Universidad Nacional Autónoma
de Honduras

Facultad de Ciencias
Escuela de Matemáticas

Departamento de Matemática
MM-411
Ecuaciones Diferenciales

Tarea No. 1
Solución de ecuaciones diferenciales de primer y segundo
orden.

Sofía Gineth Valladares
20171004364

Sección 1901
Ing. Luis Alonso Martínez

Domingo 05 de Octubre del 2020

Sofia Gineth Valladares 20171004364

Solución de ecuaciones diferenciales de primer y segundo orden.
Tarea No 1.

* Ejercicio #14

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2xye^{(x/y)^2}}{y^2+y^2e^{(x/y)^2}+2x^2e^{(x/y)^2}}, \text{ sea } y' = \frac{dy}{dx} \to y = \frac{x}{v}$$

$$\left(\frac{x}{v}\right)' = \frac{2e^{v^2}v}{1+e^{v^2}+2e^{v^2}v^2}$$

$$\left(\frac{x}{v}\right)' = \frac{v-xv'}{v^2} \Rightarrow \frac{v-xv'}{v^2} = \frac{2e^{v^2}v}{1+e^{v^2}+2e^{v^2}v^2}$$

EDO primer orden; variables separables.

$$\frac{v-xv'}{v^2}v^2(e^{v^2}+2e^{v^2}v^2+1) = \frac{2e^{v^2}v}{1+e^{v^2}+2e^{v^2}v^2}v^2(e^{v^2}+2e^{v^2}v^2+1)$$

$$e^{v^2}v+2e^{v^2}v^3+v-e^{v^2}xv'-2e^{v^2}xv'v^2-xv' = 2e^{v^2}v^3$$

$$-e^{v^2}xv'-2e^{v^2}xv'v^2-xv' = -e^{v^2}v-v$$

$$v'(e^{v^2}+2e^{v^2}v^2+1) = \frac{-e^{v^2}v-v}{x} = \frac{v'(e^{v^2}+2e^{v^2}v^2+1)}{-e^{v^2}v-v}$$

$$\frac{e^{v^2}+2e^{v^2}v^2+1}{-e^{v^2}v-v}v' = -\frac{1}{x} \to H(x)$$

$$\int \frac{e^{v^2}+2e^{v^2}v^2+1}{-e^{v^2}v-v}dv \to \text{sea } u = -e^{v^2}v-v$$

$$= \int \frac{e^{v^2}+2e^{v^2}v^2+1}{u} = \frac{(e^{v^2}+2e^{v^2}v^2+1)}{u(-2e^{v^2}v^2-e^{v^2}-1)} = \frac{e^{v^2}+2e^{v^2}v^2+1}{u(-2e^{v^2}v^2-e^{v^2}-1)}$$

Escaneado con CamScanner

Sofia Gineth Valladares 20171004366

... continuación ejercicio 14

$$= -\frac{(\cancel{e^{v^2}+2e^{v^2}v^2}+1)}{u(\cancel{2e^{v^2}v^2+e^{v^2}}+1)} = \frac{-1}{u} \Rightarrow \int -\frac{1}{u}\,du = -\ln(u)$$

= sustituyendo $u := -e^{v^2}v - v$

$= -\ln|-e^{v^2}v - v| + c_2$

$-\ln(-e^{v^2}v - v) = -\ln(x) + c_1$

$$\Rightarrow -\ln\left(-e^{(x/y)^2}\frac{x}{y} - \frac{x}{y}\right) = -\ln(x) + c_1$$

$$= \ln\left(-\frac{y}{e^{\frac{x^2}{y^2}}+1}\right) = c_1$$

Escaneado con CamScanner

Sofia Gineth Valladares 20171004364

* Ejercicio 34.

$$(y-2)dx-(x-y-1)dy=0.$$

$$y-2\ (x-y-1)\frac{dy}{dx}=0.$$

$$y-2\ (x-y-1)\,y'=0.$$

$$y'=\frac{-y+2}{-x+y+1}=\left(\frac{2+xv-v}{v+1}\right)'=v$$

$$=\frac{xv'+v^2+v-3v'}{(v+1)^2}=v.$$

$$\left(\frac{2+xv-v}{v+1}\right)'=\frac{xv'+v^2+v-3v'}{(v+1)^2}$$

$$v=\frac{-y+2}{-x+y+1.}=-\ln\left(\frac{-y+2}{-x+y+1}\right)-\frac{1}{\frac{-y+2}{x+y+1}}+\ln\left(\frac{-y+2}{-x+y+1}+1\right)$$

$$=\ln(x-3)+c_1$$

$$=\ln\left(-\frac{1}{-y+2}\right)-\frac{-x+y+1}{-y+2}=c_1$$

Sofia Gineth Valladares 20171004366

* Ejercicio 54.

$$(\operatorname{sen}(y) + y\operatorname{sen}(x) + x^{-1})\,dx + (x\cos(y) - \cos(x) + y^{-1})\,dy = 0$$

Es una ecuación diferencial exacta.

$$\operatorname{sen}(y) + y\operatorname{sen}(x) + x^{-1} + (x\cos(y) - \cos(x) + y^{-1})\,dy/dx = 0$$

sea $\frac{dy}{dx} = y' \Rightarrow \operatorname{sen}(y) + y\operatorname{sen}(x) + x^{-1} + (x\cos(y) - \cos(x) + y^{-1})y' = 0$

$$M(x,y) + N(x,y)y' = 0$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}(y) + \operatorname{sen}(x)y + \frac{1}{x} + (x\cos(y) - \cos(x) + \frac{1}{y})y' = 0$$

$$\frac{\partial M}{y} : \operatorname{sen}(x) + \cos(y) = \cos(y) + \operatorname{sen}(x) + 0 = \cos(y) + \operatorname{sen}(x)$$

$$\frac{\partial N}{x} : \operatorname{sen}(x) + \cos(y)$$

Ambas se cumplen.

$$\int \underbrace{x\cos(y)}_{I_1} - \underbrace{\cos(x)}_{I_2} + \underbrace{\frac{1}{y}}_{I_3}\,dy.$$

$$I_2 = -\cos(x)$$

$$I_3 = \ln|y|$$

$$I_1 = x\int \cos(y)\,dy = x\operatorname{sen}(y)$$

$$\Rightarrow x\operatorname{sen}(y) - \cos(x) + \ln|y| = C_1$$

Escaneado con CamScanner