Nama :Ghefira Nur Annisa
NIM :22305144034
Kelas: Matematika E 2022

2. LIMIT FUNGSI

Materi mencakup di antaranya:

1. Mendefinisikan Limit Fungsi pada EMT

```
1.1 Definisi LIMIT KIRI
1.2 Definisi LIMIT KANAN
```

2. LIMIT FUNGSI ALJABAR
3. LIMIT FUNGSI NON ALJABAR (transenden)

```
3.1 Limit Fungsi Trigonometri
3.2 Limit Fungsi Eksponensial
4.3 Limit Fungsi Logaritma
```

Definisi Limit

Dalam matematika, konsep limit digunakan untuk menjelaskan perilaku suatu fungsi saat peubah bebasnya mendekati suatu titik tertentu, atau menuju tak hingga; atau perilaku dari suatu barisan saat indeks mendekati tak hingga. Limit dipakai dalam kalkulus (dan cabang lainnya dari analisis matematika) untuk membangun pengertian kekontinuan, turunan dan integral.
Dalam pelajaran matematika, limit biasanya mulai dipelajari saat pengenalan terhadap kalkulus.

Limit Fungsi

Jika f(x) adalah fungsi real dan c adalah bilangan real, maka:

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

Notasi tersebut menyatakan bahwa f(x) untuk niai x mendekati c sama dengan L. F(x) disini dapat berupa bermacam-macam jenis fungsi. Dan L dapat berupa konstanta, ataupun ”und” (tak terdefinisi), ”ind” (tak tentu namun terbatas), ”infinity” (kompleks tak hingga). Begitupun dengan batas c, dapat berupa sebarang nilai atau pada tak hingga (-inf, minf, dan inf).

Sebuah fungsi dapat dikatakan memiliki limit apabila limit kanan dan limit kiri nya memiliki nilai yang sama. Dimana, limit dari fungsi tersebut adalah nilai dari limit kanan dan limit kiri fungsi yang bernilai sama tadi.

```
>
```

```
>
```

Limit Kiri dan Kanan

Pengertian limit kiri dan limit kanan berkaitan dengan pendekatan nilai sebuah fungsi saat variabel inputnya mendekati suatu nilai tertentu dari sisi kiri atau kanan titik tersebut.

Limit kiri didefinisikan sebagai nilai yang didekati oleh fungsi saat variabel inputnya mendekati suatu nilai tertentu dari nilai yang lebih kecil atau dari sisi kiri.
Limit kiri ditulis sebagai:

$$\lim_{x \to c^-} f(x) = L$$

Ini berarti bahwa saat x mendekati c dari sisi kiri, nilai dari fungsi f(x) mendekati nilai L.

Sebaliknya, limit kanan didefinisikan sebagai nilai yang didekati oleh fungsi saat variabel inputnya mendekati suatu nilai tertentu dari nilai yang lebih besar atau dari sisi kanan.
Limit kanan ditulis sebagai:

$$\lim_{x \to c^+} f(x) = L$$

Ini berarti bahwa saat x mendekati c dari sisi kanan, nilai dari fungsi f(x) mendekati nilai L.
Dalam banyak kasus, untuk limit fungsi yang ada, nilai limit kiri dan limit kanan mungkin berbeda.

```
>
```

```
>
```

```
>
```

Limit pada EMT

Pada EMT cara mendefinisikan limit yaitu dengan format :

$showev('limit(f(x),x,c))

Format tersebut akan menampilkan limit yang dimaksud dan hasilnya. Jika kita ingin menampilkan hasilnya saja dari sebuah limit tanpa menampilkan limitnya, kita bisa menggunakan format :

'limit(f(x),x,c)

Sedangkan, untuk limit kanan dan limit kiri seperti pada definisi dapat ditampilkan di EMT dengan cara menambah opsi "plus" atau "minus" :

$showev('limit(f(x),x,c, plus)) atau 'limit(f(x),x,c, minus)

Limit dapat divisualisasikan menggunakan plot 2 dimensi. Pada EMT sendiri, format yang bisa digunakan untuk memvisualisasikan limit adalah :

plot2d("f(x)",-c,c):

aspect(1.5); plot2d("f(x)",c); plot2d(x,c>points,style="ow",>add):

Dengan f(x) adalah fungsi pada limit yang dicari, dan c berupa bilangan real menyesuaikan batas dari limit itu sendiri.

```
>
```

Limit fungsi aljabar adalah nilai yang didekati oleh sebuah fungsi saat variabel inputnya mendekati suatu nilai tertentu.
Secara matematis, kita dapat menyatakan limit fungsi aljabar sebagai berikut:
Diberikan fungsi f(x), dengan x mendekati suatu nilai c, maka limit fungsi f(x) saat x mendekati c dapat ditulis sebagai:

$$\lim_{x\to c} f(x) = L$$

Di mana L adalah nilai yang didekati oleh fungsi f(x) saat x mendekati c. Limit fungsi ini menggambarkan perilaku fungsi pada titik c dan dapat membantu kita mengidentifikasi apakah suatu fungsi memiliki nilai tertentu pada suatu titik atau apakah ada asimtot vertikal atau horizontal pada grafik fungsi tersebut.

```
>$showev('limit((x^3-13*x^2+51*x-63)/(x^3-4*x^2-3*x+18),x,3))
```

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^3 - 13\,x^2 + 51\,x - 63}{x^3 - 4\,x^2 - 3\,x + 18} = -\frac{4}{5}$$

penyelesaian :
dari persamaan polinomial diatas dapat kita masukkan limitnya yakni x=3 kedalam persamaan tersebut, sehingga didapatkan :

$$\lim_{x\to 3} \frac{(x^3 - 13x^2 + 51x - 63)}{(x^3 - 4x^2 - 3x + 18)}$$
$$\lim_{x\to 3} \frac{(3^3 - 13(3)^2 + 51(3) - 63)}{(3^3 - 4(3)^2 - 3(3) + 18)}$$
$$\lim_{x\to 3} \frac{(27 - 117 + 153 - 63)}{(27 - 36 - 9 + 18)}$$
$$\lim_{x\to 3} \frac{(0)}{0} = \infty$$

Maka, untuk mencari limitnya dapat dicari faktor dari persamaan polinomial tersebut terlebih dahul, sehingga:

```
>$& factor((x^3-13*x^2+51*x-63)/(x^3-4*x^2-3*x+18))
```

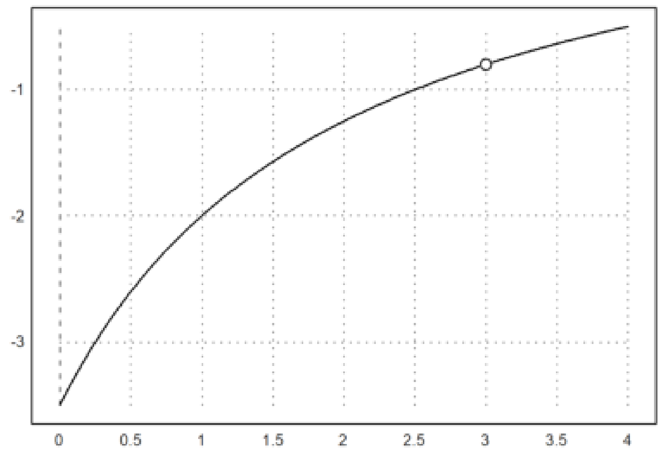
$$\frac{x-7}{x+2}$$

sehingga dari faktor diatas, dapat dicari limitnya yakni:

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-7}{x+2} = \lim_{x\to 3} \frac{3-7}{3+2} = \frac{-4}{5}$$

MAKA DAOAT DIBUKTIKAN BAHWA NILAI LIMIT TERSEBUT BERNILAI BENAR

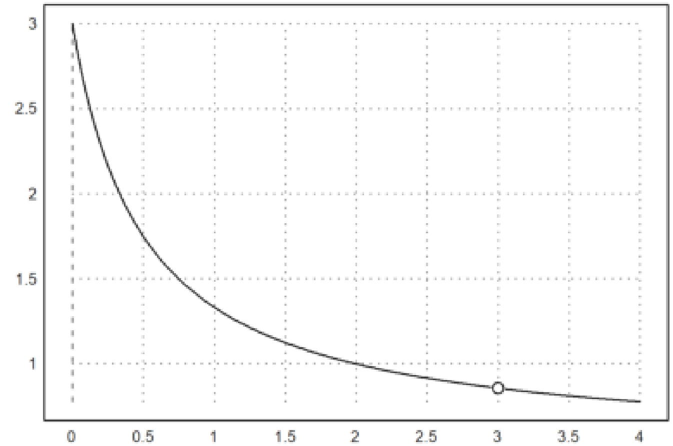
```
>aspect(1.5); plot2d("(x^3-13*x^2+51*x-63)/(x^3-4*x^2-3*x+18)",0,4); plot2d(3,-4/5,>points,style="ow
```




```
>$showev('limit((x^2-9)/(2*x^2-5*x-3),x,3))
```

$$\lim_{x\to 3}{\frac{x^2-9}{2\,x^2-5\,x-3}}=\frac{6}{7}$$

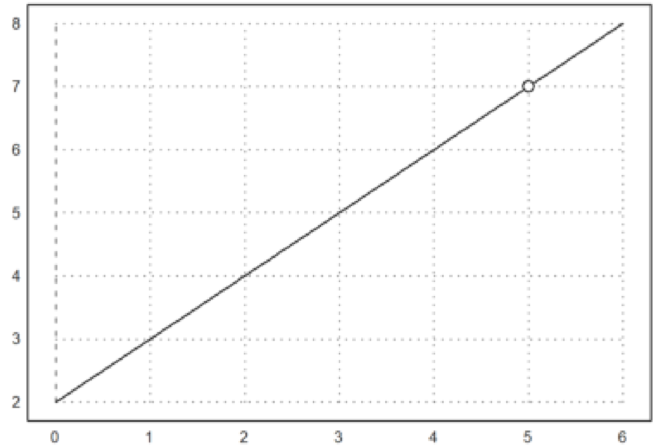
```
>aspect(1.5); plot2d("(x^2-9)/(2*x^2-5*x-3)",0,4); plot2d(3,6/7,>points,style="ow",>add):
```




```
>$showev('limit((x^2-3*x-10)/(x-5),x,5))
```

$$\lim_{x\to 5}{\frac{x^2-3\,x-10}{x-5}}=7$$

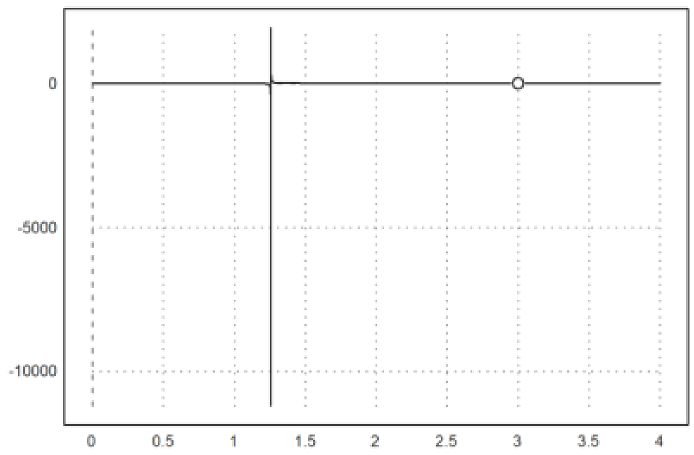
```
>aspect(1.5); plot2d("(x^2-3*x-10)/(x-5)",0,6); plot2d(5,7,>points,style="ow",>add):
```




```
>$showev('limit(((2*x^2-2*x+5)/(3*x^2+x-6)),x,3))
```

$$\lim_{x\to 3}\frac{2\,x^2-2\,x+5}{3\,x^2+x-6}=\frac{17}{24}$$

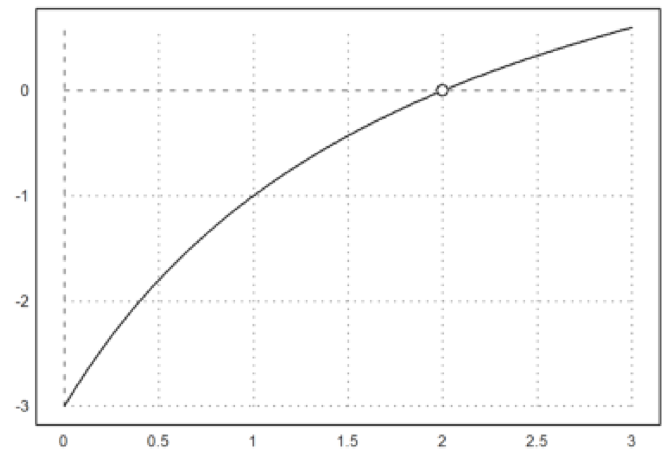
```
>aspect(1.5); plot2d("(2*x^2-2*x+5)/(3*x^2+x-6)",0,4); plot2d(3,17/24,>points,style="ow",>add):
```




```
>$showev('limit((3*x-6)/(x+2),x,2))
```

$$\lim_{x\to 2}{\frac{3\,x-6}{x+2}}=0$$

```
>aspect(1.5); plot2d("(3*x-6)/(x+2)",0,3); plot2d(2,0,>points,style="ow",>add):
```




```
>
```

latex:

1. Limit Fungsi Trigonometri

Limit fungsi trigonometri adalah nilai yang didekati oleh sebuah fungsi trigonometri saat variabel inputnya mendekati suatu nilai tertentu. Fungsi trigonometri melibatkan fungsi sinus, kosinus, tangen, kotangen, dan sebagainya. Pada umumnya, limit fungsi trigonometri dihitung dengan menggunakan pendekatan geometri yang melibatkan lingkaran unit.
Misalnya, untuk fungsi sinus, kita dapat menyatakan limit fungsi sinus saat x mendekati suatu nilai tertentu c sebagai:

$$\lim_{x\to c} sin(x) = sin(c)$$

Ini berarti bahwa saat x mendekati c, nilai sinus dari x akan mendekati sinus dari c.

```
>$showev('limit(2*x*sin(x)/(1-cos(x)),x,0))
```

$$2\left(\lim_{x\to 0}\frac{x\,\sin x}{1-\cos x}\right) = 4$$

PENYELESAIAN :

$$2(\lim_{x\to 0}\frac{xsinx}{1-cosx})$$
$$2(\lim_{x\to 0}\frac{0sin(0)}{1-cos(0)})$$
$$2(\lim_{x\to 0}\frac{0}{1-1}) = \infty$$

MAKA kita perlu mengubah persamaan trigonometri diatas dengan menggunakan aturan L HOSTIPAL menjadi :

$$2(\lim_{x\to 0}\frac{xsin(x)}{1-cosx})$$

dideferensialkan (diturunkan)

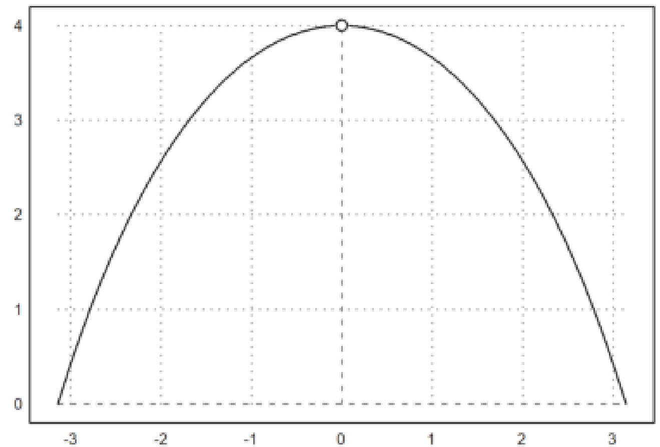
$$2(\lim_{x\to 0}\frac{sinx+xcosx}{sinx})$$

berdasarkan aturan L HOSPITAL persamaan trigonometri tersebut masih menghasilkan latex: \infty sehingga dapat kita turunkan lagi (dideferensialkan) menjadi:

$$2(\lim_{x\to 0}\frac{2cosx-xsinx}{cosx})$$
$$2(\lim_{x\to 0}\frac{2cos(0)-(0)sin(0)}{cos(0)})$$
$$2(\lim_{x\to 0}\frac{2-0}{1} = 2\times 2 = 4$$

JADI TERBUKTI BAHWA PERSAMAAN TRIGONOMETRI dari EMT TERSEBUT TERBUKTI TERBUKTI BENAR

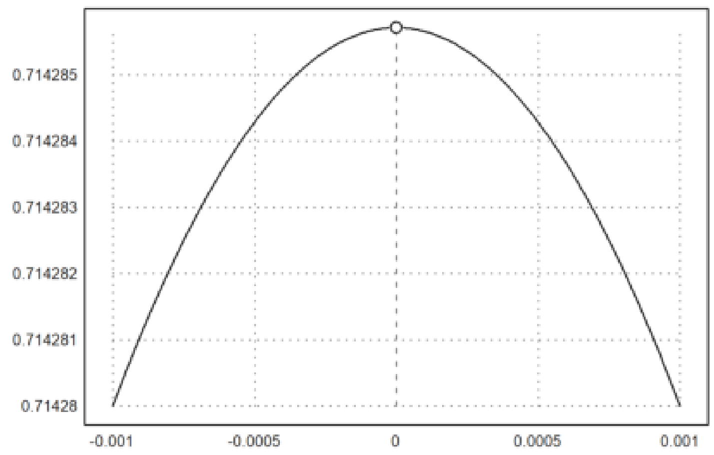
```
>plot2d("2*x*sin(x)/(1-cos(x))",-pi,pi); plot2d(0,4,>points,style="ow",>add):
```




```
>$showev('limit(cot(7*h)/cot(5*h),h,0))
```

$$\lim_{h\to 0}\frac{\cot(7\,h)}{\cot(5\,h)}=\frac{5}{7}$$

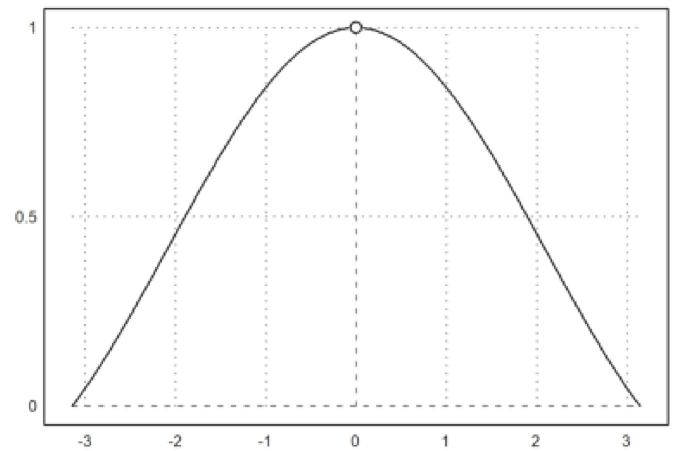
```
>plot2d("cot(7*x)/cot(5*x)",-0.001,0.001); plot2d(0,5/7,>points,style="ow",>add):
```




```
> $showev('limit(sin(x)/x,x,0))
```

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

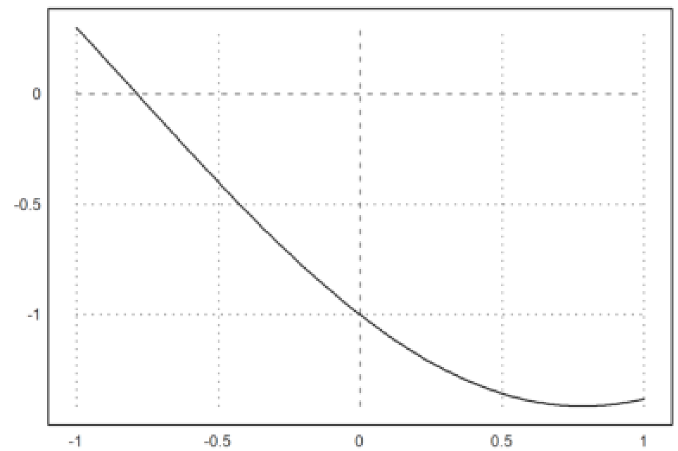
```
>plot2d("sin(x)/x",-pi,pi); plot2d(0,1,>points,style="ow",>add):
```




```
>$showev('limit(cos(2*x)/(sin(x) - cos (x)),x,0))
```

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos\left(2\,x\right)}{\sin x-\cos x}=-1$$

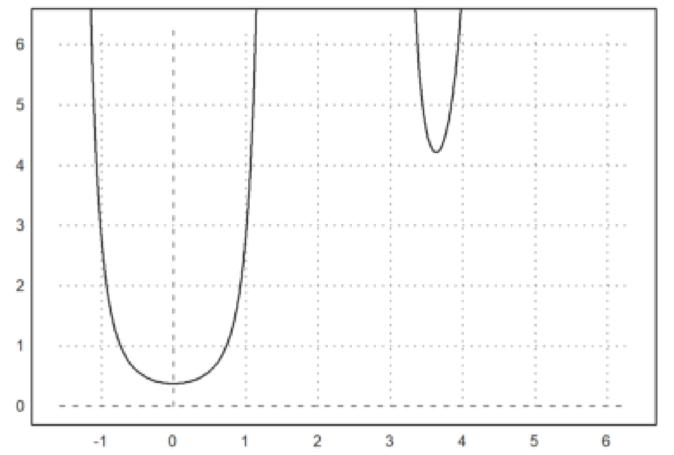
```
>plot2d("cos(2*x)/(sin(x) - cos (x))",-1,1):
```




```
>$showev('limit((3*x*tan(x))/(1-cos(4*x)),x,0))
```

$$3\left(\lim_{x\to 0}{\frac{x\,\tan x}{1-\cos \left(4\,x\right)}}\right)=\frac{3}{8}$$

```
>plot2d("(3*x*tan(x))/(1-cos(4*x))",-pi/2,2pi,0,2pi):
```



6
5
4
3
2
1
0
-1
0
1
2
3
4
5
6

2. Limit Fungsi Eksponensial

limit fungsi eksponensial adalah nilai yang didekati oleh sebuah fungsi eksponensial saat variabel inputnya mendekati suatu nilai tertentu. Fungsi eksponensial melibatkan bentuk fungsional seperti aˆx, dengan a sebagai basis dan x sebagai eksponen.
Misalnya, limit fungsi eksponensial saat x mendekati suatu nilai tertentu c dapat dinyatakan sebagai:

$$\lim_{x\to c} a^x = a^c$$

Ini berarti bahwa saat x mendekati c, nilai dari fungsi eksponensial aˆx akan mendekati nilai aˆc.
Limit fungsi trigonometri dan limit fungsi eksponensial memiliki beragam sifat dan properti yang dapat digunakan dalam analisis matematika. Mereka juga sering digunakan dalam pemodelan dan aplikasi ilmu pengetahuan yang melibatkan perubahan atau pertumbuhan yang berkaitan dengan sudut atau eksponensial.

```
>$showev('limit((1+2/(3*x))^(5*x),x,inf))
```

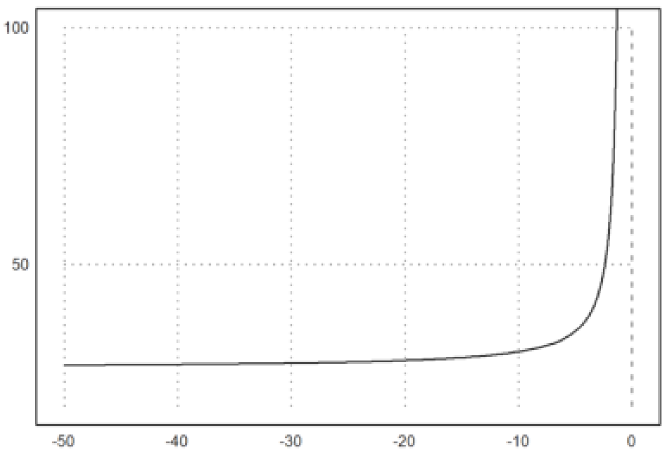
$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2}{3\,x}+1\right)^{5\,x}=e^{\frac{10}{3}}$$

Penyelesaian limit fungsi eksponensial tersebut:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{3x}\right)^{5x} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{3x}\right)^{5x\cdot\frac{3}{3}}$$
$$= \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{3x}\right)^{3x\cdot\frac{5}{3}} = \left[\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{3x}\right)^{3x}\right]^{\frac{5}{3}}$$
$$= \left[\lim_{3x\to\infty}\left(1+\frac{2}{3x}\right)^{3x}\right]^{\frac{5}{3}} = \left[\lim_{y\to\infty}\left(1+\frac{2}{y}\right)^{y}\right]^{\frac{5}{3}}$$
$$(e^2)^{\frac{5}{3}} = e^{\frac{10}{3}}$$

JADI TERBUKTI PENYELESAIAN LIMIT FUNGSI EKSPONENSIAL TERSEBUT

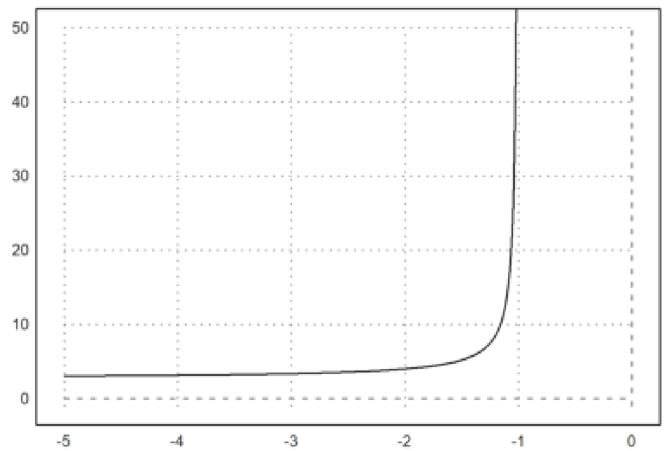
```
>plot2d("(1+2/(3*x))^(5*x)",-50,0,20,100):
```




```
>$showev('limit((1+1/x)^x,x,inf))
```

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x}+1\right)^{x}=e$$

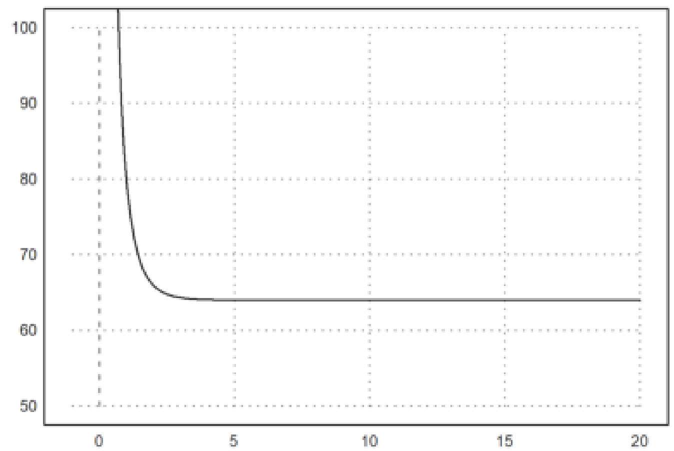
```
>plot2d("(1+1/x)^x",-5,0,-1,50):
```




```
>$showev('limit((2^(4*x)+2^(6*x))^(1/x),x,inf))
```

$$\lim_{x\to\infty}\left(2^{6\,x}+2^{4\,x}\right)^{\frac{1}{x}}=64$$

```
>plot2d("(2^(4*x)+2^(6*x))^(1/x)",-1,20,50,100):
```



100
90
80
70
60
50
0
5
10
15
20

>

3. Limit Fungsi Logaritma

limit fungsi logaritma adalah nilai yang didekati oleh sebuah fungsi logaritma saat variabel inputnya mendekati suatu nilai tertentu. Fungsi logaritma melibatkan logaritma basis a dari x, yang ditulis sebagai log_a(x).
Misalnya, untuk fungsi logaritma alami (basis e), kita dapat menyatakan limit fungsi logaritma saat x mendekati suatu nilai tertentu c sebagai:

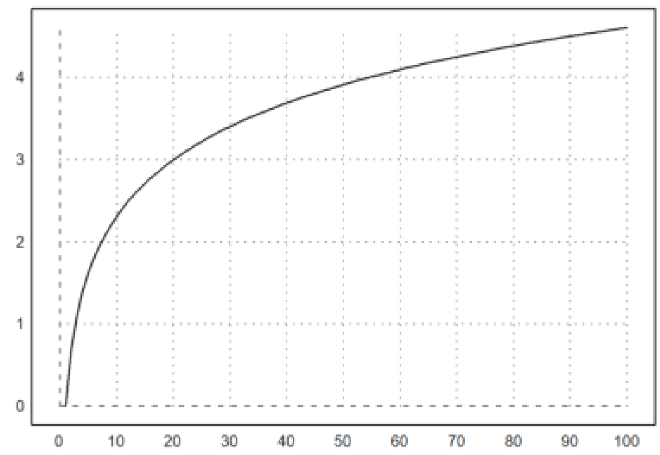
$$\lim_{x \to c} ln(x) = ln(c)$$

Ini berarti bahwa saat x mendekati c, nilai logaritma natural dari x akan mendekati logaritma natural dari c.
i dan limit fungsi eksponensial memiliki beragam sifat dan properti yang dapat digunakan dalam analisis matematika. Mereka juga sering digunakan dalam pemodelan dan aplikasi ilmu pengetahuan yang melibatkan perubahan atau pertumbuhan yang berkaitan dengan sudut atau eksponensial.

```
>$showev('limit(log(x), x, minf))
```

$$\lim_{x \to -\infty} \log x = infinity$$

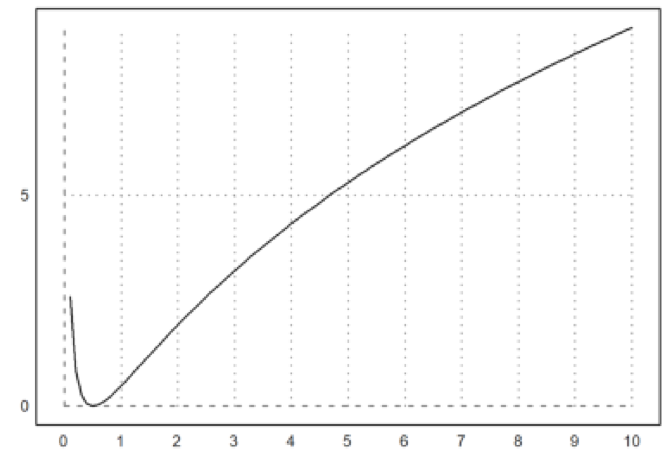
```
>plot2d("log(x)",0,100):
```




```
>$showev('limit((log(2*x))^2,x,2))
```

$$\lim_{x\to 2}\log^2\left(2\,x\right)=\log^2 4$$

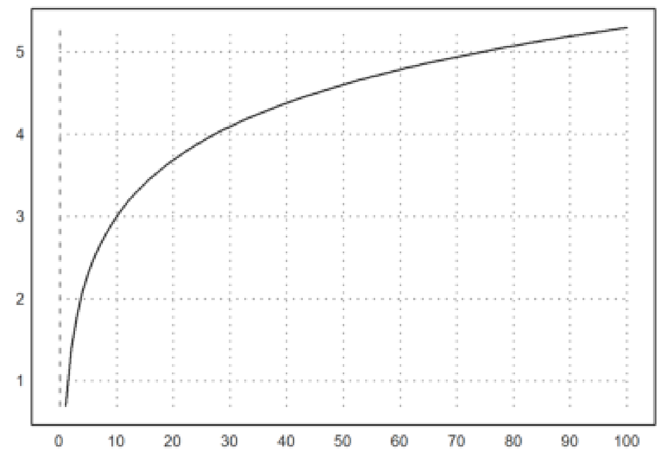
```
>plot2d("log(2*x)^2",0,10):
```




```
>$showev('limit(log(2*x), x, 0))
```

$$\lim_{x\to 0}\log\left(2\,x\right)=\mathit{infinity}$$

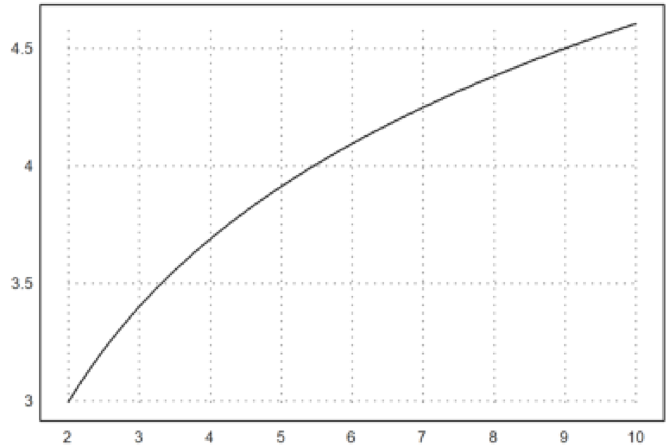
```
>plot2d("log(2*x)",0,100):
```




```
>$showev('limit(log(10*x), x, 10))
```

$$\lim_{x\to 10}\log\left(10\,x\right)=\log 100$$

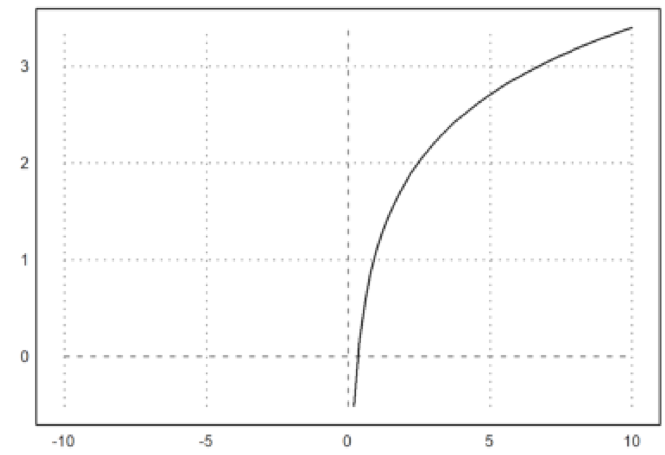
```
>plot2d("log(10*x)",2,10):
```




```
>$showev('limit(log(3*x),x,0))
```

$$\lim_{x\to 0}\log\left(3\,x\right)=\mathit{infinity}$$

```
>plot2d("log(3*x)",-10,10):
```



3
2
1
0
-10
-5
0
5
10