

\*\*\*\*\*作业电子版发送到指定邮箱\*\*\*\*\*

**题目 1:** 假设  $L_1, L_2, \dots, L_k$  是定义在字符集  $\Sigma$  上的语言集合, 并且

(1) 对于任意  $i \neq j$ , 我们有  $L_i \cap L_j = \emptyset$ ; (2)  $L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_k = \Sigma^*$ ;

(3) 每个  $L_i$  都是递归可枚举的。证明: 每个  $L_i$  都是递归的。

**题目 2:** 证明  $L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ 是图灵机}, L(M) = \{ww^R \mid w \text{ 是 } 0, 1 \text{ 字符串}\}\}$  是不可判定的,  $w^R$  是  $w$  的逆序字符串。

**题目 3:** 证明  $L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ 是图灵机}, L(M) = (L(M))^R, \text{ 即若 } w \in L(M) \text{ 有 } w^R \in L(M)\}$  不可判定, 进一步证明是非递归可枚举的。

**题目 4:** 证明  $L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ 是图灵机}, L(M) = \Sigma^*\}$  不可判定。

**题目 5:** 证明  $L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ 是图灵机}, L(M) \text{ 是无穷的}\}$  不可判定。

**题目 6:** 令问题集合  $L = \{\langle M \rangle \mid M \text{ 在所有输入上均停机}\}$ 。(1) 利用 Rice 定理证明  $L$  不可判定; (2) 证明  $L$  非递归可枚举 (提示: 利用归约技术); (3) 证明  $\bar{L}$  非递归可枚举 (提示: 利用归约技术)。

**题目 7:** 如果波斯特对应问题的字母表只包含一个字符, 如  $\Sigma = \{1\}$ , 该问题是否可判定, 如不可判定给出证明, 否则给出算法。