

*****作业电子版发送到指定邮箱*****

题目 1: 请证明下列结论, 其中 A, B, C 代表某一语言或者问题, P 和 NP 是时间复杂性类。

- (1) 如果 $A \leq_p B$ 且 $B \leq_p C$, 那么有 $A \leq_p C$;
- (2) 若 $A \leq_p B$, 则由 $B \in P$ 可知 $A \in P$, 由 $A \notin P$ 可知 $B \notin P$;
- (3) 若 $A \leq_p B$, 则由 $B \in NP$ 可知 $A \in NP$, 由 $A \notin NP$ 可知 $B \notin NP$;
- (4) 若 $A \in P$ 并且 B 是一个非平凡问题 (即 $B \neq \emptyset$ 且 $B \neq \Sigma^*$), 那么有 $A \leq_p B$ 。
- (5) 如果 A 和 B 均是 NP-完全问题, 那么 $A \leq_p B$ 。
- (6) 如果 A 是 NP-完全问题并且 $A \in P$, 那么 $P = NP$ 。

题目 2: 证明团问题是 NP-完全问题。

题目 3: 证明顶点覆盖问题是 NP-完全问题。

题目 4: 证明旅行商问题是 NP-完全问题。

题目 5: 证明永真式问题是 CoNP-完全问题。

题目 6: 布尔表达式 $(x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \vee (y)$ 是否可满足, 如果是请给出一个具体的赋值, 如果否请说明理由。

题目 7: (1) $x \wedge y \wedge z \wedge w \wedge (\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{z}) \wedge (\bar{y} \vee \bar{z}) \wedge (x \vee \bar{w}) \wedge (y \vee \bar{w}) \wedge (z \vee \bar{w})$ 包含几个子句? (2) 它是否可满足, 如果是请给出赋值, 如果否请说明理由。如果不可满足, 最多能满足几个子句?

题目 8: 证明 Max2SAT 问题是 NP 完全问题。

题目 9: 构造 $3SAT \leq_p CNF-SAT$ 来证明 CNF-SAT 是 NP 难问题。

题目 10: 将如下布尔表达式转换为 3CNF 形式, 使转换前后的表达式在是否可满足上保持一致。

$$(1) (x \vee y) \wedge z \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z \vee a \vee b \vee \bar{c})$$

$$(2) x \wedge y \vee \bar{x} \wedge z$$

计算理论作业-伍 姓名:_____ 学号:_____

题目 11: 4TA-SAT 问题定义如下: 给定布尔表达式 φ , φ 是否至少有 4 个不同的可满足赋值。证明该问题是 NP-完全问题。

题目 12: 半团问题: 图 G 是否有一个由 G 中恰好一半顶点组成的团? 证明半团问题是 NP 完全问题。