

컴퓨터 그래픽스

3. 2차원 그래픽스의 변환

2020년 2학기

학습 내용

- 2차원 그래픽스 변환
 - 기본 변환: 이동, 회전, 신축
 - 그 외, 반사, 밀림

기본 기하 변환

- 기본 기하 변환
 - 이동 (Translation)
 - 회전 (Rotation)
 - 신축 (크기 변환, Scale)
- 동차좌표계를 이용하여 변환 적용 (2차원 → 3x3 행렬 사용)

기본 기하 변환: 이동

- Translation (이동)

- 좌표계의 한 곳에서 다른 곳으로 직선 경로를 따라 객체의 위치를 바꾸는 것
- 객체의 크기나 모양, 방향 등은 바뀌지 않는다.

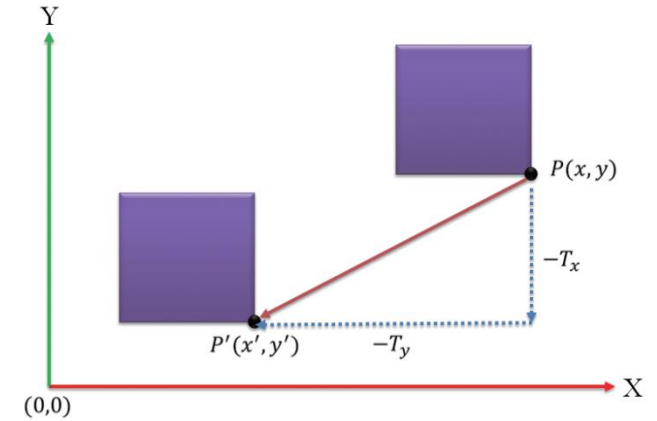
- $P(x, y) \rightarrow P'(x', y')$

$$x' = x + t_x \quad y' = y + t_y$$

(t_x, t_y) : 이동 벡터 (translation vector)

행렬을 사용하면

$P' =$



기본 기하 변환: 신축

- Scaling (신축, 확대/축소)

- 객체의 크기를 확대/축소 시킨다.
- 객체의 크기뿐 아니라 기준점 (원점)으로부터의 위치도 비율에 따라 변한다.
- $P(x, y) \rightarrow P'(x', y')$

$$x' = s_x \bullet x$$

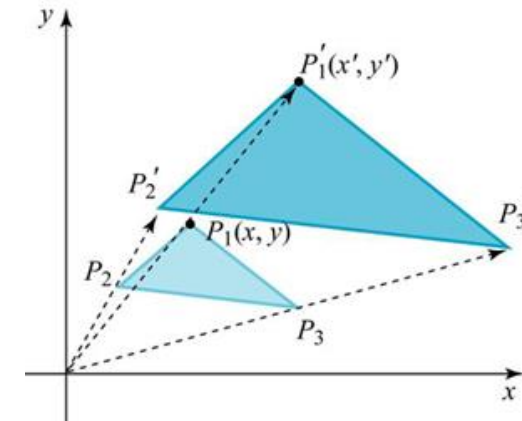
$$y' = s_y \bullet y$$

(s_x, s_y) : 신축률 (scaling factor)

행렬을 사용하면

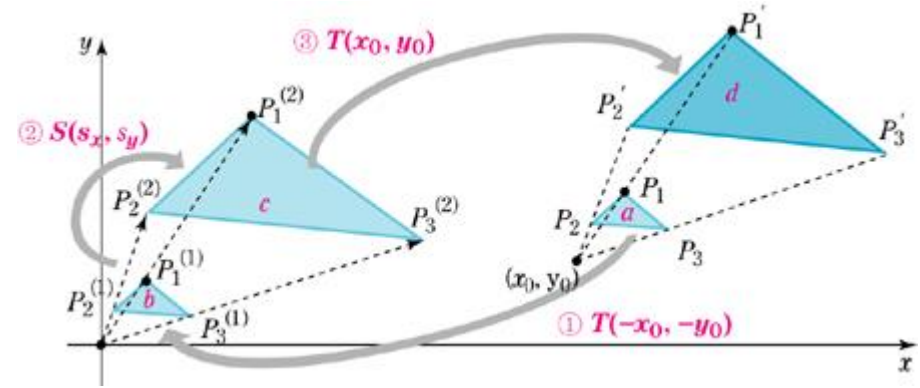
$P' =$

- $s > 1$:
- $s = 1$:
- $0 < s < 1$:
- $s < 0$:



기본 기하 변환: 신축

- 임의의 점 (x_0, y_0) 에 대하여 신축률 (s_x, s_y) 만큼 신축
 - 신축 기준점을 원점이 되도록 객체를 이동: $T(-x_0, -y_0)$
 - 원점에 대하여 신축: $S(s_x, s_y)$
 - 제자리로 이동: $T(x_0, y_0)$



기본 기하 변환: 회전

- Rotation (회전)

- xy평면에서 원 경로를 따라 객체를 재배치
- 객체의 모양 변화는 없이 객체가 놓여있는 방향이 변한다.
- $P(x, y) \rightarrow P'(x', y')$

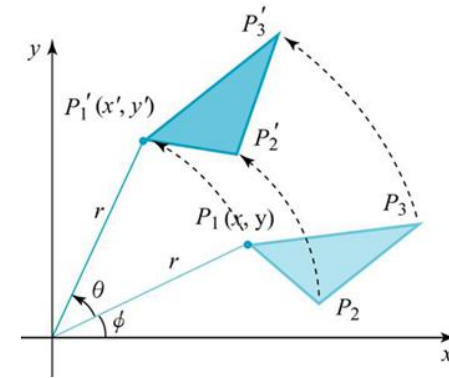
- $x' = r\cos(\Phi+\theta) = \underline{r\cos\Phi}\cos\theta - \underline{r\sin\Phi}\sin\theta = x\cos\theta - y\sin\theta$

- $y' = r\sin(\Phi+\theta) = \underline{r\cos\Phi}\sin\theta + \underline{r\sin\Phi}\cos\theta = x\sin\theta + y\cos\theta$

회전각 : θ , 회전점 (Pivot Point): (x_r, y_r)

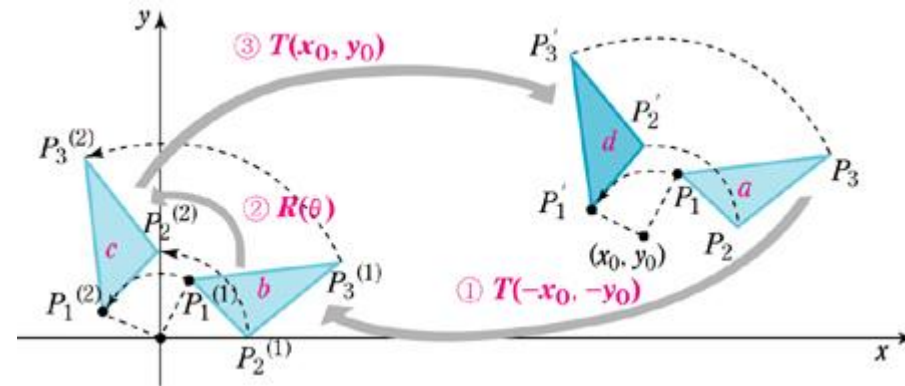
- 행렬을 사용하면

$P' =$



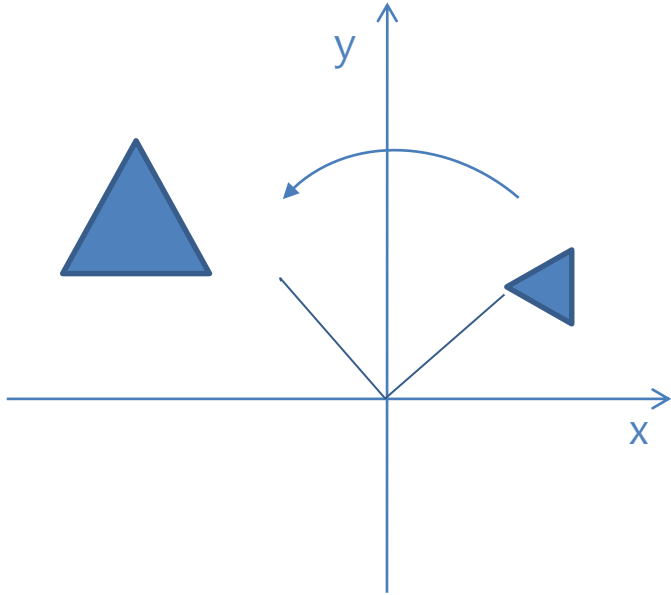
기본 기하 변환: 회전

- 임의의 점 (x_0, y_0) 에 대하여 θ 만큼 회전
 - 회전 중심점이 원점이 되도록 객체를 이동: $T(-x_0, -y_0)$
 - 원점을 중심으로 θ 만큼 회전: $R(\theta)$
 - 반대 방향으로 이동: $T(x_0, y_0)$



기본 기하 변환

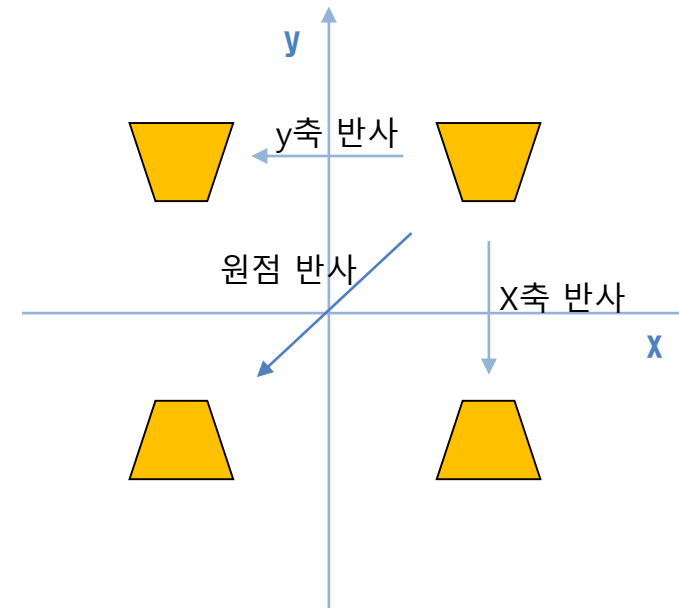
- 기하 변환 예)



- 시계반대방향으로 90도, 2배 스케일
- 삼각형 좌표값 (5, 7) (10, 5) (8, 10)
→ 변환 좌표값은?

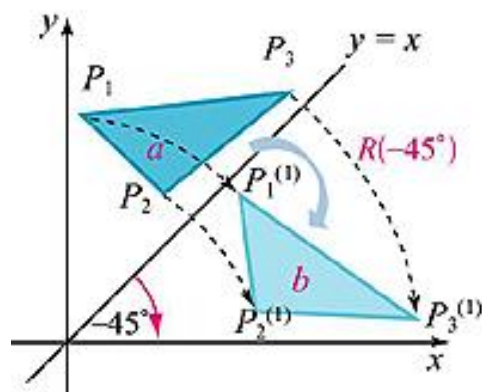
기타 기하 변환: 반사

- Reflection (반사): 거울 영상
 - 고정점에 대하여 객체가 반대방향으로 변환되는 것
 - $y=0$ (x축)에 대하여 반사
 - y 좌표값 부호 변경
 - $x=0$ (y축)에 대하여 반사
 - x 좌표값 부호 변경
 - 원점 (0,0)에 대하여 반사
 - 모두 변경

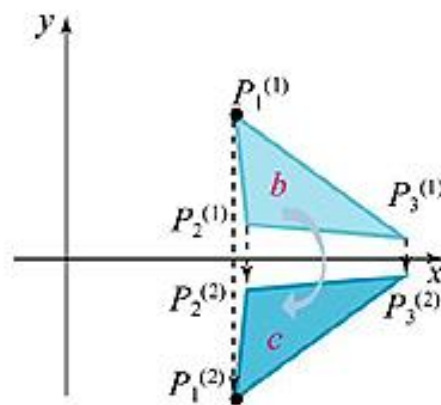


기타 기하 변환: 반사

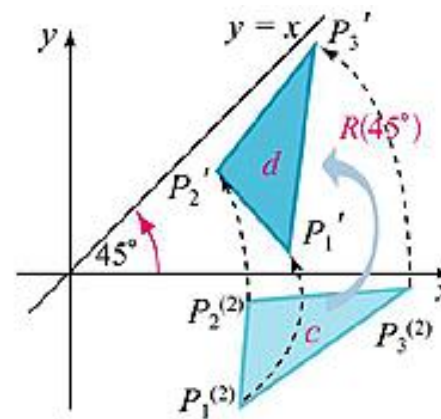
- $y = x$ 에 대한 반사
 - 시계방향으로 45° 회전
 - X축에 대하여 반사
 - 시계 반대 방향으로 45° 회전
- $y = -x$ 에 대한 반사



(a) 다각형과 반사축을 회전



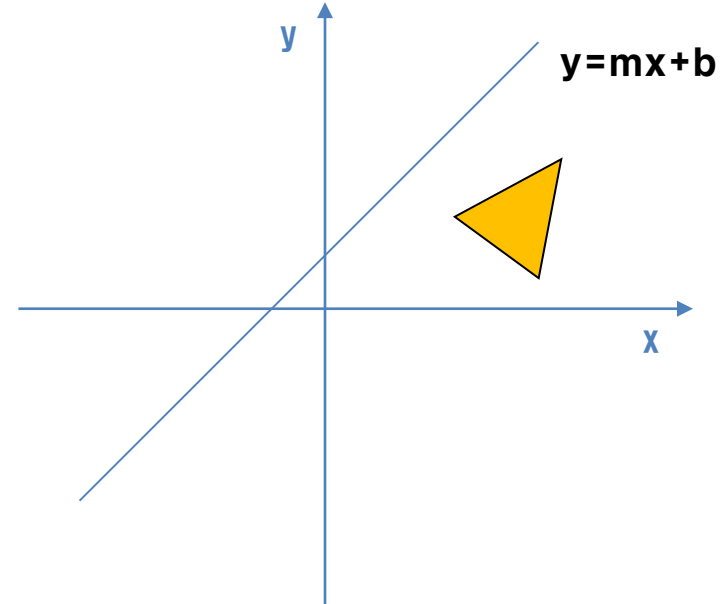
(b) 반사축을 기준으로 반사



(c) 반대방향으로 회전

기타 기하 변환: 반사

- $y = mx + b$ 에 대하여 반사



- 예) $y = 1.732x + 2$ 직선에 대하여 선분 (0, 5) (8, 2) 반사 ($1.732 = 3/\sqrt{3}$)

기타 기하 변환: 밀림

- 밀림 (Shearing)
 - 2차원 평면상에서 객체의 한 부분을 고정시키고 다른 부분을 밀어서 생기는 변환
 - 고정된 지점에서 멀수록 밀리는 거리가 커진다. (고정된 지점과의 거리에 비례하여 밀리는 경우가 결정된다)

- x축에 대한 밀림:

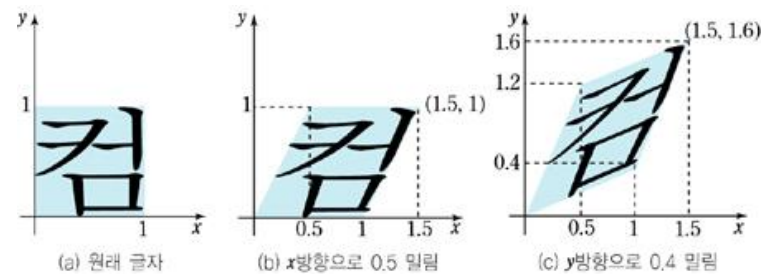
$$\begin{aligned} x' &= x + h_x \bullet y && (h_x: \text{밀림 비율}) \\ y' &= y \end{aligned}$$

- y축에 대한 밀림:

$$\begin{aligned} x' &= x \\ y' &= y + h_y \bullet x && (h_y: \text{밀림 비율}) \end{aligned}$$

- 행렬을 사용하면,

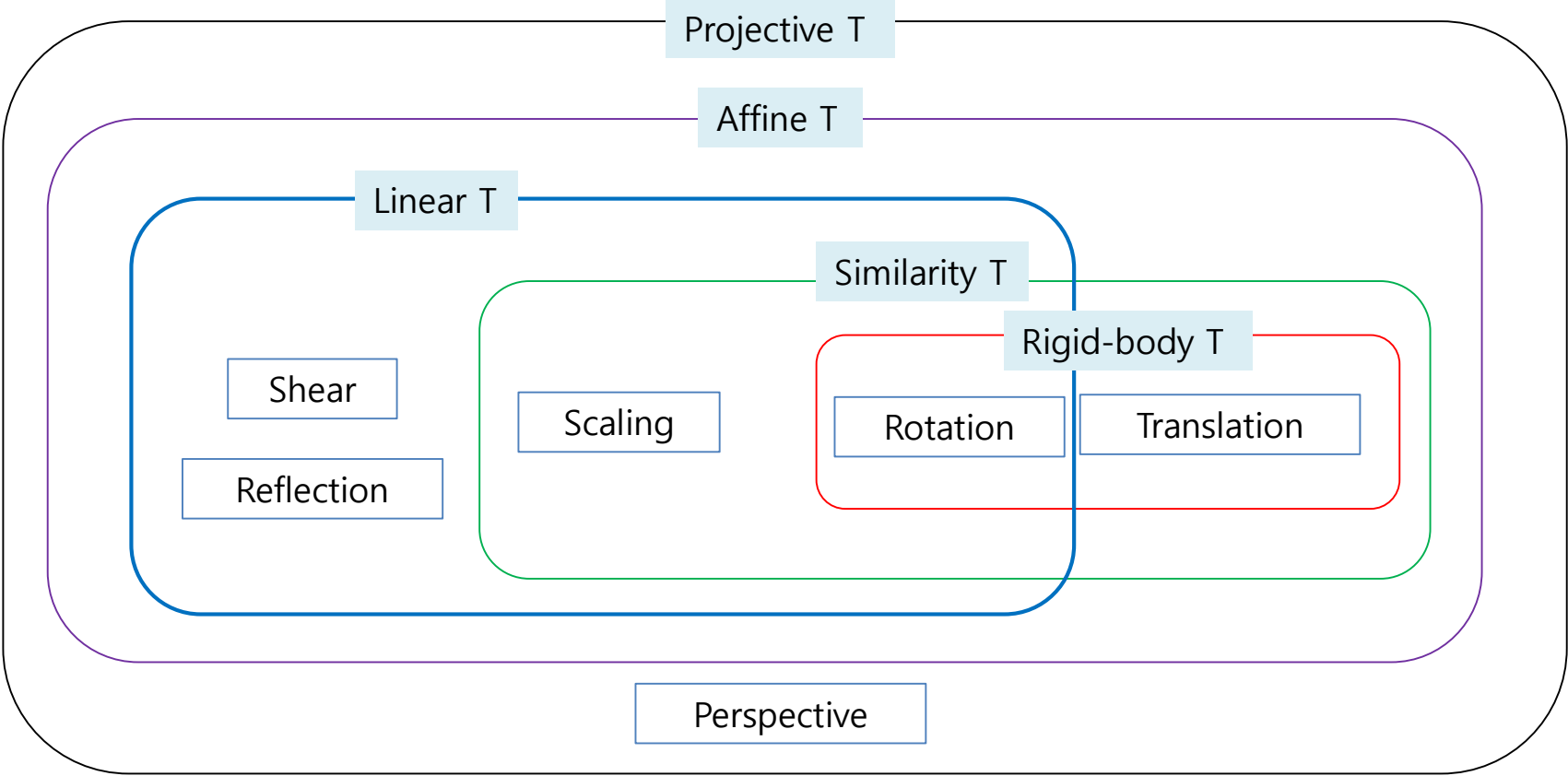
P' =



변환 유형

- 강체 변환 (Rigid-body Transformation): 크기와 각도 보존
 - 이동, 회전 변환
- 유사 변환 (Similarity Transformation): 모양이 유사한 변환
 - 이동, 회전, 신축
- 선형 변환 (Linear Transformation): 선형성을 보존하는 변환
 - 선형성: 벡터 공간에서 다음의 연산성질을 보존하며 사상하는 변환
 - $T(u+v) = T(u) + T(v)$
 - $T(cu) = cT(u)$
 - 회전, 신축, 반사, 밀림
 - 이동 변환은 선형 변환이 아님
- 어파인 변환(Affine Transformation): 직선, 길이의 비, 평행성을 보존하는 변환
 - 이동, 회전, 신축, 반사, 밀림
- 원근 변환 (Projective Transformation): 원근감을 표시하는 변환
 - 투영 변환

변환 유형



이번 주에는

- 컴퓨터 그래픽스 개요
 - 그래픽스 발전
 - 컴퓨터 그래픽스 시스템
- 2차원 그래픽스 기본 요소
 - 점, 선, 원 그리기
 - 영역 채우기
 - 앨리어싱
- 2차원 그래픽스 변환
 - 기본 변환: 이동, 회전, 신축
 - 기타 변환: 반사, 밀림
- 다음 주에는
 - 윈도우와 뷰포트
 - 클리핑
 - 3차원 그래픽스 변환, 투영