سامانه موقعیت‌یاب محلی، چالشها، راحل‌ها

مجید قلی پسندی[۱]، info@gholipasandi.ir   ایمان آهنیان[۲]، iman@ahanian.com

۱ مهندس برق مخابرات و دانشجوی ارشد هوش مصنوعی دانشگاه

۲ هیئت علمی گروه برق مخابرات دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، دکترای دانشگاه امیر کبیر

چکیده

سامانه موقعیت‌یاب برای مشخص کردن موقعیت یک شی در سطح کره زمین استفاده میشود. در این مقاله چالش ها و راه حل ها پیش رو در طراحی و ساخت یک سامانه موقعیت‌یاب برای تعیین موقعیت توپ در زمین فوتبال و یا والیبال که جهت کمک به داوران مورد استفاده قرار میگیرد، می پردازیم، محاسبات و تئوری های این مقاله می تواند برای هر سامانه موقعیت‌یاب محلی و یا حسگرهای شبکه بی‌سیم مورد استفاده قرار گیرد. اما ما در اینجا پس از بررسی های تئوری به بررسی ساخت یک سامانه موقعیت‌یاب محلی توپ برای کمک به داوران در زمین فوتبال می پردازیم. در نهایت سامانه را شبیه‌سازی می‌کنیم و راه‌های بهبود دقت آن را می‌سنجیم.

کلمات کلیدی: سامانه موقعیت‌یاب، سامانه موقعیت‌یاب محلی، شرط حل معادله مکان یک جسم، آنتن سامانه موقعیت-یاب، مدارات فرستنده و گیرنده در سامانه های موقعیت‌یاب، ، گشتاور لختی توپ، دقت سامانه موقعیعت‌یاب

۱ مقدمه

سامانه موقعیت‌یاب محلی مانند ناوبری رادیویی[۱] که در جنگ جهانی دوم توسط آلمان ها به کار گرفته شد[i] قابلیت مشخص کردن موقعیت یک شی در منطقه ای محدود در سطح زمین را داراست. سامانه موقعیت‌یاب غیر محلی مانند جی پی اس[ii][۲] و گلوناس[iii][۳] و گالیله[iv][۴] که هر ۳ سامانه ماهواره‌ای ناوبری جهانی[۵] محسوب می شوند و به ترتیب توسط ایالات متحده آمریکا، جمهوری فدراسیون روسیه و اتحادیه اروپا و چند کشور دیگر اداره می شوند، قابلیت مشخص کردن موقعیت یک جسم را در تمامی سطح کره زمین دارد. اجزا سامانه موقعیت‌یاب غیر محلی ایستگاههای فرستنده و گیرنده زمینی و شبکه ای از ماهواره ها است که همواره بیش از ۳ ماهواره در هر نقطه از زمین قابل مشاهده است. استفاده از ماهواره نسبت به استفاده از ایستگاه های زمینی در سامانه های موقعیت‌یاب باعث افزایش منطقه تحت پوشش آنها میشود. سامانه موقعیت‌یاب با دقت چند ده سانتی متر جز سامانه‌های موقعیت‌یاب دقیق به شمار می رود. با توجه به فاصله زیاد ماهواره ها از سطح زمین، سامانه های موقعیت یاب جهانی که از ماهواره استفاده میکنند همواره خطایی در حدود ۱ متر را در موقعیت یابی دارند. به همین خاطر با وجود سامانه های موقعیت یاب جهانی، سامانه های موقعیت یاب محلی در حسگرهای شبکه بی‌سیم[۶] و سایر کاربری هایی که نیاز به دقت بیشتری دارند مورد استفاده قرار میگیرند. در این مقاله چالش ها و راه حل ها پیش رو در طراحی و ساخت یک سامانه موقعیت‌یاب برای تعیین موقعیت توپ در زمین فوتبال و یا والیبال که جهت کمک به داوران مورد استفاده قرار میگیرد، می پردازیم، محاسبات و تئوری

---

[۱] Radio navigation
[۲] GPS, Global Positioning System
[۳] GLONASS
[۴] Galileo
[۵] GNSS, Global Navigation Satellite System
[۶] WSN, Wireless sensor network

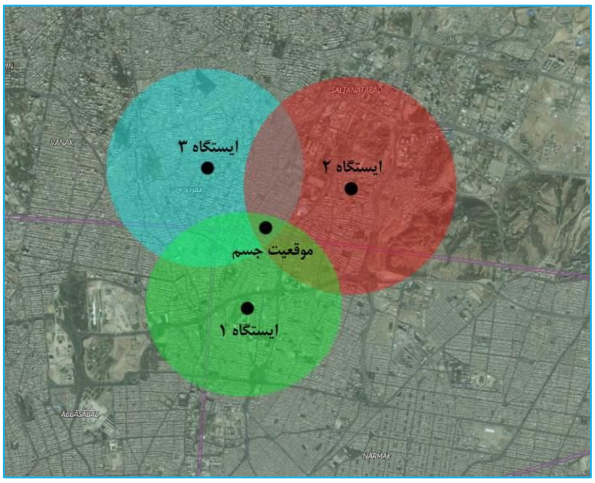
های این مقاله می تواند برای هر سامانه موقعیت‌یاب محلی و یا حسگرهای شبکه بی‌سیم مورد استفاده قرار گیرد. اما ما در اینجا پس از بررسی های تئوری به بررسی ساخت یک سامانه موقعیت‌یاب محلی توپ برای کمک به داوران در زمین فوتبال می پردازیم. با توجه به ابعاد چند ده سانتی متری توپ برای دانستن عبور توپ از خطوط زمین نیاز به سامانه موقعیت‌یاب محلی دقیق تر از سامانه موقعیت‌یاب جهانی می باشیم.

ابتدا قضایای هندسی و جبری مورد نیاز برای تعیین موقعیت یک جسم در دستگاه مختصات مفروض را بررسی میکنیم. سپس آنتن و مدارهای مورد نیاز برای موقعیت یابی و چالش ها و راه حل های آنها در عمل را بررسی میکنیم. سپس تاثیر اضافه شدن یک جسم خارجی در گشتاور لختی توپ را بررسی میکنیم، حساسیت سامانه به خطای ورودی را می‌سنجیم و شرط گل شدن و اوت و اوت پشت دروازه با توجه به دستگاه مختصات انتخاب شده بررسی میکنیم. در انتها کل سامانه را شبیه سازی می کنیم و زیرسامانه را بهینه سازی می‌کنیم و روشی جدید برای موقعیت‌یابی محلی ارائه می‌دهیم.

۲ شرط حل معادله مکان یک جسم

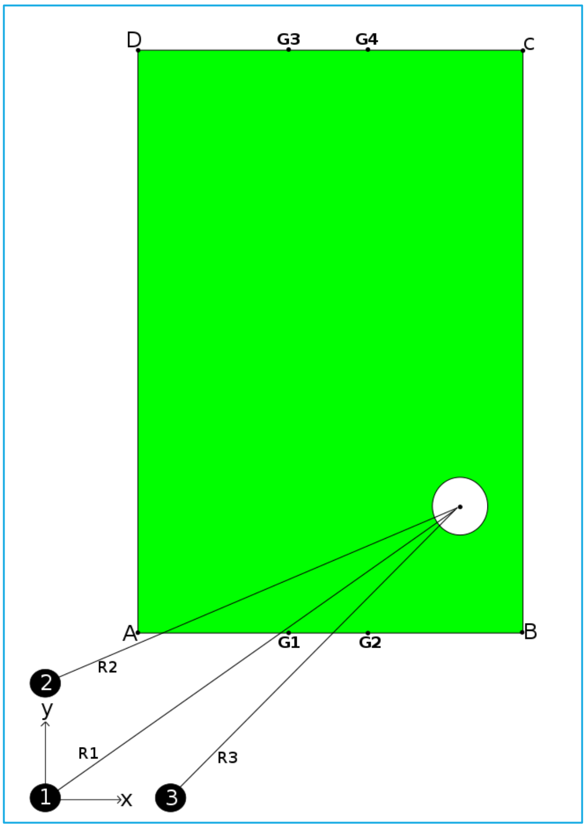
هر سامانه موقعیت‌یابی از چند فرستنده و گیرنده با موقعیت مشخص و یک گیرنده (و احتمالا یک فرستنده) با موقعیت نامشخص که هدف یافتن این موقعیت است تشکیل شده است. با اندازه گیری زمان رفت و برگشت موج از ایستگاه ها تا جسم می توان فاصله جسم با هر یک از ایستگاه ها را بدست آورد.

اگر فاصله جسم با موقعیت نامشخص توسط یک ایستگاه اندازه گیری شود، موقعیت مکانی جسم در سطح یک کره به شعاع فاصله مذکور و مرکز ایستگاه خواهد بود.

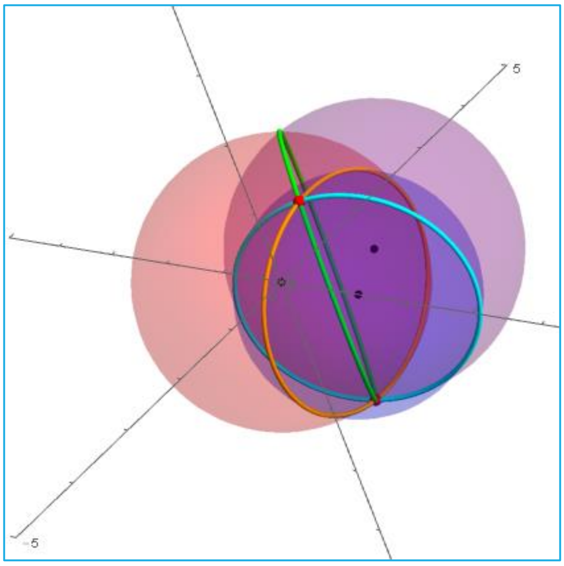


شکل ۱ موقعیت یابی یک جسم در شهر توسط ۳ ایستگاه

اگر فاصله جسم با موقعیت نامشخص توسط دو ایستگاه اندازه گیری شود، موقعیت مکانی جسم در محیط دایرهحاصل از فصل مشترک ۲ کره حاصل از ایستگاه های یک و دو خواهد بود.



شکل ۲ موقعیت یابی توپ در زمین فوتبال با ۳ ایستگاه در مختصاتی که پاسخ معادلات را ساده میکنند



شکل ۳ فصل مشترک ۳ کره در فضا ۲ نقطه است.

اگر فاصله جسم با موقعیت نامشخص توسط سه ایستگاه اندازه گیری شود، موقعیت مکانی جسم در ۲ نقطه حاصل از فصل مشترک ۳ کره حاصل از ایستگاه های یک و دو و سه خواهد بود.

پس برای تعیین موقعیت یک جسم حداقل به ۳ ایستگاه قابل مشاهده توسط جسم نیاز داریم.

قابل ذکر است که این ۳ ایستگاه نباید روی یک خط باشند، چراکه در این صورت معادله موقعیت جسم حل نخواهد شد.

اگر موقعیت این ایستگاه ها و جسم با موقعیت نامشخص را در دستگاه مخصات مفروض بررسی کنیم

خواهیم داشت:

$$(x-\mathrm{x1})^2+(y-\mathrm{y1})^2+(z-\mathrm{z1})^2=\mathrm{r1}^2,$$
$$(x-\mathrm{x2})^2+(y-\mathrm{y2})^2+(z-\mathrm{z2})^2=\mathrm{r2}^2,$$
$$(x-\mathrm{x3})^2+(y-\mathrm{y3})^2+(z-\mathrm{z3})^2=\mathrm{r3}^2$$

تساوی ۱

ماتریس حل ۳ معادله ۳ مجهول فوق به شکل زیر درمی آید:

$$2\begin{bmatrix} x2-x1 & y2-y1 & z2-z1 \\ x3-x2 & y3-y2 & z3-z2 \\ x1-x3 & y1-y3 & z1-z3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix} r1^2-r2^2+x2^2-x1^2+y2^2-y1^2+z2^2-z1\text{^}2 \\ r2^2-r3^2+x3^2-x2^2+y3^2-y2^2+z3^2-z2\text{^}2 \\ r3^2-r1^2+x1^2-x3^2+y1^2-y3^2+z1^2-z3^2 \end{bmatrix}$$

تساوی ۲

تعداد معادلات بالا با تعداد مجهولات ما x و y و z برابر هستند پس می توانیم مجهولات را بیابیم. اما حل دستگاه معادلات بالا بسیار طولانی و زمان بر است.

اگر بدون ساده سازی بخواهیم x و y و z را مستقیما بر حسب x1,y1,z1,x2,y2,z2,x3,y3,z3,r1,r2,r3 بدست آوریم پاسخ ها چندجمله ای هایی با بیش از ۱۰۰۰ جمله خواهد شد! (البته اگرابتدا x را محاسبه کنیم و در محاسبه y از x نیز استفاده کنیم و در محاسبه z از x و y استفاده کنیم، پاسخ کوتاه‌تر است) پس برای رسیدن به یک پاسخ معقول و قابل استفاده باید معادلات بالا را ساده تر کنیم.

اولین گام ساده سازی انطباق مبدا دستگاه مختصات با موقعیت یکی از ۳ ایستگاه است. گام بعدی انتخاب مختصات سرراست برای ۲ ایستگاه دیگر است.

در جدول ۱ مختصات ۳ ایستگاه آورده شده است. این مختصات موجب ساده شدن پاسخ مجهولات می شوند.

جدول ۱ مختصات سرراست ۳ ایستگاه

	x	Y	z
1	0	0	0
2	0	d	0
3	d	0	0

با جایگذاری مقادیر جدول ۱ در تساوی ۲ خواهیم داشت:

$$x=\frac{d^2+\mathrm{r1}^2-\mathrm{r3}^2}{2d}$$

$$y=\frac{d^2+\mathrm{r1}^2-\mathrm{r2}^2}{2d}$$

$$z = \frac{\sqrt{-2d^4 - 2r1^4 + 2d^2r2^2 + 2r1^2r2^2 - r2^4 + 2d^2r3^2 + 2r1^2r3^2 - r3^4}}{2d}$$

تساوی ۳

پاسخ اخیر عبارات نسبتا ساده تری نسبت به عبارات جبری با بیش از ۱۰۰۰ جمله اند. با توجه به این که تعیین موقعیت ایستگاه ها توسط طراح مشخص می شود، در مرحله ساده سازی از شرط معقولی استفاده شده است و برای کاربرد سامانه موقعیت‌یاب محلی توپ برای کمک به داوران در زمین فوتبال از این پاسخ استفاده خواهیم کرد.

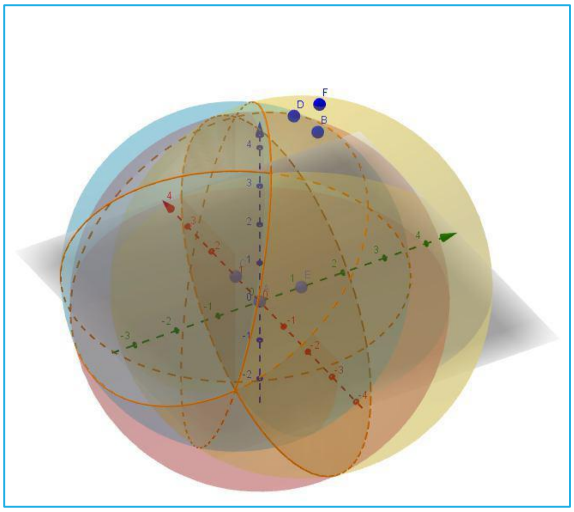
۳ بدست آوردن مختصات با وجود خطا در اندازه فاصله‌ها

تساوی ۳ تنها در صورتی دارای پاسخ حقیقی می‌باشد که اندازه‌های مقادیر x1,y1,z1,x2,y2,z2,x3,y3,z3,r1,r2,r3

به صورت دقیق و صحیح حساب شده باشند. مختصات ایستگاه‌ها را می‌توان با دقت بالایی اندازه‌گیری کرد، اما اندازه‌گیری با دقت بالای فاصله جسم مجهول تا ایستگاه‌ها مستلزم پیچیدگی سامانه و هزینه بالایی می-باشد. حتی گران قیمت‌ترین و پیچیده‌ترین تجهیزات فاصله‌یابی رادیویی دارای خطایی ۱ درصدی در اندازه-گیری می‌باشند. خطا در اندازه r1,r2,r3 ممکن است باعث شود تساوی ۳ دارای پاسخی در فضای حقیقی نباشد و یا خطای یک درصدی ورودی به خطایی چند ده درصدی در خروجی سامانه منجر شود.

شکل ۴ نشان می‌دهد که چه طور خطا در اندازه گیری شعاع کره‌ها (همان فاصله ایستگاه‌ها تا جسم مجهول) باعث از بین رفتن نقطه مشترک بر روی سطح ۳ کره می‌شود.

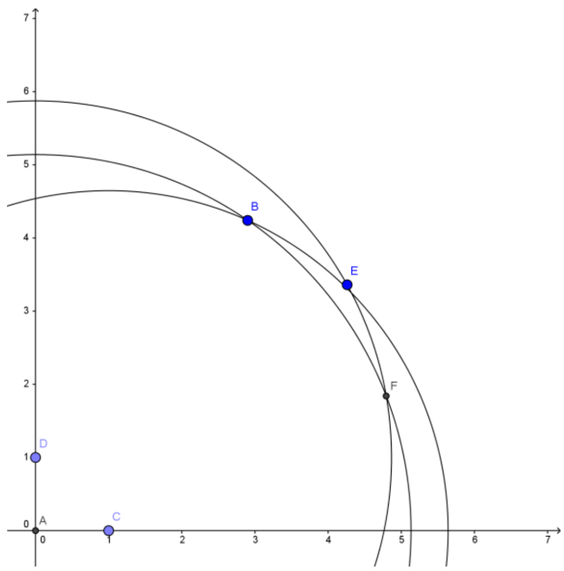
در طراحی الگوریتمی برای تخمین موقعیت جسم با وجود خطا در اندازه‌گیری فاصله باید "حساسیت کم



شکل ۴ خطا در اندازه‌گیری فاصله ایستگاه‌ها تا جسم مجهول باعث می‌شود تساوی ۳ دارای پاسخ حقیقی نباشد.

سامانه به خطای ورودی" و "نزدیکترین تخمین موقعیت به مقدار حقیقی" جز اهداف طراحی باشند.

برای بررسی تاثیر خطای اندازه گیری بر روی نتیجه و طراحی الگوریتمی برای تخمین بهترین مختصات جسم مجهول با وجود خطای چند درصدی در اندازه‌گیری فاصله ایستگاها تا جسم ابتدا این مساله را در ۲ بعد بررسی می‌کنیم سپس به ۳ بعد تعمیم می‌دهیم.



شکل ۵ خطا در اندازه گیری فاصله‌ها باعث می‌شود نقطه مشترک ۳ دایره از بین برود

در این حالت برای تخمین نقطه مطلوب روش‌ها و

الگوریتم‌های مختلفی وجود دارد. استفاده از ضرایب غیرخطی جهت تطبیق ۳ نقطه مشترک، استفاده از ضرایب وزن دار جهت تخمین مختصات و... .

در زیر از روشی ترکیبی و ساده شده و بهینه تر استفاده خواهد شد.

ابتدا مختصات نقاط مشترک دو به دو دایره‌ها را محاسبه می‌کنیم. با حذف نقاط مشترک واقع در قسمت منفی مختصات، مختصات نقاط مشترک دایره ها در ۲ بعد:

دایره ۱و ۲ در نقطه زیر یکدیگر رو قطع میکنند:

$$\{x1 = \frac{\sqrt{-d^4 + 2d^2\mathrm{r1}^2 - \mathrm{r1}^4 + 2d^2\mathrm{r2}^2 + 2\mathrm{r1}^2\mathrm{r2}^2 - \mathrm{r2}^4}}{2d};$$

$$y1 = \frac{d^2 + \mathrm{r1}^2 - \mathrm{r2}^2}{2d}\}$$

تساوی ۴

دایره ۲ و ۳ در نقطه زیر:

$$\{x2 = \frac{2d^3 + d\mathrm{r2}^2 - d\mathrm{r3}^2 + \sqrt{-4d^6 + 4d^4\mathrm{r2}^2 - d^2\mathrm{r2}^4 + 4d^4\mathrm{r3}^2 + 2d^2\mathrm{r2}^2\mathrm{r3}^2 - d^2\mathrm{r3}^4}}{4d^2};$$

$$y2 = \frac{2d^2 - \mathrm{r2}^2 + \mathrm{r3}^2 + \frac{\sqrt{-d^2(4d^4 - 4d^2\mathrm{r2}^2 + \mathrm{r2}^4 - 4d^2\mathrm{r3}^2 - 2\mathrm{r2}^2\mathrm{r3}^2 + \mathrm{r3}^4)}}{d}}{4d}\}$$

تساوی ۵

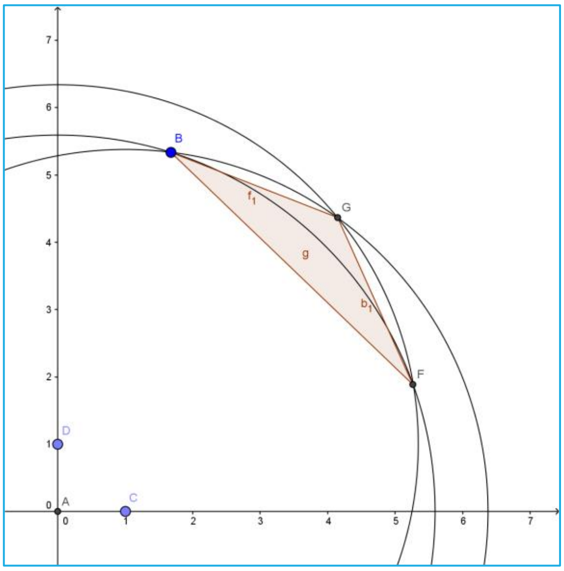
دایره ۱و ۳ در نقطه زیر:

$$\{x3 = \frac{d^2 + \mathrm{r1}^2 - \mathrm{r3}^2}{2d};$$

$$y3 = \frac{\sqrt{-d^4 + 2d^2\mathrm{r1}^2 - \mathrm{r1}^4 + 2d^2\mathrm{r3}^2 + 2\mathrm{r1}^2\mathrm{r3}^2 - \mathrm{r3}^4}}{2d}\}$$

تساوی ۶

از اتصال ۳ نقطه B,E,F مثلثی به وجود می‌آید که تقریبی از ناحیه محصور میان ۳ دایره است و نقطه مطلوب ما در آن واقع شده است. با فرض میانه این مثلث به عنوان نقطه مطلوب، مختصات میانه این مثلث را حساب می‌کنیم:



شکل ۶ از اتصال نقاط مشترک دو به دو دایره‌ها یک مثلث بوجو می‌اید که تقریبا مساحت محصور میان ۳ دایره را پوشش می‌دهد

.

$$x = \frac{x1 + x2 + x3}{3}$$

$$y = \frac{y1 + y2 + y3}{3}$$

تساوی ۷

تقریب بهتر و دقیق‌تر از مرکز شکل محصور میان ۳ دایره استفاده از ضرایب وزن‌دار است. در این روش داریم:

$$x = \frac{N1 * x1 + N2 * x2 + N3 * x3}{N1 + N2 + N3}$$

$$y = \frac{M1 * y1 + M2 * y2 + M3 * y3}{M1 + M2 + M3}$$

تساوی ۸

که یک مقدار مطلوب برای M و N که باعث تخمین بهتری می‌شوند برابر است با:

جدول ۲

	1	2	3
N	1	3	1
M	1	3	1

که با جایگذاری مقادیر NوM در تساوی ۸ داریم:

$$x = \frac{x1 + 3 * x2 + x3}{5}$$

$$y = \frac{y1 + 3 * y2 + y3}{5}$$

تساوی ۹

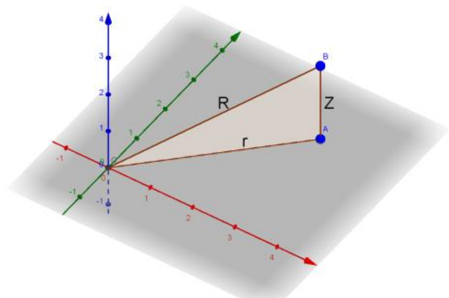
حال که تخمین خوبی از مختصات نقطه مطلوب بدست آوردیم، سعی می‌کنیم آن را برای ۳ بعد تعمیم دهیم. با توجه به این که در یک بازی فوتبال در بیشتر مواقع توپ در سطح زمین و مختصاتی با Z برابر با صفر حرکت می‌کند، از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$R^2 = Z^2 + r^2$$

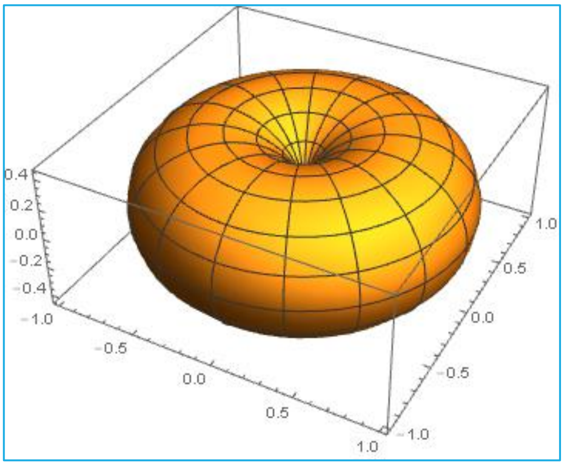
تساوی ۱۰

به شرط موهومی نشدن جواب، با استفاده از تساوی ۳ می‌توان تخمین خوبی از مقدار Z بدست آورد خوشبختانه شرط ی وجود دارد که منجر به پاسخ حقیقی برای Z بر اساس تساوی ۳ شود. از تساوی ۱۱ مقدار r را بر حسب R و Z می یابیم. و از تساوی ۱۰ مقادیر بهینه X و Y را بر حسب r محاسبه می‌کنیم.

این روش برای اندازه‌گیری‌هایی که منجر به پاسخ حقیقی در تساوی ۳ نمی‌شوند، دارای پاسخی حقیقی است. استفاده از این روش وجود پاسخ در خروجی سامانه را حتی با وجود خطای غیرقابل قبول در ورودی، تضمین می‌کند.



شکل ۷ تصویر نقطه B بر روی صفحه x-y نقطه A است



شکل ۸ الگوی تشعشی یک آنتن دیپل با اندازه نصف طول موج

۴ آنتن‌های سامانه موقعیت‌یابی

اگر جسمی که قرار است آنتن گیرنده یا فرستده داشته باشد مانند توپ در هر جهتی حرکت کند، نیاز است آنتن آن در همه جهات دارای گین مناسبی باشد. درواقع لازم است تقریبا یک آنتن ایزوتروپیک باشد.

آنتن ایزوتروپیک آنتنی ایده آل است که در همه جهات به یک اندازه تشعشع می کند. (الگوی تشعشی آن یک کره است.) اما چه طور می توان در عمل چنین آنتنی را ساخت.

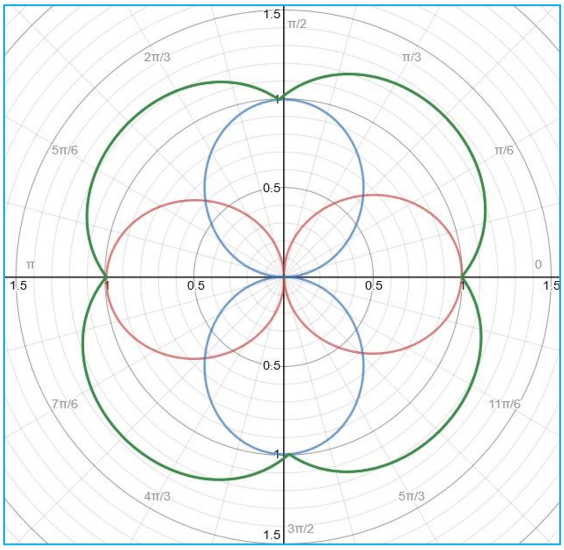
الگوی تشعشی یک آنتن دیپل را در نظر بگیرید. میزان تعشع آنتن دیپل در راستای آنتن صفر است.

$$E = \frac{(\mathrm{Cos}[\mathrm{Pi} * n * \mathrm{Cos}[\theta]] - \mathrm{Cos}[\mathrm{Pi} * n])}{\mathrm{Sin}[\theta]}$$

تساوی ۱۱

اگر یک آنتن دیپل را به کار ببریم الگوی نهایی مانند شکل فوق خواهد شد.

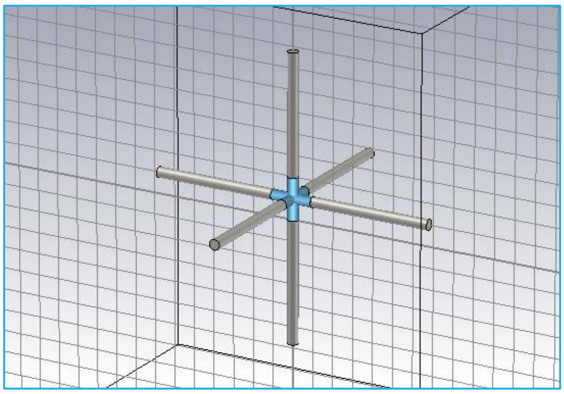
اگر ۲ آنتن دیپل را به صورت عمود برهم به کار بریم الگوی نهایی باز هم شبیه یک آنتن دیپل خواهد شد با این تفاوت که زاویه صفر آن کاهش پیدا می‌کند. در این حالت زاویه فضایی که شدت تشعشع آن در حد صفر است کاهش می‌یابد.



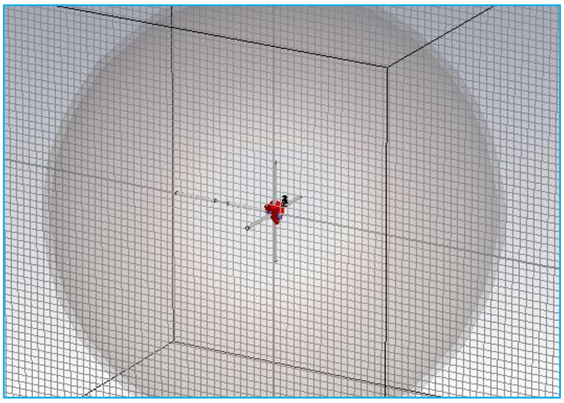
شکل ۹ برشی عرضی از الگوی تشعشعی ۲ آنتن دیپل عمود برهم

اگر ۳ آنتن دو به دو عمود برهم دیپل را به کار بریم الگوی نهایی باز هم شبیه یک آنتن دیپل خواهد شد با این تفاوت که زاویه صفر آن بیشتر کاهش پیدا می‌کند. در این حالت زاویه فضایی که شدت تشعشع آن در حد صفر است بیشتر از حالت پیش کاهش می‌یابد، که تقریب خوبی از یک آنتن ایزوتروپیک است. (اگر این روش را با ۹ آنتن دیپل ادامه دهیم تقریب بهتری خواهیم داشت، هرچه تعداد آنتن های مورد استفاده بیشتر شوند، الگوی تشعشعی نهایی به شکل کره نزدیکتر می‌شود، اما برای کار ما ۳ آنتن دو به دو عمود برهم دیپل کافی است.)

۳ آنتن دیپل عمود برهم نسبت به یک آنتن دیپل ساده



شکل ۱۰ سه آنتن دیپل دو به دو عمود برهم

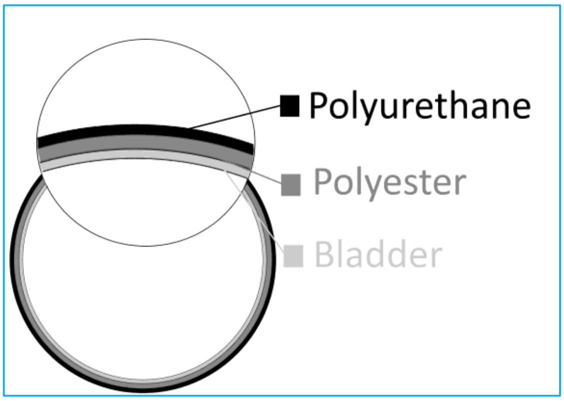


شکل ۱۱شبیه سازی آنتن طراحی شده، محصور در چند لایه دی الکتریک کروی شکل

دارای امپدانس ۳برابری، بیشینه شدت تشعشع ۰,۷ و الگوی تشعشع تقریبا کروی در مقایسه با شکل ۳ می-باشد.

تاثیر این ۳ آنتن بر روی هم و پلاریزاسیون نهایی آنها و تاثیر جابجایی آنها نسبت یکدیگر بر روی الگوی تشعشع می تواند مورد بررسی دقیق‌تر قرار گیرد، که خارج از روند این مقاله است.

با توجه به محصور بودن آنتن در توپ، باید آنتن نهایی را در کره‌ای به شعاع توپ و ضریب دی الکتریک برابر با لایه های توپ شبیه‌سازی کنیم و تاثیر چند لایه دی-الکتریک حول آنتن را بر روی الگوی تشعشعی آن را بررسی کنیم. یک توپ فوتبال از چند لایه دی‌الکتریک مختلف ساخته می‌شود.



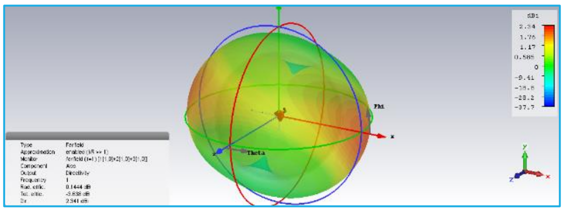
شکل ۱۲ لایه های اصلی دی الکتریک موجود در توپ فوتبال

جدول ۳ ضریب دی الکتریک لا یه های سازنده توپ فوتبال

MEDIA	DIELECTRIC CONSTANT	TEMP F	STATE
Nylon 6/6 (Unfilled)	4-4.6	75	S
Butyl Rubber	2.35	75	S
Polyurethane Urethane) Thermoplastic (Elastomer	6.3	75	S
POLYESTER (PLASTIC CHIPS)	1.9	75	GR
POLYESTER (PLASTIC FLAKES)	2	75	GR
POLYESTER (PLASTICS POWDER)	1.4	75	P
POLYESTER RESIN	2.8	75	P
POLYESTER RESIN	5.5	75	L
POLYESTER RESIN (FLEXIBLE)	4.1	75	S
POLYESTER RESIN (GLASS FIBER	4	75	S
POLYESTER RESIN (RIDGID CAST)	2.8	75	S

در جدول ۳ ضریب دی‌الکتریک موادی که در ساخت اغلب توپ‌های فوتبال به کار می‌روند، آورده شده است.این لایه‌های دی الکتریک حول آنتن سبب تضعیف شدت تشعشع می‌شوند.

برای ایستگاه های زمینی با توجه به ثابت بودن آنها، یک آنتن دیپل ساده و یا یک آنتن پچ جهت‌دار کافی است.



شکل ۱۳ الگوی تشعشعی یک آنتن ایزوتروپیک محصور در چند لا یه دی الکتریک کروی شکل

۵ فرستنده و گیرنده

اساس کار سامانه موقعیت یاب یافتن فاصله جسم مجهول تا حداقل ۳ ایستگاه و سپس محاسبه مکان دقیق جسم می باشد.

برای این منظور می‌توان مانند سامانه های مکان یابی جهانی از روش همزمانی مبدا و مقصد توسط زمانسنج-های دقیق استفاده کرد که پیچیدگی و هزینه زیادی دارد. باتوجه به محلی بودن سامانه موقعیت یابی مورد نظر ما و کاربری ساده تشخیص موقعیت توپ در زمینی کوچک و نیاز ما به دانستن موقعیت توپ تنها در ایستگاه خارج زمین فوتبال، راه‌های ساده‌تر و کم هزینه‌تر مناسب‌تر هستند. یکی از این راه‌ها استفاده از یک زمان-سنج تنها در ایستگاه (و نه در توپ) جهت محاسبه زمان رفت و برگشت یک سیگنال از ایستگاه تا توپ می‌باشد. این روش تجهیزات لازم برای کارگذاری در توپ را نیز کاهش می‌دهد.

برای یافتن فاصله توپ تا یک ایستگاه باید مدت زمان رفت و برگشت یک سیگنال از ایستگاه تا توپ را حساب کنیم. از ضرب نصف این مقدار در سرعت نور در هوا فاصله مطلوب بدست می‌آید. پس داریم:

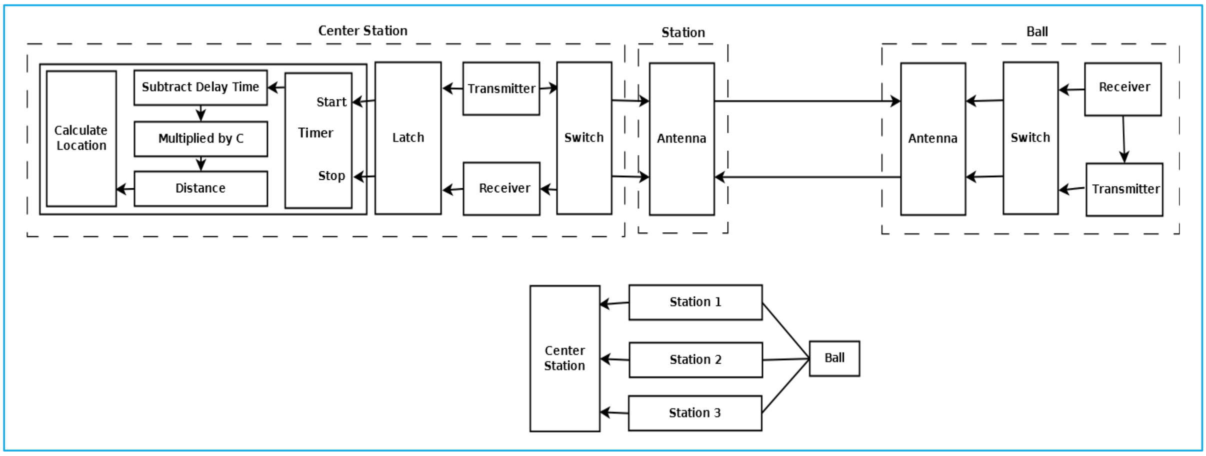
$$x = \alpha c(T - td)$$

تساوی ۱۲

که در آن c سرعت نور، α ضریب گذردهی هوا، T مدت زمان اندازه‌گیری شده، td مدت زمان پاسخ دهی

مدار و یا مدت زمان تاخیر و x فاصله مستقیم توپ تا ایستگاه است.

ایستگاه سیگنالی را ارسال میکند و همزمان تایمری را فعال می کند. با رسیدن سیگنال به جسم، فورا پاسخ داده و سیگنالی را در پاسخ ارسال میکند. ایستگاه هنگامی که پاسخ جسم را دریافت کرد تایمر را متوقف



شکل ۱۴ دیاگرام سامانه موقعیت یابی توپ

می‌کند. یک چالش پیش روی ما این است که زمان تایمر علاوه بر زمان رفت و برگشت سیگنال زمان پاسخ دهی مدار جسم را هم در بر دارد. زمان پاسخ دهی مدار باید از زمان تایمر کم شود. به علاوه مدار خود ایستگاه هم در ارسال و دریافت تاخیر کمی دارد که باید مورد توجه قرار گیرد. زمان این تاخیرها بسیار کوتاه است (در حد چند ده نانو ثانیه) اما با توجه به سرعت بسیار بالای نور و کوتاه بودن زمان اندازه‌گیری شده رفت و برگشت، می‌توانند خطای بزرگی را ایجاد کنند. زمان تاخیر را می-توان با استفاده از اختلاف مقدار فاصله اندازه‌گیری شده توسط دستگاه و مقدار از قبل اندازه‌گیری شده فاصله به صورت دقیق توسط کاربر، احتساب کرد.

استفاده از یک لچ یا حافظه ۱ بیتی قبل از تایمر مفید به نظر می رسد. این حافظه میتواند تا هنگام دریافت پاسخ تایمر را به صورت فعال نگهداری کند و به محض دریافت پاسخ آن را متوقف کند.

استفاده از یک سوئیچ برای اتصال ایستگاه مرکزی به آنتن ایستگاه‌های مختلف و تجمیع فرستنده و گیرنده و تایمر و سایر اجزا ایستگاه‌ها در ایستگاه مرکزی باعث کاهش تعداد مدارات مصرفی و کاهش هزینه و ساده‌تر شدن سامانه می‌شود.

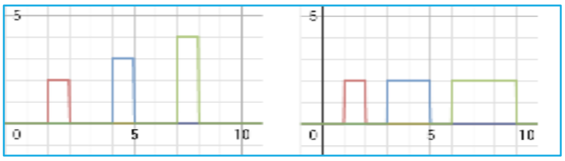
ایستگاه مرکزی توسط یک سوئیچ به نوبت به آنتن‌های ۱و ۲ و ۳ سیگنالی را ارسال می‌کند، ایستگاه مرکزی پس از دریافت پاسخ سیگنال ارسالی از آنتن ۱، سیگنالی به آنتن ۲ می فرستد و به همین ترتیب ادامه می‌دهد. ایستگاه مرکزی در ارتباط با آنتن‌ها به صورت خطی عمل می‌کند، یعنی ابتدا ارتباط با آنتن ۱، سپس آنتن ۲ و بعد ۳ و دوباره این روند را تکرار می‌کند. با توجه به مدت زمان بسیار کوتاه ارسال و دریافت سیگنال، در مدت زمان یک ثانیه این چرخه هزاران بار می‌تواند تکرار شود. یک چرخه (ارسال و دریافت سیگنال از همه آنتن-ها) منجر به محاسبه یک مختصات کامل توپ در آن زمان می‌شود. تکرار موقعیت‌یابی در یک لحظه منجر به افزایش دقت آن خواهد شد و اگر از انبوه اطلاعات خروجی سامانه درست استفاده شود، مختصات نقطه تخمینی منطبق بر نقطه حقیقی خواهد شد.

خوشبختانه حرکت توپ به صورت پیوسته است، یعنی در مختصات آن جهش وجود ندارد و نمودار مختصات آن بر حسب زمان یک نمودار پیوسته است.

مدار فرستنده و گیرنده در داخل توپ باید توان مصرفی کمی داشته باشد و در طراحی آن باید تا حد امکان از پیچیدگی پرهیز کرد، چراکه وزن و حجم کم آن از اهداف طراحی است.

برعکس مدار فرستنده و گیرنده در داخل ایستگاه‌ها دارای محدودیت توان نیستند و از نظر وزن و حجم هم محدودیتی ندارند.

درصورت فراگیر شدن این سامانه و استفاده همزمان آن در چندین ورزشگاه نزدیک هم(به عنوان مثال این سامانه ممکن است در سالن فوتبال و والیبال یک مجموعه ورزشی بزرگ به طور هم زمان مورد استفاده قرار گیرد)، برای عدم تداخل سیگنال‌های سامانه‌های مختلف نیز می‌توان از روش های متفاوتی استفاده کرد. روش تقسیم زمانی[۷] پرهزینه و پیچیده است، روش تقسیم فرکانسی[۸] از نظر پیچیدگی ساخت و هزینه متوسط است. با توجه به ساده و محلی بودن کاربری مورد نظر ما، روش ساده‌تری نیز موجود است، استفاده از دامنه های مختلف سیگنال توسط هر سامانه. روش ساده‌تر دیگر استفاده از عرض متفاوت سیگنال توسط هریک از سامانه‌ها است.



شکل ۱۵ نمایش سیگنال ها در ۲ روش ساده، استفاده از دامنه و عرض متفاوت

۶ تاثیر اضافه شدن یک جرم خارجی در گشتاور لختی توپ

پس از طراحی کل سامانه در انتها باید به این پرسش بپردازیم که آیا اضافه شدن یک جرم خارجی به توپ در نوع حرکت آن تاثیر نخواهد گذاشت؟ آیا چرخش توپ پس از اضافه شدن این جرم مانند سابق خواهد بود؟ این مساله برای مسئولین ورزشی و داوران بسیار مهم است و پرسش به این سوالات سرنوشت استفاده از این سامانه در بازی های را در دنیای حقیقی رقم می زند.

گشتاور لختی یک توپ از رابطه زیر بدست می آید:

$$I = \frac{2M}{5}(\mathrm{R2} - \mathrm{R1})^2$$

تساوی ۱۳

که در آن R1 و R2 به ترتیب شعاع داخلی و خارجی توپ هستند و M جرم توپ. اگر چگالی ماده ی سازنده توپ ρ باشد، داریم:

$$M = \frac{4}{3}\pi(R2^3 - R1^3)\rho$$

تساوی ۱۴

گشتاور لختی یک توپ حول تمام محورهای گذرنده از مرکز توپ برابر مقدار بالا می باشد. تنها گشتاور لختی و اصطکاک سطحی توپ هستند که میزان چرخش توپ در یک ضربه چرخشی را مشخص می کنند، اضافه کردن یک جسم خارجی در مرکز توپ بر روی اصطکاک آن بی‌تاثیر و باعث افزایش ناچیز گشتاور لختی می شود. این افزایش را به سادگی می توان با کاهش ρ جبران کرد. اگر جرم خارجی را m و حجمش را کره ای به شعاع r در نظر بگیریم که در مرکز توپ قرار داده ایم می توان چگالی حجمی جدید ρ` و شعاع دستگاه r را به گونه ای محاسبه کرد که جرم جدید کل توپ و گشتاور لختی جدید توپ دقیقا برابر مقادیر قدیمی شان باشند. میان چگالی حجمی جدید $\rho$` و R`1 شعاع داخلی جدید مخیر هستیم تا یکی را تغییر دهیم تا تساوی های ۸ برقرار شوند. تغییر یکی از این دو نسبت به مقدار اولیه شان برای ارضا تساوی ۸ کافی است.

$$M1 = M2 + m$$

$$I1 = I2$$

تساوی ۱۵

[۷] TDM, Time division multiplexing

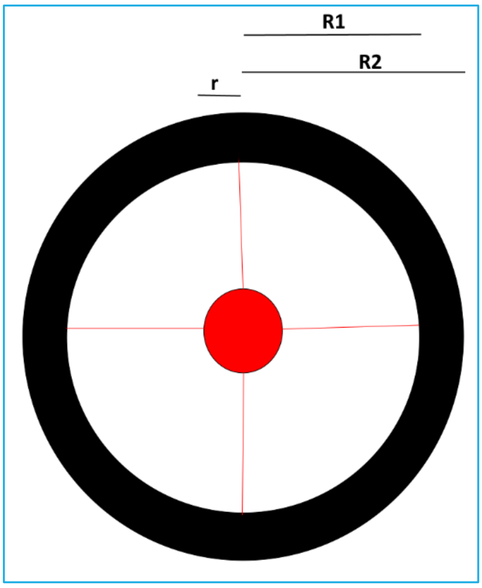
[۸] FDM, Frequency division multiplexing

با جایگذاری مقادیر جرم و گشتاور لختی در تساوی های ۸ خواهیم داشت:

$$\frac{4}{3}\pi(R2^3 - R1^3)\rho = \frac{4}{3}\pi(R2^3 - R`1^3)\rho` + m$$
$$\frac{2M1}{5}(\mathrm{R2} - \mathrm{R1})^2 = \frac{2M2}{5}(\mathrm{R2} - \mathrm{R`1})^2 + \frac{2m}{5}r^2$$

تساوی ۱۶

یعنی ۳ موئلفه جرم و گشتاور لختی و اصطکاک توپ بدون جرم خارجی و توپ با یک جسم خارجی اصلاح شده هیچ تغییری نمی‌کنند. و تنها این ۳ موئلفه در نحوه حرکت توپ تاثیرگذار هستند.



شکل ۱۶ یک توپ که یک جسم خارجی کروی شکل به جرم m و شعاع r در مرکزش قرار گرفته است.

در انتها باید این را در نظر گرفت که با ضربه زدن به توپ نیرو نباید با تاخیر به جرم مرکزی منتقل شود و همچنین جرم مرکزی در حین حرکت و ضربه نباید دچار نوسان چشمگیری شود، استفاده از اتصال دهنده‌هایی با ضریب کشسانی بالا در یک طرف جرم مرکزی و اتصال دهنده‌هایی با ضریب کشسانی پایین تر در طرف دیگر و توزیع متوازن آنها این مشکل را برطرف می‌کند. همچنین جرم بسیار کم جسم مرکزی نسبت به جرم توپ ما را از این بابت مطمئن می‌سازد.

پس بدون نگرانی از تاثیر افزودن یک فرستنده به توپ در نحوه حرکت آن می‌توان از آن استفاده کرد.

۷ تاثیر خطای اندازه‌گیری فاصله بر روی مختصات محاسبه شده

در تساوی ۳ مشاهده می‌شود که اندازه مختصات دکارتی با توان دو فاصله های اندازه گیری شده رابطه دارند.

$$x \propto r1^2$$

تساوی ۱۷

اگر خطای e در اندازه‌گیری r1 رخ دهد، خطایی که در x رخ می‌دهد چقدر خواهد بود؟ مقدار خطای x به مقدار r1 هم وابسته است.

$$(r1 + e)^2 = r1^2 + 2r1e + e^2$$

تساوی ۱۸

مقدار e^2 بسیار کوچک و قابل صرف نظر کردن است اما مقدار $2r1e$ بسیار بزرگ‌تر از خطای اولیه ما است!

به عنوان مثال خطای ۱۰ سانتی متری در فاصله یابی در شعاع ۱۰۰ متری منجر به خطایی ۲۰ متری در موقعیت یابی خواهد شد!

این خطای زیادی است و هرقدر هم که دقت فاصله‌یابی را افزایش دهیم و خطای آن را کم کنیم با ضرب شدن خطای آن در مقادیر بزرگ فوق، خطای بزرگی را در خروجی خواهیم داشت.

اگر از عبارات موجود در تساوی ۳ نسبت به r1,r2,r3 مشتق ضمنی بگیریم، می‌توانیم مقدار خطای رخ داده

در خروجی را بر حسب اندازه خطای ورودی حساب کنیم.

$$dx = \frac{\partial x}{\partial r1}dr1 + \frac{\partial x}{\partial r2}dr2 + \frac{\partial x}{\partial r3}dr3$$

تساوی ۱۹

تساوی ۱۹ برای y و z هم برقرار است. با جایگذاری تساوی ۳ در تساوی ۱۹ داریم:

$$dx = \frac{2r1dr1 - 2r3dr3}{2d}$$

$$dy = \frac{2r1dr1 - 2r2dr2}{2d}$$

$$dz = dr1\frac{-8r1^3 + 4r1r2^2 + 4r1r3^2}{4d\sqrt{-2d^4 - 2r1^4 + 2d^2r2^2 + 2r1^2r2^2 - r2^4 + 2d^2r3^2 + 2r1^2r3^2 - r3^4}}$$
$$+dr2\frac{4d^2r2 + 4r1^2r2 - 4r2^3}{4d\sqrt{-2d^4 - 2r1^4 + 2d^2r2^2 + 2r1^2r2^2 - r2^4 + 2d^2r3^2 + 2r1^2r3^2 - r3^4}}$$
$$+dr3\frac{4d^2r3 + 4r1^2r3 - 4r3^3}{4d\sqrt{-2d^4 - 2r1^4 + 2d^2r2^2 + 2r1^2r2^2 - r2^4 + 2d^2r3^2 + 2r1^2r3^2 - r3^4}}$$

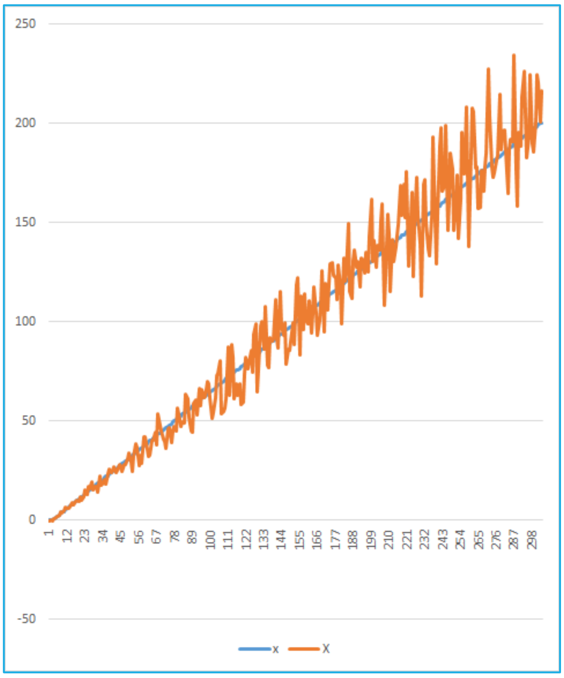
تساوی ۲۰

به چند نکته در تساوی ۲۰ باید توجه کرد. مقدار خطای خروجی با فاصله میان ایستگاه‌ها رابطه عکس و با فاصله توپ از ایستگاه ها رابطه مستقیم دارد، میزان خطای یکسان در ورودی‌های r1,r2,r3 منجر به خطای یکسانی در خروجی‌های x,y,z نمی‌شود، در واقع ضریب حساسیت به خطای ورودی برای هر یک از آنها متفاوت است.

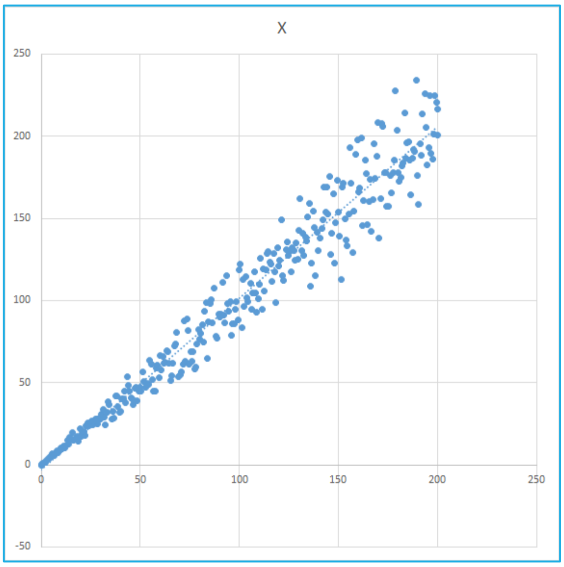
اگر خطای میانگین سامانه در یک مختصات مشخص را اینگونه تعریف کنیم، انجام ۱۰۰ موقیعت یابی برای یک نقطه مشخص و میانگین گرفتن از ۱۰۰ مختصات خروجی و یافتن فاصله نقطه میانگین بدست آمده تا نقطه واقعی، در شکل ۱۹ تاثیر فاصله ایستگاه‌ها بر روی خطای میانگین سامانه را در تعیین مختصاتی در فاصله ۵۶ متری ایستگاه‌ها (فاصله گوشه تا مرکز یک زمین فوتبال) را مشاهده می‌کنیم.

اگر بتوانیم اندازه مقادیر سمت راست تساوی ۲۰ را کاهش دهیم، اندازه خطا در خروجی را کاهش داده ایم،

در واقع حساسیت سیستم به خطای ورودی را کاهش داده‌ایم، به بیان دیگر با بروز خطای کوچکی در ورودی سیستم، در خروجی خطای بزرگی نخواهیم داشت.

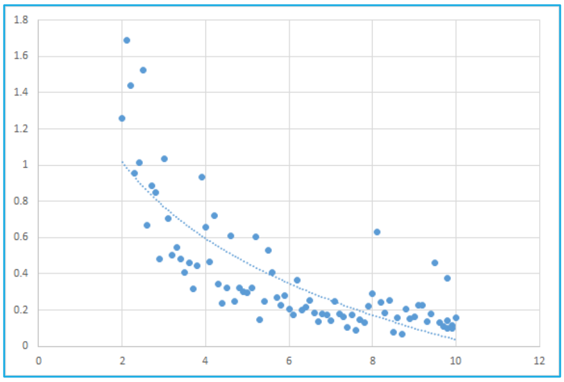


شکل ۱۷محور افقی مختصات x تخمین زده شده، محور عمودی مختصات x حقیقی، با افزایش مقدار x خطا در تخمین آن زیاد می شود.



شکل ۱۸محور افقی مختصات x تخمین زده شده، محور عمودی مختصات x حقیقی، با افزایش مقدار x خطا در تخمین آن زیاد می شود اما با تکرار آزمایش و رسم نزدیکترین خط به نقاط می توان به مقدار حقیقی x بسیار نزدیک شد.

مقادیر سمت راست تساوی ۲۰ از حل معادله موقعیت



شکل ۱۹محور افقی فاصله میان ایستگاه ها، محور عمودی میانگین اندازه خطای ایجاد شده در بیش از ۱۰۰ آزمایش، طبق انتظار با افزایش d خطای خروجی کاهش می یابد.

توپ بدست آمده‌اند و به مختصات ایستگاه‌ها وابسته‌اند. جدول ۱ حل معادله موقعیت توپ را ساده می‌کند اما کمترین حساسیت نسبت به خطا در ورودی را تضمین نمی‌کند.

اگر موقعیت ایستگاه‌ها را طبق جدول ۴ در نظر بگیریم،

جدول ۴

	x	Y	z
1	0	0	d
2	0	d	0
3	d	0	0

نتیجه حل معادله مکان برای مختصات توپ برابر خواهد شد با:

$$x=\frac{1}{24d^2}\left(8d^3+4dr1^2+4dr2^2-8dr3^2+\sqrt{\left((-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)^2-48d^2(4d^4+r1^4+r2^4-4d^2r3^2-2r1^2r3^2-2r2^2r3^2+2r3^4)\right)}\right)$$

$$y=\frac{\frac{2d^2}{3}+\frac{r1^2}{3}-\frac{2r2^2}{3}+\frac{r3^2}{3}+\frac{\sqrt{(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)^2-48d^2(4d^4+r1^4+r2^4-4d^2r3^2-2r1^2r3^2-2r2^2r3^2+2r3^4)}}{12d}}{2d}$$

$$z=\frac{\frac{2d^2}{3}-\frac{2r1^2}{3}+\frac{r2^2}{3}+\frac{r3^2}{3}+\frac{\sqrt{(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)^2-48d^2(4d^4+r1^4+r2^4-4d^2r3^2-2r1^2r3^2-2r2^2r3^2+2r3^4)}}{12d}}{2d}$$

تساوی ۲۱

اگر از عبارت فوق نسبت به r1,r2,r3 مشتق ضمنی بگیریم، خواهیم داشت:

$$dx=\frac{8dr1+\frac{-16dr1(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)-48d^2(4r1^3-4r1r3^2)}{2\sqrt{(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)^2-48d^2(4d^4+r1^4+r2^4-4d^2r3^2-2r1^2r3^2-2r2^2r3^2+2r3^4)}}}{24d^2}dr1$$
$$+\frac{8dr2+\frac{-16dr2(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)-48d^2(4r2^3-4r2r3^2)}{2\sqrt{(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)^2-48d^2(4d^4+r1^4+r2^4-4d^2r3^2-2r1^2r3^2-2r2^2r3^2+2r3^4)}}}{24d^2}dr2$$
$$+\frac{-16dr3+\frac{32dr3(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)-48d^2(-8d^2r3-4r1^2r3-4r2^2r3+8r3^3)}{2\sqrt{(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)^2-48d^2(4d^4+r1^4+r2^4-4d^2r3^2-2r1^2r3^2-2r2^2r3^2+2r3^4)}}}{24d^2}dr3$$

$$dy=\frac{\frac{2r1}{3}+\frac{-16dr1(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)-48d^2(4r1^3-4r1r3^2)}{24d\sqrt{(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)^2-48d^2(4d^4+r1^4+r2^4-4d^2r3^2-2r1^2r3^2-2r2^2r3^2+2r3^4)}}}{2d}dr1$$
$$+\frac{-\frac{4r2}{3}+\frac{-16dr2(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)-48d^2(4r2^3-4r2r3^2)}{24d\sqrt{(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)^2-48d^2(4d^4+r1^4+r2^4-4d^2r3^2-2r1^2r3^2-2r2^2r3^2+2r3^4)}}}{2d}dr2$$
$$+\frac{\frac{2r3}{3}+\frac{32dr3(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)-48d^2(-8d^2r3-4r1^2r3-4r2^2r3+8r3^3)}{24d\sqrt{(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)^2-48d^2(4d^4+r1^4+r2^4-4d^2r3^2-2r1^2r3^2-2r2^2r3^2+2r3^4)}}}{2d}dr3$$

$$dz=\frac{-\frac{4r1}{3}+\frac{-16dr1(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)-48d^2(4r1^3-4r1r3^2)}{24d\sqrt{(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)^2-48d^2(4d^4+r1^4+r2^4-4d^2r3^2-2r1^2r3^2-2r2^2r3^2+2r3^4)}}}{2d}dr1$$
$$+\frac{\frac{2r2}{3}+\frac{-16dr2(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)-48d^2(4r2^3-4r2r3^2)}{24d\sqrt{(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)^2-48d^2(4d^4+r1^4+r2^4-4d^2r3^2-2r1^2r3^2-2r2^2r3^2+2r3^4)}}}{2d}dr2$$
$$\frac{\frac{2r3}{3}+\frac{32dr3(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)-48d^2(-8d^2r3-4r1^2r3-4r2^2r3+8r3^3)}{24d\sqrt{(-8d^3-4dr1^2-4dr2^2+8dr3^2)^2-48d^2(4d^4+r1^4+r2^4-4d^2r3^2-2r1^2r3^2-2r2^2r3^2+2r3^4)}}}{2d}dr3$$

تساوی ۲۲

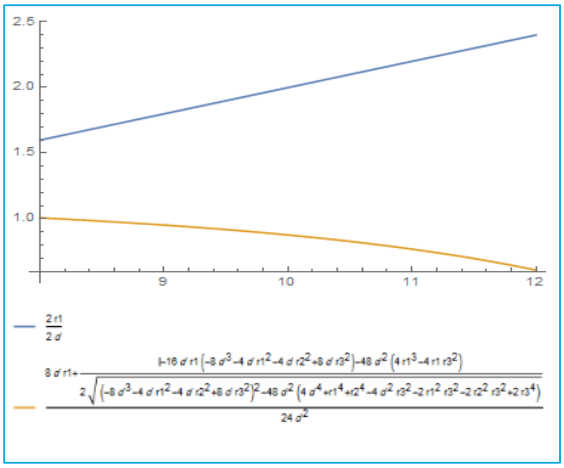
اندازه مقادیر سمت راست تساوی ۲۲ از اندازه مقادیر سمت راست تساوی ۲۰ با ورودی‌های یکسان کمتر است و سامانه با مشخصات جدول ۴ نسبت به خطای ورودی دارای حساسیت کمتری است و دقت بیشتری در خروجی دارد. همچنین ضریب حساسیت آن نسبت به ورودی‌های r1,r2,r3 بسیار به هم نزدیک هستند و مانند سامانه با مشخصات جدول ۱ اختلاف زیادی با هم ندارند.

به عنوان مثال در شکل ۲۰ ضریب حساسیت خطای r1 به x برای دو سامانه در فاصله ۱۰ متری رسم شده است.

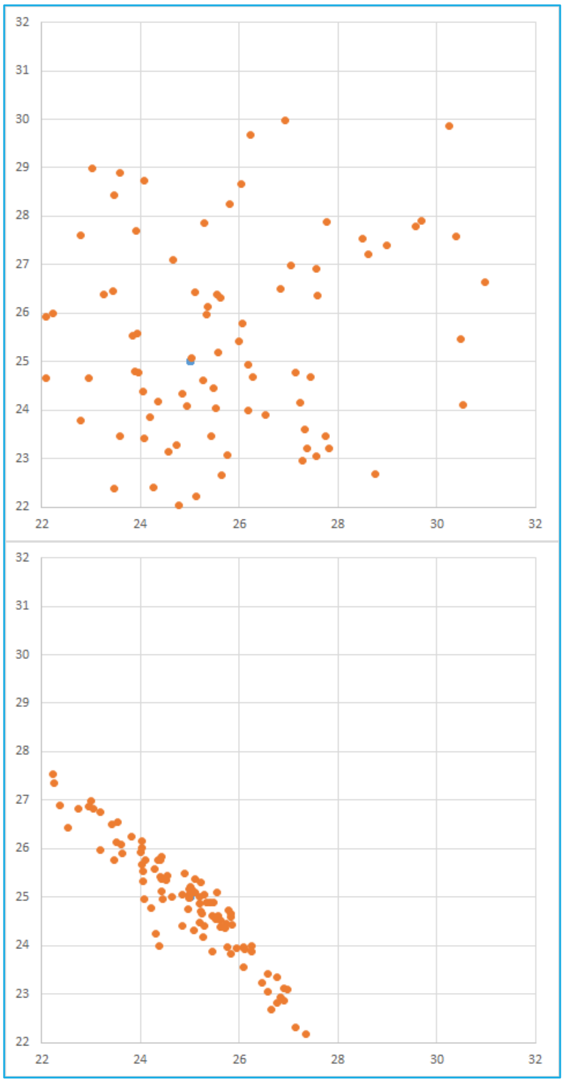
اگر نقاطی که ایستگاه در آن قرار می‌گیرند و نقطه ای که جسم با موقعیت مجهول قرار دارد در یک صفحه نباشند، دقت سامانه موقعیت یابی افزایش می‌یابد.[7]

با اندازه مشخص فاصله میان ایستگاه‌ها (d) بهترین آرایشی که بیشترین دقت را در تخمین مختصات داشته باشد، کدام است؟ پاسخ به این پرسش به طراحی بهینه سامانه منجر می شود. آرایش ایستگاه‌ها طبق جدول ۴ دارای بیشترین دقت است.□□

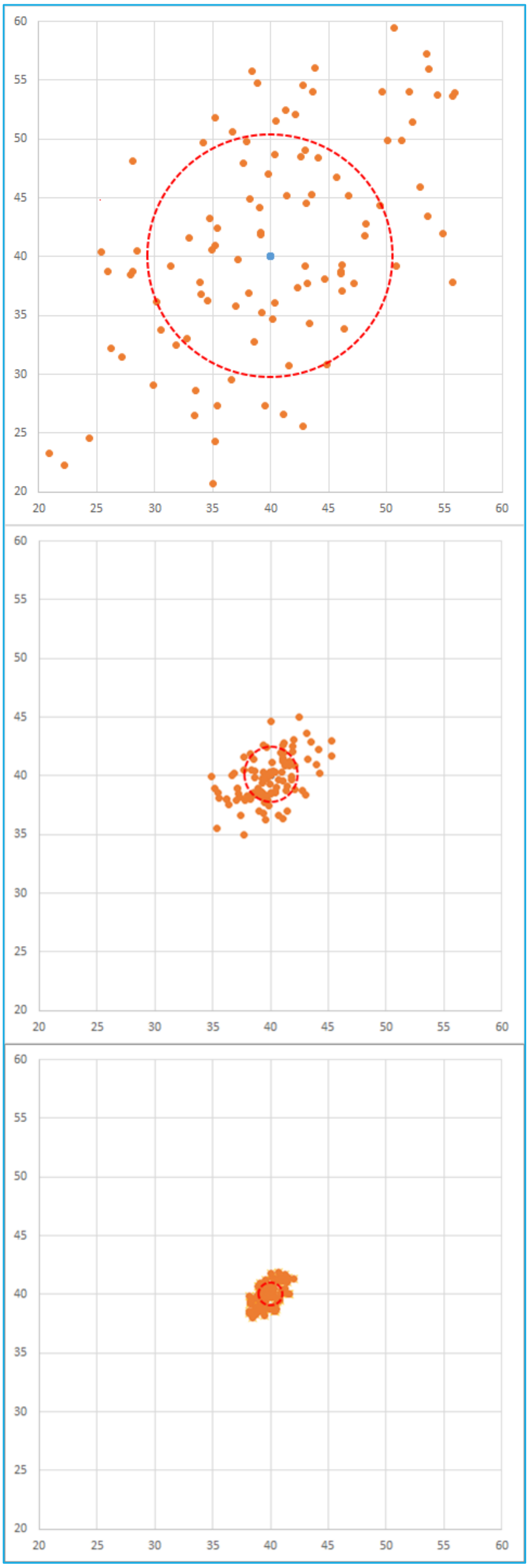
می‌توان سامانه را طوری طراحی کرد تا با دقت اندازه گیری مشخص در فاصله‌یابی، بیش‌ترین دقت در محاسبه و تخمین موقعیت بدست آید.



شکل ۲۰ مقایسه ضریب حساسیت سامانه به خطای ورودی در فاصله ۱۰ متری با مشخصات جدول۱ وسامانه با مشخصات جدول ۴، طبق انتظار سامانه با مشخصات جدول ۴ دارای دقت بسیار بیشتری در تخمین مختصات است.



شکل ۲۱ خطای ۱ متر در ورودی، سامانه با مشخصات جدول ۱در بالا و جدول ۴ در پایین،پراکندگی ۱۰۰ نقطه تخمینی حول نقطه حقیقی، طبق انتظار دقت سامانه با مشخصات جدول ۴ در این حالت بیشتر است.دقت (۰,۳ و ۴,۶ متر)



شکل ۲۲ تاثیر خطا در اندازه گیری فاصله ایستگاه تا توپ در تخمین مختصات، به ترتیب خطای ۲، ۰,۵ ، ۰,۲ متر. سامانه با مشخصات جدول۱، با تکرار موقعیت‌یابی با دقت بالا مختصات نقطه حقیقی محاسبه می‌شود. توپ در فاصله ۵۶ متری ایستگاه‌ها.

۸ مقایسه مختصات محاسبه شده توسط سامانه با مقادیر حقیقی

با توجه به مدت زمان کم فاصله سنجی و سرعت بالای نور، در هر ثانیه می‌توان ۱۰۰۰۰۰ بار مختصات را اندازه گرفت. تکرار اندازه گیری مختصات دقت را بسیار بالا می برد و نتیجه میانگین همیشه اختلاف بسیار کمی با مقدار حقیقی دارد.

از طرفی توپ یا جسمی که قرار است مختصات آن اندازه‌گیری شود دارای پرش مختصاتی نیست و اگر حرکت هم داشته باشد نمودار مختصات آن بر حسب زمان پیوسته است.

۲ حقیقتی که در بالا مورد اشاره قرار گرفت می‌تواند به عنوان اصل در طراحی الگوریتم بهینه‌سازی و افزایش دقت سامانه موقعیت یابی مورد استفاده قرار گیرند.

شکل ۲۰ و ۲۱ نشان می‌دهند که چگونه ۲ سامانه که دقت اندازه‌گیری فاصله یکسان و الگوریتم تخمین و آرایش ایستگاه متفاوتی دارند، دارای دقت خروجی بسیار متفاوتی هستند.

شکل۲۲ نشان می‌دهد که حتی در بدترین شرایط نتیجه میانگین تکرار تخمین موقعیت به جواب حقیقی همگراست.

حقیقت دومی که مورد اشاره قرار گرفت، می‌تواند منتج به استفاده از فیلتر کالمن در خروجی سامانه شود.

۹ شرط گل و اوت و اوت پشت دروازه

با توجه به شکل ۲، اگر نقاط گوشه بالای دروازه ها را به ترتیب با G1,G2,G3,G4 نام‌گذاری کنیم و چهار گوشه زمین را با A,B,C,D نام‌گذاری کنیم برای شرط اوت شدن توپ داریم:

$$x < XA \mid x > XB$$

تساوی ۲۳

و برای گل شدن داریم:

$$z < Za,$$
$$XG1 < x < XG2\,,$$
$$y < YA \mid y > YB$$

تساوی ۲۴

و برای اوت پشت دروازه شدن داریم:

$$z < ZG1,$$
$$x < XG1 \mid x > XG2,$$
$$y < YA$$

و اگر

$$z > ZG1,$$
$$y < YA$$

تساوی ۲۵

اگر شرط گل یا اوت شدن عبور تمام توپ از خط باشد باید مقدار R2 را هم به مختصات گوشه های زمین و دروازه‌ها اضافه کرد.

۱۰ نتیجه گیری

در این مقاله ابتدا قضایای هندسی و جبری مورد نیاز برای تعیین موقعیت یک جسم در دستگاه مختصات مفروض را بررسی کردیم. روشی نظری برای حل موقعیت‌یابی یک جسم با وجود خطا در ورودی‌ها ارائه دادیم. سپس آنتن و مدارهای مورد نیاز برای موقعیت یابی و چالش ها و راه حل های آنها در عمل را بررسی کردیم. سپس تاثیر اضافه شدن یک جسم خارجی در گشتاور لختی توپ را بررسی کردیم، حساسیت سامانه به خطای ورودی را سنجیدیم و شرط گل شدن و اوت و اوت پشت دروازه با توجه به دستگاه مختصات انتخاب

شده ارائه دادیم. در انتها کل سامانه را شبیه سازی کردیم و زیرسامانه را بهینه سازی کردیم و نتایجی را نمایش دادیم که بهینه بودن زیرسامانه ها را نشان می-داد و روشی جدید برای موقعیت‌یابی محلی ارائه دادیم.

استفاده از یک سامانه موقعیت‌یاب محلی برای تشخیص اوت و گل در بازی‌ها کمک شایانی به داوران می کند. مزیت این روش به روش پردازش تصویر در آن است که ممکن است در صحنه‌هایی حساس بازیکنی جلوی توپ قرار گیرد و مانع تشخیص مکان توپ توسط الگوریتم پردازش تصویر شود اما این روش همواره در تمام طول بازی از ضریب اطمینان بالای برخوردار است. در عصری که علوم مختلف به کمک بشر می‌آیند استفاده ار چنین فناوری‌هایی در ورزش و سایر بخش-های زندگی ضروری به نظر می‌رسد.

۱۱ مراجع

1. Accurate Indoor Localization With Zero Start-up Cost, Swarun Kumar Stephanie Gil Dina Katabi Daniela Rus, Massachusetts Institute of Technology, MobiCom, 2009
2. RF Time of Flight Ranging for Wireless Sensor Network Localization, Steven Lanzisera, David T. Lin, Kristofer S. J. Pister, University of California, Berkeley,Fourth Workshop on Intelligent Solutions in Embedded Systems (WISES'06), Austria, June 30th, 2006
3. D. E. Manolakis;Hellenic Air Force Acad., Athens, Greece, Efficient solution and performance analysis of 3-D position estimation by trilateration, IEEE Transactions on Aerospac 1996 Volume:32
4. F. Thomas; Inst. de Robotica i Informatica Ind., Barcelona, Spain ; L. Ros, Revisiting trilateration for robot localization, IEEE Transactions on Robotics 2005 Volume:21
5. Minimizing Trilateration Errors in the Presence of,Uncertain Landmark;Positions,Alexander Bahr John J. Leonard,Computer Science and Artificial Intelligence Lab, MIT, Cambridge, MA, USA, IEEE Transactions on Robotics 2010
6. Error Minimization Algorithm Using Barycentric, Coordinates for Wireless Positioning Systems, Joonseong Gim, Jong-Kyun Hong and Sang-Sun Lee, Electronics and Computer Engineering, Hanyang University, Seoul, Kore, Applied Mathematics & Information Sciences 7, No. 5, 1783-1788 (2013)
7. Minimizing Trilateration Errors in the Presence of,Uncertain Landmark;Positions,Alexander Bahr John J. Leonard,Computer Science and Artificial Intelligence Lab, MIT, Cambridge, MA, USA, IEEE Transactions on Robotics 2010
8. A Receiver/Transmitter Localization ,Algorithm on the Plane ,Konstantinos Drakakis, Aishwarya Moni, Scott Rickard, ,and Ken Taylor1 ,UCD CASL ,University College Dublin ,Belfield, Dublin 4, Ireland ,Contemporary Engineering Sciences, Vol. 3, 2010, no. 7, 339 – 363
9. Revisiting Trilateration for Robot Localization ,Federico Thomas and Lluís Ros ,IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS, VOL. 21, NO. 1, FEBRUARY 2005
10. Preparation and dielectric properties of a polyurethane elastomer ,filled with resol-derived ordered mesoporous carbon ,Tian Chen ,Jinhao Qiu ,Kongjun Zhu ,Hongli Ji ,Changhui Fan ,Qinxue Chen, J Material Science: Mater Electron (2013) 24,Springer

[i] https://en.wikipedia.org/wiki/Battle_of_the_Beams
[ii] http://www.gps.gov/
[iii] https://www.glonass-iac.ru/en/
[iv] http://www.gsa.europa.eu/
[v] Refrence 2
[vi] Refrence 3