20171004366

Universidad Nacional Autónoma de Honduras.

MM-420 Matemática Discreta.

Tarea U.III

13/12/20.

Sofía Gineth Valladares.

1. Sean $a,b,c,d \in Z^+$. Demuestre que si $[(a|c) \wedge (b|d)] \Rightarrow ab|cd$.

Si $[(a|c) \wedge (b|d)] \Rightarrow ab|cd$

$$\left.\begin{array}{l} \cdot\ \frac{c}{a} = a|c \\ \cdot\ \frac{d}{b} = b|d \end{array}\right\} \frac{cd}{ab} = ab|cd$$

2. Sea K cualquier número entero ~~(par)~~ impar. Demuestre que el número K^2-1 es divisible por $\frac{K-1}{2}+1$

K es impar $\Rightarrow K = 2n+1$

$K^2-1 = (2n+1)^2 - 1 = 4n^2 + 4n + 1 - 1 = 4n(n+1)$

$4|4$ y $2|n(n+1)$

$\Rightarrow 4 \cdot 2 | 4 \cdot n(n+1)$

$8|\underline{4n(n+1)}_{\to K^2-1}$ $\Rightarrow$ $\underline{8|4n(n+1)}$?

3. Sean $a,b,c \in \mathbb{Z}$

a) Encuentre tres valores para a, b, c tal que $19|(10a+20b+8c)$

Primer valor.	Segundo Valor	Tercer Valor.
$a=1, b=1, c=1$	$a=2, b=2, c=2$	$a=3, b=3, c=3$
$\Rightarrow 19|(10(1)+20(1)+8(1))$	$19|(10(2)+20(2)+8(2))$	$19|(10(3)+20(3)+8(3))$
$\Rightarrow 19|38$	$19|76$	$19|114$
$19|38(2)$.	$19|76$	$19|114(6)$
	$19|76(4)$	

20171004366

b. Demuestre que si $19|(10a+20b+8c) \Rightarrow 19|(29a+b+27c)$.

$19|(10a+20b+8c) \Rightarrow 19|(20a+40+76c)$

$19|(19a+19b+19c)$ para que $19|(19a+19b+19c)-$

$(20a+40b+b+76c)$

$\therefore 19|(10a+20b+8c) \Rightarrow 19|(-a-21b+3c)$

$19|(-a-21b+3c) \neq 19|(29a+b+27c)$

4. Determine el cociente q, residuo r para cada uno de los siguientes casos, donde a es el dividendo y b es el divisor.

a) $a=0, b=40$

a= dividendo

b= divisor.

$0=2(40)-80$ donde $0 \leq -80 < 40$

- cociente = 2
- residuo = -80

b) $a=-115, b=15$

$-115=(-8)15+5$ donde $0 \leq 5 < 15$

- cociente = -8
- residuo = 5

5) Para cada una de las duplas siguientes $a, b \in \mathbb{Z}^+$, determine mcd(a,b) mediante el algoritmo de Euclides y expréselo como una combinación lineal de a, b. Además calcule el mcm(a,b)

a) 8534, 5468

$\longrightarrow$

20171004366.

a) 8534, 5468

$8534 = 5468 * 1 + 3066$

$5468 = 3066 * 1 + 2402$

$3066 = 2402 * 1 + 664$

$2402 = 664 * 1 + 410$

$664 = 410 * 1 + 254$

$410 = 254 * 1 + 156$

$254 = 156 * 1 + 98$

$156 = 98 * 1 + 58$

$98 = 58 * 1 + 40$

$58 = 40 * 1 + 18$

$40 = 18 * 2 + 4$

$18 = 4 * 4 + 2$

$4 = \underline{2} * 2 + 0$

$\therefore \text{mcd}(8534, 5468) = 2$

$\text{mcm}(8534, 5468) = 2^2 \cdot 17 \cdot 251 \cdot 1{,}367$

$\text{mcm}(8534, 5468) = 23{,}331{,}956$

b) 639, 723

$723 = 639 \cdot 1 + 84$

$639 = 84 \cdot 7 + 51$

$84 = 51 \cdot 1 + 33$

$51 = 33 \cdot 1 + 18$

$33 = 18 \cdot 1 + 15$

$18 = 15 \cdot 1 + 3$

$15 = \underline{3} \cdot 5 + 0$

$\therefore \text{mcd}(639, 723) = 3$

$\text{mcm}(639, 723) = 3^2 \cdot 71 \cdot 241$

$\text{mcm}(639, 723) = 153{,}999$

Escaneado con CamScanner

20171004366

6) Escriba cada uno de los siguientes números como un producto de primos.

a) 7114800

7114800	2
3557400	2
1778700	2
889350	2
444675	3
148225	5
29645	5
5929	7
847	7
121	11
11	11
1	

$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 11^2$

b) $14! = 87,178,291,200$

87,178,291,200	2
43589145600	2
21794572800	2
1089728 6400	2
5448643200	2
2724321600	2
1362160800	2
681080400	2
340540200	2
170270100	2
85135050	2
42567525	3
14189175	3
4729725	3
1576575	3
525525	3
175175	5

35035	5
7007	7
1001	11
91	13
7	7
1	

$2^{11} \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$

Escaneado con CamScanner

7) Una bodega posee camiones de tipo A que transportan 3,500 litros cada uno y camiones de tipo B que transportan 1,500 litros cada uno. En cada recorrido de entrega, para mejorar la eficacia de los recursos se exisge que cada camión debe transportar su máxima capacidad. Si la bodega debe entregar un pedido de 81,000 litros, 20171004366

a) ¿Puede hacerlo?, ¿Por qué?

b) En caso de ser posible,
i) ¿cuantos camiones de cada tipo se ocupan?

ii) ¿cuántos camiones se ocupan si deben utilizar por lo menos 10 camiones del tipo B en la entrega?

20171004366

8) Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ donde $f(x) = x^2 - 1$. Determine $f(A)$ para los siguientes subconjuntos A tomados del dominio $\mathbb{R}$.

a) $A = \{2, 4, 6\}$

$a = \{2, 4, 6\}$

$h = \{(2, f(2)), (4, f(4)), (6, f(6))\}$ → $h = \{(2,3), (4,15), (6,35)\}$.

$f(2) = 3$, $f(6) = 35$

$f(4) = 15$

b) $(-4, 4)$

$B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

$f = \{(-3, f(-3)), (-2, f(-2)), (-1, f(-1)), (0, f(0)), (1, f(1)), (2, f(2)), (3, f(3))\}$

$f = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, 1), (1, 0), (2, 3), (3, 8)\}$.

c) $[-10, 1]$

$f(-10) = 99$, $f(-9) = 80$, $f(-8) = 63$, $f(-7)$ 48, $f(-6) = 35$, $f(-5) = 24$, $f(-4) = 15$,

$f(-3) = 8$, $f(-2) = 3$, $f(-1) = 0$, $f(0) = 1$, $f(1) = 0$

$g = \{(-10, 99), (-9, 80), (-8, 63), (-7, 48), (-6, 35), (-5, 24), (-4, 15), (-3, 8),$
$(-2, 3)(-1, 0), (0, 1), (1, 0)\}$.

9) Si $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2, 4\}$ y $B = \{3, 4, 5\}$, dé ejemplos de

a) tres relaciones no vacías de A en B.

b) tres relaciones binarias no vacías en B.

a) $A * B = \{(1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (2,4), (2,5), (4,3), (4,4),$
$(4,5)\}$.

1) $\{(1, 3), (2, 5), (4, 3)\}$

2) $\{(2, 4)\}$

3) $\{(1,3), (2,3)\}$

b) $B * B = \{(3,3), (3,4), (3,5), (4,3), (4,4), (4,5), (5,3), (5,4),$
$(5,5)\}$

1) $\{(3,3), (3,5), (4,3)\}$

2) $\{(4,3), (5,3)\}$

3) $\{(4,4)\}$.

20171004366.

10) Sean $A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{w,x,y,z\}$, $C=\{4,7,a,b,c\}$ y $D=\{11,12,13,14\}$.

a) Enumere tres funciones de A en B.

$A\times B=\{(1,w),(1,x),(1,y),(1,z),(2,w),(2,x),(2,y)(2,z),(3,w),(3,x),(3,y),(3,z),(4,w),(4,x),(4,y),(4,z),(5,w),(5,x)(5,y)(5,z)\}$

1) $\{(3,x)(1,x),(4w)\}$

2) $\{(2,w),(4,z)(5,w),(3,x)\}$

3) $\{(2,y),(1,y)\}$

b) ¿Cuantas funciones $f:B\to A$ existen?

$|A|=5$

$|B|=4$

$A^B=5^4=625$ → 625 funciones existen.

c) ¿Cuantas funciones $f:B\to C$ son uno a uno?

$|B|=4$

$|C|=5$

$P(B,C)=P(4,5)=4\times5=20$ → 20 funciones existen.

d) ¿Cuantas funciones $f:C\to D$ son sobreyectivas?

$|C|=5$

$|D|=4$

$\sum_{k=0}^{3}(-1)^k\binom{4}{4-k}(4-k)^5$ → $=1{,}024-972+192-4$

$=240$

240 funciones existen

11) De cada una de las siguientes funciones $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$, determine cuales de ellas son uno a uno y cuales son sobreyectivas.

a) $f(x)=x^2+1$

$h(1)=(2)^2+1=2$

$h(-1)=(-1)^2+1=2$

∴ Función uno a uno

b) $=f(x)=x^2-x$

$h(1)=(1)^2-(1)=0$

$h(-1)=(-1)^2-(-1)=2$

∴ Sobreyectiva.

12) Suponga que 400 personas viven en una región demuestre que al menos dos de ellas cumplen años en un mismo día del año. 20171004366

$m = 400$
$n_1 = 365$
$n_2 = 366$

Si $m > n \Rightarrow$ al menos 2 personas cumplen años un mismo día al año.

$m > n_1$	$m > n_2$
$400 > 365$	$400 > 366$

$\therefore$ 2 personas cumplen años el mismo día.

13) Sean $f, g, h: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ definidas por $f(x) = x-1$, $g(x) = 2x$, $h(x) = x^2-1$.

Determine.

a) $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ h$, $h \circ f$, $f \circ (g \circ h)$, $(f \circ g) \circ h$

1) $f \circ g = 2x - 1$
2) $g \circ f = 2x - 2$
3) $h \circ f = x^2 - 2x = x(x-2)$
4) $f \circ h = x^2 - x = x(x-1)$
5) $f \circ (g \circ h) = 2x^2 - 3$
$g \circ h = 2x^2 - 2$
6) $(f \circ g) \circ h = 2x^2 - 3$
$f \circ g = 2x - 1$

Escaneado con CamScanner

2017004366

b) h^2, g^3, f^4

$\underline{h^2}$

$x^4 - 2x^2$

$\Rightarrow h^2 = x^2(x^2-2)$

$\underline{g^3}$

$g \circ g^2 = g^2 = 4x$

$g \circ 4x = 8x$

$\Rightarrow g^3 = 8x$

$\underline{f^4}$

$f \circ f^3 = f \circ (f \circ f^2) = x - 4$

$f^2 = x - 2$

$\Rightarrow f_3 = x - 3$

14) Determine f^{-1} para

a) $f: \mathbb{R} \to R \; f(x) = 3x+2$

$y = 3x + 2$

Sea $x \to y$.

$x = 3y + 2$

$3y + 2 = x$

$3y = x - 2$

$\to y = \frac{x-2}{3}$

b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \; f(x) = e^{3x}$

$y = e^{3x}$

Sea $x \to y$

$x = e^{3y}$

$e^{3y} = x$

$\ln(y) = 3x$

20171004366.

15) Determine $f^{-1}(-1)$, $f^{-1}(0)$ y $f^{-1}(1)$ para $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x-7 & x \leq 0 \\ 2x+3 & 0 \leq x < 5 \\ x+1 & x \geq 5 \end{cases}$$

$\cdot\ f^{-1}(-1)$	$\cdot\ f^{-1}(0)$	$\cdot\ f^{-1}(1)$
$y = x-7$	$y = 2x+3$	$y = 2x+3$
$x = y-7$	$x = 2y+3$	$x = 2y+3$
$-1 = y-7$	$0 = 2y+3$	$1 = 2y+3$
$y-7 = -1$	$\frac{-3}{2} = y$	$-2 = 2y$
$y = -1+7$	$y = \frac{-3}{2}$	$\frac{-2}{2} = y$
$y = 6$		$y = -1$