Universidad Nacional Autónoma de Honduras
Escuela de Matemáticas y
Ciencias de la Computación
MM1420 Mat. Discreta.

Sofia Gineth Valladares Videa.
20171004366.
0800

1. Determine el valor de n en cada uno de los siguientes casos:

a) $P(n,2) = 12$.

$P(n,2) = \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}}$

$= n(n-1) = n^2 - n$

$= n^2 - n = 12$

$n = 4 \quad n = -3$

$\Rightarrow n = 4$

b) $P(n,3) = 5(P(n,2))$

- $P(n,3) = \frac{n!}{(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cancel{(n-3)!}}{\cancel{(n-3)!}} = n(n-1)(n-2)$

$= n^3 - 3n^2 + 2n$

- $P(n,2) = n^2 - n$

$\Rightarrow$ Sustituyendo.

$n^3 - 3n^2 + 2n = 5(n^2 - n)$

$n^3 - 3n^2 + 2n = 5n^2 - 5n$

$n^3 - 3n^2 + 2n - 5n^2 + 5n = 0$

$n^3 - 8n^2 + 7n = 0$

$n = 0, n = 1, n = 7$

2. Para preparar un licuado de fruta en una tienda, se puede hacer con las siguientes opciones:

- 3 tipos de leche (descremada, deslactosada, entera).
- 6 tipos de frutas.
- Con o sin azucar.

¿Cuántas formas diferentes hay para preparar un licuado?

$3 \times 6 \times 2 = 36$ formas diferentes.

3. ¿Cuántos enteros positivos n se pueden formar con los digitos 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7 si queremos que n sea mayor que 5,000,000?

Para que el número sea mayor que 5,000,000 solo puede comenzar con: 5, 6, 7.

$\Rightarrow$ 3, 4, 4, 5, 5, 6, 7 $= \#n = 7$.
(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7)

$6! = 720$ enteros positivos se pueden formar.

4. Reunidos 5 amigos han decidido tomarse algunas fotografias. Se le pide responder las siguientes preguntas:

a) ¿De cuántas maneras pueden posar 3 hombres y 2 mujeres en linea para una fotografia en grupo?

$n = 5 \Rightarrow \dfrac{5!}{3!\,2!} = 10$ formas diferentes.

b). ¿De cuántas maneras pueden colocarse en línea si una mujer debe estar en cada extremo?

$2 \times 3! \times 1 = 12$ formas diferentes.

c) ¿De cuántas maneras si las personas del mismo sexo están juntas.

$2! \times 3! = 12$ formas diferentes

5) ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar con las letras de la palabra REMEMBER?

$\frac{8!}{2!3!2!} = 1{,}680$ formas.

6) Un entrenador de fútbol debe escoger entre 11 jugadores. Si puede elegir entre 1,365 formas. ¿Cuántos jugadores son elegibles?

$\binom{15}{11} = 1{,}365$ entonces 15 jugadores son elegibles.

7) Determine la suma de todos los coeficientes de desarrollo.

a) $(x+y)^{10} \rightarrow \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^{k} \Rightarrow \sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k} x^{10-k} \cdot y^{k}$

$= \binom{10}{0} x^{10-0} \cancel{y^{0}} + \binom{10}{1} x^{10-1} y^{1} + \binom{10}{2} x^{10-2} y^{2} + \binom{10}{3} x^{10-3} y^{3} +$

$+ \binom{10}{4} x^{10-4} y^{4} + \binom{10}{5} x^{10-5} y^{5} + \binom{10}{6} x^{10-6} y^{6} + \binom{10}{7} x^{10-7} y^{7} +$

$+ \binom{10}{8} x^{10-8} y^{8} + \binom{10}{9} x^{10-9} y^{9} + \binom{10}{10} \cancel{x^{10-10}} y^{10}$

$$= \binom{10}{0}x^{10} + \binom{10}{1}x^{9}y^{1} + \binom{10}{2}x^{8}y^{2} + \binom{10}{3}x^{7}y^{3} + \binom{10}{4}x^{6}y^{4} +$$
$$+ \binom{10}{5}x^{5}y^{5} + \binom{10}{6}x^{4}y^{6} + \binom{10}{7}x^{3}y^{7} + \binom{10}{8}x^{2}y^{8} + \binom{10}{9}xy^{9} +$$
$$+ \binom{10}{10}y^{10}$$

$$= (1)x^{10} + (10)x^{9}y + (45)x^{8}y^{2} + (120)x^{7}y^{3} + (210)x^{6}y^{4} + (252)x^{5}y^{5} +$$
$$+ (210)x^{4}y^{6} + (120)x^{3}y^{7} + (45)x^{2}y^{8} + (10)xy^{9} + (1)y^{10}$$

$$= x^{10} + 10x^{9}y + 45x^{8}y^{2} + 120x^{7}y^{3} + 210x^{6}y^{4} + 252x^{5}y^{5} + 210x^{4}y^{6} + 120x^{3}y^{7}$$
$$+ 45x^{2}y^{8} + 10xy^{9} + y^{10}$$

b) $(x+y+z)^3 \rightarrow$ Teorema multinomial.

$$\frac{3!}{1!1!1!} = 6$$

c) $(3x+2y+5w-3z)^3 \rightarrow$ Teorema Multinomial

a) $x^1y^1w^1 = \frac{3}{1!1!1!} = 6(3x)^1(2y)^1(5w)^1 = 180\,xyw$

b) $x^1yz^1 = \frac{3}{1!1!1!} = 6(3x)^1(2y)^1(-3z)^1 = -108\,xyz$

c) $x^1w^1z^1 = 6(3x)(5w)(-3z) = -270\,xwz$

$$= 180xyw - 108xyz - 270\,xwz$$

8: Para x un número real y n un entero positivo, muestre que:

$$1=(2+x)^n-\binom{n}{1}(x+1)(2+x)^{n-1}+\dots+(-1)^n\binom{n}{n}(x+1)^n$$

$$=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}(-1)^k(2+x)^{n-k}(x+1)^k$$

$$=-1^k(2+x)^{n-k}(x+1)^k$$

$$=-(x+1)^k(2+x)^{n-k}$$

$$=(2+\cancel{x}-\cancel{x}-1)^n$$

$$=1^n$$

9: Determine el valor de:

$$\sum_{i=1}^{100}\left(\frac{1}{i+2}-\frac{1}{i+1}\right)\longrightarrow\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{i+2}-\frac{1}{i+1}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{1+2}-\frac{1}{1+1}\right)+\left(\frac{1}{2+2}-\frac{1}{2+1}\right)+\left(\frac{1}{3+2}-\frac{1}{3+1}\right)+\left(\frac{1}{4+2}-\frac{1}{4+1}\right)+$$

$$+\left(\frac{1}{5+2}-\frac{1}{5+1}\right)+\left(\frac{1}{6+2}-\frac{1}{6+1}\right)+\dots+\left(\frac{1}{(n-1)+2}-\frac{1}{(n-1)+1}\right)+\left(\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{7}\right)+\dots+\left(\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{n+2}-\frac{1}{2}\right)$$

Sea $n=100\Rightarrow\frac{1}{(100+2)}-\frac{1}{2}=\frac{-25}{51}\approx-0.490$

10: ¿De cuántas formas es posible distribuir 8 monedas a 3 niños 3 niños si:

a) no hay restricciones:

$CR_8^{3+8-1}=C_8^{10}=45$ formas

b). Cada niño recibe al menos una moneda?

$\underbrace{8-3}_{} = 5$

Cada niño recibe 1.

$\Rightarrow CR_5^{3+5-1} = C_5^7 = 21$ formas

c) El niño mayor recibe al menos dos monedas.

$8-2=6$.

$CR_6^{3+6-1} = C_6^8 = 28$ formas.

11: Determine el número de soluciones enteras de:
$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 25$ tal que

a) $x_i \geq 0,\ 0 \leq i \leq 5$ $\rightarrow$ $n=5$, $r=25$

$= C\binom{n+r-1}{r}$

$= C\binom{5+25-1}{25} = C\binom{29}{25} = 29C25 = 23{,}751$

b) $x_i \geq 5,\ 0 \leq i \leq 5$

Si $x_i \geq 5 \Rightarrow$ ya no podemos repartir 25.

$n=5$, $r=0$ $\rightarrow C\binom{5+0-1}{0} = C\binom{4}{0} = 4C0 = 1$.

c) $x_1, x_2 \geq -2,\ x_3 \geq 1,\ x_4, x_5 \geq 3$

$$\left.\begin{array}{l} \cdot\ 2(-2) = -4 \\ \cdot\ 1 \\ \cdot\ 3(2) = 6 \end{array}\right\} 25-(-4)-1-6 = 22 \Rightarrow \begin{array}{l} n=5 \\ r=22 \end{array}$$

$$C\binom{5+22-1}{22} = C\binom{26}{22} = 26C22 = 14{,}950$$

13= Determine el valor de verdad de cada una de las siguientes implicaciones:

a) Si $3+5=10$, entonces $3+2=6$.

$3+5=10 \rightarrow 3+2=6$

$F \rightarrow F$

F

Es falso

b) Si $4+4=8$, entonces $6+5=11$

$4+4=8 \rightarrow 6+5=11$

$V \rightarrow V$

V

Es verdadero

c) Si $4+4=8$, entonces $3+2=6$

$4+4=8 \rightarrow 3+2=6$

$V \rightarrow F$

V

Es verdadero

14. Construya una tabla de verdad para cada de las proposiciones compuestas y verificar cuales de ellas son tautologías. p, q, r denotan proposiciones primitivas.

a) $\underbrace{\underbrace{[(\overset{\theta}{p \wedge \sim q}) \rightarrow q]}_{\alpha} \leftrightarrow (\overset{\beta}{p \rightarrow q})}_{\lambda}$

TABLA DE VERDAD

p	q	~q	θ	α	β	λ
V	V	F	F	V	V	V
V	F	V	V	F	F	V
F	V	F	F	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V

∴ Es una tautología

b) $\underbrace{(p \overset{\theta}{\rightarrow} q) \leftrightarrow (\sim p \overset{\alpha}{\rightarrow} \sim q)}_{\lambda}$

TABLA DE VERDAD

p	q	~p	~q	θ	α	λ
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V

∴ No es una tautología

c) $\underbrace{\underbrace{[(\overset{\theta}{p \to q}) \wedge (\overset{\alpha}{q \to r})]}_{\varepsilon} \to (\overset{\beta}{p \to r})}_{\lambda}$

TABLA DE VERDAD

p	q	r	θ	α	β	ε	λ
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	F	F
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

∴ No es tautología.

15. Escriba la recíproca, la inversa y la contrapositiva de cada una de las siguientes implicaciones. Para cada implicación determine su valor de verdad, así como el valor de verdad de la recíproca, la inversa y la contrapositiva correspondientes.

a) Si hoy es el dia del trabajo, entonces mañana no es martes.

p: hoy es el día del trabajo
q: mañana no es martes
} $p \to q$

• Contrapositiva: Si mañana es martes entonces hoy no es el dia del trabajo

• reciproca: si mañana no es martes entonces hoy es el día del trabajo.

• inversa: Si hoy no es el dia el trabajo entonces mañana es martes.

Valores de verdad.

• contrapositiva: $F \rightarrow F$ = Verdadero.
• reciproca: $V \rightarrow F$ = Falso
• inversa: $V \rightarrow F$ = Falsa

b) Si $3+1=4$ y $3+7=10$, entonces $2=1$

$p: 3+1=4$
$q: 3+7=10$
$r: 2=1$.

• Contrapositiva: Si $2=1$ entonces $3+1 \neq 4$ o $3+7 \neq 10$

• Reciproca: Si $2=1$ entonces $3+1=4$ o $3+7=10$

• Inversa: Si $3+1 \neq 4$ o $3+7 \neq 10$, entonces $2 \neq 1$

Valores de verdad.

• Contrapositiva

$F \rightarrow (F \vee F)$
$F \rightarrow F$
V

• Reciproca

$F \rightarrow (V \vee V)$
$F \rightarrow V$
V

• Inversa.

$(F \vee F) \rightarrow V$
$F \rightarrow V$
V.

Escaneado con CamScanner

16). Sean p, q, r proposiciones primitivas. Use las tablas de verdad para verificar las siguientes equilencias logicas.

a) $\underbrace{(\overbrace{p \to q}^{\theta}) \to q}_{\alpha} \Leftrightarrow \underbrace{p \vee q}_{\beta}$

p	q	θ	α	β
V	V	V	V	V
V	F	V	F	V
F	V	F	V	V
F	F	V	V	F

→ No son equivalentemente lógicas

b) $[\underbrace{p \to (\overbrace{q \vee r}^{\theta})}_{\alpha}) \Leftrightarrow [\underbrace{\sim r \to (\overbrace{p \to q}^{\beta})}_{\gamma})]$

p	q	r	~r	θ	α	β	γ
V	V	V	F	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	F	V
V	F	F	V	F	F	F	F
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	V	F	V	V	V

→ Si son lógicamente equivalentes

c) $\overbrace{p \veebar q}^{\theta} \Leftrightarrow \underbrace{\sim(\overbrace{p \leftrightarrow q}^{\alpha})}_{\sim\alpha}$

p	q	θ	α	~α
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
F	V	V	F	V
F	F	F	V	F

→ Si son lógicamente equivalentes.

17) Use las reglas de sustitución y ademas

a) $[(p \to q) \wedge (p \to r)] \Leftrightarrow [p \to (q \vee r)]$

$[(p \to q) \wedge (p \to r)]$

$[(\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee r)]$

$\sim((p \wedge q \wedge r) \underline{\vee} p)$

$(\sim p \bar{\vee} q) \bar{\vee} (\sim p \bar{\vee} r)$

$p \bar{\wedge} (q \bar{\wedge} r)$

$\sim(p \wedge \sim q) \wedge \sim(p \wedge \sim r)$

$\sim p \vee \sim(\sim q \vee \sim r)$

$\sim p \vee (q \wedge r)$

$\underline{\underline{p \to (q \wedge r)}}$

$[(p \to q) \wedge (p \to r)]$

$[(\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee r)]$

$[\sim p \vee (q \wedge r)]$

$\underline{\underline{p \to (q \wedge r)}}$

b) $[(p \to q) \wedge (\sim p \to q) \Longleftrightarrow q$

$[(\sim p \vee q) \wedge (\sim\sim p \vee q)]$

$[(\sim p \vee q) \wedge (p \vee q)]$

$[(q \vee \sim p) \wedge (q \vee p)]$

$[q \vee (\sim p \wedge p)]$

$[q \vee (p \wedge \sim p)]$

$[q \vee Fo]$

q

c) $p \vee q \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge r)] \Leftrightarrow p \vee q \vee r$

$[p \vee [(q \vee \sim p) \wedge (q \vee \sim q) \wedge (q \vee r)]$

$[p \vee [(q \vee \sim p) \wedge T_0 \wedge (q \vee r)]$

$p \vee [(q \vee \sim p) \wedge (q \vee r)]$

$[p \vee (q \vee \sim p)] \wedge [p \vee (q \vee r)]$

$[(p \vee \sim p) \vee q] \wedge [p \vee (q \vee r)]$

$(T_0 \vee q) \wedge [p \vee (q \vee r)]$

$T_0 \wedge [p \vee (q \vee r)]$

$p \vee q \vee r$

12: Dos enteros de n digitos (se permiten cero al principio) se consideran equivalentes si uno es una redisposición del otro.

a) ¿Cuántos enteros de seis digitos no son equivalentes?

$\underline{9}\ \underline{8}\ \underline{7}\ \underline{6}\ \underline{5}\ \underline{4} = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 60{,}480$

$6! = 720$

$60{,}480 - 720 =$

$59{,}760$ formas

b) Si los digitos 1, 3 y 7 pueden aparecer cuando mucho una vez, ¿cuantos enteros no equivalentes de seis digitos existen?

$\underline{9}\ \underline{8}\ \underline{7}\ \underline{9}\ \underline{9}\ \underline{9}$

$9 \times 8 \times 7 \times 9^3 = 367{,}416$ formas.