاله، استفاده از دایورسیتی مکانی علاوه بر دایورسیتی زمانی در سیستم‌های مخابرات بی‌سیم لازم است، زیرا در بسیاری از محیط‌ها مانند کانال‌های درون‌ساختمانی یا شرایط با تحرک کم، کانال به‌صورت شبه‌ثابت باقی می‌ماند و تغییرات زمانی کافی برای بهره‌گیری مؤثر از دایورسیتی زمانی وجود ندارد. در چنین شرایطی، دایورسیتی مکانی با استفاده از چند آنتن در فرستنده یا گیرنده، مسیرهای مستقل با محوشدگی‌های غیرهمبسته ایجاد می‌کند و امکان دریافت نسخه‌های متفاوت از سیگنال را فراهم می‌سازد. این تنوع مکانی، به‌ویژه در ترکیب با کدگذاری فضا–زمان مانند کدAlamouti ، موجب بهبود عملکرد سیستم، کاهش نرخ خطا و دستیابی به بهره‌وری بالا با پیچیدگی پردازشی پایین می‌شود. بنابراین، برای غلبه بر محدودیت‌های کانال‌های کند و افزایش قابلیت اطمینان ارتباط، بهره‌برداری همزمان از دایورسیتی مکانی و زمانی توصیه می‌شود.

کدگذاری:

در کدگذاری بلوکی فضا–زمان(STBC) ، ابتدا داده‌های ورودی (بیت‌ها) به سمبل‌ها (PSK یا QAM) تبدیل می‌شوند و سپس این نمادها در قالب یک ماتریس کد فضا–زمان قرار می‌گیرند که سطرهای آن زمان‌های ارسال و ستون‌های آن آنتن‌های فرستنده را نشان می‌دهند. این ماتریس به‌گونه‌ای طراحی شده که ساختار متعامدی داشته باشد، به این معنی که سیگنال‌های ارسالی از آنتن‌های مختلف در زمان‌های مختلف با یکدیگر به شکل خاصی ترکیب می‌شوند. در هر بازه زمانی، آنتن‌های مختلف به‌صورت همزمان سیگنال‌های مربوط به ستون خود را ارسال می‌کنند. در سمت گیرنده، سیگنال‌های دریافتی که ترکیبی خطی از سیگنال‌های ارسالی (تحت تأثیر کانال و نویز) هستند، با استفاده از اطلاعات کانال و یک الگوریتم رمزگشایی مبتنی بر کمینه‌سازی تابع تصمیم بازسازی می‌شوند. به دلیل خاصیت متعامد ماتریس کد، این فرآیند رمزگشایی به‌صورت خطی و با پیچیدگی محاسباتی بسیار پایین انجام می‌گیرد، در حالی‌که همچنان تنوع فضایی بالا و عملکرد مقاومی در برابر محوشدگی کانال فراهم می‌کند.

همانطور که توضیح داده شد، کدگذاری به صورتی انجام می‌شود که سطرهای آن زمان‌های ارسال و ستون‌های آن آنتن‌های فرستنده را نشان می‌دهند. این ماتریس به‌گونه‌ای طراحی شده که ساختار متعامدی داشته باشد برای مثال برای دو آنتن گیرنده و دو آنتن فرستنده کدگذاری به شکل زیر است:

$$G_2 = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2{}^* & x_1{}^* \end{pmatrix}$$

کدگشایی:

همانطور که در بالا توضیح داده شد کدگشایی با استفاده از اطلاعات کانال به طور کلی به شکل زیر انجام می‌شود:

با فرض وجود n آنتن فرستنده، m آنتن گیرنده و تقسیم زمان به l بازه، در سیستم space time block coding مسئله بهینه سازی به صورت کمینه سازی تابع تصمیم زیر تعریف می‌شود:

سیگنال دریافتی در هریک از آنتن‌های گیرنده :

$$r_t{}^j = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{i,j} c_t{}^i \quad + \quad n_t{}^i$$

$$\min_{c} \sum_{t=1}^{l} \sum_{j=1}^{m} \left| {r_t}^j - \sum_{i=1}^{n} \alpha_{i,j} {c_t}^i \right|^2$$

${r_t}^j$: سیگنال دریافتی در آنتن گیرنده j زمان t

$\alpha_{i,j}$: بهره کانل از آنتن فرستنده iام به آنتن گیرنده jام

${c_t}^i$: سیگنال ارسالی از آنتن فرستنده iام در زمان tام

در این مدل، هدف انتخاب بهترین ترکیب از سمبل‌ها است به گونه ای که خطای مجموع بین سیگنال‌های دریافتی و بازسازی شده به حداقل برسد، ساختار متعامد کدها اجازه می‌دهد این کمینه‌سازی با پردازش خطی ساده در گیرنده انجام شود.

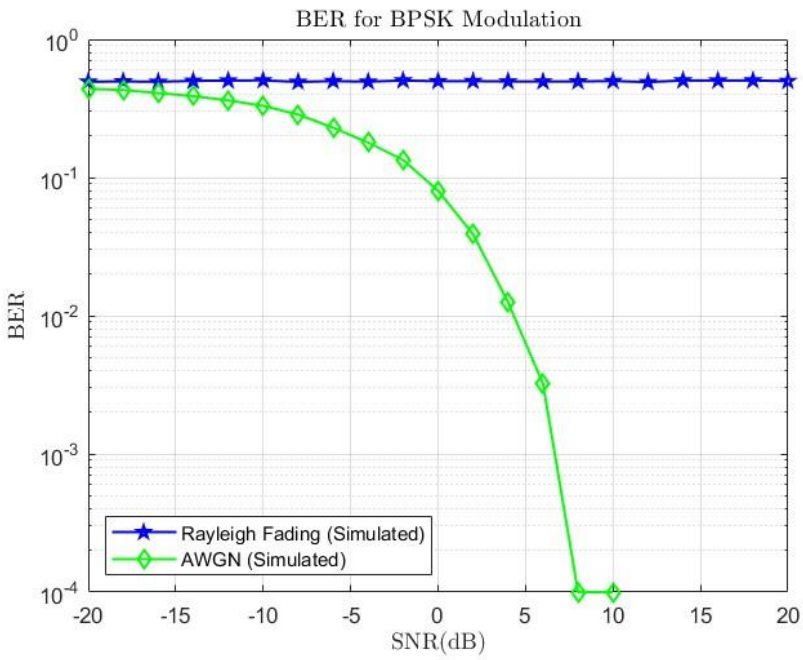
کدگشایی برای حالت ۲ آنتن فرستنده و ۲ آنتن گیرنده به شکل زیر است:

$$argmin \left[\sum_{j=1}^{2} \left(\left| r_1^j - \alpha_{1,j} s_1 - \alpha_{2,j} s_2 \right|^2 + \left| r_2^j + \alpha_{1,j} {s_2}^* - \alpha_{2,j} s_1^* \right|^2 \right) \right]$$

بخش دوم: شبیه‌سازی کانال باند باریک

سوال اول:

الف و ب)



شکل ۱. نمودار احتمال خطای بیت برای کانال رایلی و AWGN

ج) در مدلاسیون BPSK تصمیم‌گیری براساس قسمت حقیقی سیگنال دریافتی انجام می‌شود، در نتیجه واریانس نویز برابر با $\frac{N0}{2}$ درنظر گرفته می‌شود. برای محاسبه احتمال خطا از قانون احتمال کل استفاده می‌کنیم:

$$P_e = \Pr\{\hat{b}_k = 0 \mid b_k = 1\} \times \Pr\{b_k = 1\} + \Pr\{\hat{b}_k = 1 \mid b_k = 0\} \times \Pr\{b_k = 0\}$$

$$P_e = \Pr\{\hat{b}_k = 0 \mid b_k = 1\} \times \frac{1}{2} + \Pr\{\hat{b}_k = 1 \mid b_k = 0\} \times \frac{1}{2}$$

و نحوه تصمیم‌گیری به این صورت است که اگر سیگنال دریافتی در لحظه m از مقدار آستانه‌ای بیشتر بود آن را بیت 1 و درغیراین صورت بیت 0 تخمین می‌زنیم.

$$\hat{b}_k = \begin{cases} 0 & y < \Delta \\ 1 & y > \Delta \end{cases}$$

$$P_e = \Pr\{y < \Delta \mid b_k = 1\} \times \frac{1}{2} + \Pr\{y > \Delta \mid b_k = 0\} \times \frac{1}{2}$$

$$P_e = \Pr\{a + n < \Delta \mid b_k = 1\} \times \frac{1}{2} + \Pr\{-a + n > \Delta \mid b_k = 0\} \times \frac{1}{2}$$

به دلیل اینکه سمبل‌ها را برای هرحالت جاگذاری کردیم دیگر از شرط مستقل می‌شوند و خواهیم داشت:

$$P_e = \Pr\{a + n < \Delta\} \times \frac{1}{2} + \Pr\{-a + n > \Delta\} \times \frac{1}{2}$$

$$P_e = \Pr\{n < \Delta - a\} \times \frac{1}{2} + \Pr\{n > \Delta + a\} \times \frac{1}{2}$$

از آنجا که n نویز گاوسی با میانگین صفر و واریانس $\frac{N0}{2}$ است عبارت بالا را می‌توان بر حسب Q-Function بازنویسی کرد:

$$P_e = \frac{1}{2} Q\left(\frac{a - \Delta}{\sqrt{N_0/2}}\right) + \frac{1}{2} Q\left(\frac{\Delta + a}{\sqrt{N_0/2}}\right)$$

با مشتق گیری از احتمال نسبت به Δ ، مقدار بهینه آن به دست می‌آید که برابر با میانگین دو سمبل یعنی همان 0 است، با جایگذاری، در نهایت فرمول احتمال خطا به شکل زیر ساده می‌شود:

$$P_e = Q\left(\frac{a}{\sqrt{N_0/2}}\right) = Q\left(\sqrt{2 \times \gamma_b}\right), \qquad \gamma_b = \frac{a^2}{N_0}$$

حال طبق فرمول بالا SNR برای رسیدن به احتمال خطا 10^{-6} به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$P_e = Q\left(\sqrt{2 \times SNR}\right) = 10^{-6}$$

$$SNR = \left(\frac{Q^{-1}(10^{-6})}{\sqrt{2}}\right)^2 = 11.29$$

$$SNR_{dB} = 10 \times log_{10}(11.29) = 10.52\ dB$$

سوال دوم:

در این سوال از نوعی مدلاسیون به نام binary pulse position modulation استفاده می‌شود که سمبل‌های ارسالی بر یکدیگر عمود هستند.

$$x_1 = \begin{pmatrix} x[0] \\ x[1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix} \qquad x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ a \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} y[0] \\ y[1] \end{pmatrix}$$

با توجه به قاعده ML خواهیم داشت:

$$\hat{x} = \begin{cases} 0 & \Lambda(y) < 0 \\ 1 & \Lambda(y) > 0 \end{cases}$$

سپس log-likelihood ratio را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Lambda(y) = \ln\left\{\frac{f(y|x_1)}{f(y|x_0)}\right\}$$

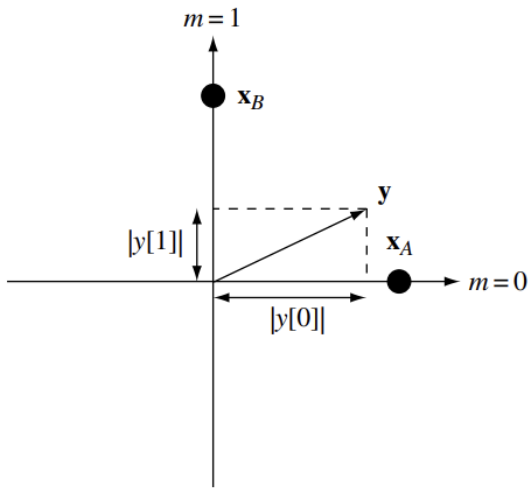
اگر x_1 را بفرستیم $y[1]\sim CN(0,N_0)$ و $y[0]\sim CN(0,a^2+N_0)$ و اگر x_0 را بفرستیم $y[1]\sim CN(0,a^2+N_0)$ و $y[0]\sim CN(0,N_0)$ خواهد بود. از آنجایی که $y[0]$ و $y[1]$ از یکدیگر مستقل نیز هستند، log-likelihood ratio به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\Lambda(y) = \frac{\{|y[0]|^2 - |y[1]|^2\}a^2}{(a^2+N_0)N_0}$$

قانون بهینه تصمیم‌گیری به این صورت ساده می‌شود که اگر توان سیگنال دریافتی اول $|y[0]|^2$ بیشتر از توان در مکان دوم $|y[1]|^2$ باشد، تصمیم براین گرفته می‌شود که سیگنال ارسالی x_1است، در غیراین صورت فرض می‌شود سیگنال ارسالی x_0 بوده است. لازم به ذکر است این قانون از فاز سیگنال دریافتی استفاده نمی‌کند، زیرا فازهای تصادفی و ناشناخته‌ی بهره ها کانال باعث می‌شوند اطلاعات فازی برای آشکار ساز بی‌فایده باشند، می‌توان این آشکارساز را به صورت تصویر بردار سیگنال دریافتی روی هریک از بردارهای ممکن ارسالی و مقایسه انرژی این تصاویر در نظر گرفت، به همین دلیل به آن آشکار ساز انرژی یا آشکارساز squared-law گفته می‌شود . برای احتمال خطای این آشکارساز، به دلیل تقارن، فرض می‌کنیم سیگنال x_1 فرستاده شده باشد، در این حالت متغیرهای تصادفی $y[0]$ و $y[1]$ مستقل و دارای توزیع گاوسی مختلط با واریانس‌های a^2+N_0 و N_0 هستند، طبق خواص این توزیع‌ها، توان این متغیرها یعنی $|y[0]|^2$ و $|y[1]|^2$ دارای توزیع نمایی با میانگین‌های a^2+N_0 و N_0 هستند. بنابراین احتمال خطا را می‌توان با انتگرال‌گیری مستقیم از این توزیع نمایی به صورت زیر محاسبه کرد:

$$p_e = \Pr\{|y[1]|^2 > |y[0]|^2 \mid x_1\} = \left[2 + \frac{a^2}{N_0}\right]^{-1}$$

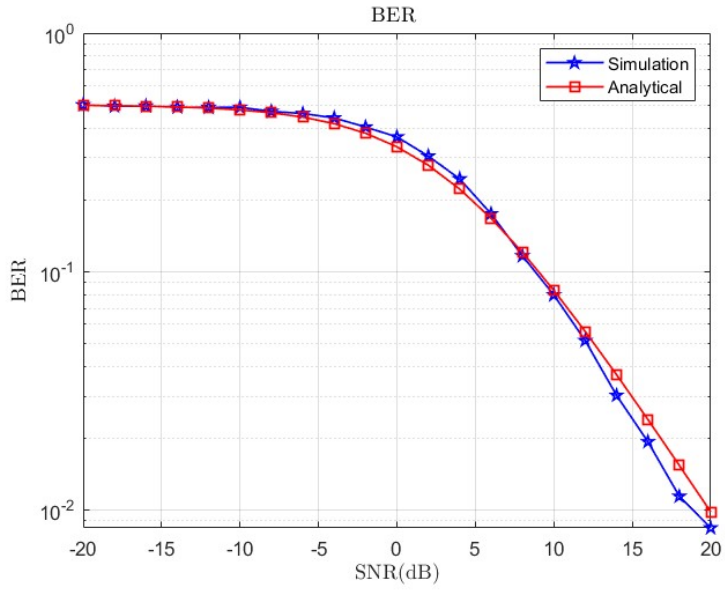
$$SNR = \frac{a^2}{2N_0} \rightarrow p_e = \frac{1}{2(1+SNR)}$$



شکل ۲. آشکارساز squared-law

ب)

برای شبیه‌سازی ابتدا بیت 0 و 1 را تعریف کرده بعد با استفاده از مدلاسیون گفته شده بیت‌ها را مدوله می‌کنیم، از کنال عبور می‌دهیم و با نویز جمع می‌کنیم در نهایت براساس انرژی سیگنال دریافتی تصمیم‌گیری می‌کنیم.



شکل ۴. خطا شبیه‌سازی و تئوری

$$\frac{1}{2(1+SNR)} = 10^{-6}$$

$$SNR = 499999$$

$$SNR_{dB} = 10log_{10}(499999) = 56.98\ dB$$

این عدد حدود $46.46\ dB$ با قسمت قبل تفاوت دارد که نشان می‌دهد در این حالت (کانال رایلی با مدلاسیون متعامد) برای رسیدن به احتمال خطا دلخواه نیاز به توان بالاتری نسبت به قبل داریم.

سوال سوم:

الف)در این بخش فرض می‌شود اطلاعات کانال را به طور کامل درگیرنده داریم؛ در نتیجه خطا برای BPSK برای حالتی که کانال رایلی باشد و آن را در گیرنده بدانیم، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{e|h} = Q\left(\sqrt{2|h|^2\gamma_b}\right)$$

که $\gamma = |h|^2\gamma_b$ تعریف می‌شود و توزیع آن به شکل زیر است:

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{1}{\gamma_b}e^{-\frac{\gamma}{\gamma_b}}$$

درنهایت احتمال خطا عبارت است از:

$$P_e = \int_0^\infty Q(\sqrt{2\gamma})p_\gamma(\gamma)d\gamma = \frac{1}{2}\left(1-\sqrt{\frac{\gamma_b}{1+\gamma_b}}\right)$$

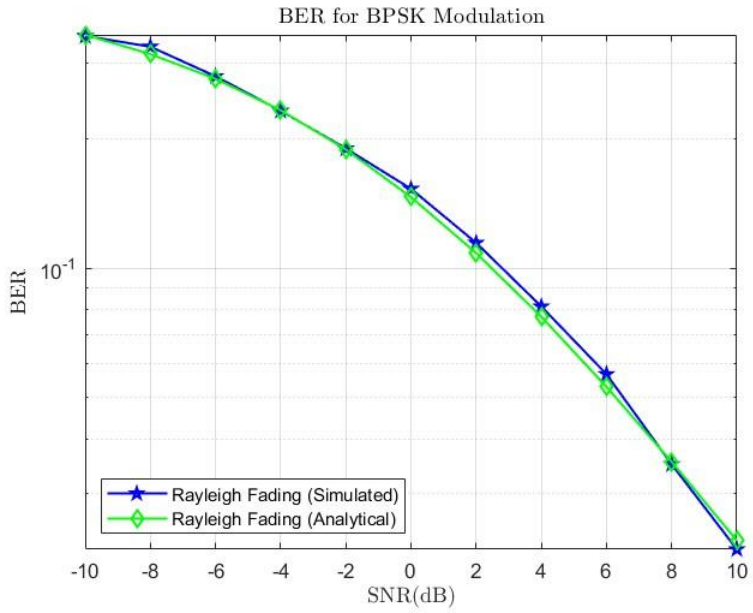
نحوه تصمیم‌گیری بهینه نیز به این صورت است که سیگنال دریافتی را از همسانساز ZF در گیرنده، عبور می‌دهیم و در نهایت براساس قسمت حقیقی آن یا فاصله آن با نزدیک‌ترین سمبل تصمیم‌گیری را انجام می‌دهیم.

$$P_e = \frac{1}{2}\left(1-\sqrt{\frac{\gamma_b}{1+\gamma_b}}\right) = 10^{-6}$$

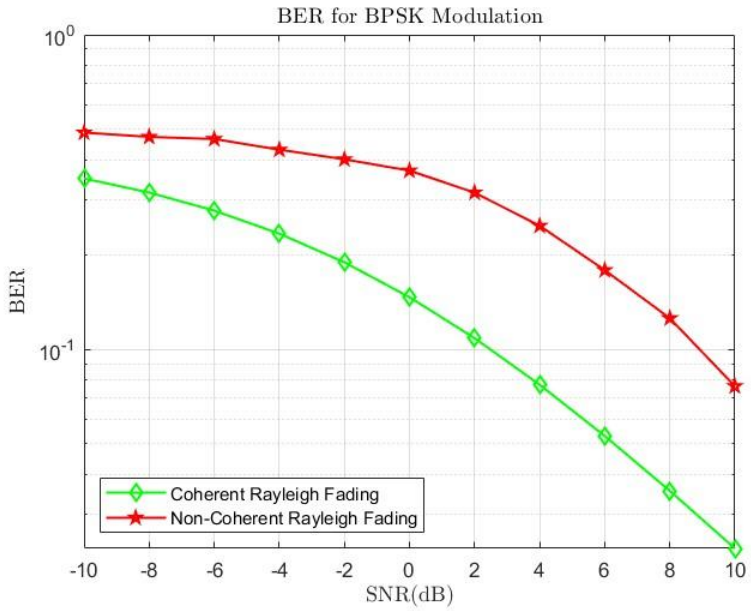
$$SNR = 249999.2500$$

$$SNR_{dB} = 10log_{10}(249999.2500) = 53.97dB$$

ب)



شکل ۵. نمودار خطا تئوری و شبیه‌سازی



شکل ۶.مقایسه خطا سبیه‌سازی این بخش با سوال ۲ قسمت ب

دو نمودار در SNRهای بالا حدود 5.28dB با یکدیگر اختلاف دارند.

ج) بله مزیت مهم و قابل توجهی است، همانطور که مشاهده می‌شود وقتی اطلاعات کانال را درگیرنده نداریم یعنی در حالت Non-coherent detection هستیم اوضاع مطلوب نیست ولی وقتی کانال را می‌دانیم خطا بهبودیافته و کمتر می‌شود.

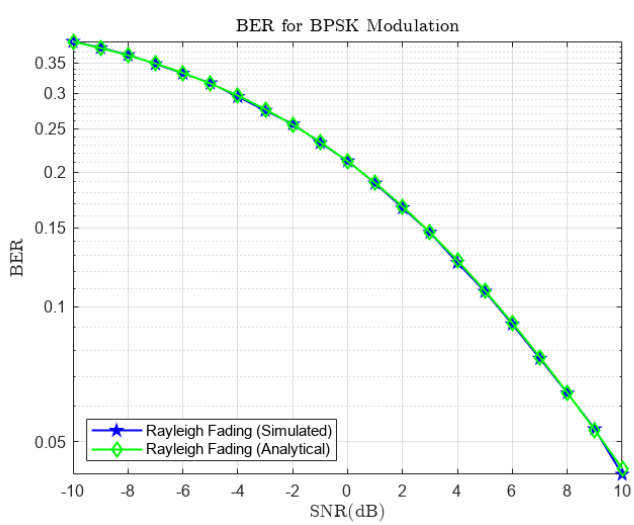
سوال چهارم:

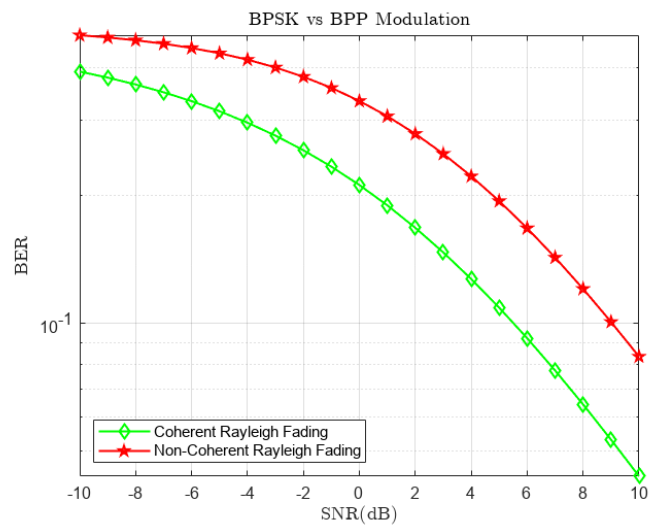
وقتی مدلاسیون را از BPSK به QPSK تغییر می‌دهیم، نرخ داده‌ها دو برابر می‌شود، زیرا در QPSK از هر دو کانال I (In-phase) و Q (Quadrature) برای انتقال اطلاعات استفاده می‌شود. از نظر احتمال خطای بیت، برای یک SNR معین، BPSK دارای احتمال خطای $Q(\sqrt{2 \times SNR})$ است، در حالی که برای QPSK این مقدار به $Q(\sqrt{SNR})$ کاهش می‌یابد. این یعنی QPSK در مقایسه با BPSK برای یک نرخ داده‌ی دو برابر، عملکرد مشابهی از نظر BER دارد. در شرایط محو شدگی رایلی نیز می‌توان با جایگزینی SNR با SNR/2 در فرمول BPSK، احتمال خطای QPSK را به‌دست آورد، که نشان‌دهنده‌ی رفتار مشابه اما کمی ضعیف‌تر QPSK در کانال‌های با محوشدگی است.

$$P_e = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{\gamma_b}{2 + \gamma_b}}\right)$$

مشابه همین کار را برای خطای بیت سوال دو انجام می‌دهیم و احتمال خطای آن به شکل زیر می‌شود:

$$p_e = \frac{1}{2\left(1 + \frac{SNR}{2}\right)} = \frac{1}{2 + SNR}$$





در SNR های بالا تقریبا 2.8dB با یکدیگر تفاوت دارند.

سوال پنجم:

الف) در کانال‌های باند باریک، ممکن است مقدار بهره کانال در برخی لحظات بسیار کم شود و همین مسئله باعث تضعیف سیگنال و گم شدن آن در نویز گردد. برای مقابله با این مشکل، می‌توان از دایورسیتی استفاده کرد؛ به این صورت که از هر سیگنال چند دریافت مستقل داشته باشیم. در این حالت، احتمال اینکه همه این دریافت‌ها خراب باشند کاهش می‌یابد. یکی از انواع دایورسیتی، دایورسیتی زمانی است. از مباحث مطرح‌شده در کلاس می‌دانیم که کانال در مدت زمان همدوسی T_c تقریباً رفتاری ثابت دارد؛ بنابراین، برای اینکه دو دریافت از یک سیگنال نسبت به هم مستقل باشند، باید به اندازه یک زمان همدوسی صبر کنیم تا شرایط کانال تغییر کند و دریافت دوم از یک کانال متفاوت‌تر نسبت به دریافت اول انجام شود؛ به این امید که شرایط کانال بهبود یافته باشد.

ب) در این بخش فرض شده است از Maximal Ratio Combining برای دایورسیتی استفاده شده است، این روش نیاز به co-phasing دارد و طبق مطالب گفته شده در درس ، نسبت سیگنال به نویز در گیرنده برابر با مجموع نسبت سیگنال به نویز در تک تک کانال‌ها (در هر بازه زمانی) است.

$$\gamma_\Sigma = \sum_{i=1}^{L} \gamma_i = \sum_{i=1}^{L} \frac{{r_i}^2}{N_0}$$

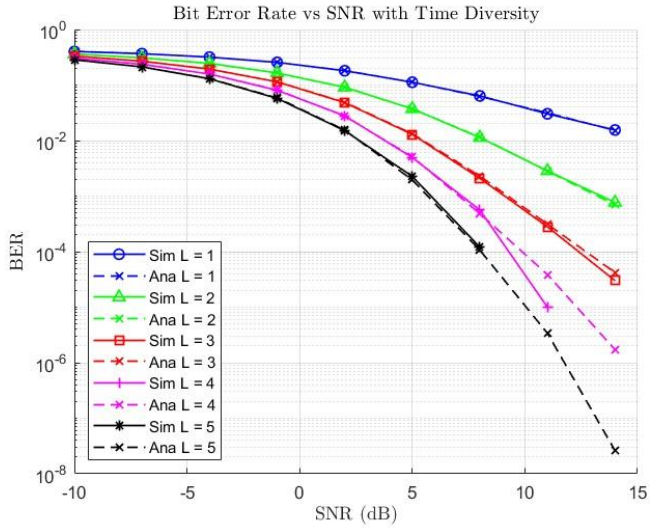
که N_0 واریانس نویز و r_i اندازه هرکانال در بازه زمانی $[0, L]$ است، با توجه به اینکه کانال رایلی است یعنی:

$$r_i = \sqrt{{X_i}^2 + {Y_i}^2} \rightarrow {r_i}^2 = {X_i}^2 + {Y_i}^2, \qquad X_i, Y_i \sim N(0, N_0)$$

در نتیجه γ_Σ مجموع $2L$ مربع متغیر گاوسی است و دارای توزیع Chi-Squared است. پس از محاسبه سیگنال به نویز کلی با توجه به اینکه مدلاسیون BPSK است، احتمال خطا محاسبه می‌شود.

$$P_e = Q(\sqrt{2 \times SNR})$$

ب)



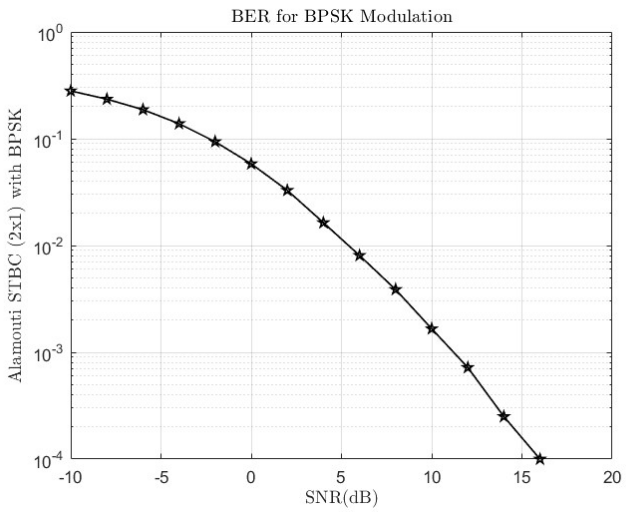
شکل ۷. نمودار خطا برای تعداد دایورسیتی متفاوت

همانطور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود مقادیر تئوری و عملی به یکدیگر با دقت خوبی نزدیک هستند و مشاهده می‌کنیم با افزایش تعداد دایورسیتی خطا کاهش یافته است و بیشترین کاهش خطا از ۱ آنتن به ۲ آنتن است. در نتیجه یعنی دریافت‌های متعدد از یک سیگنال باعث کاهش خطا و در این نوع دایورسیتی سبب کاهش ریت ارسال نیز می‌شود.

سوال ششم:

الف) برای پیاده‌سازی دایورسیتی زمان، در صورتی که دایورسیتی مکان در دسترس باشد، می‌توان از چند آنتن (به تعداد L) در فرستنده استفاده کرد و سپس در گیرنده، مجموع سیگنال‌های دریافتی از این آنتن‌ها را ترکیب کرد. این کار معادل آن است که سیگنال را در L بازه زمانی مستقل ارسال کرده باشیم، با این فرض که فاصله بین آنتن‌ها به اندازه‌ای زیاد است که کانال مسیر هر آنتن مستقل از دیگری باشد.

ب)



شکل ۸. خطا برای کد الموتی با تعداد ۲ آنتن فرستنده و ۱ آنتن گیرنده

ج) همانطور که در بخش قبل اشاره شد استفاده از دایورسیتی زمانی ریت ارسال را کاهش می‌دهد ولی استفاده از دایورسیتی مکانی این مشکل را ندارد و صرفا به مکان بیشتر برای انتن‌ها نیاز دارد و روی نرخ ارسال تاثیری ندارد. از نظر احتمال خطا نیز استفاده از این روش خطای کمتری نسبت به دایورسیتی زمانی دارد.