Leyes de la teoría de conjuntos

Myrian Sadith González
Pedro José Molina Morales

Universidad Nacional Autónoma de Honduras
Facultad de Ciencias
Departamento de Matemática Aplicada

Propiedades de la teoría de conjuntos

Para cualesquiera conjuntos A, B y C de un universo $\mathscr{U}$.

1.	$(A^c)^c = A$	Ley del doble complemento
2.	$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$	Leyes de *De Morgan*
3.	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$	Propiedades conmutativas
4.	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	Propiedades asociativas
5.	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	Propiedades distributivas
6.	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$	Propiedades idempotentes
7.	$A \cup \emptyset = A$ $A \cap \mathscr{U} = A$	Propiedades del neutro
8.	$A \cup A^c = \mathscr{U}$ $A \cap A^c = \emptyset$	Propiedades del inverso
9.	$A \cup \mathscr{U} = \mathscr{U}$ $A \cap \emptyset = \emptyset$	Propiedades de dominación
10.	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$	Propiedades de absorción

Propiedades de la teoría de conjuntos

Propiedades

Para cualesquiera $A, B \subseteq \mathscr{U}$.

- $A - B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\} = A \cap B^c$
- $A \triangle B = \{x | x \in A \cup B \wedge x \notin A \cap B\} = (A \cup B) - (A \cap B)$

Ejemplos

1. Simplifique la expresión

$$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$$

Ejemplos

1. Simplifique la expresión

$$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$$

Solución:

Ejemplos

1. Simplifique la expresión

$$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$$

Solución:

$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$ **Pasos**

Ejemplos

1. Simplifique la expresión

$$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$$

Solución:

$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$	**Pasos**
$= ((A \cup B) \cap C)^c)^c \cap (B^c)^c$	Ley de *De Morgan*

Ejemplos

1. Simplifique la expresión

$$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$$

Solución:

$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$	**Pasos**
$= ((A \cup B) \cap C)^c)^c \cap (B^c)^c$	Ley de *De Morgan*
$= ((A \cup B) \cap C) \cap B$	Ley del doble complemento

Ejemplos

1. Simplifique la expresión

$$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$$

Solución:

$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$	**Pasos**
$= ((A \cup B) \cap C)^c)^c \cap (B^c)^c$	Ley de *De Morgan*
$= ((A \cup B) \cap C) \cap B$	Ley del doble complemento
$= (A \cup B) \cap (C \cap B)$	Propiedad asociativa de la intersección

Ejemplos

1. Simplifique la expresión

$$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$$

Solución:

$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$	**Pasos**
$= ((A \cup B) \cap C)^c)^c \cap (B^c)^c$	Ley de *De Morgan*
$= ((A \cup B) \cap C) \cap B$	Ley del doble complemento
$= (A \cup B) \cap (C \cap B)$	Propiedad asociativa de la intersección
$= (A \cup B) \cap (B \cap C)$	Propiedad conmutativa de la intersección

Ejemplos

1. Simplifique la expresión

$$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$$

Solución:

$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$	**Pasos**
$= ((A \cup B) \cap C)^c)^c \cap (B^c)^c$	Ley de *De Morgan*
$= ((A \cup B) \cap C) \cap B$	Ley del doble complemento
$= (A \cup B) \cap (C \cap B)$	Propiedad asociativa de la intersección
$= (A \cup B) \cap (B \cap C)$	Propiedad conmutativa de la intersección
$= ((A \cup B) \cap B) \cap C$	Propiedad asociativa de la intersección

Ejemplos

1. Simplifique la expresión

$$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$$

Solución:

$(((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c)^c$	**Pasos**
$= ((A \cup B) \cap C)^c)^c \cap (B^c)^c$	Ley de *De Morgan*
$= ((A \cup B) \cap C) \cap B$	Ley del doble complemento
$= (A \cup B) \cap (C \cap B)$	Propiedad asociativa de la intersección
$= (A \cup B) \cap (B \cap C)$	Propiedad conmutativa de la intersección
$= ((A \cup B) \cap B) \cap C$	Propiedad asociativa de la intersección
$= B \cap C$	Ley de absorción

Ejemplos

2. Simplifique la expresión

$$A \cap (B - A)$$

Ejemplos

2. Simplifique la expresión

$$A \cap (B - A)$$

Solución:

Ejemplos

2. Simplifique la expresión

$$A \cap (B - A)$$

Solución:

$A \cap (B - A)$ **Pasos**

Ejemplos

2. Simplifique la expresión

$$A \cap (B - A)$$

Solución:

$A \cap (B - A)$	**Pasos**
$= A \cap (B \cap A^c)$	Por definición

Ejemplos

2. Simplifique la expresión

$$A \cap (B - A)$$

Solución:

$A \cap (B - A)$	**Pasos**
$= A \cap (B \cap A^c)$	Por definición
$= (B \cap A^c) \cap A$	Propiedad conmutativa de la intersección

Ejemplos

2. Simplifique la expresión

$$A \cap (B - A)$$

Solución:

$A \cap (B - A)$	**Pasos**
$= A \cap (B \cap A^c)$	Por definición
$= (B \cap A^c) \cap A$	Propiedad conmutativa de la intersección
$= B \cap (A^c \cap A)$	Propiedad asociativa de la intersección

Ejemplos

2. Simplifique la expresión

$$A \cap (B - A)$$

Solución:

$A \cap (B - A)$	**Pasos**
$= A \cap (B \cap A^c)$	Por definición
$= (B \cap A^c) \cap A$	Propiedad conmutativa de la intersección
$= B \cap (A^c \cap A)$	Propiedad asociativa de la intersección
$= B \cap \emptyset$	Propiedad del inverso

Ejemplos

2. Simplifique la expresión
$$A \cap (B - A)$$

Solución:

$A \cap (B - A)$	**Pasos**
$= A \cap (B \cap A^c)$	Por definición
$= (B \cap A^c) \cap A$	Propiedad conmutativa de la intersección
$= B \cap (A^c \cap A)$	Propiedad asociativa de la intersección
$= B \cap \emptyset$	Propiedad del inverso
$= \emptyset$	Propiedad de dominación

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

$(A \triangle B)^c$ **Pasos**

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

$(A \triangle B)^c$	**Pasos**
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

	Pasos
$(A \triangle B)^c$	
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición
$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)^c]^c$	Por definición

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

$(A \triangle B)^c$	**Pasos**
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición
$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)^c]^c$	Por definición
$= (A \cup B)^c \cup [(A \cap B)^c]^c$	Ley de *De Morgan*

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

$(A \triangle B)^c$	**Pasos**
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición
$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)^c]^c$	Por definición
$= (A \cup B)^c \cup [(A \cap B)^c]^c$	Ley de *De Morgan*
$= (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$	Ley del doble complemento

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

	Pasos
$(A \triangle B)^c$	
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición
$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)^c]^c$	Por definición
$= (A \cup B)^c \cup [(A \cap B)^c]^c$	Ley de *De Morgan*
$= (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$	Ley del doble complemento
$= (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$	Propiedad conmutativa

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

$(A \triangle B)^c$	**Pasos**
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición
$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)^c]^c$	Por definición
$= (A \cup B)^c \cup [(A \cap B)^c]^c$	Ley de *De Morgan*
$= (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$	Ley del doble complemento
$= (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$	Propiedad conmutativa
$= (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$	Ley de *De Morgan*

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

	Pasos
$(A \triangle B)^c$	
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición
$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)^c]^c$	Por definición
$= (A \cup B)^c \cup [(A \cap B)^c]^c$	Ley de *De Morgan*
$= (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$	Ley del doble complemento
$= (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$	Propiedad conmutativa
$= (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$	Ley de *De Morgan*
$= [(A \cap B) \cup A^c] \cap [(A \cap B) \cup B^c]$	Propiedad distributiva

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

	Pasos
$(A \triangle B)^c$	
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición
$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)^c]^c$	Por definición
$= (A \cup B)^c \cup [(A \cap B)^c]^c$	Ley de *De Morgan*
$= (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$	Ley del doble complemento
$= (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$	Propiedad conmutativa
$= (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$	Ley de *De Morgan*
$= [(A \cap B) \cup A^c] \cap [(A \cap B) \cup B^c]$	Propiedad distributiva
$= [(A \cup A^c) \cap (B \cup A^c)] \cap [(A \cup B^c) \cap (B \cup B^c)]$	Propiedad distributiva

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

	Pasos
$(A \triangle B)^c$	
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición
$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)^c]^c$	Por definición
$= (A \cup B)^c \cup [(A \cap B)^c]^c$	Ley de *De Morgan*
$= (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$	Ley del doble complemento
$= (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$	Propiedad conmutativa
$= (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$	Ley de *De Morgan*
$= [(A \cap B) \cup A^c] \cap [(A \cap B) \cup B^c]$	Propiedad distributiva
$= [(A \cup A^c) \cap (B \cup A^c)] \cap [(A \cup B^c) \cap (B \cup B^c)]$	Propiedad distributiva
$= [\mathscr{U} \cap (B \cup A^c)] \cap [(A \cup B^c) \cap \mathscr{U}]$	Propiedad del inverso

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

	Pasos
$(A \triangle B)^c$	
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición
$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)^c]^c$	Por definición
$= (A \cup B)^c \cup [(A \cap B)^c]^c$	Ley de *De Morgan*
$= (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$	Ley del doble complemento
$= (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$	Propiedad conmutativa
$= (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$	Ley de *De Morgan*
$= [(A \cap B) \cup A^c] \cap [(A \cap B) \cup B^c]$	Propiedad distributiva
$= [(A \cup A^c) \cap (B \cup A^c)] \cap [(A \cup B^c) \cap (B \cup B^c)]$	Propiedad distributiva
$= [\mathscr{U} \cap (B \cup A^c)] \cap [(A \cup B^c) \cap \mathscr{U}]$	Propiedad del inverso
$= (B \cup A^c) \cap (A \cup B^c)$	Propiedad del neutro

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

$(A \triangle B)^c$	**Pasos**
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición
$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)^c]^c$	Por definición
$= (A \cup B)^c \cup [(A \cap B)^c]^c$	Ley de *De Morgan*
$= (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$	Ley del doble complemento
$= (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$	Propiedad conmutativa
$= (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$	Ley de *De Morgan*
$= [(A \cap B) \cup A^c] \cap [(A \cap B) \cup B^c]$	Propiedad distributiva
$= [(A \cup A^c) \cap (B \cup A^c)] \cap [(A \cup B^c) \cap (B \cup B^c)]$	Propiedad distributiva
$= [\mathscr{U} \cap (B \cup A^c)] \cap [(A \cup B^c) \cap \mathscr{U}]$	Propiedad del inverso
$= (B \cup A^c) \cap (A \cup B^c)$	Propiedad del neutro
$= (A^c \cup B) \cap (A \cup B^c)$	Propiedad conmutativa

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

$(A \triangle B)^c$	**Pasos**
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición
$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)^c]^c$	Por definición
$= (A \cup B)^c \cup [(A \cap B)^c]^c$	Ley de *De Morgan*
$= (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$	Ley del doble complemento
$= (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$	Propiedad conmutativa
$= (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$	Ley de *De Morgan*
$= [(A \cap B) \cup A^c] \cap [(A \cap B) \cup B^c]$	Propiedad distributiva
$= [(A \cup A^c) \cap (B \cup A^c)] \cap [(A \cup B^c) \cap (B \cup B^c)]$	Propiedad distributiva
$= [\mathscr{U} \cap (B \cup A^c)] \cap [(A \cup B^c) \cap \mathscr{U}]$	Propiedad del inverso
$= (B \cup A^c) \cap (A \cup B^c)$	Propiedad del neutro
$= (A^c \cup B) \cap (A \cup B^c)$	Propiedad conmutativa
$= (A^c \cup B) \cap (A^c \cap B)^c$	Propiedad de *De Morgan*

Ejemplos

3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

	Pasos
$(A \triangle B)^c$	
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición
$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)^c]^c$	Por definición
$= (A \cup B)^c \cup [(A \cap B)^c]^c$	Ley de *De Morgan*
$= (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$	Ley del doble complemento
$= (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$	Propiedad conmutativa
$= (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$	Ley de *De Morgan*
$= [(A \cap B) \cup A^c] \cap [(A \cap B) \cup B^c]$	Propiedad distributiva
$= [(A \cup A^c) \cap (B \cup A^c)] \cap [(A \cup B^c) \cap (B \cup B^c)]$	Propiedad distributiva
$= [\mathscr{U} \cap (B \cup A^c)] \cap [(A \cup B^c) \cap \mathscr{U}]$	Propiedad del inverso
$= (B \cup A^c) \cap (A \cup B^c)$	Propiedad del neutro
$= (A^c \cup B) \cap (A \cup B^c)$	Propiedad conmutativa
$= (A^c \cup B) \cap (A^c \cap B)^c$	Propiedad de *De Morgan*
$= (A^c \triangle B)$	por definición

Ejemplos

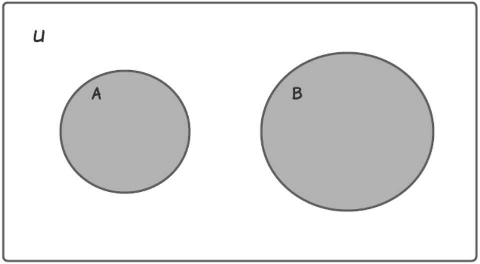
3. Mediante las propiedades de conjuntos demuestre que

$$(A \triangle B)^c = A^c \triangle B = A \triangle B^c$$

Solución:

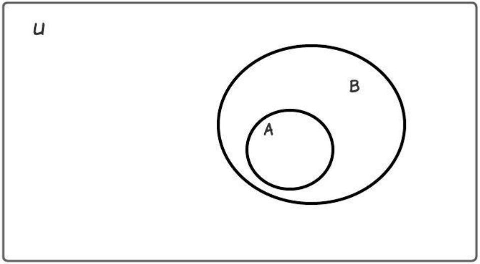
	Pasos
$(A \triangle B)^c$	
$= [(A \cup B) - (A \cap B)]^c$	Por definición
$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)^c]^c$	Por definición
$= (A \cup B)^c \cup [(A \cap B)^c]^c$	Ley de *De Morgan*
$= (A \cup B)^c \cup (A \cap B)$	Ley del doble complemento
$= (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$	Propiedad conmutativa
$= (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$	Ley de *De Morgan*
$= [(A \cap B) \cup A^c] \cap [(A \cap B) \cup B^c]$	Propiedad distributiva
$= [(A \cup A^c) \cap (B \cup A^c)] \cap [(A \cup B^c) \cap (B \cup B^c)]$	Propiedad distributiva
$= [\mathscr{U} \cap (B \cup A^c)] \cap [(A \cup B^c) \cap \mathscr{U}]$	Propiedad del inverso
$= (B \cup A^c) \cap (A \cup B^c)$	Propiedad del neutro
$= (A^c \cup B) \cap (A \cup B^c)$	Propiedad conmutativa
$= (A^c \cup B) \cap (A^c \cap B)^c$	Propiedad de *De Morgan*
$= (A^c \triangle B)$	por definición

Diagramas de Venn



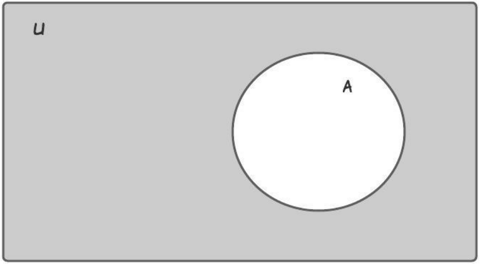
El diagrama anterior se representa dos conjuntos A, B de un universo $\mathscr{U}$. Se puede decir que la parte sombreada de la figura representa a $A \cup B$ y que $A \cap B = \emptyset$.

Subconjunto



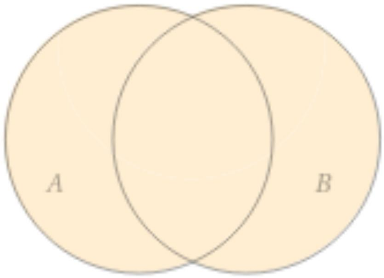
El diagrama anterior representa que $A \subseteq B$. También podemos ver que $A \cup B = B$.

Complemento



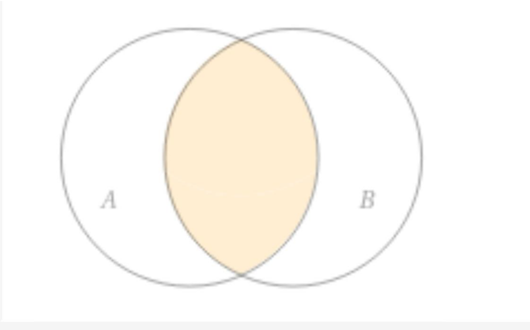
El diagrama anterior representa $A^c = \mathscr{U} - A$

Unión



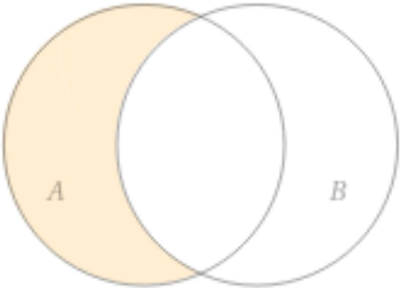
El diagrama anterior representa $A \cup B$.

Intersección



El diagrama anterior representa $A \cap B$.

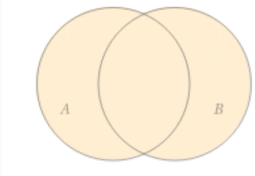
Diferencia



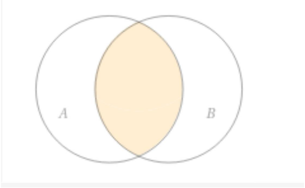
El diagrama anterior representa $A - B$.

Diferencia simétrica

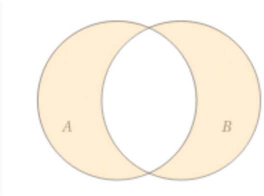
La diferencia simétrica por definición es $A \triangle B = (A \cup B) - (A \cap B)$. Para construir el diagrama de Venn hacemos uso de la definición de unión, intersección y diferencia entre dos conjuntos.



(a) $A \cup B$



(b) $A \cap B$



(c) $A \triangle B = (A \cup B) - (A \cap B)$

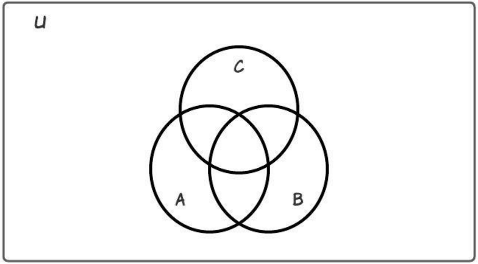
Diagramas de Venn

Ahora bien, mediante los diagramas de Venn se pueden verificar ciertas propiedades de conjuntos.

Diagramas de Venn

Ahora bien, mediante los diagramas de Venn se pueden verificar ciertas propiedades de conjuntos.

De manera general representamos tres conjuntos en un diagrama de Venn.



Ejemplos

1. Verifique la verdad de la ley de *De Morgan*

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

Ejemplos

1. Verifique la verdad de la ley de *De Morgan*

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

Solución:

Ejemplos

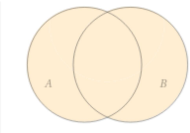
1. Verifique la verdad de la ley de *De Morgan*

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

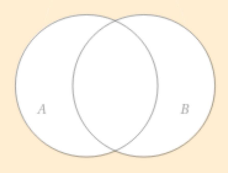
Solución:

Ejemplos

- Primeramente construiremos el diagrama de Venn de $(A \cup B)^c$.



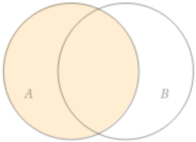
(a) $A \cup B$



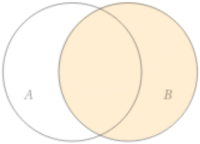
(b) $(A \cup B)^c$

Ejemplos

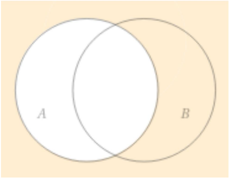
- Ahora bien, construiremos el diagrama de Venn de $A^c \cup B^c$.



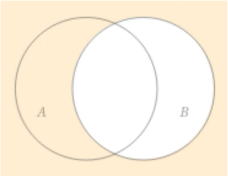
(a) A



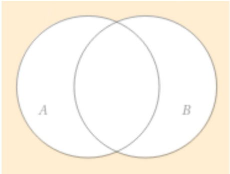
(b) B



(c) A^c



(d) B^c



(e) $A^c \cap B^c$

Ejemplos

2. Sean $A, B, C \subseteq \mathscr{U}$. Mediante los diagramas de Venn verifique la verdad o falsedad de

$$A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$

.

Solución:

Ejemplos

2. Sean $A, B, C \subseteq \mathscr{U}$. Mediante los diagramas de Venn verifique la verdad o falsedad de
$$A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$
.

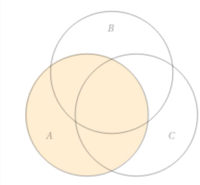
Solución:

Ejemplos

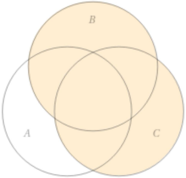
- Primeramente construiremos el Diagrama de Venn de $A - (B \cup C)$.

Ejemplos

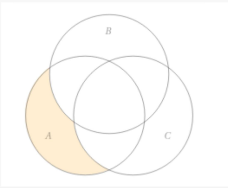
- Primeramente construiremos el Diagrama de Venn de $A - (B \cup C)$.



(a) A



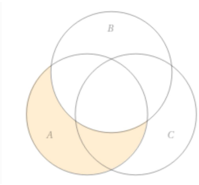
(b) $B \cup C$



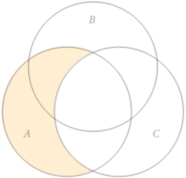
(c) $A - (B \cup C)$

Ejemplos

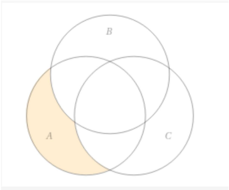
- Ahora construiremos el Diagrama de Venn de $(A - B) \cap (A - C)$.



(a) $A - B$

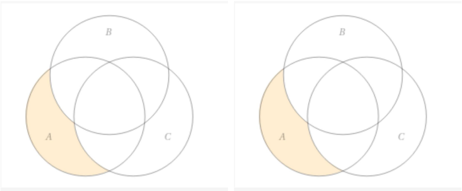


(b) $A - C$



(c) $(A - B) \cap (A - C)$

Ejemplos



(a) $A - (B \cup C)$ (b) $(A - B) \cap (A - C)$

$$\therefore A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$

Ejemplos

3. Sean $A, B, C \subseteq \mathscr{U}$. Mediante los diagramas de Venn verifique la verdad o falsedad de

$$A \triangle (B \cap C) = (A \triangle B) \cap (A \triangle C)$$

.

Solución:

Ejemplos

3. Sean $A, B, C \subseteq \mathscr{U}$. Mediante los diagramas de Venn verifique la verdad o falsedad de

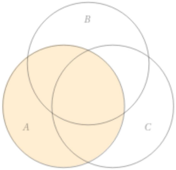
$$A \triangle (B \cap C) = (A \triangle B) \cap (A \triangle C)$$

.

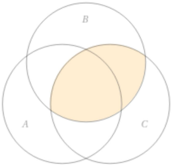
Solución:

Ejemplos

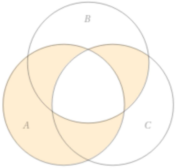
- Primeramente construiremos el Diagrama de Venn de $A \triangle (B \cap C)$



(a) A



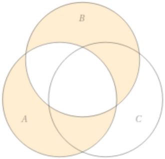
(b) $B \cap C$



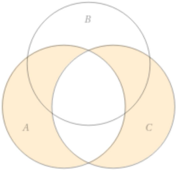
(c) $A \triangle (B \cap C)$

Ejemplos

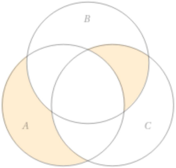
- Ahora bien, construiremos el diagrama de Venn de $(A \triangle B) \cap (A \triangle C)$



(a) $A \triangle B$

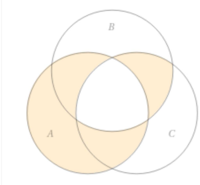


(b) $A \triangle C$

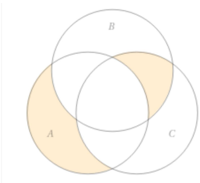


(c) $(A \triangle B) \cap (A \triangle C)$

Ejemplos



(a) $A \triangle (B \cap C)$



(b) $(A \triangle B) \cap (A \triangle C)$

Observemos que los diagramas son distintos, por lo que concluimos

$$A \triangle (B \cap C) \neq (A \triangle B) \cap (A \triangle C)$$

Ejercicios de práctica

1. Mediante las propiedades de la teoría de conjuntos, demuestre
   a. $(A \triangle B)^c = A \triangle B^c$
   b. $(A \cap B) \cup [B \cap ((C \cap D) \cup (C \cap D^c))] = B \cap (A \cup C)$
2. Verifique mediante los diagramas de Venn la veracidad de las propiedades de la teoría de conjuntos.