

**ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI**  
**TRƯỜNG CÔNG NGHỆ THÔNG TIN & TRUYỀN THÔNG**

**BÀI GIẢNG**

Nhập môn kỹ thuật truyền thông

**Nhóm chuyên môn**

Trịnh Văn Chiến

Tạ Hải Tùng

Đỗ Công Thuần

## LỜI NÓI ĐẦU

Hệ thống truyền thông (communication systems) giữ vai trò quan trọng trong đời sống số hằng ngày. Mọi cuộc gọi, tin nhắn, cuộc họp trực tuyến và mạng xã hội đều dựa trên các chuỗi xử lý phát-truyền-thu được tối ưu hóa về độ tin cậy, độ trễ và hiệu suất phổ. Trên điện thoại thông minh, từ kết nối di động đến Wi-Fi và Bluetooth, các lớp điều chế, mã hóa và đa truy nhập bảo đảm nội dung được truyền nhanh và ổn định ngay cả trong môi trường nhiễu và quá tải. Truyền hình trực tuyến, nghe nhạc, chơi game trực tuyến, điện toán đám mây hay làm việc từ xa đều dựa vào thiết kế liên kết vô tuyến và quang học để giữ hình ảnh và âm thanh đảm bảo chất lượng. Định vị dẫn đường, thanh toán trực tuyến, nhà thông minh và Internet vạn vật cho thấy truyền thông băng hẹp lấn băng rộng cùng tồn tại, mỗi loại tối ưu cho năng lượng, độ phủ và độ trễ khác nhau. Trong y tế, tín hiệu sinh học và hình ảnh chẩn đoán được truyền an toàn, đòi hỏi chuỗi xử lý chống nhiễu và bảo mật lớp vật lý bổ sung cho các biện pháp mật mã. Logistics, thành phố thông minh và phương tiện kết nối cần liên kết tin cậy theo thời gian thực để định tuyến, giám sát và điều khiển. Khi thiên tai xảy ra, các mạng linh hoạt và tự phục hồi giúp duy trì liên lạc khẩn cấp. Ở tầng hạ tầng, quản lý phổ tần, lập lịch tài nguyên và tối ưu năng lượng giúp nhà mạng cung cấp dịch vụ với chi phí hợp lý và tính bền vững. Tóm lại, truyền thông biến dữ liệu thành trải nghiệm liền mạch trong mọi kịch bản số của đời sống hiện đại, và để hiểu rõ hơn về bản chất, giáo trình “nhập môn kỹ thuật truyền thông” giới thiệu cấu trúc lõi của một hệ thống truyền thông số.

Ở phía phát, nguồn thông tin được chuyển thành chuỗi dữ liệu nhị phân gồm các bit không và một, sau đó được gom thành các từ có độ dài cố định để thuận tiện cho việc ánh xạ. Quá trình gán nhãn nhị phân xác định quy tắc ánh xạ giữa mỗi từ bit và một ký hiệu truyền; gán nhãn Gray thường được dùng để giảm số bit sai khi nhầm lẫn giữa các ký hiệu lân cận. Mỗi ký hiệu tương ứng với một điểm trong không gian tín hiệu, tức một biểu diễn hình học giúp thiết kế và phân tích máy thu. Từ điểm trong không gian tín hiệu, bộ tạo dạng xung sinh ra dạng sóng truyền có băng thông phù hợp và hạn chế giao thoa giữa các ký hiệu liên tiếp bằng những bộ lọc như cos nâng. Hệ thống lựa chọn một trong các sơ đồ điều chế như biên độ, tần số, dịch pha hoặc biên độ-pha kết hợp; với đa sóng mang, các sóng mang con trực giao cho phép khai thác hiệu quả băng thông. Dạng sóng được phát qua kênh truyền chịu tác động của nhiễu trắng cộng Gaussian, một mô hình thuận tiện cho phân tích vì có phổ phẳng theo tần số và ngẫu nhiên theo thời gian. Ở phía thu, tín hiệu đi qua bộ lọc phối hợp có đặc tính khớp với dạng sóng phát để tối đa hóa tỷ lệ tín hiệu so với nhiễu tại thời điểm lấy mẫu. Bộ đồng bộ thời gian và tần số bảo

đảm việc lấy mẫu diễn ra tại vị trí thích hợp của mỗi ký hiệu. Sau lấy mẫu, các đại lượng quan sát được quy chiếu trở lại không gian tín hiệu, rồi đưa vào bộ quyết định theo tiêu chuẩn cực đại khả năng: chọn ký hiệu có điểm gần nhất với quan sát trong không gian tín hiệu đối với kênh nhiễu trắng. Toàn bộ chuỗi xử lý tạo nên nền tảng của các hệ thống truyền thông số hiện đại.

Kỹ thuật truyền thông không chỉ hiện diện ở tầng ứng dụng quen thuộc mà còn định hình cách thức dữ liệu được mã hóa, truyền đi và phục hồi một cách tin cậy. Hiểu rõ chuỗi xử lý từ phát đến thu giúp ta thiết kế những liên kết bền vững, hiệu quả và an toàn hơn, qua đó tiếp tục củng cố vai trò hạ tầng vô hình của kỹ thuật truyền thông trong đời sống số hằng ngày.



SOICT

## KÝ HIỆU TOÁN HỌC

Trong bài giảng này chúng ta dùng những kí hiệu toán học với các ý nghĩa xác định trong bảng dưới đây:

$\mathbb{Z}_2$	Tập hợp số nhị phân
$\mathbb{R}$	Tập hợp số thực
$\mathbb{C}$	Tập hợp số phức
$\mathbb{H}_2$	Không gian Hamming
$d_H(\mathbf{u}, \mathbf{v})$	Khoảng cách Hamming giữa hai véc-tơ nhị phân $\mathbf{u}$ và $\mathbf{v}$
$\infty$	Dương vô cùng (tương đương với $+\infty$ )
$-\infty$	Âm vô cùng
$j$	Số ảo đơn vị với $j^2 = -1$
$(\cdot)^*$	Phép lấy liên hiệp phức
$\operatorname{Re}(x)$	Phép lấy phần thực của số phức $x$
$\mathbf{x}$	Véc-tơ $\mathbf{x}$
$\mathcal{M}$	Chùm tín hiệu với các tín hiệu liên tục
$\overline{\mathcal{M}}$	Chùm tín hiệu với các tín hiệu rời rạc
$\mathcal{B}$	Cơ sở trực chuẩn
$\mathcal{S}$	Không gian tín hiệu
$\mathcal{V}(\cdot)$	Vùng Voronoi
$\Pr(X)$	Xác suất của sự kiện $X$
$\Pr(X Y)$	Xác suất sự kiện $X$ xảy ra với điều kiện sự kiện $Y$ đã xảy ra
$\mathbb{E}\{X\}$	Kỳ vọng của sự kiện $X$
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	Phân phối Gaussian với kỳ vọng $\mu$ và phương sai $\sigma^2$
$\lim_{x \rightarrow \infty}$	Giới hạn khi $x$ tiến tới tiệm cận
$\mathcal{F}\{\cdot\}$	Biến đổi Fourier
$\otimes$	Phép lấy tích chập
$E_g$	Năng lượng của tín hiệu $g(t)$
$P_g$	Công suất của tín hiệu $g(t)$
$G_s(f)$	Hàm mật độ phổ công suất của tín hiệu $s(t)$
$R_s(\tau)$	Hàm tự tương quan của tín hiệu $s(t)$ với độ rộng cửa sổ $\tau$
$\arg \max$	Hàm đối số của giá trị cực đại
$\arg \min$	Hàm đối số của giá trị cực tiểu
$\exp(x)$	Hàm số mũ với biến $x$
$\sin(x)$	Hàm sin với biến $x$
$\cos(x)$	Hàm cos với biến $x$

$\text{erfc}(x)$	Hàm erfc với biến là $x$
$\text{sinc}(x)$	Hàm $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x)/(\pi x)$
$\delta(t)$	Xung dirac với biến $t$
$P_T(t)$	Xung chữ nhật với biến $t$ trong chu kỳ $T$
$\text{rec}(t)$	Xung chữ nhật với biến $t$
$\triangle_T(t)$	Xung tam giác với biến $t$ trong chu kỳ $T$



## MỤC LỤC

<b>CHƯƠNG 1. GIỚI THIỆU KỸ THUẬT TRUYỀN THÔNG .....</b>	<b>1</b>
1.1 Khái niệm truyền thông .....	1
1.2 Khái niệm viễn thông .....	2
1.3 Số hóa và dữ liệu số .....	3
1.4 Hệ thống truyền thông .....	5
1.5 Băng thông và dung lượng kênh .....	7
1.6 Các thế hệ mạng truyền thông .....	8
1.7 Một số mạng truyền dữ liệu không dây khác .....	11
1.8 Định hướng đào tạo tại SoICT .....	13
1.9 Tổng kết chương .....	13
1.10 Bài tập .....	14
<b>CHƯƠNG 2. TÍN HIỆU .....</b>	<b>15</b>
2.1 Tổng quan về tín hiệu .....	15
2.2 Phân loại tín hiệu .....	15
2.3 Tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc (theo thời gian) .....	16
2.4 Tín hiệu tương tự và tín hiệu số .....	18
2.5 Tín hiệu tuần hoàn và tín hiệu không tuần hoàn .....	20
2.6 Tín hiệu năng lượng và tín hiệu công suất .....	21
2.7 Tín hiệu ngẫu nhiên và tín hiệu tất định .....	25
2.8 Một vài phép toán với tín hiệu .....	26
2.9 Tổng kết chương .....	28
2.10 Bài tập .....	28
<b>CHƯƠNG 3. CÁC HỆ THỐNG TRUYỀN THÔNG KỸ THUẬT SỐ .....</b>	<b>30</b>
3.1 Các khái niệm cơ bản về các hệ thống truyền thông số .....	30

3.2 Một số đại lượng đặc trưng các hệ thống truyền thông kỹ thuật số .....	32
3.3 Chuỗi dữ liệu nhị phân .....	34
3.4 Chùm tín hiệu.....	37
3.5 Không gian Hamming.....	38
3.6 Gán nhãn nhị phân.....	39
3.7 Dạng sóng truyền.....	40
3.8 Một số dạng sóng truyền trong thực tế .....	41
3.9 Tổng kết chương .....	45
3.10 Bài tập .....	45
<b>CHƯƠNG 4. KHÔNG GIAN TÍN HIỆU .....</b>	<b>47</b>
4.1 Quá trình ngẫu nhiên có tính ergodic .....	47
4.2 Kênh truyền thông .....	48
4.3 Cơ sở trực chuẩn.....	50
4.4 Thuật toán Gram-Schmidt .....	51
4.5 Không gian tín hiệu .....	54
4.6 Rời rạc hóa tín hiệu .....	54
4.7 Năng lượng chùm tín hiệu.....	56
4.8 Tổng kết chương .....	58
4.9 Bài tập .....	59
<b>CHƯƠNG 5. LÝ THUYẾT RA QUYẾT ĐỊNH.....</b>	<b>61</b>
5.1 Nhiệm vụ của bộ thu .....	61
5.2 Biểu diễn sử dụng không gian tín hiệu .....	62
5.3 Thông tin đầy đủ về mặt thống kê.....	65
5.4 Tiêu chuẩn và lý thuyết ra quyết định.....	66
5.5 Tiêu chuẩn MAP .....	67
5.6 Tiêu chuẩn ML .....	69

5.7 Vấn đề ra quyết định tại bộ thu .....	71
5.8 Vùng Voronoi .....	73
5.9 Tổng kết chương .....	73
5.10 Bài tập .....	74
<b>CHƯƠNG 6. KIẾN TRÚC BỘ THU .....</b>	<b>75</b>
6.1 Bộ thu theo không gian tín hiệu .....	75
6.2 Bộ thu phối hợp .....	78
6.3 Thiết kế bộ thu hoàn chỉnh theo thời gian .....	80
6.4 Bộ thu hoàn chỉnh theo thời gian với bộ lọc phối hợp .....	81
6.5 Bộ thu tương quan .....	84
6.6 So sánh các bộ thu .....	86
6.7 Tổng kết chương .....	87
6.8 Bài tập .....	87
<b>CHƯƠNG 7. HIỆU NĂNG BỘ THU .....</b>	<b>89</b>
7.1 Xác suất lỗi .....	89
7.2 Hiệu suất sử dụng phổ .....	91
7.3 Tỉ lệ lỗi ký hiệu .....	92
7.4 Hàm erfc .....	95
7.5 Phân tích tỉ lệ lỗi ký hiệu sử dụng hàm erfc .....	96
7.6 Phân tích xác suất lỗi cho các tín hiệu đối cực nhị phân .....	100
7.7 Tổng kết chương .....	101
7.8 Bài tập .....	102
<b>CHƯƠNG 8. MẬT ĐỘ PHỔ CÔNG SUẤT CỦA TÍN HIỆU .....</b>	<b>104</b>
8.1 So sánh tỉ lệ lỗi bit của các chùm tín hiệu .....	104
8.2 Xác suất lỗi tiệm cận .....	107
8.3 Gán nhãn Gray .....	109

8.4 Mật độ phổ công suất của tín hiệu .....	110
8.5 Mật độ phổ công suất của tín hiệu đối cực.....	111
8.6 Trường hợp đặc biệt của tín hiệu đối cực.....	113
8.7 Hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian .....	115
8.8 Ví dụ hệ thống điều chế thông dải .....	116
8.9 Ví dụ mật độ phổ công suất của tín hiệu tắt dần trong miền thời gian.....	118
8.10 Tổng kết chương .....	119
8.11 Bài tập .....	120

## **CHƯƠNG 9. NHIỀU LIÊN KÝ HIỆU .....122**

9.1 Tín hiệu vô hạn miền thời gian.....	122
9.2 Nhiều liên ký hiệu .....	127
9.3 Tín hiệu hữu hạn miền thời gian.....	129
9.4 Tiêu chuẩn Nyquist cho hệ thống không có nhiều liên ký hiệu .....	132
9.5 Kiểm tra hệ thống sử dụng tiêu chuẩn Nyquist.....	133
9.6 Bộ lọc phía phát và phía thu.....	138
9.7 Tổng kết chương .....	140

## **CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG .....143**

10.1 Điều chế biên độ xung nhị phân (2-PAM) .....	143
10.2 Biểu đồ mắt.....	150
10.3 Xác suất lỗi của điều chế 2-PAM .....	153
10.4 Mã đường truyền từ điều chế 2-PAM .....	153
10.5 Điều chế biên độ xung $m$ -PAM .....	163
10.6 Cân bằng giữa hiệu quả sử dụng phổ và xác suất lỗi .....	170
10.7 Điều chế tuyến tính .....	171
10.8 Tổng kết chương .....	173
10.9 Bài tập .....	174

<b>CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA.....</b>	<b>176</b>
11.1 Điều chế 2-PSK .....	176
11.2 Điều chế cầu phương (quadrature modulation).....	186
11.3 Điều chế 4-PSK .....	191
11.4 Điều chế $m$ -PSK .....	203
11.5 Tổng kết chương .....	211
11.6 Bài tập .....	212
<b>CHƯƠNG 12. CÁC BÀI TẬP THỰC HÀNH .....</b>	<b>213</b>
12.1 Mô phỏng Monte-Carlo và đặc tính nhiễu Gaussian .....	213
12.1.1 Cơ sở kiến thức .....	213
12.1.2 Yêu cầu .....	213
12.1.3 Mã nguồn tham khảo và một số kết quả.....	214
12.2 Xây dựng hệ thống truyền thông sử dụng điều chế 2-ASK .....	216
12.2.1 Cơ sở kiến thức .....	217
12.2.2 Yêu cầu .....	217
12.2.3 Mã nguồn tham khảo và một số kết quả.....	218
12.3 Xây dựng hệ thống truyền thông sử dụng điều chế $m$ -PSK .....	220
12.3.1 Cơ sở kiến thức .....	220
12.3.2 Yêu cầu .....	221
12.3.3 Mã nguồn tham khảo và một số kết quả.....	221
12.4 Mô phỏng biểu đồ mắt .....	227
12.4.1 Cơ sở kiến thức .....	227
12.4.2 Yêu cầu .....	228
12.4.3 Mã nguồn tham khảo và một số kết quả.....	228
<b>TÀI LIỆU THAM KHẢO .....</b>	<b>232</b>



# CHƯƠNG 1. GIỚI THIỆU KỸ THUẬT TRUYỀN THÔNG

---

<b>1.1</b>	<b>Khái niệm truyền thông</b>	<b>1</b>
<b>1.2</b>	<b>Khái niệm viễn thông</b>	<b>2</b>
<b>1.3</b>	<b>Số hóa và dữ liệu số</b>	<b>3</b>
<b>1.4</b>	<b>Hệ thống truyền thông</b>	<b>5</b>
<b>1.5</b>	<b>Băng thông và dung lượng kênh</b>	<b>7</b>
<b>1.6</b>	<b>Các thế hệ mạng truyền thông</b>	<b>8</b>
<b>1.7</b>	<b>Một số mạng truyền dữ liệu không dây khác</b>	<b>11</b>
<b>1.8</b>	<b>Định hướng đào tạo tại SoICT</b>	<b>13</b>
<b>1.9</b>	<b>Tổng kết chương</b>	<b>13</b>
<b>1.10</b>	<b>Bài tập</b>	<b>14</b>

---

Chương này cung cấp cái nhìn tổng quan về khái niệm truyền thông và sự phát triển của các hệ thống truyền thông hiện đại. Nội dung trình bày từ giao tiếp cơ bản giữa con người đến hệ thống truyền thông kỹ thuật số, qua đó giúp người học hiểu rõ các thành phần chính trong một hệ thống truyền thông, khái niệm băng thông, dung lượng kênh, và sự tiến hóa của các thế hệ mạng di động. Bên cạnh đó, chương cũng giới thiệu các công nghệ truyền dữ liệu không dây phổ biến như WiFi, Bluetooth và truyền thông vệ tinh. Đây là chương nền tảng để làm quen với các khái niệm và cấu trúc cơ bản sẽ được phát triển sâu hơn ở các chương sau.

## 1.1 Khái niệm truyền thông

“Communication” (giao tiếp) bắt nguồn từ tiếng Latin “communicare”, mang ý nghĩa là “chia sẻ” hoặc “làm cho phổ biến”. Vì vậy, giao tiếp được hiểu là quá trình truyền đạt và chia sẻ thông tin giữa các cá nhân hoặc nhóm người nhằm đạt được sự thấu hiểu lẫn nhau [Wee21]. Trong quá trình này, điều cốt lõi là đảm bảo mọi người đều nắm bắt và hiểu đúng nội dung (hoặc ý tưởng) được truyền tải.

Các hình thức giao tiếp truyền thông bao gồm lời nói, hình vẽ/khắc và chữ viết. Một dấu mốc quan trọng là sự xuất hiện và phát triển của công nghệ in, giúp lưu giữ thông tin dưới dạng văn bản. Vào khoảng những năm 40 của thế kỷ 11, người Trung Quốc đã có bước đột phá khi phát minh ra kỹ thuật in chữ rời. Sau đó, vào năm 1440, Johannes Gutenberg đã cách mạng hóa ngành in với việc chế tạo máy in sử dụng chữ kim loại. Đến năm 1844, Charles Fenerty giải quyết được bài toán về nguồn cung giấy bằng cách tạo ra giấy từ bột gỗ. Tiếp đó, năm 1958, Chester Carlson giới thiệu chiếc máy photocopy giấy thường đầu tiên phù hợp với môi trường văn phòng, mở ra một kỷ nguyên mới trong việc sao chép và lưu trữ tài liệu.

Hiện nay, cùng với sự phát triển mạnh mẽ của khoa học công nghệ, các hình thức giao tiếp đã trở nên đa dạng và phong phú hơn bao giờ hết, vượt xa các phương thức truyền thống. Bên cạnh giao tiếp trực tiếp mặt đối mặt, con người còn sử dụng nhiều kênh giao tiếp hiện đại như điện thoại, email, tin nhắn, mạng xã hội và các nền tảng họp trực tuyến (như Zoom, Microsoft Teams, Google Meet, ...). Những hình thức này cho phép thông tin được truyền đi nhanh chóng, linh hoạt, vượt qua mọi giới hạn về không gian và thời gian. Ngoài ra, giao tiếp không lời (phi ngôn ngữ) như nét mặt, cử chỉ, ánh mắt, ngôn ngữ hình thể, ... cũng đóng vai trò quan trọng trong việc truyền tải cảm xúc và thái độ trong các tương tác hàng ngày. Công nghệ trí tuệ nhân tạo, thực tế ảo (virtual reality-VR), thực tế tăng cường (augmented reality-AR) và chatbot cũng đang dần được tích hợp vào các hoạt động giao tiếp, tạo nên những trải nghiệm mới mẻ và hiệu quả trong cả môi trường cá nhân lẫn công việc. Sự thay đổi của truyền thông được mô tả đơn giản trong Hình 1.1. Tóm lại, giao



**Hình 1.1:** Sự thay đổi của truyền thông

tiếp ngày nay không chỉ là việc truyền đạt thông tin mà còn là sự kết nối toàn diện về cảm xúc, hình ảnh, âm thanh và công nghệ, góp phần tạo nên một xã hội toàn cầu hóa, tương tác liên tục và không ngừng đổi mới.

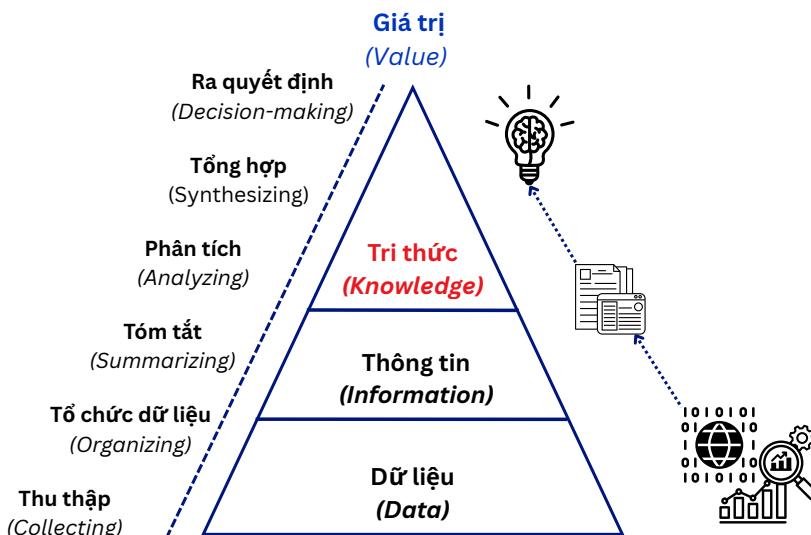
### 1.2 Khái niệm viễn thông

Viễn thông (telecommunication) là một khái niệm kết hợp giữa hai yếu tố: khoảng cách và giao tiếp. Cụ thể, viễn thông được hiểu là quá trình truyền tải và trao đổi thông tin giữa hai hay nhiều điểm cách xa nhau thông qua các phương tiện kỹ thuật như sóng vô tuyến, cáp quang, vệ tinh, hoặc mạng Internet. Từ gốc Latin và Hy Lạp, "tele" có nghĩa là "xa", còn "communication" mang ý nghĩa "giao tiếp". Do đó, viễn thông chính là hình thức giao tiếp từ xa, giúp con người kết nối, chia sẻ dữ liệu, âm thanh, hình ảnh mà không cần hiện diện tại cùng một địa điểm.

### 1.3 Số hóa và dữ liệu số

Trong truyền thông hiện đại, hầu hết các hệ thống đều ưu tiên sử dụng tín hiệu số thay vì tín hiệu tương tự. Nguyên nhân không chỉ nằm ở việc tín hiệu số dễ xử lý bằng máy tính, mà còn bởi khả năng chống chịu nhiều tốt, dễ lưu trữ và chia sẻ [Nai02]. Để hiểu được vì sao lại như vậy, chúng ta cần nắm rõ mối quan hệ giữa dữ liệu, thông tin, tín hiệu và quá trình số hóa.

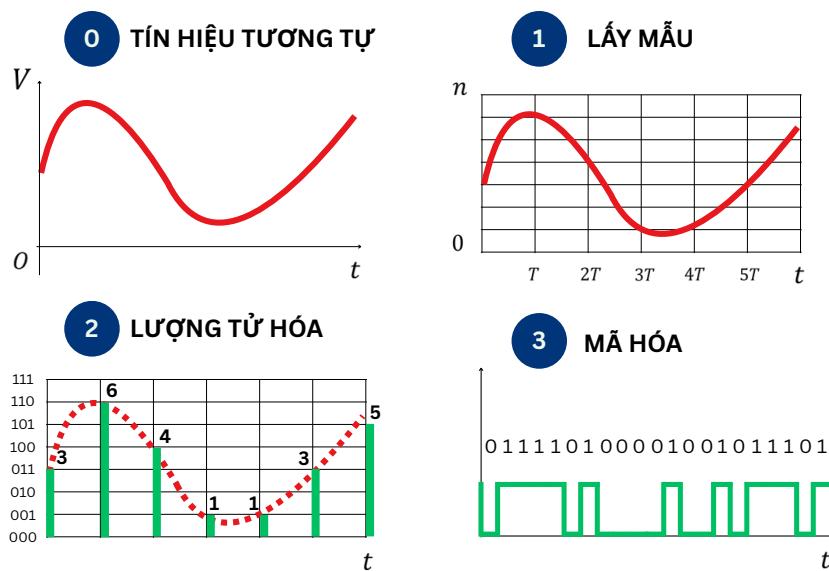
Dữ liệu (*data*) là tập hợp các giá trị rời rạc hoặc liên tục chứa thông tin trong đó. Các giá trị này mô tả: số lượng, chất lượng, sự kiện, số liệu thống kê... về một sự vật/sự việc. Khi dữ liệu được phân tích và đặt trong ngữ cảnh, nó trở thành thông tin (*information*). Tiếp tục được phân tích, tổng hợp và kết nối với kinh nghiệm thực tiễn, thông tin sẽ hình thành tri thức (*knowledge*) và cuối cùng tạo ra giá trị ứng dụng. Trong truyền thông, dữ liệu thường tồn tại dưới dạng tín hiệu - tức là sự thay đổi của đại lượng vật lý (điện áp, dòng điện, sóng điện từ, v.v.) theo thời gian. Quá trình tạo giá trị từ dữ liệu được mô tả trong tháp như Hình 1.2.



**Hình 1.2:** Tháp dữ liệu - thông tin - tri thức - giá trị

Tín hiệu thu được từ các hiện tượng vật lý thường ở dạng tương tự (*analog*), liên tục theo thời gian và biên độ. Đây là dạng “không thân thiện” với máy tính, vì máy tính chỉ xử lý được dạng số (*digital*). Do đó, cần có quá trình *số hóa* (*digitization*) để chuyển từ tín hiệu tương tự sang tín hiệu số. Quá trình này bao gồm ba bước chính: **lấy mẫu, lượng tử hóa và mã hóa**. Chi tiết được mô tả như Hình 1.3.

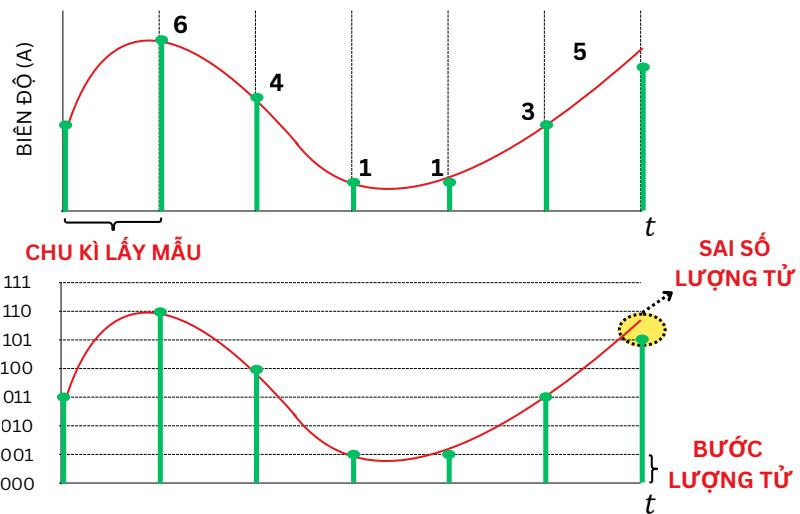
- **Lấy mẫu** (*sampling*): là đo giá trị của tín hiệu tại những thời điểm rời rạc. Tín hiệu có thể được biểu diễn trong *miền thời gian* (sự biến thiên của biên độ theo thời gian) hoặc trong *miền tần số* (sự phân bố biên độ theo các tần số



**Hình 1.3:** Quá trình chuyển từ tín hiệu tương tự sang tín hiệu số

thành phần). Theo định lý Fourier, bất kỳ tín hiệu nào cũng có thể được phân rã thành tổng của các tín hiệu điều hòa (hàm sin hoặc cos) với các tần số, biên độ và pha khác nhau. Nếu tín hiệu là tuần hoàn, nó được tổng hợp từ các thành phần tần số rời rạc; nếu tín hiệu không tuần hoàn, các thành phần tần số trải rộng liên tục. Biểu diễn miền tần số giúp ta hiểu rõ tác động của từng thành phần tần số lên chất lượng truyền thông, từ đó xác định băng thông và thiết kế hệ thống phù hợp. Nhờ biến đổi Fourier, ta biết được phổ của tín hiệu và tần số lớn nhất  $f_{\max}$ . Theo định lý Nyquist-Shannon, để khôi phục được tín hiệu gốc mà không bị méo, tần số lấy mẫu  $f_s$  phải ít nhất gấp đôi tần số lớn nhất này:  $f_s \geq 2f_{\max}$ . Nếu lấy mẫu thấp hơn mức này, sẽ xảy ra hiện tượng *aliasing* khiến tín hiệu khôi phục bị sai lệch.

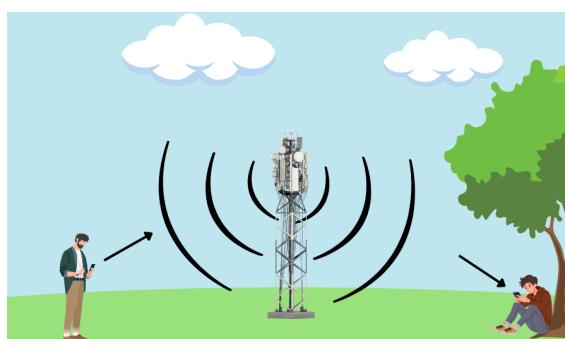
- **Lượng tử hóa (quantization):** Sau khi lấy mẫu, mỗi giá trị đo được vẫn là một số thực liên tục, cần được lượng tử hóa để chuyển thành giá trị rời rạc gần nhất trong một tập hữu hạn các mức. Số mức lượng tử càng nhiều (tức số bit mã hóa mỗi mẫu càng lớn) thì sai số lượng tử càng nhỏ, và tín hiệu khôi phục càng gần với tín hiệu gốc. Ngược lại, ít mức lượng tử giúp giảm dung lượng lưu trữ và tốc độ truyền, nhưng làm giảm chất lượng tín hiệu.
- **Mã hóa (encoding):** Cuối cùng, các giá trị lượng tử được mã hóa thành chuỗi bit 0 và 1 để truyền hoặc lưu trữ. Ưu điểm của tín hiệu số là khi truyền qua kênh có nhiễu, chỉ cần mức điện áp hoặc sóng mang đủ để phân biệt giữa “0” và “1” thì thông tin vẫn được bảo toàn. Ngoài ra, tín hiệu số có thể được tái tạo nguyên vẹn bằng các bộ lặp (*repeaters*) mà không làm tích lũy nhiễu như tín hiệu tương tự.

**Hình 1.4:** Quá trình lượng tử hóa

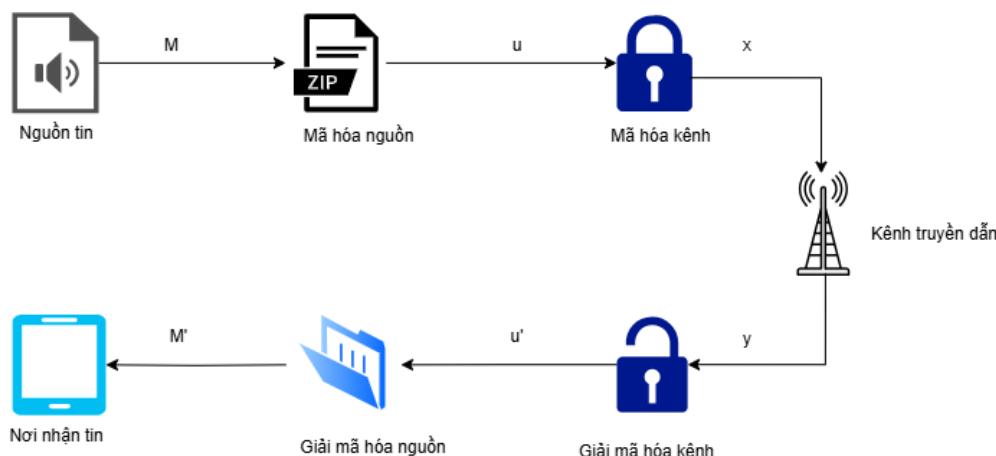
Nhờ các đặc điểm trên, dữ liệu số dễ dàng được sao chép, lưu trữ và xử lý trên nhiều nền tảng mà không phụ thuộc vào thiết bị hay môi trường truyền dẫn cụ thể. Đây chính là lý do truyền thông hiện đại gần như luôn dựa trên nền tảng số, từ thoại, âm thanh, hình ảnh cho tới video và dữ liệu Internet.

#### 1.4 Hệ thống truyền thông

Hệ thống truyền thông là một tập hợp các thiết bị và môi trường truyền dẫn được thiết kế để thực hiện việc truyền tải thông tin từ đầu phát đến đầu thu [PS07]. Mục đích chính của hệ thống truyền thông là cung cấp dịch vụ cho khách hàng, đáp ứng nhu cầu giao tiếp và trao đổi thông tin của họ. Ví dụ điển hình về hệ thống truyền thông bao gồm mạng máy tính và mạng viễn thông. Những hệ thống này đóng vai trò quan trọng trong việc kết nối mọi người và thiết bị trên toàn cầu, tạo điều kiện cho việc trao đổi thông tin, dữ liệu và các loại hình nội dung khác một cách nhanh chóng và hiệu quả. Thành phần cơ bản của một hệ thống truyền thông 03 thành phần chính là bên phát (transmitter), môi trường truyền dẫn, và bên thu (receiver) như trong Hình 1.5. Về mặt cấu trúc, hệ thống truyền thông được mô tả chi tiết như

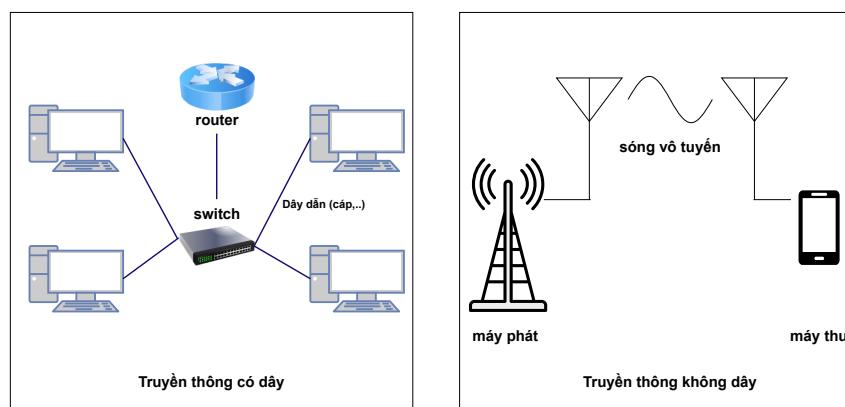
**Hình 1.5:** Kiến trúc cơ bản của hệ thống truyền thông

trong Hình 1.6.



**Hình 1.6:** Các khối cơ bản của một hệ thống truyền thông

Trong đó, mã hóa nguồn nhằm giảm thiểu số bit cần thiết để biểu diễn tín hiệu đã số hóa, tức là loại bỏ phần dư thừa (redundancy) [Wha+24]. Điều này giúp tối ưu hóa việc sử dụng băng thông, giảm chi phí truyền thông, và tăng tốc độ truyền tải. Ví dụ: Trong mã hóa âm thanh, các thuật toán mã hóa nguồn như MP3 loại bỏ các tần số mà tai người không thể nghe thấy, giảm kích thước tệp tin mà không ảnh hưởng đáng kể đến chất lượng âm thanh. Mã hóa kênh thêm vào các bit dư thừa vào tín hiệu đã được mã hóa nguồn. Mục đích của việc này là giúp phát hiện và sửa lỗi có thể xảy ra trong quá trình truyền tín hiệu qua kênh truyền (do nhiễu, suy hao,...). Các bit dư thừa này tạo thành các mã sửa lỗi, giúp đảm bảo tính toàn vẹn của dữ liệu khi đến đích. Ví dụ: Các mã sửa lỗi được sử dụng để đảm bảo rằng dữ liệu hình ảnh và âm thanh được truyền đi không bị sai lệch do nhiễu từ không gian. Thông tin được đi qua **kênh truyền dẫn** là môi trường vật lý truyền tín hiệu từ đầu



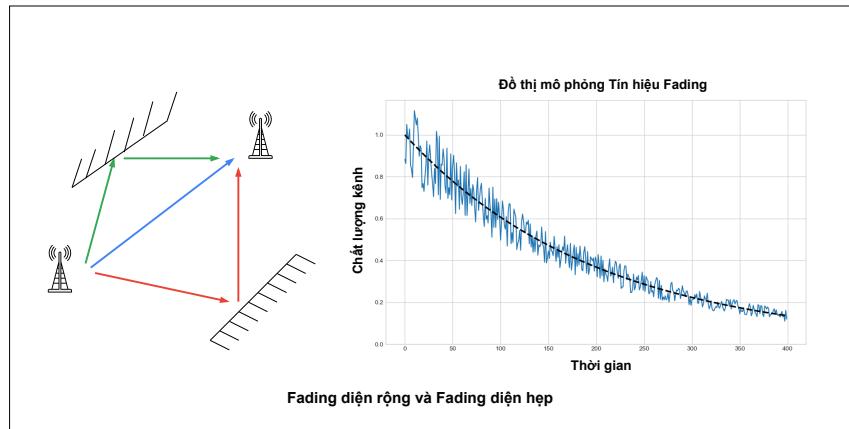
**Hình 1.7:** Môi trường truyền dẫn có dây (ví dụ cáp đồng trục) và môi trường truyền dẫn không dây

phát đến đầu thu (ví dụ: cáp, sóng vô tuyến trong Hình 1.7). Một khái niệm quan

## CHƯƠNG 1. GIỚI THIỆU KỸ THUẬT TRUYỀN THÔNG

trọng là kênh truyền như minh họa trong Hình 1.8. Kênh truyền mô tả sự biến đổi của kênh bao gồm [BHS17]: fading diện rộng (large-scale fading) ví dụ như suy hao của kênh theo khoảng cách (pathloss) và hiệu ứng che khuất bởi các vật thể lớn (shadow fading); fading diện hẹp (small-scale fading) là quá trình ngẫu nhiên, mô tả việc kết hợp đa đường truyền dẫn từ phía phát tới phía thu.

Ngược lại, **giải mã kênh** là quá trình phát hiện và sửa lỗi trong tín hiệu đã được mã hóa kênh. Các bit dư thừa được thêm vào trong quá trình mã hóa kênh sẽ được sử dụng để kiểm tra tính toàn vẹn của dữ liệu và xác định vị trí các bit bị lỗi. Sau đó, các thuật toán giải mã kênh sẽ sửa các bit lỗi này, khôi phục lại dữ liệu gốc trước khi được giải mã nguồn. Sau khi tín hiệu đã được truyền đến đích và trải qua giải mã kênh, **giải mã nguồn** sẽ khôi phục lại dữ liệu gốc từ dạng nén (đã loại bỏ phần dư thừa) về dạng đầy đủ ban đầu.



**Hình 1.8:** Fading diện rộng và fading diện hẹp

### 1.5 Băng thông và dung lượng kênh

Băng thông là khoảng tần số mà một kênh truyền vật lý có thể sử dụng để truyền tín hiệu một cách hiệu quả, được đo bằng Hertz (Hz) - Minh họa như Hình 1.9 . Về mặt toán học, băng thông  $B$  [Hz] được tính như sau

$$B = f_{\max} - f_{\min}, \quad (1.1)$$

trong đó  $f_{\max}$  [Hz] và  $f_{\min}$  [Hz] là các giá trị tần số cực đại và cực tiểu trong dải tần sử dụng truyền tín hiệu. Để tính dung lượng kênh, chúng ta xem xét kênh nhiễu trắng (AWGN: Additive white Gaussian noise) - Hình 1.10 mô tả như sau

$$y = \sqrt{P}s + n, \quad (1.2)$$

## CHƯƠNG 1. GIỚI THIỆU KỸ THUẬT TRUYỀN THÔNG

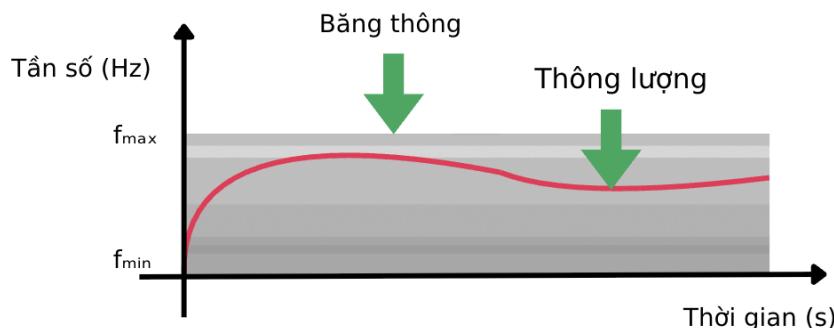
với  $s$  là tín hiệu gửi đi từ bên phát được cấp phát công suất  $P$ ;  $n$  là Nhiêu trắng tuân theo phân phối chuẩn có công suất  $N_0$ . Tỉ số tín hiệu (signal) trên nhiễu (noise) kí hiệu là SNR và được định nghĩa như sau

$$\text{SNR} = \frac{P}{N_0}. \quad (1.3)$$

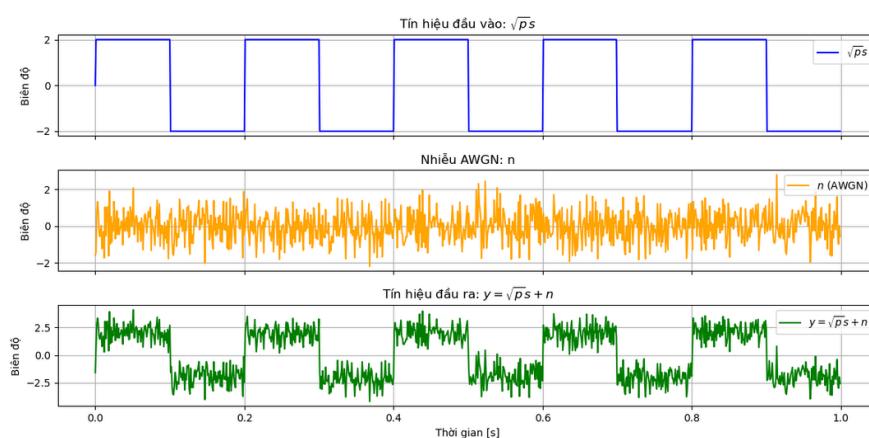
Sau đó, dung lượng kênh (Shannon capacity) được xây dựng như sau

$$\begin{aligned} R &= B \log_2 (1 + \text{SNR}) \\ &= B \log_2 \left( 1 + \frac{P}{N_0} \right) [\text{bps}]. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Dung lượng kênh Shannon là giới hạn lý thuyết về tốc độ truyền dữ liệu tối đa mà một kênh truyền thông có thể đạt được mà vẫn đảm bảo truyền không lỗi, ngay cả trong môi trường có nhiễu [TV05].



**Hình 1.9:** Băng thông



**Hình 1.10:** Kênh nhiễu trắng

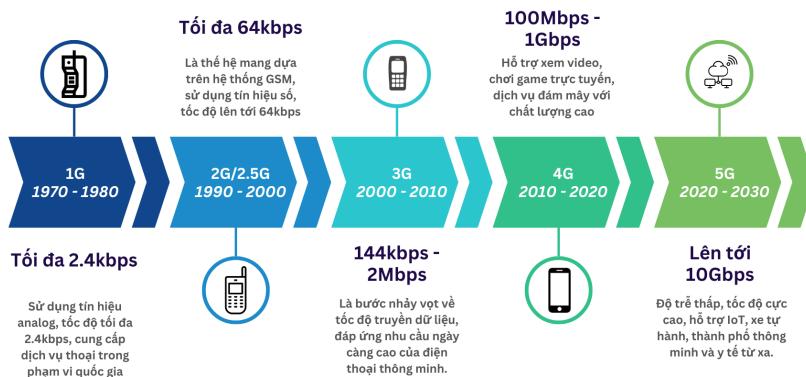
### 1.6 Các thế hệ mạng truyền thông

Sự phát triển của các thế hệ mạng di động từ 1G đến 5G đã mở ra những bước tiến vượt bậc trong lĩnh vực truyền thông không dây, từ việc chỉ hỗ trợ thoại

## CHƯƠNG 1. GIỚI THIỆU KỸ THUẬT TRUYỀN THÔNG

analog đến khả năng truyền dữ liệu tốc độ cao, hỗ trợ IoT và ứng dụng thông minh.

Hình 1.11 tóm tắt các đặc điểm nổi bật của từng thế hệ mạng.



**Hình 1.11:** Các thế hệ mạng truyền thông

*Thế hệ mạng 1G (1970-1980):* G là viết tắt của "Generation" (thế hệ). 1G là thế hệ đầu tiên của công nghệ điện thoại không dây, đánh dấu một bước ngoặt quan trọng trong lịch sử viễn thông. Với tốc độ tối đa lên tới 2.4kbps, 1G chủ yếu cung cấp dịch vụ gọi thoại trong phạm vi một quốc gia. Điểm đặc trưng của mạng 1G là sử dụng tín hiệu tương tự (analog), khác biệt với các thế hệ mạng sau này sử dụng tín hiệu số. Mặc dù mang tính đột phá, mạng 1G vẫn tồn tại nhiều hạn chế đáng kể. Chất lượng cuộc gọi thấp, vòng đời pin ngắn, kích thước điện thoại lớn là những vấn đề gây bất tiện cho người dùng. Ngoài ra, mạng 1G không có khả năng bảo mật, khiến các cuộc gọi dễ dàng bị nghe lén. Hạn chế về thông lượng cũng là một điểm yếu của mạng 1G, khiến việc truyền dữ liệu trở nên chậm chạp và không hiệu quả. Cuối cùng, độ tin cậy trong việc chuyển giao (thay đổi trạm kết nối cơ sở khi người dùng di chuyển giữa các vùng phủ sóng khác nhau) kém, dẫn đến tình trạng gián đoạn cuộc gọi thường xuyên.

*Thế hệ mạng 2G (1990 – 2000):* 2G đã đánh dấu một bước tiến quan trọng trong công nghệ di động, là thế hệ mạng dựa trên hệ thống toàn cầu cho thông tin di động (GSM - Global System for Mobile Communications). Ra mắt lần đầu tiên tại Phần Lan vào năm 1991, 2G đã nhanh chóng lan rộng và trở thành tiêu chuẩn toàn cầu cho mạng di động. Không giống như 1G sử dụng tín hiệu tương tự, 2G sử dụng tín hiệu kỹ thuật số, mang lại tốc độ dữ liệu lên tới 64kbps. Điều này đã mở ra nhiều khả năng mới cho các dịch vụ di động. Các tính năng của mạng 2G:

- Cung cấp dịch vụ như tin nhắn văn bản, hình ảnh và tin nhắn đa phương tiện.
- Ổn định, tin cậy, chi phí hợp lý trong toàn bộ quá trình truyền dữ liệu.
- GSM được sử dụng ở 219 quốc gia và vùng lãnh thổ phục vụ hơn 5 tỷ người.

## CHƯƠNG 1. GIỚI THIỆU KỸ THUẬT TRUYỀN THÔNG

2.5G là công nghệ chuyển tiếp giữa 2G và 3G của điện thoại di động, kết hợp giữa 2G và GPRS (General Packet Radio Service). Mạng 2.5G mang lại tốc độ dữ liệu nhanh hơn so với 2G, từ 64 đến 144kbps, cho phép người dùng thực hiện các hoạt động như gọi thoại, gửi nhận email và duyệt web. Ngoài ra, điện thoại 2.5G cũng được trang bị camera, mở ra khả năng chụp ảnh và quay video trên điện thoại di động. Tuy nhiên, tốc độ mạng vẫn còn hạn chế, khi người dùng mất khoảng 6-9 phút để tải một bài hát mp3 dài 3 phút.

*Thế hệ mạng 3G (2000 – 2010)* Thế hệ mạng 3G ra đời vào những năm 2000, đánh dấu một bước nhảy vọt về tốc độ truyền dữ liệu so với các thế hệ trước. Với tốc độ từ 144kbps lên tới 2Mbps, 3G đã đáp ứng được những yêu cầu ngày càng cao của điện thoại thông minh, bao gồm nhu cầu tăng băng thông và tăng tốc độ truyền dữ liệu để hỗ trợ các ứng dụng dựa trên nền web và đa phương tiện. Sự ra đời của 3G đã mở ra cánh cửa cho một kỷ nguyên mới của điện thoại di động, nơi người dùng có thể truy cập internet, xem video, nghe nhạc và sử dụng nhiều ứng dụng khác một cách nhanh chóng và thuận tiện hơn.

*Thế hệ mạng 4G (2010 – 2020):* Thế hệ mạng 4G ra đời vào cuối thập niên 2000, đánh dấu một bước tiến vượt bậc so với 3G về tốc độ và khả năng cung cấp dịch vụ. Với khả năng cung cấp tốc độ lên tới 100Mbps - 1Gbps, 4G đã mở ra một kỷ nguyên mới cho các ứng dụng di động đòi hỏi băng thông lớn như xem video trực tuyến chất lượng cao, chơi game trực tuyến và các dịch vụ đám mây. 4G mang đến khả năng cung cấp bất kỳ loại dịch vụ nào vào bất kỳ lúc nào theo yêu cầu của người dùng ở bất cứ nơi đâu, đáp ứng nhu cầu ngày càng cao về tính linh hoạt và tiện lợi trong việc sử dụng các dịch vụ di động. Ngoài ra, 4G còn được cải thiện đáng kể về khả năng bảo mật, tốc độ, công suất và chi phí trên mỗi bit so với các thế hệ trước. Điều này giúp nâng cao trải nghiệm người dùng và thúc đẩy sự phát triển của các ứng dụng và dịch vụ di động.

*Thế hệ mạng 5G (2020 – 2030):* 5G là thế hệ mạng di động mới nhất, được tạo ra để đáp ứng nhu cầu ngày càng cao về tốc độ, độ trễ và khả năng kết nối trong thế giới số hiện đại. Với tốc độ truyền dữ liệu lên tới 10 Gbps, thời gian truyền lan 1 ms (so với 50 ms của 4G) và có khả năng di chuyển cao lên tới 500km/h, công nghệ 5G mang lại trải nghiệm kết nối vượt trội cho người dùng. 5G không chỉ đáp ứng nhu cầu của người dùng cá nhân mà hỗ trợ mạnh mẽ cho sự phát triển của IoT. Do dung lượng kết nối lớn, 5G cho phép kết nối hàng tỷ thiết bị IoT, từ các cảm biến nhỏ đến các thiết bị công nghiệp lớn, tạo điều kiện cho việc xây dựng các ứng dụng và dịch vụ thông minh trong nhiều lĩnh vực. "Network slicing" là một trong những tính năng quan trọng của 5G, cho phép tạo ra nhiều mạng ảo trên cùng một hạ tầng vật lý duy nhất. Việc này giúp tối ưu hóa việc cung cấp dịch vụ cho các

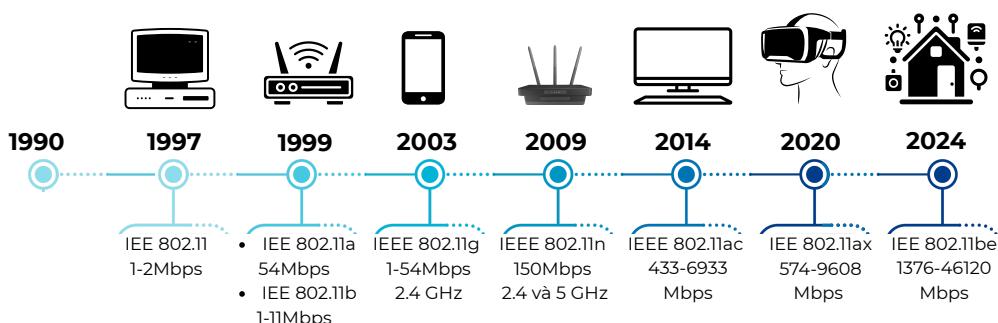
## CHƯƠNG 1. GIỚI THIỆU KỸ THUẬT TRUYỀN THÔNG

nhóm người dùng khác nhau, đảm bảo mỗi nhóm nhận được chất lượng dịch vụ tốt nhất theo nhu cầu của mình. 5G cũng được thiết kế để nâng cao hiệu quả sử dụng năng lượng, giảm thiểu tiêu thụ năng lượng của các thiết bị và mạng lưới. Điều này không chỉ giúp tiết kiệm chi phí mà còn góp phần bảo vệ môi trường. Với những ưu điểm vượt trội, 5G được kỳ vọng sẽ là nền tảng cho sự phát triển của các công nghệ mới như thực tế ảo (AR), thực tế tăng cường (VR), thành phố thông minh, tự động hóa, y tế từ xa và nhiều ứng dụng khác.

### 1.7 Một số mạng truyền dữ liệu không dây khác

*Mạng cục bộ không dây – WLAN (WiFi):* Năm 1990, nhóm làm việc IEEE 802.11 ra đời với nhiệm vụ xây dựng các tiêu chuẩn kỹ thuật cho mạng WLAN và mở ra cơ hội phát triển cho công nghệ WiFi tương lai. Từ các bước đầu tiên đầu tiên với chuẩn IEEE 802.11, nơi mà tốc độ là 1-2Mbps vào năm 1997, công nghệ mã WiFi đã trải qua quá trình cải tiến liên tục. Năm 1999, hai chuẩn IEEE 802.11a (54 Mbps) và IEEE 802.11b (11 Mbps) được công bố, đánh dấu bước tiến vượt bậc về tốc độ. Tiếp nối thành công đó, năm 2003, chuẩn IEEE 802.11g ra mắt, hỗ trợ tốc độ từ 1 đến 54 Mbps trên băng tần 2.4 GHz. Năm 2009, IEEE 802.11n đã nâng tốc độ lên 150Mbps tại cả hai băng tần 2.4 và 5 GHz. Những năm tiếp theo, các chuẩn WiFi tiếp tục được cải tiến với tốc độ ngày càng cao hơn: IEEE 802.11ac (2014) hỗ trợ tốc độ từ 433 tới 6933 Mbps, IEEE 802.11ax (2020) hỗ trợ tốc độ từ 574 tới 9608 Mbps và chuẩn mới nhất IEEE 802.11be (2024) dự kiến hỗ trợ tốc độ cực nhanh từ 1376 tới 46120 Mbps. WiFi, thương hiệu của Wi-Fi Alliance, đã trở thành một phần không thể thiếu trong cuộc sống hiện đại, mang đến sự tiện lợi và linh hoạt cho người dùng trong việc kết nối internet không dây. Hình 1.12 mô tả quá trình thay đổi của Mạng cục bộ không dây.

**Mạng cục bộ không dây – WLAN (WiFi)**



**Hình 1.12:** Mạng không dây

trong khoảng cách ngắn. Bluetooth được thiết kế để truyền dữ liệu giữa các thiết bị trong phạm vi hẹp, thường từ 1 đến 10 mét. Công nghệ này hoạt động ở băng tần

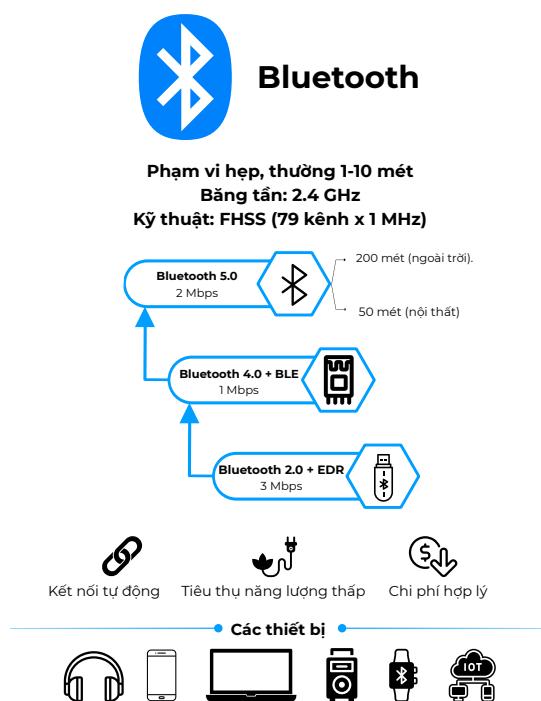
## CHƯƠNG 1. GIỚI THIỆU KỸ THUẬT TRUYỀN THÔNG

2.4 GHz, sử dụng kỹ thuật nhảy tần trại phổ (FHSS – Frequency Hopping Spread Spectrum) với 79 kênh (mỗi kênh rộng 1 MHz) để giảm nhiễu và tăng độ tin cậy khi truyền dữ liệu. Tùy theo phiên bản, Bluetooth có thể đạt tốc độ truyền khác nhau: Bluetooth 2.0 + EDR cho tốc độ tối đa khoảng 3 Mbps, Bluetooth 4.0 hỗ trợ BLE (Bluetooth Low Energy) với tốc độ khoảng 1 Mbps, trong khi Bluetooth 5.0 nâng tốc độ lên đến 2 Mbps và mở rộng phạm vi lên đến 50 mét (nội thất) hoặc 200 mét (ngoài trời). Các đặc điểm nổi bật của Bluetooth bao gồm: khả năng kết nối tự động, tiêu thụ năng lượng thấp và chi phí triển khai hợp lý, phù hợp với các thiết bị như tai nghe, điện thoại, máy tính, loa di động, đồng hồ thông minh và các thiết bị IoT. Với các phiên bản ngày càng hiện đại, Bluetooth đang đóng vai trò quan trọng trong hệ sinh thái thiết bị thông minh và truyền thông cá nhân. Hình 1.13 mô tả đặc điểm của Bluetooth.

*Truyền thông vệ tinh:* Thông tin vệ tinh là một công nghệ truyền thông sử dụng các vệ tinh nhân tạo đặt trong quỹ đạo quanh Trái Đất để truyền tín hiệu giữa các điểm trên mặt đất. Tùy theo độ cao và mục đích sử dụng, các vệ tinh được phân chia thành ba loại chính: GEO (geostationary earth orbit), MEO (medium earth orbit) và LEO (low earth orbit). Đặc điểm của truyền thông vệ tinh được tóm tắt trong Hình 1.14.

Vệ tinh GEO quay đồng bộ với Trái Đất ở độ cao khoảng 35.786 km, giữ vị trí cố định so với mặt đất nên rất thuận lợi cho các dịch vụ truyền hình, viễn thông và khí tượng. Ưu điểm của GEO là chỉ cần 3 vệ tinh là có thể phủ sóng toàn bộ Trái Đất, hệ thống đơn giản và ổn định. Tuy nhiên, nhược điểm là độ trễ cao (250 ms) khi truyền tín hiệu do khoảng cách xa, và tín hiệu có thể bị suy giảm ở vĩ độ cao. Vệ tinh MEO hoạt động ở độ cao từ 2.000 đến 20.000 km, thường được sử dụng trong các hệ thống định vị như GPS, GLONASS, Galileo. Ưu điểm của MEO là độ trễ thấp hơn GEO, độ bao phủ rộng hơn LEO, và số lượng vệ tinh cần thiết ít hơn so với LEO. Tuy nhiên, nhược điểm là vẫn còn độ trễ đáng kể và chi phí phóng vệ tinh vẫn cao. Vệ tinh LEO bay ở độ cao từ 200 đến 2.000 km, có độ trễ rất thấp (dưới 50 ms) và tốc độ truyền dữ liệu cao, rất phù hợp cho các ứng dụng thời gian thực như internet vệ tinh, quan sát Trái Đất và IoT. Ưu điểm lớn nhất của LEO là tốc độ cao và độ trễ thấp, nhưng nhược điểm là mỗi vệ tinh chỉ phủ sóng trong thời gian ngắn, yêu cầu một mạng lưới dày đặc với hàng trăm đến hàng nghìn vệ tinh, kéo theo chi phí vận hành và đồng bộ phức tạp. Ngày nay các hệ thống truyền thông hiện đại thường kết hợp cả ba loại để tối ưu hóa hiệu suất, độ phủ sóng và chi phí vận hành.

## CHƯƠNG 1. GIỚI THIỆU KỸ THUẬT TRUYỀN THÔNG



Hình 1.13: Bluetooth



Hình 1.14: Truyền thông vệ tinh

### 1.8 Định hướng đào tạo tại SoICT

Sinh viên Trường Công nghệ Thông tin và Truyền thông (SoICT) được trang bị nền tảng kiến thức vững chắc từ các môn học đại cương như Đại số, Giải tích, Xác suất thống kê và Vật lý. Trên cơ sở đó, sinh viên tiếp tục được đào tạo các học phần cơ sở ngành như Toán rời rạc và Mạng máy tính giúp hình thành tư duy logic và nền tảng công nghệ vững chắc. Bên cạnh kiến thức nền, chương trình đào tạo còn cung cấp cho sinh viên các học phần chuyên ngành chuyên sâu như Xử lý tín hiệu, Nhập môn kỹ thuật truyền thông, Lập trình mạng, Mạng truyền thông thế hệ mới và Bảo mật. Nhờ sự chuẩn bị toàn diện này, sinh viên SoICT có lợi thế lớn trong việc tham gia vào xu hướng "mềm hóa" hệ thống truyền thông không dây một hướng đi hiện đại và giàu tiềm năng trong lĩnh vực công nghệ.

### 1.9 Tổng kết chương

- Hệ thống truyền thông không dây cập nhật công nghệ khoảng 10 năm 1 lần (một thế hệ mới ra đời)
- Hiện tại đang triển khai 5G và nghiên cứu đang hướng tới 6G với mục tiêu ra mắt vào năm 2030.
- Xu hướng của thế giới là mềm hóa hệ thống truyền thông. Sinh viên công nghệ thông tin & truyền thông có lợi thế trong việc học tập, nghiên cứu và việc làm.

## 1.10 Bài tập

**Bài tập 1.1.** Cho hệ thống có băng thông  $B = 10$  [MHz], tỉ số tín hiệu trên nhiễu SNR = 15 [dB]. Tính dung lượng kênh.

**Bài tập 1.2.** Một kênh truyền sử dụng băng thông  $B = 5$  [MHz] với công suất tín hiệu truyền là  $P = 10$  [mW], nhiễu trắng có mật độ phổ công suất  $N_0 = 10^{-9}$  [W/Hz]. Tính dung lượng kênh theo công thức Shannon.

**Bài tập 1.3.** So sánh tốc độ truyền dữ liệu lý thuyết tối đa của hai hệ thống truyền thông A và B. Cho biết hệ thống nào có dung lượng lớn hơn?

- Hệ thống A: băng thông 20 [MHz], SNR = 10 [dB]
- Hệ thống B: băng thông 10 [MHz], SNR = 20 [dB]

**Bài tập 1.4.** Một sinh viên nghiên cứu mạng 5G với tốc độ truyền dữ liệu kỳ vọng là 1 [Gbps]. Giả sử SNR = 30 [dB], hãy tính băng thông tối thiểu cần thiết để đạt tốc độ này.

**Bài tập 1.5.** Cho sơ đồ hệ thống truyền thông cơ bản gồm các khối: nguồn, mã hóa nguồn, mã hóa kênh, điều chế, kênh truyền, giải điều chế, giải mã kênh, giải mã nguồn. Hãy:

1. Mô tả chức năng của từng khối.
2. Nêu ví dụ thực tế tương ứng với mỗi khối (ví dụ: MP3 cho mã hóa nguồn, Hamming code cho mã hóa kênh...).

**Bài tập 1.6** (Diễn giải tình huống). Một công ty viễn thông triển khai mạng truyền dữ liệu ở khu vực miền núi với kênh truyền có SNR thấp (5 dB). Hãy trả lời:

1. Vì sao dung lượng kênh tại đây bị hạn chế?
2. Những giải pháp nào (kỹ thuật hoặc kiến trúc) có thể cải thiện hiệu suất?

## CHƯƠNG 2. TÍN HIỆU

---

<b>2.1</b>	<b>Tổng quan về tín hiệu</b>	<b>15</b>
<b>2.2</b>	<b>Phân loại tín hiệu</b>	<b>15</b>
<b>2.3</b>	<b>Tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc (theo thời gian)</b>	<b>16</b>
<b>2.4</b>	<b>Tín hiệu tương tự và tín hiệu số</b>	<b>18</b>
<b>2.5</b>	<b>Tín hiệu tuần hoàn và tín hiệu không tuần hoàn</b>	<b>20</b>
<b>2.6</b>	<b>Tín hiệu năng lượng và tín hiệu công suất</b>	<b>21</b>
<b>2.7</b>	<b>Tín hiệu ngẫu nhiên và tín hiệu tất định</b>	<b>25</b>
<b>2.8</b>	<b>Một vài phép toán với tín hiệu</b>	<b>26</b>
<b>2.9</b>	<b>Tổng kết chương</b>	<b>28</b>
<b>2.10</b>	<b>Bài tập</b>	<b>28</b>

---

Chương này giới thiệu khái niệm tín hiệu - yếu tố trung tâm trong các hệ thống truyền thông và xử lý tín hiệu. Sinh viên sẽ được làm quen với các cách phân loại tín hiệu, các đặc trưng quan trọng như tuần hoàn, năng lượng, công suất và tính ngẫu nhiên. Ngoài ra, chương còn trình bày các phép biến đổi cơ bản như dịch, co giãn và đảo ngược theo thời gian. Những nội dung này là tiền đề quan trọng cho việc phân tích tín hiệu trong miền thời gian và miền tần số ở các chương sau.

### 2.1 Tổng quan về tín hiệu

Tín hiệu là một tập hợp thông tin hoặc dữ liệu mang theo một thông điệp nào đó. Ví dụ về tín hiệu có thể kể đến như tín hiệu truyền hình, tín hiệu điện thoại, doanh số hàng tháng của một tập đoàn, hay giá cuối ngày của thị trường chứng khoán. Trong môn học này, chúng ta sẽ tập trung vào các tín hiệu là hàm của thời gian, tức là các tín hiệu có giá trị thay đổi theo thời gian.

Một số câu hỏi quan trọng cần được đặt ra khi nghiên cứu về tín hiệu bao gồm: Làm thế nào để đo lường một tín hiệu? Làm thế nào để phân biệt hai tín hiệu khác nhau? Việc trả lời những câu hỏi này sẽ giúp chúng ta hiểu rõ hơn về bản chất của tín hiệu và cách chúng được sử dụng trong truyền thông và xử lý thông tin.

### 2.2 Phân loại tín hiệu

Việc phân loại tín hiệu đóng vai trò quan trọng trong lĩnh vực xử lý và truyền thông tín hiệu, giúp đảm bảo hệ thống hoạt động hiệu quả và chính xác. Trước hết, phân loại tín hiệu cho phép lựa chọn phương pháp xử lý phù hợp. Ví dụ, tín hiệu liên tục cần kỹ thuật xử lý tương tự, trong khi tín hiệu rời rạc hoặc số sẽ sử dụng xử lý số. Thứ hai, phân loại giúp thiết kế hệ thống phù hợp với đặc điểm của từng

loại tín hiệu, từ đó tối ưu hóa các thành phần như bộ lọc, bộ mã hóa hay giao thức truyền. Ngoài ra, việc xác định tín hiệu là xác định hay ngẫu nhiên cũng ảnh hưởng đến cách mô hình hóa và dự đoán tín hiệu, bởi tín hiệu xác định có thể mô tả bằng công thức toán học cụ thể, còn tín hiệu ngẫu nhiên yêu cầu sử dụng các công cụ xác suất và thống kê. Phân loại tín hiệu còn hỗ trợ việc lựa chọn giải pháp lưu trữ và truyền dẫn tối ưu, khi tín hiệu số dễ dàng được nén và mã hóa hơn so với tín hiệu tương tự. Cuối cùng, việc hiểu rõ bản chất và phân loại tín hiệu giúp định hướng đúng đắn trong từng ứng dụng thực tế, như dùng tín hiệu công suất trong phát thanh truyền hình hay tín hiệu năng lượng trong truyền dữ liệu ngắn quãng. Nhờ đó, việc phân loại tín hiệu trở thành một bước nền tảng không thể thiếu trong thiết kế và triển khai các hệ thống truyền thông hiện đại. Dựa trên tính chất, có 5 cách phân loại tín hiệu bao gồm:

- Tín hiệu liên tục - Tín hiệu rời rạc (theo thời gian)
- Tín hiệu tương tự - Tín hiệu số
- Tín hiệu tuần hoàn - Tín hiệu không tuần hoàn
- Tín hiệu công suất - Tín hiệu năng lượng
- Tín hiệu ngẫu nhiên (xác suất) - Tín hiệu xác định.

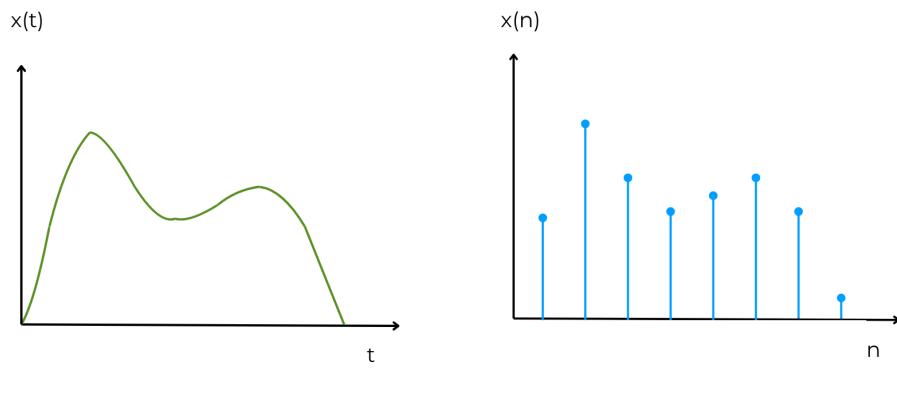
### 2.3 Tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc (theo thời gian)

Tín hiệu liên tục (continuous-time signal) là loại tín hiệu có giá trị xác định tại mọi thời điểm trong một khoảng thời gian liên tục. Điều này có nghĩa là thời gian của tín hiệu không bị rời rạc hóa, và tín hiệu có thể được mô tả bằng một hàm toán học liên tục theo thời gian, ví dụ  $s(t), t \in \mathbb{R}_+$ . Tín hiệu liên tục thường xuất hiện trong tự nhiên và trong các hệ thống vật lý, chẳng hạn như âm thanh, ánh sáng, nhiệt độ, hay điện áp tương tự. Đặc điểm của tín hiệu liên tục là nó có thời gian liên tục, tức có thể nhận giá trị tại vô số thời điểm. Trong nhiều ứng dụng thực tế, tín hiệu liên tục thường có cả biên độ liên tục. Lưu ý, tín hiệu liên tục là một khái niệm nền tảng trong lý thuyết tín hiệu và đóng vai trò quan trọng trong nhiều ứng dụng kỹ thuật và thực tiễn, đặc biệt là trong các hệ thống cảm biến, điều khiển tự động và truyền thông tương tự.

Tín hiệu rời rạc là loại tín hiệu chỉ được xác định tại những thời điểm rời rạc, thường là các thời điểm cách nhau theo đơn vị thời gian. Không giống như tín hiệu liên tục biến thiên theo thời gian một cách mượt mà, tín hiệu rời rạc chỉ tồn tại tại các điểm có giá trị nguyên, ký hiệu là  $s[n] = \sin(0.2\pi n)$ , trong đó  $n$  là một số nguyên biểu thị thời gian rời rạc. Các tín hiệu rời rạc thường được tạo ra thông qua quá trình lấy mẫu từ tín hiệu liên tục, tức là đo giá trị của tín hiệu tại những

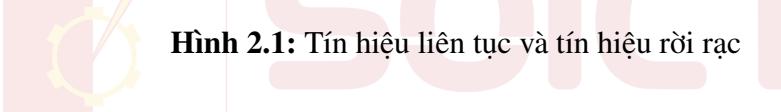
## CHƯƠNG 2. TÍN HIỆU

khoảng thời gian xác định. Nhờ đặc tính rời rạc, loại tín hiệu này rất phù hợp để xử lý bằng máy tính, đặc biệt trong các hệ thống xử lý tín hiệu số. Tín hiệu rời rạc có thể được phân loại thành tín hiệu tuần hoàn và không tuần hoàn, hữu hạn và vô hạn, hoặc theo các tiêu chí vật lý như năng lượng và công suất. Chúng đóng vai trò quan trọng trong nhiều lĩnh vực ứng dụng như xử lý âm thanh, xử lý ảnh, truyền thông số, điều khiển tự động, và phân tích tín hiệu sinh học trong y học. Xử lý tín hiệu dưới dạng rời rạc giúp hệ thống hiện đại hoạt động hiệu quả, chính xác và linh hoạt hơn. Hình 2.1 minh họa về tín hiệu liên tục và rời rạc về mặt thời gian.



**Tín hiệu liên tục**

**Tín hiệu rời rạc**



**Hình 2.1:** Tín hiệu liên tục và tín hiệu rời rạc

Về mặt toán học, quá trình lấy mẫu là quá trình nhân tín hiệu liên tục  $s(t)$  với một chuỗi xung Dirac có chu kỳ lấy mẫu  $T$  (khoảng thời gian giữa hai mẫu liên tiếp) được định nghĩa như sau

$$\delta_T(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(t - nT), \quad (2.1)$$

trong xung Dirac cơ bản  $\delta(t)$  được định nghĩa dưới dạng chính tắc

$$\delta(t) = \begin{cases} 1, & \text{nếu } t = 0, \\ 0, & \text{nếu } t \neq 0. \end{cases} \quad (2.2)$$

Kết quả thu được là tín hiệu lấy mẫu

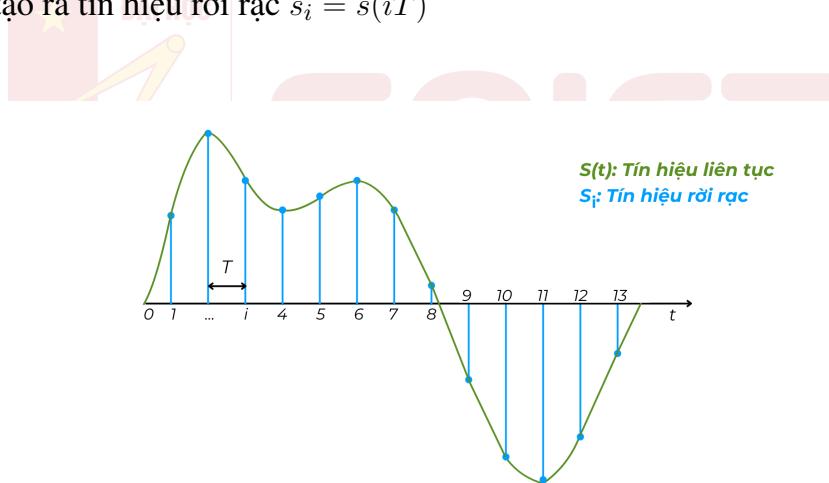
$$\begin{aligned} s_{\text{samp}}(t) &= s(t)\delta_T(t) \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} s(nT)\delta(t - nT). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Tín hiệu này chứa các giá trị của tín hiệu ban đầu tại các thời điểm rời rạc  $t = nT$ . Nếu ta chỉ quan tâm đến dãy các giá trị lấy mẫu  $s[n] = s(nT)$ , ta thu được tín hiệu rời rạc theo thời gian. Trong một số trường hợp, có thể "hoàn tác" thao tác lấy mẫu. tức là có thể khôi phục lại tín hiệu thời gian liên tục  $s(t)$  từ tín hiệu thời gian rời rạc  $s[nT], \forall n$ .

**Định lý 2.1** (Định lý lấy mẫu Nyquist-Shannon). Nếu tần số cao nhất trong phổ tín hiệu là  $f_{\max}$ , tín hiệu có thể được tái tạo lại từ các mẫu của nó được lấy với tốc độ không nhỏ hơn  $2f_{\max}$  mẫu mỗi giây. Định nghĩa  $f_s$  là tần số lấy mẫu của tín hiệu, ta có điều kiện ràng buộc

$$f_s \geq 2f_{\max}. \quad (2.4)$$

Nếu điều kiện này không được thỏa mãn, hiện tượng nhiễu lây mẫu (aliasing) sẽ xảy ra, khiến tín hiệu gốc không thể phục hồi chính xác từ tín hiệu rời rạc. Quá trình lấy mẫu là bước trung gian cần thiết trong việc chuyển đổi tín hiệu từ miền tương tự (analog) sang miền số (digital), tiền đề cho các kỹ thuật xử lý tín hiệu số. Hình 2.2 mô tả quá trình lấy mẫu tín hiệu liên tục: tín hiệu  $s(t)$  được lấy mẫu theo chu kỳ  $T$  để tạo ra tín hiệu rời rạc  $s_i = s(iT)$



**Hình 2.2:** Ví dụ về lấy mẫu Nyquist-Shannon

## 2.4 Tín hiệu tương tự và tín hiệu số

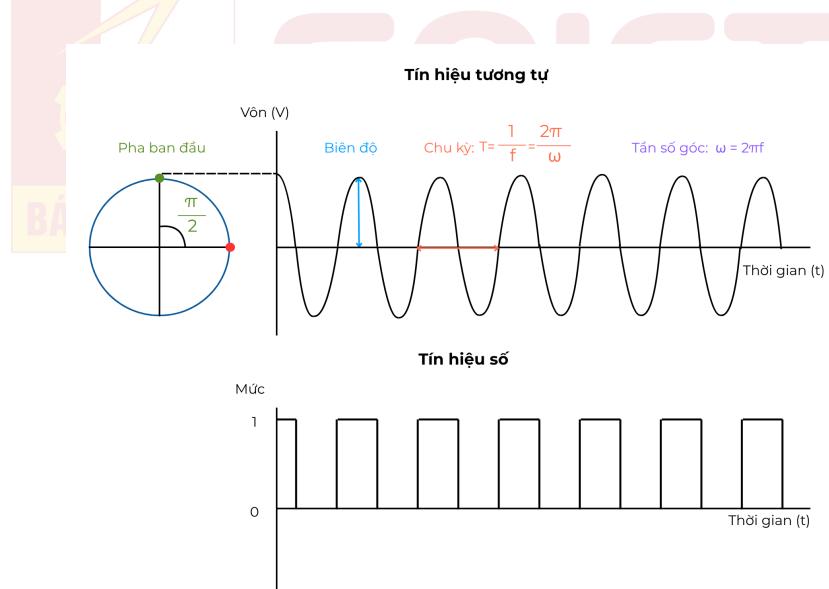
Tín hiệu tương tự (analog signal) là một loại tín hiệu có đặc trưng biến thiên liên tục theo thời gian và có thể nhận mọi giá trị trong một khoảng biên độ xác định. Tín hiệu tương tự được xác định tại mọi thời điểm  $t$  trong miền thời gian và có biên độ liên tục, phản ánh chính xác các hiện tượng vật lý trong thế giới thực như âm thanh, nhiệt độ, áp suất hoặc điện áp. Về mặt toán học, tín hiệu tương tự thường được biểu diễn dưới dạng một hàm thời gian  $s(t)$ , ví dụ như tín hiệu điều hòa

$$s(t) = A \cos(\omega t + \phi), \quad (2.5)$$

## CHƯƠNG 2. TÍN HIỆU

trong đó  $A$  là biên độ,  $\omega = 2\pi f$  là tần số góc được định nghĩa với  $f$  là tần số của tín hiệu, và  $\phi$  là pha ban đầu. Tín hiệu tương tự đóng vai trò quan trọng trong các hệ thống đo lường, truyền thông và điều khiển vì nó mô tả chính xác các đại lượng liên tục trong tự nhiên.

Tín hiệu số (digital signal) là tín hiệu có giá trị xác định tại các thời điểm rời rạc và biên độ của nó chỉ nhận một tập hợp hữu hạn các giá trị, thường được biểu diễn bằng chuỗi nhị phân trong các hệ thống xử lý số. Không giống như tín hiệu tương tự có miền thời gian và biên độ liên tục, tín hiệu số là kết quả của quá trình rời rạc hóa tín hiệu tương tự thông qua hai bước chính: lấy mẫu (sampling) theo định lý Nyquist-Shannon và lượng tử hóa (quantization) để ánh xạ giá trị biên độ liên tục sang giá trị rời rạc. Tín hiệu số thích hợp cho việc lưu trữ, xử lý và truyền dẫn trong các hệ thống kỹ thuật số như máy tính, vi điều khiển, và thiết bị số vì tính chống nhiễu cao, khả năng mã hóa linh hoạt, cũng như khả năng tích hợp với các thuật toán xử lý tín hiệu hiện đại. Một tín hiệu số có thể được biểu diễn dưới dạng chuỗi  $x[n]$ , trong đó  $n$  là chỉ số rời rạc thời gian và mỗi  $x[n]$  là một giá trị biên độ rời rạc, thường được mã hóa dưới dạng các bit nhị phân. Hình 2.3 minh họa về tín hiệu liên tục và rời rạc về mặt thời gian.



**Hình 2.3:** Tín hiệu tương tự và tín hiệu số

Người ta có thể thu được tín hiệu số thời gian rời rạc bằng cách lấy mẫu và lượng tử hóa một tín hiệu tương tự thời gian liên tục. Cụ thể như sau

- Để xử lý tín hiệu trong các hệ thống số, người ta cần chuyển đổi tín hiệu tương tự thành tín hiệu kỹ thuật số. Quá trình này bao gồm nhiều bước, trong đó bộ lượng tử hóa (quantizer) đóng vai trò then chốt trong việc biến đổi các giá trị biên độ liên tục thành giá trị rời rạc. Sau khi tín hiệu tương tự được lấy mẫu

theo thời gian, mỗi mẫu có giá trị biên độ thực (liên tục) sẽ được đưa vào khối lượng tử hóa để ánh xạ về một giá trị gần nhất trong một tập hợp hữu hạn các mức định trước.

- Biên độ của tín hiệu tương tự sẽ được chia thành  $L$  khoảng rác, tương ứng với  $L$  mức lượng tử. Mỗi mẫu của tín hiệu – vốn có thể nhận vô số giá trị – sẽ được làm tròn hoặc làm gần đến một mức lượng tử gần nhất trong các mức này. Nhờ vậy, thay vì lưu trữ các giá trị biên độ dưới dạng số thực (khó thực hiện trong máy tính), hệ thống chỉ cần mã hóa mỗi mẫu thành một tổ hợp bit tương ứng với mức lượng tử mà nó được gán vào.
- Tuy nhiên, quá trình lượng tử hóa này gây ra sai số nhất định do làm tròn biên độ và dẫn đến một dạng mất mát thông tin, gọi là nhiễu lượng tử (quantization noise). Do việc làm tròn các giá trị biên độ, phần sai lệch giữa giá trị gốc và giá trị đã lượng tử hóa sẽ làm giảm độ chính xác của tín hiệu. Mặc dù có thể giảm sai số này bằng cách tăng số mức lượng tử (tăng số bit dùng để mã hóa), nhưng không thể loại bỏ hoàn toàn mất mát thông tin trong lượng tử hóa.

Trong thực tế, tín hiệu số đóng vai trò cốt lõi trong các hệ thống truyền thông số, xử lý âm thanh/hình ảnh số, và hệ thống điều khiển nhúng, nơi mà hiệu suất và tính chính xác cao là yêu cầu quan trọng. Khái niệm về tín hiệu tương tự và tín hiệu số khác với khái niệm về tín hiệu thời gian liên tục và thời gian rời rạc.

## 2.5 Tín hiệu tuần hoàn và tín hiệu không tuần hoàn

Tín hiệu tuần hoàn là loại tín hiệu có dạng sóng lặp lại theo chu kỳ, nghĩa là giá trị của tín hiệu lặp lại giống hệt sau một khoảng thời gian cố định. Về mặt toán học, một tín hiệu  $g(t)$  được gọi là tuần hoàn nếu tồn tại một hằng số dương  $T_0 > 0$  thỏa mãn điều kiện sau

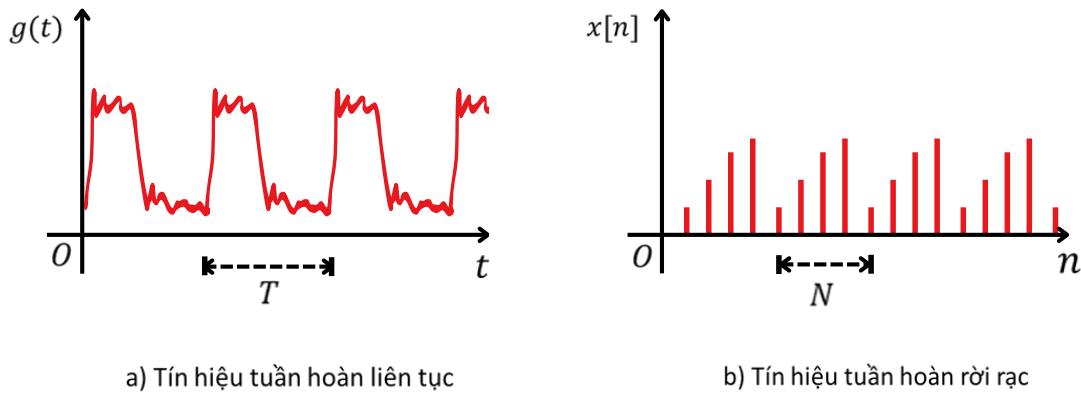
$$g(t) = g(t + T_0), \forall t \in \mathbb{R}_+. \quad (2.6)$$

với  $T_0$  là chu kỳ của tín hiệu. Trong miền rời rạc, một tín hiệu  $x[n]$  là tuần hoàn nếu tồn tại số nguyên dương  $N$  sao cho

$$x[n] = x[n + N], \forall n \in \mathbb{Z}. \quad (2.7)$$

Một tín hiệu là không tuần hoàn nếu không thỏa mãn tính chất trên. Một số hàm tuần hoàn phổ biến như  $\sin(w_0 t)$ ,  $\cos(w_0 t)$ ,  $e^{jw_0 t}$ , với  $w_0 = \frac{2\pi}{T_0}$  và  $T_0$  chu kỳ của hàm tuần hoàn. Lưu ý:  $e^{jw_0 t} = \cos(w_0 t) + j \sin(w_0 t)$  với số thực đơn vị  $j^2 = -1$ . Một tín hiệu tuần hoàn  $g(t)$  có thể được tạo ra bằng cách kéo dài tuần hoàn bất kỳ đoạn nào của  $g(t)$  trong khoảng thời gian  $T_0$  như trong Hình 2.4.

Tín hiệu tuần hoàn đóng vai trò quan trọng trong nhiều lĩnh vực như xử lý âm



**Hình 2.4:** Các loại tín hiệu tuần hoàn

thanh, truyền thông, phân tích phổ và tổng hợp tín hiệu. Đặc điểm nổi bật của tín hiệu tuần hoàn là có thể được biểu diễn bằng chuỗi Fourier, giúp phân tích tín hiệu thành các thành phần tần số cơ bản, từ đó phục vụ cho việc xử lý và lọc tín hiệu hiệu quả hơn. Trong hệ thống thực tế, việc xác định chu kỳ và tính chất tuần hoàn của tín hiệu giúp tiết kiệm tài nguyên xử lý và dễ dàng hơn trong thiết kế hệ thống điều khiển hoặc truyền thông.

## 2.6 Tín hiệu năng lượng và tín hiệu công suất

Trong lý thuyết xử lý tín hiệu, năng lượng của một tín hiệu phản ánh "cường độ" tích lũy mà tín hiệu đó mang theo trong toàn bộ miền thời gian. Đây là một đại lượng quan trọng dùng để phân loại tín hiệu và phân tích các hệ thống xử lý tín hiệu. Năng lượng tín hiệu  $E_g$  của tín hiệu thực  $g(t)$  được định nghĩa như sau

$$E_g = \int_{-\infty}^{\infty} g^2(t) dt. \quad (2.8)$$

Trong trường hợp tín hiệu  $g(t)$  biểu diễn dưới dạng phức, thì năng lượng của  $g(t)$  được tính như sau

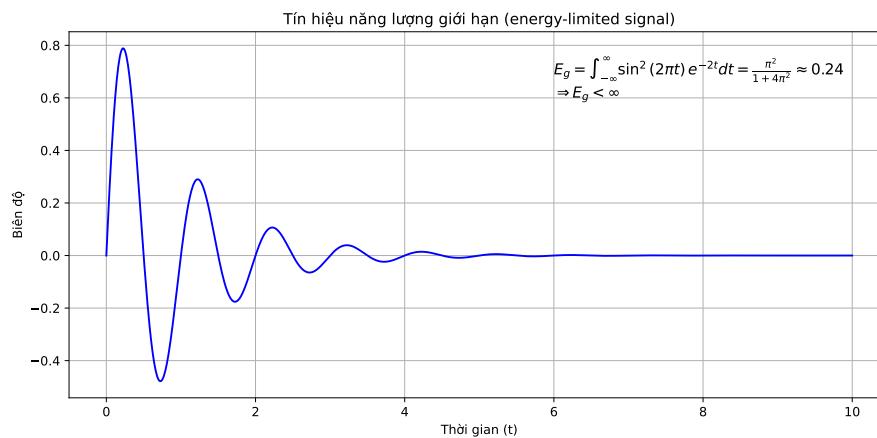
$$\begin{aligned} E_g &= \int_{-\infty}^{\infty} g^*(t)g(t)dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt, \end{aligned} \quad (2.9)$$

trong đó  $g^*(t)$  là liên hợp phức của  $g(t)$ . Nếu giá trị của tích phân này hữu hạn  $E_g < \infty$ , ta nói rằng tín hiệu đó là tín hiệu năng lượng (energy signal).

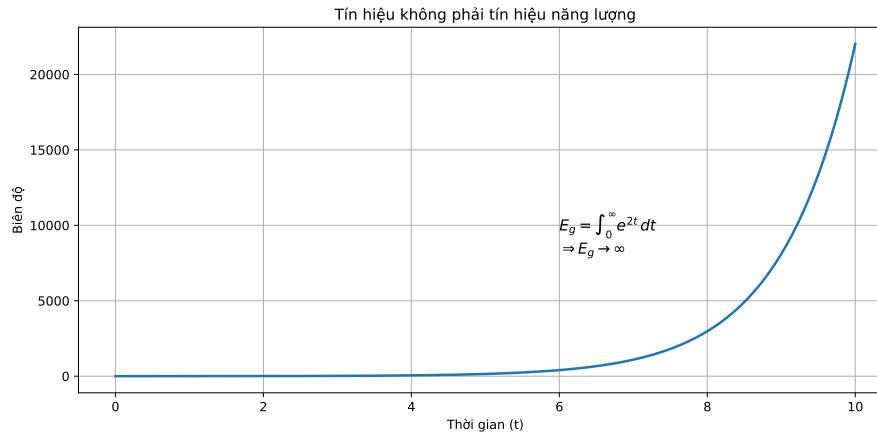
Đối với tín hiệu rời rạc  $g[n]$ , năng lượng của tín hiệu được xác định như sau

$$E_g = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n], & \text{tín hiệu thực,} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2, & \text{tín hiệu phức.} \end{cases} \quad (2.10)$$

Tín hiệu rời rạc cũng được gọi là tín hiệu năng lượng nếu tổng trên hội tụ (hữu hạn). Điều kiện cần để năng lượng là hữu hạn nếu biên độ tín hiệu sẽ tiến tới 0 theo thời gian. Hình 2.5 mô tả tín hiệu năng lượng hữu hạn và Hình 2.6 là ví dụ của tín hiệu không là tín hiệu năng lượng. Ngoài ra Hình 2.7 mô tả một tín hiệu rời rạc.

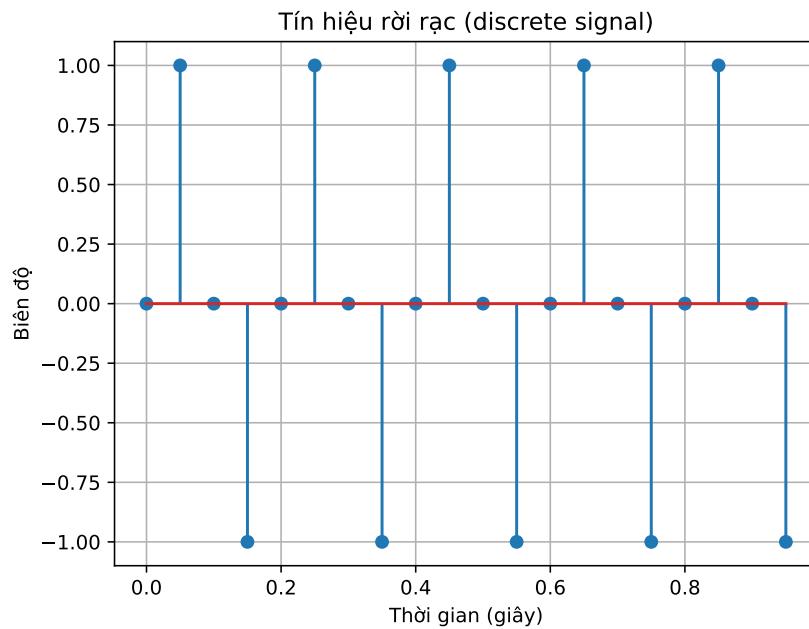


**Hình 2.5:** Ví dụ về tín hiệu năng lượng hữu hạn (tín hiệu năng lượng theo định nghĩa)



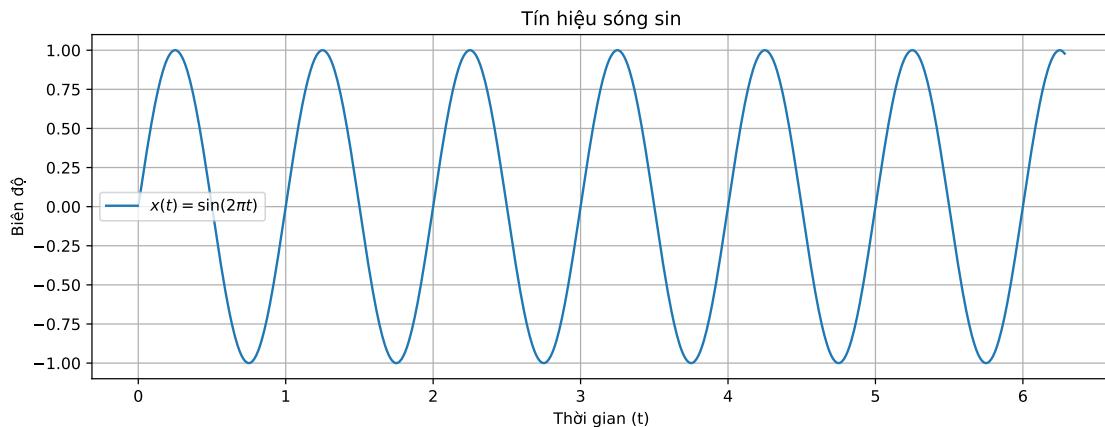
**Hình 2.6:** Ví dụ về tín hiệu có năng lượng vô hạn (không phải là tín hiệu năng lượng theo định nghĩa)

Trong lý thuyết xử lý tín hiệu, tín hiệu công suất (power signal) là loại tín hiệu có năng lượng vô hạn nhưng công suất trung bình hữu hạn. Công suất của tín hiệu có thể được hiểu là mức độ năng lượng mà tín hiệu truyền tải trong một đơn vị thời gian. Tín hiệu công suất thường xuất hiện trong các tín hiệu lặp lại, chẳng hạn như tín hiệu sóng sin, tín hiệu âm thanh, hoặc tín hiệu trong truyền thông. Hình 2.8 và



**Hình 2.7:** Tín hiệu năng lượng rời rạc trong khoảng thời gian xác định

2.9 mô tả ví dụ về tín hiệu sóng sin và tín hiệu âm thanh, một trong những loại tín hiệu công suất.



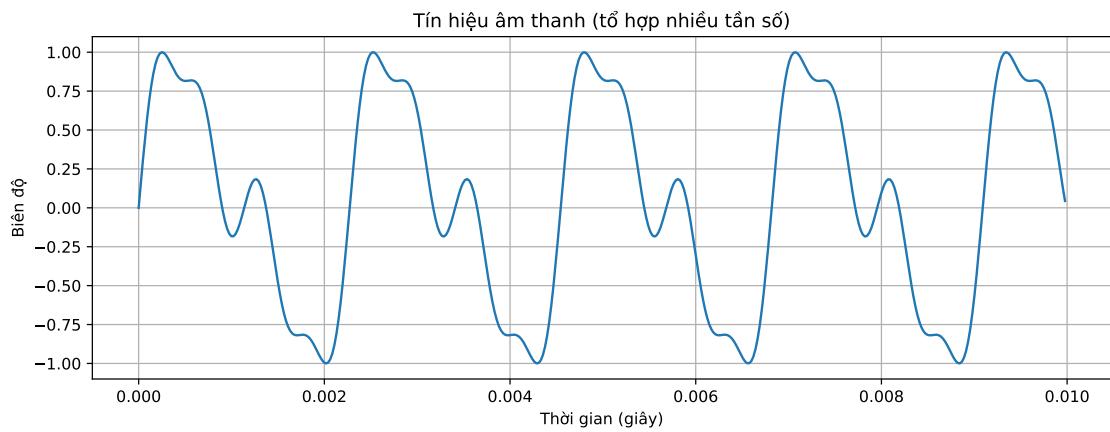
**Hình 2.8:** Tín hiệu công suất của sóng sin

Công suất trung bình  $P_g$  của một tín hiệu được tính theo công thức

$$P_g = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |g(t)|^2 dt. \quad (2.11)$$

Đối với tín hiệu thực, công suất trung bình  $P_g$  được tính như sau

$$P_g = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g^2(t) dt. \quad (2.12)$$



**Hình 2.9:** Tín hiệu công suất của sóng âm thanh

Một tín hiệu là tín hiệu công suất nếu công suất  $P_g$  là hữu hạn,  $0 < P_g < \infty$ . Bên cạnh đó, một tín hiệu không thể vừa là tín hiệu công suất vừa là tín hiệu năng lượng. Lưu ý rằng ở một số tài liệu, công suất của tín hiệu có thể được định nghĩa như sau

$$P_g = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |g(t)|^2 dt. \quad (2.13)$$

Kết quả công suất vẫn là trung bình năng lượng của tín hiệu trong một chu kỳ. Đối với tín hiệu rời rạc  $g[n]$ , công suất của tín hiệu được định nghĩa như sau

$$P_g = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2. \quad (2.14)$$

Các công thức trên tính công suất trung bình của tín hiệu trong một khoảng thời gian dài (hoặc qua một số mẫu trong tín hiệu rời rạc). Điều này giúp xác định cường độ năng lượng mà tín hiệu "tiêu thụ" hoặc "truyền tải" trong mỗi chu kỳ.

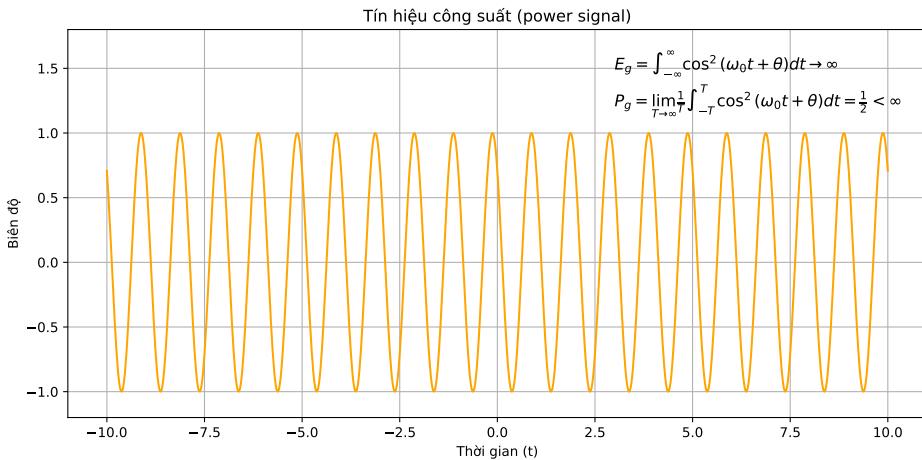
**Ví dụ 2.1.** Giả sử tín hiệu  $g(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta)$ , công suất của tín hiệu là

$$\begin{aligned} P_g &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A^2 \cos^2(\omega_0 t + \theta) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{A^2}{2} (1 + \cos(2\omega_0 t + 2\theta)) dt \\ &= \frac{A^2}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt + \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\omega_0 t + 2\theta) dt \right) \\ &= \frac{A^2}{2} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Tín hiệu công suất có tổng năng lượng trong suốt thời gian không hữu hạn, tức

## CHƯƠNG 2. TÍN HIỆU

là  $E_g = \infty$ . Tuy nhiên, công suất của tín hiệu luôn có giá trị hữu hạn. Ví dụ minh họa được chỉ giải thích rõ trong Hình 2.10.



Hình 2.10: Tín hiệu công suất

### 2.7 Tín hiệu ngẫu nhiên và tín hiệu tất định

Tín hiệu ngẫu nhiên (random signal) là loại tín hiệu có đặc điểm không thể dự đoán được trước, nghĩa là các giá trị của tín hiệu không theo một quy luật xác định và thay đổi một cách ngẫu nhiên theo thời gian. Trong các hệ thống thực tế, rất nhiều tín hiệu như tiếng ồn trong các hệ thống, sự thay đổi nhiệt độ trong môi trường, hay các biến động trong tài chính đều mang tính chất ngẫu nhiên. Các khái niệm và tính chất liên quan đến tín hiệu ngẫu nhiên:

- *Biến ngẫu nhiên*: Tín hiệu ngẫu nhiên có thể được mô tả bằng các biến ngẫu nhiên (random variables), là những đại lượng mà giá trị của chúng không xác định trước mà được phân phối theo một phân phối xác suất. Tín hiệu ngẫu nhiên có thể là một chuỗi các biến ngẫu nhiên thay đổi theo thời gian.
- *Xử lý thống kê*: Các tín hiệu ngẫu nhiên thường được phân tích và xử lý theo phương pháp thống kê, sử dụng các khái niệm như kỳ vọng (expectation), phương sai (variance), đại lượng tự tương quan (autocorrelation function), và mật độ phổ (power spectral density).
- *Phân phối xác suất*: Tín hiệu ngẫu nhiên có thể được mô tả thông qua các phân phối xác suất khác nhau, ví dụ như phân phối chuẩn (Gaussian distribution), phân phối Poisson, hay phân phối Bernoulli, tùy thuộc vào tính chất ngẫu nhiên của tín hiệu.

Ví dụ về tín hiệu ngẫu nhiên như nhiễu (noise) trong các hệ thống điện tử. Nhiễu có thể xuất hiện trong quá trình truyền tín hiệu, hoặc trong các bộ khuếch đại và được đặc trưng bằng phân phối Gaussian. Tín hiệu truyền thông qua kênh thông tin

bị ảnh hưởng bởi nhiều yếu tố ngẫu nhiên như nhiễu và suy hao, dẫn đến tín hiệu nhận được sẽ là một tín hiệu ngẫu nhiên.

Một tín hiệu chỉ được biết đến dưới dạng mô tả xác suất là một tín hiệu ngẫu nhiên. Các đặc trưng thống kê quan trọng của tín hiệu ngẫu nhiên

- *Kỳ vọng và phương sai:* Kỳ vọng (mean) cho biết giá trị trung bình của tín hiệu trong một khoảng thời gian, trong khi phương sai (variance) thể hiện sự biến động của tín hiệu quanh giá trị trung bình.
- *Hàm tự tương quan:* Tín hiệu ngẫu nhiên thường được phân tích thông qua hàm tự tương quan (autocorrelation), đại diện cho mối quan hệ giữa giá trị của tín hiệu tại hai thời điểm khác nhau. Đặc biệt, trong các tín hiệu ngẫu nhiên có tính dừng (stationarity), hàm tự tương quan chỉ phụ thuộc vào độ lệch thời gian giữa hai điểm, chứ không phụ thuộc vào thời gian tuyệt đối.

Tín hiệu ngẫu nhiên là cơ sở để xây dựng các mô hình trong các hệ thống viễn thông. Trong hệ thống xử lý tín hiệu, việc lọc tín hiệu ngẫu nhiên (như lọc tiếng ồn) là một vấn đề quan trọng. Các thuật toán như lọc Kalman và lọc Wiener được sử dụng để giảm nhiễu và phục hồi tín hiệu gốc từ tín hiệu ngẫu nhiên.

Tín hiệu tất định là tín hiệu có đặc điểm là giá trị của nó được xác định hoàn toàn bởi một hàm toán học trong mọi thời điểm. Nghĩa là, nếu biết được phương trình mô tả tín hiệu, ta có thể dự đoán chính xác giá trị của tín hiệu tại bất kỳ thời điểm nào mà không có sự không chắc chắn hay thay đổi ngẫu nhiên. Trong tín hiệu tất định, mọi yếu tố của tín hiệu đều có thể được xác định chính xác từ các tham số đầu vào. Tín hiệu tất định thường xuất hiện trong các hệ thống lý thuyết, mô phỏng, và trong các hệ thống kỹ thuật khi chúng ta muốn mô hình hóa các tín hiệu có hành vi cố định, dễ dự đoán. Cụ thể hơn, các tín hiệu tất định được sử dụng trong thiết kế mạch điện, điều khiển tự động, truyền thông, và nhiều hệ thống kỹ thuật khác nơi yêu cầu tính toán chính xác và xác định.

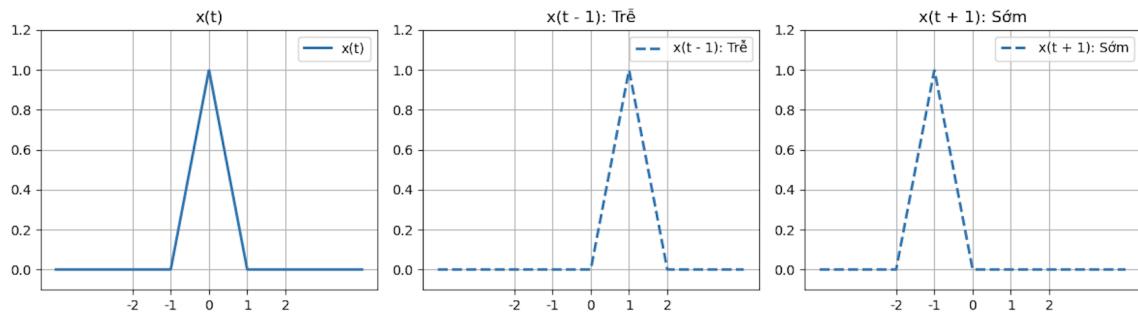
## 2.8 Một vài phép toán với tín hiệu

*Dịch tín hiệu theo thời gian:* Tín hiệu  $x(t)$  và phiên bản của nó nhưng dịch đi  $T$  đơn vị thời gian được gọi là  $y(t)$  sẽ được biểu diễn như sau:

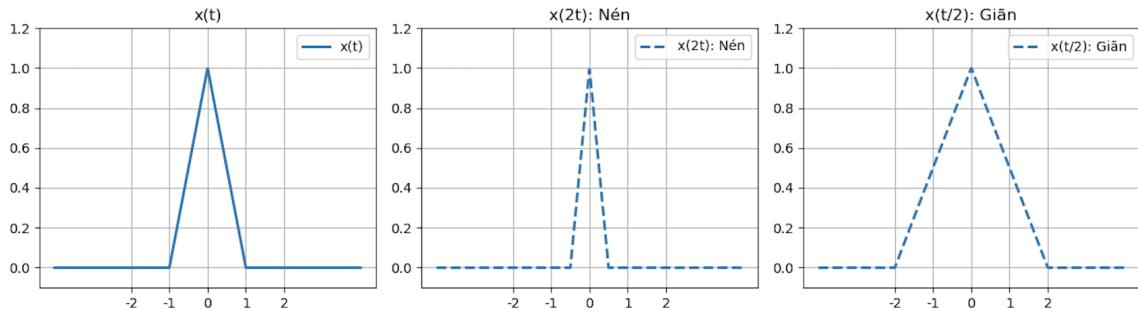
$$y(t) = x(t + T) \text{ hoặc } y(t) = x(t - T). \quad (2.16)$$

Nếu dịch  $x(t)$  đi  $+T$  đơn vị thời gian thì đây là dịch sang trái và được gọi là phiên bản trễ  $x(t + T)$ . Ngược lại, nếu dịch  $x(t)$  đi  $-T$  đơn vị thời gian thì đây là dịch sang phải và được gọi là phiên bản sớm  $x(t - T)$ . Hình 2.11 mô tả quá trình dịch trái và dịch phải tín hiệu theo thời gian.

## CHƯƠNG 2. TÍN HIỆU



**Hình 2.11:** Dịch tín hiệu theo thời gian



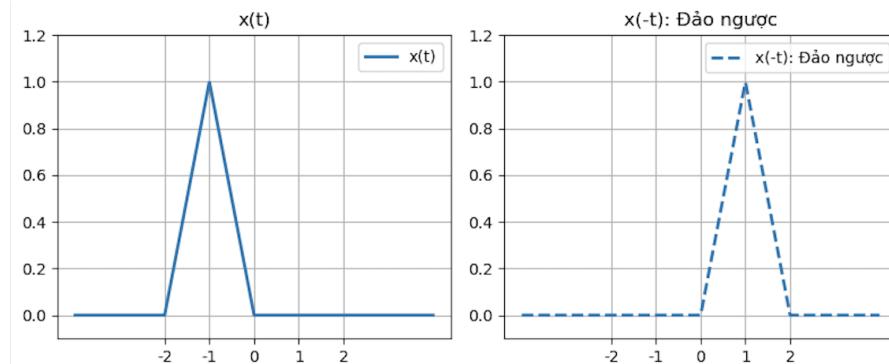
**Hình 2.12:** Minh họa mở rộng và nén tín hiệu theo thời gian

*Mở rộng tín hiệu theo thời gian (time scaling):* "Time scaling" là thuật ngữ chỉ việc mở rộng hoặc thu hẹp tín hiệu theo trục thời gian. Giả thiết đã có tín hiệu  $x(t)$ , phiên bản tín hiệu thu hẹp theo thời gian  $k$  lần được định nghĩa như sau

$$y(t) = x\left(\frac{t}{k}\right) \text{ hoặc } y(t) = x(kt). \quad (2.17)$$

Nếu  $k > 1$ ,  $y(t)$  là phiên bản nén của  $x(t)$ . Ngược lại, nếu  $0 < k < 1$ ,  $y(t)$  là phiên bản mở rộng của  $x(t)$ . Hình 2.12 minh họa mở rộng tín hiệu theo thời gian.

*Đảo ngược theo thời gian (Time inversion):* Là trường hợp đặc biệt của Time Scaling với  $k = -1$  như minh họa trong Hình 2.13.



**Hình 2.13:** Minh họa phép toán đảo ngược theo thời gian

## 2.9 Tổng kết chương

Chương này đã cung cấp những kiến thức nền tảng về tín hiệu - thành phần cốt lõi trong kỹ thuật truyền thông và xử lý tín hiệu. Sinh viên đã được tìm hiểu khái niệm tín hiệu như là một hàm mang thông tin thay đổi theo thời gian, có thể tồn tại dưới dạng liên tục hoặc rời rạc, tương tự hoặc số. Việc phân loại tín hiệu theo các tiêu chí như thời gian, biên độ, tính lặp lại, năng lượng - công suất và tính xác định (tất định hoặc ngẫu nhiên) giúp lựa chọn phương pháp xử lý phù hợp trong từng ứng dụng. Đặc biệt, chương đã giới thiệu định lý lấy mẫu Nyquist-Shannon giúp chuyển đổi tín hiệu liên tục sang dạng số, cùng với khái niệm lượng tử hóa và nhiễu lượng tử. Bên cạnh đó, các phép toán cơ bản như dịch thời gian, thu phóng và đảo ngược tín hiệu là những công cụ trực quan và quan trọng để phân tích, tổng hợp và biến đổi tín hiệu trong cả miền thời gian lẫn miền tần số. Ngoài ra, chương này cũng đã phân biệt rõ giữa tín hiệu tất định - có thể mô tả chính xác bằng hàm toán học và tín hiệu ngẫu nhiên, chỉ có thể mô tả bằng các đặc trưng thống kê như kỳ vọng, phương sai và hàm tự tương quan. Kiến thức trong chương này là tiền đề quan trọng cho việc nghiên cứu các hệ thống truyền thông, kỹ thuật lọc tín hiệu, biến đổi Fourier và xử lý tín hiệu trong các chương tiếp theo.

## 2.10 Bài tập

**Bài tập 2.1.** Phân biệt các khái niệm tín hiệu liên tục, tín hiệu rời rạc (trong miền thời gian) với tín hiệu tương tự - tín hiệu số.

**Bài tập 2.2.** Cho các tín hiệu sau, hãy phân loại theo các tiêu chí đã học (liên tục/rời rạc, tương tự/số, tuần hoàn/không tuần hoàn, năng lượng/công suất, tất định/ngẫu nhiên):

1. Dữ liệu đo nhiệt độ mỗi phút trong ngày.
2. Sóng hình sin  $x(t) = \sin(2\pi t)$ .
3. Chuỗi nhịp tim đo từ cảm biến sinh học.
4. Dữ liệu nhị phân điều khiển thiết bị:  $x[n] = \{0, 1, 0, 1, \dots\}$ .

**Bài tập 2.3.** Cho tín hiệu  $x(t) = \text{rect}(t)$  là hàm hình chữ nhật bằng 1 trong khoảng  $[-1, 1]$  và bằng 0 ở ngoài khoảng này. Hãy vẽ và mô tả các tín hiệu sau:

1.  $x(t - 1)$
2.  $x(2t)$
3.  $x(-t + 1)$

**Bài tập 2.4.** Một tín hiệu  $x(t)$  có thành phần tần số cao nhất là  $f_{\max} = 6 \text{ kHz}$ .

1. Hỏi tần số lấy mẫu tối thiểu cần thiết theo định lý Nyquist là bao nhiêu?

CHƯƠNG 2. TÍN HIỆU

---

2. Nếu lấy mẫu với  $f_s = 8 \text{ kHz}$ , điều gì xảy ra? Nếu  $f_s = 4 \text{ kHz}$  thì sao?

**Bài tập 2.5.** Giải thích sự khác nhau giữa tín hiệu công suất và tín hiệu năng lượng. Cho ví dụ minh họa cụ thể cho từng loại.

**Bài tập 2.6.** Tín hiệu  $x(t) = \cos(2\pi t)$  là tín hiệu tất định. Nếu ta cộng thêm nhiễu trắng  $n(t)$  vào để tạo thành  $y(t) = \cos(2\pi t) + n(t)$  thì  $y(t)$  có còn là tín hiệu tất định không? Giải thích.

**Bài tập 2.7.** Một tín hiệu số có 3 bit lượng tử hóa. Biên độ nằm trong khoảng  $[-4V, 4V]$ . Hãy:

- Tính số mức lượng tử  $L$ .
- Tính độ phân giải mỗi mức.
- Tính sai số lượng tử lớn nhất.

**Bài tập 2.8.** Tín hiệu  $x(t) = Ae^{-at}$  với  $A > 0, a > 0$ . Hãy kiểm tra xem tín hiệu này là tín hiệu năng lượng hay công suất. Tính năng lượng hoặc công suất (nếu có).

**Bài tập 2.9.** Bạn đang phát triển một ứng dụng ghi âm và phát lại tiếng nói. Mô tả ngắn gọn quá trình chuyển đổi tín hiệu từ analog → số → lưu trữ → phát lại (digital → analog). Liên hệ với các khái niệm đã học trong chương.



## CHƯƠNG 3. CÁC HỆ THỐNG TRUYỀN THÔNG KỸ THUẬT SỐ

---

<b>3.1 Các khái niệm cơ bản về các hệ thống truyền thông số . . . . .</b>	<b>30</b>
<b>3.2 Một số đại lượng đặc trưng các hệ thống truyền thông kỹ thuật số . . . . .</b>	<b>32</b>
<b>3.3 Chuỗi dữ liệu nhị phân . . . . .</b>	<b>34</b>
<b>3.4 Chùm tín hiệu . . . . .</b>	<b>37</b>
<b>3.5 Không gian Hamming . . . . .</b>	<b>38</b>
<b>3.6 Gán nhãn nhị phân . . . . .</b>	<b>39</b>
<b>3.7 Dạng sóng truyền . . . . .</b>	<b>40</b>
<b>3.8 Một số dạng sóng truyền trong thực tế . . . . .</b>	<b>41</b>
<b>3.9 Tổng kết chương . . . . .</b>	<b>45</b>
<b>3.10 Bài tập . . . . .</b>	<b>45</b>

---

Chương 2 đã trình bày các khái niệm nền tảng về tín hiệu, phổ, lấy mẫu và lượng tử hóa trong quá trình chuyển đổi tín hiệu tương tự sang tín hiệu số. Trên cơ sở đó, chương này đi sâu vào các hệ thống truyền thông kỹ thuật số, nơi dữ liệu được mã hóa, điều chế và truyền qua các kênh vật lý dưới dạng tín hiệu số. Nội dung chương sẽ tập trung vào mô hình tổng quát của hệ thống truyền thông số, vai trò của chuỗi nhị phân, kênh truyền có dây và không dây, chùm tín hiệu, không gian Hamming, quá trình gán nhãn nhị phân, và cách xây dựng dạng sóng truyền. Những kiến thức này là nền tảng quan trọng để hiểu các kỹ thuật xử lý tín hiệu số và thiết kế hệ thống truyền thông hiệu quả trong các ứng dụng hiện đại.

### 3.1 Các khái niệm cơ bản về các hệ thống truyền thông số

Hệ thống truyền thông số là một phương pháp truyền tải thông tin trong đó tín hiệu được mã hóa và điều chế thành tín hiệu số để dễ dàng truyền qua kênh truyền thông [PS01]. Các kỹ thuật số giúp tăng cường khả năng chống nhiễu, bảo mật thông tin và tối ưu hóa hiệu quả truyền tải. Với sự phát triển nhanh chóng của các công nghệ số, hệ thống truyền thông số đã trở thành nền tảng cho hầu hết các ứng dụng hiện đại. Một số hệ thống truyền thông số tiêu biểu như các thế hệ mạng truyền thông (generation) 2G/3G/4G/5G, hệ thống thông tin vệ tinh, hệ thống thông tin quang, bộ điều giải (modem-modulator-demodulator).

Trong các hệ thống truyền thông kỹ thuật số, các chuỗi dữ liệu nhị phân là cơ sở để biểu diễn, lưu trữ và truyền tải thông tin. Hệ nhị phân  $\{0, 1\}$  cấu tạo thành các chuỗi dữ liệu nhị phân. Hệ thống truyền thông kỹ thuật số sử dụng các ký hiệu nhị phân (bit) để biểu diễn thông tin, trong đó mỗi bit có thể có một trong hai trạng thái:

### CHƯƠNG 3. CÁC HỆ THỐNG TRUYỀN THÔNG KỸ THUẬT SỐ

0 hoặc 1. Chuỗi dữ liệu nhị phân là một dãy các ký hiệu được tạo thành từ hai trạng thái cơ bản này. Mỗi phần tử trong chuỗi này được gọi là một bit (binary digit). Ví dụ về chuỗi dữ liệu nhị phân:  $\mathbf{u} = (010101)$ ;  $\mathbf{u} = (1100110011)$ ;  $\mathbf{u} = (001010111010)$ . Dữ liệu truyền đi có thể là tương tự hoặc số.

Một thành phần quan trọng trong hệ thống truyền thông số là kênh truyền (channel). Về mặt vật lý, kênh truyền có thể là không dây hoặc có dây [TV05]. Kênh có dây (wired channel) sử dụng các vật chất dẫn để truyền dữ liệu, như dây cáp đồng, cáp quang, và các loại cáp khác. Một số đặc điểm của kênh có dây:

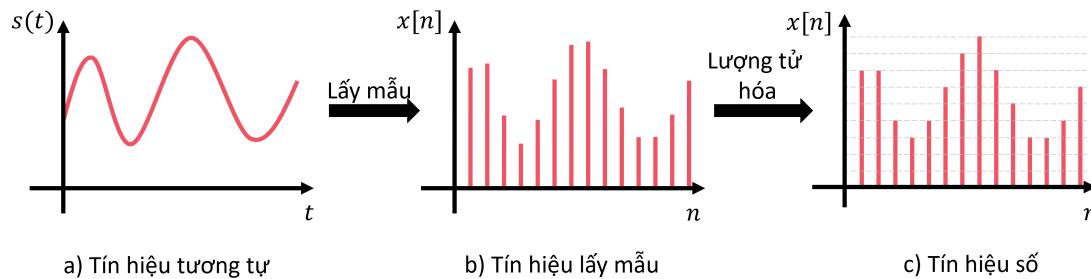
- *Độ tin cậy cao*: Các kênh có dây thường ít bị nhiễu hơn so với kênh không dây, do đó cung cấp độ tin cậy cao hơn.
- *Băng thông lớn*: Kênh có dây, đặc biệt là cáp quang, có khả năng truyền tải dữ liệu với băng thông rất lớn.
- *Khoảng cách truyền*: Khoảng cách truyền của kênh có dây có thể hạn chế bởi độ suy hao của tín hiệu trong cáp. Tuy nhiên, cáp quang có thể truyền dữ liệu qua khoảng cách rất xa với ít suy hao.
- *Bảo mật*: Kênh có dây thường an toàn vì chúng khó bị đánh cắp hoặc nghe trộm tín hiệu.

Kênh không dây (wireless channel) sử dụng sóng vô tuyến, sóng vi ba, sóng hồng ngoại, và các dạng sóng điện từ khác để truyền dữ liệu. Một số đặc điểm của kênh không dây bao gồm:

- *Linh hoạt*: Kênh không dây không yêu cầu kết nối vật lý, do đó dễ dàng triển khai và di chuyển.
- *Phạm vi rộng*: Sóng vô tuyến có thể truyền dữ liệu qua khoảng cách rộng mà không cần dây cáp.
- *Nhiều và suy hao*: Kênh không dây dễ bị nhiễu từ các nguồn sóng khác và các yếu tố môi trường như thời tiết, vật cản.
- *Bảo mật*: Dữ liệu truyền qua kênh không dây dễ bị nghe trộm hơn, do đó yêu cầu các biện pháp bảo mật mạnh mẽ hơn như mã hóa.

Nếu thông tin tương tự (analog) như giọng nói và video được truyền đi, hệ thống cần tiến hành lấy mẫu và lượng tử hóa để tạo chuỗi nhị phân. Quá trình lấy mẫu (sampling) nhằm chuyển tín hiệu liên tục theo thời gian thành tín hiệu rời rạc bằng cách lấy giá trị tín hiệu tại các thời điểm cách đều nhau. Lượng tử hóa (quantization) có vai trò chuyển các giá trị biên độ liên tục của tín hiệu lấy mẫu thành các giá trị rời rạc. Sau khi có dữ liệu số, hệ thống có thể tạo chuỗi dữ liệu nhị phân. Những

chuỗi bit này có thể được truyền qua các hệ thống truyền thông kỹ thuật số, cho dù là qua các kênh truyền có dây hay không dây. Hình 3.1 mô tả quá trình chuyển đổi tín hiệu tương tự thành tín hiệu số thông qua lấy mẫu và lượng tử hóa.



**Hình 3.1:** Minh họa quá trình lấy mẫu và lượng tử hóa

### 3.2 Một số đại lượng đặc trưng các hệ thống truyền thông kỹ thuật số

**Tốc độ truyền dòng bit (bit-rate):** Các chuỗi dữ liệu nhị phân được đặc trưng bởi tốc độ bit (bit rate). Cụ thể, tốc độ bit là số bit được truyền qua một kết nối mạng hoặc một kênh truyền dẫn trong một giây. Đơn vị đo thường được sử dụng cho tốc độ truyền dòng bit là bits per second (bps) hoặc các đơn vị lớn hơn như kilobits per second (kbps), megabits per second (Mbps), gigabits per second (Gbps), và terabits per second (Tbps). Tốc độ bit quyết định tốc độ mà dữ liệu có thể được truyền đi hoặc nhận được qua mạng hoặc các thiết bị kết nối. Đây là một khái niệm quan trọng để đánh giá hiệu suất và khả năng của các hệ thống truyền thông và mạng.

**Băng thông (bandwidth):** Các chuỗi dữ liệu nhị phân muốn được truyền qua một kênh có dây hay không dây thì đều phải được chuyển sang một dạng sóng  $s(t)$ . Dạng sóng  $s(t)$  được đặc trưng bởi phổ mật độ công suất của nó  $G_s(f)$  thông qua phép biến đổi Fourier. Từ đó, băng thông ( $B$  [Hz]) là khoảng tần số chứa "phần có ý nghĩa quan trọng" của  $G_s(f)$ . Một khái niệm quan trọng khác là băng tần (frequency band). Băng tần là một khoảng trong miền tần số, xác định bởi tần số thấp và tần số cao. Thuật ngữ này có thể đề cập đến tần số vô tuyến hoặc phổ. Dải tần số của một hệ thống là phạm vi mà nó cung cấp hiệu suất tốt nhất, chẳng hạn như mức tín hiệu hữu ích với độ méo chấp nhận được.

**Công suất:** Công suất tín hiệu nhận được ký hiệu là  $S$  [W] hoặc [dBm] và nó phụ thuộc vào công suất truyền tín hiệu. Một đặc trưng của hệ thống bởi tỷ số công suất tín hiệu trên nhiễu (SNR-signal-to-noise ratio) tại phía bộ thu. SNR là tỷ lệ giữa công suất tín hiệu (signal power) và công suất nhiễu (noise power) trong một kênh truyền hoặc môi trường. SNR được đo bằng đơn vị decibel (dB) và là một chỉ số quan trọng cho chất lượng của tín hiệu nhận được. Nếu SNR cao, tức là tín hiệu

### CHƯƠNG 3. CÁC HỆ THỐNG TRUYỀN THÔNG KỸ THUẬT SỐ

càng mạnh hơn so với nhiễu, thì tín hiệu nhận được sẽ được cải thiện.

**Xác suất lỗi:** Từ chuỗi dữ liệu nhị phân  $\mathbf{u}_T = (\mathbf{u}_T[i])$ ,  $\forall i$ , thông qua xử lý tín hiệu ở phía phát ta thu được dạng sóng truyền  $s(t)$ . Do tính ngẫu nhiên và suy hao của môi trường truyền dẫn (kênh thực tế không lý tưởng), dạng sóng nhận  $r(t)$  nhìn chung sẽ khác dạng sóng truyền  $s(t)$ , cụ thể  $r(t) \neq s(t)$ . Từ tín hiệu nhận  $r(t)$ , phía thu sẽ giải mã ra chuỗi dữ liệu nhị phân  $\mathbf{u}_R = (\mathbf{u}_R[i])$ . Xác suất lỗi bít được định nghĩa là  $\Pr(\mathbf{u}_R[i] \neq \mathbf{u}_T[i])$ . Trong hệ thống thực tế, thuật ngữ BER là viết tắt của "bit error rate" (tỷ lệ lỗi bit) đo lường tỷ lệ bit bị sai trong một dãy bit được truyền qua một kênh truyền dẫn hoặc môi trường truyền thông. Trong hệ thống truyền thông số, bit có thể xảy ra do nhiễu, suy giảm tín hiệu, hoặc các vấn đề khác gây ra trong quá trình truyền dẫn. BER thường được đo bằng số lượng bit bị sai so với tổng số bit được truyền và thường được biểu diễn dưới dạng phần trăm hoặc dưới dạng số thập phân như  $1 \times 10^{-6}$  (1 lỗi bit trên 1 triệu bit truyền).

**Độ phức tạp (complexity):** Độ phức tạp của hệ thống truyền thông là mức độ phức tạp trong việc thiết kế, triển khai và vận hành hệ thống, chịu ảnh hưởng bởi nhiều yếu tố. Trước hết, kiến trúc hệ thống càng nhiều thành phần như máy phát, máy thu, bộ mã hóa, giải mã, điều chế thì càng phức tạp.Thêm vào đó, các kỹ thuật xử lý tín hiệu như mã hóa, điều chế, lọc, đồng bộ hóa và sửa lỗi cũng góp phần làm tăng độ phức tạp nếu sử dụng các thuật toán tiên tiến. Môi trường truyền dẫn cũng là yếu tố quan trọng, hệ thống truyền trong môi trường không dây, nhiều nhiễu hoặc đa đường sẽ đòi hỏi kỹ thuật cao hơn như MIMO, OFDM. Ngoài ra, yêu cầu về tốc độ truyền cao, băng thông lớn và độ tin cậy, bảo mật cao cũng làm tăng nhu cầu xử lý, dẫn đến hệ thống trở nên phức tạp hơn. Nói chung, hệ thống càng hiện đại và hiệu suất cao thì thường đi kèm với độ phức tạp lớn hơn.

**Độ trễ:** Độ trễ của hệ thống truyền thông là khoảng thời gian từ khi dữ liệu được xử lý ở bên phát cho đến khi được khôi phục hoàn chỉnh ở bên thu. Quá trình này bao gồm nhiều giai đoạn khác nhau. Trước tiên, dữ liệu phải trải qua quá trình xử lý, mã hóa và điều chế tại phía phát, gây ra một độ trễ nhất định. Tiếp theo, nếu có hàng đợi trong hệ thống, dữ liệu có thể phải chờ đợi trước khi được truyền đi. Khi dữ liệu bắt đầu được truyền, nó mất một khoảng thời gian để được đưa đầy đủ vào kênh truyền - gọi là độ trễ truyền. Sau đó, tín hiệu cần thời gian để lan truyền qua kênh vật lý đến đầu thu, phụ thuộc vào khoảng cách và đặc điểm môi trường truyền - được gọi là độ trễ lan truyền. Cuối cùng, tại bên thu, tín hiệu sẽ được giải điều chế, giải mã và khôi phục lại dữ liệu gốc, cũng tạo ra một phần độ trễ. Tổng hợp tất cả các thành phần này tạo nên độ trễ toàn bộ của hệ thống, ảnh hưởng trực tiếp đến hiệu năng và khả năng đáp ứng trong các ứng dụng như truyền thông.

**Ví dụ 3.1.** Xây dựng một hệ thống truyền thông kỹ thuật số với các điều kiện:

Dữ liệu có tốc độ bit  $R_b = 34\text{Mbps}$ ; trên vùng tần số có độ rộng băng thông  $B = 20 \text{ [MHz]}$  và tần số trung tâm  $f_c = 18\text{GHz}$ ; đảm bảo tối thiểu BER =  $10^{-7}$  trong điều kiện công suất tín hiệu nhận  $S = -40 \text{ [dBm]}$ ; với độ trễ tối đa  $D = 500 \text{ [ms]}$  và tối thiểu độ phức tạp.

### 3.3 Chuỗi dữ liệu nhị phân

Xem xét hệ nhị phân được cấu thành từ  $\mathbb{Z}_2 = \{0, 1\}$ . Một chuỗi dữ liệu nhị phân  $\mathbf{u}_T$  được định nghĩa như sau:  $\mathbf{u}_T = (u_T[0], u_T[1], \dots, u_T[i], \dots), i \in N, u_T[i] \in \mathbb{Z}_2$ .

**Ví dụ 3.2.** Chuỗi dữ liệu nhị phân  $\mathbf{u}_T = (1101001\dots)$ .

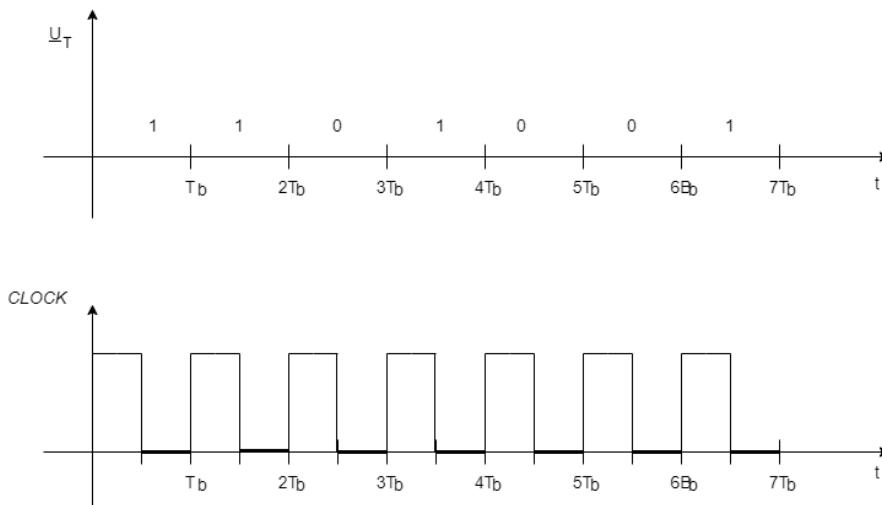
Xem xét chuỗi dữ liệu nhị phân  $\mathbf{u}_T = (u_T[0], u_T[1], \dots, u_T[i], \dots)$  có tốc độ bit  $R_b \text{ [bps]}$ . Các bit dữ liệu trong chuỗi nhị phân  $\mathbf{u}_T$ , mỗi bit được đánh chỉ số  $i$ . Điều này chỉ ra rằng chuỗi nhị phân  $\mathbf{u}_T$  bao gồm các bit dữ liệu được sắp xếp theo thứ tự từ  $u_T[0]$  đến  $u_T[n]$ , với  $n$  là số lượng bit trong chuỗi. Mỗi bit  $u_T[i]$  sẽ tồn tại trong khoảng  $T_b = 1/R_b$  giây thỏa mãn điều kiện

$$iT_b \leq t < (i+1)T_b \quad (3.1)$$

Tốc độ bit  $R_b$  còn được xem như tần số của xung đồng hồ sử dụng để truyền chuỗi dữ liệu nhị phân  $\mathbf{u}_T$ . Tần số  $R_b$  xác định tần suất truyền dữ liệu qua mạng hoặc kênh truyền. Việc đồng bộ hóa giữa tần số này giữa các thiết bị truyền nhận đóng vai trò rất quan trọng để đảm bảo dữ liệu được truyền đi và nhận về chính xác.

**Ví dụ 3.3.** Nếu tốc độ bit là  $R_b = 1000 \text{ [bps]}$  (1000 bit mỗi giây), thì mỗi bit sẽ tồn tại trong khoảng thời gian  $T_b = \frac{1}{1000} \text{ giây}$ , tức là 1 ms. Tóm lại, thời gian tồn tại của mỗi bit trong quá trình truyền dữ liệu tỉ lệ nghịch với tốc độ truyền bit rate  $R_b$ .

**Ví dụ 3.4.** Xem xét chuỗi dữ liệu nhị phân  $\mathbf{u}_T = (1101001\dots)$ , giản đồ thời gian được minh họa như trong Hình 3.2.



**Hình 3.2:** Ví dụ chuỗi dữ liệu nhị phân

### CHƯƠNG 3. CÁC HỆ THỐNG TRUYỀN THÔNG KỸ THUẬT SỐ

*Chuỗi dữ liệu nhị phân ngẫu nhiên lý tưởng:* Xem xét  $\mathbf{u}_T = (\mathbf{u}_T[0], \mathbf{u}_T[1], \dots, \mathbf{u}_T[i], \dots)$  thỏa mãn các điều kiện sau

- Các bit của nó độc lập thống kê với nhau, nghĩa là

$$\Pr(\mathbf{u}_T[i] | \mathbf{u}_T[j]) = \Pr(\mathbf{u}_T[i]). \quad (3.2)$$

Điều này chỉ ra rằng các bit trong chuỗi nhị phân  $\mathbf{u}_T$  không ảnh hưởng lẫn nhau. Xác suất xuất hiện của một bit tại vị trí  $i$  không phụ thuộc vào giá trị của bất kỳ bit nào khác tại vị trí  $j$  với điều kiện  $i \neq j$ . Nói cách khác, mỗi bit được tạo ra một cách độc lập.

- Xác suất xuất hiện của bit 0 và bit 1 là tương đồng, nghĩa là  $\Pr(\mathbf{u}_T[i] = 0) = \Pr(\mathbf{u}_T[i] = 1), \forall i$ . Điều này chỉ ra rằng xác suất để một bit bất kỳ trong chuỗi nhị phân  $\mathbf{u}_T$  là 0 bằng với xác suất để bit đó là 1. Nói cách khác, mỗi bit có xác suất bằng nhau để là 0 hoặc 1, tức là xác suất này là 0.5 cho mỗi giá trị. Đây là đặc điểm của một chuỗi dữ liệu nhị phân ngẫu nhiên và cân bằng, trong đó không có sự ưu tiên cho bit nào cụ thể.

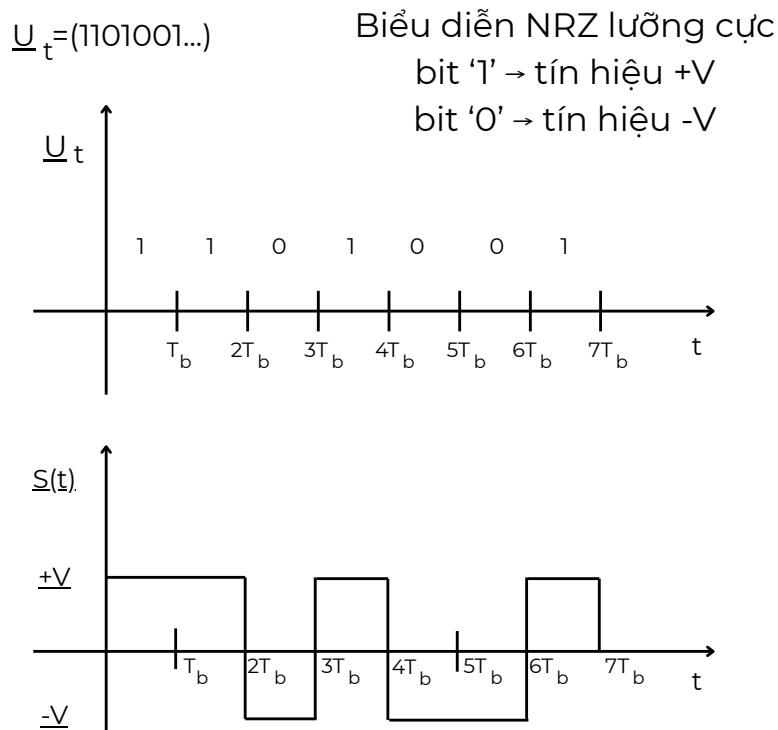
Chuỗi nhị phân ngẫu nhiên lý tưởng là một đối tượng toán học quan trọng trong các lĩnh vực như lý thuyết thông tin, xử lý tín hiệu, mật mã học và khoa học máy tính. Các bit nhị phân (0 và 1) phân bố sao cho các tính chất thống kê và phổ tần của nó tương đương với một quá trình ngẫu nhiên thực sự, tức là không thể dự đoán và không chứa bất kỳ quy luật định hình nào. Về mặt xác suất, một chuỗi nhị phân ngẫu nhiên lý tưởng có tỷ lệ xuất hiện của các bit 0 và 1 xấp xỉ bằng nhau khi độ dài chuỗi tiến tới vô hạn, đồng thời hàm tự tương quan của chuỗi bằng không tại mọi độ trễ khác không, cho thấy tính độc lập thống kê giữa các phần tử trong chuỗi. Trong miền tần số, phổ năng lượng của chuỗi phân bố đều trên toàn dải.

**Ví dụ 3.5.** Xem xét chuỗi dữ liệu nhị phân  $\mathbf{u}_T$  và dạng sóng truyền  $s(t)$  của chuỗi này theo mã NRZ lưỡng cực (sẽ học về sau)

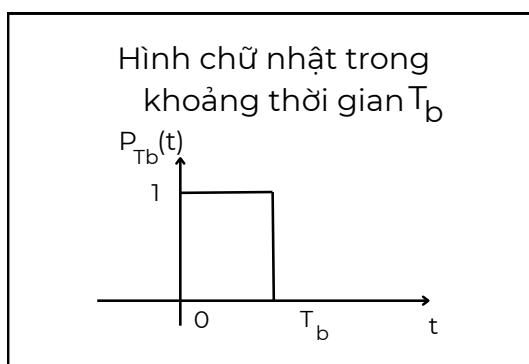
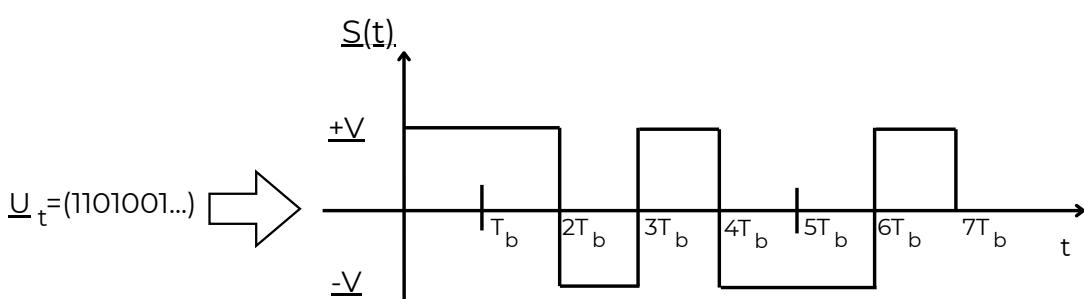
**Ví dụ 3.6.** Xem xét chuỗi nhị phân  $\mathbf{u}_T = (1101001\dots)$  và xung hình chữ nhật  $P_{T_b}(t)$  được định nghĩa như sau

$$P_{T_b}(t) = \begin{cases} 1, & \text{nếu } 0 < t \leq T_b, \\ 0, & \text{trường hợp khác.} \end{cases} \quad (3.3)$$

Thực hiện phép gán  $u_T[i] = 1$  cho sóng  $+V P_{T_b}(t)$  và  $u_T[i] = 0$  cho sóng  $-V P_{T_b}(t)$ . Dạng sóng truyền  $s(t)$  được biểu diễn như trong Hình 3.4.



Hình 3.3: Ví dụ biểu diễn NRZ lưỡng cực



Hai tín hiệu tồn tại

$$U_T(i) = 1 \rightarrow +V P_{Tb}(t - iT_b)$$

$$U_T(i) = 0 \rightarrow -V P_{Tb}(t - iT_b)$$

Hình 3.4: Ví dụ biểu diễn các dạng sóng truyền

### 3.4 Chùm tín hiệu

Dữ liệu nhị phân sẽ được bên phát ánh xạ sang tín hiệu trước khi truyền đi xa. Một chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$  được định nghĩa là tập hợp các tín hiệu

$$\mathcal{M} = \{s_1(t), \dots, s_i(t), \dots, s_m(t)\}, \quad (3.4)$$

trong đó số phần tử của chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$  là  $m$  tín hiệu, được đánh số từ  $s_1(t)$  đến  $s_m(t)$ . Chú ý, để tối ưu hóa hệ thống thường chọn  $m = 2^k$  với  $k$  là số bit được truyền đồng thời. Chẳng hạn, nếu muốn truyền 3 bit đồng thời  $k = 3$ , thì số lượng tín hiệu  $m = 2^3 = 8$ . Giả thiết rằng tất cả các tín hiệu  $s_i(t)$  đều có miền thời gian hữu hạn, tức là chúng chỉ tồn tại trong một khoảng thời gian nhất định

$$0 \leq t < T = kT_b \Leftrightarrow 0 \leq t < kT_b. \quad (3.5)$$

Điều này có nghĩa là mỗi tín hiệu  $s_i(t)$  chỉ tồn tại trong khoảng thời gian từ 0 đến  $T$ , và khoảng thời gian này bằng  $k$  lần khoảng thời gian bit  $T_b$ . Ý nghĩa cụ thể:

- Miền thời gian hữu hạn: Tất cả các tín hiệu trong chùm  $\mathcal{M}$  chỉ tồn tại trong khoảng thời gian hữu hạn từ 0 đến  $T$  và không thể kéo dài vô hạn.
- $T = kT_b$ : Khoảng thời gian  $T$  của tín hiệu gấp  $k$  lần khoảng thời gian của một bit  $T_b$ . Điều này chỉ ra rằng thời gian tồn tại của mỗi tín hiệu trong chùm  $\mathcal{M}$  là  $k$  lần thời gian cần thiết để truyền một bit đơn lẻ.

**Ví dụ 3.7.** Nếu  $k = 5$  và khoảng thời gian bit  $T_b$  là 1 ms, thì khoảng thời gian  $T$  mà mỗi tín hiệu  $s_i(t)$  tồn tại sẽ là  $T = kT_b = 5$  [ms].

**Ví dụ 3.8.** Một chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t), s_2(t)\}$  với  $m = 2$  gồm 2 tín hiệu  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  được định nghĩa như sau

$$\mathcal{M} = \{s_1(t) = +VP_T(t), s_2(t) = -VP_T(t)\}, \quad (3.6)$$

với  $T$  là khoảng thời gian xung chũ nhặt  $P_T(t)$  có giá trị bằng 1 và  $V$  là mức điện áp. Tương tự, một chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t), s_2(t), s_3(t), s_4(t)\}$  với  $m = 4$  được định nghĩa như sau

$$\begin{aligned} M = \{s_1(t) = VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = VP_T(t) \sin(2\pi f_0 t), \\ s_3(t) = -VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_4(t) = -VP_T(t) \sin(2\pi f_0 t)\}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

với  $f_0$  là tần số giao động của xung điều hòa.

### 3.5 Không gian Hamming

Không gian Hamming là một khái niệm trong lý thuyết mã hóa và khoa học máy tính, thường được sử dụng để mô tả cấu trúc của các dãy bit (hoặc chuỗi ký tự cố định độ dài). Cụ thể, không gian Hamming của véc-tơ nhị phân  $k$  bit là tập hợp tất cả các chuỗi nhị phân có độ dài  $k$ . Mỗi chuỗi nhị phân có thể được coi như một vector trong không gian vector, với mỗi phần tử của vector là một bit (0 hoặc 1).

Xét véc-tơ nhị phân  $\mathbf{v}$  gồm  $k$  bit nhị phân  $\mathbf{v} = (u_0, \dots, u_i, \dots, u_{k-1})$ ,  $u_i \in \mathbb{Z}_2$ , không gian Hamming  $\mathbb{H}_k$  được định nghĩa như sau

$$\mathbb{H}_k = \{(u_0, \dots, u_i, \dots, u_{k-1}) \mid \forall u_i \in \mathbb{Z}_2\}, \quad (3.8)$$

bao gồm  $|\mathbb{H}_k| = 2^k$  véc-tơ nhị phân có chiều dài  $k$ .

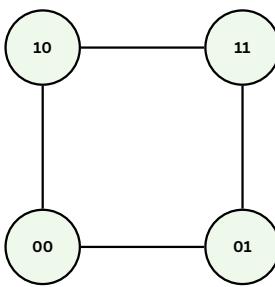
**Ví dụ 3.9.** Không gian Hamming của các véc-tơ có chiều dài 1, 2, và 3 bit nhị phân được định nghĩa như sau

$$\mathbb{H}_1 = \{(0), (1)\}, \quad (3.9)$$

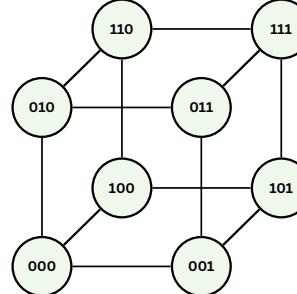
$$\mathbb{H}_2 = \{(00), (01), (10), (11)\}, \quad (3.10)$$

$$\mathbb{H}_3 = \{(000), (001), (010), (011), (100), (101), (110), (111)\}. \quad (3.11)$$

Chúng ta quan sát thấy  $\mathbb{H}_1$  có 2 véc-tơ 1 bit,  $\mathbb{H}_2$  có 4 véc-tơ 2 bit, và  $\mathbb{H}_3$  có 8 véc-tơ 3 bit.



Hình 3.5: Không gian Hamming  $\mathbb{H}_2$



Hình 3.6: Không gian Hamming  $\mathbb{H}_3$

Trong các hệ thống truyền thông, không gian Hamming giúp trong việc thiết kế các mã hiệu quả để đảm bảo dữ liệu được truyền đi một cách chính xác. Hình 3.5 và 3.6 mô tả không gian Hamming  $\mathbb{H}_2$  và  $\mathbb{H}_3$ .

Một khái niệm quan trọng trong chuỗi nhị phân là khoảng cách Hamming. Khoảng cách Hamming giữa hai chuỗi nhị phân có cùng độ dài là số vị trí mà tại đó hai chuỗi khác nhau. Về mặt toán học, hai chuỗi nhị phân  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

### CHƯƠNG 3. CÁC HỆ THỐNG TRUYỀN THÔNG KỸ THUẬT SỐ

và  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  có khoảng cách Hamming được tính như sau

$$d_H(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|. \quad (3.12)$$

**Ví dụ 3.10.** Không gian Hamming 3-bit được định nghĩa như trong (3.11) và Hình 3.6. Khoảng cách giữa các véc-tơ  $(000)$  và  $(111)$  là  $3$ ; giữa  $(101)$  và  $(111)$  là  $1$ .

Trong lý thuyết mã hóa, khoảng cách Hamming được sử dụng để xác định khả năng phát hiện và sửa lỗi của các mã. Một mã có khoảng cách Hamming lớn có thể phát hiện và sửa được nhiều lỗi hơn. Ngoài ra, khoảng cách Hamming cũng được sử dụng trong các ứng dụng đo độ tương đồng giữa các chuỗi nhị phân.

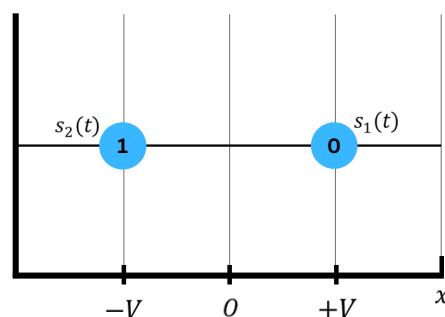
#### 3.6 Gán nhãn nhị phân

Xem xét chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$  với số tín hiệu là  $m = 2^k$ . Gán nhãn nhị phân  $e(\cdot)$  là một quá trình ánh xạ 1-1 (bejective-song ánh) được định nghĩa như sau

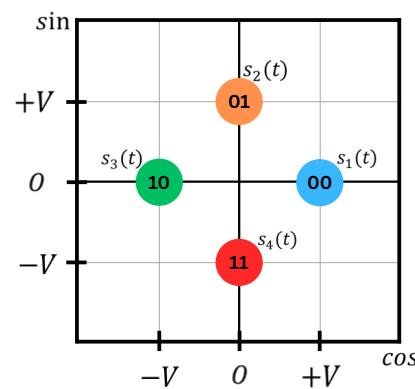
$$\begin{aligned} e : \mathbb{H}_k &\leftrightarrow \mathcal{M} \\ \mathbf{v} \in \mathbb{H}_k &\leftrightarrow s(t) = e(\mathbf{v}) \in \mathcal{M}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

**Ví dụ 3.11.** Xem xét chùm dữ liệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +VP_T(t), s_2(t) = -VP_T(t)\}$  có  $m = 2$  và  $k = \log_2 m = 1$ . Do đó, không gian Hamming  $\mathbb{H}_1 = \{(0), (1)\}$  được biểu diễn như Hình 3.7. Quá trình gán nhãn nhị phân được định nghĩa như sau

$$\begin{aligned} e : \mathbb{H}_1 &\leftrightarrow \mathcal{M} \\ \mathbf{v}_1 = (0) &\leftrightarrow s_1(t) \\ \mathbf{v}_2 = (1) &\leftrightarrow s_2(t) \end{aligned} \quad (3.14)$$



Hình 3.7: Không gian Hamming  $\mathbb{H}_1$



Hình 3.8: Không gian Hamming  $\mathbb{H}_2$

**Ví dụ 3.12.** Xem xét chùm tín hiệu có  $m = 4$  và  $k = \log_2 m = 2$  như sau

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = \{s_1(t) &= VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = VP_T(t) \sin(2\pi f_0 t), \\ &s_3(t) = -VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_4(t) = -VP_T(t) \sin(2\pi f_0 t)\}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Không gian Hamming  $\mathbb{H}_2$  như định nghĩa trong (3.10) và Hình 3.8 với quá trình gán nhãn nhị phân được định nghĩa như sau

$$\begin{aligned} e : H_2 &\leftrightarrow \mathcal{M} \\ \mathbf{v}_1 &= (00) \leftrightarrow s_1(t) \\ \mathbf{v}_2 &= (01) \leftrightarrow s_2(t) \\ \mathbf{v}_3 &= (10) \leftrightarrow s_3(t) \\ \mathbf{v}_4 &= (11) \leftrightarrow s_4(t) \end{aligned} \quad (3.16)$$

### 3.7 Dạng sóng truyền

Giả thiết hệ thống bao gồm chuỗi nhị phân  $\mathbf{u}_T$ , chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$ , và quá trình gán nhãn nhị phân  $e(\cdot)$ . Nhiệm vụ bây giờ là xây dựng dạng sóng truyền  $s(t)$ . Lưu ý rằng  $\mathcal{M}$  có  $2^k$  phần tử. Quá trình gán nhãn nhị phân bắt đầu với việc chia  $\mathbf{u}_T$  thành các véc-tơ  $k$ -bit như sau

$$\mathbf{v}_T[0] = (u_T[0], u_T[1], \dots, u_T[k-1]), \quad (3.17)$$

$$\mathbf{v}_T[1] = (u_T[k], u_T[k+1], \dots, u_T[2k-1]), \quad (3.18)$$

$$\dots, \quad (3.19)$$

$$\mathbf{v}_T[n] = (u_T[nk], u_T[nk+1], \dots, u_T[(n+1)k-1]), \quad (3.20)$$

với  $n \in \mathbb{N}$ . Do mỗi bit tồn tại trong  $T_b$  giây, mỗi vector  $k$ -bit tồn tại trong  $T = kT_b$  giây như sau

$$\mathbf{u}_T = (\underbrace{\mathbf{v}_T[0]}_T, \underbrace{\mathbf{v}_T[1]}_T, \dots, \underbrace{\mathbf{v}_T[n]}_T, \dots). \quad (3.21)$$

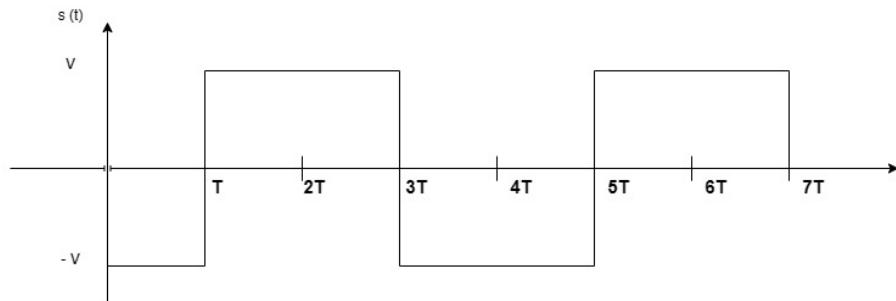
Lưu ý rằng mỗi tín hiệu  $s_i(t) \in \mathcal{M}$  tồn tại trong  $T$  giây với  $0 \leq t < T = kT_b$ . Quá trình gán nhãn nhị phân  $e : \mathbb{H}_k \leftrightarrow \mathcal{M}$  sẽ tạo ra dạng sóng truyền (transmitted waveform) như minh họa trong Hình 3.9.

**Ví dụ 3.13.** Cho chuỗi dữ liệu nhị phân  $\mathbf{u}_T = (0110011\dots)$  với tốc độ bit  $R_b = 1$  [Mbps] (chu kỳ bit  $T = T_b = 1$  [ $\mu$ s]). Nếu chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = -VP_T(t), s_2(t) = +VP_T(t)\}$ , thì dạng sóng truyền minh họa như Hình 3.10.

$$\underline{u}_T = (\underbrace{v_T[0]}_e(T), \underbrace{v_T[2]}_e(T), \dots, \underbrace{v_T[n]}_e(T), \dots)$$

$$s(t) = (\underbrace{s[0](t)}_{s[0](t)}, \underbrace{s[1](t)}_{s[1](t)}, \dots, \underbrace{s[n](t)}_{s[n](t)}, \dots)$$

**Hình 3.9:** Quá trình tạo dạng sóng truyền từ gán nhãn nhị phân



**Hình 3.10:** Dạng sóng truyền sử dụng chùm tín hiệu trong ví dụ.

### 3.8 Một số dạng sóng truyền trong thực tế

Dạng sóng NRZ (non return to zero) lưỡng cực: Chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +VP_T(t), s_2(t) = -VP_T(t)\}$  với  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  được minh họa như Hình 3.11. Ta có  $m = 2$ ,  $k = \log_2(m) = 1$ , và  $T = T_b$ .



**Hình 3.11:** Các tín hiệu của NRZ lưỡng cực

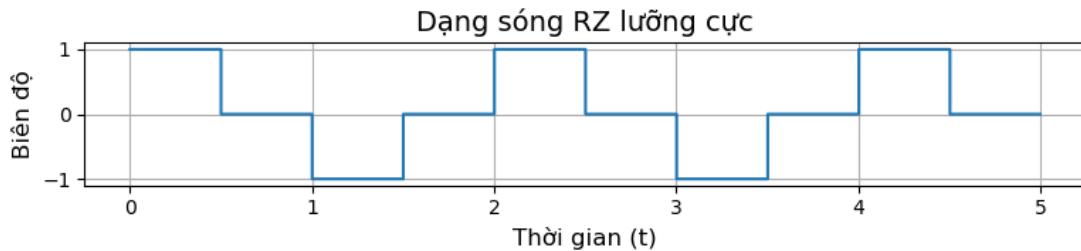
Dạng sóng NRZ đơn cực: Chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +VP_T(t), s_2(t) = 0\}$  với  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  được minh họa như Hình 3.12. Ta có  $m = 2$ ,  $k = 1$ , và  $T = T_b$ .



**Hình 3.12:** Các tín hiệu của NRZ đơn cực

### CHƯƠNG 3. CÁC HỆ THỐNG TRUYỀN THÔNG KỸ THUẬT SỐ

*Dạng sóng RZ lưỡng cực:* Chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +VP_{T/2}(t), s_2(t) = -VP_{T/2}(t)\}$  với  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  như Hình 3.13. Ta có  $m = 2$ ,  $k = 1$ , và  $T = T_b$ .



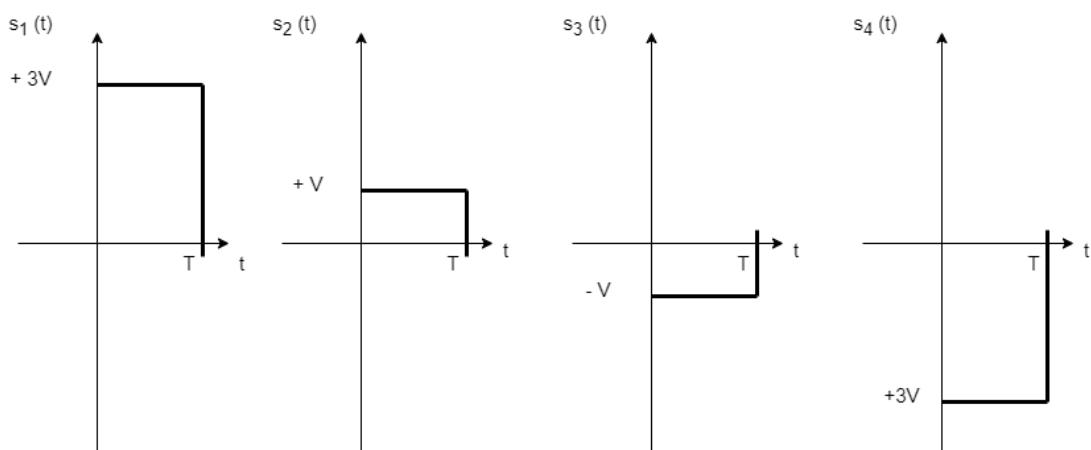
**Hình 3.13:** Các tín hiệu của RZ lưỡng cực

*Dạng sóng RZ đơn cực:* Chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +VP_{T/2}(t), s_2(t) = 0\}$  với  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  như Hình 3.14. Ta có  $m = 2$ ,  $k = 1$ , và  $T = T_b$ .



**Hình 3.14:** Các tín hiệu của RZ đơn cực

*Điều chế biến độ xung, m-PAM (pulse amplitude modulation):* Xem xét 4-PAM với chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +3VP_T(t), s_2(t) = +VP_T(t), s_3(t) = -VP_T(t), s_4(t) = -3VP_T(t)\}$  có các tín hiệu minh họa như Hình 3.15. Ta có  $m = 4$ ,  $k = 2$ , và  $T = 2T_b$ .

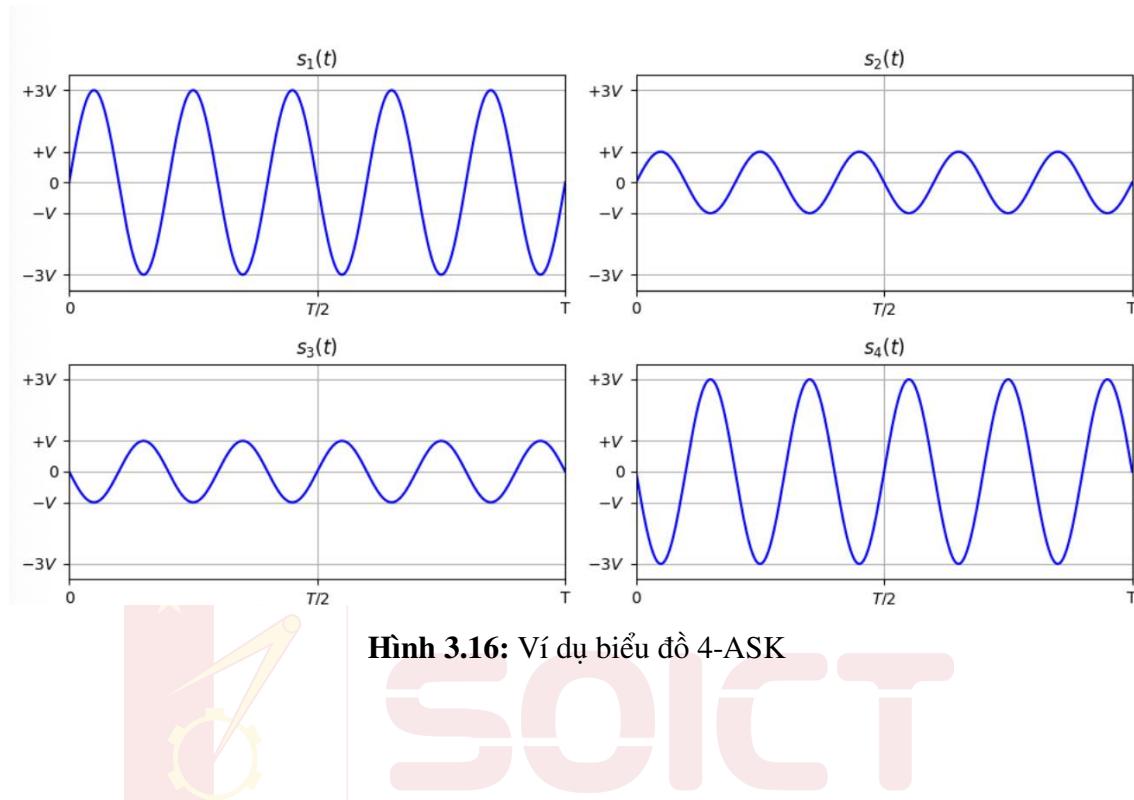


**Hình 3.15:** Các tín hiệu của 4-PAM

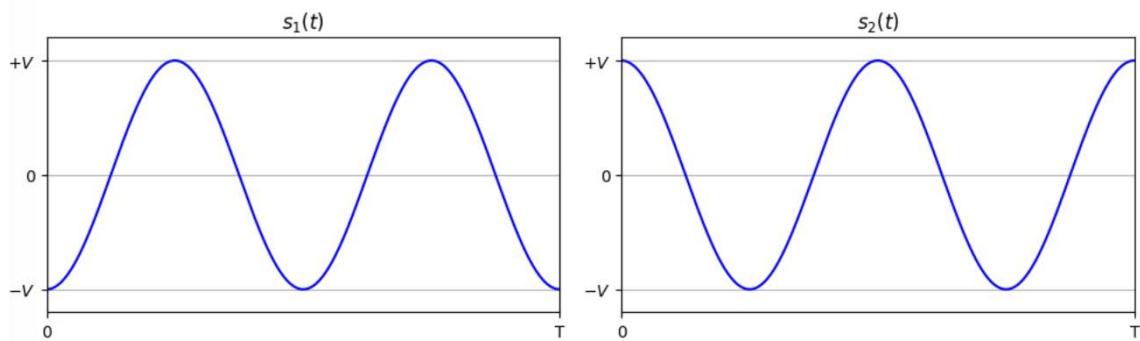
*Điều chế dịch biến độ, m-ASK (amplitude shift keying):* Xem xét 4-ASK với

### CHƯƠNG 3. CÁC HỆ THỐNG TRUYỀN THÔNG KỸ THUẬT SỐ

chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +3VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = +VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_3(t) = -VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_4(t) = -3VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t)\}$ , các tín hiệu minh họa trong **Hình 3.16**. Ta có  $m = 4, k = 2$ , và  $T = 2T_b$ .



**Điều chế dịch pha, m-PSK (phase shift keying):** Xem xét 2-PSK với chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = -VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t)\} == \{s_1(t) = +VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = +VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t - \pi)\}$ , các tín hiệu minh họa như **Hình 3.17**. Ta có,  $m = 2, k = 1$ , và  $T = T_b$ . Một ví dụ khác là 4-PSK với chùm tín

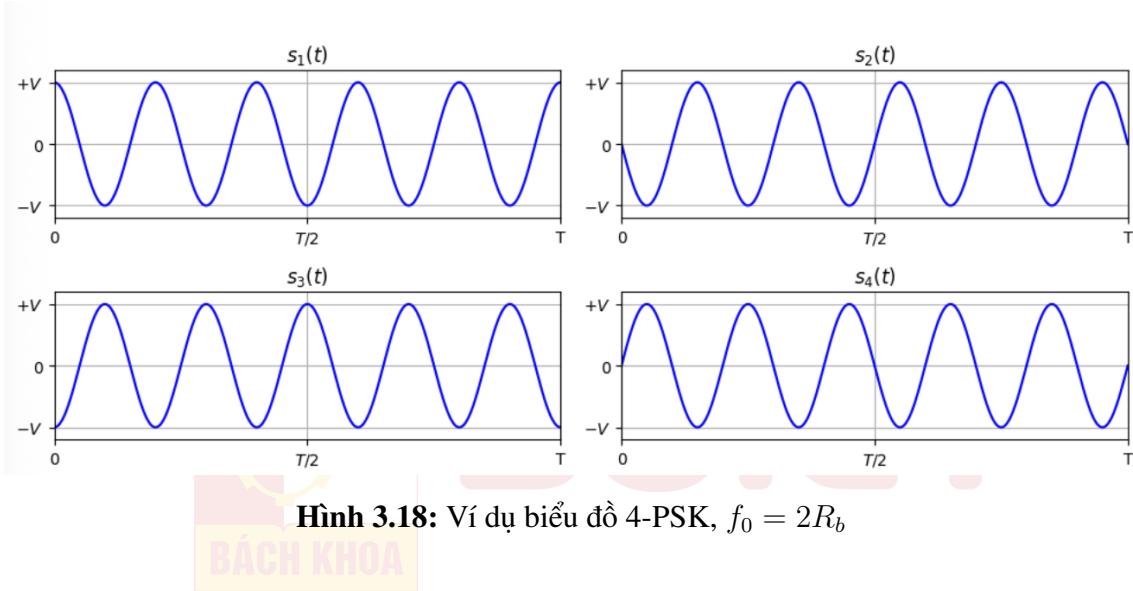


**Hình 3.17:** Các tín hiệu của điều chế 2-PSK

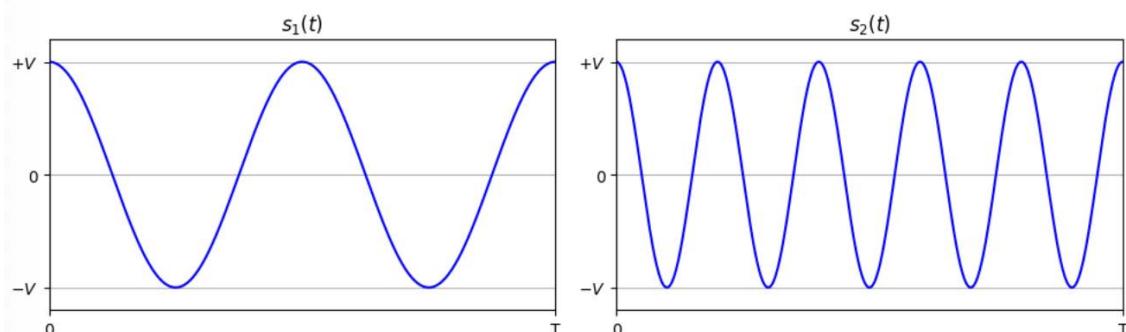
hiệu được định nghĩa như sau

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \left\{ \begin{array}{l} s_1(t) = +VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = +VP_T(t) \sin(2\pi f_0 t), \\ s_3(t) = -VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_4(t) = -VP_T(t) \sin(2\pi f_0 t) \end{array} \right\} \\ &= \left\{ \begin{array}{l} s_1(t) = +VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = +VP_T(t) \cos\left(2\pi f_0 t - \frac{\pi}{2}\right), \\ s_3(t) = +VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t - \pi), s_4(t) = VP_T(t) \cos\left(2\pi f_0 t - \frac{3\pi}{2}\right) \end{array} \right\}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

với các tín hiệu được minh họa như trong Hình 3.18. Ta có  $m = 4, k = 2$ , và  $T = 2T_b$ .



**Điều chế dịch tần số, m-FSK (frequency shift keying):** Xem xét 2-FSK với chùm tín hiệu  $M = \{s_1(t) = +VP_T(t) \cos(2\pi f_1 t), s_2(t) = +VP_T(t) \cos(2\pi f_2 t)\}$ , các tín hiệu minh họa như trong Hình 3.19 với  $f_1 = 2R_b$  và  $f_2 = 3R_b$ . Ta có  $m = 2, k = 1$ , và  $T = T_b$ .



**Hình 3.19:** Ví dụ biểu đồ 2-FSK

### 3.9 Tổng kết chương

- **Chuỗi dữ liệu nhị phân:** Là tập hợp các bit  $\{0, 1\}$  được truyền với tốc độ  $R_b$  [bps], mỗi bit tồn tại trong khoảng thời gian  $T_b = 1/R_b$ . Đây là dạng dữ liệu cơ bản trong hệ thống truyền thông số.
- **Chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$ :** Là tập các tín hiệu  $s_i(t)$  dùng để biểu diễn dữ liệu. Thường có  $m = 2^k$  tín hiệu tương ứng với  $k$  bit dữ liệu, tồn tại trong khoảng thời gian  $T = kT_b$ .
- **Không gian Hamming  $\mathbb{H}_k$ :** Là tập hợp tất cả các véc-tơ nhị phân độ dài  $k$ . Mỗi véc-tơ đại diện cho một tổ hợp dữ liệu có thể xảy ra. Khái niệm khoảng cách Hamming được dùng để đánh giá mức độ khác nhau giữa các véc-tơ.
- **Gán nhãn nhị phân:** Là phép ánh xạ 1-1 giữa các véc-tơ trong  $\mathbb{H}_k$  và các tín hiệu trong  $\mathcal{M}$ . Đây là bước mã hóa để chuyển dữ liệu từ dạng số sang dạng tín hiệu truyền.
- **Dạng sóng truyền:** Được tạo ra bằng cách ghép nối các tín hiệu tương ứng với từng véc-tơ dữ liệu theo thứ tự thời gian. Đây là tín hiệu đầu ra thực tế được truyền qua kênh vật lý.

### 3.10 Bài tập

**Bài tập 3.1.** Cho chuỗi bit nhị phân  $u_T = (10011100\dots)$  với tốc độ bit  $R_b = 1$  [Mbps] và chùm tín hiệu

$$M = \{s_1(t) = VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = VP_T(t) \sin(2\pi f_0 t), \\ s_3(t) = -VP_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_4(t) = -VP_T(t) \sin(2\pi f_0 t)\}, \quad (3.23)$$

với  $f_0 = 1$  [MHz]. Giải quyết các vấn đề sau

- Định nghĩa không Gian Hamming và thực hiện quá trình gán nhãn dữ liệu.
- Xây dựng và vẽ dạng sóng truyền  $s(t)$ .

**Bài tập 3.2.** Cho chuỗi dữ liệu bit nhị phân  $u_T = (10011100\dots)$  với tốc độ bit  $R_b = 1$  [Mbps]. Giải quyết các vấn đề sau

- Xây dựng và vẽ dạng sóng truyền  $s(t)$  sử dụng NRZ lưỡng cực.
- Xây dựng và vẽ dạng sóng truyền  $s(t)$  sử dụng NRZ đơn cực.
- Xây dựng và vẽ dạng sóng truyền  $s(t)$  sử dụng RZ lưỡng cực.
- Xây dựng và vẽ dạng sóng truyền  $s(t)$  sử dụng RZ đơn cực.

**Bài tập 3.3.** Cho không gian Hamming  $\mathbb{H}_3$ . Hãy:

- a) Liệt kê toàn bộ các véc-tơ trong không gian  $\mathbb{H}_3$ .
- b) Tính khoảng cách Hamming giữa các cặp véc-tơ (000) và (111); (101) và (100); (001) và (011).
- c) Tìm số cặp véc-tơ trong  $\mathbb{H}_3$  có khoảng cách Hamming bằng 1.

**Bài tập 3.4.** Một hệ thống truyền thông sử dụng sơ đồ điều chế với chùm tín hiệu gồm  $m = 8$  tín hiệu. Hãy:

- a) Xác định số bit  $k$  cần thiết để ánh xạ vào chùm tín hiệu này.
- b) Liệt kê không gian Hamming  $\mathbb{H}_k$  tương ứng.
- c) Đề xuất một sơ đồ gán nhãn nhị phân hợp lý cho 8 tín hiệu trong chùm.

**Bài tập 3.5.** Một hệ thống truyền dữ liệu sử dụng lấy mẫu và lượng tử hóa để chuyển tín hiệu tương tự sang tín hiệu số. Hãy:

- a) Mô tả vai trò của lấy mẫu và lượng tử hóa trong hệ thống truyền thông số.
- b) Giả sử tín hiệu được lấy mẫu tại tần số  $f_s = 8$  [kHz] và mỗi mẫu được lượng tử hóa bằng 3 bit. Tính tốc độ dữ liệu (bit rate) của chuỗi nhị phân thu được.

**Bài tập 3.6.** Một chuỗi tín hiệu nhị phân  $u_T = (10101010)$  được truyền qua kênh có nhiễu. Tại đầu thu nhận được chuỗi  $\hat{u}_T = (10100010)$ . Hãy:

- a) Tính khoảng cách Hamming giữa hai chuỗi.
- b) Cho biết số lỗi truyền xảy ra và đánh giá mức độ sai lệch.

## CHƯƠNG 4. KHÔNG GIAN TÍN HIỆU

---

<b>4.1</b>	<b>Quá trình ngẫu nhiên có tính ergodic . . . . .</b>	<b>47</b>
<b>4.2</b>	<b>Kênh truyền thông . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>4.3</b>	<b>Cơ sở trực chuẩn . . . . .</b>	<b>50</b>
<b>4.4</b>	<b>Thuật toán Gram-Schmidt . . . . .</b>	<b>51</b>
<b>4.5</b>	<b>Không gian tín hiệu . . . . .</b>	<b>54</b>
<b>4.6</b>	<b>Rời rạc hóa tín hiệu . . . . .</b>	<b>54</b>
<b>4.7</b>	<b>Năng lượng chùm tín hiệu . . . . .</b>	<b>56</b>
<b>4.8</b>	<b>Tổng kết chương . . . . .</b>	<b>58</b>
<b>4.9</b>	<b>Bài tập . . . . .</b>	<b>59</b>

---

Trong lĩnh vực truyền thông kỹ thuật số, việc truyền tải thông tin chính xác và hiệu quả đóng vai trò then chốt. Sau khi tìm hiểu về hệ thống truyền thông và các phương pháp biểu diễn tín hiệu, bài toán tiếp theo cần giải quyết chính là nhận dạng tín hiệu ở phía thu. Bài toán này có liên quan mật thiết với Lý thuyết ra quyết định, bởi vì tín hiệu nhận được ở đầu thu thường bị ảnh hưởng bởi nhiều trong quá trình truyền dẫn. Chương này tập trung vào việc phân tích và biểu diễn tín hiệu trong không gian tín hiệu để giải quyết bài toán nhận dạng tín hiệu. Thay vì xử lý trực tiếp trên dạng sóng phức tạp, chúng ta sẽ đơn giản hóa bằng cách biểu diễn tín hiệu dưới dạng vector trong không gian Euclid.

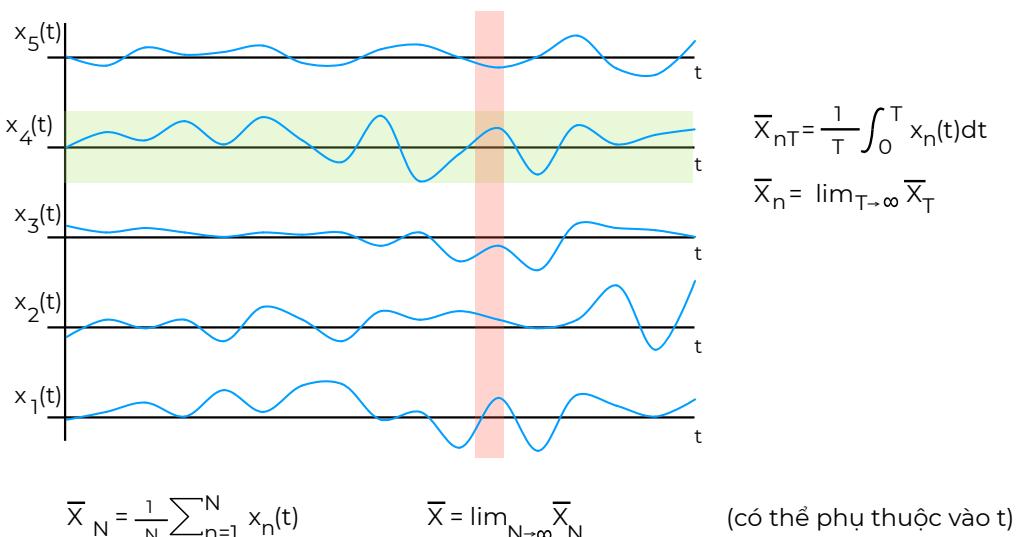
### 4.1 Quá trình ngẫu nhiên có tính ergodic

Quá trình ngẫu nhiên về cơ bản là chuỗi các biến ngẫu nhiên theo thời gian và một quá trình ngẫu nhiên được gọi là có tính chất ergodic nếu các đặc trưng thống kê của nó có thể suy ra được từ một chuỗi các mẫu đủ dài của nó. Hay nói cách khác, giá trị trung bình theo thời gian của quá trình ngẫu nhiên sẽ bằng giá trị trung bình của tất cả các mẫu tại một thời điểm cụ thể. Để hiểu rõ hơn, xem xét một quá trình ngẫu nhiên gồm nhiều biến  $\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), \dots\}$  như Hình 4.1. Nếu  $x_n(t)$  là giá trị của mẫu thứ  $n$  tại thời điểm  $t$ , ta định nghĩa giá trung bình theo một khoảng thời gian  $T$  của quá trình ngẫu nhiên là:

$$\bar{X}_{nT} = \frac{1}{T} \int_0^T x_n(t) dt. \quad (4.1)$$

Giá trị trung bình chính xác của  $x_n(t)$  theo thời gian được tính như sau

$$\bar{X}_n = \lim_{T \rightarrow \infty} \bar{X}_{nT}. \quad (4.2)$$



**Hình 4.1:** Quá trình ngẫu nhiên có tính chất ergodic

Tiếp theo, chúng ta định nghĩa giá trị trung bình của  $N$  mẫu trong quá trình  $X(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), \dots\}$  tại một thời điểm  $t$  như sau

$$\bar{x}_N = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n(t). \quad (4.3)$$

Sau đó, giá trị trung bình của tất cả các mẫu tại một thời điểm  $t$  được xác định

$$\bar{x} = \lim_{N \rightarrow \infty} \bar{x}_N. \quad (4.4)$$

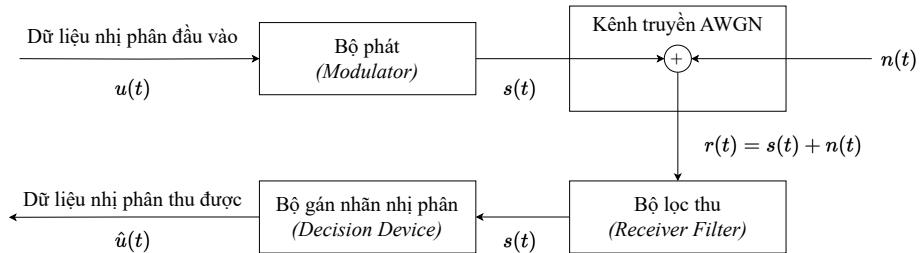
Như vậy,  $X(t)$  là quá trình ngẫu nhiên ergodic nếu  $\bar{x} = \bar{x}_n$ . Trong xử lý tín hiệu và hệ thống truyền thông, tính chất ergodic của quá trình ngẫu nhiên giữ vai trò then chốt vì cho phép ước lượng các đặc trưng thống kê như trung bình, phương sai và hàm tương quan chỉ từ một mẫu duy nhất của tín hiệu theo thời gian  $x_n(t)$ . Điều này đặc biệt quan trọng trong thực tiễn, khi không thể quan sát đồng thời nhiều biến ngẫu nhiên độc lập của cả quá trình. Việc giả định ergodicity giúp đơn giản hóa phân tích và thiết kế các hệ thống xử lý tín hiệu, đặc biệt trong các ứng dụng như lọc thích nghi, phân tích phổ công suất và mô hình hóa chuỗi thời gian. Nhờ đó, các tham số thống kê có thể được ước lượng trực tiếp từ dữ liệu quan sát, làm tăng hiệu quả và tính khả thi trong triển khai hệ thống thực.

## 4.2 Kênh truyền thông

Trong mô hình truyền thông, ban đầu có một chuỗi dữ liệu nhị phân đi vào bộ phát dưới dạng  $u_T$ , sau đó nó được chuyển thành dạng sóng  $s(t)$  và sẽ tiếp tục được truyền qua kênh để đi đến bộ thu. Dựa trên kết quả nhận được, bộ thu giải

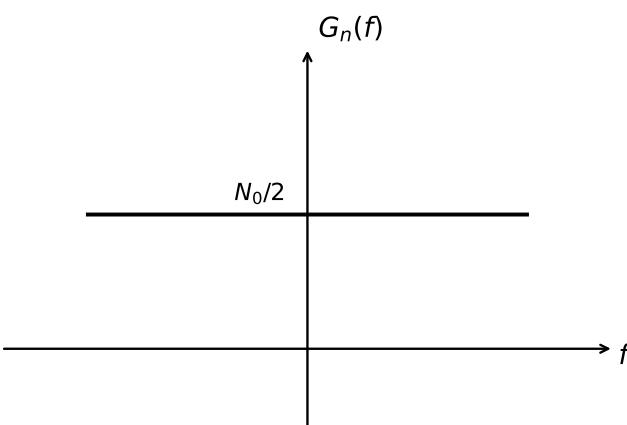
## CHƯƠNG 4. KHÔNG GIAN TÍN HIỆU

mã tín hiệu với kỳ vọng sẽ khôi phục lại chính xác chuỗi dữ liệu ban đầu  $u_T$ . Tuy nhiên, quá trình này trong thực tế gặp nhiều thách thức do ảnh hưởng của nhiều từ môi trường xung quanh phát sinh trong quá trình truyền dẫn. Chúng ta xem xét mô hình kênh nhiễu trắng theo phân phối Gaussian và có tính cộng (additive white Gaussian noise-AWGN) như minh họa trong Hình 4.2.



**Hình 4.2:** Tính cộng của mô hình kênh AWGN

Về bản chất, mô hình AWGN biểu diễn toán học nhiễu có trong kênh và tại đầu thu. Sau khi xây dựng được mô hình toán học của kênh thì khi nhận được tín hiệu thu, hệ thống sẽ có khả năng dự đoán đặc điểm của tín hiệu đầu ra dựa trên tín hiệu nhận được. Mô hình kênh AWGN có những đặc tính sau: *i)* Tính tuyến tính và bất biến theo thời gian; *ii)* đáp ứng tần số lý tưởng  $H(f) = 1$  (không gây ra suy hao của môi trường truyền dẫn như khoảng cách, vật chắn); Nguồn Gaussian có tính cộng  $n(t)$ , tức là tín hiệu đầu ra  $r(t)$  sẽ là tổng của tín hiệu đầu vào  $s(t)$  và tạp âm  $n(t)$ . Nguồn Gaussian  $n(t)$  là quá trình ngẫu nhiên có tính ergodic. Mỗi biến ngẫu nhiên cũng tuân theo phân phối Gaussian với giá trị kỳ vọng  $\mu = 0$ . Mật độ công suất phổ tín hiệu là hằng số  $G_n(f) = N_0/2$  như Hình 4.3 với  $N_0 = kT$  với  $k = 1.38 \times 10^{-23}$  là hằng số Boltzmann và  $T$  là nhiệt độ Kelvin. Hay nói cách khác, đối với mọi tần số thì cường độ của nhiễu là không đổi.



**Hình 4.3:** Mật độ công suất phổ tín hiệu bằng hằng số

Mặc dù các biến ngẫu nhiên về bản chất là không thể đoán định được giá trị nhưng nó lại thường tuân theo một số phân phối xác suất nào đó. Định lý giới hạn trung tâm (central limit theorem) phát biểu rằng "*Nếu ta có một tập hợp  $N$  các biến ngẫu nhiên độc lập thống kê với nhau và có phân phối xác suất giống nhau thì tổng của chúng sẽ tuân theo phân phối Gauss khi  $N$  tiến đến vô cùng*". Quay trở lại hệ thống, có thể thấy rằng nhiều là tổng hợp của nhiều từ nhiều nguồn khác nhau đến từ các thiết bị và môi trường với giả sử chúng là các biến ngẫu nhiên độc lập thống kê với nhau, nhưng để sử dụng định lý giới hạn trung tâm thì cần phải có thêm điều kiện thứ hai là các biến ngẫu nhiên này phải tuân theo cùng một phân phối. Tuy nhiên, điều này là chưa thể chắc chắn nhưng vẫn có thể chấp nhận được.

Tại đầu thu, thiết bị nhận được  $r(t)$  và muốn khôi phục chuỗi dữ liệu nhị phân ban đầu  $u_T$ . Quá trình khôi phục này sẽ được chia thành 2 bước chính: đầu tiên, khi nhận được  $r(t)$ , hệ thống phải khôi phục lại  $s(t)$  (đây chính là vấn đề khó). Sau đó,  $s(t)$  sẽ chuyển đổi nó trở lại chuỗi nhị phân  $u_T$  ban đầu (đây là bước khá đơn giản dựa vào gán nhãn nhị phân). Để giải quyết bước khôi phục lại tín hiệu  $s(t)$  chung ta cần xây dựng không gian tín hiệu.

### 4.3 Cơ sở trực chuẩn

Từ chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t), \dots, s_i(t), \dots, s_m(t)\}$ , ta sẽ xây dựng cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$ , sau đó sẽ thực hiện xử lý trên không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$  sinh bởi  $\mathcal{B}$ . Mỗi tín hiệu thuộc  $\mathcal{S}$  có thể được biểu diễn là một tổ hợp tuyến tính của các thành phần cơ sở. Từ chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$ , chúng ta sẽ định nghĩa cơ sở trực chuẩn như sau

$$\mathcal{B} = \{b_1(t), \dots, b_j(t), \dots, b_d(t)\}, d \leq m. \quad (4.5)$$

với  $b_j(t), \forall j \in \{1, \dots, d\}$  là véc-tơ cơ sở. Các vector trong cơ sở trực chuẩn đôi một vuông góc nhau (tích phân trong một chu kỳ của tích 2 phần tử bất kì  $b_i(t)$  và  $b_j(t)$  có giá trị bằng 0 với mọi  $j \neq i$ ). Tức là

$$\int_0^T b_j(t)b_i(t)dt = 0, \forall j \neq i. \quad (4.6)$$

Bên cạnh đó, mỗi véc-tơ cơ sở  $b_j(t)$  sẽ có năng lượng đơn vị, nghĩa là

$$\mathbb{E}\{b_j(t)|\} = \int_0^T b_j^2(t)dt = 1. \quad (4.7)$$

## CHƯƠNG 4. KHÔNG GIAN TÍN HIỆU

Lưu ý, số phần tử của cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$  là nhỏ nhất đủ để biểu diễn mỗi tín hiệu của  $\mathcal{M}$ . Cụ thể  $s_i(t)$  là một tổ hợp tuyến tính các phần tử trong cơ sở trực chuẩn

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^d s_{ij} b_j(t), s_{ij} \in \mathbb{R}. \quad (4.8)$$

Vậy từ chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$  làm sao để có thể xây dựng được cơ sở trực chuẩn. Với các chùm tín hiệu đơn giản, hoàn toàn không khó để ta có thể xây dựng được  $\mathcal{B}$  một cách trực tiếp, nhưng trong các trường hợp với chùm tín hiệu đầu vào phức tạp hơn, một cách tổng quát, ta có thể sử dụng một thuật toán Gram-Schmidt.

### 4.4 Thuật toán Gram-Schmidt

Từ chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t), \dots, s_i(t), \dots, s_m(t)\}$  các bước để thực hiện thuật toán Gram-Schmidt như sau

- *Bước 1:* Từ tín hiệu  $s_1(t)$ , tính versor (véc-tơ cơ bản) thứ nhất  $b_1^*(t)$  như sau

$$b_1^*(t) = s_1(t). \quad (4.9)$$

Tuy nhiên, chúng ta cần đảm bảo rằng các versor của  $\mathcal{B}$  mang năng lượng đơn vị nên cần chuẩn hóa  $b_1^*(t)$  theo năng lượng như sau

$$b_1(t) = \frac{b_1^*(t)}{\sqrt{\mathbb{E}\{b_1^*(t)\}}}, \quad (4.10)$$

với  $\mathbb{E}\{b_1^*(t)\}$  tính tương tự (4.7). Điều này đảm bảo năng lượng đơn vị bởi vì

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{b_1(t)\} &= \int_0^T b_1^2(t) dt \\ &= \int_0^T \left( \frac{b_1^*(t)}{\sqrt{\mathbb{E}\{b_1^*(t)\}}} \right)^2 dt \\ &= \frac{\int_0^T (b_1^*(t))^2 dt}{\mathbb{E}\{b_1^*(t)\}} \\ &= 1. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Lưu ý, nếu  $b_1^*(t) = 0$  thì  $b_1(t) = 0$  và chúng ta không đưa véc-tơ này vào trong cơ sở trực chuẩn.

- *Bước 2:* Tiếp tục sử dụng tín hiệu  $s_2(t)$  để tìm véc-tơ cơ bản thứ hai. Véc-tơ cơ bản này cần phải trực giao với véc-tơ cơ sở đã định nghĩa trước đó trong  $\mathcal{B}$  là

$b_1(t)$ . Vì vậy, ta tính phép chiếu của  $s_2(t)$  lên véc-tơ cơ sở đầu tiên

$$s_{21} = \int_0^T s_2(t)b_1(t)dt. \quad (4.12)$$

Sau đó, ta định nghĩa sự sai khác (tính riêng biệt) về thông tin chứa trong  $s_2(t)$  so với  $b_1(t)$  như sau

$$b_2^*(t) = s_2(t) - s_{21}b_1(t) \quad (4.13)$$

Để đảm bảo  $b_2(t)$  mang năng lượng đơn vị, tương tự như đối với  $b_1(t)$ , chúng ta cần chuẩn hóa theo năng lượng như sau

$$b_2(t) = \frac{b_2^*(t)}{\sqrt{\mathbb{E}\{b_2^*(t)\}}}. \quad (4.14)$$

Lưu ý, nếu  $b_2^*(t) = 0$  nghĩa là  $s_2(t)$  tỷ lệ với  $b_1(t)$  (hai véc-tơ phụ thuộc tuyến tính). Trong trường hợp này,  $b_2(t) = 0$  và không có véc-tơ cơ sở mới nào được thêm vào  $\mathcal{B}$ . Ngược lại, nếu  $b_2^*(t) \neq 0$ , nghĩa là  $s_2(t)$  chứa thông tin khác biệt so với  $b_1(t)$ . Điều này dẫn tới  $b_2(t) \neq 0$  và một véc-tơ cơ sở mới được thêm vào cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$ .

- *Bước thứ i:* Với tín hiệu  $s_i(t), 3 \leq i \leq m$ , ta tính phép chiếu lên các véc-tơ cơ sở trước đó như sau

$$s_{ij} = \int_0^T s_i(t)b_j(t)dt, 1 \leq j \leq i-1, \quad (4.15)$$

với  $i-1$  hệ số  $s_{ij}$  và sau đó tìm tính riêng biệt của véc-tơ  $s_i(t)$  so với các véc-tơ cơ sở đã có trong cơ sở trực chuẩn

$$b_i^*(t) = s_i(t) - \sum_{j=1}^{i-1} s_{ij}b_j(t). \quad (4.16)$$

Sau đó, chúng ta tiến hành chuẩn hóa véc-tơ cơ bản  $b_i^*(t)$  như sau

$$b_i(t) = \frac{b_i^*(t)}{\sqrt{\mathbb{E}\{b_i^*(t)\}}}. \quad (4.17)$$

Tương tự như quan sát trước đó, nếu  $b_i^*(t) = 0$ ,  $s_i(t)$  phụ thuộc tuyến tính với các véc-tơ cơ sở trước đó và  $b_i(t) = 0$  không phải là véc-tơ cơ sở mới. Nếu  $b_i^*(t) \neq 0$ ,  $s_i(t)$  chứa thông tin riêng so với cơ sở trực chuẩn hiện có và  $b_i(t)$  là một véc-tơ cơ sở mới.

## CHƯƠNG 4. KHÔNG GIAN TÍN HIỆU

- **Bước cuối cùng:** Chúng ta cần đảm bảo loại bỏ tất cả các véc-tơ  $b_i(t) = 0, \forall i$  và đánh lại chỉ số  $i$  cho các véc-tơ cơ sở khác 0. Từ đó, ta có cơ sở  $\mathcal{B}$  như định nghĩa trong (4.5).

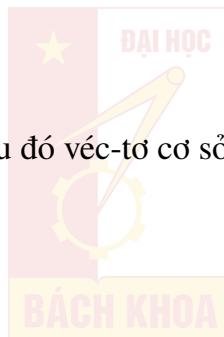
Thuật toán Gram-Schmidt trình bày ở đây thực hiện tìm mỗi véc-tơ trực giao và chuẩn hóa để tìm trực chuẩn. Chúng ta hoàn toàn có thể tách hai bước riêng biệt. Cụ thể, chúng ta tìm  $d$  véc-tơ trực giao trước. Sau đó chuẩn hóa  $d$  véc-tơ trực giao này để tìm cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$ . Lưu ý, thuật toán trình bày ở đây chọn véc-tơ  $s_1(t)$  là véc-tơ khởi tạo. Chúng ta hoàn toàn có thể chọn véc-tơ bất kỳ trong chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$  để khởi tạo. Do đó, cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$  không là duy nhất.

**Ví dụ 4.1.** Cho chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +P_T(t), s_2(t) = -P_T(t)\}$ , chúng ta có thể xây dựng cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$  như sau

- **Bước 1:** Khởi tạo véc-tơ cơ bản đầu tiên  $b_1^*(t) = s_1(t) = +P_T(t)$  và tính năng lượng của  $b_1^*(t)$  như sau

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\{b_1^*(t)\} &= \int_0^T (P_T(t))^2 dt \\ &= T.\end{aligned}\tag{4.18}$$

Sau đó véc-tơ cơ sở đầu tiên trong cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$  được xác định



$$\begin{aligned}b_1(t) &= \frac{b_1^*(t)}{\sqrt{\mathbb{E}\{b_1^*(t)\}}} \\ &= \frac{P_T(t)}{\sqrt{T}}.\end{aligned}\tag{4.19}$$

- **Bước 2:** Thực hiện phép chiếu  $s_2(t)$  lên véc-tơ  $b_1(t)$ , ta được

$$\begin{aligned}s_{21} &= \int_0^T s_2(t)b_1(t) dt \\ &= \int_0^T \frac{-(P_T(t))^2}{\sqrt{T}} dt \\ &= -\sqrt{T}.\end{aligned}\tag{4.20}$$

Sau đó, chúng ta tiến hành xác định véc-tơ cơ bản thứ hai

$$\begin{aligned}b_2^*(t) &= s_2(t) - s_{21}b_1(t) \\ &= -P_T(t) + \sqrt{T} \frac{P_T(t)}{\sqrt{T}} \\ &= 0.\end{aligned}\tag{4.21}$$

Bởi vì  $b_2(t) = 0$ , do đó véc-tơ này không trở thành véc-tơ cơ sở. Cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$  được định nghĩa

$$\mathcal{B} = \left\{ b_1(t) = \frac{P_T(t)}{\sqrt{T}} \right\}, \quad (4.22)$$

chỉ bao gồm một véc-tơ cơ sở.

#### 4.5 Không gian tín hiệu

Từ cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B} = \{b_1(t), \dots, b_j(t), \dots, b_d(t)\}$ , chúng ta có thể biểu diễn không gian  $\mathcal{S}$  như sau

$$\mathcal{S} = \left\{ a(t) = \sum_{j=1}^d a_j b_j(t) | a_j \in \mathbb{R} \right\}. \quad (4.23)$$

Nói một cách khác, không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$  là tập tất cả các tín hiệu có thể được biểu diễn như là tổ hợp tuyến tính của các tín hiệu cơ sở.

**Ví dụ 4.2.** Xem xét cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B} = \{b_1(t) = +\frac{1}{\sqrt{T}}P_T(t)\}$ . Do  $\mathcal{B}$  chỉ có một véc-tơ cơ sở, không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$  được định nghĩa  $\mathcal{S} = \left\{ \frac{a_1}{\sqrt{T}}P_T(t) | a_1 \in \mathbb{R} \right\}$ .

#### 4.6 Rời rạc hóa tín hiệu

*Cơ sở lý thuyết:* Cho trước cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$  và với mỗi tín hiệu  $a(t) \in \mathcal{S}$  ta có

$$a(t) = \sum_{j=1}^d a_j b_j(t). \quad (4.24)$$

Tín hiệu  $a(t)$  sẽ dùng để xây dựng một véc-tơ rời rạc với  $d$  thành phần như sau

$$a(t) \leftrightarrow \mathbf{a} = (a_1, \dots, a_j, \dots, a_d) \in \mathbb{R}^d. \quad (4.25)$$

Lưu ý, chúng ta có thể tái tạo  $a(t)$  từ véc-tơ  $\mathbf{a}$  bằng cách nhân các thành phần của  $\mathbf{a}$  với các tín hiệu trực chuẩn tương ứng rồi cộng chúng lại với nhau như trong (4.25). Ngược lại, từ tín hiệu  $a(t)$  chúng ta có thể xây dựng véc-tơ  $\mathbf{a}$  bằng cách chiếu  $a(t)$  lên từng thành phần của cơ sở trực chuẩn. Cụ thể, chiếu  $a(t)$  lên  $b_j(t)$  ta thu được hệ số  $a_j \in \mathbb{R}$  tương ứng như sau

$$a_j = \int_0^T a(t) b_j(t) dt. \quad (4.26)$$

## CHƯƠNG 4. KHÔNG GIAN TÍN HIỆU

Sử dụng cơ sở lý thuyết này, chúng ta có thể biểu diễn mỗi tín hiệu  $s_i(t) \in \mathcal{S}$  tương ứng với một véc-tơ rời rạc có  $d$  thành phần và ngược lại như sau

$$s_i(t) \leftrightarrow \mathbf{s}_i = (s_{i1}, \dots, s_{ij}, \dots s_{id}) \in \mathbb{R}^d, \quad (4.27)$$

với  $s_{ij}, j \in \{1, \dots, d\}$ , được định nghĩa bằng phép chiếu  $s_i(t)$  lên  $b_j(t)$  như sau

$$s_{ij} = \int_0^T s_i(t) b_j(t) dt. \quad (4.28)$$

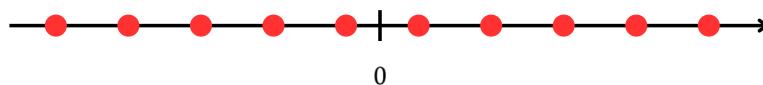
Bên cạnh đó, tín hiệu  $s_i(t)$  được khôi phục từ  $\mathbf{s}_i$  như sau

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^d s_{ij} b_j(t). \quad (4.29)$$

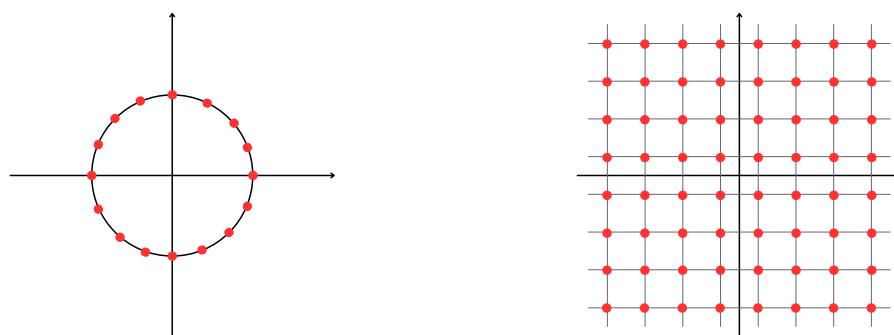
Chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t), \dots, s_i(t), \dots, s_m(t)\}$  được biểu diễn trong miền rời rạc là một tập các véc-tơ

$$\bar{\mathcal{M}} = \{\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_i, \dots, \mathbf{s}_m\} \in \mathbb{R}^{d \times m}. \quad (4.30)$$

Ta thấy, không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$  trong miền rời rạc có thể biểu diễn sử dụng không gian Euclid  $\mathbb{R}^d$  bao gồm tập hợp của tất cả các véc-tơ có chiều dài  $d$  với các thành phần thực. Cụ thể, nếu  $d = 1$ ,  $\mathcal{S}$  được biểu diễn trên và có thể vẽ như một đường thẳng hay không gian Euclid 1 chiều (1D) như Hình 4.4. Nếu  $d = 2$ ,  $\mathcal{S}$  được biểu diễn trên không gian Euclidean 2 chiều (2D) như Hình 4.5.



**Hình 4.4:** Biểu diễn không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$  trong miền rời rạc với  $d = 1$ .



**Hình 4.5:** Biểu diễn không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$  trong miền rời rạc với  $d = 2$ .

#### 4.7 Năng lượng chùm tín hiệu

*Cơ sở lý thuyết:* Cho tín hiệu  $a(t) \in \mathcal{S}$ , chúng ta có thể tính năng lượng của  $a(t)$  trong một chu kỳ  $T$  như sau

$$E_{a(t)} = \int_0^T a^2(t) dt. \quad (4.31)$$

Nếu  $a(t)$  có biểu diễn trong miền rời rạc dựa vào cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$  như sau

$$a(t) \leftrightarrow \mathbf{a} = (a_1, \dots, a_j, \dots a_d), \quad (4.32)$$

với hệ số  $a_j \in \mathbb{R}, \forall j \in \{1, \dots, d\}$ , được định nghĩa thông qua phép chiếu  $a(t)$  lên véc-tơ cơ sở  $b_j(t)$  như sau

$$a_j = \int_0^T a(t)b_j(t) dt. \quad (4.33)$$

Năng lượng của véc-tơ  $\mathbf{a}$  có thể tính theo công thức

$$E_{\mathbf{a}} = \sum_{j=1}^d a_j^2. \quad (4.34)$$

**Định lý 4.1.** Năng lượng của tín hiệu  $a(t)$  được bảo toàn trong miền rời rạc thông qua phép chiếu lên cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$ , nghĩa là  $E_{a(t)} = E_{\mathbf{a}}$ .

*Chứng minh.* Theo định nghĩa không gian tín hiệu, chúng ta có thể biểu diễn  $a(t)$  theo cơ sở trực chuẩn

$$a(t) = \sum_{j=1}^d a_j b_j(t), \quad (4.35)$$

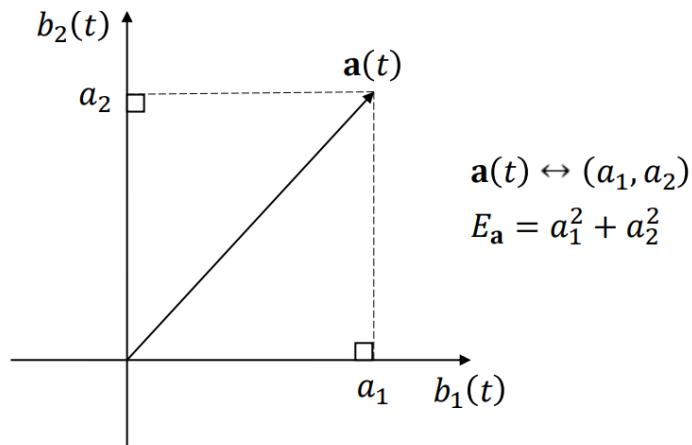
với các hệ số rời rạc  $a_j$  được định nghĩa như trong (4.33). Do đó, năng lượng tín

## CHƯƠNG 4. KHÔNG GIAN TÍN HIỆU

hiệu tính theo công thức sau

$$\begin{aligned}
 E_{\mathbf{a}(t)} &= \int_0^T a^2(t) dt \\
 &= \int_0^T \left( \sum_{j=1}^d a_j b_j(t) \right)^2 dt \\
 &= \sum_{j=1}^d a_j^2 \int_0^T b_j^2(t) dt \\
 &= \sum_{j=1}^d a_j^2 \\
 &= E_{\mathbf{a}},
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

bằng cách sử dụng tính chất trực giao và năng lượng đơn vị. Hình 4.6 minh họa một ví dụ về phép chiếu với cơ sở trực chuẩn 2 chiều.



**Hình 4.6:** Minh họa phép chiếu với cơ sở trực chuẩn 2 chiều

□

Sử dụng cơ sở lý thuyết trên, chúng ta có thể xây dựng năng lượng chùm tín hiệu. Xét chùm tín hiệu rời rạc  $\mathcal{M}$  gồm  $m$  tín hiệu rời rạc  $\mathbf{s}_i \in \mathbb{R}^d$  như sau

$$\mathcal{M} = \{\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_i, \dots, \mathbf{s}_d\} \subseteq \mathbb{R}^d, \text{ với } \mathbf{s}_i = (s_{i1}, \dots, s_{ij}, \dots, s_{id}). \tag{4.37}$$

Đối với mỗi véc-tơ tín hiệu rời rạc  $s_i$ , năng lượng của nó được định nghĩa là tổng bình phương của các thành phần của vector tín hiệu đó. Cụ thể, ta có năng lượng véc-tơ tín hiệu  $\mathbf{s}_i$  như sau

$$E_{s_i} = \sum_{j=1}^d s_{ij}^2. \tag{4.38}$$

Năng lượng chùm (hay năng lượng trung bình của tập hợp các tín hiệu)  $E_s$  được tính thông qua năng lượng của từng tín hiệu với xác suất tương ứng của nó

$$E_s = \sum_{i=1}^m \Pr(s_i) E_{s_i}, \quad (4.39)$$

với  $\Pr(s_i)$  là xác suất truyền tín hiệu  $s_i$ . Bây giờ, chúng ta xem xét chuỗi dữ liệu nhị phân ngẫu nhiên, lí tưởng các vector nhị phân  $v \in \mathbb{H}_k$  có xác suất tương đương nhau. Quá trình gán nhãn nhị phân được thực hiện  $e : \mathbb{H}_k \leftrightarrow \mathcal{M}$ , dẫn tới các tín hiệu trong chùm  $s_i \in M$  có xác suất tương đương  $\Pr(s_i) = \frac{1}{m}$ , với  $m$  là tổng số tín hiệu trong chùm tín hiệu  $M$ . Do đó, năng lượng tín hiệu trung bình của  $M$  được tính như sau

$$E_s = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m E_{s_i}. \quad (4.40)$$

Bởi vì mỗi tín hiệu truyền đi sẽ được biểu diễn thông qua các bit nhị phân. Một đại lượng quan trọng là năng lượng trên từng bit với công thức tính

$$E_b = \frac{E_s}{k}, \quad (4.41)$$

trong đó  $k$  là số bit để biểu diễn một tín hiệu.

## 4.8 Tổng kết chương

- Trong chương này, chúng ta đã tìm hiểu cách biểu diễn tín hiệu trong không gian tín hiệu dựa trên cơ sở trực chuẩn. Mỗi tín hiệu có thể được xem là một tổ hợp tuyến tính của các véc-tơ cơ sở, từ đó giúp việc phân tích và xử lý tín hiệu trở nên trực quan hơn trong miền rời rạc.
- Thuật toán Gram-Schmidt được giới thiệu như một công cụ hiệu quả để xây dựng cơ sở trực chuẩn từ một chùm tín hiệu cho trước. Cơ sở trực chuẩn không chỉ giúp đơn giản hóa biểu diễn tín hiệu mà còn là nền tảng để đánh giá năng lượng, khoảng cách và hiệu suất hệ thống.
- Quá trình rời rạc hóa tín hiệu cho phép ánh xạ mỗi tín hiệu liên tục thành một véc-tơ trong không gian Euclidean  $\mathbb{R}^d$ , từ đó tạo điều kiện thuận lợi cho các phép tính toán số và trực quan hóa.
- Các đại lượng quan trọng như năng lượng tín hiệu, năng lượng trung bình chùm tín hiệu, năng lượng trên bit, khoảng cách Euclid và khoảng cách Hamming được trình bày giúp sinh viên hiểu rõ cách đánh giá và so sánh hiệu quả các sơ đồ tín hiệu.
- Việc hiểu và sử dụng không gian tín hiệu là bước đệm quan trọng cho các

## CHƯƠNG 4. KHÔNG GIAN TÍN HIỆU

chương sau, đặc biệt là trong việc tính xác suất lỗi và thiết kế hệ thống truyền thông hiệu quả.

### 4.9 Bài tập

**Bài tập 4.1.** Cho chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = 0, s_2(t) = +P_T(t)\}$ , xây dựng cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$ ?

**Bài tập 4.2.** Cho chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +P_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = -P_T(t) \cos(2\pi f_0 t)\}$ , xây dựng cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$ ?

**Bài tập 4.3.** Cho cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B} = \{b_1(t) = +\sqrt{\frac{2}{T}} P_T(t) \cos(2\pi f_0 t)\}$ , định nghĩa không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$ ?

**Bài tập 4.4** (Bài tập tổng hợp). Thực hiện các yêu cầu sau:

- Xây dựng cơ sở trực chuẩn.
- Biểu diễn dạng vecto của chùm tín hiệu.
- Vẽ trên không gian Euclid.
- Xác định không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$ ?
- Tính  $E_s$  và  $E_b$

sử dụng các chùm tín hiệu sau đây

- NRZ lưỡng cực  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +V P_T(t), s_2(t) = -V P_T(t)\}$ , đơn cực  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +V P_T(t), s_2(t) = 0\}$
- RZ lưỡng cực, đơn cực
- Điều chế biên độ xung 4-PAM
- Điều chế dịch biên độ 4-ASK
- Điều chế dịch pha 2-PSK, 4-PSK
- Điều chế dịch tần số 2-FSK

**Bài tập 4.5.** Cho chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = V P_T(t) \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = V P_T(t) \sin(2\pi f_0 t)\}$ .

Thực hiện các yêu cầu sau:

- Kiểm tra tính trực giao giữa  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$ .
- Chuẩn hóa và xây dựng cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$ .
- Biểu diễn véc-tơ rời rạc của từng tín hiệu.
- Tính năng lượng chùm và năng lượng trên bit nếu giả sử mỗi tín hiệu mang 1 bit.

**Bài tập 4.6.** Cho cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B} = \{b_1(t), b_2(t)\}$  và hai véc-tơ tín hiệu rời rạc  $s_1 = (1, 1)$ ,  $s_2 = (-1, 1)$ .

- Viết biểu thức tín hiệu liên tục  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  tương ứng.
- Tính khoảng cách Euclid giữa hai tín hiệu.
- Cho biết điều gì xảy ra nếu thay đổi vị trí hai véc-tơ  $s_1, s_2$  trên không gian Euclid.

**Bài tập 4.7.** Một sơ đồ điều chế sử dụng chùm tín hiệu gồm 8 tín hiệu có biểu diễn véc-tơ rời rạc trên  $\mathbb{R}^2$  như sau:

$$\overline{\mathcal{M}} = \{(\pm 1, \pm 1), (\pm 3, \pm 1)\}.$$

- Vẽ sơ đồ tín hiệu trong không gian Euclid 2 chiều.
- Tính năng lượng trung bình  $E_s$  và năng lượng trên bit  $E_b$ .
- Cho biết đây là sơ đồ điều chế nào? (gợi ý: so sánh với 8-PAM, 8-PSK, QAM...)

**Bài tập 4.8.** Cho 4 tín hiệu  $s_i(t)$  có dạng sau:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} P_T(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta_i), \quad i = 1, 2, 3, 4,$$

với  $\theta_i \in \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\}$ .

- Xác định cơ sở trực chuẩn phù hợp.
- Biểu diễn các véc-tơ  $s_i$  trên mặt phẳng Euclid.
- Tính khoảng cách Euclid giữa các tín hiệu gần nhất.
- Sơ đồ trên tương ứng với loại điều chế nào?

**Bài tập 4.9.** Giả sử bạn có chùm tín hiệu điều chế nhị phân gồm  $\mathcal{M} = \{s_1(t), s_2(t)\}$  với năng lượng tín hiệu  $E_{s_1} = E_{s_2} = 2$  và khoảng cách Euclid giữa chúng là 2.

- Tìm năng lượng trung bình  $E_s$  và năng lượng trên bit  $E_b$ .
- Giải thích tại sao khoảng cách Euclid đóng vai trò quan trọng trong việc đánh giá xác suất lỗi.

## CHƯƠNG 5. LÝ THUYẾT RA QUYẾT ĐỊNH

---

<b>5.1</b>	<b>Nhiệm vụ của bộ thu</b>	<b>61</b>
<b>5.2</b>	<b>Biểu diễn sử dụng không gian tín hiệu</b>	<b>62</b>
<b>5.3</b>	<b>Thông tin đầy đủ về mặt thông kê</b>	<b>65</b>
<b>5.4</b>	<b>Tiêu chuẩn và lý thuyết ra quyết định</b>	<b>66</b>
<b>5.5</b>	<b>Tiêu chuẩn MAP</b>	<b>67</b>
<b>5.6</b>	<b>Tiêu chuẩn ML</b>	<b>69</b>
<b>5.7</b>	<b>Vấn đề ra quyết định tại bộ thu</b>	<b>71</b>
<b>5.8</b>	<b>Vùng Voronoi</b>	<b>73</b>
<b>5.9</b>	<b>Tổng kết chương</b>	<b>73</b>
<b>5.10</b>	<b>Bài tập</b>	<b>74</b>

---

Chương này trình bày các nguyên lý và tiêu chuẩn quyết định trong quá trình giải điều chế tín hiệu ở bộ thu của hệ thống thông tin số. Trước hết, chương giới thiệu các nhiệm vụ chính của bộ thu, sau đó lần lượt phân tích các tiêu chuẩn quyết định phổ biến như Maximum a Posteriori (MAP) và Maximum Likelihood (ML), đồng thời chỉ ra mối liên hệ giữa chúng. Tiếp theo, chương đi sâu vào trường hợp tín hiệu Gaussian, chứng minh rằng tiêu chuẩn ML tương đương với tiêu chuẩn khoảng cách ngắn nhất, từ đó dẫn tới khái niệm vùng Voronoi trong không gian tín hiệu. Các ví dụ trực quan và hình minh họa được cung cấp để giúp người học nắm vững cơ sở lý thuyết và hình dung quá trình ra quyết định.

### 5.1 Nhiệm vụ của bộ thu

Từ tín hiệu nhận được  $r(t)$ , với giả thiết nhiều trong quá trình truyền được mô hình hóa  $r(t) = s(t) + n(t)$ , bộ thu có nhiệm vụ khôi phục lại  $s(t)$ . Về mặt xử lý, cần chia tín hiệu thành các khoảng thời gian độ dài  $T$ , cụ thể như sau

$$r(t) = \left( \underbrace{r[0](t)}_T | \underbrace{r[1](t)}_T | \dots | \underbrace{r[k](t)}_T | \dots \right), \quad (5.1)$$

$$s(t) = \left( \underbrace{s[0](t)}_T | \underbrace{s[1](t)}_T | \dots | \underbrace{s[k](t)}_T | \dots \right), \quad (5.2)$$

$$n(t) = \left( \underbrace{n[0](t)}_T | \underbrace{n[1](t)}_T | \dots | \underbrace{n[k](t)}_T | \dots \right). \quad (5.3)$$

Hình 5.1 minh họa ví dụ về phân chia tín hiệu nhận được  $r(t)$  thành các khoảng thời gian độ dài  $T$  đối với tín hiệu truyền  $s(t)$ , nhiễu  $n(t)$  và tín hiệu thu  $r(t)$ . Một vấn đề được đặt ra đó là liệu có thể phân tích một cách độc lập các tín hiệu nhận

được ứng với một khoảng thời gian bất kỳ? Nói cách khác, việc phân tích  $r[k](t)$  có phụ thuộc vào  $r[j](t), s[j](t), n[j](t)$  với  $j \neq k$  không? Để làm rõ các vấn đề này, chúng ta xét trong khoảng thời gian thứ  $k$ , với  $kT \leq t < (k+1)T$  với tín hiệu nhận được biểu diễn như sau

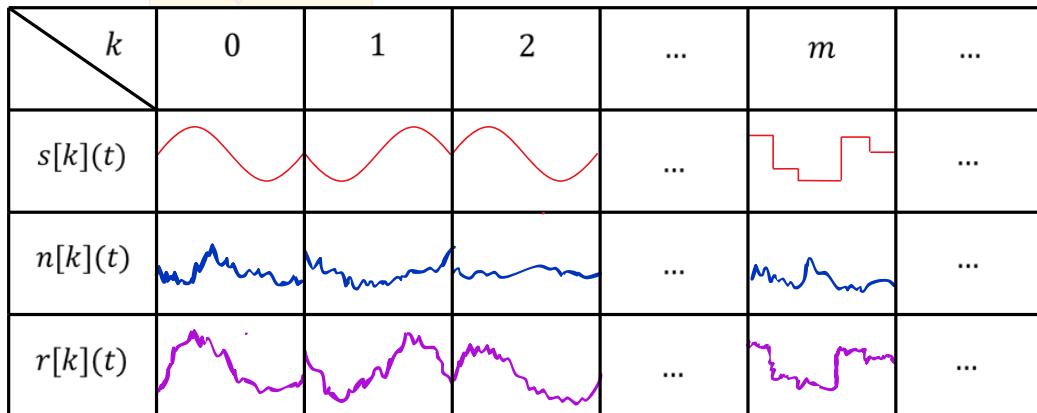
$$r[k](t) = s[k](t) + n[k](t). \quad (5.4)$$

Một số nhận xét từ (5.4): thứ nhất,  $r[k](t)$  phụ thuộc hoàn toàn vào tín hiệu đã truyền  $s[k](t)$  và nhiều kênh truyền  $n[k](t)$  trong khoảng thời gian xem xét  $[kT, (k+1)T]$ ; thứ hai,  $s[k](t)$  chỉ tồn tại trong khoảng thời gian  $[kT, (k+1)T]$  và độc lập thống kê với  $s[m](t)$  với  $m \neq k$ . Như vậy  $r[k](t)$  độc lập với  $s[m](t)$  với  $m \neq k$ ; tương tự,  $r[k](t)$  độc lập với  $n[m](t)$  với  $m \neq k$ . Như vậy, các khoảng thời gian có thể được xử lý một cách độc lập với nhau. Nói cách khác, hiện tượng nhiễu liên kí tự (intersymbol interference - ISI) không diễn ra.

Giả thiết xét trong thời gian gốc, tức  $k = 0$ , chúng ta có tín hiệu nhận được mô tả từ (5.4) như sau

$$r[0](t) = s[0](t) + n[0](t) \quad (5.5)$$

Do hiện tượng nhiễu liên kí tự không xảy ra, không mất tính tổng quát, ta có thể lược bỏ chỉ số [0] khỏi (5.5). Khi đó, ta sẽ giải mã và thu lại được  $s(t)$  từ tín hiệu nhận  $r(t)$  bằng một phương pháp hợp lý.



**Hình 5.1:** Phân chia tín hiệu truyền  $s(t)$ , nhiễu  $n(t)$  và tín hiệu nhận  $r(t)$  thành các khoảng thời gian độ dài  $T$ .

## 5.2 Biểu diễn sử dụng không gian tín hiệu

Tín hiệu đã truyền  $s(t)$  chắc chắn thuộc không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$ . Tuy nhiên,  $n(t)$  nói chung là một tín hiệu không thuộc  $\mathcal{S}$ . Do vậy, một cách tổng quát  $r(t) \notin \mathcal{S}$ . Tuy  $n(t) \notin \mathcal{S}$ , chúng ta vẫn chiếu lên cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B} = \{b_j(t)\}_{j=1}^d$  với thành

## CHƯƠNG 5. LÝ THUYẾT RA QUYẾT ĐỊNH

phần chiêu thứ  $j$  như sau

$$n_j = \int_0^T n(t)b_j(t)dt, \forall j = 1, \dots, d. \quad (5.6)$$

Lưu ý là  $n_j$  và  $n_i$  độc lập thống kê nếu  $i \neq j$ . Chúng ta có thể chứng minh được các thành phần  $n_j$  trong công thức (5.6) trên là các biến ngẫu nhiên Gauss với giá trị kỳ vọng  $\mathbb{E}\{n_j\} = 0$ , phương sai  $\sigma^2 = N_0/2$ . Thật vậy, giá trị kỳ vọng có thể được tính như sau

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{n_j\} &= \mathbb{E}\left\{\int_0^T n(t)b_j(t)dt\right\} \\ &= \int_0^T \mathbb{E}\{n(t)\}b_j(t)dt \\ &= 0, \end{aligned} \quad (5.7)$$

sử dụng tính chất  $\mathbb{E}\{n(t)\} = 0$ . Để tính phương sai của  $n_j$ , chúng ta xem xét trường hợp tổng quát



$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{n_j n_i\} &= \mathbb{E}\left\{\int_0^T n(t)b_j(t)dt \int_0^T n(x)b_i(x)dx\right\} \\ &= \mathbb{E}\left\{\int_0^T \int_0^T n(t)n(x)b_j(t)b_i(x)dtdx\right\} \\ &= \int_0^T \int_0^T \mathbb{E}\{n(t)n(x)\}b_j(t)b_i(x)dtdx \\ &= \int_0^T \int_0^T \frac{N_0}{2}\delta(t-x)b_j(t)b_i(x)dtdx. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Xung di-rac  $\delta(t-x) = 1$  khi và chỉ khi  $t = x$ , các trường hợp khác  $t \neq x$  thì  $\delta(t-x) = 0$ . Do đó, kỳ vọng trong (5.8) có thể viết lại như sau

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{n_j n_i\} &= \frac{N_0}{2} \int_0^T b_j(t)b_i(t)dt \\ &= \begin{cases} N_0/2, & \text{nếu } j = i, \\ 0., & \text{nếu } j \neq i. \end{cases} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Do đó phương sai của nhiễu  $n_j$  có thể được xác định từ (5.9) như sau

$$\sigma^2 = \mathbb{E}\{n_j^2\} = \frac{N_0}{2}. \quad (5.10)$$

## CHƯƠNG 5. LÝ THUYẾT RA QUYẾT ĐỊNH

Nói cách khác, thành phần nhiễu  $n_j$  có phân phối Gaussian, ký hiệu là  $n_j \sim \mathcal{N}(0, N_0/2)$ . Bây giờ chúng ta xem xét, thành phần nhiễu trong không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$ . Chiếu  $n(t)$  lên hệ cơ sở trực chuẩn được xác định bởi (5.6) sau đó tổng hợp nhiễu trong không gian tín hiệu, chúng ta nhận được

$$n_S(t) = \sum_{j=1}^d n_j b_j(t). \quad (5.11)$$

Như vậy,  $n_S(t) \in \mathcal{S}$  hay chính là phần tín hiệu của  $n(t)$  thuộc  $\mathcal{S}$ . Một cách tổng quát,  $n(t) \neq n_S(t)$  bởi vì tính chất của nhiễu. Do đó, chúng ta phân tích nhiễu thành hai thành phần như sau

$$n(t) = n_S(t) + e(t), \quad (5.12)$$

trong đó  $e(t)$  là thành phần của  $n(t)$  không thuộc  $\mathcal{S}$ , ký hiệu  $e(t) \notin \mathcal{S}$ . Xét tại thời điểm  $t = t^*$  bất kỳ, ta có

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{n_S(t^*)e(t^*)\} &= \mathbb{E}\{n_S(t^*)\}\mathbb{E}\{e(t^*)\} \\ &= 0, \end{aligned} \quad (5.13)$$

nghĩa là  $n_S(t^*)$  và  $e(t^*)$  là độc lập thống kê tại thời điểm  $t^*$ . Tổng quát hóa, thành phần nhiễu trong và ngoài không gian  $\mathcal{S}$  là độc lập thống kê.

Chúng ta sẽ tiến hành biểu diễn tín hiệu nhận  $r(t)$  trong không gian tín hiệu mặc dù đã quan sát  $r(t) \notin \mathcal{S}$ . Chiếu  $r(t)$  lên hệ cơ sở trực chuẩn với các thành phần  $r_j$ ,  $j = 1, \dots, d$ , được tính như sau

$$r_j = \int_0^T r(t)b_j(t)dt. \quad (5.14)$$

Chúng ta ký hiệu  $r_S(t)$  là thành phần thuộc không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$  của  $r(t)$  và được định nghĩa bởi

$$r_S(t) = \sum_{j=1}^d r_j b_j(t), \quad (5.15)$$

và ký hiệu  $r_S(t) \in \mathcal{S}$ . Tuy nhiên, một cách tổng quát,  $r(t) \neq r_S(t)$ , do sự xuất hiện của nhiễu. Do đó, chúng ta biểu diễn lại tín hiệu nhận như sau

$$\begin{aligned} r(t) &= s(t) + n(t) \\ &= s(t) + n_S(t) + e(t), \end{aligned} \quad (5.16)$$

## CHƯƠNG 5. LÝ THUYẾT RA QUYẾT ĐỊNH

bằng cách sử dụng  $r(t) = r_S(t) + e(t)$ . Sau đó, (5.16) được biểu diễn lại

$$r(t) = r_S(t) + e(t), \quad (5.17)$$

với  $r_S(t) = s(t) + n_S(t)$ . Lưu ý  $r_S(t)$  thuộc không gian tín hiệu và nó là đủ về mặt thống kê để khôi phục lại  $s(t)$ .

### 5.3 Thông tin đầy đủ về mặt thống kê

Từ (5.17), vấn đề của bộ thu được diễn giải như sau: Cho thành phần tín hiệu nhận được  $r_S(t) = s(t) + n_S(t)$ , hãy tìm cách khôi phục  $s(t)$ .

Sự khác biệt duy nhất giữa hai mô hình diễn giải  $r(t)$  và  $r_S(t)$  là sự tồn tại của  $e(t)$ . Đây là thành phần nhiều không thuộc không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$  và nó độc lập thống kê với cả  $s(t)$  và  $n_S(t)$ . Chúng ta có các quan sát sau:  $r_S(t)$  chứa thống kê đầy đủ để giải quyết vấn đề xác định tín hiệu truyền đi  $s(t)$  trong không gian  $\mathcal{S}$ ; các chiều không gian khác không chứa thông tin có ích mà chỉ chứa nhiễu. Hình 5.2 minh họa trực quan trong không gian 3 chiều mỗi quan hệ giữa tín hiệu truyền  $s_T$ , nhiễu trong không gian  $\mathcal{S}$ , nhiễu ngoài  $e(t)$  và tín hiệu nhận  $r(t)$ .

Bây giờ chúng ta đi thiếp lập véc-tơ rời rạc (tín hiệu số) bằng phép chiếu lên hệ cơ sở trực chuẩn của không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$  từ  $r(t)$  đảm bảo khôi phục lại tín hiệu truyền đi. Do cả ba véc-tơ trong (5.17) bao gồm  $r_S(t), s(t)$ , và  $n_S(t)$  thuộc không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$ . Chúng ta sử dụng phép chiếu để viết lại (5.17) dưới dạng véc-tơ rời rạc, cụ thể

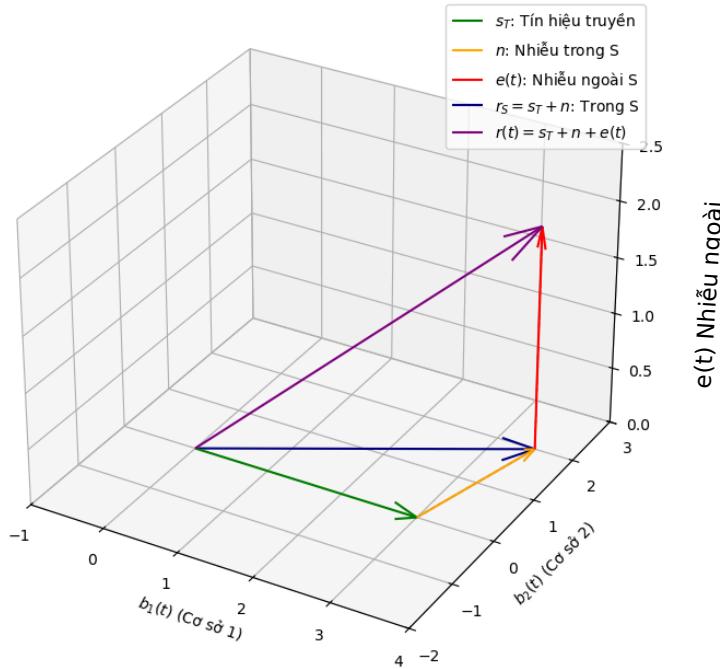
$$\mathbf{r} = \mathbf{s}_T + \mathbf{n}, \quad (5.18)$$

trong đó,  $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^d$  là thành phần vector nhận được trong không gian  $\mathcal{S}$  bằng phép chiếu  $r(t)$  lên cơ sở trực chuẩn;  $\mathbf{s}_T \in \overline{\mathcal{M}}$  là tín hiệu gửi đi từ bên phát; và  $\mathbf{n}$  là véc-tơ nhiễu trong không gian  $\mathcal{S}$ . Về mặt biểu diễn,  $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_j, \dots, r_d)$  với  $r_j$  được xác định bởi (5.14),  $\mathbf{n} = (n_1, \dots, n_j, \dots, n_d)$  với  $n_j$  được xác định bởi (5.6). Tương tự  $\mathbf{s}_T = (s_1, \dots, s_j, \dots, s_d)$ .

Véc-tơ nhận được  $\mathbf{r}$  trong không gian  $\mathcal{S}$  có các thành phần được tính bởi:  $r_j = s_j + n_j$ . Thành phần  $r_j$  là các biến ngẫu nhiên Gaussian với các thông tin sau: giá trị kỳ vọng  $\mathbb{E}\{r_j\} = s_j$ ; phương sai  $\sigma_j^2 = N_0/2$ . Bên cạnh đó, hai tín hiệu nhận  $r_i$  và  $r_j$  với  $i \neq j$  là độc lập thống kê

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{r_i r_j\} &= \mathbb{E}\{r_i\} \mathbb{E}\{r_j\} \\ &= s_i s_j, \end{aligned} \quad (5.19)$$

với lưu ý  $r_i = s_i + n_i$  và  $r_j = s_j + n_j$ . Như vậy, từ tín hiệu nhận  $r(t)$ , véc-tơ  $\mathbf{r}$  được

Minh họa 3D:  $r(t) = s_T + n + e(t)$ 


**Hình 5.2:** Minh họa 3D mối quan hệ giữa tín hiệu truyền, nhiễu trong/ngoài không gian  $S$  và tín hiệu nhận.

thiết kế dễ dàng từ các tín hiệu cơ sở trực chuẩn đã biết và có thể sử dụng để khôi phục tín hiệu số truyền từ bên phát.

#### 5.4 Tiêu chuẩn và lý thuyết ra quyết định

Vấn đề đặt ra là từ  $r = s_T + n$  nhận được tại bộ thu, chúng ta cần khôi phục lại  $s_T$  gửi đi từ bên bên phát. Chúng ta đã biết  $s_T$  về cơ bản là một trong những tín hiệu trong chùm tín hiệu rời rạc được gửi đi. Như vậy, chúng ta cần chọn  $s_R \in \overline{\mathcal{M}}$  là tập chùm tín hiệu rời rạc ban đầu, sao cho quyết định đúng được đưa ra là thành công với  $s_R = s_T$ . Tuy nhiên, không phải lúc nào phía thu cũng có thể làm được điều này, do sự tồn tại của nhiễu  $n$ . Do bản chất ngẫu nhiên của nhiễu, chúng ta cần có các tiêu chuẩn ra quyết định để xác định  $s_R$  sử dụng xác suất. Khi đó bài toán trở về tối thiểu hóa xác suất xảy ra lỗi xác định ký hiệu (tín hiệu), được thể hiện trong biểu thức dưới đây

$$\Pr_s(e) = \Pr(s_R \neq s_T). \quad (5.20)$$

Về bài toán tối ưu, phía thu cần tìm  $s_R$  có tỉ lệ sai sót thấp nhất với điều kiện véc-tơ tín hiệu nhận  $r = \rho$ . Cụ thể,

$$s_R = \arg \min_{s_R} \Pr(s_R \neq s_T | r = \rho). \quad (5.21)$$

## CHƯƠNG 5. LÝ THUYẾT RA QUYẾT ĐỊNH

Các phần tiếp theo của chương sẽ thảo luận cách giải bài toán tối ưu (5.21) dựa vào lý thuyết ra quyết định tín hiệu. Đối với một tập hữu hạn các phần tử như chùm tín hiệu rời rạc  $\overline{\mathcal{M}}$ , chúng ta cần quyết định khả năng nào, trong một tập các khả năng là đúng. Sau đây là cơ sở lý thuyết về xác suất cho việc đưa ra quyết định.

Một biến ngẫu nhiên  $X$  với  $m$  giá trị có thể xảy ra với xác suất tiên nghiệm (a priori),  $\Pr(X = x)$ . Tuy nhiên, trong thực tế, chúng ta nhiều khi không quan sát trực tiếp được sự kiện  $X = x$ . Thay vào đó, chúng ta quan sát biến ngẫu nhiên  $Y$  kết nối với  $X$  bởi các xác suất  $\Pr(Y = y|X = x)$ , được gọi là (likelihood - khả năng xảy ra). Khi một phép thử xác suất được thực hiện, chúng ta có hai không gian mẫu  $x \in X$  và  $y \in Y$ . Tuy nhiên, người ra quyết định sẽ chỉ quan sát được giá trị của  $y$  chứ không phải  $x$ . Từ quan sát giá trị của  $y$ , chúng ta sẽ xác định xem  $x$  mang giá trị nào. Nói cách khác, với giá trị quan sát được  $y$ , người quan sát cần ra quyết định  $d(y) = x'$ , quyết định này là đúng nếu  $x' = x$ . Ở đây,  $d(y)$  là hàm ra quyết định (decision) được xác định dựa trên các tiêu chuẩn sau: tối đa quyết định đúng  $\Pr(x' = x)$  hoặc tối thiểu quyết định sai  $P(x' \neq x)$ .

**Ví dụ 5.1.** Bộ thu sẽ cần ra quyết định về tín hiệu nhận  $s_R$ , không biết trước  $s_T$  gửi đi. Ánh xạ vào xác suất, Khi đó tín hiệu nhận đóng vai trò là  $y$ , và tín hiệu gửi đi đóng vai trò là  $x$ .

Sau đây, hai tiêu chuẩn quyết định MAP (maximum a posteriori) và ML (maximum likelihood) sẽ được thảo luận với chứng minh sự tương đương.

### 5.5 Tiêu chuẩn MAP

Xem xét xác suất với  $X = x$  và  $Y = y$ , tiêu chuẩn MAP có biểu thức như sau

$$d(y) = \arg \max_x \Pr(X = x|Y = y). \quad (5.22)$$

Việc tối thiểu hóa xác suất để ra quyết định sai  $\Pr(x' \neq x)$  sẽ cho ra cùng lời giải với bài toán xác định  $x$  để xác suất đúng cực đại, biết rằng giá trị quan sát được là  $y$ . Thực vậy, chúng ta dựa vào chứng minh sau

$$\Pr(X' \neq X) = \sum_x \sum_y \Pr(X' \neq X, X = x, Y = y) \quad (5.23)$$

$$= \sum_x \sum_y \Pr(X' \neq X | X = x, Y = y) \Pr(X = x, Y = y) \quad (5.24)$$

$$= \sum_x \sum_y \Pr(X'(y) \neq x | X = x, Y = y) \Pr(X = x | Y = y) \Pr(Y = y) \quad (5.25)$$

$$= \sum_y \left( \sum_x (1 - \delta_{X'(y),x}) \Pr(X = x | Y = y) \right) \Pr(Y = y), \quad (5.26)$$

trong đó (5.23) dựa vào định nghĩa xác suất trong không gian mẫu rời rạc; (5.24) và (5.25) tuân theo định lý Bayes<sup>1</sup> về xác suất có điều kiện. Quá trình  $X'(y)$  trong (5.25) thiết lập  $X' = X'(Y)$  chỉ ra cách đạt được  $X'$  bằng việc quan sát  $Y$  đảm bảo

$$\Pr(X'(y) \neq x \mid X = x, Y = y) = 1 - \delta_{X'(y),x}, \quad (5.27)$$

với  $\delta_{X'(y),x}$  là hàm chỉ số Kronecker (Kronecker delta indicator) với  $\delta_{X'(y),x} = 1$  nếu  $X'(y) = x$  và  $\delta_{X'(y),x} = 0$  nếu  $X'(y) \neq x$ . Quá trình lựa chọn  $X'(y)$  được định nghĩa như sau

$$X'(y) = \arg \min_z \sum_x (1 - \delta_{z,x}) \Pr(X = x \mid Y = y). \quad (5.28)$$

Chúng ta quan sát thấy  $\delta_{z,x} = 1$  nếu  $z = x$  và  $\delta_{z,x} = 0$  nếu  $z \neq x$ , do đó

$$\begin{aligned} \sum_x (1 - \delta_{z,x}) \Pr(X = x \mid Y = y) &= \sum_{x \neq z} \Pr(X = x \mid Y = y) \\ &= 1 - \Pr(X = z \mid Y = y), \end{aligned} \quad (5.29)$$

bởi vì  $\sum_x \Pr(X = x \mid Y = y) = 1$ . Do đó, quá trình lựa chọn  $X'(y)$  ở (5.28) được biểu diễn lại như sau

$$\begin{aligned} X'(y) &= \arg \min_x (1 - \Pr(X = x \mid Y = y)) \\ &= \arg \max_x \Pr(X = x \mid Y = y). \end{aligned} \quad (5.30)$$

và tiêu chuẩn MAP được thiết lập. Thuật toán 1 trình bày ý tưởng thực thi của tiêu chuẩn MAP.

---

<sup>1</sup>Với hai sự kiện  $X$  và  $Y$  có xác suất  $\Pr(X)$  và  $\Pr(Y)$  với  $\Pr(Y \neq 0)$ , định lý Bayes thiết lập mối quan hệ  $\Pr(X|Y) = \frac{\Pr(Y|X)\Pr(X)}{\Pr(Y)}$ .

---

**Algorithm 1:** Tiêu chuẩn MAP
 

---

**Yêu cầu:** Quan sát  $Y = y$ , tập hợp  $\mathcal{X}$  các giá trị có thể của biến ngẫu nhiên

$X$ , xác suất  $\Pr(X = x | Y = y)$

**Đảm bảo:** Giá trị ước lượng  $x^* \in \mathcal{X}$  cực đại xác suất tiền nhiệm

**Khởi tạo:**  $\text{max\_prob} \leftarrow -\infty$  và  $x^* \leftarrow$  rỗng

**for**  $x \in \mathcal{X}$  **do**

  1. Thiết lập  $\text{prob} \leftarrow \Pr(X = x | Y = y)$

  2. **if**  $\text{prob} > \text{max\_prob}$  **do**

    2.1. Gán  $\text{max\_prob} \leftarrow \text{prob}$

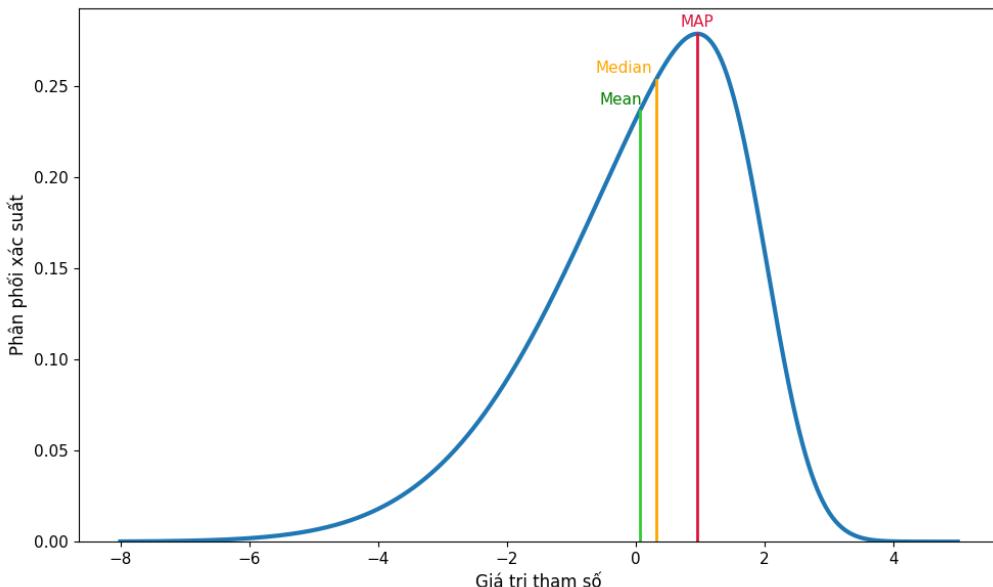
    2.2. Cập nhật  $x^* \leftarrow x$

  3. **end if**

**end for**

**Đầu ra:** Giá trị  $x^*$

---



**Hình 5.3:** Minh họa trực quan tiêu chuẩn MAP, Mean và Median trên một phân phối xác suất lệch.

Hình 5.3 cho thấy sự khác biệt giữa các giá trị ước lượng phổ biến: **MAP** chọn giá trị xác suất hậu nghiệm cực đại, **Mean** là kỳ vọng, và **Median** là điểm giữa phân phối. Trong các bài toán ra quyết định, MAP thường được ưu tiên khi ta muốn cực đại hóa xác suất chọn đúng.

## 5.6 Tiêu chuẩn ML

Xem xét xác suất hai biến ngẫu nhiên với  $X = x$  và  $Y = y$ , tiêu chuẩn ML được phát biểu như sau

$$d(y) = \arg \max_x \Pr(Y = y | X = x). \quad (5.31)$$

Ở đây ta tiến hành quyết định  $x'$  sao cho xác suất xảy ra giá trị  $y$  biết  $x$  là cao nhất. Mặc dù công thức (5.31) có biểu thức đối lập so với công thức của MAP (5.22) về mặt thứ tự điều kiện, nhưng hai công thức này là tương đương. Thật vậy, theo định lý Bayes, ta có

$$\Pr(X = x | Y = y) = \frac{\Pr(Y = y | X = x)\Pr(X = x)}{\Pr(Y = y)} \quad (5.32)$$

Khi tính  $d(y)$ , chúng ta dễ dàng thiết lập  $\Pr(Y = y) = 1$  do biết trước  $Y = y$ . Do đó, từ (5.21) và (5.32), chúng ta rút ra

$$d(y) = \arg \max_x \Pr(Y = y | X = x). \quad (5.33)$$

Giả thiết khi kích thước mẫu đủ lớn, xác suất xuất hiện của mỗi giá trị  $x$  trong tập mẫu  $X$  được coi là bằng nhau, tức là:

$$\Pr(X = x) = \frac{1}{m}. \quad (5.34)$$

Thay (5.34) vào (5.33), ta thu được tiêu chuẩn ML như sau

$$d(y) = \arg \max_x \Pr(Y = y | X = x). \quad (5.35)$$

Chú ý, điều kiện các mẫu của  $X$  tuân theo phân phối đều là hợp lý khi dữ liệu truyền đủ lớn, do đó mỗi tín hiệu trong chùm tín hiệu có xác suất xuất hiện bằng nhau. Thuật toán 2 trình bày ý tưởng thực thi của tiêu chuẩn ML.

---

**Algorithm 2:** Tiêu chuẩn ML

**Yêu cầu:** Quan sát  $Y = y$ , tập hợp  $\mathcal{X}$  các giá trị có thể của biến ngẫu nhiên  $X$ , xác suất  $\Pr(Y = y | X = x)$

**Đảm bảo:** Giá trị ước lượng  $x^* \in \mathcal{X}$  cực đại xác suất ML

**Khởi tạo:**  $\text{max\_prob} \leftarrow -\infty$  và  $x^* \leftarrow$  rỗng

**for**  $x \in \mathcal{X}$  **do**

    1. Thiết lập  $\text{prob} \leftarrow \Pr(Y = y | X = x)$

    2. **if**  $\text{prob} > \text{max\_prob}$  **do**

        2.1. Gán  $\text{max\_prob} \leftarrow \text{prob}$

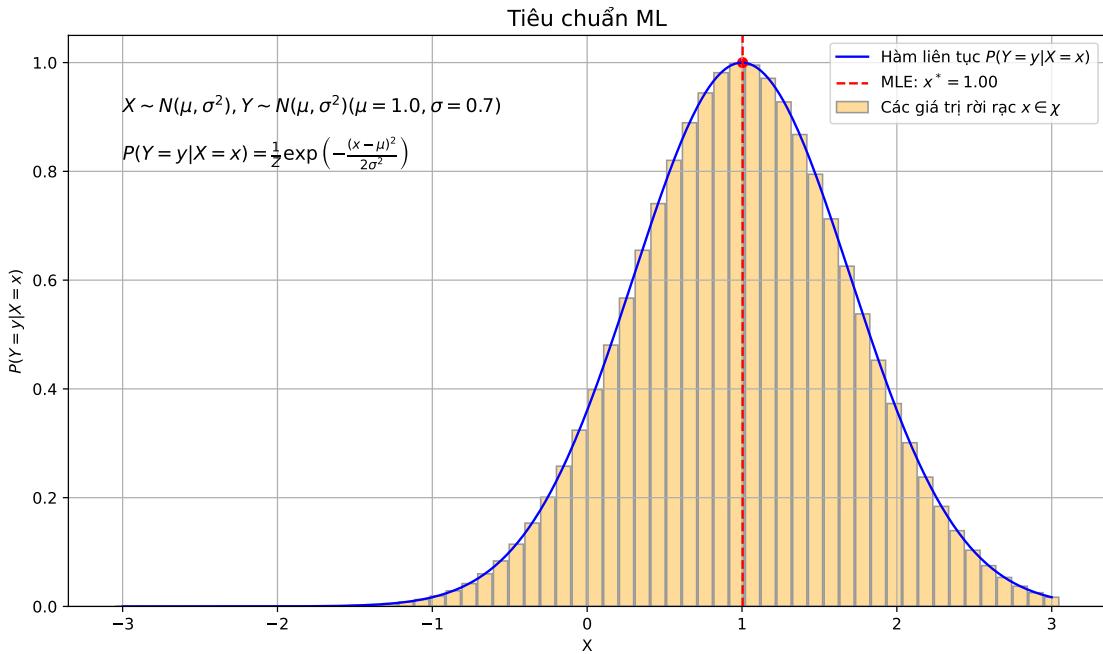
        2.2. Cập nhật  $x^* \leftarrow x$

    3. **end if**

**end for**

**Đầu ra:** Giá trị  $x^*$

---



**Hình 5.4:** Minh họa tiêu chuẩn ML

Hình 5.4 cho thấy cách tiêu chuẩn ML chọn giá trị ước lượng  $x^*$ : đây là điểm có xác suất điều kiện cao nhất để tạo ra giá trị quan sát  $y$ . Khác với MAP, ML không dùng thông tin về phân phối tiên nghiệm  $P(X)$  mà giả định các khả năng xuất hiện của  $x$  là đồng đều.

### 5.7 Vấn đề ra quyết định tại bộ thu

Tại bộ thu, chúng ta có biến ngẫu nhiên  $X$  là tín hiệu truyền và biến ngẫu nhiên  $Y$  là tín hiệu nhận. Dựa trên hệ thống  $r = s_T + n$ , sự liên kết giữa  $r$  và  $s_T$  được biểu diễn bằng một hàm mật độ xác suất có điều kiện  $f_r(\rho|s_T = s_i)$ . Với giả sử nhiễu Gaussian, chúng ta có hàm mật độ xác suất theo phân phối Gaussian với kỳ vọng  $s_i$  và phương sai  $N_0/2$  theo mỗi chiều của cơ sở trực chuẩn.

*Cơ sở lý thuyết về hàm mật độ xác suất của phân phối Gaussian:* Phần này nhằm nhắc lại về hàm mật độ phân bố Gaussian được đề cập ở trên để dẫn dắt trở về với tiêu chuẩn ML. Một biến  $r$  ngẫu nhiên tuân theo phân phối Gaussian  $r \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  với kỳ vọng  $\mu$  và phương sai  $\sigma^2$ . Hàm mật độ xác suất được định nghĩa như sau

$$f_r(\rho) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\rho-\mu)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (5.36)$$

Mở rộng hơn, một cặp biến ngẫu nhiên Gaussian  $r_1, r_2$  độc lập và đồng nhất, với  $r_1, r_2 \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ . Khi đó, chúng ta có hàm mật độ xác suất đồng thời được định

nghĩa

$$\begin{aligned} f_{r_1 r_2}([\rho_1, \rho_2]) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(\rho_1 - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(\rho_2 - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \\ &= \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^2} \exp\left(-\frac{(\rho_1 - \mu)^2 + (\rho_2 - \mu)^2}{2\sigma^2}\right). \end{aligned} \quad (5.37)$$

Điều này cho thấy phân phối đồng thời của hai biến Gaussian cũng tuân theo phân phối Gaussian. Tổng quát,  $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_d)$  là một véct-tơ  $d$  chiều của các biến ngẫu nhiên Gaussian sẽ có hàm mật độ xác suất  $f_{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho} | \mathbf{s}_T = \mathbf{s}_i)$ . Trong đó các biến ngẫu nhiên  $r_j$  có kỳ vọng  $\mu = s_{ij}$ , phương sai  $\sigma^2 = N_0/2$ , và độc lập thống kê nếu  $i \neq j$ . Có hàm mật độ xác suất đồng thời

$$f_{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho} | \mathbf{s}_T = \mathbf{s}_i) = \frac{1}{(\sqrt{\pi N_0})^d} \exp\left(-\frac{\sum_{j=1}^d (\rho_j - s_{ij})^2}{N_0}\right). \quad (5.38)$$

Áp dụng tiêu chuẩn ML(5.35) cho phân phối Gaussian, với  $\mathbf{r} = \boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_d)$  và tối ưu

$$\underline{s}_R = d(\boldsymbol{\rho}) = \arg \max_{\mathbf{s}_i \in \mathcal{M}} f_{\mathbf{r}}(\boldsymbol{\rho} | \mathbf{s}_T = \mathbf{s}_i) \quad (5.39)$$

Sử dụng (5.38) vào (5.39), chúng ta có bài toán được viết lại như sau

$$\underline{s}_R = \arg \max_{\mathbf{s}_i \in \mathcal{M}} \frac{1}{(\sqrt{\pi N_0})^d} \exp\left(-\frac{\sum_{j=1}^d (\rho_j - s_{ij})^2}{N_0}\right) \quad (5.40)$$

$$= \arg \min_{\mathbf{s}_i \in \mathcal{M}} \sum_{j=1}^d (\rho_j - s_{ij})^2, \quad (5.41)$$

bởi vì hàm  $\exp(-x)$  là hàm đơn điệu giảm và các hằng số được loại khỏi bài toán tối ưu. Mặt khác, hàm tính khoảng cách Euclid giữa các véct-tơ trong không gian  $\mathbb{R}^d$  như sau

$$d_E^2(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{s}_i) = \sum_{j=1}^d (\rho_j - s_{ij})^2, \quad (5.42)$$

và bài toán ra quyết định dựa vào tiêu chuẩn ML (5.41) trở thành

$$\underline{s}_R = \arg \min_{\mathbf{s}_i \in \mathcal{M}} d_E^2(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{s}_i). \quad (5.43)$$

Do đó tiêu chuẩn ML sử dụng cho bài toán truyền tương đương với tiêu chuẩn khoảng cách ngắn nhất xác định bởi (5.43).

## 5.8 Vùng Voronoi

Vùng Voronoi (Voronoi region) là một kỹ thuật phân vùng không gian dựa trên khoảng cách của tín hiệu nhận  $r = \rho$  đến các điểm gốc (tâm) là tín hiệu  $s_i \in \overline{\mathcal{M}}$ . Đây là một khái niệm quan trọng trong xử lý tín hiệu và truyền thông. Từ tiêu chuẩn (5.43), ta định nghĩa vùng (quyết định) Voronoi là tập hợp tất cả các véc-tơ nhận được để quyết định lựa chọn  $s_R = s_i$  như sau

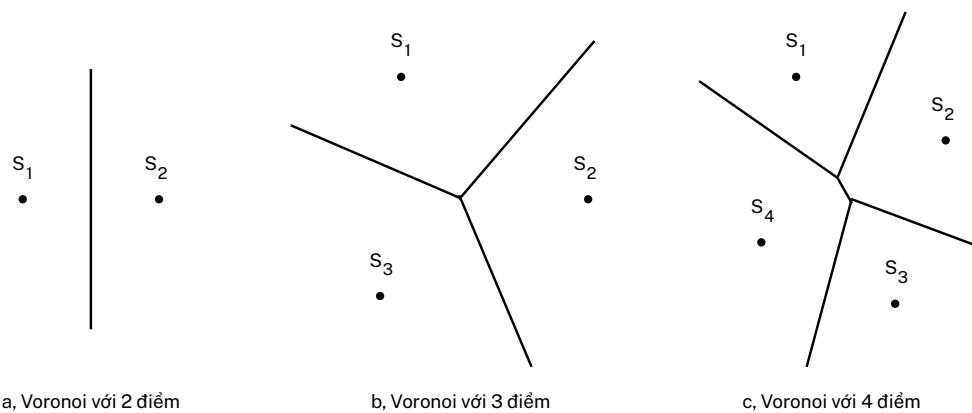
$$\mathcal{V}(s_i) = \{\rho \in \mathbb{R}^d \mid s_R = s_i\} \quad (5.44)$$

Biểu thức (5.44) là vùng Voronoi của tín hiệu  $s_i$ . Sử dụng tiêu chuẩn ML cho tín hiệu Gaussian, (5.44) tương đương với

$$\mathcal{V}(s_i) = \{\rho \in \mathbb{R}^d \mid d_E^2(\rho - s_i) \leq d_E^2(\rho - s), \forall s \in \overline{\mathcal{M}}\} \quad (5.45)$$

Khi đó, vùng Voronoi cho ta tập hợp của các véc-tơ nhận  $r = \rho$  được để đưa ra lựa chọn  $s_R = s_i$  và tiêu chuẩn khoảng cách gần nhất giờ đây có thể viết lại thành: với  $r = \rho$ , nếu  $\rho \in \mathcal{V}(s_i)$ , chúng ta chọn  $s_R = s_i$ .

**Hình 5.5** cho thấy khi áp dụng tiêu chuẩn khoảng cách ngắn nhất, không gian được chia thành các vùng Voronoi ứng với từng tín hiệu  $s_i$ . Mỗi ranh giới Voronoi là tập hợp các điểm có khoảng cách bằng nhau đến hai (hoặc nhiều) điểm gốc lân cận. Trong bài toán truyền thông số, vùng Voronoi chính là **vùng quyết định**, đảm bảo mọi tín hiệu nhận được sẽ được gán về tín hiệu phát gần nhất trong tập  $\overline{\mathcal{M}}$ .



**Hình 5.5:** Minh họa các vùng Voronoi trong không gian 2 chiều

## 5.9 Tổng kết chương

Trong chương này, chúng ta đã:

- Hiểu rõ nhiệm vụ của bộ thu trong hệ thống truyền thông số và vai trò của quá

trình ra quyết định.

- Nắm được tiêu chuẩn MAP và ML, cùng với mối quan hệ giữa chúng qua định lý Bayes.
- Phân tích trường hợp tín hiệu Gaussian, rút ra tiêu chuẩn ML tương đương với việc chọn tín hiệu có khoảng cách Euclid ngắn nhất so với tín hiệu nhận.
- Giới thiệu và mô tả vùng Voronoi, là cách trực quan hóa tiêu chuẩn khoảng cách ngắn nhất trong không gian tín hiệu.
- Sử dụng các ví dụ và hình minh họa để củng cố hiểu biết về các khái niệm trên.

Các kiến thức này là nền tảng cho việc thiết kế và phân tích các bộ thu trong những hệ thống truyền thông số hiện đại, đặc biệt khi áp dụng cho các sơ đồ điều chế và mã hóa tiên tiến.

## 5.10 Bài tập

**Bài tập 5.1.** Trình bày sự khác nhau và mối liên hệ giữa tiêu chuẩn MAP và ML. Trong trường hợp nào hai tiêu chuẩn này cho kết quả giống nhau?

**Bài tập 5.2.** Với tín hiệu Gaussian, chứng minh rằng tiêu chuẩn ML tương đương với tiêu chuẩn khoảng cách Euclid ngắn nhất.

**Bài tập 5.3.** Giả sử tập tín hiệu  $\bar{\mathcal{M}} = \{(-1, 0), (1, 0), (0, 1), (0, -1)\}$ , phương sai nhiễu  $N_0 = 0.5$ , và tín hiệu nhận được  $r = (0.2, 0.7)$ . Hãy xác định tín hiệu quyết định theo tiêu chuẩn ML.

**Bài tập 5.4.** Vẽ vùng Voronoi trong không gian tín hiệu 2 chiều cho tập tín hiệu  $\bar{\mathcal{M}} = \{(-1, -1), (-1, 1), (1, -1), (1, 1)\}$ .

**Bài tập 5.5.** Viết chương trình Matlab/Python mô phỏng việc ra quyết định theo tiêu chuẩn ML cho tín hiệu BPSK trong kênh AWGN. Vẽ đồ thị xác suất lỗi bit (BER) theo  $E_b/N_0$  và so sánh với công thức lý thuyết.

**Bài tập 5.6.** Giải thích ý nghĩa của đường biên trong các sơ đồ Voronoi đối với khả năng phân biệt tín hiệu ở bộ thu. Điều gì xảy ra với hình dạng vùng Voronoi khi nhiễu tăng?

**Bài tập 5.7.** Trong thực tế, chất lượng tín hiệu có thể bị suy hao theo khoảng cách và tán xạ bởi hiệu ứng đa đường được mô tả bằng phân bố Rayleigh. Đối với kênh truyền Rayleigh fading, tiêu chuẩn ML có còn tương đương với khoảng cách Euclid ngắn nhất hay không? Giải thích và đề xuất cách điều chỉnh tiêu chuẩn.

## CHƯƠNG 6. KIẾN TRÚC BỘ THU

---

<b>6.1</b>	<b>Bộ thu theo không gian tín hiệu . . . . .</b>	<b>75</b>
<b>6.2</b>	<b>Bộ thu phối hợp . . . . .</b>	<b>78</b>
<b>6.3</b>	<b>Thiết kế bộ thu hoàn chỉnh theo thời gian . . . . .</b>	<b>80</b>
<b>6.4</b>	<b>Bộ thu hoàn chỉnh theo thời gian với bộ lọc phối hợp . . . . .</b>	<b>81</b>
<b>6.5</b>	<b>Bộ thu tương quan . . . . .</b>	<b>84</b>
<b>6.6</b>	<b>So sánh các bộ thu . . . . .</b>	<b>86</b>
<b>6.7</b>	<b>Tổng kết chương . . . . .</b>	<b>87</b>
<b>6.8</b>	<b>Bài tập . . . . .</b>	<b>87</b>

---

Tín hiệu thu được sau quá trình truyền tin có thể bị ảnh hưởng bởi nhiều và chúng ta đã đề xuất mô hình toán học cũng như cách giải quyết cho bài toán này. Dựa trên lý thuyết quyết định, tiêu chuẩn quyết định ML và MAP cùng với phương án giải quyết vấn đề khôi phục tín hiệu ban đầu qua cực tiểu khoảng cách Euclidean giữa các véc-tơ tín hiệu trong không gian tín hiệu hay vùng Voronoi của tập các tín hiệu truyền đi ban đầu. Áp dụng lý thuyết đã được đưa ra ở chương trước, chương này sẽ tập trung vào xây dựng bộ thu về mặt thiết kế hệ thống.

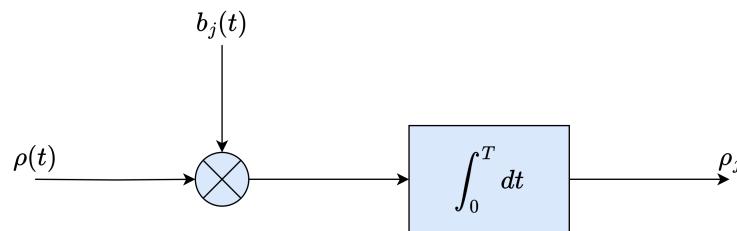
### 6.1 Bộ thu theo không gian tín hiệu

Tập hợp tín hiệu  $\{s_1(t), \dots, s_i(t), \dots, s_m(t)\}$  xác định trên  $[0, T]$  là các tín hiệu được dùng để tạo nên dạng sóng truyền và  $\mathcal{M} = \{s_1(t), \dots, s_i(t), \dots, s_m(t)\}$  là chùm tín hiệu. Tại phía thu, tín hiệu cần khôi phục sẽ chỉ nằm trong không gian tín hiệu nên ta sẽ xây dựng bộ thu theo không gian tín hiệu. Giả sử, chúng ta có cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B} = \{b_1(t), \dots, b_i(t), \dots, b_d(t)\}$  dùng để xây dựng các tín hiệu trong chùm tín hiệu. Giả sử tín hiệu nhận được là  $\rho(t)$  với  $0 \leq t < T$ , bộ thu theo không gian tín hiệu có thể được xây dựng qua các bước sau:

1. Thực hiện  $d$  phép chiếu lên  $d$  véc-tơ cơ sở của cơ sở trực chuẩn như sau

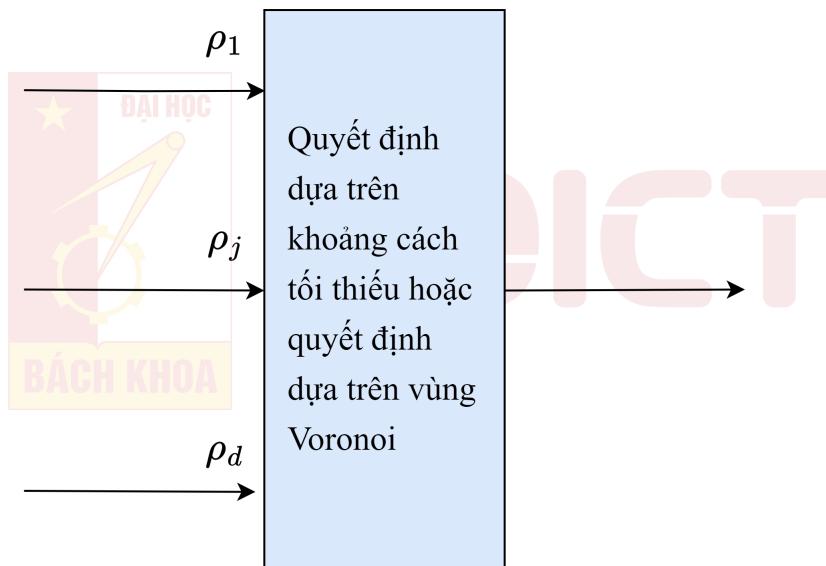
$$\rho_j = \int_0^T \rho(t) b_j(t) dt, \forall j = 1, \dots, d. \quad (6.1)$$

Có thể thấy, việc xây dựng bộ thu như trên cần có sự tính toán phép tích phân. Một phương pháp để giải quyết vấn đề này chính là sử dụng các bộ tích phân như trong Hình 6.1. Cụ thể, tín hiệu  $\rho(t)$  và  $b_j(t)$  được đi qua bộ nhân để lấy kết quả, rồi sau đó đi qua bộ tích phân để thu được giá trị vô hướng  $\rho_j$ . Thực hiện quá trình này của  $\rho(t)$  với  $d$  tín hiệu trong cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$ , chúng ta sẽ thu được véc-tơ rời rạc  $\boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \dots, \rho_j, \dots, \rho_d)$ .



**Hình 6.1:** Bộ tích phân

2. Giả thiết véc-tơ nhận được bên thu  $\rho = (\rho_1, \dots, \rho_j, \dots, \rho_d)$  sử dụng để chọn  $s_R \in \overline{\mathcal{M}}$  theo tiêu chuẩn ML tức là tìm tín hiệu có khoảng cách Euclide tối thiểu khi nêu theo phân phối Gaussian hay vùng Voronoi như Hình 6.2. Cụ thể, phía thu tính khoảng cách giữa  $\rho$  và của các tín hiệu trong chùm tín hiệu để xác định tín hiệu khôi phục  $s_R$ . Nếu  $s_R = s_T$  là tín hiệu đã truyền đi từ bên phát, chúng ta ghi nhận quá trình khôi phục tín hiệu thành công.



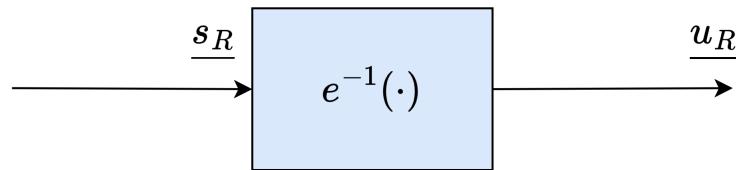
**Hình 6.2:** Áp dụng tiêu chuẩn ML để chọn  $s_R \in \overline{\mathcal{M}}$

3. Với tín hiệu  $s_R$ , chúng ta tiến hành khôi phục lại véc-tơ thông tin nhị phân  $u_R$  thông qua ánh xạ ngược như sau

$$u_R = e^{-1}(s_R), \quad (6.2)$$

và được minh họa trong Hình 6.3. Lưu ý, chúng ta gọi quá trình này là ánh xạ ngược bởi vì các bước thực thi được thực thi ngược lại của quá trình gán nhãn nhị phân ở bên phát.

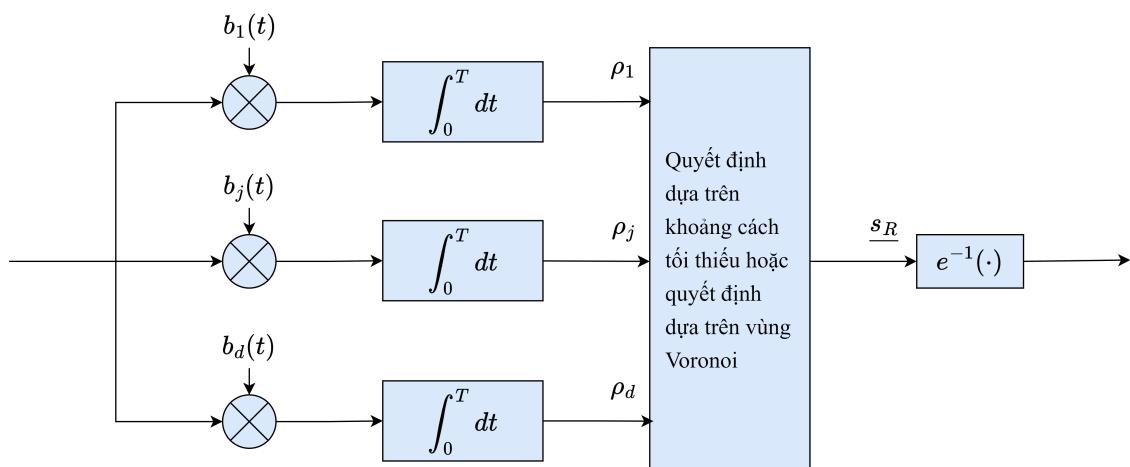
Kết hợp ba bước trên chúng ta thu được một sơ đồ bộ thu hoàn chỉnh như Hình 6.4. Đây là một cấu trúc phổ biến trong các hệ thống thông tin số. Bộ thu



Hình 6.3: Ánh xạ ngược

này hoạt động dựa trên nguyên lý so sánh độ tương quan giữa tín hiệu thu được và các tín hiệu cơ sở đã biết. Cụ thể, tín hiệu thu được sẽ được nhân lần lượt với từng véc-tơ cơ sở trực chuẩn  $b_1(t), \dots, b_j(t), \dots, b_d(t)$ , sau đó đưa qua các bộ tích phân trong khoảng thời gian  $[0, T]$  để tính toán độ tương quan thông qua thực hiện phép chiếu. Kết quả của quá trình này là các giá trị  $\rho_1, \dots, \rho_j, \dots, \rho_d$ , phản ánh mức độ tương đồng giữa tín hiệu nhận và từng véc-tơ cơ sở trực chuẩn. Các giá trị này sau đó được đưa vào khối quyết định, nơi lựa chọn tín hiệu đã truyền đi thông qua mối quan hệ với tín hiệu thu trong không gian tín hiệu. Việc quyết định có thể được thực hiện theo hai phương pháp: dựa trên khoảng cách tối thiểu hoặc phân vùng Voronoi. Cuối cùng, tín hiệu quyết định được đưa qua một khối ánh xạ ngược để khôi phục lại dữ liệu gốc.

Bộ thu tích phân có ưu điểm là tối ưu theo tiêu chí ước lượng cực đại khả năng xảy ra trong môi trường nhiễu trăng. Bộ thu được ứng dụng hiệu quả trong nhiều sơ đồ điều chế như ASK, PSK, FSK và QAM. Tuy nhiên, để đạt hiệu suất cao, bộ thu cần đảm bảo đồng bộ chính xác về thời gian và pha với tín hiệu phát. Sơ đồ này thể hiện rõ ràng tính trực quan và hiệu quả trong việc ra quyết định chính xác khi thu tín hiệu số bị ảnh hưởng bởi nhiễu.



Hình 6.4: Sơ đồ hoàn chỉnh của bộ thu tích phân

## 6.2 Bộ thu phối hợp

Thay vì tính trực tiếp tích phân sử dụng bộ tích phân, các kĩ thuật xử lí tín hiệu khác có thể dùng để thay thế cho việc tính tích phân. Bộ lọc phối hợp (Matched Filter) thực hiện phép tích phân tương đương bằng cách đưa tín hiệu đầu vào đi qua bộ lọc có đáp ứng xung phù hợp.

*Cơ sở lý thuyết:* Cho một bộ lọc với đáp ứng xung  $h(t)$ , tín hiệu đầu ra  $y(t)$  được xác định bởi tín hiệu đầu vào  $x(t)$  như sau

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) \otimes h(t) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau, \end{aligned} \tag{6.3}$$

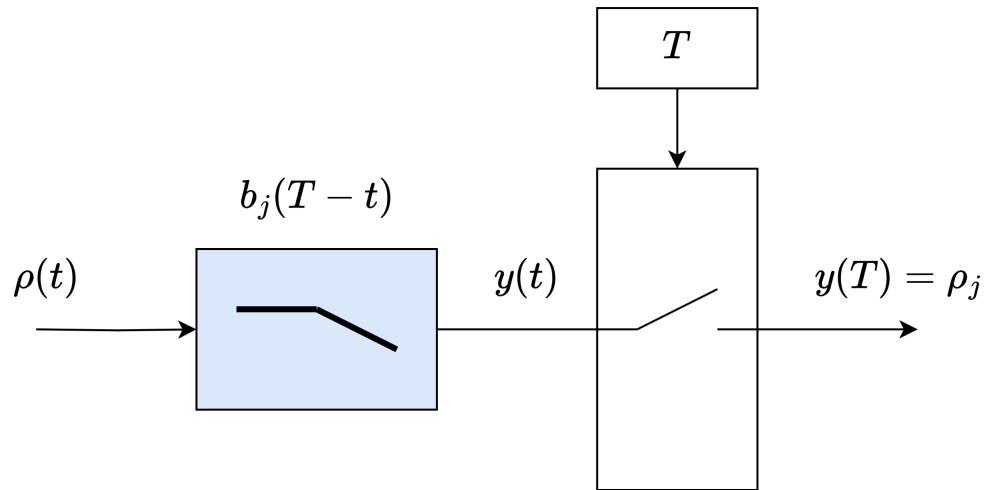
với  $\otimes$  là phép toán tích chập. Từ định nghĩa về lọc tín hiệu trong miền liên tục, bộ lọc phối hợp có thể được định nghĩa như sau: giả sử tín hiệu đầu vào bộ lọc là tín hiệu nhận được  $\rho(t)$  và đáp ứng xung của bộ lọc xây dựng dựa trên véc-tơ cơ sở trực chuẩn  $h(t) = b_j(T - t)$ . Áp dụng (6.3), tín hiệu đầu ra của bộ lọc phối hợp được định nghĩa như sau

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau)h(t - \tau)d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau)b_j(T - t + \tau)d\tau. \end{aligned} \tag{6.4}$$

Bây giờ, chúng ta giả thiết tín hiệu  $y(t)$  được lấy mẫu tín hiệu đầu ra tại thời điểm  $t = T$ , nghĩa là

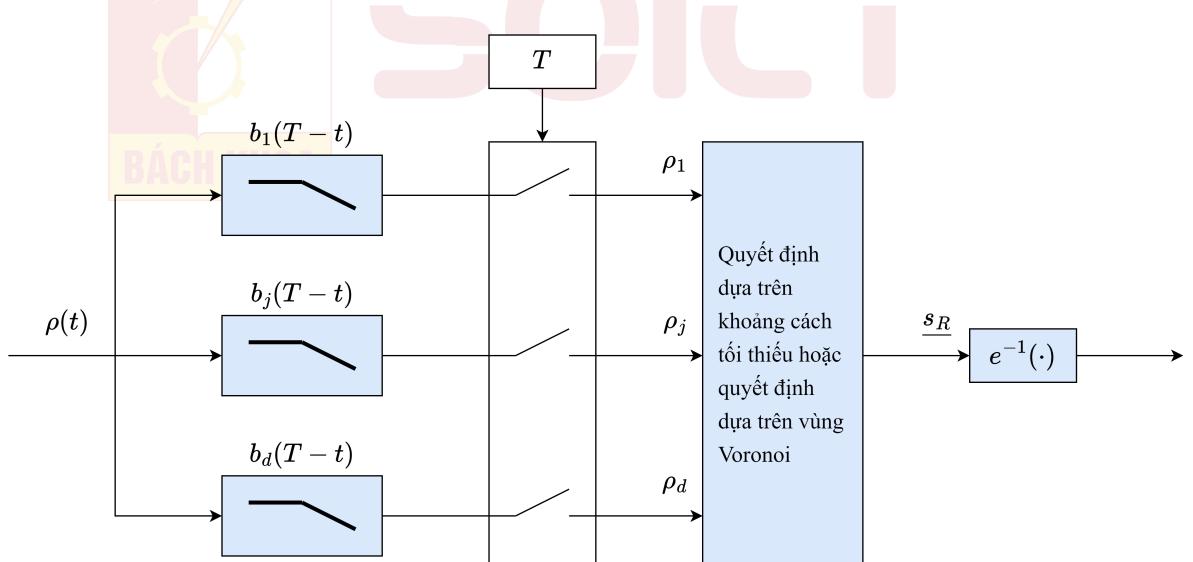
$$\begin{aligned} y(t = T) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau)b_j(\tau)d\tau \\ &= \int_0^T \rho(\tau)b_j(\tau)d\tau \\ &= \rho_j. \end{aligned} \tag{6.5}$$

Tại thời điểm  $t = T$  giá trị đầu ra của bộ lọc bằng với giá trị của phép tích phân của tín hiệu cần tính tại thời điểm đó. Do vậy, có thể sử dụng giá trị bộ lọc ở thời điểm này để thay thế cho phép tính tích phân. Mô hình bộ lọc phối hợp được minh họa trong Hình 6.5. Trong hình, một bộ lấy mẫu sẽ được thực hiện sau  $T$  đơn vị thời gian, biểu diễn cho việc lấy giá trị  $y(t)$  tại thời điểm  $T$  hay chính là giá trị  $y(T)$ .



**Hình 6.5:** Bộ lọc phôi hợp thực hiện phép chiếu  $\rho(t)$  lên véc-tơ cơ sở  $b_j(t)$ .

Sử dụng bộ lọc phôi hợp cho chúng ta một phương án thay thế các bộ tích phân bằng cách sử dụng cơ sở trực chuẩn để định nghĩa đáp ứng xung của bộ lọc. Bằng cách đưa tín hiệu  $\rho(t)$  qua bộ lọc có đáp ứng xung  $h(t) = b_j(T - t)$  ta thu được đầu ra trung gian  $y(t)$ . Lấy mẫu giá trị đầu ra  $y(t)$  tại  $t = T$  sẽ thu được kết quả của phép chiếu  $\rho_j$  như bộ tích phân. Thay thế bộ tích phân bởi bộ lọc phôi hợp vào bộ thu ta thu được một sơ đồ hoàn chỉnh như Hình 6.6.



**Hình 6.6:** Sơ đồ hoàn chỉnh với bộ lọc phôi hợp.

Trong xử lý tín hiệu, việc sử dụng bộ lọc phôi hợp thay cho bộ tích phân mang lại nhiều lợi ích, đặc biệt trong các hệ thống thông tin số. Trước hết, bộ lọc phôi hợp là bộ lọc tuyến tính tối ưu theo tiêu chí cực đại tỉ số tín hiệu trên nhiễu (SNR) tại thời điểm lấy mẫu, trong môi trường có nhiễu Gaussian. Điều này giúp nâng cao khả năng phát hiện tín hiệu chính xác hơn so với bộ tích phân, vốn chỉ thực hiện phép tích phân (cộng theo thời gian) mà không quan tâm đến hình dạng tín

hiệu. Đáp ứng xung của bộ lọc được thiết kế là phiên bản đối xứng thời gian và liên hợp phức của các véc-tơ cơ sở, tạo ra xung đầu ra có biên độ cực đại đúng vào thời điểm lấy mẫu, từ đó tăng độ chính xác trong quá trình giải điều chế. Không giống như bộ tích phân chỉ đặc biệt phù hợp với các tín hiệu dạng xung hình chữ nhật, bộ lọc phối hợp có thể xử lý hiệu quả với các dạng xung bất kỳ, giúp giảm nhiễu liên ký hiệu và tương thích tốt với các hệ thống truyền thông hiện đại. Ngoài ra, bộ lọc phối hợp còn tương đương với phép tương quan giữa tín hiệu nhận và tín hiệu cơ sở trong không gian tín hiệu, điều này đặc biệt hữu ích trong các ứng dụng như radar, sonar hoặc các hệ thống nhận dạng mẫu. Nhờ các đặc điểm ưu việt trên, bộ lọc phối hợp được xem là lựa chọn tối ưu trong các bộ thu tín hiệu số, vượt trội hơn hẳn so với bộ tích phân trong các môi trường thực tế có nhiễu và tín hiệu phức tạp.

### 6.3 Thiết kế bộ thu hoàn chỉnh theo thời gian

Sơ đồ bộ thu không gian tín hiệu đã được xây dựng theo hai cách sử dụng bộ tích phân hay bộ lọc phối hợp. Tuy vậy tín hiệu  $\rho(t)$  ở phần trên mới chỉ được xét trong chu kỳ đầu tiên  $[0, T]$ . Vậy, giống như chu kì đầu tiên, liệu sơ đồ bộ thu đã được xây dựng có thể áp dụng được cho toàn bộ các chu kỳ khác của tín hiệu? Ở phần này, bộ thu hoàn chỉnh theo không gian tín hiệu đã đề xuất ở phần trước sẽ được mở rộng cho toàn bộ các chu kì còn lại của tín hiệu.

Từ trước đến giờ, chúng ta tập trung vào chu kỳ đầu tiên  $[0, T]$  ở các khía cạnh sau: thứ nhất chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t), \dots, s_i(t), \dots, s_m(t)\}$  được xây dựng bởi các tín hiệu trên miền xác định  $[0, T]$ ; thứ hai cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B} = \{b_1(t), \dots, b_i(t), \dots, b_d(t)\}$  được xây dựng bởi các tín hiệu trên miền xác định  $[0, T]$ ; thứ ba các phép chiếu tín hiệu nhận lên cơ sở trực chuẩn thực tế được xác định

$$\rho_j = \rho_j[0] = \int_0^T \rho(t)b_j(t)dt, \quad (6.6)$$

và định nghĩa cho chu kỳ đầu tiên của tín hiệu. Do đó, các chu kỳ khác thì tín hiệu sẽ được xử lý thế nào? Để trả lời câu hỏi đó ta sẽ lấy ví dụ về chu kỳ thứ hai với khoảng thời gian  $t \in [T, 2T]$ . Các tín hiệu được sử dụng trong tính toán ở chu kỳ này tương tự tín hiệu trong chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$ , nhưng dịch đi một chu kỳ  $T$ . Cụ thể, chùm tín hiệu  $\mathcal{M}' = \{s'_1(t), \dots, s'_i(t), \dots, s'_m(t)\}$  gồm các tín hiệu trong miền xác định  $[T, 2T]$  được xác định như sau:

$$s'_i = s_i(t - T), \forall i = 1, \dots, m. \quad (6.7)$$

Nói cách khác, dựa trên chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t), \dots, s_i(t), \dots, s_m(t)\}$ , dịch chúng đi  $T$  đơn vị thời gian, ta thu được  $\mathcal{M}'$ . Dựa trên cơ sở trực chuẩn và phép chiếu

## CHƯƠNG 6. KIẾN TRÚC BỘ THU

trong chu kỳ đầu tiên dịch đi  $T$  đơn vị thời gian, ta thu được cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}' = \{b'_1(t), \dots, b'_i(t), \dots, b'_d(t)\}$  với

$$b'_i = b_i(t - T), \forall i = 1, \dots, d. \quad (6.8)$$

Sau đó các phép chiếu của tín hiệu nhận ở chu kỳ thứ hai lên cơ sở trực chuẩn được thực hiện như sau

$$\rho_j[1] = \int_T^{2T} \rho(t) b'_j(t) dt, \quad (6.9)$$

với chỉ số [1] ngụ ý chúng ta đang làm việc ở chu kỳ  $[T, 2T]$ .

Mở rộng ra trường hợp tổng quát, tại chu kỳ  $n$  trong khoảng thời gian  $[nT, (n+1)T]$ , chùm tín hiệu sẽ là  $\mathcal{M}$  dịch đi các khoảng  $nT$  đơn vị thời gian tương ứng. Do đó, ta có chùm tín hiệu  $\mathcal{M}' = \{s'_1(t), \dots, s'_i(t), \dots, s'_m(t)\}$  với

$$s'_i = s_i(t - nT), \forall i = 1, \dots, m. \quad (6.10)$$

Cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}' = \{b'_1(t), \dots, b'_i(t), \dots, b'_d(t)\}$  với các thành phần

$$b'_i = b_i(t - nT), \forall i = 1, \dots, d. \quad (6.11)$$

Sau đó, các phép chiếu trong khoảng thời gian  $[nT, (n+1)T]$  được thiết lập

$$\rho_j[n] = \int_{nT}^{(n+1)T} \rho(t) b'_j(t) dt, \quad (6.12)$$

với chỉ số  $[n]$  cho biết bộ thu đang làm việc tại chu kỳ  $n$ .

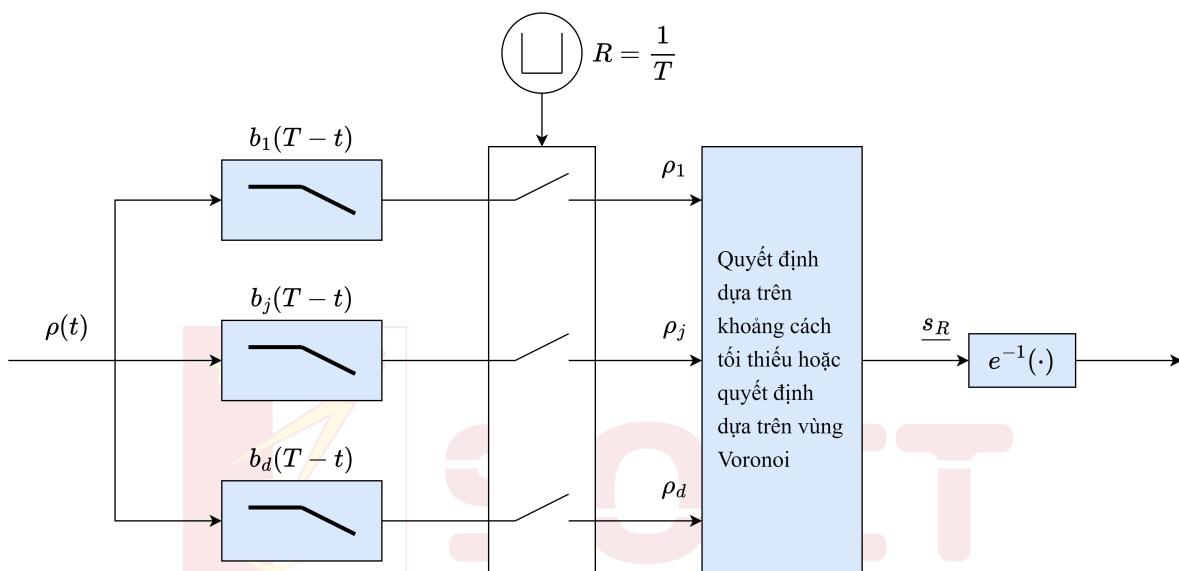
### 6.4 Bộ thu hoàn chỉnh theo thời gian với bộ lọc phối hợp

Tại khoảng thời gian  $[nT, (n+1)T]$ , đầu ra của bộ lọc được lấy mẫu tại thời điểm  $t = (n+1)T$  như sau

$$\begin{aligned} y(t = (n+1)T) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau) b_j(\tau - nT) d\tau \\ &= \int_{nT}^{(n+1)T} \rho(\tau) b_j(\tau - nT) d\tau \\ &= \rho_j[n]. \end{aligned} \quad (6.13)$$

So sánh với (6.12), giá trị bộ lọc tại thời điểm  $t = (n+1)T$  chính là phép chiếu  $\rho_j[n]$  của tín hiệu  $\rho(t)$  lên tín hiệu trong cơ sở trực chuẩn định nghĩa trong chu kỳ này.

Nói cách khác, bộ lọc phối hợp cho phép tính các phép chiếu  $\rho_j[n]$  không chỉ cho chu kỳ đầu tiên mà còn cho chu kỳ bất kỳ được định nghĩa trong khoảng thời gian  $[nT, (n+1)T]$ . Giá trị phép chiếu  $\rho_j[n]$  của tín hiệu  $\rho(t)$  trong chu kỳ  $[nT, (n+1)T]$  có thể được tính qua việc lấy giá trị đầu ra của bộ lọc phối hợp tại thời điểm tương ứng là bội số của chu kỳ  $T$ . Tổng quát lại, việc tính trực tiếp phép chiếu sử dụng tích phân có thể được thay thế bằng việc sử dụng bộ lọc phối hợp và lấy mẫu giá trị đầu ra của bộ lọc theo tần số  $R = 1/T$ , tại thời điểm  $t = (n+1)T$ . Tương tự như sơ đồ bộ thu với bộ lọc phối hợp cho chu kỳ đầu tiên, ta có sơ đồ bộ thu hoàn chỉnh như minh họa tại Hình 6.7.



**Hình 6.7:** Bộ thu hoàn chỉnh với bộ lọc phối hợp trong trường hợp tổng quát.

Một vấn đề cần quan tâm là đồng bộ ký tự để xác định thời điểm lấy mẫu cho bộ lọc phối hợp. Như chúng ta đã biết, một chuỗi dữ liệu nhị phân được đặc trưng bởi tốc độ dòng bit  $R_b$ . Mỗi tín hiệu ở một chu kỳ xử lý sẽ tương ứng với tổng số  $k$  bit dữ liệu và tồn tại trong khoảng thời gian  $T = kT_b$ . Sau đó, tốc độ truyền ký hiệu được xác định  $R = 1/T$ .

**Ví dụ 6.1.** Cho chùm tín hiệu có  $m = 4$  tín hiệu và mỗi ký hiệu có  $k = \log_2 m = 2$  bits. Bốn ký hiệu nhị phân truyền đi theo quá trình gián nhã là (00), (01), (10), và (11). Các ký hiệu này được truyền đi với tần suất

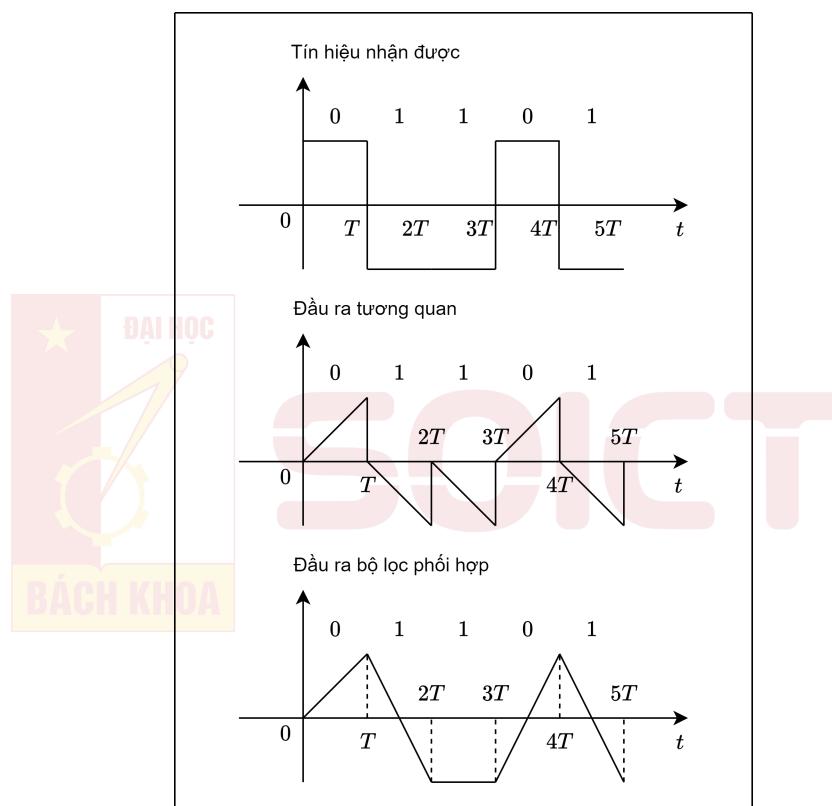
$$R = \frac{1}{T} = \frac{R_b}{k} = \frac{R_b}{2}. \quad (6.14)$$

Tại bộ thu, đầu ra của bộ lọc cũng phải được lấy mẫu với tần suất  $R$ . Lưu ý, giá trị danh nghĩa của  $R$  là đã biết, nhưng giá trị thực tế thì không phải chính xác như vậy do liên quan đến yếu tố về giới hạn về việc không lý tưởng của phần cứng. Trong thực tế rất khó để tạo ra các bộ tạo dao động (oscillators) ở máy phát và máy

## CHƯƠNG 6. KIẾN TRÚC BỘ THU

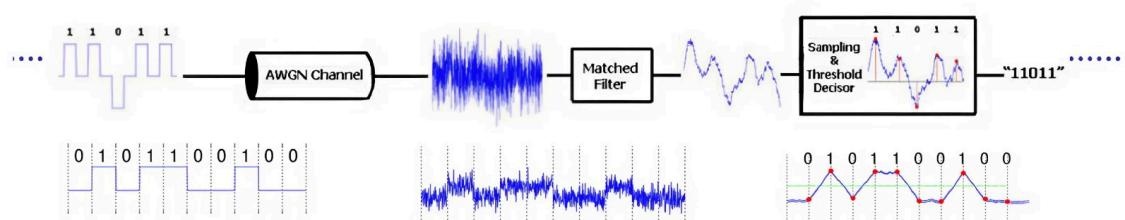
thu cho giá trị giống hệt nhau về tốc độ ký hiệu  $R$ . Do vậy ta cần khôi phục lại tốc độ lấy mẫu chính xác từ tín hiệu nhận được. Bộ lọc phối hợp phải được lấy mẫu chính xác tại thời điểm  $t = (n + 1)T$ . Do đó, thông tin tham chiếu thời gian phải được định nghĩa dựa trên chu kỳ lấy mẫu ký hiệu  $T$ .

Một tiêu chí kỹ thuật quan trọng chính là việc đồng bộ ký hiệu. Cụ thể, bắt đầu từ tín hiệu nhận được, tốc độ ký hiệu và pha của tín hiệu phải được khôi phục lại chính xác. Việc đồng bộ kí tự là điều quan trọng để tính chính xác các phép chiết và phát hiện tín hiệu truyền. Hình 6.8 minh họa đồng bộ ký hiệu sử dụng bộ lọc phối hợp và tín hiệu xung chữ nhật trong trường hợp không có nhiễu.



**Hình 6.8:** Đồng bộ kí hiệu trong trường hợp không nhiễu

Đối với sự xuất hiện của nhiễu trắng như Hình 6.9, đồng bộ ký hiệu dựa vào tín hiệu thu có thể sẽ trở nên phức tạp hơn nhiều do méo dạng tín hiệu.



**Hình 6.9:** Đồng bộ kí hiệu với kênh truyền AWGN

Mặc dù bộ thu sử dụng bộ lọc phổi hợp được đánh giá là tối ưu trong việc phát hiện tín hiệu dưới tác động của nhiễu trắng, song trong thực tế triển khai, cấu trúc này vẫn tồn tại một số nhược điểm kỹ thuật đáng lưu ý. Trước hết, bộ thu phổi hợp yêu cầu phải biết chính xác một số đặc tính của tín hiệu phát, bao gồm dạng xung, pha và thời điểm truyền. Bất kỳ sai lệch nào về thời gian hoặc pha đều làm giảm hiệu quả của bộ lọc, do biên độ đầu ra đạt cực đại khi tín hiệu thu trùng khớp hoàn toàn với đáp ứng xung bộ lọc xây dựng dựa trên cơ sở trực chuẩn. Do đó, hệ thống cần đảm bảo khả năng đồng bộ thời gian cao, điều này làm tăng độ phức tạp trong thiết kế và điều khiển.

Ngoài ra, bộ lọc phổi hợp chỉ tối ưu trong môi trường có nhiễu trắng Gaussian; khi môi trường truyền bị ảnh hưởng bởi nhiều màu, fading, hoặc các biến dạng do kênh đa đường, đa người dùng, hiệu suất của bộ lọc phổi hợp sẽ suy giảm đáng kể. Trong những trường hợp này, các kỹ thuật lọc thích nghi hoặc cân bằng kênh thường được kết hợp để cải thiện hiệu quả. Hơn nữa, so với bộ tích phân đơn giản, bộ lọc phổi hợp có độ phức tạp tính toán cao hơn, do yêu cầu thực hiện phép lọc với tín hiệu đảo thời gian, đặc biệt đối với các xung có dạng phi chuẩn. Điều này dẫn đến chi phí xử lý tăng và đòi hỏi phần cứng mạnh hơn. Cuối cùng, trong các hệ thống mà tín hiệu phát thay đổi liên tục hoặc không thể xác định trước, bộ lọc phổi hợp trở nên kém hiệu quả hoặc không khả thi để triển khai. Vì vậy, dù có nhiều ưu điểm vượt trội, việc sử dụng bộ lọc phổi hợp cần được cân nhắc kỹ lưỡng trong bối cảnh ứng dụng thực tế.

## 6.5 Bộ thu tương quan

Bên cạnh hai sơ đồ bộ thu theo không gian tín hiệu dựa vào cơ sở trực chuẩn, chúng ta có thể được xây dựng theo một cách tiếp cận khác gọi là bộ thu tương quan (correlation receiver). Bộ thu tương quan được xây dựng từ việc thay thế phương pháp tính phép chiếu sử dụng tích phân. Phép chiếu tích phân sẽ được thay thế bằng phép tính giá trị tương quan. Bắt đầu từ tiêu chuẩn tối thiểu hóa xác suất lỗi sử dụng khoảng cách Euclid

$$\mathbf{s}_R = \arg \min_{\mathbf{s}_i \in \overline{\mathcal{M}}} d_E^2(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{s}_i). \quad (6.15)$$

## CHƯƠNG 6. KIẾN TRÚC BỘ THU

Xem xét cụ thể hơn khoảng cách giữa tín hiệu nhận  $\rho$  và tín hiệu  $s_i$  như sau

$$\begin{aligned} d_E^2(\rho, s_i) &= \sum_{j=1}^d (\rho_j - s_{ij})^2 \\ &= \sum_{j=1}^d \rho_j^2 + \sum_{j=1}^d s_{ij}^2 - 2 \sum_{j=1}^d \rho_j s_{ij}, \end{aligned} \quad (6.16)$$

với lưu ý  $\rho = (\rho_1, \dots, \rho_d)$  và  $s_i = (s_{i1}, \dots, s_{id})$ . Thay (6.16) vào (6.15), chúng ta thu được kết quả sau

$$\begin{aligned} s_R &= \arg \min_{s_i \in \bar{\mathcal{M}}} d_E^2(\rho, s_i) \\ &= \arg \min_{s_i \in \bar{\mathcal{M}}} \left( \sum_{j=1}^d \rho_j^2 + \sum_{j=1}^d s_{ij}^2 - 2 \sum_{j=1}^d \rho_j s_{ij} \right). \end{aligned} \quad (6.17)$$

Bởi vì  $\arg \min_{s_i \in \bar{\mathcal{M}}} d_E^2(\rho, s_i)$  không phụ thuộc  $\rho_j, \forall j$ , (6.17) được tối giản như sau

$$\begin{aligned} s_R &= \arg \min_{s_i \in \bar{\mathcal{M}}} \left( \sum_{j=1}^d s_{ij}^2 - 2 \sum_{j=1}^d \rho_j s_{ij} \right) \\ &= \arg \max_{s_i \in \bar{\mathcal{M}}} \left( \sum_{j=1}^d \rho_j s_{ij} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^d s_{ij}^2 \right). \end{aligned} \quad (6.18)$$

Lưu ý rằng năng lượng của tín hiệu  $s_i$  được tính  $E_{s_i} = \sum_{j=1}^d s_{ij}^2$ , (6.18) được diễn đạt lại như sau

$$s_R = \arg \max_{s_i \in \bar{\mathcal{M}}} \left( \sum_{j=1}^d \rho_j s_{ij} - \frac{1}{2} E_{s_i} \right). \quad (6.19)$$

Bây giờ xem xét phép chiếu tín hiệu nhận  $\rho(t)$  lên tín hiệu  $s_i(t)$  trong chùm tín hiệu

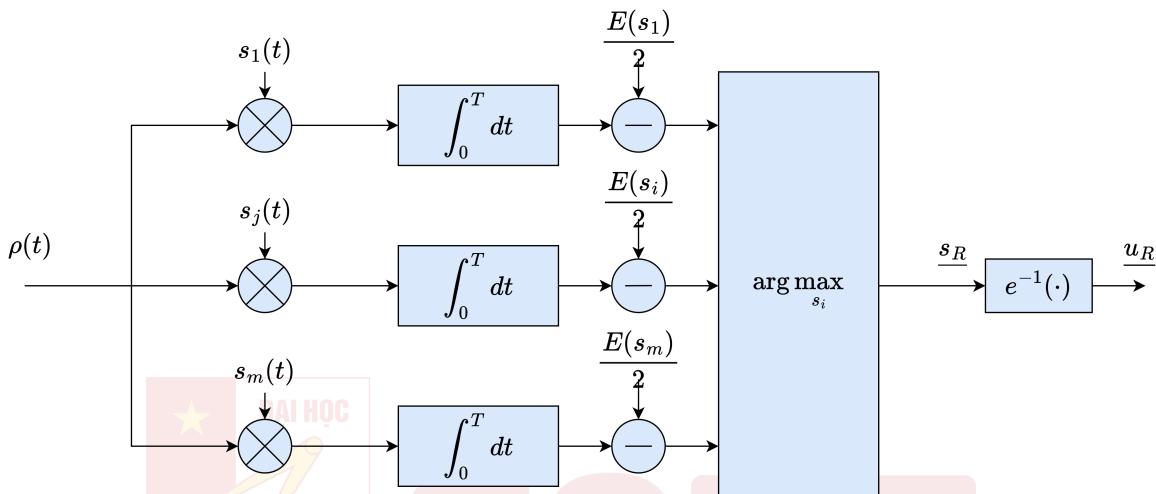
$$\begin{aligned} \int_0^T \rho(t) s_i(t) dt &\stackrel{(a)}{=} \int_0^T \rho(t) \left( \sum_{j=1}^d s_{ij} b_j(t) \right) dt \\ &= \sum_{j=1}^d s_{ij} \int_0^T \rho(t) b_j(t) dt \\ &\stackrel{(b)}{=} \sum_{j=1}^d s_{ij} \rho_j, \end{aligned} \quad (6.20)$$

với (a) sử dụng định nghĩa không gian tín hiệu; (b) sử dụng phép chiếu của tín hiệu nhận lên véc-tơ cơ sở. Kết quả trong (6.20), là giá trị tương quan giữa tín hiệu

nhận được  $\rho(t)$  và tín hiệu  $s_i(t)$  thuộc chùm tín hiệu định nghĩa ở bên phát. Kết hợp (6.19) và (6.20), chúng ta có tiêu chuẩn ML dựa trên giá trị tương quan như sau

$$s_R = \arg \max_{s_i \in \overline{\mathcal{M}}} \left( \int_0^T \rho(t)s_i(t)dt - \frac{1}{2}E_{s_i} \right) \quad (6.21)$$

. Từ cơ sở lý thuyết trên, chúng ta xây dựng sơ đồ bộ thu tương quan như Hình 6.10. Bộ thu tương quan là một cấu trúc quan trọng trong hệ thống thông tin số, đặc biệt



Hình 6.10: Bộ thu tương quan

được sử dụng để phát hiện tín hiệu trong môi trường có nhiễu. Nguyên lý hoạt động của bộ thu tương quan dựa trên việc đo độ tương đồng (tương quan) giữa tín hiệu thu và các tín hiệu mẫu trong chùm tín hiệu đã biết tương ứng với từng ký hiệu truyền. Mỗi tín hiệu mẫu này đại diện cho một tín hiệu đã được điều chế tại phía phát. Cụ thể, bộ thu thực hiện phép nhân giữa tín hiệu thu  $\rho(t)$  và từng tín hiệu mẫu  $s_i(t)$ , sau đó thực hiện phép tích phân trong chu kỳ của tín hiệu. Kết quả của phép tích phân chính là giá trị tương quan giữa tín hiệu thu và tín hiệu mẫu. Tín hiệu mẫu nào cho kết quả tương quan lớn nhất sẽ được chọn là tín hiệu đã được truyền. Quá trình này có thể được thực hiện lần lượt với tất cả các mẫu tín hiệu trong chùm tín hiệu, hoặc tối ưu hơn bằng cách sử dụng cấu trúc véc-tơ và các phép nội suy.

## 6.6 So sánh các bộ thu

Tại mỗi chu kỳ tín hiệu, bộ thu sử dụng bộ lọc phôi hợp cần định nghĩa  $d$  đáp ứng xung và một bộ quyết định dựa trên khoảng cách Euclid. Trong khi đó, bộ thu tương quan cần dùng  $m$  bộ tương quan ( $m \geq d$ ) và một bộ quyết định dựa trên giá trị ML lớn nhất. Về mặt toán học, bộ thu tương quan được xem là tương đương với bộ thu sử dụng bộ lọc phôi hợp, vì cả hai đều cho kết quả tối ưu theo tiêu chí cực đại xác suất đúng (maximum likelihood) trong môi trường có nhiễu Gaussian. Tuy

## CHƯƠNG 6. KIẾN TRÚC BỘ THU

nhiên, sự khác biệt chính nằm ở cách triển khai: bộ lọc phôi hợp sử dụng bộ lọc tuyến tính trong miền thời gian, trong khi bộ thu tương quan thực hiện phép nhân và tích phân trực tiếp với từng tín hiệu mẫu trong chùm tín hiệu.

Bộ thu tương quan có ưu điểm là trực quan, dễ hiểu và có thể áp dụng cho nhiều loại tín hiệu điều chế khác nhau. Tuy nhiên, trong thực tế, khi số lượng tín hiệu mẫu lớn hoặc tín hiệu quá dài, việc thực hiện phép tương quan trực tiếp sẽ đòi hỏi nhiều tài nguyên tính toán. Vì vậy, trong các hệ thống hiện đại, bộ thu tương quan thường được triển khai dưới dạng tín hiệu số và tối ưu bằng phần mềm hoặc phần cứng chuyên dụng.

### 6.7 Tổng kết chương

Trong chương này, chúng ta đã chuyển từ lý thuyết không gian tín hiệu sang các kiến trúc bộ thu cụ thể trong hệ thống thông tin số. Các nội dung chính gồm:

- Xây dựng bộ thu theo không gian tín hiệu, thực hiện phép chiếu tín hiệu nhận lên cơ sở trực chuẩn để quyết định ký hiệu.
- Triển khai phép chiếu bằng hai phương pháp: sử dụng **bộ tích phân** và sử dụng **bộ lọc phôi hợp**, trong đó bộ lọc phôi hợp tối ưu SNR tại thời điểm lấy mẫu trong môi trường AWGN.
- Mở rộng kiến trúc bộ thu cho nhiều chu kỳ ký hiệu và xử lý vấn đề **đồng bộ ký hiệu**.
- Giới thiệu **bộ thu tương quan** như một cách tiếp cận trực tiếp từ tín hiệu nhận với các tín hiệu mẫu, và phân tích mối quan hệ tương đương với bộ lọc phôi hợp.
- So sánh ưu, nhược điểm và điều kiện ứng dụng của từng loại bộ thu.

Những kiến thức này đóng vai trò quan trọng trong thiết kế và tối ưu hóa bộ thu tín hiệu số, giúp lựa chọn cấu trúc phù hợp với điều kiện kênh truyền và yêu cầu hệ thống.

### 6.8 Bài tập

**Bài tập 6.1.** Cho chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = P_T(t), s_2(t) = -P_T(t)\}$ , thực hiện các yêu cầu sau:

- a) Vẽ dạng sóng truyền cho chuỗi  $u_T = (101010\dots)$ .
- b) Xác định bộ lọc phôi hợp.
- c) Vẽ đầu ra bộ lọc phôi hợp (trong trường hợp không tạp âm).
- d) Kiểm chứng giá trị mẫu đầu ra MF (tại  $t = (n + 1)T$ ) với các ký tự đã truyền.

**Bài tập 6.2.** Giả sử có chùm tín hiệu nhị phân  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = A \cos(2\pi f_c t), s_2(t) = -A \cos(2\pi f_c t)\}$  với  $0 \leq t < T$ .

- a) Xây dựng cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$ .
- b) Tính các hệ số chiêu  $\rho_j$  khi tín hiệu nhận được là  $s_1(t)$  bị cộng thêm nhiễu trắng Gaussian  $n(t)$ .
- c) Áp dụng tiêu chuẩn ML để xác định ký tự thu.

**Bài tập 6.3.** Một hệ thống sử dụng điều chế QPSK với  $m = 4$  tín hiệu trong chùm  $\mathcal{M}$ , mỗi ký hiệu mang  $k = 2$  bit.

- a) Viết biểu thức toán học của các tín hiệu  $s_i(t)$  trong  $\mathcal{M}$ .
- b) Xây dựng sơ đồ bộ thu dùng bộ lọc phôi hợp cho hệ thống này.
- c) Mô phỏng tín hiệu thu và đầu ra bộ lọc phôi hợp khi có nhiễu AWGN với  $E_b/N_0 = 10$  dB.

**Bài tập 6.4.** Trong một hệ thống, tốc độ bit  $R_b = 1$  Mbps và mỗi ký hiệu mang  $k = 3$  bit.

- a) Xác định tốc độ ký hiệu  $R$  và chu kỳ ký hiệu  $T$ .
- b) Cho biết tần suất lấy mẫu cần thiết ở đầu ra bộ lọc phôi hợp.
- c) Giải thích vì sao việc đồng bộ ký hiệu là quan trọng trong hệ thống này.

**Bài tập 6.5.** Một bộ thu tương quan sử dụng  $m = 3$  tín hiệu trong chùm  $\mathcal{M}$ , mỗi tín hiệu có năng lượng khác nhau:  $E_{s_1} = 1$ ,  $E_{s_2} = 2$ ,  $E_{s_3} = 1.5$  (đơn vị: Joule).

- a) Viết tiêu chuẩn quyết định ML dưới dạng giá trị tương quan và năng lượng tín hiệu.
- b) Với các giá trị tương quan đo được lần lượt là  $R_{\rho,s_1} = 0.9$ ,  $R_{\rho,s_2} = 1.5$ ,  $R_{\rho,s_3} = 1.0$ , xác định tín hiệu được chọn.

**Bài tập 6.6.** Giả sử tín hiệu phát là  $s(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos(2\pi f_c t)$ , truyền qua kênh AWGN với mật độ phổ công suất  $N_0/2$ .

- a) Xây dựng bộ lọc phôi hợp tối ưu cho tín hiệu này.
- b) Tính tỷ số SNR tại đầu ra bộ lọc phôi hợp.
- c) So sánh SNR đầu ra của bộ lọc phôi hợp với SNR khi dùng bộ tích phân thông thường.

## CHƯƠNG 7. HIỆU NĂNG BỘ THU

---

<b>7.1 Xác suất lỗi . . . . .</b>	<b>89</b>
<b>7.2 Hiệu suất sử dụng phổ . . . . .</b>	<b>91</b>
<b>7.3 Tỉ lệ lỗi ký hiệu . . . . .</b>	<b>92</b>
<b>7.4 Hàm erfc . . . . .</b>	<b>95</b>
<b>7.5 Phân tích tỉ lệ lỗi ký hiệu sử dụng hàm erfc . . . . .</b>	<b>96</b>
<b>7.6 Phân tích xác suất lỗi cho các tín hiệu đối cực nhị phân . . . . .</b>	<b>100</b>
<b>7.7 Tổng kết chương . . . . .</b>	<b>101</b>
<b>7.8 Bài tập . . . . .</b>	<b>102</b>

---

Chương này trình bày cơ sở lý thuyết và các phương pháp tính toán xác suất lỗi trong hệ thống truyền thông số, đặc biệt trong môi trường nhiễu trắng Gauss (AWGN). Nội dung bao gồm giới thiệu các khái niệm về xác suất lỗi ký hiệu (SER) và xác suất lỗi bit (BER), vai trò của hàm  $\text{erfc}(x)$  trong việc biểu diễn xác suất lỗi cho tín hiệu Gaussian, cũng như phân tích và minh họa cách tính SER/BER cho các hệ thống điều chế đơn giản như điều chế nhị phân đối cực. Bên cạnh đó, chương còn mô tả trực quan vùng quyết định (Voronoi region), mối quan hệ giữa BER và tỉ số  $E_b/N_0$ , và ý nghĩa của các đường cong BER trong đánh giá hiệu năng hệ thống. Mục tiêu là giúp người đọc hiểu cơ chế xuất hiện lỗi, công cụ toán học để phân tích, và phương pháp áp dụng trong thiết kế, tối ưu hóa hệ thống truyền thông.

### 7.1 Xác suất lỗi

Chúng ta đã được giới thiệu chi tiết quá trình truyền thông qua kênh AWGN. Bắt đầu với một chuỗi dữ liệu nhị phân  $\mathbf{u}_T$  được bên phát mã hóa thành dạng sóng truyền  $s(t)$ . Tín hiệu này sau đó đi qua một kênh truyền AWGN. Tại đầu thu, tín hiệu nhận được  $r(t)$  là tổng hợp của tín hiệu truyền  $s(t)$  và nhiễu  $n(t)$ , được biểu diễn toán học  $r(t) = s(t) + n(t)$ . Nieussian  $n(t)$  có thể làm sai lệch tín hiệu, gây ra lỗi trong quá trình giải mã và khôi phục dữ liệu gửi đi từ bên phát. Quá trình gửi dữ liệu từ chuỗi nhị phân có thể mô tả như sau

$$\mathbf{u}_T \rightarrow s(t) \rightarrow r(t) = s(t) + n(t). \quad (7.1)$$

Sau khi đã có cái nhìn tổng quan về truyền thông, chúng ta thấy nhiệm vụ của bộ thu là phục hồi lại được tín hiệu đã được truyền đi chính xác nhất sau khi thu được tín hiệu bị ảnh hưởng bởi nhiễu. Chúng ta cần xây dựng hệ cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$  cấu tạo nên chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$  vì những lý do sau

- Giúp giảm nhiễu hiệu quả từ việc thiết kế cơ sở trực chuẩn bằng cách tách biệt không gian tín hiệu và không gian nhiễu;
- Cho phép nén dữ liệu và giải mã tín hiệu hiệu quả hơn nhờ biểu diễn các tín hiệu chuẩn trong chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$  từ cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$ ;
- Bởi vì các véc-tơ cơ sở trong trực chuẩn  $\mathcal{B}$  là độc lập tuyến tính, phân tích và xử lý tín hiệu dễ dàng hơn. Hệ thống có thể tối ưu bằng cách định nghĩa thông tin đầy đủ về mặt thống kê để khôi phục tín hiệu truyền;
- Tối ưu hóa được thông số hệ thống như công suất truyền, tỷ lệ lỗi bit thông qua không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$ .

Dựa trên cơ sở trực chuẩn, phía thu thực hiện rời rạc hóa tín hiệu liên tục bằng cách chiếu  $r(t)$  nhận được lên cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B}$  tạo vec-tơ số  $r$  và không gian tín hiệu rời rạc  $\overline{\mathcal{M}}$  để quyết định tín hiệu đã gửi đi theo tiêu chuẩn khoảng cách tối thiểu

$$\text{Với } \mathbf{r} = \boldsymbol{\rho} \text{ chọn } \mathbf{s}_R = \arg \min_{\mathbf{s}_i \in \overline{\mathcal{M}}} d_E^2(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{s}_i), \quad (7.2)$$

với  $\mathbf{s}_R$  là tín hiệu giải mã ở phía thu sau khi ra quyết định. Quá trình ra quyết định cũng có thể được biểu diễn bởi tiêu chuẩn vùng Voronoi như sau

$$\text{Với } \mathbf{r} = \boldsymbol{\rho} \text{ nếu } \boldsymbol{\rho} \in \mathcal{V}(\mathbf{s}) \text{ chọn } \mathbf{s}_R = \mathbf{s}. \quad (7.3)$$

Đối với các hệ thống truyền thông số, việc đánh giá độ tin cậy truyền tin là vô cùng quan trọng. Hai chỉ số thường dùng để đo lường độ tin cậy truyền tin là tỷ lệ lỗi ký hiệu (symbol error rate - SER) và tỷ lệ lỗi bit (bit error rate - BER). Cụ thể, xác suất lỗi ký hiệu  $\Pr_s(e)$  được định nghĩa như sau

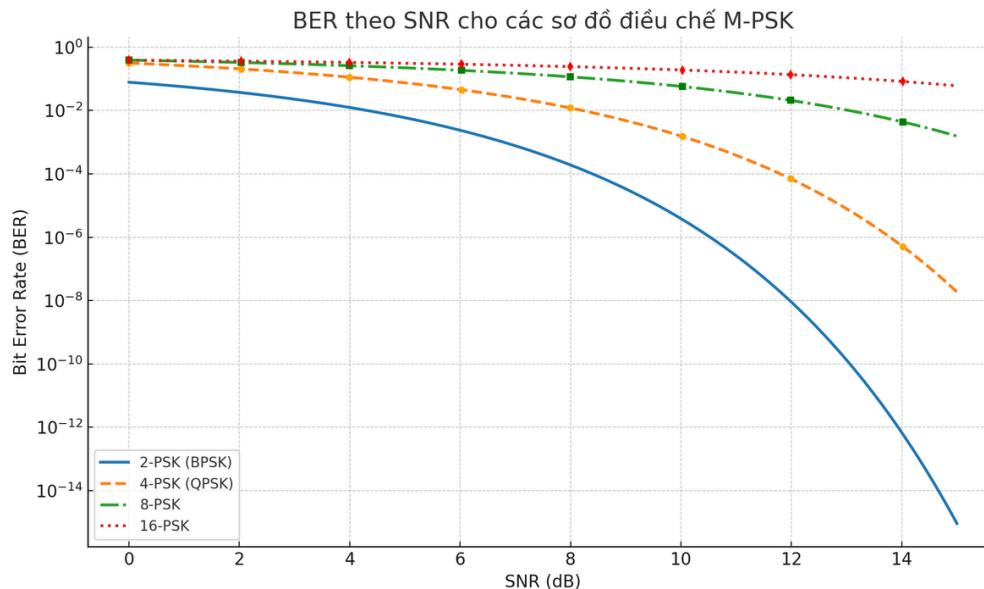
$$\Pr_s(e) = \Pr(\mathbf{s}_R[n] \neq \mathbf{s}_T[n]), \quad (7.4)$$

với chỉ số  $[n]$  là thứ tự của ký hiệu truyền đi. SER đo xác suất lỗi xảy ra trên mỗi ký hiệu truyền trong một dòng dữ liệu số. Bên cạnh đó, xác suất lỗi bit  $\Pr_b(e)$  được định nghĩa như sau

$$\Pr(\mathbf{u}_R[i] \neq \mathbf{u}_T[i]), \quad (7.5)$$

với chỉ số  $[i]$  là thứ tự của bít truyền đi. BER đo lường xác suất xảy ra lỗi trên mỗi bit truyền đi, phù hợp cho cả hệ thống điều chế ở mức ký tự và điều chế ở mức bit.

Hình 7.1 minh họa quan hệ giữa  $SNR$  và  $BER$  trong kênh AWGN đối với các điều chế M-PSK. Ta thấy khi SNR tăng thì BER giảm nhanh; cùng một SNR, bậc điều chế càng cao (8-PSK, 16-PSK) thì BER càng lớn so với 2-PSK/4-PSK do khoảng



Hình 7.1: Đường cong BER theo SNR (dB) cho các sơ đồ điều chế  $m$ -PSK

cách điểm chòm sao nhỏ hơn. Khoảng cách giữa các đường cong phản ánh đánh đổi cơ bản giữa *hiệu suất phổ* và *độ tin cậy* của hệ thống.

## 7.2 Hiệu suất sử dụng phổ

Một chỉ số quan trọng khác để đo chất lượng của hệ thống là hiệu suất sử dụng phổ. Để tìm hiểu về đại lượng này, chúng ta nhắc lại một số các khái niệm và ký hiệu cần thiết về hệ thống

- $R_b$  là tốc độ bit và  $T_b = 1/R_b$  là thời gian truyền một bit.
- $T = kT_b$  là thời gian truyền một ký hiệu với giả thiết một ký hiệu tương ứng  $k$  bit và  $R = 1/T$  là tốc độ truyền ký hiệu.
- $E_b$  là năng lượng để truyền một bit,  $E_s$  là năng lượng để truyền một ký hiệu, và  $S = E_b R_b = E_s R$  là công suất tín hiệu.
- $N_0$  là mật độ phổ công suất nhiễu,  $B$  là băng thông sử dụng để truyền tín hiệu, và  $N = N_0 B$  là công suất nhiễu.

Bây giờ chúng ta ký hiệu SNR (signal to noise ratio) là tỷ số tín trên nhiễu. Bên cạnh đó  $E_b/N_0$  là năng lượng 1 bit thông tin chia cho mật độ phổ công suất nhiễu. Chúng ta có mối liên hệ sau

$$\begin{aligned}
 \text{SNR} &= \frac{S}{N} \\
 &= \frac{E_b}{N_0} \frac{R_b}{B} \\
 &= \frac{E_b}{N_0} \eta,
 \end{aligned} \tag{7.6}$$

trong đó  $\eta = \frac{R_b}{B}$  là hiệu suất sử dụng phổ (spectral efficiency), đo bằng số bít truyền đi trên một đơn vị băng thông. Hiệu suất sử dụng phổ đánh giá khả năng truyền dữ liệu của một hệ thống trên một giới hạn băng thông cho trước. Nó được định nghĩa là tỷ số giữa tốc độ bit và băng thông được sử dụng, với đơn vị bit/s/Hz. Hiệu suất sử dụng phổ cao cho phép hệ thống truyền nhiều dữ liệu hơn trong cùng băng thông, giúp sử dụng tài nguyên phổ tần số một cách hiệu quả, là yếu tố quan trọng để cực đại hóa tốc độ dữ liệu trên đường truyền không dây. Từ (7.6), chúng ta quan sát thấy hiệu năng của hệ thống được thể hiện như một hàm của  $E_b/N_0$ . Mỗi quan hệ của  $E_b/N_0$  và công suất tín hiệu nhận như sau

$$\begin{aligned} S &= \frac{S}{N} N \\ &= \frac{E_b}{N_0} \frac{R_b}{B} N_0 B \\ &= \frac{E_b}{N_0} R_b N_0. \end{aligned} \tag{7.7}$$

Nếu  $E_b/N_0$  tăng nghĩa là công suất tín hiệu tăng cao hơn với công suất nhiễu, dẫn đến khả năng tỷ lệ lỗi thấp hơn và chất lượng đường truyền tốt hơn và ngược lại.

### 7.3 Tỉ lệ lỗi ký hiệu

Trong môi trường truyền thực tế, tín hiệu luôn bị ảnh hưởng bởi nhiễu và các hiệu ứng khác, làm cho ký hiệu nhận được tại đầu thu có thể khác với ký hiệu ban đầu. Xác suất lỗi ký hiệu  $\Pr_s(e)$  cho biết mức độ ảnh hưởng của hệ thống trong quá trình khôi phục tín hiệu truyền. Để đạt được đường truyền tin cậy, chúng ta cần giảm thiểu xác suất lỗi ký hiệu  $\Pr_s(e)$  bằng cách sử dụng các kỹ thuật mã hóa, điều chế, bù nhiễu hiệu quả hoặc tăng công suất phát. Từ chùm tín hiệu rời rạc, chúng ta có thể triển khai  $\Pr_s(e)$  như sau

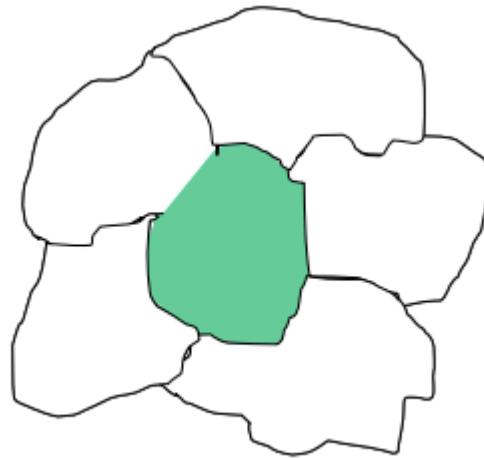
$$\begin{aligned} \Pr_s(e) &\stackrel{(a)}{=} \sum_{i=1}^m \Pr_s(e|s_T = s_i) \Pr(s_T = s_i) \\ &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \Pr_s(e|s_T = s_i), \end{aligned} \tag{7.8}$$

với  $m$  là số lượng ký hiệu ứng với chùm tín hiệu trong gián nhãnh nhị phân. Trong (7.8), (a) đạt được dựa vào quy tắc chuỗi của xác suất (the chain rule of probability). Bằng việc giả sử rằng tất cả các ký hiệu  $s_i$  đều có xác suất xuất hiện như nhau (điều này phù hợp nếu chuỗi bit nhị phân truyền đi đủ dài), chúng ta có  $\Pr(s_i) = 1/m$  với  $m$  là số lượng ký hiệu trong hệ thống. Từ (7.8), chúng ta cần tính

$$\Pr_s(e|s_T = s_i) = \Pr_s(s_R \neq s_T | s_T = s_i), \forall i = 1, \dots, m. \tag{7.9}$$

## CHƯƠNG 7. HIỆU NĂNG BỘ THU

Để giải (7.9), có hai cách tiếp cận phổ biến. Cách thứ nhất dựa trên việc tính toán phần bù của xác suất nhận đúng ký hiệu như Hình 7.2.

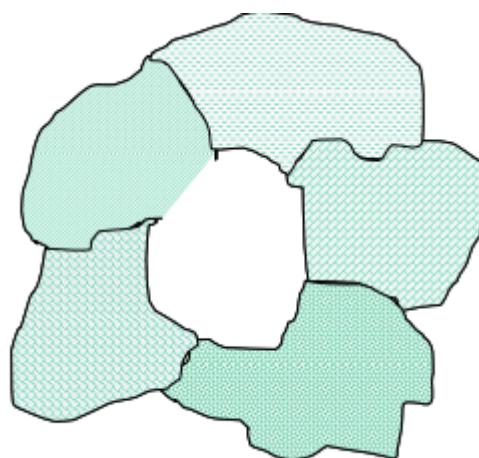


**Hình 7.2:** Xác suất lỗi ký hiệu (các phần màu trắng) là phần bù của xác suất khôi phục đúng (phần màu xanh).

Bắt đầu bằng việc xác định xác suất nhận đúng ký hiệu nhận được thuộc về vùng Voronoi của một ký hiệu, sau đó lấy phần bù của xác suất này để thu được xác suất lỗi. Biểu diễn công thức toán học như sau

$$\begin{aligned} \Pr(s_R \neq s_T | s_T = s_i) &= 1 - \Pr(s_R = s_T | s_T = s_i) \\ &= 1 - \Pr(\rho \in \mathcal{V}(s_i) | s_T = s_i), \end{aligned} \quad (7.10)$$

trong đó phương trình cuối cùng của (7.10) biểu diễn xác suất khôi phục đúng tín hiệu theo vùng Voronoi của tín hiệu  $s_i$ . Cách thứ hai, chúng ta trực tiếp tính xác suất xảy ra lỗi bằng tổng xác suất nhận của tất cả các ký hiệu sai khi biết ký hiệu truyền đi như Hình 7.3.



**Hình 7.3:** Xác suất lỗi ký hiệu là tổng xác suất lỗi thành phần

Điều này tương đương với việc tính tất cả các xác suất ký hiệu nhận được nằm trong vùng Voronoi của các ký hiệu sai. Cách diễn đạt thứ hai được biểu diễn dưới dạng công thức như sau

$$\begin{aligned}
 \Pr(\mathbf{s}_R \neq \mathbf{s}_T | \mathbf{s}_T = \mathbf{s}_i) &= \Pr(\boldsymbol{\rho} \notin \mathcal{V}(\mathbf{s}_i) | \mathbf{s}_T = \mathbf{s}_i) \\
 &= \sum_{j \neq i} \Pr(\mathbf{s}_R = \mathbf{s}_j | \mathbf{s}_T = \mathbf{s}_i) \\
 &= \sum_{j \neq i} \Pr(\boldsymbol{\rho} \in \mathcal{V}(\mathbf{s}_j) | \mathbf{s}_T = \mathbf{s}_i).
 \end{aligned} \tag{7.11}$$

Khi tín hiệu nhận được khôi phục đúng  $\mathbf{s}_R = \mathbf{s}_T$ , thì chuỗi nhị phân sẽ đúng  $\mathbf{v}_R = \mathbf{v}_T$  bởi vì quá trình gán nhãn nhị phân không xảy ra lỗi. Ngược lại, khi tín hiệu nhận được là sai  $\mathbf{s}_R \neq \mathbf{s}_T$ , thì chuỗi nhị phân nhận được cũng sẽ bị sai ( $\mathbf{v}_R \neq \mathbf{v}_T$ ). Tuy nhiên, số lượng bit sai sẽ phụ thuộc vào việc gán nhãn nhị phân. Tỉ lệ lỗi bit (BER) trung bình của hai chuỗi nhị phân  $\mathbf{v}_R$  và  $\mathbf{v}_T$  được định nghĩa bởi công thức

$$\text{BER}(\mathbf{v}_R, \mathbf{v}_T) = \frac{d_H(\mathbf{v}_R, \mathbf{v}_T)}{k}, \tag{7.12}$$

với  $d_H$  là khoảng cách Hamming giữa  $\mathbf{v}_R$  và  $\mathbf{v}_T$  (số bit khác nhau xét theo cùng vị trí tương ứng giữa hai véc-tơ) và  $k$  là tổng số bit trong mỗi véc-tơ. Với chùm tín hiệu bao gồm  $m$  tín hiệu, xác suất lỗi bit (BER) được định nghĩa như sau

$$\Pr_b(e) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \Pr_b(e | \mathbf{s}_T = \mathbf{s}_i). \tag{7.13}$$

Để tính giá trị  $\Pr_b(e | \mathbf{s}_T = \mathbf{s}_i)$ , chúng ta có thể xây dựng công thức tính toán xác suất lỗi bít (BER) từ công thức tính toán SER như sau

$$\begin{aligned}
 \Pr_b(e | \mathbf{s}_T = \mathbf{s}_i) &= \sum_{j \neq i} \Pr_b(e, \mathbf{s}_R = \mathbf{s}_j | \mathbf{s}_T = \mathbf{s}_i) \\
 &= \sum_{j \neq i} \frac{d_H(\mathbf{v}_j, \mathbf{v}_i)}{k} \Pr(\mathbf{s}_R = \mathbf{s}_j | \mathbf{s}_T = \mathbf{s}_i) \\
 &= \sum_{j \neq i} \frac{d_H(\mathbf{v}_j, \mathbf{v}_i)}{k} \Pr(\boldsymbol{\rho} \in \mathcal{V}(\mathbf{s}_j) | \mathbf{s}_T = \mathbf{s}_i),
 \end{aligned} \tag{7.14}$$

với  $\mathbf{v}_i = e^{-1}(\mathbf{s}_i)$  và  $\mathbf{v}_j = e^{-1}(\mathbf{s}_j)$  trong đó  $e^{-1}(\cdot)$  là ánh xạ ngược của quá trình gán nhãn nhị phân. Sử dụng kết quả (7.14) vào (7.13), chúng ta có BER được biểu diễn

như sau

$$\Pr_b(e|s_T = s_i) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \sum_{j \neq i} \frac{d_H(v_j, v_i)}{k} \Pr(\rho \in \mathcal{V}(s_j)|s_T = s_i). \quad (7.15)$$

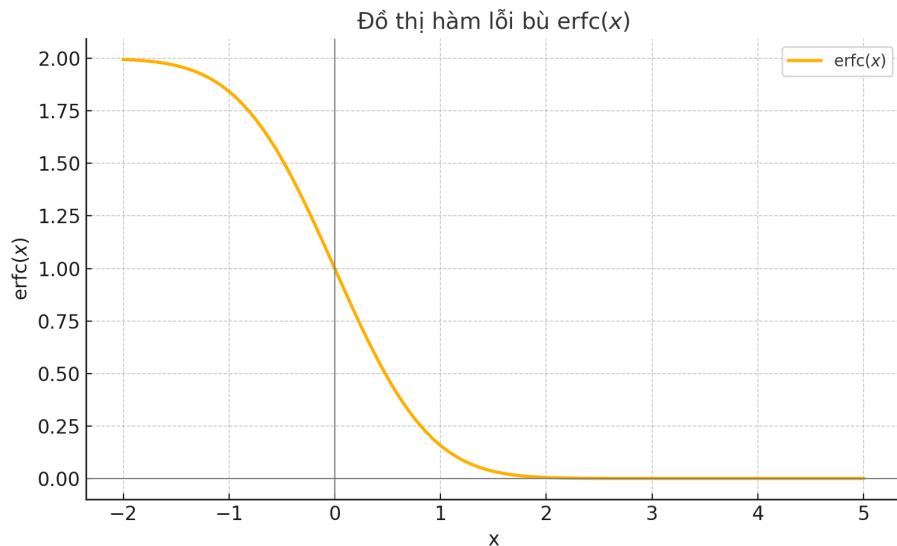
Kết quả SER trong (7.10) và (7.11), cũng như BER trong (7.15) được xây dựng cho trường hợp tổng quát, không phụ thuộc vào đặc tính kênh truyền và nhiễu.

#### 7.4 Hàm erfc

Trước tiên, chúng ta xem xét hàm erfc (complementary error function) được định nghĩa như sau

$$\text{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} \exp(-t^2) dt, \quad (7.16)$$

chứa tích phân bất định và có đồ thị minh họa như Hình 7.4 biểu diễn theo các giá trị khác nhau của  $x$ . Tuy  $\text{erfc}(x)$  không có công thức dạng đóng (closed-form) bằng



**Hình 7.4:** Hàm  $\text{erfc}(x)$

các hàm đại số thông thường. Giá trị của hàm  $\text{erfc}(x)$  thường tính gần đúng bằng bảng số hoặc thư viện số học. Dựa vào đồ thị chúng ta thấy miền xác định quan tâm trong hệ thống truyền thông là  $x \in [0, \infty]$  và hàm  $\text{erfc}(x)$  đơn điệu giảm. Cụ thể  $\text{erfc}(x) \rightarrow 0$  khi  $x \rightarrow \infty$  và  $\text{erfc}(0) = 1$ . Hàm  $\text{erfc}(x)$  đóng vai trò quan trọng để đánh giá xác suất của các sự kiện theo phân phối Gaussian. Cho biến ngẫu nhiên Gauss  $n$  (phân phối chuẩn) với kỳ vọng  $\mu$  và phương sai  $\sigma^2$ , chúng ta có công thức hàm mật độ phân bố xác suất (probability density function) định nghĩa như sau

$$f_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (7.17)$$

Sử dụng định nghĩa xác suất và hàm mật độ (7.17), chúng ta có thể tính xác suất sự kiện  $n > x$  như sau

$$\begin{aligned}
\Pr(n > x) &= \int_x^{+\infty} f_n(x) dx \\
&= \int_x^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \\
&= \frac{1}{\sqrt{x}} \int_{\frac{x-\mu}{\sqrt{2\sigma}}}^{+\infty} \exp(-t^2) dt \\
&= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x-\mu}{\sqrt{2\sigma}}\right).
\end{aligned} \tag{7.18}$$

Trong trường hợp hệ thống truyền thông với kênh AWGN có kỳ vọng  $\mu = 0$  và phương sai  $N_0/2$ , xác suất sự kiện  $n > x$  được đơn giản thành

$$\Pr(n > x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{N_0}}\right). \tag{7.19}$$

Phản tiếp theo, chúng ta sẽ sử dụng hàm  $\operatorname{erfc}(x)$  để tính toán SER và BER cho một hệ thống cụ thể.

### 7.5 Phân tích tỉ lệ lỗi ký hiệu sử dụng hàm $\operatorname{erfc}$

Xem xét một hệ thống có chùm tín hiệu trong cơ sở trực chuẩn một chiều ( $d = 1$ ) gồm hai tín hiệu ( $m = 2$ ), đối xứng qua gốc tọa độ

$$\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = +A, s_2 = -A\}. \tag{7.20}$$

Bên phát gửi đi tín hiệu  $s_T \in \overline{\mathcal{M}}$  qua kênh nhiễu trắng với  $n \sim \mathcal{N}(0, N_0/2)$ . Tín hiệu nhận được bên thu biểu diễn như sau

$$r = s_T + n. \tag{7.21}$$

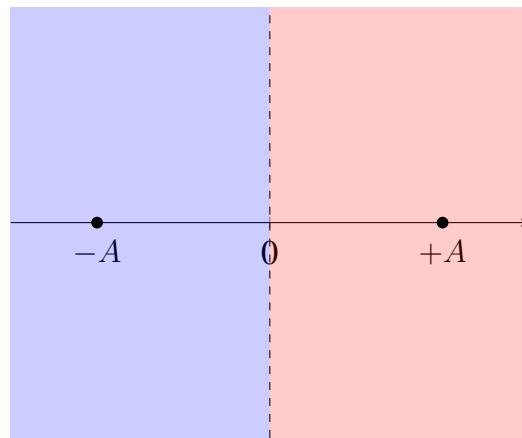
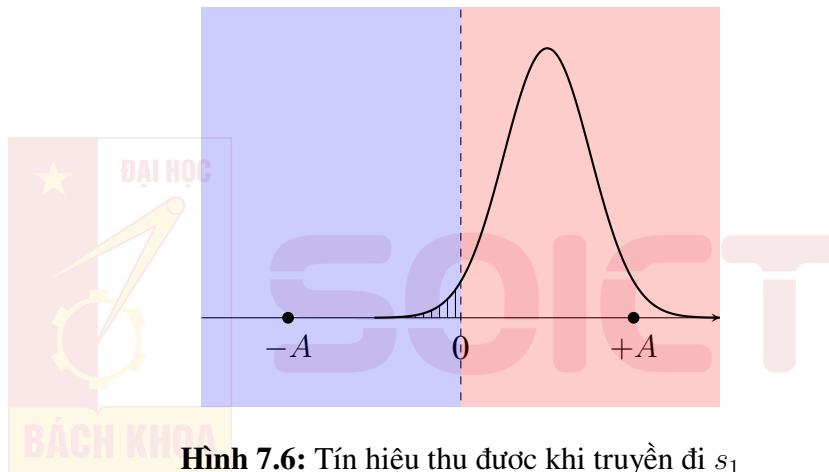
Giả sử tín hiệu nhận  $r = \rho$ , chúng ta có thể minh họa vùng Voronoi của từng tín hiệu như Hình 7.5 và xây dựng dưới dạng biểu thức toán học

$$\mathcal{V}(s_1) = \{\rho = \rho_1, \rho_1 \geq 0\}, \tag{7.22}$$

$$\mathcal{V}(s_2) = \{\rho = \rho_1, \rho_1 \leq 0\}. \tag{7.23}$$

Bây giờ, áp dụng cách diễn đạt thứ hai trong tính toán SER (7.11), chúng ta có

$$\Pr_s(e) = \frac{1}{2} (\Pr_s(e|s_T = s_1) + \Pr_s(e|s_T = s_2)). \tag{7.24}$$

**Hình 7.5:** Vùng Voronoi của hai tín hiệu**Hình 7.6:** Tín hiệu thu được khi truyền đi  $s_1$ 

Do vậy, chúng ta cần tính  $\Pr_s(e|s_T = s_1)$  là xác suất truyền  $s_1$  nhưng khôi phục được  $s_2$  và  $\Pr_s(e|s_T = s_2)$  là xác suất truyền  $s_2$  nhưng khôi phục được  $s_1$ . Cụ thể, chúng ta minh họa phần nhầm lẫn truyền  $s_1$  nhưng khôi phục được  $s_2$  như Hình 7.6. Xác suất khôi phục sai tín hiệu  $s_1$  được định nghĩa như sau

$$\begin{aligned} \Pr_s(e|s_T = s_1) &= \Pr(\rho_1 \in \mathcal{V}(s_2)|s_T = s_1) \\ &= \Pr(\rho_1 < 0|s_T = s_1). \end{aligned} \tag{7.25}$$

Bởi vì tín hiệu truyền đi từ bên phát  $s_T = s_1 = +A$ , nhiều  $n = n_1$ , và tín hiệu nhận  $r = \rho_1$  tại bên thu, ta có mô hình

$$\rho_1 = A + n_1. \tag{7.26}$$

Thay (7.26) vào (7.25), xác suất không khôi phục được tín hiệu  $s_1$  trong khi  $s_T = s_1$

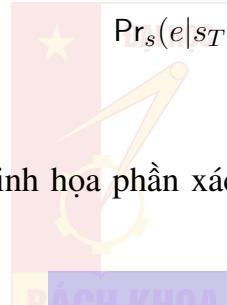
nhiều sau

$$\begin{aligned}
\Pr_s(e|s_T = s_1) &= \Pr(\rho_1 < 0|s_T = s_1) \\
&= \Pr(A + n_1 < 0) \\
&= \Pr(n_1 < -A)
\end{aligned} \tag{7.27}$$

Áp dụng hàm  $\text{erfc}(x)$  với  $n_1$  là biến ngẫu nhiên Gaussian có kỳ vọng  $\mu = 0$  và phương sai  $\sigma^2 = N_0/2$ , chúng ta có thể viết (7.27) lại thành như sau

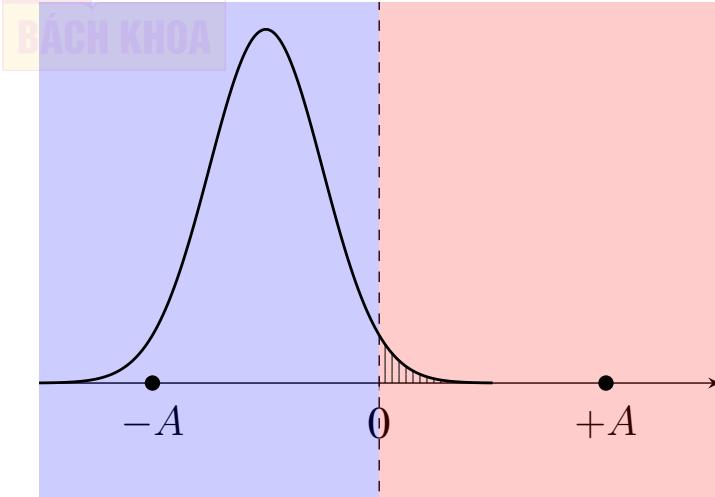
$$\begin{aligned}
\Pr_s(e|s_T = s_1) &= \Pr(n_1 < -A) \\
&= \Pr(n_1 > A) \\
&= \frac{1}{2}\text{erfc}\left(\frac{A}{\sqrt{N_0}}\right),
\end{aligned} \tag{7.28}$$

do tính đối xứng của phân phối Gaussian. Tương tự, khi phía phát gởi tín hiệu  $s_T = s_2$ , chúng ta có xác suất khôi phục sai tín hiệu như sau



$$\begin{aligned}
\Pr_s(e|s_T = s_2) &= \Pr(\rho_1 \in \mathcal{V}(s_1)|s_T = s_2) \\
&= \Pr(\rho_1 > 0|s_T = s_2).
\end{aligned} \tag{7.29}$$

Hình 7.7 minh họa phần xác suất lỗi của hệ thống khi bên phát truyền tín hiệu



**Hình 7.7:** Tín hiệu thu được khi truyền đi  $s_2$

$s_T = s_2$  trong khi bên thu khôi phục ra tín hiệu  $s_1$ . Thực tế, mô hình tín hiệu nhận như sau

$$\rho_1 = A + n_1 \tag{7.30}$$

Thay (7.30) vào (7.29), chúng ta tính được xác suất lỗi ký hiệu khi  $s_T = s_2$  và

## CHƯƠNG 7. HIỆU NĂNG BỘ THU

$s_R = s_1$  như sau

$$\begin{aligned}
 \Pr_s(e|s_T = s_2) &= \Pr(-A + n_1 < 0) \\
 &= \Pr(n_1 > A) \\
 &= \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{A}{\sqrt{N_0}}\right)
 \end{aligned} \tag{7.31}$$

Kết hợp (7.28) và (7.31), chúng ta có  $\Pr_s(e|s_T = s_1) = \Pr_s(e|s_T = s_2)$ . Thay kết quả đạt được vào (7.24), xác suất lỗi ký hiệu được tính như sau

$$\begin{aligned}
 \Pr_s(e) &= \Pr_s(e|s_T = s_1) \\
 &= \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{A}{\sqrt{N_0}}\right).
 \end{aligned} \tag{7.32}$$

Nếu đặt khoảng cách giữa hai tín hiệu  $s_1$  và  $s_2$  là  $d$ , chúng ta có  $d = 2A$ . Do đó xác suất lỗi ký hiệu biểu diễn theo khoảng cách giữa hai tín hiệu như sau

$$\Pr_s(e) = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{d}{2\sqrt{N_0}}\right). \tag{7.33}$$

Do năng lượng của tín hiệu  $s_1$  và  $s_2$  được tính bằng bình phương biên độ của nó (giả định thời gian truyền 1 tín hiệu là một giây), chúng ta có  $E_{s_1} = E_{s_2} = A^2$ . Năng lượng trung bình của mỗi tín hiệu được tính như sau

$$\begin{aligned}
 E_s &= \frac{E_{s_1} + E_{s_2}}{2} \\
 &= A^2.
 \end{aligned} \tag{7.34}$$

Bởi vì  $m = 2$ , số bit mỗi ký hiệu là  $k = \log_2 m = 1$ . Năng lượng mỗi bit được tính như sau

$$\begin{aligned}
 E_b &= \frac{E_s}{k} \\
 &= E_s \\
 &= A^2.
 \end{aligned} \tag{7.35}$$

Xác suất lỗi ký hiệu được biểu diễn thông qua tỉ số  $E_b/N_0$  như sau

$$\Pr_s(e) = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right). \tag{7.36}$$

Ngoài ra, với không gian tín hiệu này ta cũng có thể thiết lập phương án gán nhãn

nhi phân như sau

$$\begin{aligned} e : H_1 &\leftrightarrow M \\ v_1 = (0) &\leftrightarrow s_1 \\ v_2 = (1) &\leftrightarrow s_2 \end{aligned} \tag{7.37}$$

và trong phương thức này, nếu tín hiệu sai thì dữ liệu nhị phân cũng chắc chắn sai theo. Do đó

$$\begin{aligned} \Pr_b(e) &= \Pr_s(e) \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right). \end{aligned} \tag{7.38}$$

Công thức này cho thấy xác suất lỗi phụ thuộc vào giá trị  $E_b/N_0$ ; cụ thể, khi  $E_b/N_0$  tăng, hàm  $\operatorname{erfc}(x)$  suy giảm nhanh chóng theo hàm mũ, kéo theo sự suy giảm đáng kể của xác suất lỗi bit. Hàm  $\operatorname{erfc}(x)$  có dạng suy giảm đơn điệu và nhanh về 0 khi tham số đầu vào lớn, điều này phản ánh hiệu quả của việc tăng cường năng lượng tín hiệu hoặc giảm nhiễu lên chất lượng truyền dẫn. Biểu thức này có ưu điểm là đơn giản và thuận tiện trong phân tích lý thuyết, giúp đánh giá hiệu năng và hỗ trợ thiết kế hệ thống truyền thông số.

## 7.6 Phân tích xác suất lỗi cho các tín hiệu đối cực nhị phân

Xem xét hệ thống truyền thông sử dụng tín hiệu đối cực nhị phân (binary antipodal signals) ở phía phát với  $s \in \overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = -\sqrt{E_b}, s_2 = +\sqrt{E_b}\}$ . Quá trình gán nhãn nhị phân được thực hiện như sau

$$\begin{aligned} e : H_1 &\leftrightarrow \overline{\mathcal{M}} \\ v_1 = (0) &\leftrightarrow s_1 \\ v_2 = (1) &\leftrightarrow s_2. \end{aligned} \tag{7.39}$$

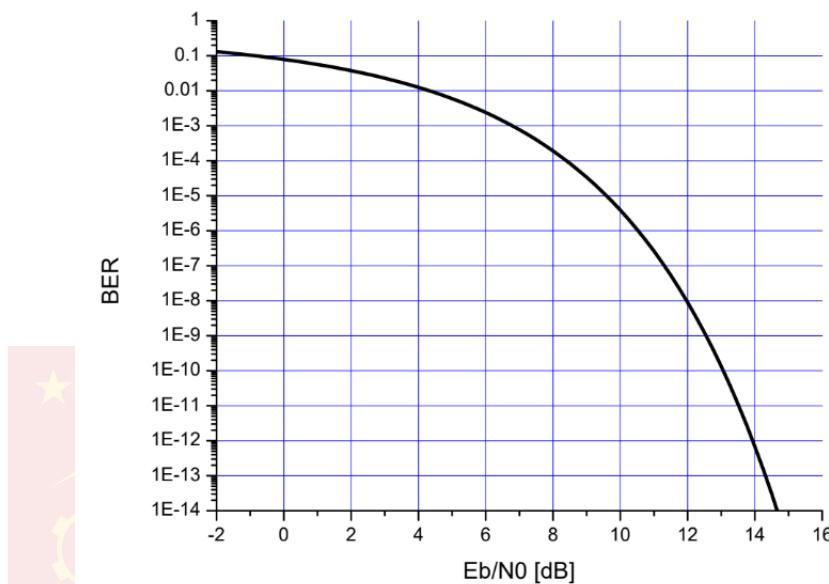
Tín hiệu tại đầu thu  $r = s + n$  với  $n \sim \mathcal{N}(0, N_0/2)$ . Xác suất lỗi bit của hệ thống được xác định như sau

$$\Pr_b(e) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right), \tag{7.40}$$

với xác suất lỗi bit (BER) được minh họa trong Hình 7.8. Biểu đồ trên thể hiện mối quan hệ giữa xác suất lỗi bit (BER) và tỷ số năng lượng trên nhiễu  $E_b/N_0$  trong hệ thống truyền thông số. Trục hoành biểu diễn  $E_b/N_0$  theo đơn vị [dB], trong khi trục tung biểu diễn BER trên thang logarit. Đường cong cho thấy khi  $E_b/N_0$  tăng, BER giảm theo hàm mũ. Ở mức  $E_b/N_0$  thấp, BER rất cao, cho thấy hệ thống dễ

## CHƯƠNG 7. HIỆU NĂNG BỘ THU

xảy ra hiện tượng khôi phục sai tín hiệu. Khi  $E_b/N_0$  vượt ngưỡng khoảng 10 – 11 [dB], BER giảm xuống dưới  $10^{-6}$ , phù hợp hơn cho các ứng dụng thực tế. Biểu đồ BER này thường được sử dụng để đánh giá hiệu năng của các phương pháp điều chế trong môi trường nhiễu AWGN. Dữ liệu cho thấy hệ thống hoạt động hiệu quả hơn khi tăng cường chất lượng tín hiệu so với nhiễu. Vùng  $E_b/N_0$  cao cho BER gần như bằng không, thể hiện truyền dữ liệu gần như không lỗi. Đây là tiêu chí quan trọng để thiết kế và tối ưu hóa hệ thống truyền thông không dây. Tổng thể, biểu đồ khẳng định rằng cải thiện tỉ số  $E_b/N_0$  giúp nâng cao độ tin cậy của hệ thống.



**Hình 7.8:** Đồ thị BER phụ thuộc vào tỉ số năng lượng bit trên nhiễu  $E_b/N_0$

### 7.7 Tổng kết chương

Trong chương này, chúng ta đã nghiên cứu các khái niệm và phương pháp tính toán xác suất lỗi trong hệ thống truyền thông số. Các nội dung chính bao gồm:

- Xác suất lỗi ký hiệu (SER) và xác suất lỗi bit (BER) là hai chỉ tiêu quan trọng để đánh giá chất lượng hệ thống.
- Hàm  $\text{erfc}(x)$  đóng vai trò then chốt trong việc biểu diễn xác suất lỗi cho tín hiệu Gaussian, đặc biệt trong kênh AWGN.
- Quy trình tính SER/BER cho trường hợp điều chế nhị phân đối cực, bao gồm việc xác định vùng quyết định, mô hình hóa tín hiệu nhận và áp dụng tích phân Gaussian.
- Mối quan hệ giữa BER và  $E_b/N_0$  cho thấy khi tỉ số này tăng, BER giảm nhanh theo hàm mũ, từ đó cải thiện đáng kể độ tin cậy của hệ thống.
- Các kết quả và đồ thị minh họa cho phép dự đoán và so sánh hiệu năng của

các sơ đồ điều chế trong môi trường nhiễu.

Kiến thức của chương là nền tảng để phân tích và tối ưu hóa các hệ thống truyền thông trong thực tế, đồng thời hỗ trợ trong việc lựa chọn kỹ thuật điều chế và cấu hình hệ thống phù hợp với yêu cầu về hiệu năng và chất lượng dịch vụ.

### 7.8 Bài tập

**Bài tập 7.1.** Tại sao trong tính toán xác suất lỗi của hệ thống truyền thông với kênh AWGN chúng ta không quan tâm giá trị của hàm  $\text{erfc}(x)$  với miền xác định  $x \in (-\infty, 0)$ ?

**Bài tập 7.2.** Một không gian tín hiệu gồm bốn tín hiệu  $\bar{\mathcal{M}} = \{s_1 = -3A, s_2 = -s_3 = +A, s_4 = +3A\}$ . Hệ thống truyền thông  $r = s + n$  với  $s \in \bar{\mathcal{M}}$  và  $n \sim \mathcal{N}(0, N_0/2)$ . Định nghĩa vùng Voronoi và xây dựng công thức tính xác suất lỗi ký hiệu SER của hệ thống.

**Bài tập 7.3.** Cho chùm tín hiệu gồm 02 tín hiệu trực giao  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  được định nghĩa như sau

$$\mathcal{M} = \left\{ s_1(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos(2\pi f_1 t) \right\}, \quad (7.41)$$

với ràng buộc  $f_2 - f_1 = \frac{1}{T}$  để đảm bảo tính trực giao của hai tín hiệu. Giải quyết các vấn đề sau đây:

1. Tính năng lượng của hai tín hiệu trong một chu kỳ.
2. Xây dựng cơ sở trực chuẩn và định nghĩa không gian tín hiệu.
3. Rời rạc hóa hai tín hiệu  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  dạng véc-tơ.
4. Cho hệ thống  $r = s + n$  với  $s$  là tín hiệu trực giao dạng rời rạc và  $n \sim \mathcal{N}(0, N_0/2)$ . Tính xác suất lỗi của hệ thống.

**Bài tập 7.4.** Chứng minh rằng với phân phối Gaussian chuẩn  $n \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ , xác suất  $\Pr(n > x)$  có thể viết dưới dạng hàm  $\text{erfc}(x)$  như đã trình bày trong chương, và giải thích ý nghĩa vật lý của kết quả này trong bối cảnh kênh AWGN.

**Bài tập 7.5.** Một hệ thống điều chế nhị phân đối cực có BER được cho bởi công thức:

$$\Pr_b(e) = \frac{1}{2} \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right). \quad (7.42)$$

Tính giá trị  $E_b/N_0$  (theo đơn vị dB) cần thiết để đạt  $\text{BER} = 10^{-5}$ . So sánh kết quả này với trường hợp yêu cầu  $\text{BER} = 10^{-3}$  và nhận xét.

**Bài tập 7.6.** Viết chương trình Matlab hoặc Python để vẽ đường cong BER lý thuyết của hệ thống BPSK trong kênh AWGN và so sánh với kết quả BER thu được

## CHƯƠNG 7. HIỆU NĂNG BỘ THU

từ mô phỏng Monte Carlo. Chú ý:

- Trục hoành:  $E_b/N_0$  từ 0 đến 12 [dB].
- Trục tung: BER trên thang logarit.
- Nhận xét sự khớp giữa kết quả mô phỏng và công thức lý thuyết.

**Bài tập 7.7.** Giả sử một hệ thống truyền thông số sử dụng điều chế 4-PAM với các mức tín hiệu  $\{-3A, -A, +A, +3A\}$  qua kênh AWGN.

1. Xác định khoảng cách tối thiểu  $d_{min}$  giữa các tín hiệu.
2. Viết công thức tính SER của hệ thống theo  $E_b/N_0$  và  $\text{erfc}(\cdot)$ .
3. Nếu sử dụng ánh xạ Gray, tính BER xấp xỉ từ SER.



## CHƯƠNG 8. MẬT ĐỘ PHỔ CÔNG SUẤT CỦA TÍN HIỆU

---

<b>8.1 So sánh tỉ lệ lỗi bit của các chùm tín hiệu</b> . . . . .	<b>104</b>
<b>8.2 Xác suất lỗi tiệm cận</b> . . . . .	<b>107</b>
<b>8.3 Gán nhãn Gray</b> . . . . .	<b>109</b>
<b>8.4 Mật độ phổ công suất của tín hiệu</b> . . . . .	<b>110</b>
<b>8.5 Mật độ phổ công suất của tín hiệu đối cực</b> . . . . .	<b>111</b>
<b>8.6 Trường hợp đặc biệt của tín hiệu đối cực</b> . . . . .	<b>113</b>
<b>8.7 Hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian</b> . . . . .	<b>115</b>
<b>8.8 Ví dụ hệ thống điều chế thông dải</b> . . . . .	<b>116</b>
<b>8.9 Ví dụ mật độ phổ công suất của tín hiệu tắt dần trong miền thời gian</b> . . . . .	<b>118</b>
<b>8.10 Tổng kết chương</b> . . . . .	<b>119</b>
<b>8.11 Bài tập</b> . . . . .	<b>120</b>

---

Chương này trình bày các khái niệm và công cụ quan trọng để phân tích phổ tần và xác suất lỗi trong hệ thống truyền thông số. Trước hết, chúng ta nghiên cứu cách biểu diễn tín hiệu trong miền tần số thông qua mật độ phổ công suất (PSD) và mối quan hệ giữa PSD với hàm tự tương quan của tín hiệu. Tiếp theo, chương giới thiệu các trường hợp đặc biệt của tín hiệu đối cực, hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian (LTI) và tác động của đáp ứng tần số kênh truyền lên dạng phổ tín hiệu. Ngoài ra, các ví dụ thực tế về tín hiệu thông dải, tín hiệu tắt dần theo thời gian và bộ lọc thông thấp lý tưởng được trình bày nhằm giúp người học hình dung trực quan hơn. Cuối cùng, chương phân tích công thức xác suất lỗi ký hiệu (SER) và xác suất lỗi bit (BER) ở miền tiệm cận, cùng với khái niệm gán nhãn Gray để tối ưu hiệu năng ở SNR cao.

### 8.1 So sánh tỉ lệ lỗi bit của các chùm tín hiệu

Với không gian tín hiệu nhị phân đối cực  $\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = -\sqrt{E_b}, s_1 = +\sqrt{E_b}\}$  dưới tác động của kênh nhiễu AWGN  $n \sim \mathcal{N}(0, N_0/2)$ , chúng ta có tỉ lệ lỗi bit

$$\Pr_b(e)|_{\text{antipodal}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right). \quad (8.1)$$

## CHƯƠNG 8. MẬT ĐỘ PHỐ CÔNG SUẤT CỦA TÍN HIỆU

Bây giờ chúng ta xem xét thêm về chùm tín hiệu trực giao với hai tín hiệu  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  như sau

$$\mathcal{M} = \left\{ s_1(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T}} \cos(2\pi f_1 t) \right\}, \quad (8.2)$$

điều kiện  $|f_1 - f_0| = \frac{1}{T}$  đảm bảo tính trực giao của 02 tín hiệu. Chùm tín hiệu ở dạng rời rạc được định nghĩa như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{\mathbf{s}_1 = (\sqrt{E_b}, 0), \mathbf{s}_2 = (0, \sqrt{E_b})\} \quad (8.3)$$

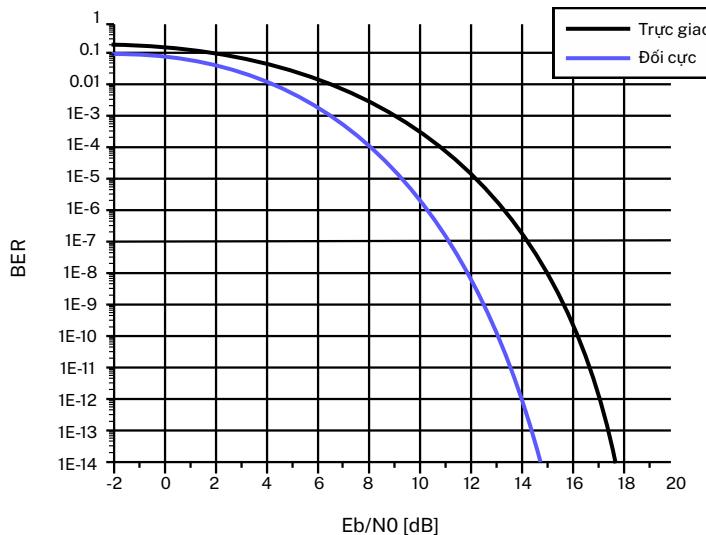
sau đó sử dụng hệ thống truyền thông với tín hiệu nhận  $\mathbf{r} = \mathbf{s} + \mathbf{n}$  có các phần tử nhiễu tuân theo phân phối Gaussian  $\mathcal{N}(0, N_0/2)$  ta có công thức tính xác suất lỗi bit của hệ thống như sau

$$\Pr_b(e)|_{\text{orthogonal}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right). \quad (8.4)$$

Kết quả tỉ lệ lỗi bit trong (8.1) và (8.4) được minh họa ở Hình 8.1. Chúng ta quan sát thấy tín hiệu nhị phân đối cực có hiệu năng tốt hơn tín hiệu trực giao. Cụ thể, nếu chúng ta cố định giá trị BER, hệ thống với chùm tín hiệu đối cực sẽ yêu cầu  $\frac{E_b}{N_0}$  thấp hơn. Xem xét tỉ lệ  $\frac{E_b}{N_0} = 12$  dB, chùm tín hiệu nhị phân đối cực đạt được xác suất lỗi bit  $\Pr_b(e) = 10^{-8}$ . Trong khi, chùm tín hiệu trực giao có xác suất lỗi bit  $\Pr_b(e) = 5 \times 10^{-5}$ . Chúng ta lưu ý rằng giá trị xác suất cao hơn đồng nghĩa với việc hệ thống có hiệu năng kém hơn vì gây ra nhiều lỗi khôi phục tín hiệu hơn. Ngược lại, nếu cố định tỉ số  $E_b/N_0$ , hệ thống sử dụng chùm tín hiệu nhị phân đối cực sẽ có BER nhỏ hơn hệ thống với chùm tín hiệu trực giao. Để đạt được  $\Pr_b(e) = 10^{-6}$ , hệ thống với chùm tín hiệu nhị phân đối cực yêu cầu tỉ lệ năng lượng tín hiệu trên nhiễu  $E_b/N_0 = 10.6$  [dB]. Trong khi đó, hệ thống với chùm tín hiệu trực giao phải yêu cầu tỉ lệ này lên tới  $E_b/N_0 = 13.6$  [dB]. Điều này có nghĩa sử dụng tín hiệu nhị phân đối cực có lợi khoảng 3 [dB] so với tín hiệu trực giao. Bây giờ, chúng ta xem xét đường truyền thông có công suất tín hiệu nhận  $P_R$  được biểu diễn như sau

$$P_R = P_T \frac{G_T G_R}{\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2}, \quad (8.5)$$

trong đó  $P_T$  là công suất truyền tín hiệu của bên phát;  $G_T$  và  $G_R$  tương ứng là hệ số tăng ích ăng-ten phát và ăng-ten thu;  $d$  là khoảng cách từ bên phát đến bên thu; và  $\lambda$  là bước sóng của sóng mang tín hiệu. Công thức (8.5) biểu thị mối quan hệ giữa công suất tín hiệu nhận và công suất tín hiệu phát trong môi trường suy hao không



**Hình 8.1:** Đồ thị BER phụ thuộc vào hiệu suất tín hiệu của tín hiệu đối cực và tín hiệu trực giao

gian tự do. Một hệ thống sử dụng tín hiệu nhị phân đối cực có  $\Pr_b(e) = 10^{-6}$  với công suất tín hiệu nhận được chỉ cần bằng một nửa công suất của hệ thống sử dụng tín hiệu trực giao. Bên cạnh đó, nếu cùng công suất truyền và xác suất lỗi bit, ta có

$$\frac{P_R|_{\text{orthogonal}}}{P_R|_{\text{antipodal}}} = \frac{d_{\text{antipodal}}^2}{d_{\text{orthogonal}}^2} = \frac{1}{2}. \quad (8.6)$$

Do đó, cùng công suất truyền, khoảng cách truyền của hệ thống sử dụng tín hiệu nhị phân đối cực sẽ lớn hơn hệ thống sử dụng tín hiệu trực giao  $\sqrt{2}$  lần. Ngược lại, trong cùng một khoảng cách truyền, giảm đi  $\frac{1}{2}$  công suất truyền nếu sử dụng tín hiệu nhị phân đối cực (hoặc lợi hơn do sử dụng ăng-ten truyền nhỏ hơn). Tóm lại hệ thống dùng tín hiệu đối cực có BER thấp hơn tại cùng mức năng lượng so với tín hiệu trực giao, mang lại hiệu quả năng lượng. Tuy nhiên, tín hiệu trực giao lại có ưu điểm trong các hệ thống không đồng bộ hoặc môi trường fading do tính chất dễ tách biệt trong không gian tín hiệu. Vì vậy, lựa chọn giữa hai loại tín hiệu phụ thuộc vào yêu cầu cân bằng giữa hiệu suất năng lượng và khả năng chống nhiễu của hệ thống.

Trong trường hợp tổng quát, với hai chùm tín hiệu  $\mathcal{M}_1$  và  $\mathcal{M}_2$  có xác suất lỗi bit tương ứng như sau

$$\Pr_b(e)|_1 \approx \operatorname{erfc} \left( \sqrt{y_1 \frac{E_b}{N_0}} \right), \quad (8.7)$$

$$\Pr_b(e)|_2 \approx \operatorname{erfc} \left( \sqrt{y_2 \frac{E_b}{N_0}} \right), \quad (8.8)$$

## CHƯƠNG 8. MẬT ĐỘ PHỐ CÔNG SUẤT CỦA TÍN HIỆU

với  $y_1$  và  $y_2$  là hai hệ số điều khiển. Nếu  $y_1 > y_2$ , hệ thống sử dụng chùm tín hiệu  $\mathcal{M}_1$  có hiệu năng tốt hơn (BER thấp hơn) hệ thống sử dụng chùm tín hiệu  $\mathcal{M}_2$  do đặc tính đơn điệu giảm của hàm  $\text{erfc}(x)$ .

### 8.2 Xác suất lỗi tiệm cận

Một trường hợp cần quan tâm trong thiết kế hệ thống đó chính là giả thiết tiệm cận ( $E_b/N_0 \rightarrow \infty$ ). Điều này có thể đạt được khi năng lượng bit lớn hơn rất nhiều mật độ năng lượng của nhiễu  $E_b \gg N_0$ . Khi có lỗi khôi phục tín hiệu xảy ra ở phía thu, gần như chỉ có thể xảy ra ở vùng Voronoi lân cận ứng với các tín hiệu có khoảng cách nhỏ nhất. Chúng ta có thể chứng minh rằng xác suất lỗi ký hiệu trong trường hợp tiệm cận được tính xấp xỉ như sau

$$\Pr_s(e) \approx \frac{1}{2} A_{\min} \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{d_{\min}^2}{4N_0}} \right), \quad (8.9)$$

với khoảng cách  $d_{\min}$  là khoảng cách giữa các tín hiệu lân cận đến  $s_1$  là nhỏ nhất được định nghĩa như sau

$$d_{\min} = \min_{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_j \in \mathcal{M}, \mathbf{s}_1 \neq \mathbf{s}_j} d_E(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_j). \quad (8.10)$$

Ở đây  $d_E = \|\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_1\| = \sqrt{(\mathbf{s}_j[1] - \mathbf{s}_1[1])^2 + \dots + (\mathbf{s}_j[d] - \mathbf{s}_1[d])^2}$ . Công thức (8.10) giả sử vai trò của các tín hiệu là như nhau, do đó chúng ta có thể lấy  $s_1$  là tín hiệu tham chiếu để tính toán xác suất lỗi xấp xỉ ở miền tiệm cận. Trong công thức (8.9),  $A_{\min}$  là tổng số tín hiệu láng giềng có khoảng cách bé nhất với tham chiếu là  $s_1$   $d_E(\mathbf{s}_j, \mathbf{s}_1) = d_{\min}$ . Tương tự, chúng ta có công thức xấp xỉ với tỉ lệ lỗi bit (BER) như sau

$$\Pr_b(e) \approx \frac{1}{2} \frac{w_{\min}}{k} \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{d_{\min}^2}{4N_0}} \right) \quad (8.11)$$

trong đó  $k = \log_2 m$  và  $w_{\min}$  là tổng khoảng cách Hamming của các tín hiệu láng giềng ứng với  $d_{\min}$ . Cụ thể  $w_{\min}$  được định nghĩa như sau

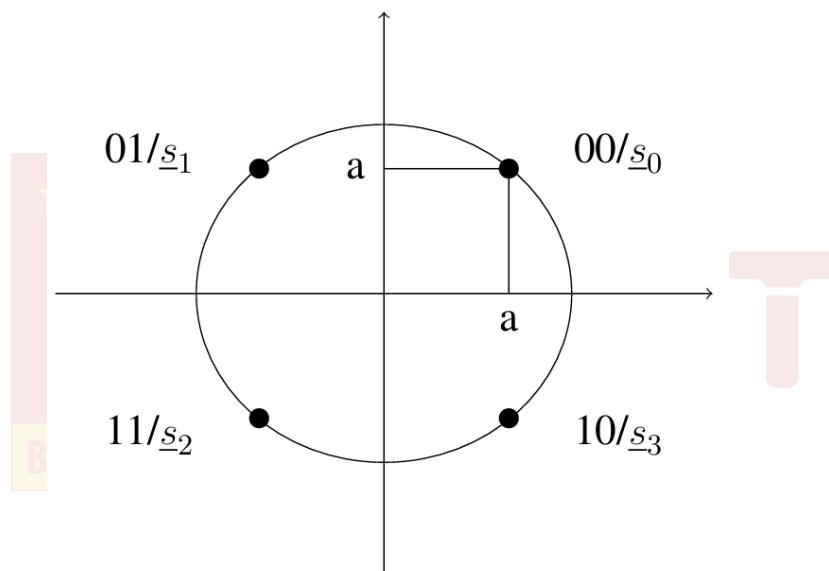
$$w_{\min} = \sum_{\mathbf{s}_j: d_E(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_j) = d_{\min}} d_H(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_j), \quad (8.12)$$

trong đó  $\mathbf{v}_1$  và  $\mathbf{v}_j$  là các chuỗi nhị phân tương ứng với tín hiệu  $s_1$  và  $s_j$  thông qua gán nhãn nhị phân;  $d_H(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_j)$  là khoảng cách Hamming của hai véc-tơ  $\mathbf{v}_1$  và  $\mathbf{v}_j$ . Các công thức tỷ lệ lỗi xấp xỉ trong (8.9) và (8.11) là giới hạn trên (hiểu theo nghĩa chất lượng tín hiệu tốt hơn rất nhiều nhiễu) và có thể được xem là giá trị xấp xỉ của các xác suất thực trong trường hợp SNR cao.

**Ví dụ 8.1.** Xem xét tín hiệu 4-PSK có chòm sao điều chế với quá trình gán nhãn nhị phân như sau

$$\begin{aligned}
 e : \mathbb{H}_2 &\leftrightarrow \overline{\mathcal{M}} \\
 \mathbf{v}_0 = (00) &\leftrightarrow \mathbf{s}_0 \\
 \mathbf{v}_1 = (01) &\leftrightarrow \mathbf{s}_1 \\
 \mathbf{v}_2 = (11) &\leftrightarrow \mathbf{s}_2 \\
 \mathbf{v}_3 = (10) &\leftrightarrow \mathbf{s}_3
 \end{aligned} \tag{8.13}$$

Các tín hiệu  $\mathbf{s}_0 = (a, a)$ ,  $\mathbf{s}_1 = (-a, a)$ ,  $\mathbf{s}_2 = (-a, -a)$ ,  $\mathbf{s}_3 = (a, -a)$  và quá trình gán nhãn nhị phân được minh họa ở Hình 8.2.



Hình 8.2: Gray labelling 4-PSK

Chúng ta có tín hiệu  $s_0$  và  $s_2$  là hàng xóm của tín hiệu  $s_1$  với khoảng cách tối thiểu  $d_{\min}$  được tính như sau

$$d_{\min} = \|\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_0\| = \|\mathbf{s}_2 - \mathbf{s}_0\| = 2a. \tag{8.14}$$

Bởi vì 2 tín hiệu cho khoảng cách  $d_{\min}$  nên chúng ta có  $A_{\min} = 2$ . Tín hiệu  $s_2$  và  $s_0$  có khoảng cách Hamming  $d_H(\mathbf{v}_2, \mathbf{v}_1) = d_H(\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1) = 1$ , do đó  $w_{\min}$  được tính

$$w_{\min} = d_H(\mathbf{v}_2, \mathbf{v}_1) + d_H(\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1) = 2. \tag{8.15}$$

Sử dụng các kết quả  $d_{\min}$ ,  $A_{\min}$ , và  $w_{\min}$ , chúng ta có xác suất lỗi ký hiệu (SER) và

## CHƯƠNG 8. MẬT ĐỘ PHỐ CÔNG SUẤT CỦA TÍN HIỆU

xác suất lỗi bit được tính như sau

$$\Pr_s(e) \approx \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{d_{\min}^2}{4N_0}} \right) = \operatorname{erfc} \left( \frac{a}{\sqrt{N_0}} \right), \quad (8.16)$$

$$\Pr_b(e) \approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{d_{\min}^2}{4N_0}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{a}{\sqrt{N_0}} \right). \quad (8.17)$$

Với  $a = \sqrt{E_b}$  và  $E_b$  là năng lượng của mỗi bit nhị phân, chúng ta có công thức xấp xỉ SER và BER như sau

$$\Pr_s(e) \approx \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right), \quad (8.18)$$

$$\Pr_b(e) \approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right). \quad (8.19)$$

Tại miền tiệm cận  $E_b/N_0 \rightarrow \infty$ ,  $\Pr_s(e) = 2\Pr_b(e)$ . Do đó, các công thức xấp xỉ tiệm cận có thể cho chúng ta quan sát rõ hơn về hiệu năng của hệ thống.

### 8.3 Gán nhãn Gray

Bởi vì khoảng cách Hamming  $d_H(\mathbf{v}_j, \mathbf{v}_1) \geq 1, \forall j$ , do đó chúng ta có

$$A_{\min} \leq w_{\min}, \quad (8.20)$$

dấu bằng xảy ra cũng là trường hợp tối ưu  $A_{\min} = w_{\min}$  khi  $d_H(\mathbf{v}_j, \mathbf{v}_1) = 1$  với các tín hiệu lân cận cho khoảng cách  $d_{\min}$ . Quá trình gán nhãn nhị phân đảm bảo yêu cầu này gọi là gán nhãn Gray (gray labelling) hoặc mã hóa Gray (Gray coding).

**Định nghĩa 8.1.** Cho tín hiệu  $s_i$  liên kết với vec-tơ nhị phân  $\mathbf{v}_i$  qua ánh xạ ngược  $\mathbf{v}_i = e^{-1}(s_i)$ . Tất cả các tín hiệu liền kề của  $s_i$  (có  $d_{\min}$  nhỏ nhất với  $s_i$ ) được gán nhãn từ các vec-tơ nhị phân có khoảng cách Hamming  $d_H(\mathbf{v}_j, \mathbf{v}_i) = 1$ . Theo phương pháp gán nhãn Gray, tỷ lệ lỗi ký tự (SER) và lỗi bit (BER) được tối thiểu hóa tại miền tiệm cận khi  $E_b/N_0 \rightarrow \infty$ .

Gán nhãn Gray là một phương pháp ánh xạ các điểm trong chòm sao tín hiệu sang chuỗi nhị phân sao cho hai điểm lân cận chỉ khác nhau đúng một bit. Kỹ thuật này đặc biệt quan trọng trong truyền thông số vì giúp giảm xác suất lỗi bit (BER) khi xảy ra nhầm lẫn giữa các ký hiệu gần nhau trong không gian tín hiệu. Thay vì sử dụng mã nhị phân thông thường, vốn có thể dẫn đến sự khác biệt nhiều bit giữa các điểm lân cận, gán nhãn Gray đảm bảo rằng lỗi ký hiệu chỉ gây ra tối đa một lỗi bit. Ưu điểm này trở nên đặc biệt hữu ích trong các hệ thống có nhiễu Gaussian, nơi sai số chủ yếu đến từ các điểm gần nhau. Nhờ đó, gán nhãn Gray giúp cải thiện

## CHƯƠNG 8. MẬT ĐỘ PHỔ CÔNG SUẤT CỦA TÍN HIỆU

đáng kể hiệu suất hệ thống. Phương pháp này được ứng dụng rộng rãi trong các tiêu chuẩn truyền thông hiện đại như Wi-Fi, LTE, và 5G. Tóm lại, gán nhãn Gray là một chiến lược đơn giản nhưng hiệu quả nhằm tối ưu hóa khả năng chống lỗi của các hệ thống truyền thông số. Ví dụ về gán nhãn Gray cho 4-PSK được minh họa ở Hình 8.2.

### 8.4 Mật độ phổ công suất của tín hiệu

Chúng ta mong muốn nghiên cứu các đặc tính trong miền tần số của tín hiệu truyền  $s(t)$  thông qua hàm mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  và định nghĩa bằng thông phù hợp của tín hiệu. Mật độ phổ công suất (power spectrum density-PSD) của một tín hiệu  $s(t)$  biểu thị phân bố năng lượng trung bình của tín hiệu trong miền tần số. Về mặt toán học,  $G_s(f)$  được tính như sau

$$\begin{aligned} G_s(f) &= \mathcal{F}\{R_s(\tau)\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} R_s(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (8.21)$$

trong đó  $\mathcal{F}\{\cdot\}$  là phép biến đổi Fourier;  $R_s(\tau) = \mathbb{E}\{s(t)s(t+\tau)\}$  là hàm tự tương quan. Công thức (8.21) chỉ ra rằng mật độ phổ công suất của tín hiệu là biến đổi Fourier hàm tự tương quan của tín hiệu đó. Công suất của tín hiệu trong miền tần số được tính như sau

$$P_s = \int_{-\infty}^{\infty} G_s(f) df. \quad (8.22)$$

Bên cạnh đó, dựa vào hàm mật độ phổ công suất, chúng ta có định nghĩa bằng thông của tín hiệu  $s(t)$  như sau.

**Định nghĩa 8.2.** Bằng thông của tín hiệu  $s(t)$  là khoảng tần số chứa phần lớn giá trị của hàm mật độ phổ công suất  $G_s(f)$ .

**Ví dụ 8.2.** Cho tín hiệu  $s(t)$  theo phân phối Gaussian  $s(t) \sim (0, \sigma^2)$ . Hàm tự tương quan của nhiễu Gaussian như sau

$$R_s(\tau) = \sigma^2 \delta(\tau), \quad (8.23)$$

nghĩa là các giá trị tại hai thời điểm khác nhau là không tương quan (độc lập). Hàm mật độ phổ công suất của tín hiệu Gaussian được tính như sau

$$\begin{aligned} G_s(f) &= \mathcal{F}\{R_s(\tau)\} \\ &= \sigma^2, \end{aligned} \quad (8.24)$$

tức là phổ phẳng hoàn toàn, có cùng công suất ở mọi tần số. Dựa vào Định nghĩa 8.2, bằng thông của nhiễu trắng là vô hạn.

## CHƯƠNG 8. MẬT ĐỘ PHỔ CÔNG SUẤT CỦA TÍN HIỆU

### 8.5 Mật độ phổ công suất của tín hiệu đối cực

Xem xét chùm tín hiệu lưỡng cực  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +AP_T(t), s_2(t) = -AP_T(t)\}$ . Đây là không gian tín hiệu một chiều ( $d = 1$ ), với cơ sở véc-tơ trực chuẩn

$$\mathcal{B} = \left\{ b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}P_T(t) \right\}. \quad (8.25)$$

Do vậy, các tín hiệu trong chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$  có thể biểu diễn dạng vec-tơ rời rạc như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = +\alpha, s_2 = -\alpha\}, \quad (8.26)$$

với  $\alpha = A\sqrt{T}$ . Vậy giờ chúng ta có thể biểu diễn dạng sóng truyền của tín hiệu lưỡng cực. Trong chu kỳ đầu tiên  $[0, T]$ , phía phát gửi một trong hai tín hiệu sau

$$s_1(t) = +\alpha b_1(t) \text{ hoặc } s_2(t) = -\alpha b_1(t). \quad (8.27)$$

Tương tự, trong chu kỳ bất kỳ  $[nT, (n+1)T]$ , phía phát sẽ truyền đi một trong hai tín hiệu sau

$$s_1(t - nT) = (+\alpha)b_1(t - nT) \text{ hoặc } s_2(t - nT) = (-\alpha)b_1(t - nT). \quad (8.28)$$

Tổng hợp (8.27) và (8.28), chúng ta có thể biểu diễn dạng công thức toán học của dạng sóng của tín hiệu truyền đi theo thời gian như sau

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a[n]p(t - nT), \quad (8.29)$$

với  $a[n] \in \{+\alpha, -\alpha\}$  và  $p(t) = b_1(t)$ . Trường hợp tổng quát hơn với chùm tín hiệu đối cực (antipodal signal) một chiều bao gồm  $m$  tín hiệu như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = \alpha_1, s_2 = \alpha_2, \dots, s_m = \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}. \quad (8.30)$$

với tín hiệu trực chuẩn  $b_1(t)$  định nghĩa trong (8.25), dạng sóng truyền theo thời gian vẫn sẽ có như (8.29) với  $p(t) = b_1(t)$  và  $a[n] \in \{\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_m\}$ . Lưu ý rằng, chuỗi  $a[n]$  bao gồm các biến ngẫu nhiên có tính dừng (stationary). Các kí hiệu độc lập thống kê và có phân bố đều (uniform distribution) với xác suất

$$\Pr(a[n] = \alpha_i) = \frac{1}{m}, \quad (8.31)$$

## CHƯƠNG 8. MẬT ĐỘ PHỔ CÔNG SUẤT CỦA TÍN HIỆU

với  $m$  là tổng số tín hiệu trong chùm tín hiệu. Giá trị trung bình  $\mu_a$  và phương sai  $\sigma_a^2$  của mỗi tín hiệu được tính như sau

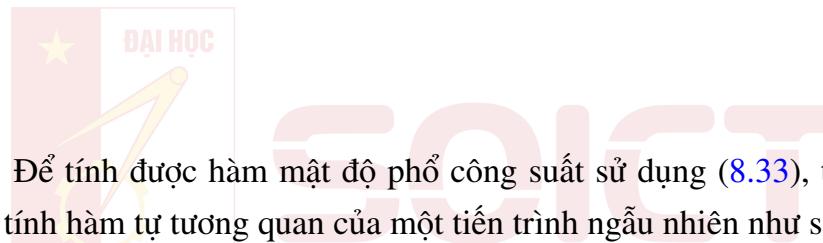
$$\mu_a = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \alpha_i, \quad \sigma_a^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\alpha_i - \mu_a)^2. \quad (8.32)$$

Từ kết quả đạt được về mặt thống kê, chúng ta có thể tính được mật độ phổ công suất của tín hiệu trong điều chế một chiều nhiều mức như sau.

**Định lý 8.1.** Xem xét tiến trình ngẫu nhiên  $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a[n]p(t - nT))$  với  $a[n]$  là một chuỗi có tính chất dừng của biến ngẫu nhiên có  $M_a(i) = \mathbb{E}\{a[n]a[n+i]\}$  và  $p(t)$  là tín hiệu thực với giá trị sau biến đổi Fourier là  $P(f)$ . Hàm mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  của tín hiệu  $s(t)$  được tính như sau

$$G_s(f) = S_a(f) \frac{|P(f)|^2}{T}, \quad (8.33)$$

với  $S_a(f) = \sum_i M_a(i) \exp(-j2\pi f\tau)$ .



*Chứng minh.* Để tính được hàm mật độ phổ công suất sử dụng (8.33), trước tiên chúng ta cần tính hàm tự tương quan của một tiến trình ngẫu nhiên như sau

$$R_s(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T M_{ss}(t + \tau, t) dt \quad (8.34)$$

với  $M_{ss}(t + \tau, t) = \mathbb{E}\{s(t + \tau)s(t)\}$ . Sử dụng định nghĩa  $s(t)$ ,  $M_{ss}(t + \tau, t)$  được tính như sau

$$\begin{aligned} M_{ss}(t + \tau, t) &= \mathbb{E} \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} a[m]p(t + \tau - mT) \sum_{n=-\infty}^{\infty} a[n]p(t - nT) \right\} \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbb{E}\{a[m]a[n]\}p(t + \tau - mT)p(t - nT) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M_a(m - n)p(t + \tau - mT)p(t - nT), \end{aligned} \quad (8.35)$$

nhờ vào tính cho trước (deterministic) của  $p(t)$  để đưa kỳ vọng vào bên trong của tổng. Đặt  $i = m - n$ , chúng ta có  $m = n + i$  và (8.35) tương đương với

$$M_{ss}(t + \tau, t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M_a(i)p(t + \tau - nT - iT)p(t - nT). \quad (8.36)$$

## CHƯƠNG 8. MẬT ĐỘ PHỔ CÔNG SUẤT CỦA TÍN HIỆU

Sử dụng (8.36) vào (8.34), hàm tự tương quan có thể được tính như sau

$$R_s(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} M_a(i) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^T p(t + \tau - nT - iT)p(t - nT)dt. \quad (8.37)$$

Đặt  $t' = (t - nT)$  ta có  $dt = dt'$ . Do đó, (8.37) tương đương với

$$\begin{aligned} R_s(\tau) &= \frac{1}{T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} M_a(i) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-nT}^{-(n-1)T} p(t' + \tau - iT)p(t')dt' \\ &= \frac{1}{T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} M_a(i) \int_{-\infty}^{\infty} p(t' + \tau - iT)p(t')dt'. \end{aligned} \quad (8.38)$$

Sử dụng  $R_s(\tau)$  trong (8.38) vào định nghĩa của hàm mật độ phổ công suất trong (8.33), chúng ta nhận được

$$G_s(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} M_a(i) \int_{-\infty}^{\infty} p(t' + \tau - iT)p(t')dt' \right) \exp(-j2\pi f\tau)d\tau. \quad (8.39)$$

với  $t'' = t' + \tau - iT$  chúng ta có  $\tau = t'' - t' + iT$ . Điều này dẫn đến  $\exp(-j2\pi f\tau) = \exp(-j2\pi ft'') \exp(-j2\pi ft') \exp(-j2\pi fiT)$ . Do đó, hàm mật độ phổ công suất của tín hiệu  $s(t)$  trong (8.39) được xử lý tiếp như sau

$$\begin{aligned} G_s(f) &= \frac{1}{T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} M_a(i) \times \\ &\quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(t'' + \tau)p(t') \exp(-j2\pi ft'') \exp(-j2\pi ft') \exp(-j2\pi fiT) dt' dt'' \\ &= \frac{1}{T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} M_a(i) e^{-j2\pi fiT} \int_{-\infty}^{\infty} p(t'') \exp(-j2\pi ft'') dt'' \int_{-\infty}^{\infty} p(t') \exp(j2\pi ft') dt' \\ &= \frac{1}{T} S_a(f) P(f) P^*(f), \end{aligned} \quad (8.40)$$

với  $S_a(f) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} M_a(i) e^{-j2\pi fiT}$  và  $P^*(f)$  là liên hợp phức của  $P(f)$ . Do đó, chúng ta đạt được kết quả như trong định lý.  $\square$

### 8.6 Trường hợp đặc biệt của tín hiệu đối cực

Bây giờ chúng ta xem xét trường hợp đặc biệt của tín hiệu đối cực với các ký hiệu độc lập thống kê và giá trị kỳ vọng  $\mu_a = 0$ . Sử dụng không gian tín hiệu một chiều đối cực qua gốc tọa độ, với  $i \neq 0$  ta có

$$M_a(i) = \mathbb{E}\{a[n+i]a[n]\} \stackrel{(a)}{=} \mathbb{E}\{a[n+i]\}\mathbb{E}\{a[n]\} \stackrel{(b)}{=} 0, \quad (8.41)$$

## CHƯƠNG 8. MẬT ĐỘ PHỔ CÔNG SUẤT CỦA TÍN HIỆU

trong đó (a) đạt được là do biên độ  $a[n+i]$  và  $a[n]$  độc lập thống kê; (b) đạt được và do kỳ vọng  $\mathbb{E}\{a[n+i]\} = \mathbb{E}\{a[n]\} = \mu_a = 0$ . Với  $i = 0$ ,  $M_a(i)$  được tính như sau

$$\begin{aligned} M_a(i) &= \mathbb{E}\{(a[n])^2\} \\ &= \sigma_a^2, \end{aligned} \tag{8.42}$$

bằng cách sử dụng tính chất  $\mathbb{E}\{(a[n])^2\} = \sigma_a^2 + \mu_a^2$  và  $\mu_a = 0$ . Do đó, giá trị  $S_a(f)$  được tính như sau

$$\begin{aligned} S_a(f) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} M_a(i) \exp(-j2\pi fi) \\ &= \sigma_a^2. \end{aligned} \tag{8.43}$$

Do đó, mật độ phổ công suất của tín hiệu đôi cực có kỳ vọng  $\mu = 0$  được đơn giản hóa như sau

$$G_s(f) = \sigma_a^2 \frac{|P(f)|^2}{T} \tag{8.44}$$

Đối với chùm tín hiệu một chiều đôi cực qua gốc tọa độ có kỳ vọng  $\mu_a = 0$ , mật độ phổ công suất của tín hiệu truyền  $s(t)$  tỷ lệ với  $|P(f)|^2$ .

**Ví dụ 8.3.** Xem xét chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +AP_T(t), s_2(t) = -AP_T(t)\}$ . Đây là không gian một chiều ( $d = 1$ ), với cơ sở véc-tơ trực chuẩn  $\mathcal{B} = \{b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}P_T(t)\}$ . Do vậy, chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$  biểu diễn dạng véc-tơ rời rạc như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = (+\alpha), s_2 = -\alpha\}, \tag{8.45}$$

với  $\alpha = A\sqrt{T}$ . Chúng ta có thể biểu diễn dạng công thức toán học của tín hiệu truyền như sau

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (a[n]p(t - nT)), a[n] \in \{+\alpha, -\alpha\}, p(t) = b_1(t). \tag{8.46}$$

Đặc điểm thống kê của chuỗi  $a[n]$  bao gồm: giá trị kỳ vọng  $\mu_a = 0.5(\alpha - \alpha) = 0$  và phương sai  $(\sigma_a)^2 = 0.5((\alpha)^2 + (\alpha)^2) = (\alpha)^2 = A^2T$ . Bên cạnh đó chuỗi  $a[n]$  gồm các kí hiệu độc lập thống kê. Hàm mật độ phổ công suất của tín hiệu  $s(t)$  được định nghĩa như sau

$$G_s(f) = \sigma_a^2 \frac{|P(f)|^2}{T}, \tag{8.47}$$

với  $p(t) = b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}P_T(t)$ . Nay giờ, chúng ta giới thiệu hàm  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ , đây chính là dạng biến đổi Fourier của xung hình chữ nhật. Do đó, biến đổi Fourier của

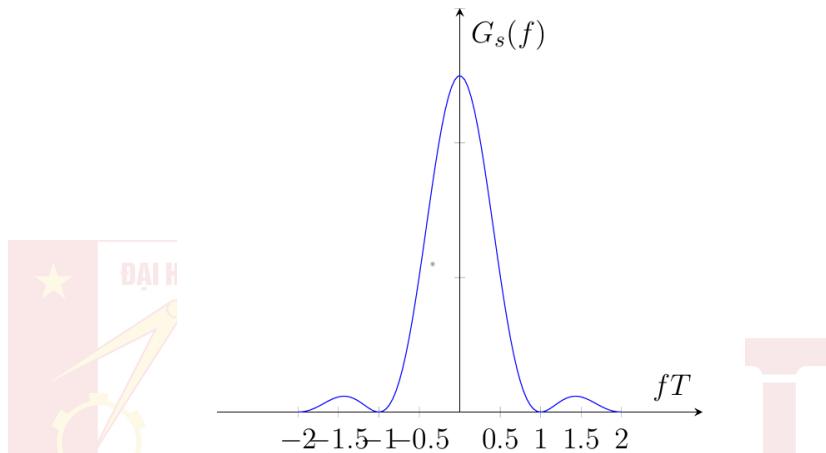
$p(t)$  được biểu diễn như sau

$$\begin{aligned} P(f) &= \sqrt{T} \text{sinc}(fT) e^{-j\pi fT} \\ &= \sqrt{T} \frac{\sin(\pi fT)}{\pi fT} e^{-j\pi fT}, \end{aligned} \quad (8.48)$$

với (a) sử dụng định nghĩa của hàm sinc. Do vậy, hàm mật độ phổ công suất của chùm tín hiệu này là

$$G_s(f) = A^2 T \left( \frac{\sin(\pi fT)}{\pi fT} \right)^2, \quad (8.49)$$

và được minh họa như trong Hình (8.3). Đây là hàm mật độ phổ công suất ở băng

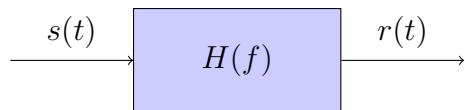


**Hình 8.3:** Mật độ phổ công suất của xung đối cực có kỳ vọng  $\mu_a = 0$

tần cơ sở do công suất tập trung quanh gốc tọa độ. Giá trị của phổ bằng 0 tại các tần số là bội của tần số cơ bản  $f_0 = \frac{1}{T}$ . Búp chính là nơi công suất tập trung nhiều nhất và có độ rộng bằng tần  $\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{2}{T}$  trải dài từ  $f_1 = -\frac{1}{T}$  đến  $f_2 = +\frac{1}{T}$ . Tất cả các búp phụ đều có độ rộng  $\frac{1}{T}$  với cường độ giảm dần khi  $f \rightarrow -\infty$  hoặc  $f \rightarrow \infty$ .

## 8.7 Hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian

Trong lĩnh vực truyền thông số và xử lý tín hiệu, hệ thống tuyến tính bất biến theo thời gian đóng vai trò cốt lõi trong việc mã hóa thông tin số để truyền qua các môi trường vật lý khác nhau. Tín hiệu băng tần cơ sở là tín hiệu gốc, chưa được điều chế, thường tồn tại dưới dạng chuỗi bit hoặc tín hiệu tương tự. Quá trình xử lý được thực hiện nhằm biến đổi tín hiệu này thành dạng tín hiệu phù hợp với đặc tính của kênh truyền dẫn, tăng hiệu quả sử dụng phổ tần, giảm nhiễu, và hỗ trợ các kỹ thuật đa truy cập trong hệ thống truyền thông. Tín hiệu truyền sẽ đi qua một điều chế băng tần cơ bản với hàm đáp ứng tần số  $H(f)$  như mô tả ở Hình 8.4. Cụ thể, Hình 8.4 biểu diễn một hệ thống xử lý tín hiệu tuyến tính bất biến theo thời gian



**Hình 8.4:** Hệ thống xử lý tín hiệu có đáp ứng tần số  $H(f)$

trong miền tần số. Trong đó,  $s(t)$  là tín hiệu vào phụ thuộc theo thời gian, đi qua một hệ thống có hàm truyền đạt  $H(f)$ , và tạo ra tín hiệu đầu ra  $r(t)$ . Hàm truyền đạt  $H(f)$  mô tả cách hệ thống tác động lên các thành phần tần số của tín hiệu. Khi tín hiệu  $s(t)$  được biến đổi Fourier thành  $S(f)$ , hệ thống sẽ nhân phỏng này với  $H(f)$ , tạo ra phỏng đầu ra  $R(f) = H(f)S(f)$ . Sau đó, tín hiệu đầu ra trong miền thời gian  $r(t)$  được khôi phục bằng phép biến đổi Fourier ngược từ  $R(f)$ . Mô hình này thường được dùng để phân tích hoặc thiết kế các bộ lọc tín hiệu nhằm điều chỉnh các thành phần tần số theo mục tiêu mong muốn. Nếu hàm mật độ phổ công suất của tín hiệu vào  $G_s(f)$  không giới hạn trong trục tần số, thì chỉ khen lý tưởng với đáp ứng tần số  $H(f) = 1$  mới không tạo ra méo tín hiệu. Điều này được quan sát thông qua biểu diễn hàm mật độ phỏng của  $r(t)$  như sau

$$G_r(f) = |H(f)|^2 G_s(f). \quad (8.50)$$

Với một khen có đáp ứng tần số  $H(f)$ , ta phải thiết kế một tín hiệu truyền sao cho phỏng  $G_s(f)$  tập trung quanh khu vực tần số mà  $H(f)$  là “good”. Theo cách này, tín hiệu nhận được sẽ xấp xỉ tín hiệu truyền.

## 8.8 Ví dụ hệ thống điều chế thông dải

Chúng ta xem xét tín hiệu có dạng sóng truyền truyền được định nghĩa như sau

$$s(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} a[n]p(t - nT), \text{ với } a[n] \in \{+\alpha, -\alpha\}, p(t) = b_1(t), \quad (8.51)$$

trong đó chuỗi  $a[n]$  có đặc tính thống kê bao gồm giá trị kỳ vọng  $\mu_a = 0.5(-\alpha + \alpha) = 0$  và phương sai  $\sigma_a^2 = 0.5(\alpha^2 + \alpha^2) = \alpha^2 = \frac{A^2 T}{2}$ . Do đó, hàm mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  được định nghĩa như trong (8.47). Bây giờ chúng ta xem xét hàm số

$$\begin{aligned} p(t) &= b_1(t) \\ &= \sqrt{\frac{2}{T}} P_T(t) \cos(2\pi f_0 t), \end{aligned} \quad (8.52)$$

## CHƯƠNG 8. MẬT ĐỘ PHỔ CÔNG SUẤT CỦA TÍN HIỆU

và  $p(t)$  có biến đổi Fourier biểu diễn theo hàm sinc như sau

$$P(f) = \sqrt{2T} \frac{\sin(\pi fT)}{\pi fT} \exp(-j\pi fT) \left( \frac{1}{2} (\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)) \right) \quad (8.53)$$

$$= \sqrt{\frac{T}{2}} \left( \frac{\sin(\pi(f - f_0)T)}{\pi(f - f_0)T} + \frac{\sin(\pi(f + f_0)T)}{\pi(f + f_0)T} \right) \exp(-j\pi fT) \quad (8.54)$$

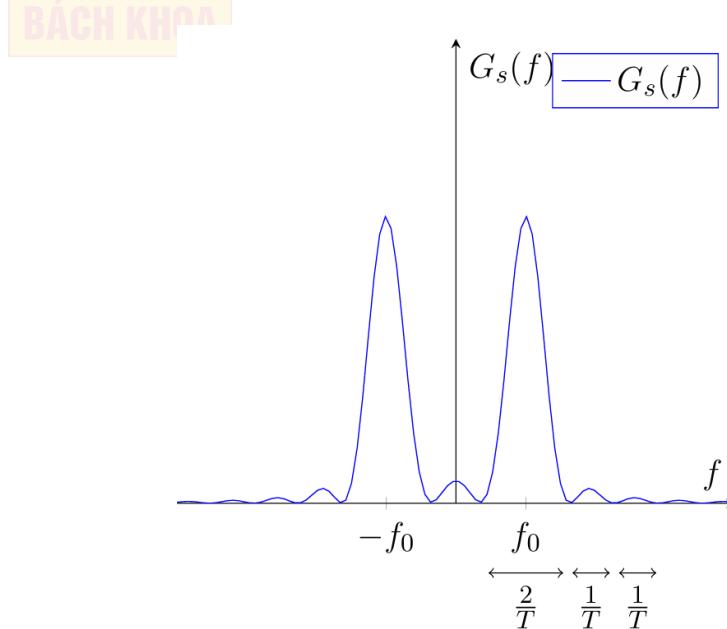
Từ kết quả trong (8.53),  $|P(f)|^2$  được diễn đạt như sau

$$|P(f)|^2 = \frac{T}{2} \left( \left( \frac{\sin(\pi(f - f_0)T)}{\pi(f - f_0)T} \right)^2 + \left( \frac{\sin(\pi(f + f_0)T)}{\pi(f + f_0)T} \right)^2 \right) \quad (8.55)$$

Kết hợp kết quả trong (8.55) và (8.47) chúng ta có hàm mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  được biểu diễn như sau

$$G_s(f) = \frac{A^2 T}{4} \left( \left( \frac{\sin(\pi(f - f_0)T)}{\pi(f - f_0)T} \right)^2 + \left( \frac{\sin(\pi(f + f_0)T)}{\pi(f + f_0)T} \right)^2 \right), \quad (8.56)$$

và minh họa của  $G_s(f)$  theo tần số như Hình 8.5. Đây là phổ thông dải (bandpass) (có tần số dao động  $f_0 \neq 0$ ). Chúng ta lưu ý rằng mật độ phổ tần số  $G_s(f) = 0$  tại các tần số là bội của  $\frac{1}{T}$ . Búp chính (hài bậc không) của  $G_s(f)$  có độ rộng  $\frac{2}{T}$  với trung tâm tại tần số  $f_0$ . Các búp phụ khác (hài bậc cao) có độ rộng  $\frac{1}{T}$  và cường độ giảm dần khi tần số  $f \rightarrow -\infty$  hoặc  $f \rightarrow \infty$ . Bây giờ chúng ta xem xét điều chế tuyến tính



**Hình 8.5:** Mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  sử dụng điều chế thông dải

(linear modulation). Cụ thể tín hiệu có dạng sóng truyền  $s(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} a[n]p(t - nT)$  với hàm mật độ phổ công suất định nghĩa như (8.47). Nếu chúng ta xem xét một

dạng sóng truyền mới được định nghĩa như sau

$$s'(t) = \sum_{n=0} a[n] p'(t - nT), \quad (8.57)$$

với  $p'(t) = p(t) \cos(2\pi f_0 t)$ . Sử dụng biến đổi Fourier của hàm điều hòa, hàm mật độ phổ công suất của tín hiệu  $s'(t)$  sẽ được biểu diễn như sau

$$G_{s'}(f) = \frac{1}{4}(G_s(f - f_0) + G_s(f + f_0)), \quad (8.58)$$

nghĩa là hàm mật độ phổ công suất  $G_{s'}(f)$  được dịch đi từ hàm gốc  $G_s(f)$  trong miền tần số xung quanh  $f_0$ .

### 8.9 Ví dụ mật độ phổ công suất của tín hiệu tắt dần trong miền thời gian

Chúng ta xem xét chùm tín hiệu được định nghĩa như sau

$$\mathcal{M} = \left\{ s_1(t) = +A \frac{\sin(\frac{\pi t}{T})}{\frac{\pi t}{T}}, s_2(t) = -A \frac{\sin(\frac{\pi t}{T})}{\frac{\pi t}{T}} \right\}, \quad (8.59)$$

đây là chùm tín hiệu biểu diễn trong không gian tín hiệu một chiều từ cơ sở véc-tơ trực chuẩn

$$\mathcal{B} = \left\{ b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \frac{\sin(\frac{\pi t}{T})}{(\frac{\pi t}{T})} \right\} \quad (8.60)$$

Sử dụng cơ sở véc-tơ trực chuẩn này, chúng ta có thể biểu diễn chùm tín hiệu dạng rời rạc như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = +\alpha, s_2 = -\alpha\}, \quad (8.61)$$

với  $\alpha = A\sqrt{T}$ . Dạng sóng truyền của tín hiệu phát được biểu diễn như sau

$$s(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} a[n] p(t - nT), \text{ với } a[n] \in \{+\alpha, -\alpha\}, p(t) = b_1(t), \quad (8.62)$$

Trong đó chuỗi  $a[n]$  bao gồm các biến ngẫu nhiên độc lập thống kê có kỳ vọng  $\mu_a = 0.5(-\alpha + \alpha) = 0$  và phương sai  $\sigma_a^2 = 0.5(\alpha^2 + \alpha^2) = \alpha^2 = A^2 T$ . Do đó, hàm mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  được biểu diễn như sau

$$G_s(f) = A^2 |P(f)|^2, \quad (8.63)$$

với  $p(t) = b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \frac{\sin(\frac{\pi t}{T})}{(\frac{\pi t}{T})}$ , đây là bộ lọc thông thấp với biến đổi Fourier hằng số giữa  $-\frac{1}{2T}$  và  $+\frac{1}{2T}$ . Thật vậy, sử dụng công thức biến đổi Fourier của hàm sinc,

chúng ta có phổ của hàm  $p(t)$  như sau

$$P(f) = \sqrt{T} \text{rect}_{\frac{1}{T}}(f), \quad (8.64)$$

trong đó xung chữ nhật  $\text{rect}_{\frac{1}{T}}(f)$  được định nghĩa như sau

$$\text{rect}_{\frac{1}{T}}(f) = \begin{cases} 1, & \text{nếu } |f| \leq \frac{1}{2T}, \\ 0, & \text{nếu } |f| \geq \frac{1}{2T}. \end{cases} \quad (8.65)$$

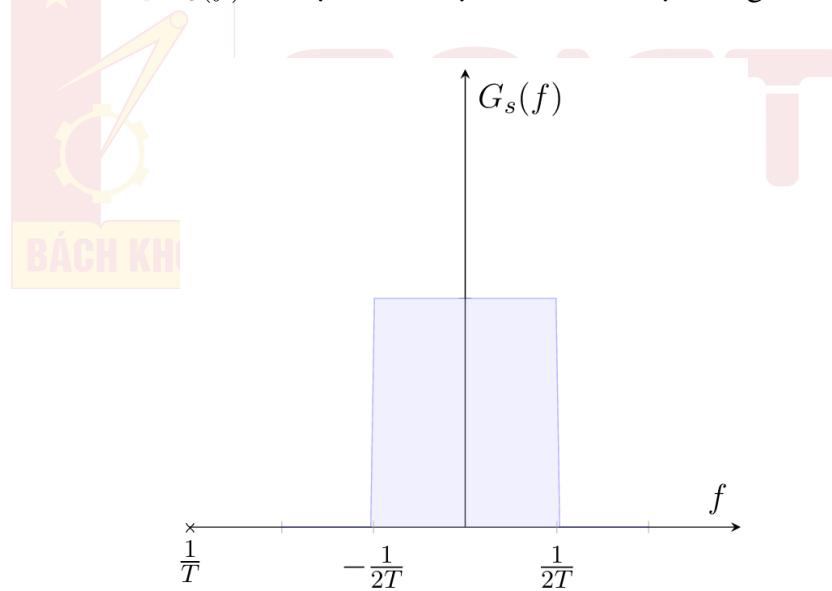
Do đó, công suất  $|P(f)|^2$  được tính từ (8.64) và (8.65) như sau

$$|P(f)|^2 = T \text{rect}_{\frac{1}{T}}(f). \quad (8.66)$$

Sử dụng kết quả trong (8.66) vào (8.63), chúng ta có mật độ phổ công suất của  $s(t)$  được biểu diễn như sau

$$G_s(f) = A^2 T \text{rect}_{\frac{1}{T}}(f). \quad (8.67)$$

**Hình 8.6** biểu diễn  $G_s(f)$  là một cửa sổ lọc hình chữ nhật trong miền tần số.



**Hình 8.6:** Hàm mật độ phổ công suất của bộ lọc thông thấp lý tưởng

## 8.10 Tổng kết chương

Trong chương này, chúng ta đã:

- Nắm vững khái niệm mật độ phổ công suất (PSD) và mối liên hệ với hàm tự tương quan tín hiệu.
- Phân tích PSD của tín hiệu đối称 trong trường hợp tổng quát và trường hợp đặc biệt  $\mu_a = 0$ .

- Hiểu tác động của hệ thống LTI và đáp ứng tần số  $H(f)$  đến phổ tín hiệu đầu ra.
- Xem xét các ví dụ cụ thể: tín hiệu điều chế thông dải, tín hiệu tắt dần, và bộ lọc thông thấp lý tưởng.
- Nghiên cứu công thức tính SER và BER tiệm cận, xác định các tham số  $d_{\min}, A_{\min}, w_{\min}$ .
- Tìm hiểu lợi ích của gán nhãn Gray trong việc giảm BER ở SNR cao.

Kiến thức của chương là nền tảng quan trọng để phân tích và thiết kế hệ thống truyền thông số, đặc biệt trong việc tối ưu dạng sóng, cấu trúc chòm sao điều chế và đáp ứng phổ phù hợp với kênh truyền.

## 8.11 Bài tập

**Bài tập 8.1.** Cho hệ thống sử dụng chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t), \dots, s_m(t)\}$  với kênh truyền AWGN định nghĩa như sau  $r(t) = s_i(t) + n(t)$  trong đó  $n(t) \sim \mathcal{N}(0, N_0/2)$ . Phía thu khôi phục tín hiệu dùng bộ lọc phôi hợp, hoặc tương đương với phát hiện theo khoảng cách Euclid trong không gian tín hiệu. Chúng ta rời rạc hóa các tín hiệu  $s_j(t)$  và  $s_i(t)$  sử dụng cơ sở trực chuẩn đạt được các vec-tơ tương ứng  $s_j$  và  $s_i$ . Với  $j \neq i$ , chứng minh công thức tính xác suất lỗi sau

$$\Pr(s_R = s_j | s_T = s_i) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{d}{4N_0}} \right), \quad (8.68)$$

với  $d = \|s_j - s_i\|^2$ .

**Bài tập 8.2.** Xét tín hiệu 4-PSK với năng lượng mỗi bit  $E_b$  truyền qua kênh AWGN.

1. Xác định  $d_{\min}, A_{\min}$  và  $w_{\min}$  của chòm sao điều chế sử dụng gán nhãn Gray.
2. Sử dụng công thức tiệm cận, tính xấp xỉ SER và BER khi  $E_b/N_0 = 12$  dB.

**Bài tập 8.3.** Một tín hiệu điều chế đối cực  $\mathcal{M} = \{\pm AP_T(t)\}$  có dạng sóng  $p(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t)$ .

1. Tính phương sai  $\sigma_a^2$  của chuỗi ký hiệu  $a[n]$  khi  $\mu_a = 0$ .

2. Xác định mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  và vẽ đồ thị  $G_s(f)$  theo  $f$ .

**Bài tập 8.4.** Một tín hiệu điều chế thông dải có  $p(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} P_T(t) \cos(2\pi f_0 t)$ .

1. Xác định và vẽ  $|P(f)|^2$ .

2. Viết công thức  $G_s(f)$  và chỉ rõ búp chính, búp phụ, độ rộng băng tần.

**Bài tập 8.5.** Cho một hệ thống M-PSK với  $M = 8$ , năng lượng mỗi bit  $E_b$ , truyền qua kênh AWGN.

CHƯƠNG 8. MẶT ĐỘ PHỔ CÔNG SUẤT CỦA TÍN HIỆU

---

1. Viết biểu thức tổng quát xác suất lỗi ký hiệu (SER) theo công thức miền tiệm cận.

2. Sử dụng  $E_b/N_0 = 15$  dB, tính xấp xỉ SER và BER cho gán nhãn Gray.

**Bài tập 8.6.** Một tín hiệu tắt dần trong miền thời gian có dạng  $p(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T}$ .

1. Tìm biến đổi Fourier  $P(f)$  của  $p(t)$  và biểu diễn dưới dạng hàm rect.

2. Xác định và vẽ hàm mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  khi  $A = 1$  và  $T = 1$  s.



## CHƯƠNG 9. NHIỄU LIÊN KÍ HIỆU

---

<b>9.1 Tín hiệu vô hạn miền thời gian</b>	<b>122</b>
<b>9.2 Nhiễu liên ký hiệu</b>	<b>127</b>
<b>9.3 Tín hiệu hữu hạn miền thời gian</b>	<b>129</b>
<b>9.4 Tiêu chuẩn Nyquist cho hệ thống không có nhiễu liên ký hiệu</b>	<b>132</b>
<b>9.5 Kiểm tra hệ thống sử dụng tiêu chuẩn Nyquist</b>	<b>133</b>
<b>9.6 Bộ lọc phía phát và phía thu</b>	<b>138</b>
<b>9.7 Tổng kết chương</b>	<b>140</b>

---

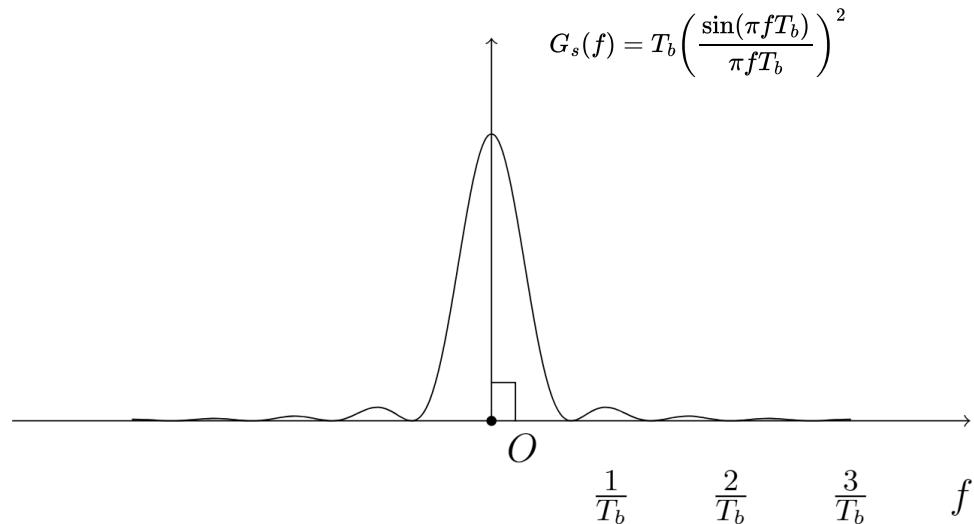
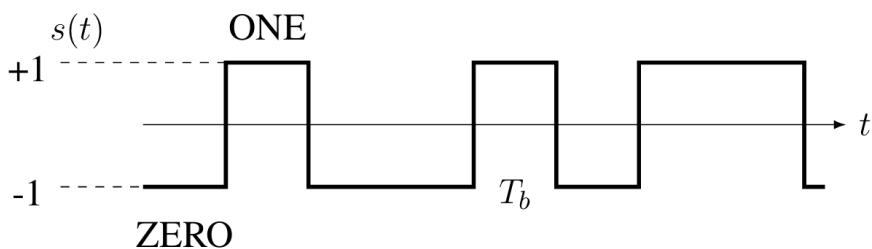
Trong chương này, chúng ta khảo sát sâu hơn về các yếu tố ảnh hưởng đến chất lượng truyền tín hiệu trong hệ thống truyền thông số. Trọng tâm được đặt vào hiện tượng nhiễu liên ký hiệu (Intersymbol Interference – ISI), một trong những nguyên nhân chính gây sai lệch khi giải điều chế tín hiệu. Bằng cách phân tích vai trò của bộ lọc phối hợp, điều kiện triệt tiêu ISI, và giới thiệu các bộ lọc thực tế như raised cosine và root raised cosine, chương này giúp người học hiểu rõ hơn cách thiết kế hệ thống truyền thông nhằm đạt được hiệu quả truyền dẫn tối ưu mà vẫn đảm bảo sử dụng băng thông hợp lý. Những kiến thức trong chương là nền tảng để tiếp cận các kỹ thuật điều chế, giải điều chế nâng cao cũng như tối ưu hóa hiệu suất phổ trong các chương tiếp theo.

### 9.1 Tín hiệu vô hạn miền thời gian

Trước tiên, chúng ta nhắc lại khái niệm tín hiệu một chiều trong miền rời rạc  $\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = \alpha_1, \dots, s_m = \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$  với một véc-tơ cơ sở trực chuẩn  $b_1(t)$  và các biến ngẫu nhiên  $a[n] \in \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\}$ . Dạng sóng truyền của tín hiệu truyền  $s(t)$  được xác định như sau

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a[n]p(t - nT). \quad (9.1)$$

Trong trường hợp chuỗi  $a[n]$  bao gồm các biến ngẫu nhiên có kỳ vọng  $\mu_a = 0$  thì mật độ phổ công suất được xác định bằng  $G_s(f) = \sigma_a^2 |P(f)|^2 / T$ . Do đó, nếu  $p(t) = b_1(t)$  hữu hạn trong miền thời gian, thì tín hiệu được truyền  $s(t)$  sẽ có phổ ở miền tần số là vô hạn. Ví dụ, phía phát sử dụng xung chũ nhật để mang thông tin truyền đi các kí tự nhị phân  $\{0, 1\}$  như minh họa Hình 9.1.

**Hình 9.2:** Hàm mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  của xung chữ nhật ở điều chế băng tần cơ sở**Hình 9.1:** Xung chữ nhật mang thông tin nhị phân truyền đi

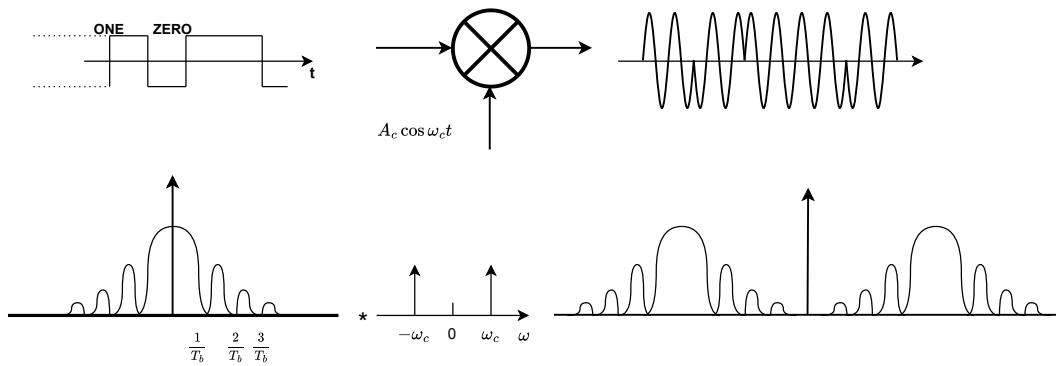
Với biên độ  $A = 1$  và chu kỳ bit  $T_b$ , hàm mật độ phổ công suất của tín hiệu  $s(t)$  được định nghĩa như sau

$$G_s(f) = T_b \left( \frac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right)^2, \quad (9.2)$$

và được minh họa như trong Hình 9.2. Mặc dù mật độ công suất phổ công suất  $G_s(f)$  là một hàm suy giảm theo tần số nhưng có thể sẽ có đuôi rất dài nếu thiết kế không tốt. Một ví dụ khác là quá trình điều chế biên độ tín hiệu (amplitude modulation-AM) của một chuỗi bit nhị phân như minh họa Hình 9.3. Trong các tài liệu kỹ thuật còn gọi là điều chế biên độ của dòng xung (the AM modulation of pulse stream). Dòng bít bao gồm các bit nhị phân có giá trị  $\{0, 1\}$  với chu kỳ  $T_b$ . Chuỗi xung chữ nhật này là một dạng tín hiệu số, đại diện cho thông tin cần

truyền. Hàm mật độ phổ công suất của  $s(t)$  là hàm sinc bậc hai như minh họa trong Hình 9.3. Mật độ phổ đạt cực đại tại các bội số của  $1/T_b$ . Bên cạnh đó, công suất của phổ tập trung quanh gốc tọa độ ứng với  $\omega = 2\pi f = 0$ . Dạng sóng truyền  $s(t)$  điều chế lên tần số ứng với  $\omega_c = 2\pi f_c$  bằng cách nhân với sóng mang  $A_c \cos(\omega_c t)$ . Hay nói cách khác, quá trình điều chế biến độ chuyển tín hiệu từ dải tần số cơ sở lên dải tần cao (tần số trung tâm là  $\omega_c$ ). Kết quả là tín hiệu điều hòa ở tần số cao có biên độ thay đổi theo tín hiệu nhị phân gốc. Hàm mật độ phổ công suất của tín hiệu đầu ra là kết quả của việc dịch phổ tín hiệu dải gốc lên  $\pm\omega_c$ , tạo thành hai dải bên như trong Hình 9.3. Về mặt toán học, hàm mật độ phổ công suất sau khi điều chế biến độ được biểu diễn như sau

$$G_{\text{AM}}(\omega) = \frac{A_c}{2} (G_s(\omega - \omega_c) + G_s(\omega + \omega_c)). \quad (9.3)$$

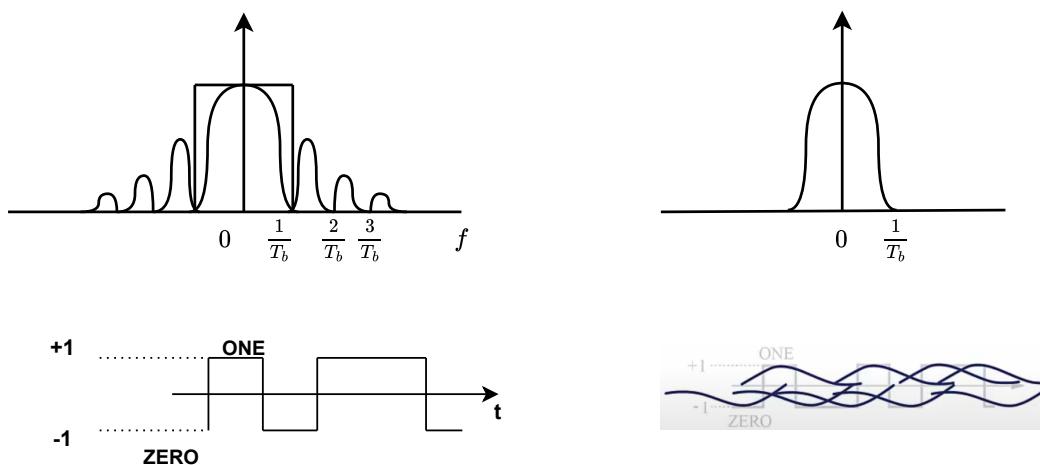


Hình 9.3: Xung  $s(t)$  được điều chế biến độ

Một hiện tượng nhiễu liên ký tự (intersymbol interference - ISI) xảy ra bên miền thời gian sau lọc bên miền tần số như minh họa ở Hình 9.7. Tín hiệu đầu vào là một chuỗi nhị phân rời rạc, được biểu diễn bằng các xung vuông với mức  $+1$  và  $-1$  tương ứng với các ký tự “ONE” và “ZERO”. Tín hiệu này có hàm mật độ phổ công suất rộng với nhiều thành phần tần số cao, như thể hiện trong đồ thị phổ ở góc trên bên trái. Phổ tín hiệu nhị phân lý tưởng này có dạng hàm sinc và trải dài ra vô hạn, do xung chữ nhật là tín hiệu không giới hạn băng thông trong miền tần số. Tuy nhiên, trong thực tế, các hệ thống truyền dẫn không thể xử lý toàn bộ phổ này do giới hạn vật lý của kênh truyền, và do đó cần áp dụng lọc băng thông. Bộ lọc được áp dụng trong hình có vai trò giới hạn phổ tín hiệu chỉ trong khoảng từ  $0$  đến  $1/T_b$ , như mô tả ở phần trên bên phải của Hình 9.7. Quá trình lọc này làm mất đi các thành phần tần số cao, dẫn đến sự thay đổi dạng tín hiệu trong miền thời gian. Phần dưới bên phải của hình cho thấy kết quả sau lọc: tín hiệu không còn dạng vuông lý

## CHƯƠNG 9. NHIỄU LIÊN KÝ TỰ

tưởng mà bị trói ra, với các biên xung bị kéo dài sang hai bên. Sự chồng lấn giữa các xung của các bit kế tiếp là biểu hiện rõ rệt của nhiễu liên ký tự. Nói cách khác, mỗi ký tự trong chuỗi không chỉ ảnh hưởng đến khoảng thời gian của chính nó, mà còn ảnh hưởng đến biên độ ở các thời điểm kế cận, gây ra can nhiễu. Hình 9.7 minh họa trực quan về sự đánh đổi giữa giới hạn băng thông và biến dạng tín hiệu trong truyền thông số. Việc giới hạn phổ để phù hợp với đặc tính kênh truyền là cần thiết, nhưng đồng thời đòi hỏi các kỹ thuật xử lý tín hiệu phù hợp để khắc phục các hệ quả như nhiễu liên ký tự nhằm đảm bảo hiệu suất truyền thông tối ưu.

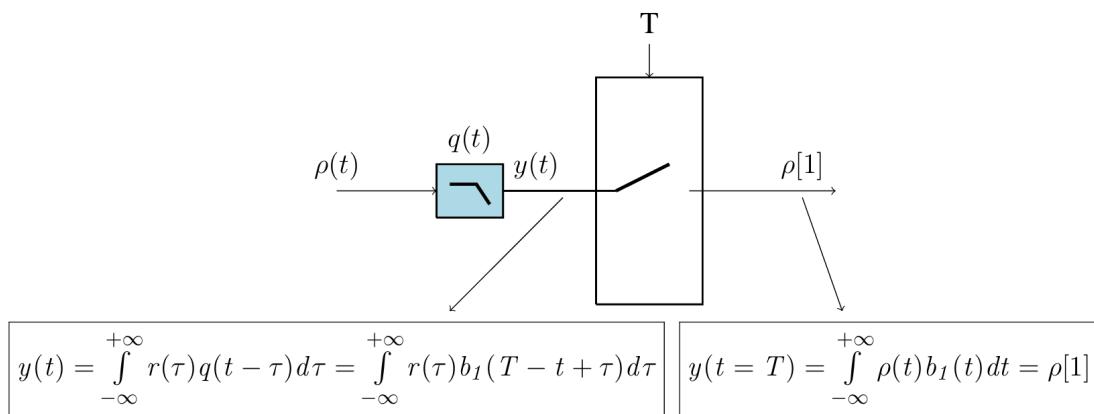


**Hình 9.4:** Tín hiệu trong miền thời gian bị nhiễu liên ký tự sau khi lọc tần số

Để giải quyết vấn đề tín hiệu trong miền tần số có đuôi rất dài, chúng ta có thể dùng các tín hiệu có miền thời gian vô hạn. Điều này giúp mật độ phổ công suất có dạng hữu hạn trong miền tần số. Chúng ta vẫn tiếp tục xét chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$  gồm các tín hiệu có miền thời gian không giới hạn (nhưng năng lượng hữu hạn), và giả thiết  $\mathcal{M}$  thuộc không gian một chiều với cơ sở véc-tơ trực chuẩn  $\mathcal{B} = \{b_1(t)\}$ . Giả sử phía phát chỉ truyền một ký hiệu  $a[0]$ . Cho tín hiệu nhận được  $r(t) = \rho(t)$ , chúng ta tính kết quả phép chiếu  $\rho(t)$  lên véc-tơ cơ sở trực chuẩn  $b_1(t)$  với lưu ý khoảng tích phân không còn là từ 0 đến  $T$  mà trải toàn bộ trực thời gian như sau

$$\rho[1] = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(t)b_1(t)dt \quad (9.4)$$

Kết quả phép chiếu  $\rho[1]$  có thể đạt được bằng việc sử dụng bộ lọc phồi hợp với đáp ứng xung  $q(t) = b_1(T-t)$  như trong Hình 9.5.



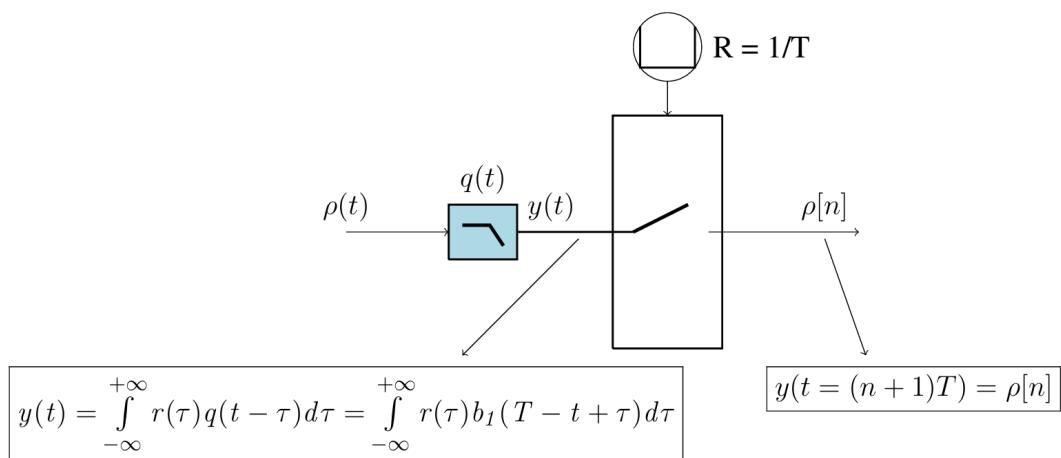
**Hình 9.5:** Sơ đồ tính  $\rho[1]$  tại phía thu sử dụng bộ lọc phối hợp

Bây giờ chúng ta xét trường hợp phía phát gửi đi một chuỗi ký hiệu không giới hạn  $a[n]$  với dạng sóng truyền như sau



$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a[n]p(t-nT). \quad (9.5)$$

Giả thiết kênh truyền thực sự lý tưởng (không suy hao, tín hiệu truyền không bị méo) với tính chất  $H(f) = 1$  và  $n(t) = 0$ . Điều này dẫn tới  $\rho(t) = s(t)$ . Tại phía bộ thu, các phép chiếu  $\rho[n]$  được tính thông qua qua sử dụng bộ lọc phối hợp và lấy mẫu thời điểm phù hợp  $(n+1)T$  như minh họa Hình 9.6.



**Hình 9.6:** Sơ đồ tính  $\rho[n]$  sử dụng bộ lọc phối hợp

Việc sử dụng bộ lọc phối hợp ở phía thu thì thời điểm lấy mẫu là rất quan trọng.

## CHƯƠNG 9. NHIỄU LIÊN KÝ HIỆU

Như trong Hình 9.6, chúng ta có tín hiệu  $\rho[n]$  đạt được như sau

$$\begin{aligned}\rho[n] &= y((n+1)T) \\ &= y(T+nT).\end{aligned}\tag{9.6}$$

Ở đây, chúng ta có thể diễn đạt gọn lại như sau

$$\rho[n] = y(t_0 + nT).\tag{9.7}$$

Trong trường hợp lý tưởng,  $t_0 = T$  tuy nhiên thực tế thì việc lấy mẫu sẽ bị ảnh hưởng một số loại trễ như trễ truyền lan, trễ xử lý. Do đó, chúng ta có  $t_0 = T + D$  với  $D$  biểu thị cho thời gian trễ. Ở phía bộ thu, các khối đồng bộ ký hiệu có thể xác định chính xác thời điểm  $t_0$ .

### 9.2 Nhiêu liên ký hiệu

Từ cách sử dụng của bộ lọc phôi hợp, chúng ta có thể biểu diễn tín hiệu đầu ra như sau

$$y(t) = \rho(t) \otimes q(t),\tag{9.8}$$

với  $\otimes$  là phép toán tích chập. Để xem xét hiện tượng nhiễu liên ký hiệu, chúng ta giả sử kênh truyền lý tưởng  $H(f) = 1$  và nhiễu  $n(t) = 0$ . Giả thiết này đang xem xét liệu sử dụng bộ lọc phôi hợp tại đầu thu có gây ra hiện tượng nhiễu liên ký hiệu Kết quả về kênh truyền và nhiễu dẫn tới  $\rho(t) = s(t)$ . Do đó, (9.8) tương đương với

$$\begin{aligned}y(t) &= s(t) \otimes q(t) \\ &= \left( \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a[n] p(t - nT) \right) \otimes q(t) \\ &\stackrel{(a)}{=} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a[n] x(t - nT),\end{aligned}\tag{9.9}$$

với (a) đạt được do tính chất phân phối của tích chập và  $x(t) = p(t) \otimes q(t)$ . Sử dụng diễn giải của  $y(t)$  trong (9.9) vào (9.11), chúng ta có tín hiệu nhận được sau bộ lọc

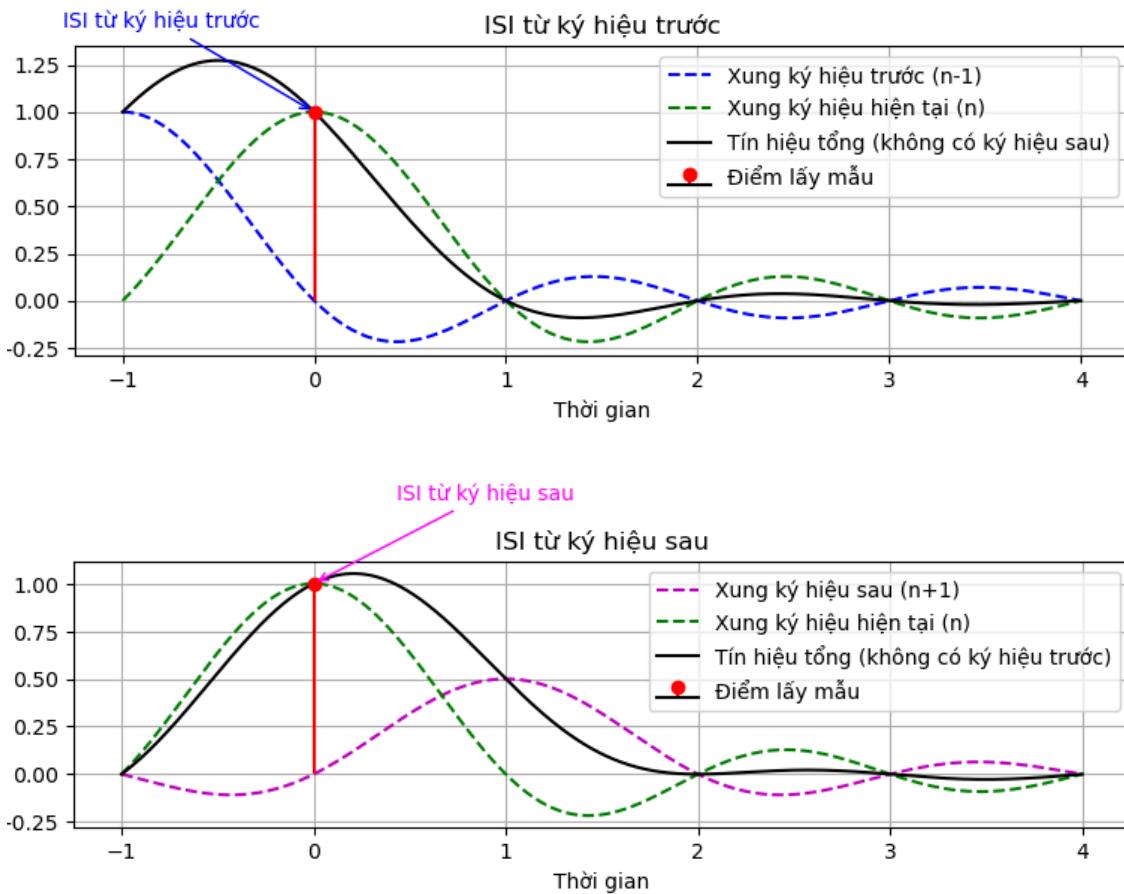
phối hợp tại chu kỳ  $n$  được tính như sau

$$\begin{aligned}
 \rho[n] &= y(t_0 + nT) \\
 &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} a[m]x(t_0 + nT - mT) \\
 &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} a[n-i]x(t_0 + iT) \\
 &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} x[i]a[n-i],
 \end{aligned} \tag{9.10}$$

với  $x[i] = x(t_0 + iT)$ . Do đó, ký hiệu nhận được  $\rho[n]$  được tính toán qua ký hiệu truyền  $a[n]$  như sau  $\rho[n] = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} x[i]a[n-i]$ . Chúng ta có thể tín hiệu nhận được sau bộ lọc phối hợp thành ba thành phần như sau

$$\rho[n] = \underbrace{x[0]a[n]}_{\text{Ký hiệu mong muốn}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{\infty} x[i]a[n-i]}_{\text{ISI từ các ký hiệu trước}} + \underbrace{\sum_{i=-\infty}^{-1} x[i]a[n-i]}_{\text{ISI từ các ký hiệu sau}}, \tag{9.11}$$

trong đó thành phần thứ nhất là tín hiệu mong muốn tại chu kỳ  $n$ . Thành phần thứ hai là nhiễu liên ký hiệu đến từ các ký hiệu trước chu kỳ  $n$ . Thành phần thứ ba là nhiễu liên ký hiệu đến từ các ký hiệu sau chu kỳ  $n$ . Để trực quan hơn về hiện tượng nhiễu liên ký hiệu (ISI), Hình 9.7 minh họa cách các xung tín hiệu ở các chu kỳ khác nhau chồng lấn lên nhau tại điểm lấy mẫu, từ đó gây sai lệch khi giải điều chế.



Hình 9.7: Minh họa hiện tượng nhiễu liên ký hiệu (ISI)

Có thể thấy rằng, ký hiệu nhận được  $\rho[n]$  không chỉ phụ thuộc vào ký hiệu truyền đi  $a[n]$ , mà còn phụ thuộc vào các ký hiệu truyền khác trong chuỗi thông tin. Nghĩa là đã xuất hiện hiện tượng nhiễu liên ký hiệu (intersymbol interference-ISI). Với kênh truyền lý tưởng, chúng ta mong muốn khôi phục lại  $\rho[n] = a[n]$ , tức là ký hiệu nhận giống hệt ký hiệu đã truyền đi. Từ (9.11), điều kiện để  $\rho[n]$  không phụ thuộc vào  $a[i]$  với  $i \neq n$  là

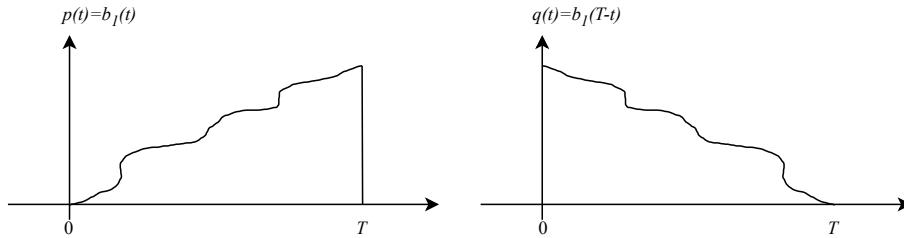
$$x[i] = \begin{cases} 1, & \text{nếu } i = 0, \\ 0, & \text{nếu } i \neq 0. \end{cases} \quad (9.12)$$

Nếu điều kiện (9.12) thỏa mãn, các thành phần nhiễu liên ký hiệu ảnh hưởng đến  $a[n]$  sẽ triệt tiêu hoàn toàn.

### 9.3 Tín hiệu hữu hạn miền thời gian

Với các không gian tín hiệu có miền thời gian hữu hạn ví dụ  $t \in [0, T]$ , chúng ta có thể chứng minh được hiện tượng nhiễu liên ký hiệu không xảy ra. Thực vậy đối với kênh lý tưởng, chúng ta đạt được  $\rho[n] = a[n]$ , nghĩa là trong trường hợp này hàm  $x(t) = p(t) \otimes q(t)$  tự động triệt tiêu nhiễu liên ký hiệu. Do đó, các bước xây dựng  $x(t)$  có thể được tóm lược lại như sau: giả sử  $b_1(t)$  là véc-tơ cơ sở trực chuẩn hữu

hạn trong miền thời gian  $t \in [0, T]$ . Chúng ta thiết lập  $p(t) = b_1(t)$  và  $q(t) = p(T-t)$  với minh họa trong Hình 9.8.



**Hình 9.8:** Ví dụ minh họa hàm  $p(t)$  và  $q(t)$  cho bộ lọc phôi hợp

Bây giờ chúng ta định nghĩa  $x(t)$  như sau

$$x(t) = p(t) \otimes q(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\tau)q(t-\tau)d\tau \quad (9.13)$$

Chúng ta quan sát các trường hợp sau của  $x(t)$  dọc theo trực thời gian

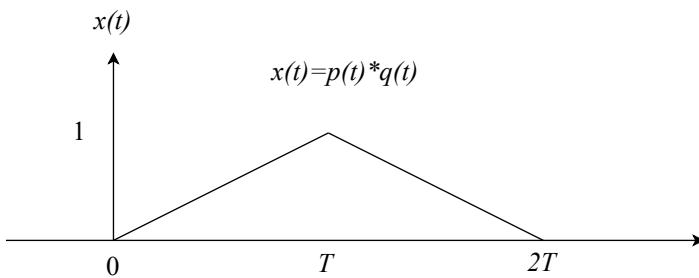
1. Với  $t \leq 0$ ,  $x(t) = 0$ .
2. Với  $t = T$ ,  $x(T) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\tau)q(T-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} b_1(\tau)b_1(T-T+\tau)d\tau = 1$ .
3. với  $t \geq 2T$ ,  $x(t) = 0$ .

Dựa vào các quan sát trên, chúng ta có kết quả của  $x(t)$  với  $t_0 = T$  như sau

$$x(t_0 + iT) = \begin{cases} 1, & \text{nếu } i = 0, \\ 0, & \text{nếu } i \neq 0 \end{cases} \quad (9.14)$$

Hàm  $x(t)$  tự động thỏa mãn điều kiện không có nhiễu liên ký tự trong không gian tín hiệu gồm các tín hiệu hữu hạn miền thời gian  $[0, T]$ .

**Ví dụ 9.1.** chúng ta kiểm tra hệ thống sử dụng bộ lọc phôi hợp có nhiễu liên ký hiệu trong không gian tín hiệu một chiều với véc-tơ cơ sở trực chuẩn  $b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}P_T(t)$ . Chúng ta có  $p(t) = b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}P_T(t)$  và  $q(t) = p(T-t) = \frac{1}{\sqrt{T}}P_T(t)$ . Do đó,  $x(t) = p(t) \otimes q(t)$  được minh họa như trong Hình 9.9.



**Hình 9.9:** Hàm  $x(t)$  được định nghĩa  $x(t) = p(t) \otimes q(t)$

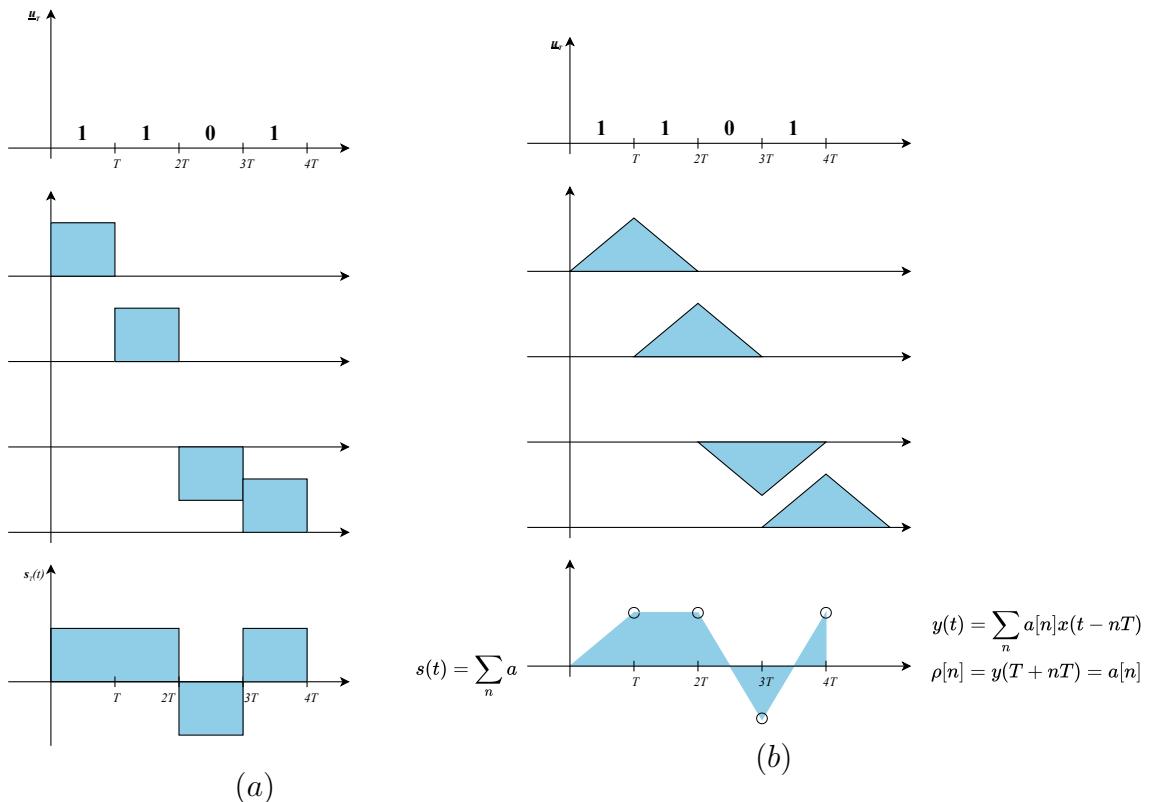
Dựa vào minh họa trong Hình 9.9, hàm  $x(t)$  thỏa mãn điều kiện

$$x(t_0 + iT) = \begin{cases} 1, & \text{nếu } i = 0, \\ 0, & \text{nếu } i \neq 0, \end{cases} \quad (9.15)$$

với điểm bắt đầu lấy mẫu  $t_0 = T$ , phía thu đạt được điều kiện

$$x[i] = \begin{cases} 1, & \text{nếu } i = 0, \\ 0, & \text{nếu } i \neq 0. \end{cases} \quad (9.16)$$

Hệ thống truyền thông đang xem xét với  $\rho[n] = y(T + nT) = a[n]$  không có nhiễu liên ký tự.



**Hình 9.10:** Minh họa tín hiệu của hệ thống: (a) tín hiệu bên phát; (b) tín hiệu bên thu

#### 9.4 Tiêu chuẩn Nyquist cho hệ thống không có nhiễu liên ký hiệu

Ở phía thu, chúng ta xem xét hàm số  $x(t) = p(t) \otimes q(t)$  và tiêu chuẩn Nyquist cho hệ thống không có nhiễu liên ký hiệu như sau

$$x(t_0 + iT) = \begin{cases} 1, & \text{nếu } i = 0, \\ 0, & \text{nếu } i \neq 0. \end{cases} \quad (9.17)$$

Để đơn giản hóa và không mất tính tổng quát, chúng ta xem xét trường hợp  $t_0 = 0$ . Điều kiện hệ thống không có nhiễu liên ký hiệu trong (9.17) được viết lại như sau

$$x(iT) = \begin{cases} 1, & \text{nếu } i = 0, \\ 0, & \text{nếu } i \neq 0. \end{cases} \quad (9.18)$$

Do các tiêu chuẩn (9.17) và (9.18) biểu diễn trong miền thời gian, đây là tiêu chuẩn Nyquist cho hệ thống không có nhiễu liên ký hiệu theo miền thời gian.

Từ (9.18), chúng ta có thể biểu diễn tiêu chuẩn dưới dạng hàm liên tục theo thời gian như sau

$$x(t) \sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta(t - iT) = \delta(t), \quad (9.19)$$

với xung dirac  $\delta(t) = 1$  nếu  $t = 0$ . Ngược lại,  $\delta(t) = 1$  nếu  $t \neq 0$ . Áp dụng biến đổi Fourier cho (9.19), chúng ta đạt được kết quả

$$X(f) \otimes \frac{1}{T} \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta \left( f - \frac{n}{T} \right) \right) = 1, \quad (9.20)$$

với lưu ý phép nhân trong miền thời gian là phép tích chập trong miền tần số và  $X(f)$  là biến đổi Fourier của  $x(t)$ . Tiến hành rút gọn (9.20), chúng ta được kết quả

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} X \left( f - \frac{n}{T} \right) = T, \quad (9.21)$$

là tiêu chuẩn Nyquist cho hệ thống không có nhiễu liên ký hiệu trong miền tần số.

Tóm lại, trong lĩnh vực truyền thông số, tiêu chuẩn Nyquist đóng vai trò nền tảng trong việc đảm bảo chất lượng tín hiệu truyền dẫn bằng cách loại bỏ hiện tượng giao thoa giữa các ký hiệu (nhiễu liên ký hiệu). Tiêu chuẩn này xác định các điều kiện mà hệ thống truyền dẫn phải thỏa mãn để tránh việc các ký hiệu chồng

## CHƯƠNG 9. NHIỄU LIÊN KÍ HIỆU

lắn lén nhau trong quá trình truyền và thu, từ đó giảm thiểu sai số do nhiễu nội tại gây ra. Trong miền thời gian, tiêu chuẩn yêu cầu đáp ứng xung tổng hợp của toàn hệ thống phải được thiết kế sao cho tại mỗi thời điểm lấy mẫu, chỉ có một ký hiệu duy nhất ảnh hưởng đến tín hiệu thu được, trong khi ảnh hưởng của các ký hiệu khác phải bị triệt tiêu hoàn toàn. Điều này đảm bảo việc tách biệt rõ ràng giữa các ký hiệu liên tiếp trong chuỗi tín hiệu. Trong miền tần số, tiêu chuẩn Nyquist đưa ra yêu cầu về sự phân bố phổ tần của tín hiệu sao cho không xảy ra hiện tượng chồng phổ giữa các ký hiệu kế tiếp. Điều kiện này nhằm giới hạn băng thông tối thiểu cần thiết cho việc truyền dữ liệu mà không làm phát sinh nhiễu giao thoa. Việc áp dụng tiêu chuẩn Nyquist trong thiết kế hệ thống truyền thông hiện đại là một yếu tố cốt lõi để đạt được hiệu suất truyền dữ liệu tối ưu mà vẫn duy trì độ tin cậy cao.

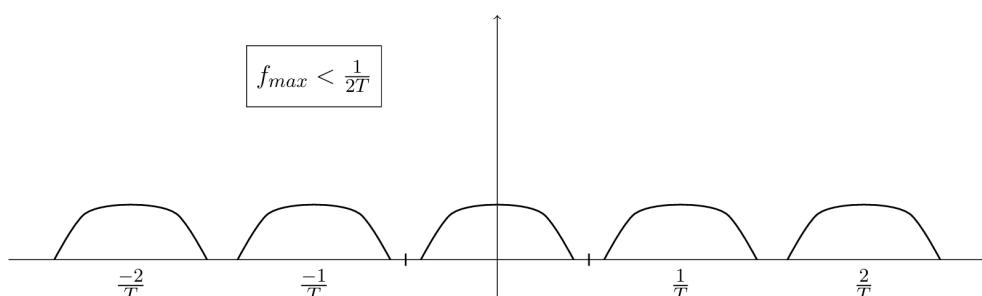
### 9.5 Kiểm tra hệ thống sử dụng tiêu chuẩn Nyquist

Cho hàm  $x(t)$ , để kiểm tra tiêu chuẩn theo miền tần số, ta xét tất cả các phiên bản của  $X(f)$  tập trung xung quanh các tần số trung tâm là bội của  $\frac{1}{T}$ . Sau đó, chúng ta tiến hành cộng các phiên bản để xem kết quả có phải là một hằng số theo trực tần số thỏa mãn (9.21). Một câu hỏi đặt ra là những hàm hàm  $x(t)$  nào thỏa mãn tiêu chuẩn Nyquist cho hệ thống không có nhiễu liên ký hiệu trong miền tần số?

*Hàm số với miền tần số vô hạn:* Ở đây chúng ta xem xét các hàm  $x(t)$  được đặc trưng bởi phổ  $X(f)$  (kết quả biến đổi Fourier) với miền tần số vô hạn. Lưu ý rằng bằng cách sử dụng bộ lọc phôi hợp, chúng ta xây dựng dạng hàm  $x(t) = p(t) \otimes q(t)$  với  $p(t)$  định nghĩa từ véc-tơ trực chuẩn với miền thời gian  $[0, T]$  và  $q(t) = p(T - t)$ . Thông qua định nghĩa như vậy, hệ thống chắc chắn thỏa mãn tiêu chuẩn Nyquist trong miền tần số.

*Hàm số với miền tần số hữu hạn:* Các hàm số  $x(t)$  được đặc trưng bởi phổ tín hiệu  $X(f)$  (hình thành do biến đổi Fourier) với miền tần số hữu hạn  $[-f_{\max}, f_{\max}]$ . Chúng ta xem xét 03 trường hợp sau

- Trường hợp thứ nhất với  $f_{\max} < \frac{1}{2T}$ : Chúng ta minh họa các phiên bản của  $X(f)$  dịch trong miền tần số như Hình 9.11.



**Hình 9.11:** Tiêu chuẩn Nyquist trường hợp 1

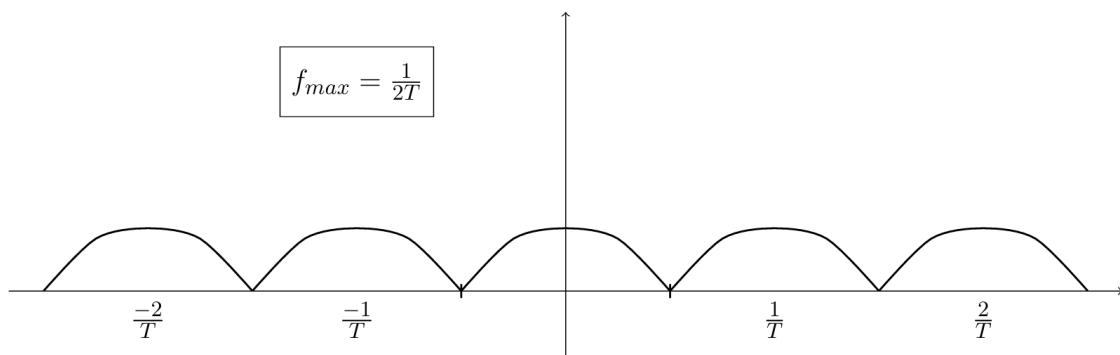
Trong trường hợp này, chúng ta không thể tìm được hàm  $x(t)$  thỏa mãn tiêu chuẩn Nyquist ở miền tần số, do tồn tại các điểm lỗ (holes) tại các tần số là bội của  $\frac{n}{2T}$ . Cụ thể hơn, khi phổ tín hiệu bị giới hạn bởi một tần số nhỏ hơn ngưỡng này, tức  $f_{\max} < \frac{1}{2T}$ , tiêu chuẩn Nyquist không còn được đảm bảo. Nguyên nhân là do phổ của tín hiệu không đủ rộng để lấp đầy toàn bộ dải tần số, dẫn đến sự gián đoạn trong miền tần số và làm cho đáp ứng xung trong miền thời gian không thể triệt tiêu chính xác ảnh hưởng của các ký hiệu lân cận tại các điểm lấy mẫu. Hệ quả là hệ thống sẽ xuất hiện nhiễu liên ký hiệu và gây sai lệch trong quá trình giải điều chế tín hiệu. Nói cách khác, việc không đạt tới băng thông Nyquist tối thiểu đồng nghĩa với việc mất đi khả năng truyền tải dữ liệu một cách chính xác và không can nhiễu trong hệ thống truyền thông số.

**Ví dụ 9.2.** Cho chuỗi bit cho  $T_b = 1$  giây. Do đó, tốc độ bit (tốc độ lấy mẫu) là  $R_b = 1/T_b = 1$ . Tần số Nyquist là  $f_{\max} < 0.5R_b = 0,5$  [Hz]. Chúng ta chọn,  $f_{\max} = 0.4$  [Hz]. Phổ gốc  $X(f)$  được định nghĩa như sau

$$X(f) = \begin{cases} 1, & \text{nếu } |f| \leq 0.4, \\ 0, & \text{trường hợp khác.} \end{cases} \quad (9.22)$$

Một số quan sát tại các tần số khác nhau như sau: Tại  $f = 0$  [Hz],  $X(0) = 1$ . Do đó  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\frac{n}{T}) = 1$ . Tại  $f = 0.5$  [Hz], tần số này không chứa bất kỳ bản sao nào của  $X(f)$ , do đó  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} X(0.5 - \frac{n}{T}) = 0$ . Tại  $f = 1.1$  [Hz],  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} X(1.1 - \frac{n}{T}) = X(0.1) = 1$ . Do đó, tổng phổ tại mỗi giá trị của tần số là 0 hoặc 1 chứ không phải là hằng số  $T = 1$ .

- Trường hợp thứ hai với  $f_{\max} = \frac{1}{2T}$ : Chúng ta minh họa các phiên bản của  $X(f)$  dịch trong miền tần số như Hình 9.12.



Hình 9.12: Tiêu chuẩn Nyquist trường hợp 2

## CHƯƠNG 9. NHIỄU LIÊN KÍ HIỆU

Đây là trường hợp lý tưởng xảy ra khi tín hiệu  $x(t)$  có phổ giới hạn băng tần trong khoảng  $[-f_{\max}, f_{\max}]$  với  $f_{\max} = \frac{1}{2T}$ . Khi đó, tần số lấy mẫu  $f_s = \frac{1}{T}$  sẽ vừa đủ để các bản sao của phổ  $X(f)$  trong miền tần số - được sinh ra bởi quá trình lấy mẫu - tiếp giáp nhau mà không chồng lấn (aliasing), đồng thời cũng không tạo ra khoảng trống phổ như trường hợp  $f_{\max} < \frac{1}{2T}$ . Trong miền tần số, quá trình lấy mẫu tín hiệu tương ứng với việc nhân phổ  $X(f)$  với một chuỗi dirac định kỳ, dẫn đến sự lặp lại các bản sao của  $X(f)$  tại các vị trí  $f = \frac{n}{T}$  với  $n \in \mathbb{Z}$ . Khi  $f_{\max} = \frac{1}{2T}$ , các bản sao này ghép lại liên tục mà không chồng lên nhau, đảm bảo rằng tổng phổ tại mỗi điểm trong miền Nyquist  $(-\frac{1}{2T}, \frac{1}{2T})$  bằng đúng  $T$ , tức là (9.21) thỏa mãn. Điều kiện này là đủ để đảm bảo rằng tín hiệu  $x(t)$  có thể được khôi phục hoàn toàn. Như vậy, trường hợp  $f_{\max} = \frac{1}{2T}$  đại diện cho ranh giới giữa hai vùng: một bên là lấy mẫu đầy đủ cho phép tái tạo hoàn hảo, và bên kia là các trường hợp lấy mẫu thiêu gây mất mát thông tin hoặc aliasing. Đây cũng là cơ sở để xây dựng các hệ thống lấy mẫu trong thực tế. Một giải pháp để khôi phục tín hiệu cho trường hợp này là sử dụng bộ lọc thông thấp lý tưởng (ideal low pass filter) với đáp ứng thời gian

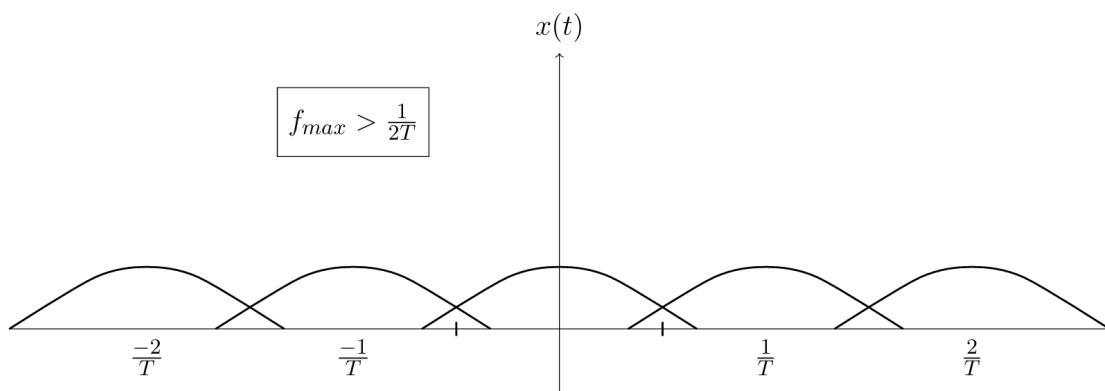
$$x(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T}, \quad (9.23)$$

và đáp ứng tần số  $X(f)$  được xác định bằng biến đổi Fourier như sau

$$X(f) = \begin{cases} T, & \text{neu } |f| \leq 12T, \\ 0, & \text{truong hop khac,} \end{cases} \quad (9.24)$$

và bộ lọc thông thấp lý tưởng thỏa mãn tiêu chuẩn Nyquist trong miền tần số.

- Trường hợp thứ ba  $f_{\max} > \frac{1}{2T}$ : Chúng ta minh họa các phiên bản của  $X(f)$  dịch trong miền tần số như Hình 9.13.



**Hình 9.13:** Biểu diễn miền thời gian

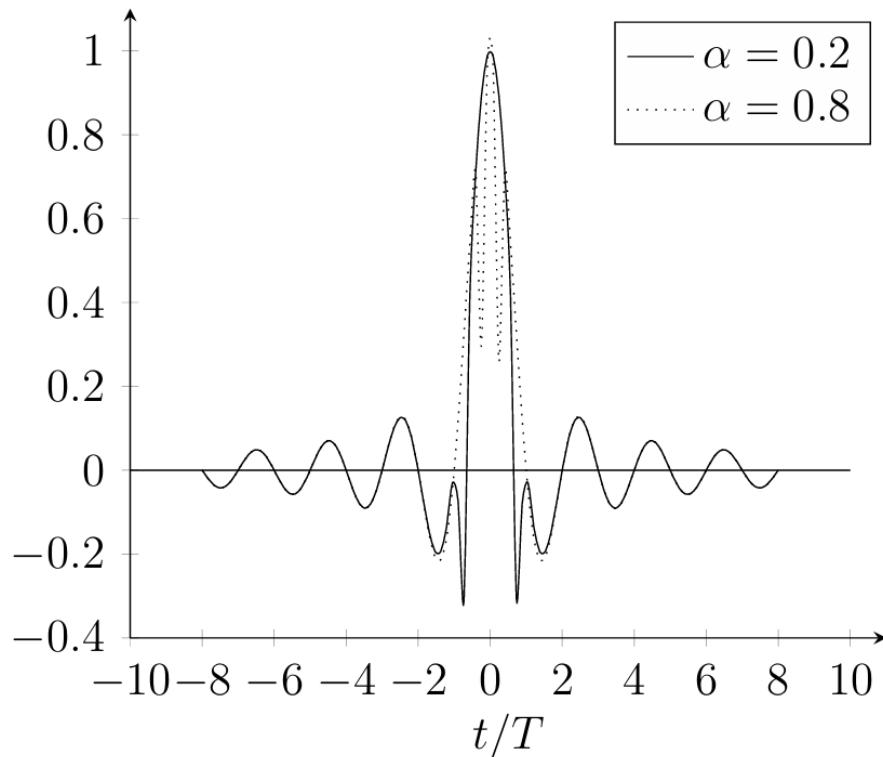
Nếu tín hiệu có phổ giới hạn trong khoảng  $[-f_{\max}, f_{\max}]$ , thì điều kiện Nyquist yêu cầu rằng tần số lấy mẫu phải thỏa mãn  $f_s \geq 2f_{\max}$ , hay tương đương  $f_{\max} \leq \frac{1}{2T}$ . Trong trường hợp vi phạm điều kiện này, tức là  $f_{\max} > \frac{1}{2T}$ , phổ của tín hiệu gốc khi được nhân bản trong miền tần số thông qua quá trình lấy mẫu sẽ chồng lấn lên nhau. Hiện tượng này được gọi là aliasing - một dạng nhiễu phổ không thể tách ra bằng bất kỳ phép lọc tuyến tính nào. Trong miền tần số, quá trình lấy mẫu tương đương với việc lặp lại phổ  $X(f)$ , tại các vị trí cách nhau  $\frac{1}{T}$ . Khi  $f_{\max} > \frac{1}{2T}$ , các bản sao phổ  $X(f - n/T)$  sẽ trùng lặp trong một số vùng tần số, gây ra hiện tượng cộng chồng không mong muốn. Kết quả là tổng phổ tại các tần số chồng lấn sẽ không còn bằng hằng số  $T$ , vi phạm tiêu chuẩn Nyquist trong miền tần số, tức là (9.20) không thỏa mãn. Trong điều kiện này, thông tin của tín hiệu ban đầu bị can nhiễu bởi chính nó, làm cho việc khôi phục lại tín hiệu liên tục từ mẫu rời rạc trở nên bất khả thi mà không có thông tin bổ sung. Hiện tượng aliasing đặc biệt nghiêm trọng trong các hệ thống số, vì nó gây ra méo tín hiệu.

Bộ lọc thông thấp lý tưởng có đáp ứng biên độ trong miền tần số là một hàm hình chữ nhật, truyền toàn bộ các tần số trong dải thông từ  $[-f_{\max}, f_{\max}]$  và triệt tiêu hoàn toàn các tần số ngoài dải đó. Trong việc lấy mẫu và tái tạo tín hiệu, nếu tín hiệu gốc  $x(t)$  là một hàm giới hạn bằng tần tại  $f_{\max}$  và quá trình lấy mẫu được thực hiện với tần số lấy mẫu  $f_s \geq 2f_{\max}$ , thì bộ lọc thông thấp lý tưởng có thể loại bỏ hoàn toàn các bản sao phổ không mong muốn sinh ra trong quá trình lấy mẫu, và tái tạo lại chính xác phổ gốc  $X(f)$ . Nhờ đó, tín hiệu  $x(t)$  được khôi phục nguyên vẹn mà không chứa nhiễu liên ký hiệu.

Trong thực tế, bộ lọc thông thấp lý tưởng không khả thi do có đáp ứng xung (impulse response) kéo dài vô hạn trong miền thời gian (hàm sinc) như định nghĩa trong (9.23). Giải pháp thực tiễn là sử dụng bộ lọc cốt nâng (raised cosine filter) với biểu diễn miền thời gian

$$x(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T} \frac{\cos(\alpha\pi t/T)}{1 - (2\alpha t/T)^2}, \quad (9.25)$$

trong đó  $0 \leq \alpha \leq 1$  là hệ số cuộn (roll-off coefficient). Hàm  $x(t)$  này chắc chắn thỏa mãn tiêu chuẩn Nyquist trong miền thời gian bằng cách kiểm tra (9.18). Với  $\alpha = 0$ , bộ lọc raised cosine trở thành bộ lọc thông thấp lý tưởng và tăng giá trị  $\alpha$  thì bộ lọc giảm bớt tính lý tưởng như minh họa trong Hình 9.14. Sử dụng biến đổi



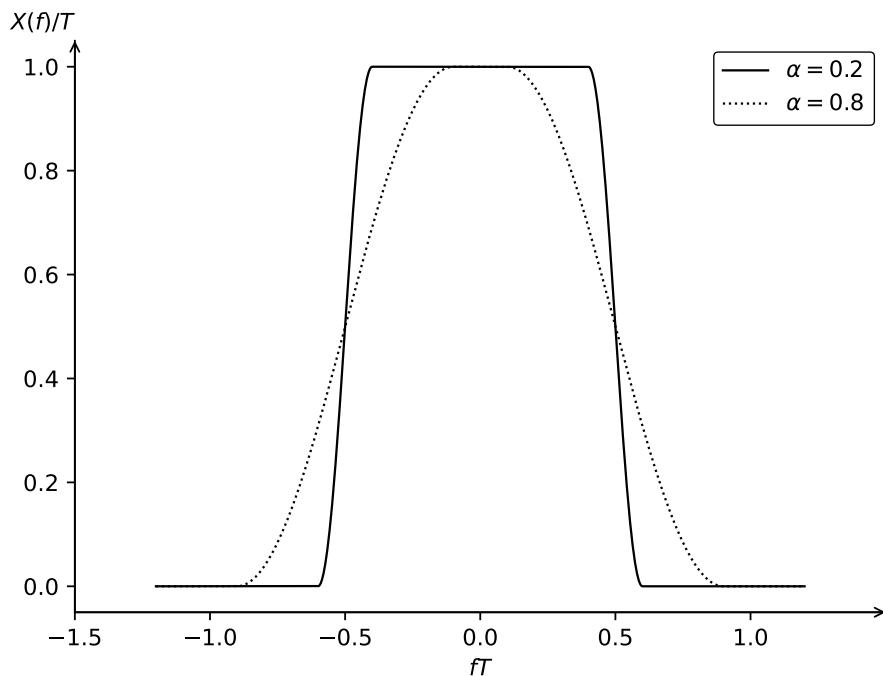
Hình 9.14: Biểu diễn miền thời gian

Fourier cho (9.25), chúng ta có phổ miền tần số  $X(f)$  được biểu diễn như sau

$$X(f) = \begin{cases} 1, & \text{nếu } |f| \leq \frac{(1-\alpha)}{2T}, \\ \frac{T}{2} \left[ 1 - \sin \left( \frac{\pi T}{\alpha} |f| - \frac{1}{2T} \right) \right], & \text{nếu } \frac{(1-\alpha)}{2T} \leq |f| \leq \frac{(1+\alpha)}{2T}, \\ 0, & \text{nếu } |f| \geq \frac{(1+\alpha)}{2T}, \end{cases} \quad (9.26)$$

và phổ  $X(f)$  được biểu diễn như trong Hình (9.15) với hai giá trị hệ số cuộn khác nhau  $\alpha = 0.2$  và  $\alpha = 0.8$ . Trục hoành trong đồ thị là  $fT$ , tức là tần số được nhân với chu kỳ  $T$ , còn trục tung biểu diễn phổ  $X(f)/T$  đã được chuẩn hóa. Đáp ứng tần số của bộ lọc raised cosine được chia làm ba vùng: bằng 1 trong vùng trung tâm  $|f| \leq \frac{1-\alpha}{2T}$ , tuyến tính giảm từ 1 xuống 0 trong vùng chuyển tiếp  $\frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T}$ , và bằng 0 ngoài ra  $|f| \geq \frac{1+\alpha}{2T}$ . Giá trị hệ số cuộn  $\alpha \in [0, 1]$  quyết định độ rộng của vùng chuyển tiếp: khi  $\alpha$  nhỏ, đáp ứng tần số có biên dạng gần như hình chữ nhật, còn khi  $\alpha$  lớn, vùng chuyển tiếp mượt hơn nhưng chiếm băng thông rộng hơn. Trong hình, phổ tần tương ứng với  $\alpha = 0.2$  thể hiện một đáp ứng sắc cạnh và hẹp hơn, chỉ mở rộng một phần nhỏ ngoài băng tần Nyquist  $f = \pm \frac{1}{2T}$ . Trong khi đó, với  $\alpha = 0.8$ , đáp ứng tần số trải rộng ra đáng kể, thể hiện sự đánh đổi giữa băng thông tăng lên và đáp ứng thời gian mượt hơn, nhằm giảm đỉnh nhiễu liên kí hiệu trong miền thời gian. Như vậy, sự lựa chọn hệ số cuộn trong thiết kế bộ lọc raised cosine cho phép kiểm soát linh hoạt giữa hiệu suất phổ và khả năng triệt tiêu nhiễu

liên kí hiệu, tùy theo yêu cầu cụ thể của hệ thống truyền thông.



**Hình 9.15:** Biểu diễn miền tần số của bộ lọc raised cosine

Chúng ta kiểm tra sự xuất hiện của nhiễu liên kí hiệu trong hệ thống sử dụng bộ lọc phối hợp với trường hợp  $t_0 = 0$ . Nếu hàm  $x(t)$  thỏa mãn tiêu chuẩn Nyquist với  $t_0 = 0$ , thì các hàm số  $x'(t) = x(t - t_0)$  sẽ thỏa mãn tiêu chuẩn này với mọi  $t_0$  xác định. Điều này là do việc dịch thời gian chỉ tạo ra một bản sao của tín hiệu gốc bị tịnh tiến về bên trái hoặc bên phải trên trục thời gian, nhưng không làm thay đổi tính chất triệt tiêu ISI tại các điểm lấy mẫu mong muốn. Tại phía thu, mạch đồng bộ kí hiệu luôn có thể xác định chính xác  $t_0$  nên ta sẽ luôn xác định được hàm  $x'(t)$  thỏa mãn.

## 9.6 Bộ lọc phía phát và phía thu

Xem xét tính chất của hàm  $x(t)$ , với  $x = p(t) \otimes q(t)$ . Bộ lọc phối hợp đặc trưng bởi  $q(t)$  được xác định trong miền thời gian  $q(t) = p(T - t)$  với phổ miền tần số tương ứng  $Q(f) = P(f) \exp(-j2\pi fT)$  với  $Q(f)$  và  $P(f)$  là phổ của  $q(t)$  và  $p(t)$ . Nếu  $x(t)$  là bộ lọc thông thấp lý tưởng và  $p(t)$  là hàm chẵn (có đặc tính  $p(t) = p(-t)$ ). Bởi vì  $q(t) = p(T - t) = p(t - T)$ , chúng ta nhận được bộ lọc ở phía thu như sau  $q(t) = p(t)$ . Lưu ý rằng,  $T$  có thể được xác định bởi các mạch đồng bộ. Trên miền tần số, chúng ta có mối quan hệ

$$X(f) = P(f)Q(f). \quad (9.27)$$

## CHƯƠNG 9. NHIỄU LIÊN KÍ HIỆU

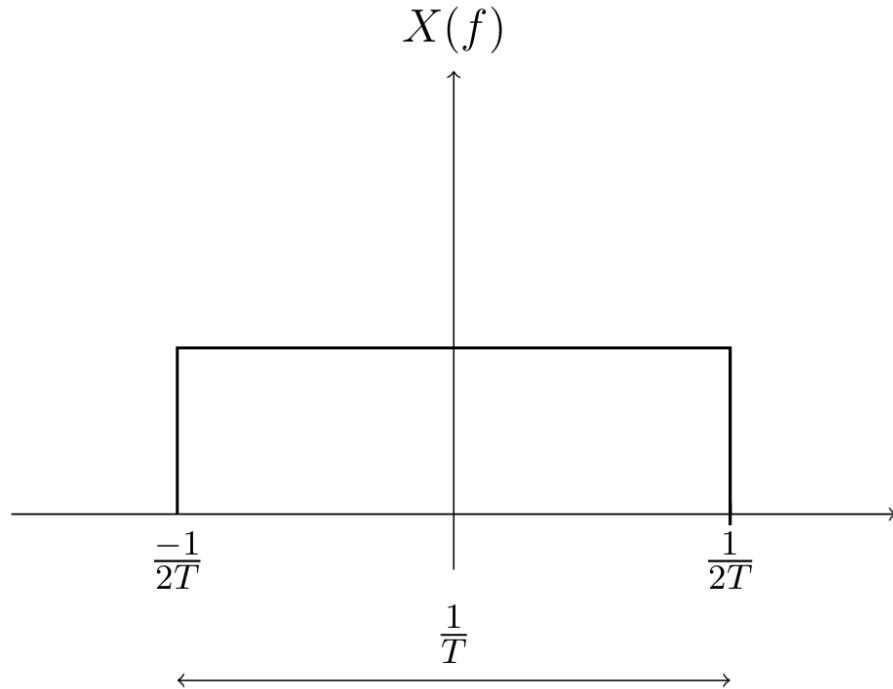
Vì  $q(t) = p(t)$ , theo đó  $Q(f) = P(f)$ . Thay kết quả này vào (9.27), chúng ta được  $X(f) = P(f)^2$ , từ đó chúng ta thiết kế phổ của bộ lọc phía phát và phía thu như sau

$$P(f) = Q(f) = \sqrt{X(f)}. \quad (9.28)$$

Như vậy, ta có thể chia hàm  $x(t)$  thành hai hàm tương tự nhau, được gọi là bộ lọc phía phát (TX) và bộ lọc phía thu (RX). Với bộ lọc thông thấp lý tưởng  $x(t)$ , ta có bộ lọc phía phát được định nghĩa như sau

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \frac{\sin(\pi t/T)}{(\pi t/T)}, \quad (9.29)$$

đây cũng là bộ lọc thông thấp lý tưởng với băng thông chiếm dụng tối thiểu  $\frac{1}{2T}$  như minh họa Hình 9.16.

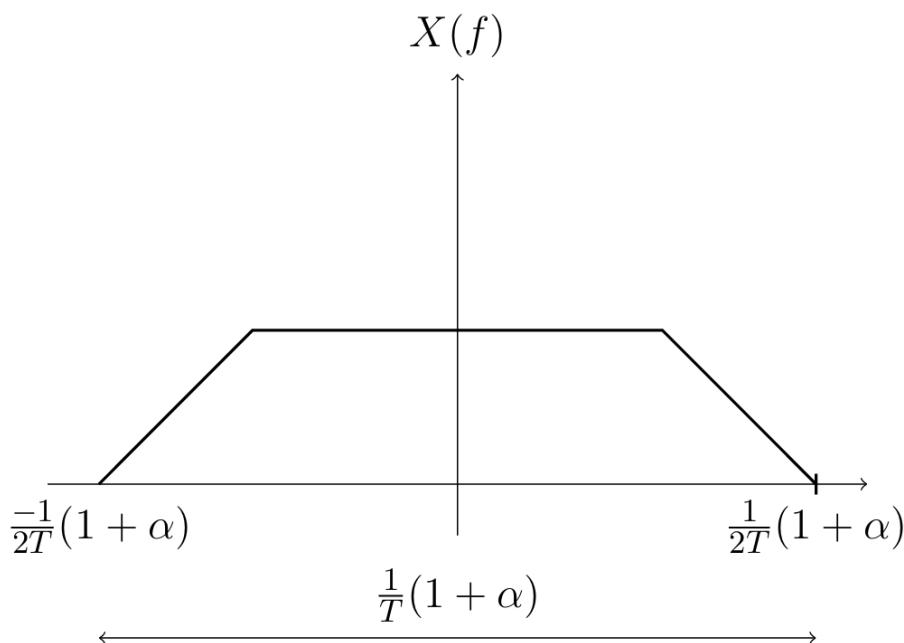


**Hình 9.16:** Bộ lọc thông thấp lý tưởng

Bây giờ, chúng ta xem xét bộ lọc raised cosine với đáp ứng xung như (9.25) và bộ lọc phía phát  $p(t)$  gọi là root raised cosine (RRC) sẽ được định nghĩa như sau

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \frac{\sin(\pi \frac{t}{T} (1 - \alpha)) + 4\alpha \frac{t}{T} \cos(\pi \frac{t}{T} (1 + \alpha))}{\pi \frac{t}{T} \left(1 - (4\alpha \frac{t}{T})^2\right)}. \quad (9.30)$$

Bộ lọc RRC có băng thông chiếm dụng  $\frac{1}{2T}(1 + \alpha)$  như minh họa Hình 9.17.


**Hình 9.17:** Bộ lọc RRC

Bộ lọc RRC được thiết kế sao cho đáp ứng tần số của nó là căn bậc hai của bộ lọc raised cosine. Cụ thể, khi áp dụng cùng một bộ lọc RRC tại cả phía phát và phía thu, tích chập giữa hai đáp ứng xung thời gian sẽ tạo ra một bộ lọc raised cosine hoàn chỉnh. Điều này đảm bảo đáp ứng hệ thống tổng thể vẫn thỏa mãn tiêu chuẩn Nyquist loại bỏ nhiễu liên ký hiệu, đồng thời phân bố đều nhiệm vụ lọc giữa hai đầu của kênh truyền (phía phát và phía thu).

## 9.7 Tổng kết chương

Trong chương này, chúng ta đã tìm hiểu hiện tượng nhiễu liên ký hiệu (ISI) – nguyên nhân dẫn đến tín hiệu nhận bị ảnh hưởng bởi các ký hiệu lân cận trong chuỗi dữ liệu. Thông qua việc phân tích đầu ra của bộ lọc phối hợp, ta thấy rằng để tránh ISI, bộ lọc tổng thể  $x(t) = p(t) \otimes q(t)$  cần thỏa mãn điều kiện Nyquist:  $x(iT) = 0$  với  $i \neq 0$  và  $x(0) = 1$ .

Để đảm bảo điều kiện này, các bộ lọc như bộ lọc thông thấp lý tưởng hoặc bộ lọc raised cosine đã được giới thiệu. Trong thực tế, bộ lọc root raised cosine (RRC) được sử dụng ở cả phía phát và phía thu nhằm tạo nên một hệ thống truyền tuân thủ điều kiện Nyquist, loại bỏ ISI và tối ưu băng thông sử dụng.

Các kết luận quan trọng của chương:

- Nhiều liên ký hiệu làm giảm chất lượng tín hiệu, gây lỗi khi giải mã.
- Bộ lọc phối hợp là công cụ quan trọng để tăng tỷ lệ tín hiệu trên nhiễu (SNR) ở đầu thu.

## CHƯƠNG 9. NHIỄU LIÊN KÍ HIỆU

- Điều kiện Nyquist cung cấp tiêu chuẩn thiết kế bộ lọc để triệt tiêu ISI.
- Bộ lọc raised cosine và root raised cosine là lựa chọn thực tiễn giúp hiện thực hóa điều kiện Nyquist trong môi trường truyền dẫn giới hạn băng thông.

Những kiến thức từ chương này là tiền đề quan trọng để hiểu rõ các kỹ thuật điều chế nâng cao, kỹ thuật ghép kênh và tối ưu hóa hiệu suất truyền trong hệ thống truyền thông số hiện đại.

**Bài tập 9.1.** Cho hệ thống điều chế tín hiệu một chiều được xây dựng từ cơ sở trực chuẩn  $\mathcal{B} = \{b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2T}} P_{2T}(t)\}$ . Phía thu sử dụng bộ lọc phối hợp để khôi phục tín hiệu. Hãy giải quyết các vấn đề sau

- Định nghĩa và vẽ hình  $p(t)$ ,  $q(t)$ , và  $x(t)$ .
- Kiểm tra liệu hệ thống có thỏa mãn tiêu chuẩn Nyquist có thỏa mãn trong miền thời gian hay không.

**Bài tập 9.2.** Cho bộ lọc thông thấp lý tưởng định nghĩa trong (9.23). Biết bộ lọc bên phát và bên thu là giống nhau  $p(t) = q(t)$ . Tìm  $p(t)$ .

**Bài tập 9.3.** Cho bộ lọc raised cosine định nghĩa trong (9.25). Biết bộ lọc bên phát và bên thu là giống nhau  $p(t) = q(t)$ . Tìm  $p(t)$ .

**Bài tập 9.4.** Một hệ thống truyền sử dụng bộ lọc phối hợp tại phía thu. Giả sử tín hiệu truyền  $s(t)$  được biểu diễn như sau:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a[n] p(t - nT),$$

với  $p(t)$  là xung hình chữ nhật chuẩn hóa trong khoảng  $[0, T]$ :

$$p(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}}, & 0 \leq t < T, \\ 0, & \text{ngược lại.} \end{cases}$$

- Tìm  $q(t)$  là bộ lọc phối hợp với  $p(t)$ .
- Biểu diễn  $x(t) = p(t) \otimes q(t)$ .
- Vẽ  $x(t)$  và kiểm tra xem hệ thống có gây ra ISI không.

**Bài tập 9.5.** Giả sử tín hiệu  $x(t)$  có dạng:

$$x(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T}.$$

- Tính  $x(iT)$  với  $i \in \mathbb{Z}$ .
- Kết luận liệu tín hiệu này có thỏa mãn điều kiện Nyquist để loại bỏ ISI không.

3. Tính băng thông chiếm dụng của tín hiệu  $x(t)$ .

**Bài tập 9.6.** Giả sử hệ thống truyền sử dụng bộ lọc tổng thể có đáp ứng xung  $x(t)$  là bộ lọc raised cosine với hệ số roll-off  $\alpha = 0.5$  và tốc độ ký hiệu  $R = 1/T = 1$  MHz.

1. Tính băng thông chiếm dụng của hệ thống.
2. Nếu sử dụng RRC ở cả phía phát và thu, hãy xác định dạng biểu thức cho  $p(t)$ .
3. So sánh băng thông trong trường hợp  $\alpha = 0$  và  $\alpha = 1$ .

**Bài tập 9.7.** Một hệ thống truyền được yêu cầu không gây nhiễu liên kí hiệu và sử dụng băng thông không vượt quá 2.5 MHz. Nếu tốc độ ký hiệu  $R = 1/T = 1$  MHz:

1. Xác định giá trị  $\alpha$  tối đa mà hệ thống raised cosine có thể sử dụng.
2. Nếu sử dụng bộ lọc RRC tại cả phía phát và thu, hãy viết công thức tính  $P(f)$  và xác định băng thông mỗi bên.



## CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG

---

<b>10.1 Điều chế biên độ xung nhị phân (2-PAM) . . . . .</b>	<b>143</b>
<b>10.2 Biểu đồ mắt . . . . .</b>	<b>150</b>
<b>10.3 Xác suất lỗi của điều chế 2-PAM . . . . .</b>	<b>153</b>
<b>10.4 Mã đường truyền từ điều chế 2-PAM . . . . .</b>	<b>153</b>
<b>10.5 Điều chế biên độ xung <math>m</math>-PAM . . . . .</b>	<b>163</b>
<b>10.6 Cân bằng giữa hiệu quả sử dụng phổ và xác suất lỗi . . . . .</b>	<b>170</b>
<b>10.7 Điều chế tuyến tính . . . . .</b>	<b>171</b>
<b>10.8 Tổng kết chương . . . . .</b>	<b>173</b>
<b>10.9 Bài tập . . . . .</b>	<b>174</b>

---

Điều chế biên độ xung (Pulse Amplitude Modulation - PAM) là một trong những kỹ thuật điều chế tuyến tính cơ bản và quan trọng trong truyền thông số, trong đó thông tin số được truyền tải bằng cách thay đổi biên độ của các xung được phát tại những thời điểm rời rạc đều đặn. Kỹ thuật này đặt nền tảng cho nhiều phương pháp điều chế phức tạp hơn như QAM và OFDM. Trong chương này, chúng ta sẽ tìm hiểu nguyên lý hoạt động, cấu trúc tín hiệu PAM, hiệu quả sử dụng phổ, xác suất lỗi, và mối quan hệ giữa bộ lọc phát – thu trong hệ thống PAM.

### 10.1 Điều chế biên độ xung nhị phân (2-PAM)

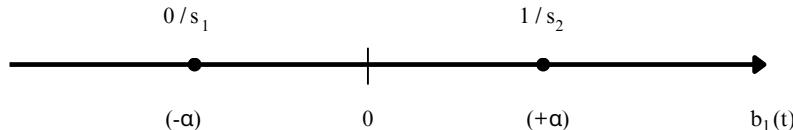
Điều chế biên độ xung nhị phân 2-PAM (Binary Pulse Amplitude Modulation) là một kỹ thuật điều chế đơn giản nhưng là nền tảng trong truyền thông số, trong đó mỗi bit thông tin được ánh xạ thành một trong hai mức biên độ đối ngược nhau và truyền đi dưới dạng xung. Khác với các sơ đồ điều chế mang tần số sóng mang, 2-PAM thuộc nhóm điều chế băng tần cơ sở (baseband modulation), nghĩa là tín hiệu được truyền trực tiếp mà không cần điều chế lên tần số cao hơn. Điều này giúp tiết kiệm tài nguyên phổ trong các kênh vật lý gần lý tưởng như cáp, sợi quang hoặc truyền không dây tầm ngắn.

Cụ thể, chúng ta xét chùm tín hiệu  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = -\alpha p(t), s_2(t) = +\alpha p(t)\}$  trong không gian một chiều ( $d = 1$ ) với véc-tơ cơ sở  $b_1(t) = p(t)$ . Chiều chùm tín hiệu lên véc-tơ cơ sở chúng ta có chùm tín hiệu rời rạc  $\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = -\alpha, s_2 = +\alpha\} \subset \mathbb{R}$ . Bởi vì không gian tín hiệu đang được xem xét chỉ có một vector trực chuẩn, nên không gian một chiều, bao gồm hai tín hiệu là tổ hợp tuyến tính của vector trực chuẩn và giá trị  $\alpha$  và  $-\alpha$ . Thời gian truyền một bit chính là thời gian truyền một kí

hiệu,  $R = R_b$  và  $T = T_b$ . Quá trình gán nhãn nhị phân như sau

$$\begin{aligned} e : H_1 &\leftrightarrow \overline{\mathcal{M}} \\ (0) &\leftrightarrow s_1 \\ (1) &\leftrightarrow s_2, \end{aligned} \tag{10.1}$$

nghĩa là chúng ta gán bit 0 cho  $s_1$  và bit 1 cho  $s_2$  như minh họa Hình 10.1. Để tìm

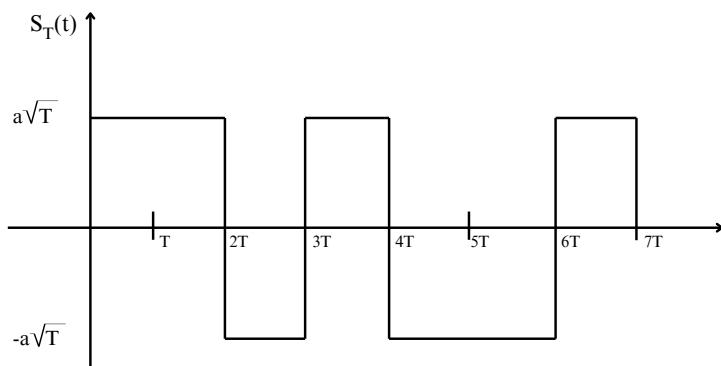


**Hình 10.1:** Gán nhãn nhị phân

hiểu rõ hơn về dạng sóng truyền, chúng ta xem xét  $p(t)$  là xung vuông, cứ mỗi một chu kỳ  $T$  dịch sang một xung vuông. Về mặt toán học, chúng ta định nghĩa dạng sóng truyền  $s(t)$  là hàm của biên độ và xung như sau

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a[n]p(t - nT), \tag{10.2}$$

với  $T = T_b$ ,  $a[n] \in \{-\alpha, +\alpha\}$ . Nếu chúng ta thiết lập  $p(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t)$ , dạng sóng truyền  $s(t)$  được minh họa như Hình 10.2 cho chuỗi bit  $u_T = (1101001)$ . Từ dạng



**Hình 10.2:** Dạng sóng truyền của chuỗi bit  $u_T = (1101001)$ .

sóng truyền của tín hiệu  $s(t)$ , chúng ta định nghĩa hàm mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  như sau

$$G_s(f) = \sigma_a^2 \frac{|P(f)|^2}{T} = x |P(f)|^2, \tag{10.3}$$

với  $x = \sigma_a^2/T$ . Chúng ta nhắc lại rằng  $G_s(f)$  trong (10.3) đạt được bằng cách giả

## CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG

sử các biến ngẫu nhiên  $a[n]$  độc lập thống kê với kỳ vọng  $\mu_a = 0$  và phương sai  $\sigma_a^2$ . Sau đó, chúng ta có thể định nghĩa băng thông của tín hiệu  $B$  [Hz].

**Định nghĩa 10.1.** Băng thông (đơn vị Hz) của tín hiệu  $s(t)$  là vùng tần số chứa phần quan trọng nhất của mật độ phổ công suất  $G_s(f)$ .

Định nghĩa băng thông này là một cách diễn giải mang tính trực quan và phù hợp với thực tế, đặc biệt khi xử lý các tín hiệu không lý tưởng. Trong hầu hết các hệ thống thực, tín hiệu không có phổ giới hạn tuyệt đối (non-bandlimited) mà trải dài trên toàn trực tần số, với mật độ công suất giảm dần. Do đó, việc định nghĩa băng thông theo “vùng chứa phần lớn năng lượng” (ví dụ, 90% hoặc 99% năng lượng toàn phần) giúp kỹ sư có thể đánh giá và thiết kế hệ thống một cách thực tiễn. Tuy nhiên, về mặt học thuật, định nghĩa này không mang tính định lượng rõ ràng, bởi cụm từ “phần quan trọng nhất” là mơ hồ và không xác định ngưỡng cụ thể nào về năng lượng. Ngoài ra, định nghĩa trên cũng không phân biệt giữa các loại băng thông khác nhau được sử dụng trong lý thuyết hệ thống. Từ Định nghĩa 10.1, các biến thể của định nghĩa băng thông như sau

- Băng thông là độ rộng dải tần chứa toàn bộ phổ của tín hiệu. Đây là định nghĩa băng thông có ưu điểm là đơn giản, trực quan và bám sát khái niệm vật lý của phổ tín hiệu, giúp chúng ta dễ hình dung. Nó liên hệ chặt chẽ với lý thuyết Fourier, thuận tiện cho phân tích tín hiệu trong miền tần số, đặc biệt phù hợp khi mô tả các tín hiệu lý tưởng có phổ giới hạn rõ ràng, chẳng hạn tín hiệu điều chế hình sin hoặc xung đã qua lọc lý tưởng. Tuy nhiên, định nghĩa này bộc lộ nhiều hạn chế khi áp dụng cho tín hiệu thực tế, bởi hầu hết các tín hiệu đều có phổ mở rộng vô hạn và việc xác định “toàn bộ phổ” là bất khả thi. Nó cũng không đưa ra tiêu chí cụ thể để cắt phổ dựa trên ngưỡng năng lượng, gây khó khăn cho đo lường thực nghiệm. Ngoài ra, định nghĩa này không phản ánh đầy đủ lượng thông tin mà tín hiệu truyền tải, bởi hai tín hiệu có cùng độ rộng phổ lý thuyết nhưng phân bố năng lượng khác nhau vẫn có hiệu quả truyền thông khác nhau. Trong các môi trường nhiễu hoặc kênh truyền giới hạn, băng thông hữu ích thường được xác định bởi điều kiện kênh và yêu cầu chất lượng, chứ không chỉ đơn thuần dựa trên toàn bộ phổ của tín hiệu.
- Băng thông là độ rộng dải tần tín hiệu tính đến một nửa công suất (lấy từ -3dB dưới đỉnh của phổ trỏ lên). Định nghĩa này có ưu điểm là phù hợp với thực tế đo lường và phân tích tín hiệu, vì nó dựa trên mức công suất cụ thể, dễ xác định bằng thiết bị phân tích phổ. Cách tiếp cận này phản ánh sát hơn phân phổ mang năng lượng chính của tín hiệu, loại bỏ các thành phần biên độ rất nhỏ ở xa tần số trung tâm, nhờ đó cho giá trị băng thông có ý nghĩa hơn đối với thiết kế mạch lọc, anten hay kênh truyền. Ngoài ra, việc chọn ngưỡng -3 dB tương

ứng với mức nửa công suất là tiêu chuẩn phổ biến trong kỹ thuật, giúp so sánh kết quả giữa các hệ thống trở nên nhất quán. Tuy vậy, định nghĩa này cũng có những hạn chế, như không phản ánh toàn bộ phổ tín hiệu, nên có thể bỏ qua các thành phần quan trọng nếu năng lượng phân tán rộng nhưng không vượt ngưỡng -3 dB. Bên cạnh đó, với những tín hiệu có dạng phổ không đối xứng hoặc nhiều đỉnh công suất, việc xác định băng thông theo tiêu chí này có thể gây nhầm lẫn hoặc không phản ánh đúng tính chất truyền dẫn và thu nhận của tín hiệu.

- Định nghĩa băng thông thông qua băng thông nhiễu tương đương - quy đổi đáp ứng biên độ bình phương  $|H(f)|^2$  thành một "hình chữ nhật" có chiều cao bằng biên độ cực đại và độ rộng sao cho diện tích băng tổng công suất nhiễu đi qua lọc - có ưu điểm là gắn trực tiếp với công suất nhiễu đầu ra dưới giả thiết nhiễu trắng, nhờ đó cung cấp một thước đo tiện dụng để dự báo SNR, so sánh các bộ lọc/kênh không lý tưởng (dốc thoái, gợn, đuôi dài) bằng một đại lượng năng lượng tương đương, và dễ tiêu chuẩn hóa trong đo lường dựa vào cấu hình của máy phân tích phổ. Tuy nhiên, định nghĩa này cũng có những hạn chế: *i*) phụ thuộc giả thiết nhiễu trắng và tính dừng; khi hệ thống chịu ảnh hưởng của nhiều màu theo tần số, định nghĩa băng thông này không còn dự đoán đúng công suất nhiễu; *ii*) nhạy với đuôi phổ và sóng bên xa dải thông, khiến băng thông tương đương có thể "rộng" hơn mức hữu dụng về mặt thông tin; *iii*) phụ thuộc chuẩn hóa theo đỉnh đáp ứng (đặc biệt với đáp ứng gợn, nhiều đỉnh, hoặc bất đối xứng), gây sai lệch khi so sánh giữa các kiến trúc lọc; và *iv*) bỏ qua cấu trúc phổ của tín hiệu, nên không phản ánh trực tiếp thông lượng dữ liệu hay chất lượng giải điều chế trong các sơ đồ điều chế/phân bổ phổ đặc thù.
- Băng thông là độ rộng dải tần tín hiệu "null-to-null" hay chính là độ rộng dải tần của búp chính. Cách định nghĩa này phản ánh đúng độ rộng của vùng năng lượng tập trung mạnh nhất của tín hiệu (búp chính), từ điểm triệt tiêu đầu tiên ở một bên trên trục tần số đến điểm triệt tiêu đầu tiên ở bên kia, giúp đánh giá độ phân giải phổ và yêu cầu về băng thông kênh truyền. Tuy nhiên, định nghĩa này cũng tồn tại một số hạn chế: nó bỏ qua hoàn toàn ảnh hưởng của các búp phụ và phần phổ ngoài búp chính, nên không phản ánh đầy đủ mức rò nhiễu hay năng lượng ngoài dải; đồng thời, đối với tín hiệu hoặc đáp ứng lọc không có điểm "null" rõ ràng (ví dụ phổ bị gợn hoặc suy giảm dần), việc áp dụng trở nên khó khăn hoặc mang tính ước lượng. Ngoài ra, băng thông null-to-null thường lớn hơn so với băng thông hữu ích trong truyền thông số, dẫn đến đánh giá thiếu chính xác về thông lượng dữ liệu hoặc hiệu suất sử dụng phổ.

## CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG

- Định nghĩa băng thông là độ rộng dài tần chứa 99% công suất tín hiệu. Định nghĩa này có ưu điểm là phản ánh sát thực tế hơn so với các định nghĩa lý tưởng như “toàn bộ phổ” hay “null-to-null”, vì nó chỉ tập trung vào phần năng lượng chính của tín hiệu, loại bỏ các thành phần biên độ rất nhỏ ở xa dải thông. Cách xác định này có thể áp dụng cho cả tín hiệu có phổ mở rộng vô hạn, giúp đo lường băng thông một cách nhất quán và so sánh giữa các dạng tín hiệu khác nhau. Ngoài ra, nó liên hệ trực tiếp với hiệu quả sử dụng phổ và chất lượng truyền dẫn, đặc biệt hữu ích khi đánh giá khả năng đáp ứng băng thông của kênh truyền. Tuy nhiên, phương pháp này cũng có hạn chế: việc lựa chọn ngưỡng 99% là mang tính quy ước, nên giá trị băng thông có thể thay đổi nếu chọn ngưỡng khác (ví dụ 90% hay 95%).Thêm vào đó, quá trình tính toán yêu cầu tích phân phổ công suất, đòi hỏi phép đo hoặc mô phỏng chính xác; trong môi trường thực tế nhiều lớn, việc xác định biên phổ chứa đúng 99% năng lượng có thể gặp sai số. Cuối cùng, định nghĩa này không trực tiếp phản ánh hình dạng phổ hay độ dốc sườn phổ, vốn cũng ảnh hưởng đáng kể đến nhiều và giao thoa giữa các kênh.
- Băng thông đo bằng độ rộng dài tần số mà mật độ phổ công suất giảm đi một lượng chẵng hạn  $-35 \text{ [dB]}$  ( $-50 \text{ [dB]}$ ). Cụ thể  $G_s(f)$  từ  $-35 \text{ [dB]}$  dưới giá trị phổ lớn nhất. Đây là định nghĩa đơn giản, trực quan và dễ xác định trên đồ thị phổ hoặc từ kết quả đo bằng máy phân tích phổ. Cách tiếp cận này cho phép đánh giá băng thông dựa trên mức suy giảm năng lượng rõ ràng, phù hợp với các yêu cầu kỹ thuật về nhiễu phát xạ ngoài dải (out-of-band emission) hoặc tuân thủ tiêu chuẩn giới hạn phổ. Nó cũng giúp so sánh các bộ lọc hoặc tín hiệu khác nhau theo cùng một chuẩn suy giảm, hỗ trợ thiết kế đáp ứng lọc để hạn chế giao thoa giữa các kênh lân cận. Tuy nhiên, định nghĩa này cũng có một số hạn chế. Trước hết, việc chọn ngưỡng  $-35 \text{ [dB]}$  hay  $-50 \text{ [dB]}$  mang tính quy ước, nên giá trị băng thông đo được có thể khác nhau nếu tiêu chuẩn thay đổi. Bên cạnh đó, trong trường hợp tín hiệu có phổ gọn, không phẳng hoặc nhiều đỉnh phụ, việc xác định “giá trị phổ lớn nhất” và điểm suy giảm tương ứng có thể gây sai số hoặc thiếu nhất quán. Ngoài ra, cách đo này chỉ phản ánh vị trí các thành phần phổ mạnh so với ngưỡng suy giảm, chứ không tính đến tổng công suất hay phân bố năng lượng trong toàn dải tần, do đó đôi khi không phản ánh đúng hiệu quả sử dụng phổ hay mức nhiễu thực tế.

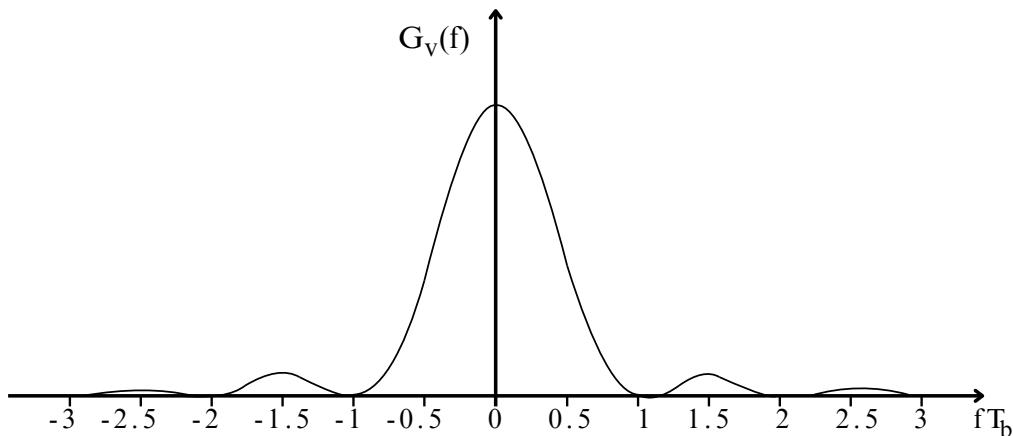
**Ví dụ 10.1.** Xét điều chế 2-PAM với không gian nhị phân đối cực và hàm  $p(t)$  xung vuông định nghĩa như sau

$$p(t) = b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t), \quad (10.4)$$

với  $T = T_b$  là chu kỳ bit. Sau đó, chúng ta có hàm mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  được định nghĩa như sau

$$G_s(f) = A^2 T \left( \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2, \quad (10.5)$$

và được minh họa như Hình 10.3. Tư quan sát mật độ phổ công suất ta có băng thông của tín hiệu như sau



**Hình 10.3:** Phổ tín hiệu với không gian nhị phân đối cực với xung vuông

- Băng thông chứa toàn bộ phổ của tín hiệu:  $B = \infty$  [Hz].
- Băng thông đo đến nửa công suất tín hiệu  $-3$  [dB]:  $B \approx 0.44/T_b$  [Hz].
- Băng thông biểu diễn tương đương qua nhiễu:  $B = 0.5/T_b$  [Hz].
- Băng thông đo từ “null-to-null”:  $B = 1/T_b$  [Hz].
- Băng thông đo bằng  $99\%$  năng lượng:  $B \approx 10.29/T_b$  [Hz].
- Băng thông đo tại năng lượng giảm  $-35$  [dB]:  $B \approx 17.57/T_b$  [Hz].
- Băng thông đo tại năng lượng giảm  $-50$  [dB]:  $B \approx 100.52/T_b$  [Hz].

Bây giờ, chúng ta cùng kiểm tra hiệu quả sử dụng phổ của điều chế 2-PAM, được định nghĩa như sau

$$\eta = \frac{R_b}{B} \text{ [bps/Hz].} \quad (10.6)$$

Do đó, hiệu quả sử dụng phổ  $\eta$  mô tả tốc độ bit trên một đơn vị tần số. Đối với bộ lọc thông thấp lý tưởng, hiệu quả sử dụng phổ của điều chế 2-PAM

$$\eta_{id} = \frac{R_b}{B_{id}} = 2 \text{ [bps/Hz].} \quad (10.7)$$

## CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG

Bên cạnh đó, nếu bên phát sử dụng bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha$ , thì băng thông hệ thống là

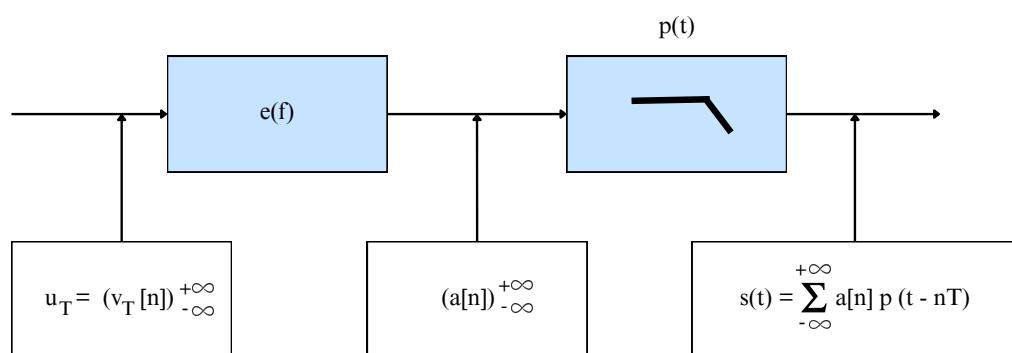
$$\begin{aligned} B &= \frac{R}{2}(1 + \alpha) \\ &= \frac{R_b}{2}(1 + \alpha) [\text{Hz}], \end{aligned} \quad (10.8)$$

với thành phần dôi ra của băng thông  $1 + \alpha$  do sử dụng bộ lọc RRC chỉ ra tính không lý tưởng của bộ lọc. Do đó, hiệu quả sử dụng băng thông được tính như sau

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{R_b}{B} \\ &= \frac{2}{1 + \alpha} [\text{bps/Hz}]. \end{aligned} \quad (10.9)$$

So sánh hiệu quả sử dụng phổ trong (10.9) và (10.7), bộ lọc RRC giảm hiệu quả sử dụng phổ đi một lượng  $(1 + \alpha)$  lần.

Bộ điều chế 2-PAM được minh họa như Hình 10.4 bao gồm dữ liệu từ chuỗi dữ liệu nhị phân, gán nhãn sử dụng không gian Hamming, đến đưa ra dạng sóng truyền. Trước hết, chuỗi nhị phân đầu vào  $u_T = (v_T[n])_{-\infty}^{+\infty}$  được đưa vào khối gán

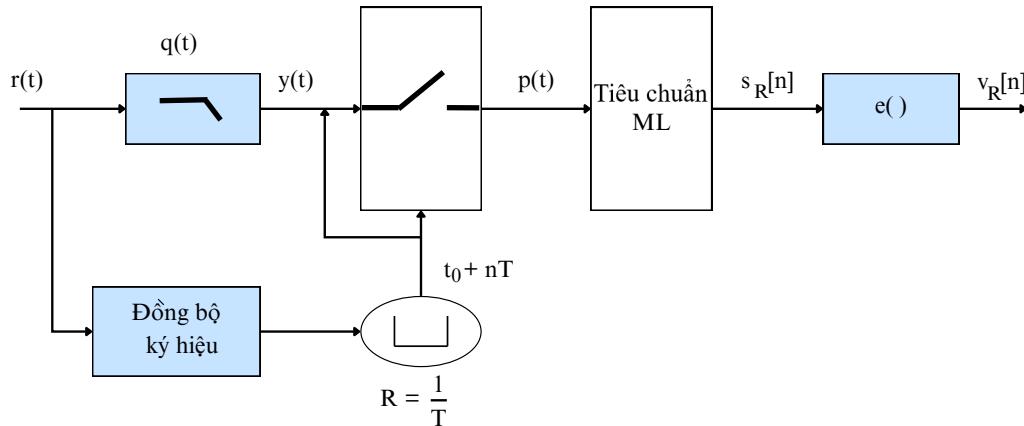


**Hình 10.4:** Bộ điều chế 2-PAM

nhãn nhị phân  $e(\cdot)$ . Với điều chế 2-PAM, mỗi bit nhị phân được gán thành một biên độ xung: ví dụ bit 0 ánh xạ thành  $-1$  và bit 1 ánh xạ thành  $+1$ , hoặc ngược lại. Kết quả sau ánh xạ là chuỗi  $(a[n])_{-\infty}^{+\infty}$  biểu diễn các mức biên độ của các ký hiệu. Tiếp theo, chuỗi hệ số  $a[n]$  được đưa qua khối tạo dạng xung  $p(t)$ . Xung  $p(t)$  là dạng sóng cơ sở cho mỗi ký hiệu (ví dụ: xung hình chữ nhật, raised cosine, hay root-raised cosine). Quá trình ghép các ký hiệu vào dạng sóng truyền được mô tả bởi (10.2). Kết quả  $s(t)$  là tín hiệu PAM liên tục theo thời gian, mang thông tin của chuỗi nhị

phân ban đầu dưới dạng biên độ xung.

Tại phía thu, sơ đồ giải điều chế 2-PAM được minh họa như Hình 10.5 sử dụng bộ lọc phối hợp và tiêu chuẩn ML. Tín hiệu thu  $r(t)$ , bao gồm chuỗi ký hiệu PAM



**Hình 10.5:** Bộ giải điều chế 2-PAM

bị ảnh hưởng bởi nhiễu, trước tiên được đưa qua bộ lọc phối hợp với đáp ứng xung  $q(t)$  được thiết kế là phiên bản đối xứng thời gian của bộ lọc bên phát  $p(t)$  nhằm cực đại hóa tỷ số tín hiệu trên nhiễu (SNR) tại thời điểm lấy mẫu. Đầu ra của bộ lọc  $y(t)$  sau đó được lấy mẫu tại các thời điểm  $t_0 + nT$ , do khối đồng bộ ký hiệu (symbol synchronization) xác định. Khối đồng bộ này đảm bảo việc lấy mẫu diễn ra đúng đắn đáp ứng xung, giúp thu được thông kê đủ cho quá trình quyết định. Các mẫu  $y[n]$  sau bộ lọc phối hợp sẽ được đưa vào bộ quyết định ML. Nếu xung truyền thỏa mãn điều kiện Nyquist không nhiễu liên ký hiệu, quyết định ML sẽ đơn giản là so sánh ngưỡng tại 0, tương đương với phát hiện dấu của mẫu để suy ra ký hiệu  $\pm 1$ . Ngược lại, trong trường hợp tồn tại nhiễu liên ký hiệu, tiêu chuẩn ML sẽ được thực hiện thông qua ước lượng dãy tối ưu toàn cục (ví dụ bằng giải thuật giả mã phức tạp hơn như Viterbi), nhằm cực tiểu hóa sai số bình phương giữa tín hiệu quan sát và tín hiệu tái tạo từ các giả thiết chuỗi ký hiệu. Dãy ký hiệu quyết định  $s_R[n]$  sau đó được đưa qua khối ánh xạ ngược  $e^{-1}(\cdot)$  để chuyển đổi thành chuỗi bit thông tin nhị phân  $v_R[n]$ .

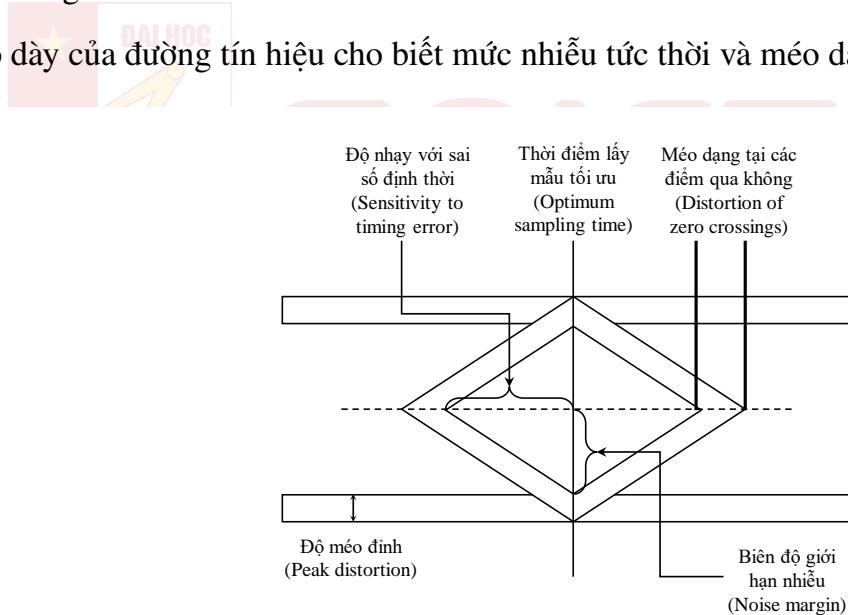
## 10.2 Biểu đồ mắt

Biểu đồ mắt (eye diagram) ở phía thu là một công cụ trực quan quan trọng để đánh giá chất lượng tín hiệu 2-PAM sau khi truyền qua kênh và trước (hoặc sau) quá trình giải điều chế. Biểu đồ này được tạo ra bằng cách chồng nhiều khoảng thời gian ký hiệu của tín hiệu thu  $y(t)$  (hoặc  $r(t)$ ) lên cùng một trục thời gian với chu kỳ bằng  $T$  - thời gian ký hiệu. Ở phía thu, đặc biệt sau bộ lọc phối hợp, biểu

## CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG

đồ mắt cho thấy rõ ràng mức độ mở của “mắt” - tức là khoảng cách biên độ giữa hai mức logic tại thời điểm lấy mẫu tối ưu  $t_0 + nT$ . Một biểu đồ mắt “mở rộng” (open eye) biểu thị rằng tín hiệu có tỷ số SNR cao, méo dạng nhỏ, và ít nhiễu liên ký hiệu, từ đó đảm bảo xác suất lỗi bit thấp khi áp dụng tiêu chuẩn ML. Ngược lại, biểu đồ mắt “khép” (eye closure) cho thấy SNR thấp hoặc nhiễu liên ký hiệu đáng kể, khiến việc phân tách hai mức tín hiệu khó khăn và tăng nguy cơ sai quyết định. Các đặc điểm chính quan sát được từ biểu đồ mắt ở phía thu như minh họa Hình 10.6 bao gồm:

- Độ mở theo phương đứng (vertical opening) liên quan trực tiếp đến SNR: càng mở rộng, tín hiệu càng ít bị ảnh hưởng bởi nhiễu.
- Độ mở theo phương ngang (horizontal opening) phản ánh mức độ nhạy của hệ thống với sai lệch thời gian lấy mẫu: càng mở, đồng bộ thời gian càng dễ và ít nhạy cảm với jitter.
- Độ dốc của sườn tín hiệu liên quan đến tốc độ chuyển mức và băng thông của hệ thống.
- Độ dày của đường tín hiệu cho biết mức nhiễu tức thời và méo dạng xung.

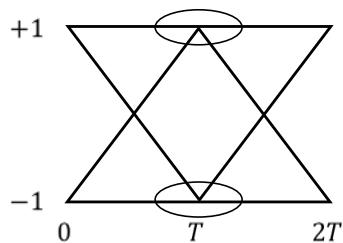


**Hình 10.6:** Minh họa các định lượng trong biểu đồ mắt

Trong hệ thống giải điều chế 2-PAM sử dụng bộ lọc phối hợp, nếu xung phát tuân theo tiêu chuẩn Nyquist, biểu đồ mắt tại đầu ra bộ lọc phối hợp sẽ có mắt mở tối đa tại thời điểm lấy mẫu. Điều này đảm bảo rằng bộ quyết định ML có thể hoạt động gần mức tối ưu, đồng thời giúp chúng ta dễ dàng đánh giá chất lượng kênh truyền, xác định nguyên nhân suy giảm chất lượng (nhiễu, nhiễu liên ký hiệu, méo phi tuyến) và tinh chỉnh tham số hệ thống để cải thiện hiệu năng.

**Ví dụ 10.2.** Xem xét một hệ thống truyền thông sử dụng 2-PAM với bộ lọc bên phát  $p(t) = b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}P_T(t)$ , bộ lọc bên thu  $q(t) = p(T-t) = \frac{1}{\sqrt{T}}P_T(t)$ , và bộ lọc

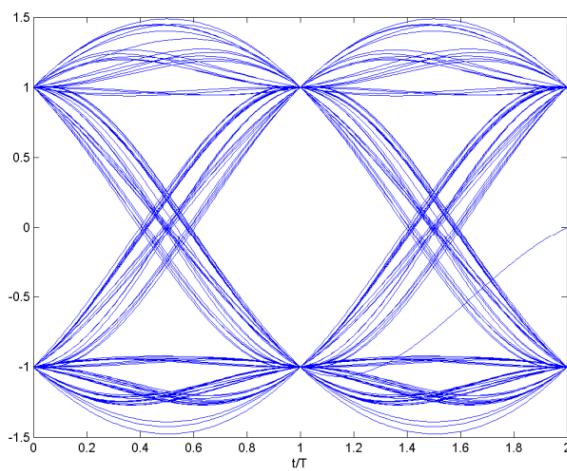
tổng hợp  $x(t) = p(t) \otimes q(t)$ . Biểu đồ mắt trong trường hợp dùng bộ lọc thông thấp lý tưởng được minh họa như Hình 10.7. Biểu đồ mắt của hệ thống 2-PAM sử dụng



**Hình 10.7:** Biểu đồ mắt hệ thống sử dụng điều chế 2-PAM và bộ lọc thông thấp lý tưởng

bộ lọc thông thấp lý tưởng thể hiện rõ ràng hai mức tín hiệu ổn định tại  $+1$  và  $-1$ , tương ứng với hai ký hiệu của sơ đồ điều chế. Bộ lọc thông thấp lý tưởng với băng thông giới hạn ở  $\frac{1}{2T}$  loại bỏ hoàn toàn các thành phần tần số cao hơn, đảm bảo tín hiệu ở đầu ra có dạng mượt, không xuất hiện gợn sóng. Nhờ đáp ứng biên độ và pha lý tưởng, dạng xung tại đầu thu thoả mãn tiêu chuẩn Nyquist, từ đó loại bỏ nhiều liên ký hiệu tại các thời điểm lấy mẫu tối ưu. Trong biểu đồ, độ mở mắt tối đa cả về phương đứng và phương ngang tại thời điểm  $t = T$ , cho thấy hệ thống đạt tỷ số tín hiệu trên nhiễu (SNR) cao và ít nhạy cảm với sai lệch thời gian lấy mẫu. Độ dốc của các sườn tín hiệu đối xứng phản ánh tính tuyến tính của hệ thống và đáp ứng pha tuyến tính của bộ lọc.

Trong trường hợp sử dụng bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha = 0.5$  và dưới tác động của nhiễu AWGN, biểu đồ mắt thể hiện như Hình 10.8. Đồ thị cho thấy "mắt" mở



**Hình 10.8:** Biểu đồ mắt thực tế của hệ thống sử dụng bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha = 0.5$

khá đều, thể hiện đặc trưng thỏa điều kiện Nyquist tại thời điểm lấy mẫu. Với cặp RRC–RRC, đáp ứng tổng là raised-cosine (RC) nên các điểm  $t = nT$  có nhiều liên

## CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG

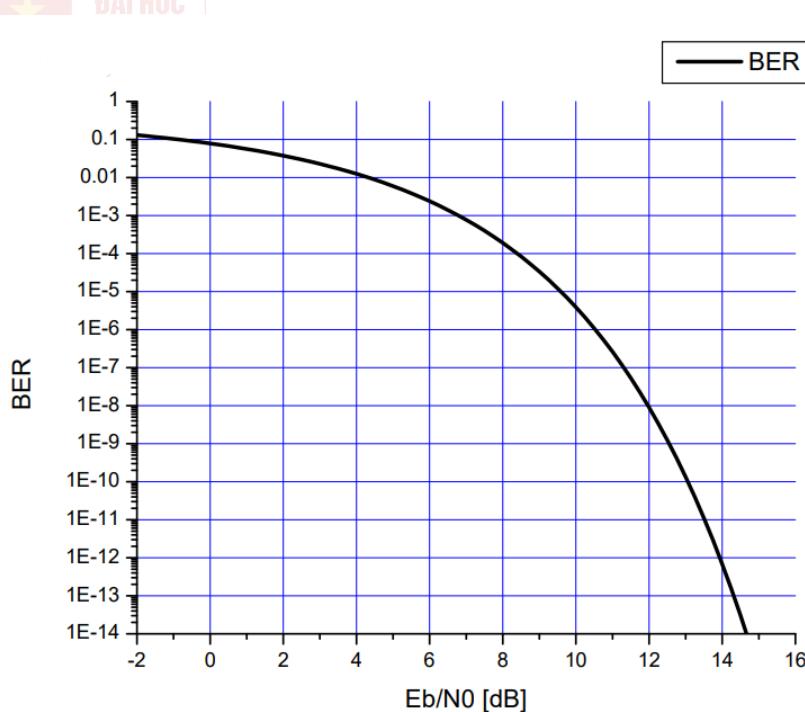
ký hiệu bằng 0; vì vậy, ngay cả khi các vệt tín hiệu dày lên do AWGN, các đỉnh mẫu vẫn tập trung quanh hai mức  $\pm 1$ . Hệ số cuộn  $\alpha = 0.5$  mang lại băng thông tín hiệu  $B = \frac{1+\alpha}{2T} = \frac{0.75}{T}$ ; rộng hơn so với  $\alpha$  nhỏ, nên sườn chuyển mức nhanh hơn và “mắt” mở ngang tốt hơn (dễ đồng bộ thời gian), đồng thời đuôi xung ngắn hơn nên nhạy cảm nhiều liên kí hiệu do lệch thời gian cũng giảm. Dưới tác động AWGN, độ dày của các vệt ở hai mức và tại điểm giao tăng lên (mở đọc bị thu hẹp), phản ánh phuơng sai nhiều sau bộ lọc phối hợp.

### 10.3 Xác suất lỗi của điều chế 2-PAM

Tương tự các chương trước, xác suất lỗi ký hiệu (SER) và xác suất lỗi bit (BER) của hệ thống 2-PAM theo hàm erfc như sau

$$\Pr_b(e) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right), \quad (10.10)$$

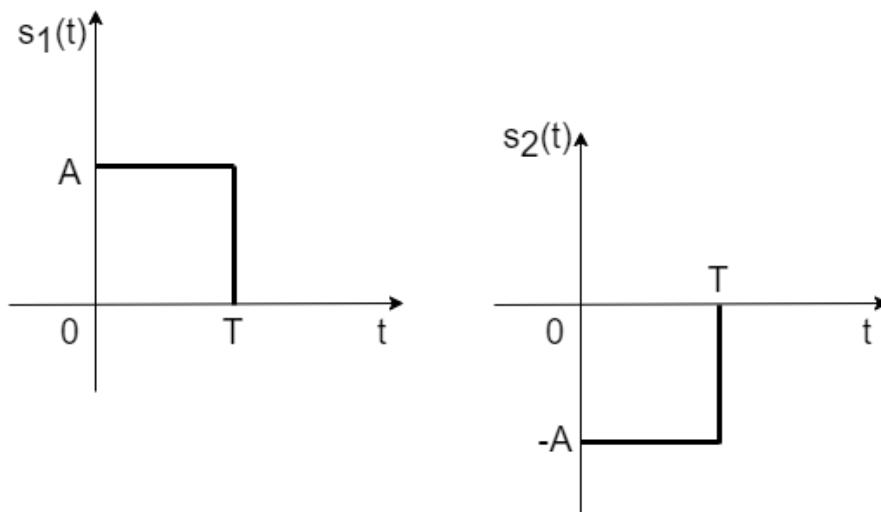
với  $E_b$  là năng lượng bit và  $N_0$  là mật độ công suất nhiễu. Hình 10.9 minh họa kết quả xác suất lỗi trong (10.10).



**Hình 10.9:** Xác suất lỗi của hệ thống sử dụng điều chế 2-PAM

### 10.4 Mã đường truyền từ điều chế 2-PAM

*Mã lưỡng cực bipolar NRZ (Non-return to zero):* Đây là phương pháp mã hóa dữ liệu nhị phân sử dụng hai mức điện áp đổi xứng biểu diễn các bit 0 và 1. Tín hiệu NRZ không quay trở lại mức 0 giữa các bit như minh họa Hình 10.10. Chùm tín hiệu trong không gian một chiều ( $d = 1$ ) được định nghĩa  $\mathcal{M} = \{s_1(t) =$

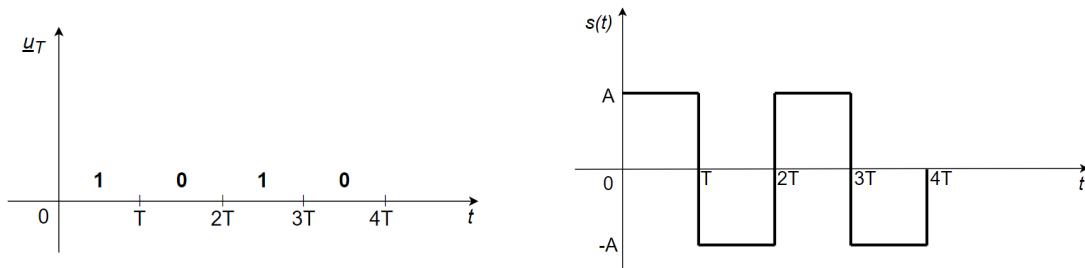


**Hình 10.10:** Tập tín hiệu bipolar NRZ

$+AP_T(t), s_2(t) = -AP_T(t)\}$  với véc-tơ cơ sở trực chuẩn  $b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}P_T(t)$ . Chùm tín hiệu rời rạc sau khi chiếu các tín hiệu chuẩn lên véc-tơ cơ sở  $b_1(t)$  được biểu diễn như sau  $\bar{\mathcal{M}} = \{s_1 = +\alpha, s_2 = -\alpha\}$ . Do đó, dạng sóng truyền  $s(t)$  được định nghĩa

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a[n]p(t-nT), a[n] \in \{+\alpha, -\alpha\}. \quad (10.11)$$

Hình 10.11 mô tả dạng sóng truyền của chuỗi bit  $u_T = (1010)$  sử dụng điều chế 2-PAM có xung hình chữ nhật. Bit 0 được gán với mức biên độ  $-A$  và bit 1 được gán với mức biên độ  $+A$ . Hàm mật độ phổ công suất của mã lưỡng cực NRZ được



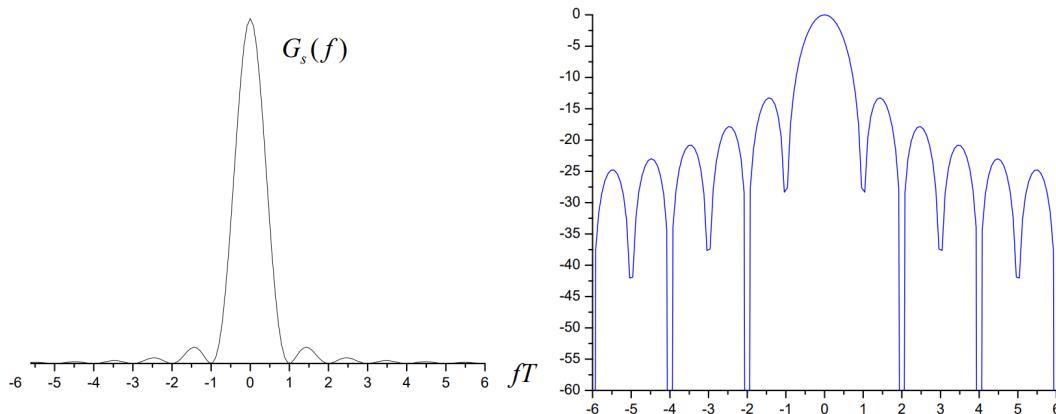
**Hình 10.11:** Dạng sóng truyền của chuỗi bit  $u_T = (1010)$

định nghĩa với dạng sóng truyền (10.11) như sau

$$\begin{aligned} G_s(f) &= \sigma_a^2 \frac{|P(f)|^2}{T} \\ &= A^2 T \text{sinc}^2(fT), \end{aligned} \quad (10.12)$$

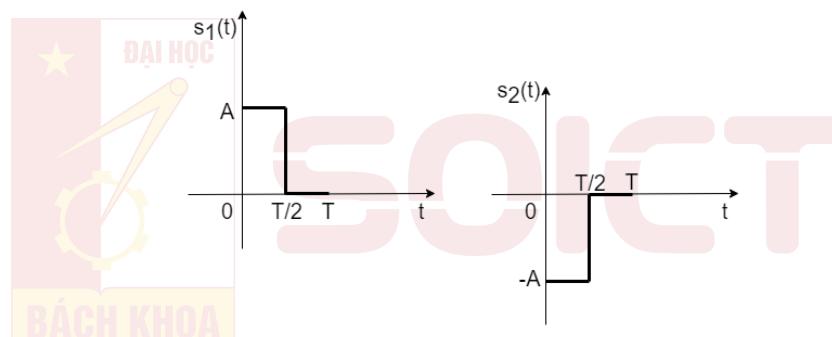
và được minh họa trong Hình 10.12.

*Mã lưỡng cực bipolar RZ (return to zero):* Đây là phương pháp mã hóa dữ liệu



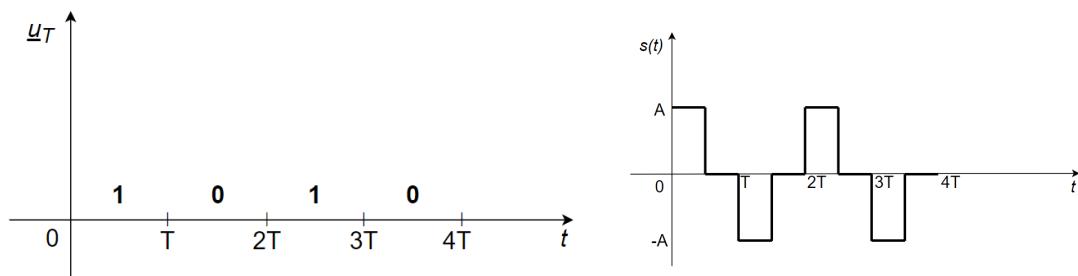
Hình 10.12: Hàm mật độ phổ công suất của mã lưỡng cực NRZ

nhi phân sử dụng hai mức điện áp đối xứng để biểu diễn các bit 0 và 1, giống NRZ, nhưng có sự khác biệt là trở về mức 0 ở nửa chu kỳ. Chùm tín hiệu trong không gian một chiều được định nghĩa như sau  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +AP_{T/2}(t), s_2(t) = -AP_{T/2}(t)\}$  và được minh họa như Hình 10.13. Bằng việc sử dụng véc-tơ trực chuẩn  $b_1(t) =$



Hình 10.13: Tín hiệu của mã lưỡng cực bipolar RZ

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{T}}P_{T/2}(t)$ , chúng ta có thể định nghĩa chùm tín hiệu rời rạc  $\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = +\alpha, s_2 = -\alpha\}$ . Sau đó, dạng sóng truyền  $s(t)$  được định nghĩa như trong (10.11), chú ý ở đây  $p(t)$  được định nghĩa khác. Hình 10.14 minh họa chuỗi bit nhị phân  $u_T = (1010)$  và dạng sóng truyền  $s(t)$  sử dụng mã lưỡng cực BRZ. Sử dụng tính chất đối称 của



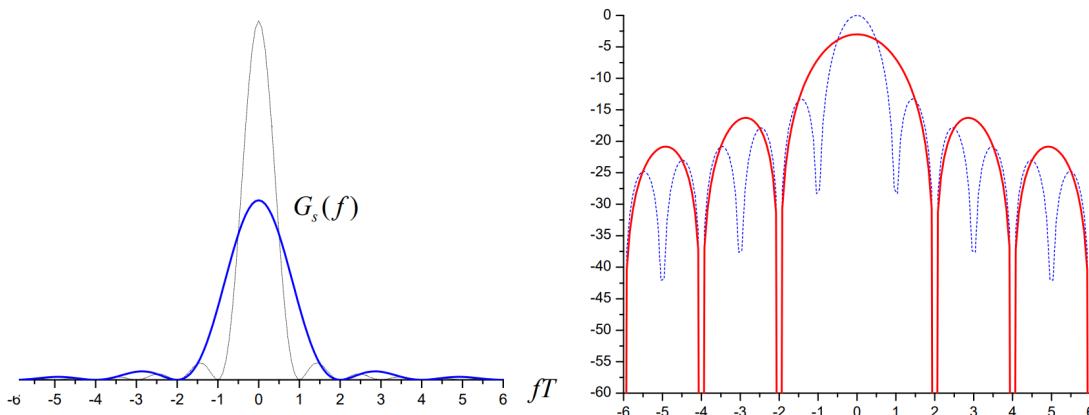
Hình 10.14: Dạng sóng truyền sử dụng mã BRZ của chuỗi bit  $u_T = (1010)$

mã BRZ với  $\mu_a = 0$  và phương sai  $\sigma_a^2$ , chúng ta có mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  của

tín hiệu  $s(t)$  được biểu diễn như sau

$$\begin{aligned} G_s(f) &= \sigma_a^2 \frac{|P(f)|^2}{T} \\ &= \frac{A^2 T}{4} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{fT}{2}\right), \end{aligned} \quad (10.13)$$

và được minh họa như trong Hình 10.15. *Mã lưỡng cực tam giác (bipolar triangular):*

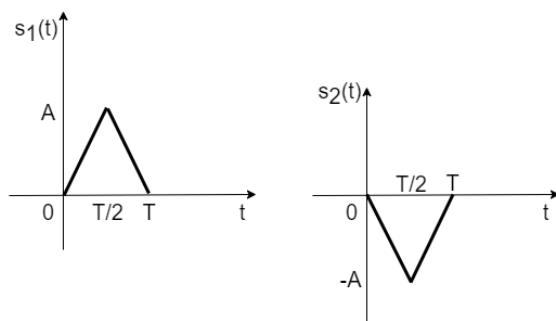


**Hình 10.15:** Hàm mật độ phổ công suất của mã BRZ

Có chùm tín hiệu được biểu diễn trong không gian một chiều  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +A\Delta_T(t), s_2(t) = -A\Delta_T(t)\}$ , với xung tam giác  $\Delta_T(t)$  được định nghĩa như sau

$$\Delta_T(t) = \begin{cases} 1 - \frac{2}{T} |t - \frac{T}{2}|, & 0 \leq t \leq T, \\ 0, & \text{trường hợp khác.} \end{cases} \quad (10.14)$$

Hai tín hiệu  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  được minh họa như trong Hình 10.16. Bởi vì không gian

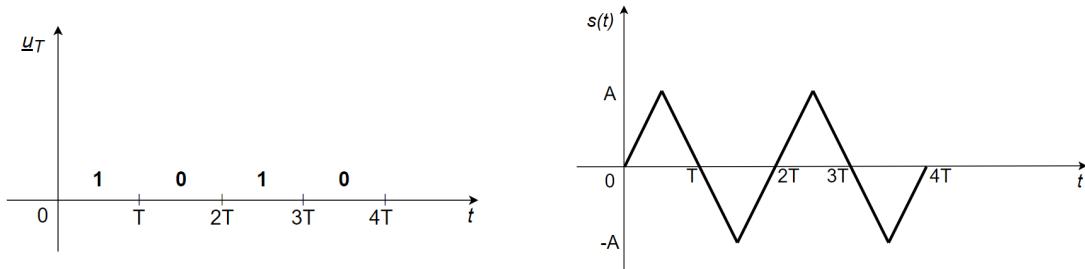


**Hình 10.16:** Tập tín hiệu mã lưỡng cực tam giác

tín hiệu một chiều, chúng ta định nghĩa véc-tơ cơ sở trực chuẩn  $b_1(t) = \sqrt{\frac{3}{T}} \Delta_T(t)$  và chiếu chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$  lên véc-tơ này. Kết quả chùm tín hiệu rời rạc được định nghĩa như sau  $\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = +\alpha, s_2 = -\alpha\}$ . Sau đó, dạng sóng truyền  $s(t)$  được biểu diễn như trong (10.11) nhưng với bộ lọc bên phát là hàm tam giác. Với chuỗi bit

## CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG

nhi phân  $u_T = (1010)$ , dạng sóng truyền của mã lưỡng cực tam giác được minh họa như Hình 10.17. Hàm mật độ phổ công suất của tín hiệu  $s(t)$  được biểu diễn như

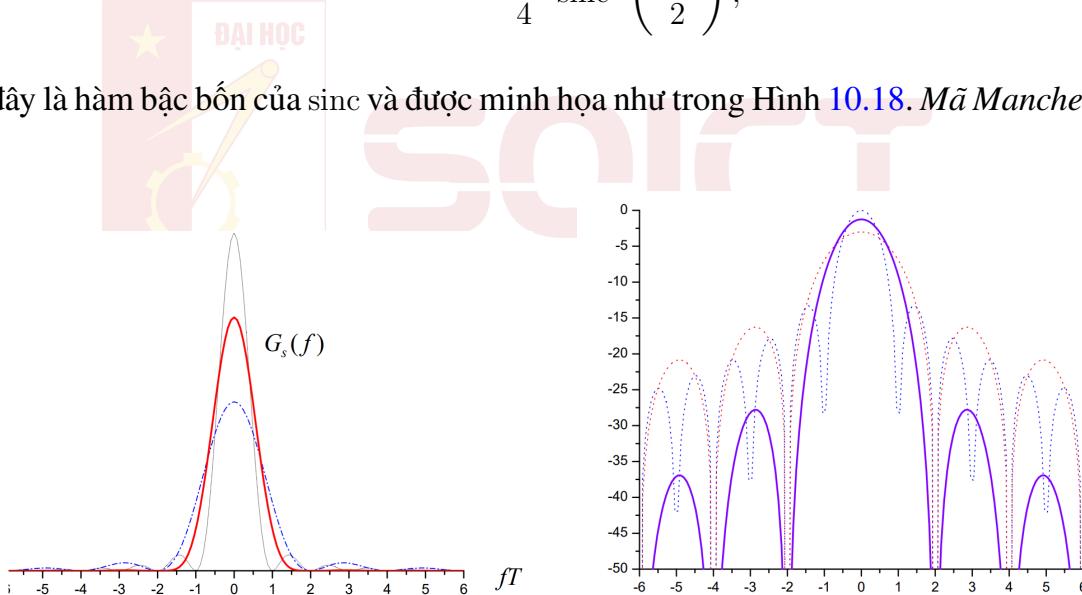


**Hình 10.17:** Dạng sóng truyền sử dụng mã lưỡng cực tam giác của chuỗi bit  $u_T = (1010)$

sau

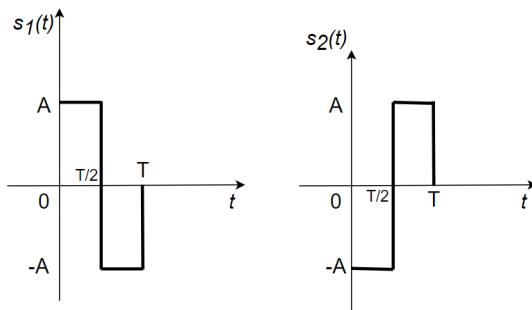
$$G_s(f) = \sigma_a^2 \frac{|P(f)|^2}{T} = \frac{A^2 T}{4} \operatorname{sinc}^4\left(\frac{fT}{2}\right), \quad (10.15)$$

đây là hàm bậc bốn của sinc và được minh họa như trong Hình 10.18. *Mã Manchester*:



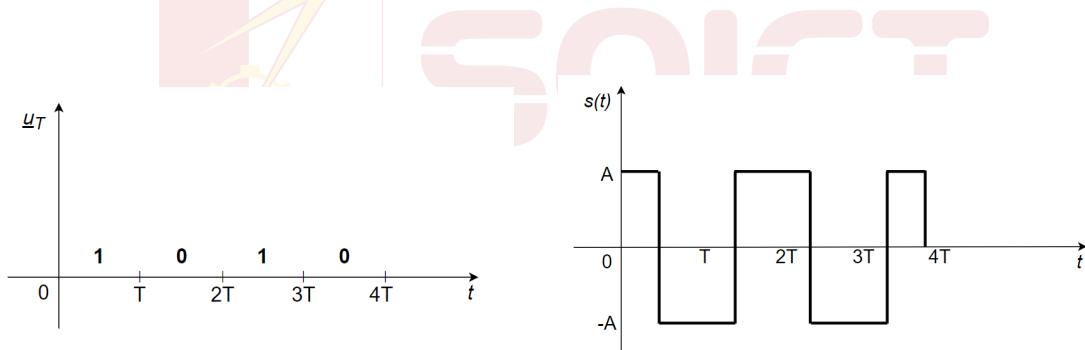
**Hình 10.18:** Mật độ phổ công suất của tín hiệu sử dụng mã lưỡng cực tam giác

Đây là phương pháp mã hóa dữ liệu nhị phân sử dụng hai mức điện áp để biểu diễn các bit 0 và 1, giống như NRZ, RZ, nhưng có sự khác biệt là sự thay đổi mức điện áp giữa mỗi nửa chu kỳ của một bit. Trong mỗi nửa chu kỳ bit, tín hiệu sẽ chuyển đổi mức điện áp một lần, từ cao sang thấp hoặc từ thấp sang cao. Chùm tín hiệu liên tục biểu diễn như sau  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +Ax(t), s_2(t) = -Ax(t)\}$  với  $x(t) = [+P_{T/2}(t) - P_{T/2}(t - T/2)]$ . Hai tín hiệu  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  của mã Manchester được minh họa như trong Hình 10.19.



**Hình 10.19:** Tập tín hiệu của mã Manchester

Trong không gian tín hiệu một chiều, chúng ta xem xét véc-tơ trực chuẩn  $b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} (+P_{T/2}(t) - P_{T/2}(t - T/2))$  và, do đó, chùm tín hiệu rời rạc  $\bar{\mathcal{M}} = \{s_1 = +\alpha, s_2 = -\alpha\}$  đạt được bằng việc chiêu  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  lên cơ sở trực chuẩn. Dạng sóng truyền  $s(t)$  của mã Manchester được biểu diễn như trong (10.11) với bộ lọc bên phát định nghĩa riêng. Hình 10.20 minh họa dạng sóng truyền của mã Manchester cho chuỗi bit nhị phân  $u_T = (1010)$ . Mật độ phổ công suất dạng sóng truyền biểu diễn bởi mã Manchester được định nghĩa trong Định lý 10.1.



**Hình 10.20:** Dạng sóng truyền (Pseudoternary waveform) của chuỗi bit 1010

**Định lý 10.1.** Nếu biên độ  $a[n] \in \{+A, -A\}$  là các biên ngẫu nhiên độc lập có giá trị trung bình  $\mu_a = 0$  và phương sai  $\sigma_a^2 = A^2$ . Hàm mật độ phổ tín hiệu của mã Manchester được định nghĩa như sau

$$\begin{aligned}
 G_s(f) &= \sigma_a^2 \frac{|P(f)|^2}{T} \\
 &= A^2 T \frac{\sin^4 \left( \pi f \frac{T}{2} \right)}{\left( \pi f \frac{T}{2} \right)^2}.
 \end{aligned} \tag{10.16}$$

*Chứng minh.* Trước tiên, chúng ta có bộ lọc bên phát  $p(t)$  được định nghĩa dựa vào

## CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG

véc-tơ cơ sở trực chuẩn  $b_1(t)$  như sau

$$\begin{aligned} p(t) &= b_1(t) \\ &= \frac{1}{\sqrt{T}} \left( +P_{T/2}(t) - P_{T/2}\left(t - \frac{T}{2}\right) \right). \end{aligned} \quad (10.17)$$

Sử dụng biến đổi Fourier cho  $p(t)$ , chúng ta có phổ  $P(f)$  được biểu diễn như sau

$$\begin{aligned} P(f) &= \frac{1}{\sqrt{T}} \left( +\frac{T}{2} \text{sinc}\left(f \frac{T}{2}\right) \exp\left(-j2\pi f \frac{T}{4}\right) - \frac{T}{2} \text{sinc}\left(f \frac{T}{2}\right) \exp\left(-j2\pi f \frac{3T}{4}\right) \right) \\ &= \left( +\frac{\sqrt{T}}{2} \text{sinc}\left(f \frac{T}{2}\right) \exp\left(-j2\pi f \frac{T}{4}\right) \right) \left( 1 - \exp\left(-j\pi f T\right) \right), \end{aligned} \quad (10.18)$$

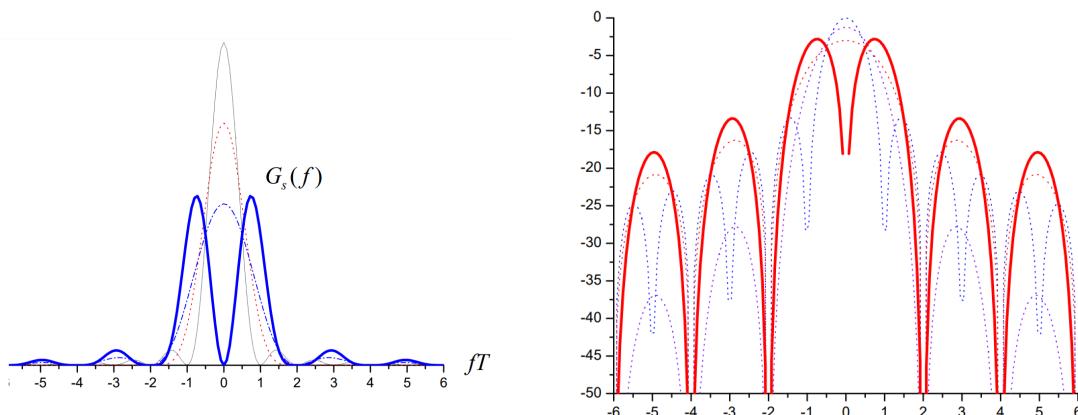
với  $\exp(-j2\pi f T/4) = \exp(-j2\pi f 3T/4)$ . Do đó công suất của  $P(f)$  tại một tần số  $f$  được tính như sau

$$\begin{aligned} |P(f)|^2 &= \frac{T}{4} \text{sinc}^2\left(f \frac{T}{2}\right) |1 - \cos(-\pi f T) - j \sin(-\pi f T)|^2 \\ &= \frac{T}{4} \text{sinc}^2\left(f \frac{T}{2}\right) |1 - \cos(-\pi f T) + j \sin(\pi f T)|^2 \\ &= \frac{T}{4} \text{sinc}^2\left(f \frac{T}{2}\right) [1 + \cos^2(\pi f T) - 2 \cos(\pi f T) + \sin^2(\pi f T)] \\ &= \frac{T}{2} \text{sinc}^2\left(f \frac{T}{2}\right) [1 - \cos(\pi f T)] \\ &= T \text{sinc}^2\left(f \frac{T}{2}\right) \sin^2\left(\pi f \frac{T}{2}\right), \end{aligned} \quad (10.19)$$

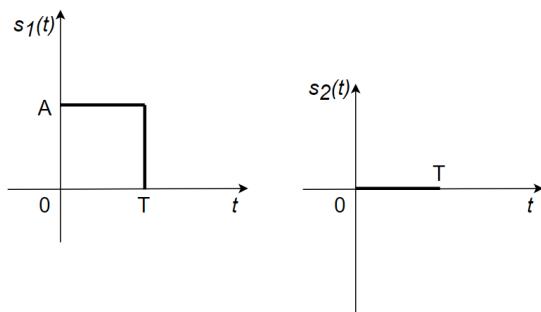
trong đó (a) đạt được bằng cách sử dụng tính chất lượng giác  $\sin(A/2) = \sqrt{\frac{1-\cos(A)}{2}}$ .

Chúng ta lưu ý rằng  $G_s(f) = \sigma_a^2 |P(f)|^2 / T$  do tính chất của chuỗi  $a[n]$ . Sử dụng  $\sigma_a^2 = A^2$  và  $P(f)$  trong (10.19), chúng ta có kết quả như định lý.  $\square$

Kết quả hàm mật độ phổ công suất trong (10.16) chỉ ra công suất đạt giá trị cực đại tại  $f \approx \frac{0.74}{T}$ . Hình 10.21 minh họa mật độ phổ công suất của tín hiệu dùng mã Manchester. *Mã đơn cực unipolar NRZ*: Đây là phương pháp mã hóa dữ liệu nhị phân sử dụng hai mức điện áp dương và mức điện áp 0V biểu diễn các bit 1 và 0. Giống với tín hiệu Bipolar NRZ, tín hiệu này không quay trở về mức 0 giữa các bit. Trong không tín hiệu một chiều, chùm tín hiệu liên tục  $\mathcal{M} = \{s_1(t) = +AP_T(t), s_2(t) = 0\}$  và được minh họa như Hình 10.22. Với véc-tơ cơ sở trực chuẩn  $b_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t)$ , chúng ta có chùm tín hiệu rời rạc  $\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = +\alpha, s_2 = 0\}$  và dạng



**Hình 10.21:** Mật độ phổ công suất của tín hiệu sử dụng mã Manchester

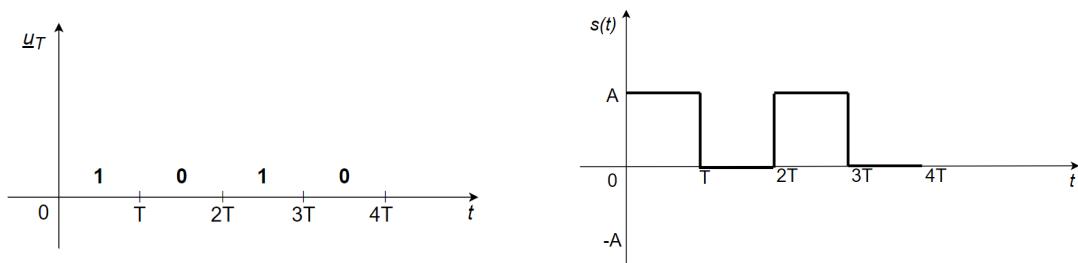


**Hình 10.22:** Các tín hiệu của mã đơn cực unipolar NRZ

sóng truyền

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a[n]p(t - nT), a[n] \in \{+\alpha, 0\}. \quad (10.20)$$

Hình 10.24 minh họa dạng sóng truyền của chuỗi bit  $u_T = (1010)$  sử dụng mã đơn cực unipolar NRZ. Bên cạnh đó, mật độ phổ công suất của tín hiệu  $s(t)$ , ký hiệu là



**Hình 10.23:** Dạng sóng truyền của chuỗi bit  $u_T = (1010)$

$G_s(f)$ , được xác định như trong Định lý 10.2.

**Định lý 10.2.** Giả sử chuỗi  $a[n] \in \{+A, 0\}$ , hàm mật độ phổ công suất của tín hiệu sử dụng mã unipolar NRZ được tính như sau

$$G_s(f) = \frac{A^2}{4}Ts \operatorname{sinc}^2(fT) + \frac{A^2}{4}\delta(f). \quad (10.21)$$

## CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG

*Chứng minh.* Với biên độ  $a[n] \in \{+A, 0\}$  là các biến ngẫu nhiên độc lập tuyến tính, chúng ta có đặc tính thống kê

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\{a[n]\} &= \frac{A}{2}, \\ \mathbb{E}\{a^2[n]\} &= \frac{A^2}{2}.\end{aligned}\tag{10.22}$$

với hàm định dạng xung của mã đơn cực như minh họa trong Hình 10.22, phổ  $P(f)$  được tính như sau

$$P(f) = T \text{sinc}(fT) \exp(-j\pi fT).\tag{10.23}$$

Do đó, năng lượng  $|P(f)|^2$  tại một tần số bất kỳ được tính như sau

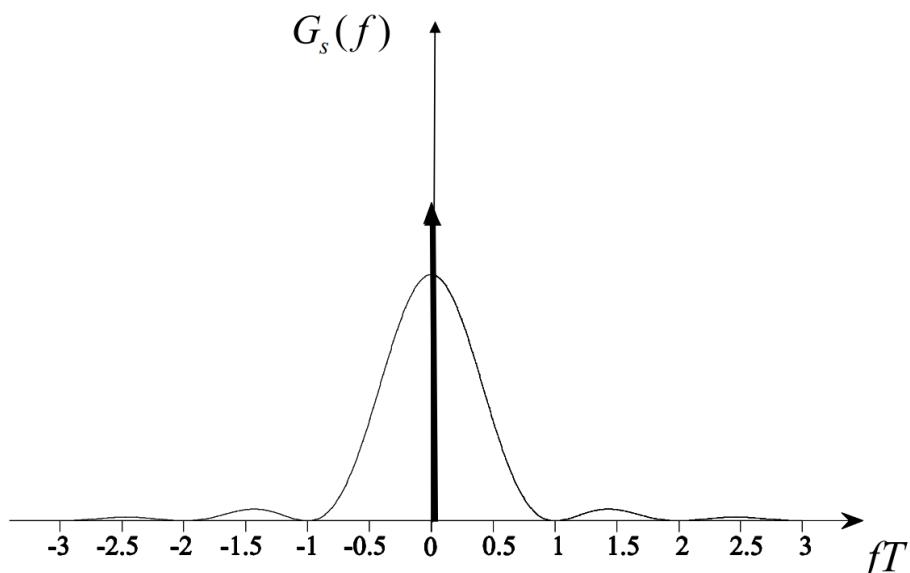
$$|P(f)|^2 = T^2 \text{sinc}^2(fT).\tag{10.24}$$

Mặt khác, hàm mật độ phổ công suất dạng tổng quát của mã đường dây được định nghĩa như sau

$$G_s(f) = \sigma_a^2 \frac{|P(f)|^2}{T} + \frac{\mu_a^2}{T^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left| P\left(\frac{n}{T}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{n}{T}\right)\tag{10.25}$$

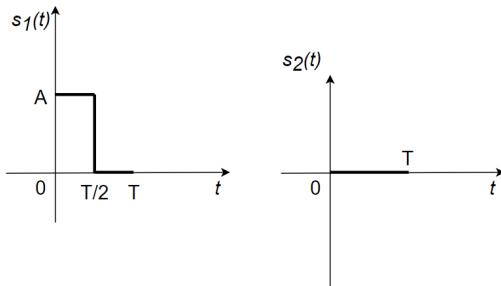
Sử dụng kết quả trong (10.22), chúng ta có  $\sigma_a^2 = A^2/4$  và  $\mu_a = A/2$ . Lấy giá trị của (10.24) ứng với xung Di-rac tại  $n = 0$  chúng ta có kết quả như trong định lý.  $\square$

Sử dụng kết quả (10.21), hàm mật độ phổ tín hiệu đơn cực unipolar NRZ được minh họa như trong Hình 10.24. *Mã đơn cực unipolar RZ:* Đây là phương pháp



**Hình 10.24:** Mật độ phổ công suất của tín hiệu sử dụng mã đơn cực unipolar NRZ

mã hóa dữ liệu nhị phân sử dụng hai mức điện áp dương và mức điện áp 0V biểu diễn các bit 1 và 0. Giống với tín hiệu bipolar RZ, tín hiệu này trở về mức 0 ở giữa chu kỳ của bit ứng với mức điện áp dương. Trong không gian tín hiệu một chiều, chùm tín hiệu của mã đơn cực unipolar RZ  $M = \{s_1(t) = +AP_{T/2}(t), s_2(t) = 0\}$  và được minh họa như Hình 10.25. Chúng ta có véc-tơ Vector trực chuẩn  $b_1(t) =$

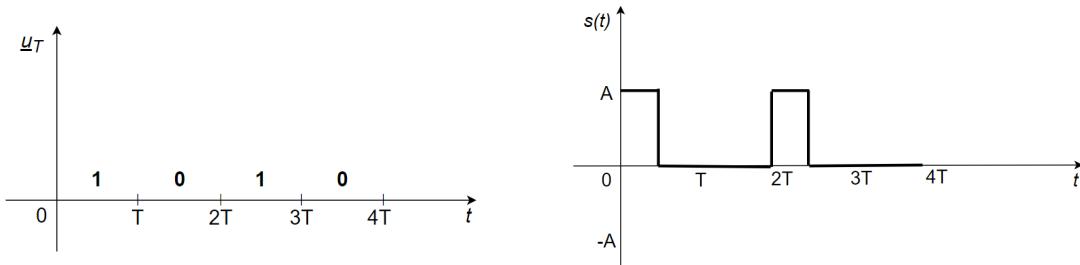


**Hình 10.25:** Chuỗi tín hiệu của mã đơn cực unipolar RZ

$\sqrt{\frac{2}{T}}P_{T/2}(t)$ . Do đó, chùm tín hiệu rời rạc được định nghĩa  $\overline{M} = \{s_1 = +\alpha, s_2 = 0\}$  và dạng sóng truyền  $s(t)$  được mô tả như sau

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a[n]p(t - nT), a[n] \in \{+\alpha, 0\}. \quad (10.26)$$

Hình 10.26 mô tả dạng sóng truyền  $s(t)$  của chuỗi tín hiệu đầu vào  $u_T = (1010)$ . Mật độ phổ công suất của mã đơn cực unipolar RZ xuất hiện xung Dirac tại gốc

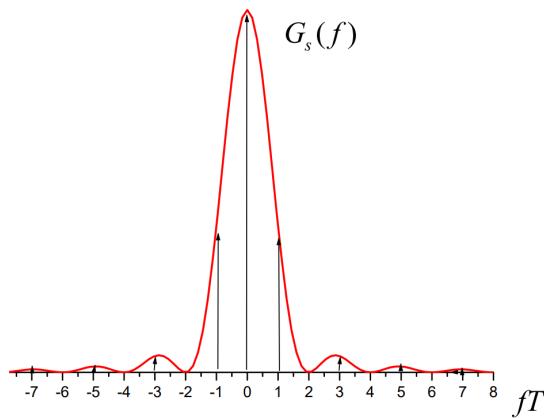


**Hình 10.26:** Dạng sóng truyền  $s(t)$  sử dụng mã đơn cực unipolar RZ với chuỗi bit nhị phân  $u_T = (1010)$ .

tọa độ và các vị trí bội lẻ của  $1/T$  với công thức như sau

$$G_s(f) = \frac{A^2}{16}T \operatorname{sinc}^2\left(f \frac{T}{2}\right) + \frac{A^2}{16} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{(2i+1)}{2}\right) \delta\left(f - \frac{(2i+1)}{T}\right). \quad (10.27)$$

Sử dụng kết quả trong (10.27), hàm mật độ phổ công suất được minh họa như Hình 10.27.



**Hình 10.27:** Mật độ phổ công suất của tín hiệu sử dụng mã unipolar RZ

## 10.5 Điều chế biên độ xung $m$ -PAM

Tương tự với 2-PAM đã trình bày trước đó, điều chế  $m$ -PAM cũng có những tính chất như sau: điều chế bằng tần cơ sở, không gian tín hiệu 1 chiều,  $m$  tín hiệu đối xứng qua gốc tọa độ, thông tin được “ẩn” trong biên độ của xung.

Giả sử chúng ta có tập hợp tín hiệu chuẩn  $s_1(t), \dots, s_i(t), \dots, s_m(t)$  xác định trên  $[0, T]$  được dùng để tạo nên tín hiệu truyền đi ở phía phát. Chùm tín hiệu sau đó được định nghĩa như sau  $\mathcal{M} = \{s_i(t) = \alpha_i p(t)\}_{i=1}^m$  với  $\alpha_i$  là biên độ của tín hiệu  $s_i(t)$ . Véc-tơ cơ sở  $b_1(t) = p(t)$  sẽ định nghĩa không gian tín hiệu một chiều tương ứng. Sau đó, chúng ta có thể định nghĩa tập các tín hiệu rời rạc như sau

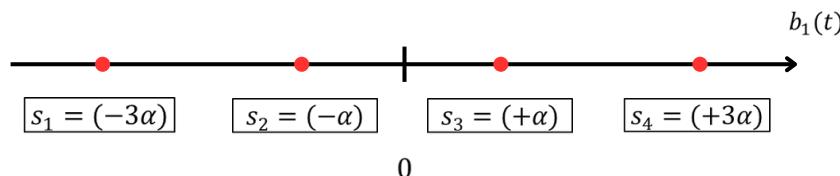
$$\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = -(m-1)\alpha, s_2 = -(m-3)\alpha, \dots, s_{m-1} = +(m-3)\alpha, s_m = +(m-1)\alpha\}, \quad (10.28)$$

với  $\overline{\mathcal{M}} \subseteq \mathbb{R}$ . Mỗi ký hiệu trong điều chế  $m$ -PAM có  $k = \log_2(m)$  bit, chu kỳ của mỗi ký hiệu  $T = kT_b$ , và tốc độ của mỗi ký hiệu  $R = R_b/k$ .

**Ví dụ 10.3.** Điều chế 4-PAM có chùm tín hiệu rời rạc được định nghĩa như sau

$$\mathcal{M} = \{s_1 = -3\alpha, s_2 = -\alpha, s_3 = +\alpha, s_4 = +3\alpha\} \subseteq \mathbb{R}, \quad (10.29)$$

với bốn tín hiệu đối xứng qua gốc tọa độ như minh họa trong Hình 10.28. Tương

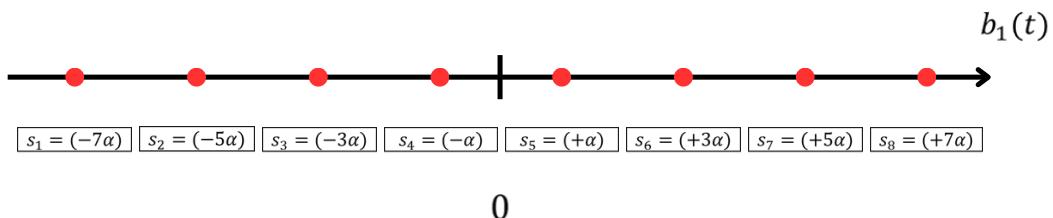


**Hình 10.28:** Chòm sao điều chế tín hiệu 4-PAM

tự, chúng ta có chùm tín hiệu rời rạc của điều chế 8-PAM được định nghĩa như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = -7\alpha, s_2 = -5\alpha, s_3 = -3\alpha, s_4 = -\alpha, s_5 = +\alpha, s_6 = +3\alpha, s_7 = +5\alpha, s_8 = +7\alpha\}, \quad (10.30)$$

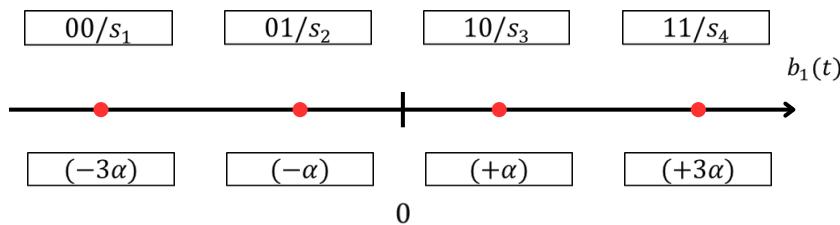
với tám tín hiệu đối xứng qua gốc tọa độ như minh họa trong **Hình 10.29**.



**Hình 10.29:** Chòm sao điều chế tín hiệu 8-PAM

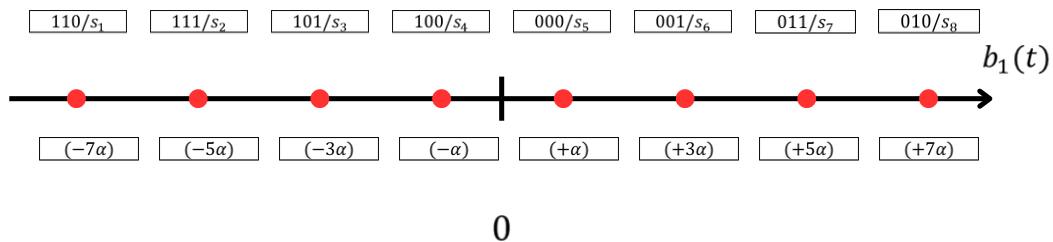
Để thực hiện truyền dữ liệu, bên phát cần thực hiện gán nhãn nhị phân  $e : \mathbb{H}_k \leftrightarrow \overline{\mathcal{M}}$ . Lưu ý, chúng ta có thể gán nhãn nhị phân sử dụng phương pháp gán nhãn Gray để đảm bảo các ký hiệu liền kề chỉ sai khác nhau một bit nhằm tối ưu hóa xác suất lỗi của hệ thống.

**Ví dụ 10.4.** Xem xét điều chế 4-PAM ( $m = 4$ ), chúng ta có thể gán nhãn nhị phân như **Hình 10.30** với mỗi ký hiệu gồm  $k = \log_2 m = 2$  bit. Từ **Hình 10.30** chúng ta



**Hình 10.30:** Gán nhãn nhị phân trong điều chế 4-PAM sử dụng phương pháp gán nhãn Gray

có quá trình gián nhãn nhị phân  $\mathbf{v}_1 = (00) \leftrightarrow s_1 = -3\alpha, \mathbf{v}_2 = (01) \leftrightarrow s_2 = -\alpha, \mathbf{v}_3 = (10) \leftrightarrow s_1 = +\alpha$ , và  $\mathbf{v}_4 = (11) \leftrightarrow s_1 = +3\alpha$ . Phương pháp gán nhãn Gray này đảm bảo hai ký hiệu liền kề trên chòm sao điều chế chỉ sai khác nhau một bit. Tương tự, xem xét điều chế 8-PAM ( $m = 8$ ), chúng ta có thể gán nhãn nhị phân như **Hình 10.31** với mỗi ký hiệu gồm  $k = \log_2 m = 3$  bit. Từ **Hình 10.31** chúng ta



**Hình 10.31:** Gán nhãn nhị phân trong điều chế 8-PAM sử dụng phương pháp gán nhãn Gray

có quá trình gián nhãn nhị phân

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_1 &= (110) \leftrightarrow s_1 = -7\alpha, \\
 \mathbf{v}_2 &= (111) \leftrightarrow s_2 = -5\alpha, \\
 \mathbf{v}_3 &= (101) \leftrightarrow s_3 = -3\alpha, \\
 \mathbf{v}_4 &= (100) \leftrightarrow s_4 = -\alpha, \\
 \mathbf{v}_5 &= (000) \leftrightarrow s_5 = +\alpha, \\
 \mathbf{v}_6 &= (001) \leftrightarrow s_6 = +3\alpha, \\
 \mathbf{v}_7 &= (011) \leftrightarrow s_7 = +5\alpha, \\
 \mathbf{v}_8 &= (010) \leftrightarrow s_8 = +7\alpha.
 \end{aligned} \tag{10.31}$$



Phương pháp gán nhãn Gray này đảm bảo hai ký hiệu liền kề trên chòm sao điều chế chỉ sai khác nhau một bit.

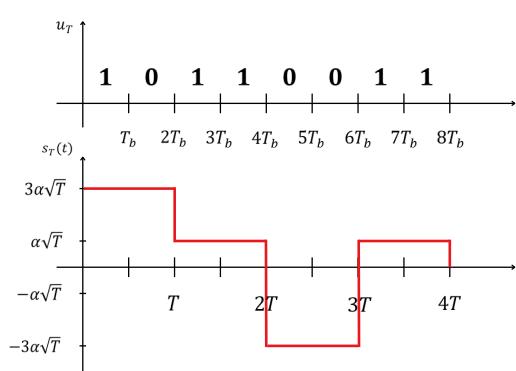
Tùy thuộc vào bộ lọc bên phát  $p(t)$ , hệ thống sinh ra các dạng sóng truyền khác nhau như Ví dụ 10.5 sử dụng điều chế 4-PAM.

**Ví dụ 10.5.** Xem xét chuỗi bit nhị phân  $\mathbf{u}_T = (10110011)$ . Nếu phía phát sử dụng bộ lọc định hình xung  $p(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t)$ , chúng ta có dạng sóng truyền như Hình 10.32. Bên cạnh đó, nếu bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha = 0.5$  được sử dụng ở bên phát, chúng ta có dạng sóng truyền như Hình 10.33.

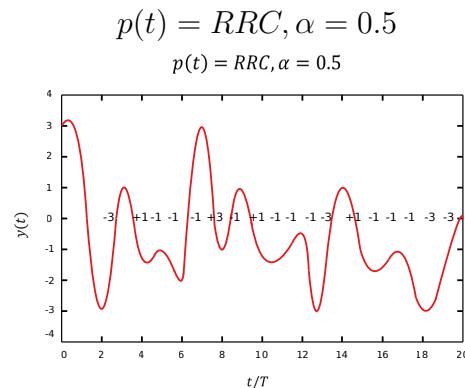
Bây giờ chúng ta xem xét băng thông và hiệu suất sử dụng phổ của hệ thống sử dụng điều chế  $m$ -PAM. Đối với trường hợp thứ nhất, nếu  $p(t)$  là bộ lọc thông thấp lý tưởng, thì băng thông sử dụng

$$\begin{aligned}
 B_{\text{id}} &= \frac{R}{2} \\
 &= \frac{R_b/k}{2} [\text{Hz}],
 \end{aligned} \tag{10.32}$$

với  $R$  là tốc độ ký hiệu và  $R_b$  là tốc độ bit. Ở đây, chúng ta sử dụng mối quan hệ



Hình 10.32: Ví dụ bộ lọc xung vuông



Hình 10.33: Ví dụ bộ lọc RRC

$R = R_b/k$  với  $k$  là số bit trong mỗi ký hiệu. Do đó, hiệu suất sử dụng phổ của hệ thống sử dụng bộ lọc thông thấp lý tưởng và điều chế  $m$ -PAM như sau

$$\eta_{id} = \frac{R_b}{B_{id}} = 2k \text{ [bps/Hz]}, \quad (10.33)$$

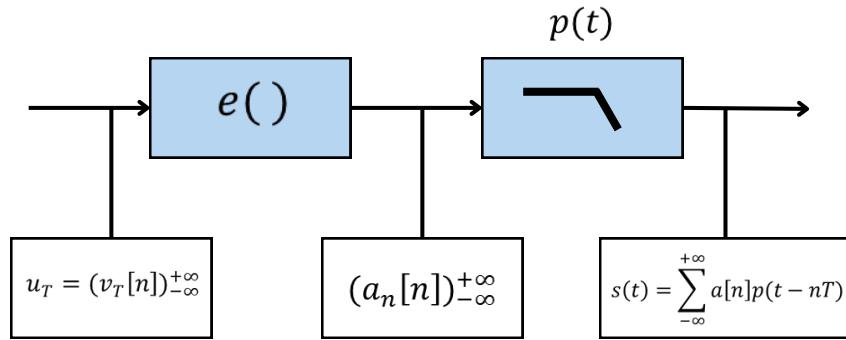
nghĩa là hiệu suất sử dụng phổ của  $m$ -PAM gấp  $k$  lần hiệu suất sử dụng phổ của 2-PAM. Trường hợp  $p(t)$  là bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha$ , chúng ta có bảng thông số như sau

$$B = \frac{R}{2}(1 + \alpha) = \frac{R_b/k}{2}(1 + \alpha), \quad (10.34)$$

hệ số  $1 + \alpha$  chỉ ra lượng băng thông nhiều hơn trường hợp bộ lọc thông thấp lý tưởng. Chúng ta có hiệu suất sử dụng phổ trong trường hợp sử dụng bộ lọc RRC như sau

$$\eta = \frac{R_b}{B} = \frac{2k}{1 + \alpha} \text{ [bps/Hz].} \quad (10.35)$$

Sơ đồ bộ điều chế của hệ thống sử dụng điều chế  $m$ -PAM được minh họa ở Hình 10.35 từ chuỗi bit nhị phân đến dạng sóng truyền đưa ra môi trường. Dãy tín hiệu vào rời rạc theo thời gian  $u_T = (\mathbf{v}_T[n])_{-\infty}^{\infty}$  trước hết được đưa vào khối gán nhãn nhị phân, nơi các phần tử của dãy này được ánh xạ sang các giá trị biên độ tương ứng  $a[n]$  theo sơ đồ điều chế  $m$ -PAM. Các giá trị  $a[n]$  đại diện cho mức biên độ rời rạc của tín hiệu PAM, thường được chọn sao cho cân bằng công suất và giảm

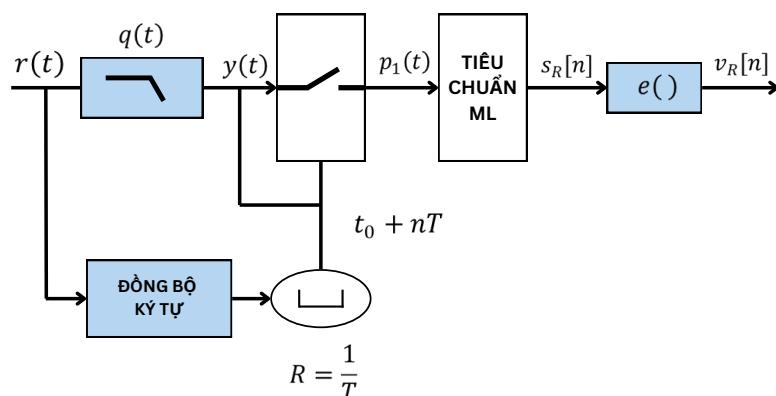
**Hình 10.34:** Hệ thống phía phát sử dụng điều chế  $m$ -PAM

xác suất lối. Chúng ta có  $m$  mức biên độ khác nhau

$$a[n] \in \{-(m-1)\alpha, -(m-3)\alpha, \dots, +(m-3)\alpha, +(m-1)\alpha\}. \quad (10.36)$$

Tiếp theo, dãy biên độ  $a[n]$  được đưa vào khối tạo dạng xung  $p(t)$ . Quá trình này sử dụng một hàm xung cơ sở  $p(t)$  (ví dụ xung vuông, raised cosine, v.v.) để biến đổi các giá trị rời rạc thành tín hiệu tương tự liên tục theo thời gian. Kết quả của khối này là tín hiệu phát hay dạng sóng truyền theo thời gian  $s(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} a[n]p(t - nT)$ , trong đó  $T$  là chu kỳ ký hiệu. Như vậy, toàn bộ hệ thống bên phát  $m$ -PAM bao gồm ba bước chính: gán nhãn nhị phân nhằm ánh xạ dữ liệu sang các mức biên độ (mã hóa), tạo dạng xung nhằm kiểm soát phổ tín hiệu và giảm nhiễu liên ký hiệu, và cuối cùng phát ra tín hiệu liên tục  $s(t)$  ra kênh truyền.

Ở phía thu, khi nhận được tín hiệu có nhiễu, hệ thống sẽ thực hiện giải điều chế như minh họa Hình 10.35 từ tín hiệu nhận  $r(t)$  đến chuỗi bit được khôi phục  $v_R[n]$ . Tín hiệu thu được từ kênh  $r(t)$  trước hết được đưa vào bộ lọc phồi hợp với đáp ứng

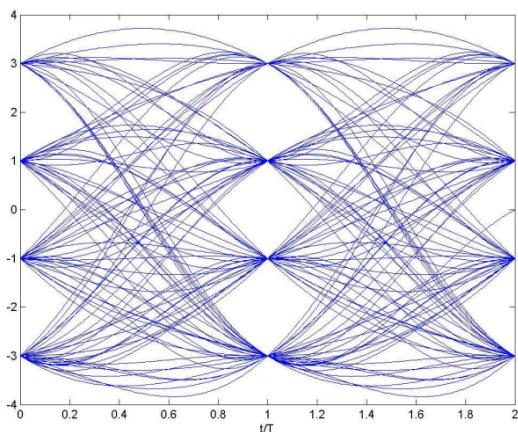
**Hình 10.35:** Hệ thống phía thu sử dụng giải điều chế  $m$ -PAM

xung  $q(t)$ , nhằm cực đại hóa tần số tín hiệu trên nhiễu tại thời điểm lấy mẫu. Kết quả đầu ra của bộ lọc phồi hợp là  $y(t)$ , sau đó tín hiệu này đi qua bộ lấy mẫu với khoảng lấy mẫu  $T$  và thời điểm bắt đầu lấy mẫu  $t_0 + nT$  được xác định bởi khối đồng bộ ký

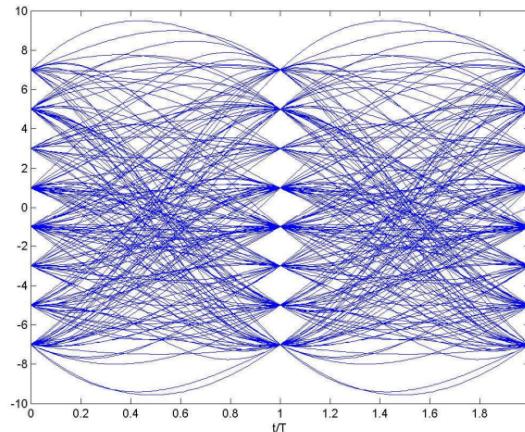
hiệu (symbol synchronization). Chuỗi các giá trị mẫu thu được sẽ được nhân với hàm xung  $p_1(t)$  hoặc xử lý tương đương để thu được các giá trị ước lượng phù hợp với tiêu chí ML. Bộ quyết định ML sẽ so sánh các giá trị mẫu với các mức biên độ của sơ đồ m-PAM, từ đó đưa ra các ký hiệu rời rạc  $s_R[n]$  tương ứng. Cuối cùng, các ký hiệu  $s_R[n]$  được đưa vào khôi ánh xạ ngược  $e^{-1}(\cdot)$ , khôi phục lại chuỗi bit dữ liệu  $v_R[n]$  ban đầu. Nhờ bộ lọc phối hợp và đồng bộ ký hiệu, hệ thống có khả năng giảm thiểu sai số và đảm bảo việc khôi phục dữ liệu chính xác trong điều kiện nhiễu và méo tín hiệu từ kênh truyền.

Tại phía thu, chúng ta có thể quan sát biểu đồ mắt với những ảnh hưởng của hệ thống và kênh truyền như Hình 10.36 với tín hiệu 4-PAM và Hình 10.37 với tín hiệu 8-PAM sử dụng bộ lọc RRC có hệ số cuộn  $\alpha = 0.5$ . Dựa vào hai đồ thị mắt

4-PAM,  $p(t) = \text{RRC}$  với  $\alpha = 0.5$ .



8-PAM,  $p(t) = \text{RRC}$  với  $\alpha = 0.5$ .



**Hình 10.36:** Biểu đồ mắt cho hệ thống sử dụng điều chế 4-PAM

**Hình 10.37:** Biểu đồ mắt cho hệ thống sử dụng điều chế 8-PAM

này, chúng ta có thể phân tích và đánh giá chất lượng tín hiệu số, được tạo ra bằng cách chồng nhiều chu kỳ tín hiệu lên nhau trong miền thời gian. Mỗi "mắt" trên đồ thị đại diện cho khoảng thời gian tối ưu để lấy mẫu tín hiệu, và độ mở của mắt phản ánh khả năng phân biệt giữa các mức tín hiệu. Một đồ thị mắt lý tưởng sẽ có các mắt mở rộng và rõ ràng, thể hiện ít nhiễu và méo dạng, đồng thời sai lệch thời điểm lấy mẫu (timing jitter) nhỏ. Ở điều chế 4-PAM, tín hiệu chỉ gồm bốn mức biên độ rời rạc. Khoảng cách Euclidean giữa các mức biên độ tương đối lớn nên "mắt" trên biểu đồ mở rộng và dễ quan sát hơn. Điều này cho phép bộ thu phân biệt tín hiệu một cách chính xác hơn ngay cả khi có nhiễu, dẫn đến xác suất lỗi bit thấp hơn trong cùng điều kiện tỉ số tín hiệu trên nhiễu (SNR). Độ mở lớn của mắt cũng đồng nghĩa với việc hệ thống có khả năng chịu méo dạng xung và sai lệch thời điểm lấy mẫu tốt hơn. Ngược lại, ở điều chế 8-PAM, tín hiệu gồm tám mức biên độ. Do số mức tăng gấp đôi so với 4-PAM, nên khoảng cách giữa các mức biên độ giảm đáng

## CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG

kể, làm cho “mắt” trở nên hẹp hơn và các đường tín hiệu trở nên dày đặc. Khi đó, tín hiệu trở nên nhạy cảm hơn với nhiễu và méo dạng, khiến tỉ lệ lỗi bit tăng nếu SNR không đủ cao. Tuy nhiên, lợi thế lớn của 8-PAM là khả năng truyền tải nhiều thông tin hơn trên mỗi ký hiệu (3 bit/ký hiệu so với 2 bit/ký hiệu ở 4-PAM), giúp tăng hiệu suất băng thông của hệ thống. Chính vì vậy, 8-PAM thường được sử dụng trong các hệ thống truyền thông có SNR cao, nơi mà độ mở mắt hẹp vẫn đảm bảo khả năng giải mã chính xác. Tóm lại, có sự đánh đổi rõ rệt giữa độ tin cậy và hiệu suất băng thông khi lựa chọn số mức PAM. Hệ điều chế 4-PAM cho độ mở mắt lớn, khả năng chống nhiễu cao, phù hợp với kênh truyền có SNR thấp đến trung bình. Trong khi đó, 8-PAM tối ưu hóa thông lượng dữ liệu, nhưng yêu cầu kênh truyền sạch và SNR cao để hạn chế sai số do khoảng cách biên độ nhỏ giữa các mức tín hiệu. Quan sát trên đồ thị mắt cho thấy 8-PAM có nhiều “mắt” nhỏ hơn và sát nhau, trong khi 4-PAM có cấu trúc mắt ít và rõ ràng hơn, minh chứng trực quan cho sự khác biệt này.

Xác suất lỗi bit của hệ thống  $m$ -PAM có thể đạt được bằng cách áp dụng phép tính gần đúng tiệm cận như sau

$$\Pr_b(e) \approx \frac{m-1}{mk} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{3k}{m^2-1} \frac{E_b}{N_0}} \right). \quad (10.37)$$

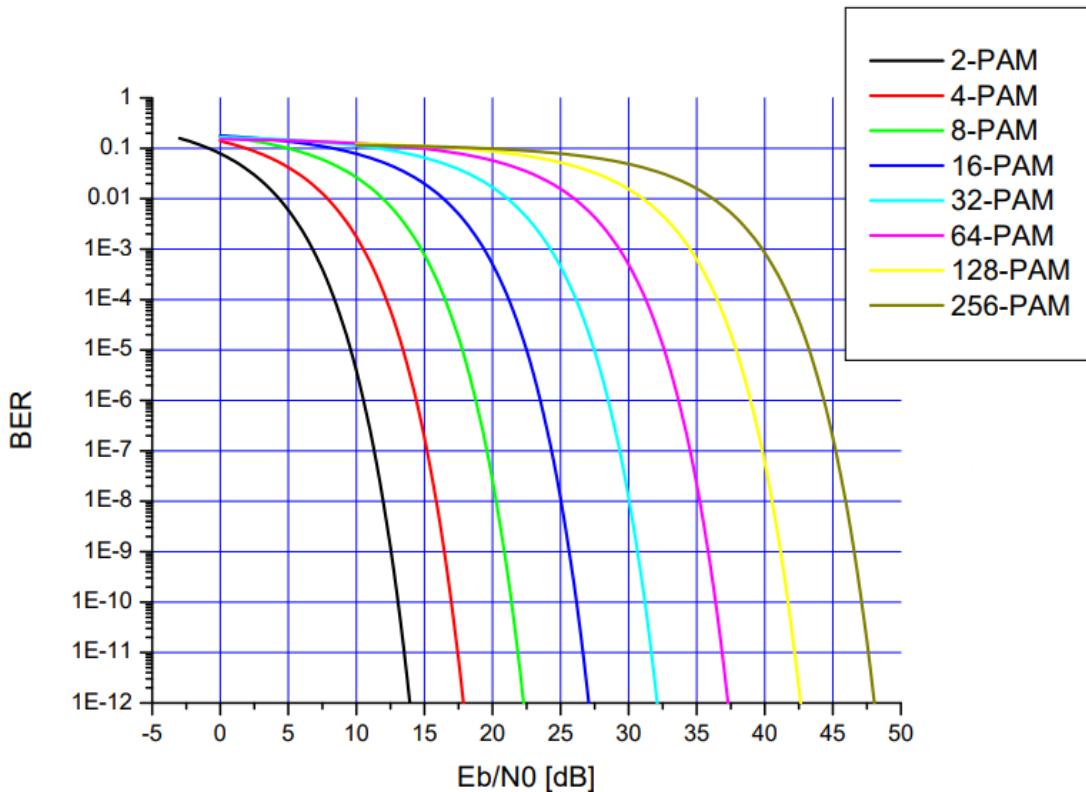
Đây là một hàm của số mức điều chế  $m$ , chỉ số điều chế  $k$ , và tỉ số năng lượng bit trên nhiễu  $E_b/N_0$ . Ví dụ, sử dụng công thức (10.37), chúng ta có thể tính xác suất lỗi xấp xỉ cho 2-PAM và 4-PAM như sau

$$\Pr_{b,2\text{-PAM}}(e) \approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right), \quad (10.38)$$

$$\Pr_{b,4\text{-PAM}}(e) \approx \frac{3}{8} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{2}{5} \frac{E_b}{N_0}} \right).$$

Dựa vào kết quả này chúng ta quan sát thấy điều chế 2-PAM có xác suất lỗi tốt hơn 4-PAM với độ lợi tỉ lệ với  $10 \log(5/2) \approx 4$  [dB]. Hình 10.38 so sánh xác suất lỗi bit của hệ thống sử dụng  $m$ -PAM với  $m \in \{2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256\}$  như là một hàm của tỉ lệ  $E_b/N_0$ . Chúng ta nhận thấy rằng, khi số mức điều chế  $M$  tăng, các đường cong BER dịch sang phải, nghĩa là để đạt cùng một mức BER, hệ thống cần giá trị  $E_b/N_0$  cao hơn. Nguyên nhân là khi  $M$  tăng, khoảng cách Euclid giữa các mức biên độ giảm, làm cho tín hiệu nhạy hơn với nhiễu và dễ bị phân loại sai. Ví dụ, với BER khoảng  $10^{-6}$ , 2-PAM chỉ cần  $E_b/N_0$  khoảng 11 [dB], trong khi 256-PAM cần trên 45 [dB]. Điều này phản ánh sự đánh đổi giữa hiệu suất băng thông và khả năng

chống nhiễu: bậc điều chế cao ( $m$  lớn) truyền được nhiều bit/ký hiệu hơn, nhưng đòi hỏi kênh truyền sạch với SNR cao để đảm bảo chất lượng. Ngược lại, các hệ điều chế bậc thấp như 2-PAM, 4-PAM có BER tốt hơn ở SNR thấp, nhưng tốc độ dữ liệu thấp hơn.



**Hình 10.38:** Tỉ lệ lỗi bit của điều chế  $m$ -PAM

## 10.6 Cân bằng giữa hiệu quả sử dụng phổ và xác suất lỗi

Xem xét một kênh băng tần cơ sở với băng thông  $B$  [Hz] sử dụng điều chế  $m$ -PAM. Bằng cách tăng số lượng tín hiệu (số mức điều chế)  $m = 2^k$ , chúng ta có thể tăng hiệu quả sử dụng phổ, ví dụ với bộ lọc thông thấp lý tưởng  $\eta_{id} = R_b/B = 2k$  [bps/Hz]. Do đó, hệ thống có thể truyền tốc độ dữ liệu cao hơn. Tuy nhiên, khi tăng số mức điều chế  $m$ , xác suất lỗi của hệ thống cũng tăng (độ tin cậy của hệ thống giảm). Với cùng một giá trị xác suất lỗi, tỷ lệ tín hiệu trên nhiễu  $E_b/N_0$  cần thiết để đạt được giá trị đó sẽ tăng theo  $m$ .

**Ví dụ 10.6.** Giả sử hệ thống có băng thông  $B = 4$  [kHz] sử dụng bộ lọc thông thấp lý tưởng. Với điều chế 2-PAM, chúng ta có tốc độ truyền dữ liệu

$$R_b = \eta_{id}B = 2 \times 4 = 8 \text{ [kbps]}, \quad (10.39)$$

trong đó  $\eta_{id} = 2$  là hiệu quả sử dụng phổ của 2-PAM. Với điều chế 256-PAM

## CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG

( $m = 256$ ,  $k = \log_2 m = 8$ ), chúng ta có tốc độ truyền dữ liệu

$$R_b = \eta_{\text{id}} B = 2 \times 8 \times 4 = 64 \text{ [kbps].} \quad (10.40)$$

Như vậy tốc độ truyền dữ liệu của điều chế 256-PAM gấp 8 lần điều chế 2-PAM. Tuy nhiên, khi chúng ta cố định xác suất lỗi bit (ví dụ BER mục tiêu là  $10^{-10}$ ), điều chế 256-PAM yêu cầu tỷ lệ  $E_b/N_0$  lớn hơn của 2-PAM khoảng 34 [dB].

Trong thiết kế hệ thống, việc lựa chọn số mức điều chế  $m$  phải cân nhắc giữa tốc độ dữ liệu (hoặc hiệu suất băng thông) và độ tin cậy truyền dẫn. Trong môi trường kênh truyền có SNR cao và ổn định, việc sử dụng  $m$  lớn giúp tối ưu hóa thông lượng dữ liệu. Ngược lại, với kênh truyền nhiễu mạnh hoặc SNR thấp, các mức điều chế thấp sẽ phù hợp hơn để đảm bảo BER ở mức chấp nhận được. Nói cách khác,  $m$ -PAM thể hiện một sự đánh đổi cơ bản: tăng hiệu quả phổ đồng nghĩa với giảm khả năng chống nhiễu, và ngược lại.

### 10.7 Điều chế tuyến tính

Chúng ta đã xem xét  $m$ -PAM là một phương pháp điều chế băng tần cơ sở được đặc trưng bởi bộ lọc thông thấp bên phát  $p(t)$ . Vậy giờ, giả sử thay đổi bộ lọc bên phát từ  $p(t)$  thành  $p(t) \cos(2\pi f_0 t)$ , nghĩa là thêm một bộ dao động điều hòa với tần số  $f_0$ . Tuy dạng sóng truyền thay đổi, xác suất lỗi bit (BER) về nguyên tắc sẽ không thay đổi nếu các điều kiện sau được đảm bảo

- Bộ thu biết dạng tín hiệu và thực hiện giải điều chế/phục hồi pha tần số sóng mang. Việc nhân thêm  $\cos(2\pi f_0 t)$  ở bộ phát tương đương với dịch phổ tín hiệu từ băng tần cơ sở (baseband) lên một băng thông dài với tần số  $f_0$  (passband modulation).
- Nếu ở bộ thu thực hiện nhân lại với  $\cos(2\pi f_0 t)$  (hoặc hàm sin cho kênh vuông pha nếu cần) và lọc thông thấp để đưa tín hiệu về băng tần cơ sở, thì dạng sóng sau khi khôi phục giống tín hiệu phát ban đầu, dẫn đến đặc tính xác suất lỗi bit (BER) giữ nguyên.

Lưu ý rằng thay  $p(t)$  bằng  $p(t) \cos(2\pi f_0 t)$  chỉ thay đổi vị trí phổ của tín hiệu trong miền tần số, không làm thay đổi biên độ tương đối hay cấu trúc chòm sao của tín hiệu trong miền thời gian sau khi được giải điều chế về băng tần cơ sở. BER trong kênh AWGN chỉ phụ thuộc vào SNR ở đầu ra bộ lọc phối hợp, và quá trình dịch phổ này (nếu giải điều chế đúng) không làm thay đổi SNR. Một số ngoại lệ giá trị BER có thể thay đổi, ví dụ nếu bộ thu không thực hiện giải điều chế chính xác hoặc kênh có nhiễu/đáp ứng phụ thuộc tần số (fading chọn lọc tần số), việc dịch phổ có thể làm tín hiệu rơi vào vùng bị suy hao hoặc nhiễu mạnh hơn, từ đó BER thay đổi.

Trong hệ thống thực tế, việc điều chế lên  $f_0$  yêu cầu đồng bộ tần số và pha; sai lệch trong đồng bộ có thể làm tăng BER.

Khi sử dụng bộ định dạng xung bên phát  $p'(t) = p(t) \cos(2\pi f_0 t)$ , chúng ta có dạng sóng truyền  $s'(t) = \sum_n a[n]p'(t - nT)$ . Do đó, hàm mật độ phổ công suất của tín hiệu được định nghĩa như sau

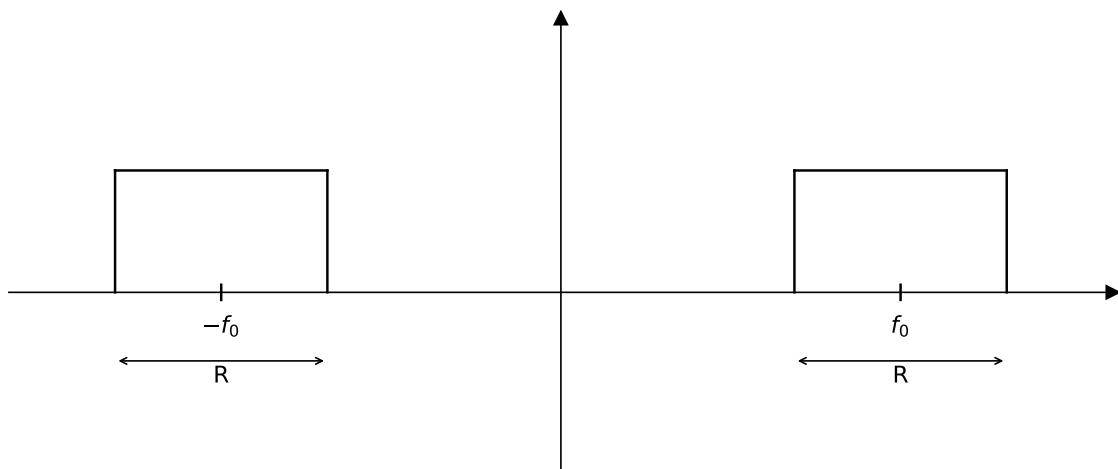
$$G'(f) = \frac{1}{4} (G(f - f_0) + G(f + f_0)), \quad (10.41)$$

nghĩa là mật độ phổ công suất của tín hiệu dịch xung quanh tần số  $f_0$ . Nói cách khác, điều chế tuyến tính dịch phổ xung quanh tần số  $f_0$  (tần số sóng mang).

Các định dạng điều chế thu được bằng cách áp dụng điều chế tuyến tính cho điều chế m-PAM được gọi là m-ASK (amplitude shift keying - khóa dịch biên độ). Điều chế thực sự quan trọng là 2-ASK, luôn được gọi là 2-PSK (phase shift keying - khóa dịch pha). Tuy nhiên, về mặt lý thuyết, chúng ta sẽ tìm hiểu các tính chất cơ bản của m-ASK bao gồm: không gian tín hiệu một chiều giống hệt m-PAM; vec-tơ cơ sở trực chuẩn  $b_1(t) = p'(t) = p(t) \cos(2\pi f_0 t)$ ; Mật độ phổ công suất của tín hiệu tập trung xung quanh tần số  $f_0$ , nên m-ASK là điều chế thông dải. Cụ thể  $G_s(f)$  được định nghĩa như sau

$$G_s(f) = x (|P(f - f_0)|^2 + |P(f + f_0)|^2), \quad (10.42)$$

với  $x \in \mathbb{R}$  và được xác định cụ thể dựa vào bộ định dạng xung  $p(t)$ . Với bộ lọc thông thấp lý tưởng, hàm mật độ phổ công suất được minh họa như Hình 10.39. Với bộ



**Hình 10.39:** Mật độ phổ công suất của tín hiệu điều chế tuyến tính sử dụng bộ lọc thông thấp lý tưởng

## CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG

lọc thông thấp lý tưởng, băng thông sử dụng cho điều chế  $m$ -ASK được định nghĩa

$$\begin{aligned} B_{\text{id}} &= R \\ &= \frac{R_b}{k}, \end{aligned} \quad (10.43)$$

với chỉ số điều chế  $k = \log_2 m$ . Hiệu quả sử dụng phổ được định nghĩa

$$\begin{aligned} \eta_{\text{id}} &= \frac{R_b}{B_{\text{id}}} \\ &= k [\text{bps/Hz}]. \end{aligned} \quad (10.44)$$

Điều chế  $m$ -PAM và  $m$ -ASK đều thuộc nhóm điều chế biên độ đa mức, nhưng khác nhau về miền tần số và đặc tính truyền dẫn. Ở điều chế  $m$ -PAM, tín hiệu được điều chế trực tiếp trong miền tần số cơ bản với các mức biên độ phân bố đối xứng quanh giá trị trung bình bằng 0, do đó tận dụng được toàn bộ công suất phát và khoảng cách Euclid giữa các mức lớn hơn với cùng mức năng lượng bit  $E_b$ . Ngược lại,  $m$ -ASK thực hiện điều chế biên độ của sóng mang ở tần số  $f_c$ , trong đó các mức biên độ thường chỉ nhận giá trị dương (unipolar) nên khoảng cách giữa các mức nhỏ hơn, làm tăng độ nhạy với nhiễu. Về phổ tín hiệu,  $m$ -PAM tập trung năng lượng ở dải tần thấp quanh 0 [Hz], trong khi  $m$ -ASK có phổ tập trung quanh tần số sóng mang, đòi hỏi bộ thu phải có khối giải điều chế đồng bộ để đưa tín hiệu về băng tần cơ bản. Trong thực tế,  $m$ -ASK ít được sử dụng vì nhược điểm nổi bật là kém chống chịu nhiễu biên độ và suy hao kênh truyền (fading), đặc biệt trong môi trường truyền vô tuyến, nơi biên độ tín hiệu dao động mạnh gây tăng xác suất lỗi bit (BER). Bên cạnh đó, hiệu quả sử dụng phổ của  $m$ -ASK thấp hơn so với  $m$ -PAM và càng thua kém hơn so với các sơ đồ điều chế hiện đại như  $m$ -QAM (quadrature amplitude modulation), vốn khai thác đồng thời cả biên độ và pha để nâng cao hiệu quả sử dụng phổ mà vẫn duy trì BER thấp ở cùng mức SNR. Chính vì vậy,  $m$ -ASK hầu như chỉ xuất hiện trong các hệ thống truyền dẫn đơn giản hoặc yêu cầu đặc thù, còn trong các ứng dụng băng thông cao, nó đã được thay thế bởi các phương pháp điều chế hiệu quả hơn.

### 10.8 Tổng kết chương

Chương này đã trình bày chi tiết về điều chế biên độ xung (PAM) – một kỹ thuật điều chế truyền tính đơn giản nhưng đóng vai trò nền tảng trong truyền thông số. Các nội dung chính bao gồm:

- Khái niệm và cấu trúc tín hiệu PAM, với tín hiệu được tạo thành từ các xung rời rạc có biên độ thay đổi theo chuỗi số liệu đầu vào.

- Biểu diễn tín hiệu PAM trong không gian tín hiệu, sử dụng cơ sở trực chuẩn và hình học Euclid để tính khoảng cách tối thiểu giữa các điểm chòm sao.
- Xác suất lỗi bit (BER) và các yếu tố ảnh hưởng đến BER như khoảng cách tối thiểu giữa các điểm và tỷ lệ  $E_b/N_0$ .
- Khái niệm phổ tín hiệu và hiệu quả sử dụng phổ  $\eta$ , giúp đánh giá khả năng truyền dữ liệu trên mỗi đơn vị băng thông.
- Các bộ lọc phát và thu như bộ lọc thông thấp lý tưởng và bộ lọc raised cosine nhằm loại bỏ nhiễu liên ký hiệu (ISI) và tối ưu hóa dạng sóng.
- Mối quan hệ đánh đổi giữa hiệu quả phổ và xác suất lỗi khi tăng số mức điều chế  $m$ .
- Điều chế tuyển tính (m-ASK) như một bước mở rộng của PAM trong miền thông dải, và so sánh đặc tính giữa PAM và ASK trong thực tiễn.

Hiểu rõ PAM không chỉ giúp người học nắm vững các nguyên lý cơ bản mà còn tạo nền tảng để tiếp cận các kỹ thuật điều chế phức tạp hơn trong các hệ thống truyền thông hiện đại.

### **10.9 Bài tập**

**Bài tập 10.1.** Cho một kênh băng tần cơ sở với băng thông  $B = 4000$  [Hz], hãy tính tốc độ truyền bit lớn nhất  $R_b$  chúng ta có thể truyền qua kênh này với không gian 2-PAM trong hai trường hợp:

1. Bộ lọc thông thấp lý tưởng.
2. Bộ lọc RRC filter với  $\alpha = 0.25$ .

**Bài tập 10.2.** Cho một kênh băng tần cơ sở với băng thông  $B = 4000$  [Hz], hãy tính tốc độ truyền bit lớn nhất  $R_b$  chúng ta có thể truyền qua kênh này với không gian 256-PAM trong hai trường hợp:

1. Bộ lọc thông thấp.
2. Bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha = 0.2$ .

**Bài tập 10.3.** Vẽ sơ đồ chòm sao tín hiệu (signal constellation) của hệ thống 4-PAM và 8-PAM. Tính khoảng cách Euclid tối thiểu giữa hai điểm tín hiệu gần nhau nhất khi năng lượng trung bình của một bit  $E_b = 1$ .

**Bài tập 10.4.** Xét hệ thống sử dụng điều chế 2-PAM trên kênh AWGN với  $E_b/N_0 = 8$  [dB]. Tính xác suất lỗi bit lý thuyết và giải thích ý nghĩa kết quả.

**Bài tập 10.5.** Cho không gian tín hiệu PAM một chiều với cơ sở trực chuẩn  $b_1(t) = \sqrt{\frac{1}{T}}P_T(t)$ . Tính năng lượng của từng tín hiệu trong hệ thống 2-PAM và 4-PAM. Hệ số điều chế  $k = \log_2 m$ .

## CHƯƠNG 10. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ XUNG

**Bài tập 10.6.** Cho bộ định dạng xung sử dụng bộ lọc thông thấp lý tưởng  $p(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)$ . Vẽ và mô tả phổ công suất  $G(f)$  của tín hiệu 2-PAM và 4-PAM. Xác định băng thông và hiệu quả sử dụng phổ  $\eta$ .

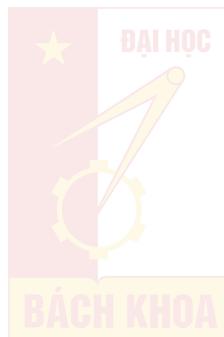
**Bài tập 10.7.** Một hệ thống truyền sử dụng 8-PAM và bộ lọc RRC với  $\alpha = 0.3$ . Tính băng thông chiếm dụng và hiệu quả sử dụng phổ của hệ thống nếu tốc độ bit  $R_b = 48$  [kbps].

**Bài tập 10.8.** Xét hệ thống điều chế tuyến tính sử dụng tín hiệu  $p(t) \cos(2\pi f_0 t)$  với  $p(t)$  là bộ lọc thông thấp lý tưởng. Hãy xác định phổ công suất tín hiệu truyền đi. Giải thích tại sao BER không đổi nếu thực hiện giải điều chế đúng tại phía thu.

**Bài tập 10.9.** So sánh hiệu quả sử dụng phổ  $\eta$  và độ nhạy với nhiễu của hai hệ thống sử dụng cùng tốc độ bit:

- Hệ thống A: 2-PAM sử dụng bộ lọc thông thấp lý tưởng.
- Hệ thống B: 8-PAM sử dụng bộ lọc RRC với  $\alpha = 0.5$ .

Thảo luận ưu nhược điểm của mỗi hệ thống trong thực tế.



SOICT

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

---

<b>11.1 Điều chế 2-PSK</b> . . . . .	<b>176</b>
<b>11.2 Điều chế cầu phương (quadrature modulation)</b> . . . . .	<b>186</b>
<b>11.3 Điều chế 4-PSK</b> . . . . .	<b>191</b>
<b>11.4 Điều chế <math>m</math>-PSK</b> . . . . .	<b>203</b>
<b>11.5 Tổng kết chương</b> . . . . .	<b>211</b>
<b>11.6 Bài tập</b> . . . . .	<b>212</b>

---

Trong chương này, chúng ta khảo sát sơ đồ điều chế vòng khóa pha mở rộng –  $m$ -PSK (Phase Shift Keying với  $m$  pha). Đây là một trong những kỹ thuật điều chế phổ biến trong truyền thông số hiện đại, cho phép tăng hiệu quả sử dụng phổ bằng cách mã hóa nhiều bit trên một ký hiệu thông qua sự thay đổi pha của sóng mang. Nội dung chương sẽ trình bày nguyên lý hoạt động, cấu trúc hệ thống, phân tích tín hiệu, biểu đồ mắt và đánh giá xác suất lỗi bit của các sơ đồ  $m$ -PSK điển hình như 8-PSK và 16-PSK.

### 11.1 Điều chế 2-PSK

Điều chế 2-PSK (hay còn gọi là binary-phase shift keying), là một loại điều chế sóng mang dựa trên sự thay đổi pha của tín hiệu để truyền thông tin. Cụ thể với điều chế 2-PSK, pha của sóng mang có thể chuyển đổi giữa hai giá trị 0 và  $\pi$  tương ứng với các bit 0 và 1. Các đặc điểm của điều chế 2-PSK bao gồm

- *Chùm tín hiệu một chiều và đổi cực:* chùm tín hiệu được biểu diễn trên chòm sao điều chế chỉ có hai điểm, nằm trên trực số thực của không gian Euclid, tương tự như 2-PAM.
- *Bộ lọc phía phát:* sử dụng  $p(t) \cos(2\pi f_0 t)$ , trong đó  $p(t)$  là dạng sóng cơ bản (pulse shape) còn  $\cos(2\pi f_0 t)$  là sóng mang có tần số  $f_0$ .
- *Biên độ, tần số, và pha:* các tín hiệu trong điều chế 2-PSK có cùng biên độ và tần số, chỉ khác nhau về pha. Hai pha lệch nhau một góc  $\pi$ .
- *Thông tin pha:* Thông tin tín hiệu được mã hóa thông qua pha của sóng mang. Cụ thể, một pha đại diện cho bit 0 và pha còn lại đại diện cho bit 1.

Để xây dựng chùm tín hiệu cho điều chế 2-PSK, chúng ta bắt đầu với chùm tín hiệu 2-ASK như sau

$$\mathcal{M} = \{s_1(t) = +\alpha p(t) \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = -\alpha p(t) \cos(2\pi f_0 t)\}. \quad (11.1)$$

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

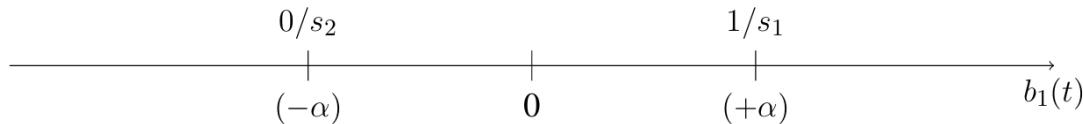
Đặc điểm của  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  trong điều chế 2-ASK cho thấy đây là các tín hiệu cùng pha, cùng tần số, nhưng biên độ đối nhau. Bên cạnh đó, thông tin dữ liệu được liên kết với biên độ tín hiệu. Từ (11.1), chúng ta biến đổi lại chùm tín hiệu như sau

$$\mathcal{M} = \{s_1(t) = +\alpha p(t) \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = +\alpha p(t) \cos(2\pi f_0 t - \pi)\}. \quad (11.2)$$

Lưu ý rằng hai chùm tín hiệu trong (11.1) và (11.2) là tương đương về mặt toán học. Tuy nhiên chùm tín hiệu trong (11.2) mô tả điều chế khóa dịch pha hai mức ( $m = 2$ ). Cụ thể, hai tín hiệu  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  có cùng biên độ và tần số nhưng pha lệch nhau một góc  $\pi$ . Với điều chế 2-PSK, thông tin liên kết với pha sóng mang. Để biểu diễn tín hiệu dưới dạng véc-tơ rời rạc, chúng ta sử dụng véc-tơ cơ sở trực chuẩn  $b_1(t) = p(t) \cos(2\pi f_0 t)$  trong không gian Euclid một chiều ( $d = 1$ ). Tín hiệu  $s_1(t) = +\alpha p(t) \cos(2\pi f_0 t)$  tương ứng với  $s_1 = +\alpha$ . Bên cạnh đó, tín hiệu  $s_2(t) = -\alpha p(t) \cos(2\pi f_0 t)$  tương ứng với  $s_2 = -\alpha$ . Do đó, chùm tín hiệu rời rạc được định nghĩa như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = +\alpha; s_2 = -\alpha\}. \quad (11.3)$$

Trong không gian Euclid một chiều, các vector  $s_1$  và  $s_2$  sẽ nằm trên trục số thực như minh họa trong Hình 11.1. Đồ thị của chùm tín hiệu rời rạc là hai điểm nằm



**Hình 11.1:** Chùm tín hiệu 2-PSK biểu diễn trong không gian Euclid

đối xứng qua gốc tọa độ. Điểm  $s_1$  nằm ở vị trí  $+\alpha$  trên trục số thực, trong khi điểm  $s_2$  nằm ở vị trí  $-\alpha$  trên trục số thực. Trong không gian tín hiệu 2-PSK, các tín hiệu có thể được biểu diễn dưới dạng véc-tơ trong không gian Euclid một chiều với các điểm biểu diễn thông tin qua pha của sóng mang. Điều này giúp đơn giản hóa việc phân tích và xử lý tín hiệu trong hệ thống truyền thông số. Để thực hiện thu phát sử dụng điều chế 2-PSK, hệ thống cần thực hiện gán nhãn tín hiệu để chuyển đổi dòng bit sang dạng tín hiệu điều chế. Quá trình ánh xạ song ánh giữa dòng bit và véc-tơ tín hiệu như sau. Giả sử chúng ta có ánh xạ song ánh  $e$  giữa không gian Hamming  $\mathbb{H}_1$  và tập véc-tơ tín hiệu rời rạc như sau

$$\begin{aligned} e : \mathbb{H}_1 &\leftrightarrow \overline{\mathcal{M}} \\ \mathbf{v}_1 = (1) &\leftrightarrow s_1 \\ \mathbf{v}_2 = (0) &\leftrightarrow s_2, \end{aligned} \quad (11.4)$$

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

với các giá trị  $s_1 = +\alpha$  và  $s_2 = -\alpha$ . Quá trình mã hóa thực hiện ánh xạ chuỗi bit thành ký hiệu tương ứng. Ví dụ chuỗi bit 1, phía phát sử dụng ánh xạ:  $e(1) = s_1$ , chúng ta có ký hiệu truyền đi  $s_1 = +\alpha$ . Đến bây giờ, các thông số hệ thống điều chế 2-PSK được xác định: số mức điều chế  $m = 2$  ứng với hai ký hiệu và  $k = \log_2 m = 1$  bit trên mỗi ký hiệu; Tốc độ truyền ký hiệu  $R$  bằng tốc độ bit  $R_b$ , tức là  $R = R_b/k = R_b$ ; và chu kỳ tín hiệu  $T = kT_b = T_b$ . Do đó, dạng sóng truyền thể hiện tín hiệu được biểu diễn theo thời gian như sau

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s(n) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a[n]p_1(t - nT), \end{aligned} \tag{11.5}$$

trong đó  $a[n] \in \{+\alpha, -\alpha\}$  là biên độ của tín hiệu điều chế đại diện cho các bit dữ liệu thứ  $n$  và  $p_1(t) = p(t) \cos(2\pi f_0 t)$  là véc-tơ tạo dạng sóng truyền ở bên phát.

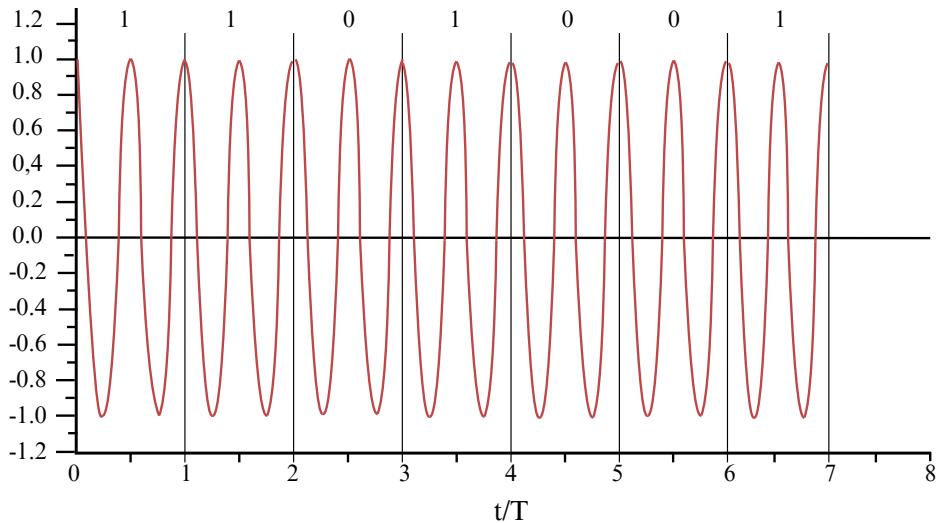
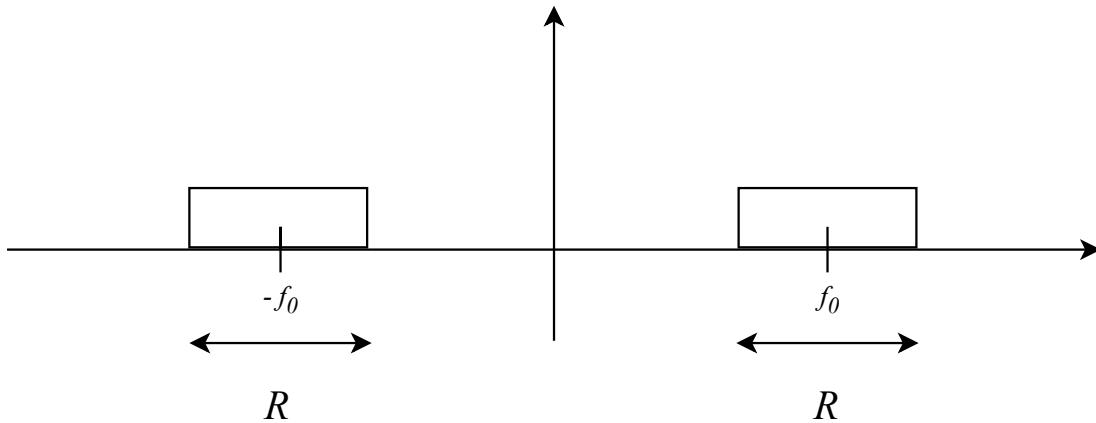
**Ví dụ 11.1.** Xem xét dạng sóng truyền sử dụng điều chế 2-PSK như trong Hình 11.2 với bộ lọc định dạng xung bên phát được định nghĩa như sau

$$p_1(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t) \cos(2\pi f_0 t), \tag{11.6}$$

với  $P_T(t)$  là hàm xung vuông độ rộng thời gian  $T$  và tần số sóng mang  $f_0 = 2R_b$ . Dạng sóng truyền được định nghĩa như sau

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a[n] \frac{1}{\sqrt{T}} P_T(t) \cos(2\pi f_0(t - nT)) \tag{11.7}$$

Bây giờ, chúng ta sẽ xem xét băng thông và hiệu suất phổ của hệ thống 2-PSK trong hai trường hợp: sử dụng bộ lọc thông thấp lý tưởng và bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha$ . Đối với trường hợp bộ lọc thông thấp lý tưởng, Hình 11.3 minh họa băng thông và hiệu suất phổ. Trong trường hợp này, hàm truyền  $p(t)$  là bộ lọc thông thấp lý tưởng, và băng thông tổng được xác định bởi tốc độ bit  $R_b$ .

**Hình 11.2:** Dạng sóng truyền 2-PSK**Hình 11.3:** Băng thông và hiệu suất phổ của 2-PSK

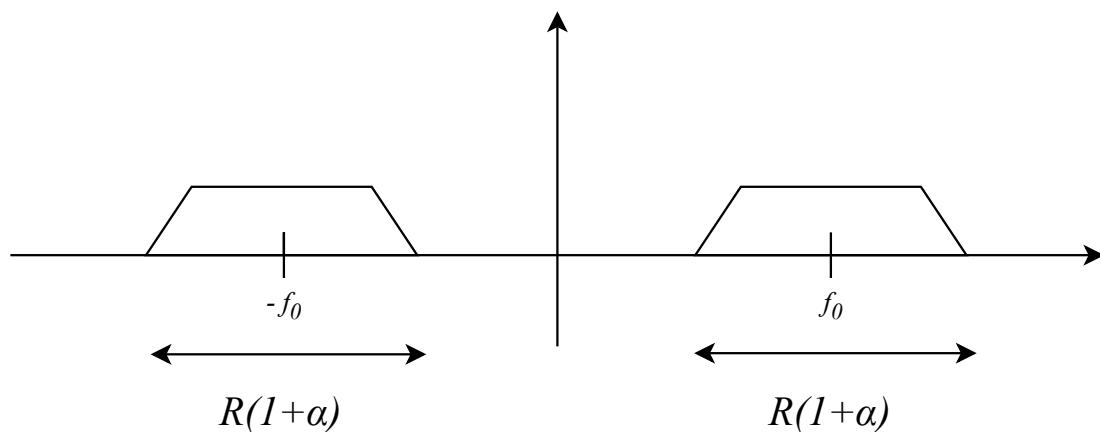
Băng thông sử dụng trong trường hợp bộ lọc thông thấp lý tưởng được xác định như sau

$$B_{\text{id}} = R = R_b, \quad (11.8)$$

với  $R$  là tốc độ ký hiệu và  $R_b$  là tốc độ bit. Trong trường hợp lý tưởng này, băng thông sử dụng bằng tốc độ bit truyền dữ liệu  $R_b$ . Do đó, hiệu quả sử dụng phổ (trường hợp lý tưởng) được tính như sau

$$\eta_{\text{id}} = \frac{R_b}{B_{\text{id}}} = 1 \text{ [bps/Hz].} \quad (11.9)$$

Điều này có nghĩa là với mỗi đơn vị tần số trong băng thông, chúng ta có thể truyền một bit dữ liệu mỗi giây. Nay giờ chúng ta tìm hiểu trường hợp sử dụng bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha$  như minh họa Hình 11.4. Vì hàm truyền  $p(t)$  là bộ lọc RRC, và



**Hình 11.4:** Băng thông và hiệu suất phổ của 2-PSK

băng thông tổng phụ thuộc vào  $\alpha$ . Cụ thể, băng thông tín hiệu ứng với bộ lọc RRC được định nghĩa

$$\begin{aligned} B &= R(1 + \alpha) \\ &= R_b(1 + \alpha). \end{aligned} \quad (11.10)$$

Hệ số cuộn  $\alpha$  của bộ lọc RRC này quyết định mức độ mở rộng của băng thông so với trường hợp lý tưởng. Khi  $\alpha = 0$ , băng thông tín hiệu bằng với trường hợp sử dụng bộ lọc thông thấp lý tưởng. Tuy nhiên, khi  $\alpha$  tăng, băng thông tổng cũng tăng theo, thể hiện hiệu quả sử dụng tần số bị giảm xuống. Hiệu quả sử dụng phổ ứng với trường hợp sử dụng bộ lọc RRC như sau

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{R_b}{B} \\ &= \frac{1}{1 + \alpha} [\text{bps/Hz}]. \end{aligned} \quad (11.11)$$

Điều này có nghĩa là hiệu quả sử dụng phổ giảm khi  $\alpha$  tăng.

**Bộ điều chế 2-PSK:** Dạng sóng truyền của hệ thống điều chế 2-PSK có thể được biểu diễn bởi (11.5), trong đó hàm  $p_1(t)$  là véc-tơ cơ sở trực chuẩn được định nghĩa  $p_1(t) = p(t) \cos(2\pi f_0 t)$ . Dạng sóng truyền của tín 2-PSK có thể được viết lại một cách chi tiết hơn như sau

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a[n] p(t - nT) \cos(2\pi f_0(t - nT)). \quad (11.12)$$

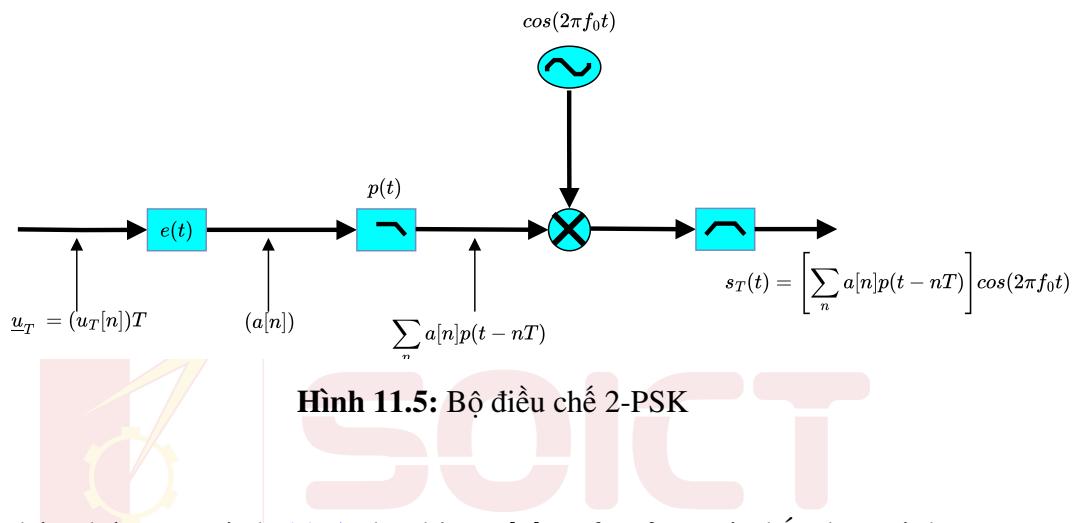
Để đơn giản hóa việc phân tích tín hiệu, chúng ta chọn tần số sóng mang  $f_0$  là bội số của  $R = 1/T$ , trong đó  $T$  là chu kỳ bit. Giải thích này giúp làm cho hàm  $\cos$  dễ

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

xử lý hơn về mặt toán học,  $\cos(2\pi f_0(t - nT)) = \cos(2\pi f_0t - 2\pi f_0nT) = \cos(2\pi f_0t)$ . Điều này xảy ra vì  $\cos$  là hàm tuần hoàn và  $2\pi f_0nT$  sẽ là một số nguyên lần của  $2\pi$ , làm cho  $\cos(2\pi f_0nT)$  có giá trị bằng một. Do đó, biểu thức của dạng sóng truyền  $s(t)$  được đơn giản hóa thành

$$s(t) = \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} a[n]p(t - nT) \right) \cos(2\pi f_0t). \quad (11.13)$$

Hình 11.5 minh họa của sơ đồ điều chế 2-PSK từ chuỗi bit nhị phân đến dạng sóng truyền với bộ dao động  $\cos(2\pi f_0t)$ .



Ở phía phát trên Hình 11.5, dãy bit  $u_T[n] \in \{0, 1\}$ , trước hết được ánh xạ sang tập giá trị đôi xứng  $a[n] \in \{+A, -A\}$  theo quy tắc

$$a[n] = A(2u_T[n] - 1), \quad (11.14)$$

ở đây  $A$  là biên độ của xung. Chú ý  $A$  có thể được chọn sao công suất trung bình là  $E_b/T$ , nghĩa là  $A = \sqrt{2E_b/T}$ . Dãy ký hiệu này đi qua khối tạo xung/pulse-shaping  $p(t)$  (ví dụ như xung chữ nhật, raised-cosine hoặc root-raised-cosine thỏa chuẩn Nyquist nhằm hạn chế băng thông và triệt tiêu nhiễu liên ký hiệu). Tín hiệu băng gốc nhận được  $\tilde{s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a[n]p(t - nT)$ , trong đó  $T$  là chu kỳ ký hiệu (với 2-PSK, tốc độ ký hiệu bằng tốc độ bit). Khối nhân (mixer) ghép  $\tilde{s}(t)$  lên sóng mang điều hòa từ bộ dao động  $\cos(2\pi f_0t)$  để tạo tín hiệu băng tần thông dài như (11.13). Dạng sóng truyền  $s(t)$  có biên độ không đổi, chỉ đổi dấu theo  $a[n]$ . Điều này nghĩa là pha tức thời của sóng mang tại mỗi khoảng thời gian  $[nT, (n + 1)T)$  nhận các giá trị  $\{0, \pi\}$  ứng với  $a[n]\{+A, -A\}$ . Như vậy,  $a[n] = A$  thì pha sóng mang giữ nguyên, còn  $a[n] = -A$  thì pha sóng mang xoay đi một góc  $180^\circ$ , thể hiện nguyên lý của điều chế 2-PSK. Cuối cùng, tín hiệu ra đi qua bộ lọc để giới hạn băng thông và loại bỏ các thành phần không mong muốn. Kỹ thuật này có ưu điểm là cấu trúc máy

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

phát - thu đơn giản, hiệu suất năng lượng cao và chống nhiễu tốt hơn so với điều chế biên độ, nhưng tốc độ bit bị giới hạn bởi băng thông kênh và hiệu suất sử dụng băng thông chưa tối ưu so với các kỹ thuật  $m$ -PSK bậc cao hơn ( $m \geq 4$ ).

**Bộ giải điều chế 2-PSK:** Trước tiên, chúng ta xem xét chu kỳ đầu tiên của tín hiệu  $[0, T]$ . Với tín hiệu nhận được  $\rho(t)$ , ký hiệu ở miền rời rạc đạt được bằng cách chiếu nó lên véc-tơ cơ sở trực chuẩn  $b_1(t) = p(t) \cos(2\pi f_0 t)$ . Do đó, chúng ta cần tính phép chiếu sau

$$\begin{aligned}\rho(0) &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho(t) b_1(t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho(t) p(t) \cos(2\pi f_0 t) dt.\end{aligned}\tag{11.15}$$

Như đã xem xét ở các chương trước, phép chiếu này có thể được tính bằng cách sử dụng một bộ lọc phôi hợp. Nghĩa là chúng ta sẽ tính tích chập của tín hiệu nhận được  $\rho(t)$  với đáp ứng xung của bộ lọc được định nghĩa như sau

$$\begin{aligned}q(t) &= b_1(T-t) \\ &= p(T-t) \cos(2\pi f_0(T-t)).\end{aligned}\tag{11.16}$$

Từ đó, chúng ta thu được tín hiệu  $y(t)$  sau bộ lọc phôi hợp như sau  $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau) p(T-t+\tau) \cos(2\pi f_0(T-t+\tau)) d\tau$ , và lấy mẫu tại thời điểm  $t = T$  và thu được  $\rho(0) = y(t = T)$ . Một phương pháp khác, chúng ta có thể làm như sau: Tín hiệu nhận được  $\rho(t)$  nhân với  $\cos(2\pi f_0 t)$ , từ đó chúng ta thu được  $\rho'(t) = \rho(t) \cos(2\pi f_0 t)$ . Tiếp theo, chúng ta sử dụng một bộ lọc phôi hợp có đáp ứng xung được định nghĩa  $q'(t) = p(T-t)$  và thu được  $y(t)$  như sau

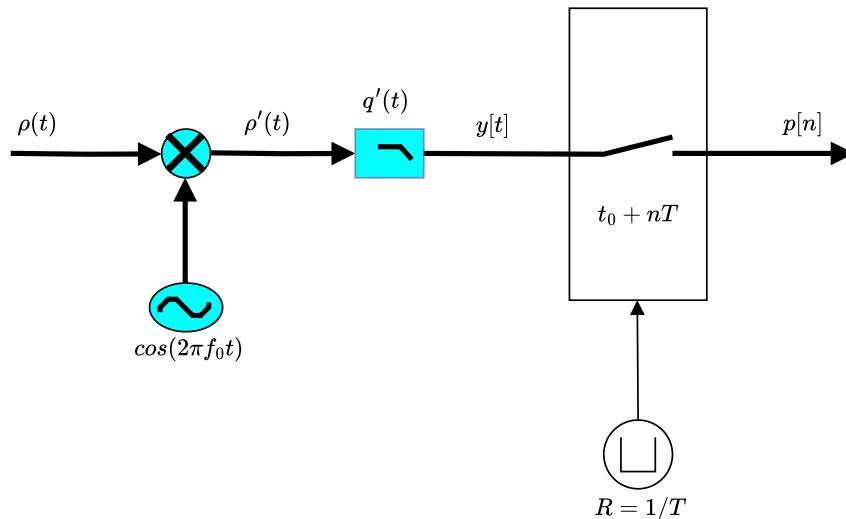
$$\begin{aligned}y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho'(\tau) q'(\tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau) \cos(2\pi f_0 \tau) p(T-t+\tau) d\tau.\end{aligned}\tag{11.17}$$

Bằng cách lấy mẫu tín hiệu đầu ra của bộ lọc phôi hợp, chúng ta thu được kết quả ở miền rời rạc như sau

$$\begin{aligned}\rho(0) &= y(t = T) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau) \cos(2\pi f_0 \tau) p(\tau) d\tau \\ &= \rho[0].\end{aligned}\tag{11.18}$$

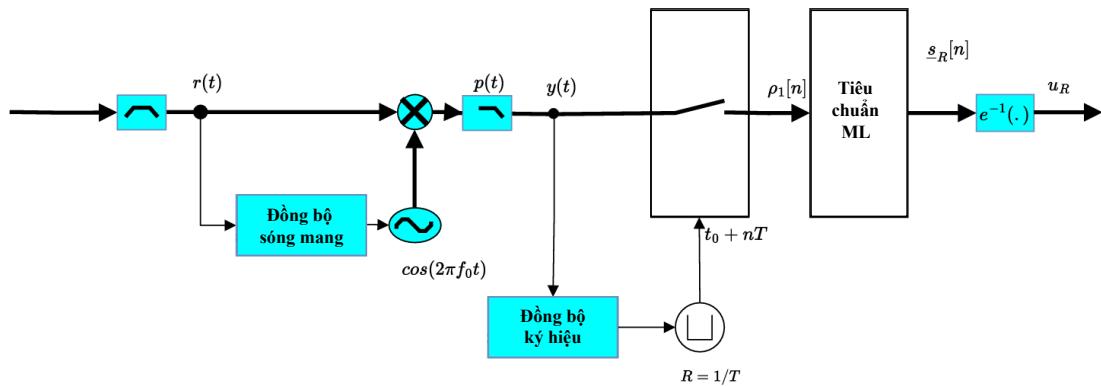
## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

Tổng kết lại, chúng ta có sơ đồ sử dụng bộ lọc phôi hợp trong hệ thống giải điều chế 2-PSK như Hình 11.6. Bộ lọc có nhiệm vụ tối đa hóa tỷ số tín hiệu trên nhiễu (SNR) và khôi phục chính xác dữ liệu từ tín hiệu thu bị nhiễu. Với cấu trúc này, bộ lọc phôi hợp trong giải điều chế 2-PSK cho phép thu tối ưu trong môi trường nhiễu trắng Gaussian, đảm bảo độ tin cậy cao cho hệ thống thông tin số.



Hình 11.6: Bộ lọc phôi hợp trong sơ đồ giải điều chế 2-PSK

Tuy nhiên trong thực tế, ta cần phải đồng bộ pha của bộ dao động tạo sóng mang  $\cos(2\pi f_0 t)$  kết hợp với thời gian (để lấy mẫu tại thời điểm  $T$ ). Do vậy, chúng ta có bộ thu hoàn chỉnh để giải điều chế 2-PSK như Hình 11.7. Bộ thu giải điều chế



Hình 11.7: Bộ thu hoàn chỉnh để giải điều chế 2-PSK và khôi phục dữ liệu truyền

2-PSK sử dụng bộ lọc phôi hợp được thiết kế nhằm khôi phục chính xác dãy bit gốc từ tín hiệu nhận bị ảnh hưởng bởi kênh truyền và nhiễu. Tín hiệu thu  $r(t)$  trước tiên đi qua bộ lọc đầu vào nhằm giới hạn băng thông và giảm nhiễu ngoài dải, sau đó được đưa đến khôi đồng bộ sóng mang (carrier synchronization) để tạo ra tín hiệu tham chiếu  $\cos(2\pi f_0 t)$  có tần số và pha đồng bộ với sóng mang phát.

Tín hiệu này được nhân với  $r(t)$  tại bộ nhân tách sóng (mixer) để hạ tần tín hiệu về băng gốc, loại bỏ phần tần số cao nhờ bộ lọc thông thấp và nhận được tín hiệu băng gốc chứa thông tin ký hiệu  $a[n]p(t - nT)$ . Tiếp theo, tín hiệu băng gốc được đưa qua bộ lọc phôi hợp có đáp ứng xung  $p(T - t)$ , được thiết kế sao cho tối đa hóa tỷ số tín hiệu trên nhiễu (SNR) tại thời điểm lấy mẫu trong môi trường nhiễu Gaussian. Đầu ra bộ lọc phôi hợp  $y(t)$  được xử lý bởi khối đồng bộ ký hiệu (symbol synchronization) để xác định chính xác các thời điểm  $t_0 + nT$  mà tại đó giá trị của xung là cực đại và ảnh hưởng nhiễu liên ký hiệu là nhỏ nhất. Các mẫu thu được tại những thời điểm này tạo thành dãy  $\rho[n]$ , được đưa vào khối quyết định theo tiêu chí ML. Trong kênh AWGN, tiêu chí ML tương ứng với ngưỡng quyết định tại giá trị 0 nếu  $\rho[n] > 0$  thì quyết định  $a[n] = +A$  ứng với bit 1, ngược lại nếu  $\rho[n] < 0$  thì quyết định  $a[n] = -A$  ứng với bit 0. Cuối cùng, khối ánh xạ ngược (demapper) chuyển các giá trị ký hiệu  $a[n]$  thành dãy bit dữ liệu  $u_R$ . Cấu trúc này, nhờ kết hợp lọc phôi hợp, đồng bộ sóng mang và đồng bộ ký hiệu, đảm bảo tối ưu hiệu suất khôi phục tín hiệu và xác suất lỗi bit thấp trong điều kiện nhiễu Gaussian trắng.

Về mặt toán học, đưa tín hiệu từ băng thông dải về băng tần cơ sở trong giải điều chế 2-PSK được giải thích như sau. Xuất phát từ tín hiệu tại băng tần cơ sở

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a[n]p(t - nT), \quad (11.19)$$

trong đó  $v(t)$  là tín hiệu băng gốc,  $a[n]$  là các bit dữ liệu (thường là giá trị nhị phân 0 hoặc 1 trong trường hợp 2-PSK) sẽ được truyền. Với điều chế 2-PSK, các bit truyền đi này thường được ánh xạ thành các giá trị pha từ đó đảo dấu của biên độ, ví dụ như  $+A$  và  $-A$ ;  $p(t)$  là hàm tạo xung, xác định hình dạng của tín hiệu cho mỗi bit. Một lựa chọn phổ biến là xung chữ nhật với thời gian  $T$  sử dụng để truyền 1 bit. Với tín hiệu truyền đi, phép nhân với hàm cos dịch chuyển phổ xung quanh tần số  $f_0$  và  $-f_0$ , được mô tả qua phương trình sau

$$\begin{aligned} s(t) &= v(t) \cos(2\pi f_0 t) \\ &= v(t) \left( \frac{\exp(j2\pi f_0 t) + \exp(-j2\pi f_0 t)}{2} \right). \end{aligned} \quad (11.20)$$

Sử dụng biến đổi Fourier cho (11.20), chúng ta thu được phổ trong miền tần số

$$S(f) = \frac{1}{2}(V(f - f_0) + V(f + f_0)), \quad (11.21)$$

với  $S(f)$  và  $V(f)$  là phổ của  $s(t)$  và  $v(t)$  đạt được thông qua biến đổi Fourier. Tại

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

phía thu, khi đi qua bộ giải điều tín hiệu, phép nhân với hàm cos tạo ra kết quả

$$\begin{aligned} s(t) \cos(2\pi f_0 t) &= v(t) \cos^2(2\pi f_0 t) \\ &= v(t) \left( \frac{1 + \cos(2\pi(2f_0)t)}{2} \right). \end{aligned} \quad (11.22)$$

Ở phía thu, tín hiệu đã điều chế  $s(t)$  được nhân với một hàm cosine để dịch phổ của tín hiệu về lại dải tần gốc:

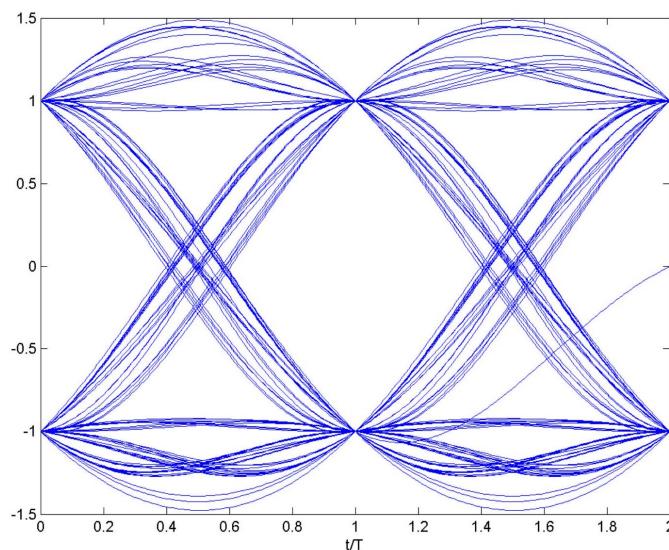
$$s(t) \cos(2\pi f_0 t) = \frac{v(t)}{2} + \frac{v(t) \cos(4\pi f_0 t)}{2}. \quad (11.23)$$

Tín hiệu  $s(t) \cos(2\pi f_0 t)$  sau đó đi vào bộ lọc phôi hợp  $q(t) = p(T - t)$ . Đây là một bộ lọc thông thấp: các thành phần tần số cao xung quanh  $2f_0$  bị loại bỏ. Chỉ có thành phần dải cơ sở  $v(t) = \sum_n a[n]p(t - nT)$  được giữ lại. Đầu ra của bộ lọc phôi hợp sau đó bằng  $a[n]$  khi lấy mẫu tại  $t_0 + nT$ .

Lưu ý dạng sóng truyền của 2-PSK biểu diễn ở (11.13) là thuộc trường số thực. Sử dụng kết quả trong (11.20),  $s(t)$  có thể được diễn đạt như sau

$$\begin{aligned} s(t) &= \operatorname{Re}\{\dot{s}(t)\} \\ &= \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} a[n]p(t - nT) \exp(j2\pi f_0 t) \right\}, \end{aligned} \quad (11.24)$$

trong đó  $\dot{s}(t)$  được gọi là tín hiệu phân tích liên kết với  $s(t)$  và  $\operatorname{Re}\{\cdot\}$  là phép lấy phần thực của một số phức. Tại bộ thu, chúng ta có thể quan sát biểu đồ mắt của tín hiệu giải điều chế 2-PSK sử dụng bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha = 0.5$  như trong Hình 11.8. Biểu đồ mắt của tín hiệu 2-PSK sau lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha = 0.5$  cho



**Hình 11.8:** Biểu đồ mắt của điều chế 2-PSK sử dụng bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha = 0.5$

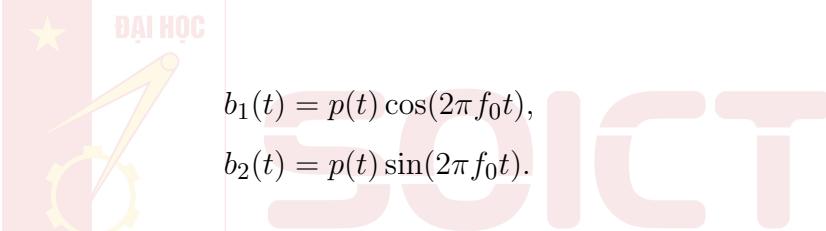
thấy độ mở mắt lớn tại giữa mỗi chu kỳ ký hiệu, đảm bảo vùng lấy mẫu an toàn và xác suất lỗi bit thấp. Các mức tín hiệu chuẩn hóa  $\pm 1$  được phân tách rõ ràng, trong khi sườn xung tương đối thoái phản ánh sự cân bằng giữa băng thông và khả năng chống nhiễu. Do đặc tính Nyquist của lọc RRC, nhiễu liên ký hiệu gần như bị triệt tại thời điểm lấy mẫu, đảm bảo tín hiệu thu tối ưu trong môi trường AWGN. Về xác suất lỗi bit (BER), như chúng ta đã phân tích, 2-PSK và 2-ASK là tương đồng, nghĩa là

$$\Pr_b(e) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right). \quad (11.25)$$

Do đó 2-ASK và 2-PSK là hai tên gọi khác nhau của một loại điều chế.

## 11.2 Điều chế cầu phương (quadrature modulation)

Điều chế cầu phương là kỹ thuật điều chế trong đó tín hiệu được biểu diễn bằng hai thành phần trực giao về pha, gồm thành phần đồng pha (in-phase, I) và thành phần vuông pha (quadrature, Q). Xét trên một biểu đồ chòm sao điều chế hai chiều  $d = 2$  bao gồm hai véc-tơ cơ sở được biểu diễn dưới các hàm số điều hòa sin và cos như sau



$$\begin{aligned} b_1(t) &= p(t) \cos(2\pi f_0 t), \\ b_2(t) &= p(t) \sin(2\pi f_0 t). \end{aligned} \quad (11.26)$$

Khi chiếu tín hiệu lên các véc-tơ cơ sở, mỗi điểm tương ứng gồm hai thành phần thực biểu diễn một tín hiệu trong không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$ . Về mặt toán học, điểm  $s_i = (\alpha_i, \beta_i)$  tương ứng với biểu diễn của tín hiệu

$$s_i(t) = \alpha_i b_1(t) + \beta_i b_2(t), \quad (11.27)$$

trong không gian tín hiệu  $\mathcal{S}$ ; chúng ta có mối quan hệ giữa dạng liên tục và rời rạc của tín hiệu  $s_i(t) \leftrightarrow s_i$ . Do đó, chúng ta có thể coi chùm tín hiệu rời rạc  $\overline{\mathcal{M}}$  là một tập các điểm tín hiệu trên chòm sao điều chế  $\overline{\mathcal{M}} = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ . Với đầu vào bộ phát là tín hiệu số gồm các véc-tơ nhị phân  $v_T[n]$ , trong đó mỗi phần tử có độ dài tín hiệu là  $T$ , ta thực hiện ánh xạ  $v_T[n]$  tới véc-tơ  $s_T[n] = (\alpha[n], \beta[n]) \in \overline{\mathcal{M}}$  tương ứng. Kết quả, chúng ta thu được dạng sóng truyền  $s(t)$  cho chuỗi dữ liệu đầu vào như sau

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha[n] b_1(t - nT) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta[n] b_2(t - nT) \\ &= a(t) + b(t), \end{aligned} \quad (11.28)$$

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

với  $a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha[n]b_1(t - nT)$  và  $b(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta[n]b_2(t - nT)$ . Do đó, chúng ta có thể xác định mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  của tín hiệu điều chế  $s(t)$  thông qua tổng mật độ phổ công suất  $G_a(f)$ ,  $G_b(f)$  của tín hiệu  $a(t)$  và  $b(t)$ . Bởi vì,  $a(t) = \sum_n \alpha[n]b_1(t - nT)$ , hàm mật độ phổ công suất của  $a(t)$  biểu diễn như sau

$$G_a(f) = S_\alpha(f) \frac{|B_1(f)|^2}{T}, \quad (11.29)$$

với  $B_1(f)$  là biến đổi Fourier của tín hiệu  $b_1(t)$ . Chúng ta có thể giả thiết rằng chuỗi  $\alpha[n]$  có các tính chất sau: đây là chuỗi các biến ngẫu nhiên có tính chất dừng; các biến ngẫu nhiên  $\alpha[n]$  độc lập thống kê; và có giá trị trung bình  $\mu_\alpha = 0$  và phương sai  $\sigma_\alpha^2$ . Khi đó, phổ  $S_\alpha(f) = \sigma_\alpha^2$  và hàm mật độ phổ công suất  $G_a(f)$  được tính

$$G_a(f) = \frac{\sigma_\alpha^2}{T} |B_1(f)|^2. \quad (11.30)$$

Tiếp theo, chúng ta thực hiện tính phổ tín hiệu  $B_1(f)$  bằng cách sử dụng biến đổi

$$\begin{aligned} b_1(t) &= p(t) \cos(2\pi f_0 t) \\ &= \frac{p(t)}{2} (\exp(j2\pi f_0 t) + \exp(-j2\pi f_0 t)). \end{aligned} \quad (11.31)$$

Do đó, chúng ta có biến đổi Fourier của  $b_1(t)$  như sau

$$\begin{aligned} B_1(f) &= \mathcal{F} \left\{ \frac{p(t)}{2} (\exp(j2\pi f_0 t) + \exp(-j2\pi f_0 t)) \right\} \\ &= \frac{1}{2} (P(f - f_0) + P(f + f_0)), \end{aligned} \quad (11.32)$$

trong đó  $P(f)$  là biến đổi Fourier của bộ lọc thông thấp lý tưởng  $p(t)$ . Sử dụng (11.32), chúng ta đạt được công suất phổ theo tần số được biểu diễn như sau

$$|B_1(f)|^2 = \frac{1}{4} (|P(f - f_0)|^2 + |P(f + f_0)|^2 + 2 \operatorname{Re}(P(f - f_0)P^*(f + f_0))), \quad (11.33)$$

với  $P^*(f)$  là liên hợp phức của  $P(f)$ . Chúng ta tiếp tục có thể giả thiết rằng  $f_0$  hoặc  $p(t)$  được chọn sao cho  $\operatorname{Re}\{P(f - f_0)P^*(f + f_0)\} = 0, \forall f$ . Khi đó, mật độ phổ công suất của tín hiệu  $a(t)$  được biểu diễn

$$\begin{aligned} G_a(f) &= \frac{\sigma_\alpha^2}{T} |B_1(f)|^2 \\ &= \underbrace{\frac{\sigma_\alpha^2}{4T}}_{=x \in \mathbb{R}} (|P(f - f_0)|^2 + |P(f + f_0)|^2) \end{aligned} \quad (11.34)$$

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

Do đó, nếu  $a(t) = \sum_n \alpha[n]b_1(t - nT) = (\sum_n \alpha[n]p(t - nT)) \cos(2\pi f_0 t)$ , hàm mật độ phổ công suất  $G_a(f)$  có thể viết lại như sau

$$G_a(f) = x [ |P(f - f_0)|^2 + |P(f + f_0)|^2 ], x \in \mathbb{R}. \quad (11.35)$$

Tương tự, ta có thể tính được mật độ phổ công suất  $G_b(f)$  của tín hiệu  $b(t)$  được biểu diễn

$$G_b(f) = \frac{\sigma_\beta^2}{T} |B_2(f)|^2, \quad (11.36)$$

với  $B_2(f)$  là phổ của  $b_2(t)$ . Thực hiện biến đổi Fourier tín hiệu  $b_2(t) = p(t) \sin(2\pi f_0 t) = p(t)(\exp(j2\pi f_0 t) - \exp(-j2\pi f_0 t))/2$ , chúng ta đạt được

$$B_2(f) = \frac{1}{2} (P(f - f_0) - P(f + f_0)). \quad (11.37)$$

Do đó, hàm mật độ phổ công suất của tín hiệu  $b(t)$  được định nghĩa như sau

$$G_b(f) = \underbrace{\frac{\sigma_\beta^2}{4T}}_{y \in \mathbb{R}} (|P(f - f_0)|^2 + |P(f + f_0)|^2). \quad (11.38)$$

Vậy, nếu  $b(t) = \sum_n \beta[n]b_2(t - nT) = (\sum_n \beta[n]p(t - nT)) \sin(2\pi f_0 t)$ , chúng ta có được mật độ phổ công suất của tín hiệu

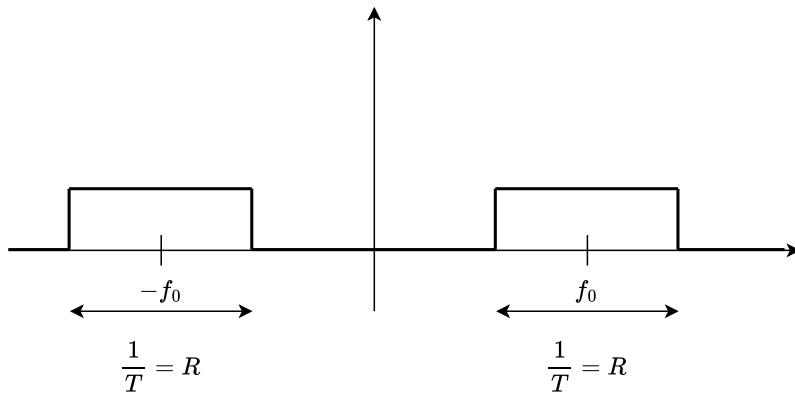
$$G_b(f) = y [ |P(f - f_0)|^2 + |P(f + f_0)|^2 ], y \in \mathbb{R}. \quad (11.39)$$

Với  $s(t) = a(t) + b(t)$ , có thể chứng minh được rằng mật độ phổ công suất của tín hiệu  $s(t)$  như sau

$$G_s(f) = G_a(f) + G_b(f), \quad (11.40)$$

với  $G_s(f) = z [ |P(f - f_0)|^2 + |P(f + f_0)|^2 ]$ ,  $z \in \mathbb{R}$ . Do đó hàm mật độ phổ công suất  $G_a$ ,  $G_b$  và  $G_s$  đều có chung hình dáng trên miền tần số như minh họa Hình 11.9. Bên cạnh đó, hàm mật độ phổ công suất của tín hiệu  $s(t)$  chỉ phụ thuộc vào giá trị của  $|P(f)|^2$ .

*Thành phần I/Q:* Bây giờ chúng ta biểu diễn tín hiệu điều chế thông qua hai

**Hình 11.9:** Hình dạng chung của các mật độ phổ công suất  $G_a(f)$ ,  $G_b(f)$ ,  $G_s(f)$ 

thành phần trực giao về pha. Chúng ta phân tích dạng sóng truyền như sau

$$\begin{aligned}
 s(t) &= a(t) + b(t) = \sum_n \alpha[n]b_1(t - nT) + \sum_n \beta[n]b_2(t - nT) \\
 &= \underbrace{\left[ \sum_n \alpha[n]p(t - nT) \right]}_{i(t)} \cos(2\pi f_0 t) + \underbrace{\left[ \sum_n \beta[n]p(t - nT) \right]}_{q(t)} \sin(2\pi f_0 t) \quad (11.41) \\
 &= [i(t)] \cos(2\pi f_0 t) + [q(t)] \sin(2\pi f_0 t),
 \end{aligned}$$

với  $i(t) = \sum_n \alpha[n]p(t - nT)$  là thành phần I (cùng pha) và  $q(t) = \sum_n \beta[n]p(t - nT)$  ứng với thành phần Q (vuông pha). Do hai hàm điều hòa cos và sin trực giao, chúng ta xây dựng đường bao phức (complex envelope) từ  $i(t)$  và  $q(t)$  như sau

$$\tilde{s}(t) = i(t) - jq(t), \quad (11.42)$$

với  $j^2 = -1$  là số phức đơn vị. Chúng ta xây dựng  $\tilde{s}(t)$  theo dạng sóng truyền như trong Bổ đề 11.1.

**Bổ đề 11.1.** Trong miền rời rạc, nếu hệ số phức (complex symbol) biểu diễn  $\gamma[n] = \alpha[n] - j\beta[n]$ , sau đó đường bao phức có thể được biểu diễn dưới dạng

$$\tilde{s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma[n]p(t - nT). \quad (11.43)$$

*Chứng minh.* Sử dụng công thức đường bao phức trong (11.42), chúng ta có

$$\begin{aligned}\tilde{s}(t) &\stackrel{(a)}{=} \sum_n \alpha[n]p(t - nT) - j \sum_n \beta[n]p(t - nT) \\ &\stackrel{(b)}{=} \sum_n \underbrace{(\alpha[n] - j\beta[n])}_{\gamma[n]} p(t - nT),\end{aligned}\tag{11.44}$$

với (a) đạt được do định nghĩa của  $i(t)$  và  $q(t)$ ; (b) đạt được do tính chất kết hợp. Sử dụng định nghĩa của  $\gamma[n]$ , chúng ta có kết quả như trong bối đề.  $\square$

Từ kết quả trong Bối đề 11.1, chùm tín hiệu rời rạc có thể được biểu diễn bằng một tập các số phức như sau  $\bar{\mathcal{M}} = \{\gamma_i = \alpha_i - j\beta_i\}_{i=1}^m$ . Bây giờ chúng ta xây dựng mối quan hệ giữa dạng sóng truyền  $s(t)$  và đường bao phức  $\tilde{s}(t)$  như trong Định lý 11.1.

**Định lý 11.1.** Nếu  $\dot{s}(t) = \tilde{s}(t) \exp(j2\pi f_0 t) = (\sum_n \gamma[n]p(t - nT)) \exp(j2\pi f_0 t)$ , thì dạng sóng truyền  $s(t)$  chính là phần thực của tín hiệu phức hợp  $\dot{s}(t)$  như sau

$$\begin{aligned}s(t) &= \operatorname{Re}\{\dot{s}(t)\} \\ &= \operatorname{Re}\{\tilde{s}(t) \exp(j2\pi f_0 t)\}\end{aligned}\tag{11.45}$$

*Chứng minh.* Sử dụng định nghĩa của  $\dot{s}(t)$  trong định lý và đường bao phức  $\tilde{s}(t)$  trong bối đề, chúng ta có

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}\{\dot{s}(t)\} &= \operatorname{Re}\{\tilde{s}(t) \exp(j2\pi f_0 t)\} \\ &= \operatorname{Re}\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma[n]p(t - nT) \exp(j2\pi f_0 t)\right\} \\ &\stackrel{(a)}{=} \operatorname{Re}\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty} (\alpha[n] - j\beta[n]) p(t - nT) \exp(j2\pi f_0 t)\right\} \\ &\stackrel{(b)}{=} \operatorname{Re}\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty} (\alpha[n] - j\beta[n]) p(t - nT) \cos(2\pi f_0 t) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\alpha[n] - j\beta[n]) p(t - nT) j \sin(2\pi f_0 t)\right\} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha[n]p(t - nT) \cos(2\pi f_0 t) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta[n]p(t - nT) \sin(2\pi f_0 t) \\ &= s(t),\end{aligned}\tag{11.46}$$

với (a) đạt được sử dụng định nghĩa  $\gamma[n]$ ; và (b) sử dụng công thức Euler. Do đó, chúng ta có kết quả như trong định lý.  $\square$

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

Nhờ đặc tính trực giao, phương pháp điều chế cầu phuong cho phép truyền đồng thời hai luồng dữ liệu độc lập trên cùng một dải tần, từ đó nâng cao hiệu quả sử dụng băng thông và tăng gấp đôi lượng thông tin truyền so với điều chế chỉ sử dụng một sóng mang đơn pha. Việc tách hai thành phần  $I$  và  $Q$  tại máy thu được thực hiện dễ dàng thông qua nhân với sóng mang cos và sin, kết hợp với lọc thông thấp, cho phép xử lý song song và giảm nhiễu xuyên kenh. Hơn nữa, dữ liệu  $I/Q$  có thể xử lý trực tiếp trong miền số, hỗ trợ hiệu chỉnh méo, cân bằng kênh và bù dịch pha, giúp điều chế cầu phuong phù hợp với các hệ thống vô tuyến định nghĩa bằng phần mềm. Nhờ tính linh hoạt này, điều chế cầu phuong cũng dễ dàng tích hợp với các công nghệ tiên tiến.

### 11.3 Điều chế 4-PSK

Điều chế 4-PSK có những tính chất sau đây: điều chế thông dải, không gian tín hiệu hai chiều với các tín hiệu cơ sở  $p(t) \cos(2\pi f_0 t)$  và  $p(t) \sin(2\pi f_0 t)$ , chùm tín hiệu bao gồm bốn tín hiệu cách đều nhau trên một vòng tròn (do cùng biên độ, chỉ sai khác nhau về pha), và thông tin dữ liệu biểu diễn bằng pha của các tín hiệu chuẩn. Chúng ta xem xét chùm tín hiệu của điều chế 4-PSK được định nghĩa như sau

$$\mathcal{M} = \{s_1(t) = Ap(t) \cos(2\pi f_0 t), s_2(t) = Ap(t) \sin(2\pi f_0 t), s_3(t) = -Ap(t) \cos(2\pi f_0 t), s_4(t) = -Ap(t) \sin(2\pi f_0 t)\}, \quad (11.47)$$

trong đó,  $A$  là biên độ của tín hiệu,  $p(t)$  là một hàm bao định hình tín hiệu, và  $f_0$  là tần số dao động. Chúng ta có thể viết lại chùm tín hiệu như sau

$$\mathcal{M} = \left\{ \begin{array}{l} s_1(t) = Ap(t) \cos(2\pi f_0 t), \\ s_2(t) = Ap(t) \sin(2\pi f_0 t) = Ap(t) \cos\left(2\pi f_0 t - \frac{\pi}{2}\right), \\ s_3(t) = -Ap(t) \cos(2\pi f_0 t) = Ap(t) \cos(2\pi f_0 t - \pi), \\ s_4(t) = -Ap(t) \sin(2\pi f_0 t) = Ap(t) \cos\left(2\pi f_0 t - \frac{3\pi}{2}\right) \end{array} \right\}, \quad (11.48)$$

thì thông tin dữ liệu sẽ được biểu diễn thông qua thay đổi pha của tín hiệu. Viết (11.48) dưới dạng tổng quát, chúng ta định nghĩa chùm tín hiệu của điều chế 4-PSK như sau

$$\mathcal{M} = \{s_i(t) = Ap(t) \cos(2\pi f_0 t - \varphi_i)\}_{i=1}^4, \text{ với } \varphi_i = (i-1)\frac{\pi}{2}. \quad (11.49)$$

Nếu chúng ta chọn hai véc-tơ cơ sở trực chuẩn  $b_1(t) = p(t) \cos(2\pi f_0 t)$  và  $b_2(t) = p(t) \sin(2\pi f_0 t)$ , chùm tín hiệu dạng rời rạc được biểu diễn như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{\mathbf{s}_1 = (A, 0), \mathbf{s}_2 = (0, A), \mathbf{s}_3 = (-A, 0), \mathbf{s}_4 = (0, -A)\} \subseteq \mathbb{R}^2. \quad (11.50)$$

Chùm tín hiệu xem xét trong (11.48) có pha cách nhau  $90^\circ$  bao gồm  $\{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$ . Chúng ta có thể định nghĩa điều chế 4-PSK với chùm tín hiệu có pha ban đầu bất kỳ như sau

$$\mathcal{M} = \{s_i(t) = Ap(t) \cos(2\pi f_0 t - \varphi_i)\}_{i=1}^4, \text{ với } \varphi_i = \Phi + (i-1)\frac{\pi}{2}. \quad (11.51)$$

Nếu chúng ta tương tự chọn hai véc-tơ trực chuẩn  $b_1(t) = p(t) \cos(2\pi f_0 t)$  và  $b_2(t) = p(t) \sin(2\pi f_0 t)$ , chùm tín hiệu rời rạc  $\overline{\mathcal{M}} \subseteq \mathbb{R}^2$  có thể được định nghĩa như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{\mathbf{s}_i = (\alpha_i, \beta_i)\}_{i=1}^4, \alpha_i = A \cos \varphi_i, \beta_i = A \sin \varphi_i, \varphi_i = \Phi + (i-1)\frac{\pi}{2}. \quad (11.52)$$

**Ví dụ 11.2.** Với pha ban đầu  $\Phi = 0$ , chùm tín hiệu rời rạc định nghĩa như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{\mathbf{s}_1 = (A, 0), \mathbf{s}_2 = (0, A), \mathbf{s}_3 = (-A, 0), \mathbf{s}_4 = (0, -A)\} \subseteq \mathbb{R}^2. \quad (11.53)$$

Biểu diễn từ đó thu được dạng biểu diễn của chùm tín hiệu rời rạc  $\overline{\mathcal{M}} \subseteq \mathbb{R}^2$  phụ thuộc vào pha tín hiệu như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{\mathbf{s}_i = (\alpha_i, \beta_i)\}_{i=1}^4, \alpha_i = A \cos \varphi_i, \beta_i = A \sin \varphi_i, \varphi_i = (i-1)\frac{\pi}{2}, \quad (11.54)$$

với  $\varphi_i \in \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\}$ . Nếu pha ban đầu  $\Phi = \pi/4$ , chúng ta định nghĩa chùm tín hiệu rời rạc  $\overline{\mathcal{M}} \subseteq \mathbb{R}^2$  như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{\mathbf{s}_1 = (-\alpha, -\alpha), \mathbf{s}_2 = (+\alpha, -\alpha), \mathbf{s}_3 = (+\alpha, +\alpha), \mathbf{s}_4 = (-\alpha, +\alpha)\}. \quad (11.55)$$

Biểu diễn từ đó thu được dạng biểu diễn của chùm tín hiệu rời rạc  $\overline{\mathcal{M}} \subseteq \mathbb{R}^2$  phụ thuộc vào pha tín hiệu như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{\mathbf{s}_i = (\alpha_i, \beta_i)\}_{i=1}^4, \alpha_i = A \cos \varphi_i, \beta_i = A \sin \varphi_i, \varphi_i = \frac{\pi}{4} + (i-1)\frac{\pi}{2}, \quad (11.56)$$

với  $\varphi_i \in \{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\}$ .

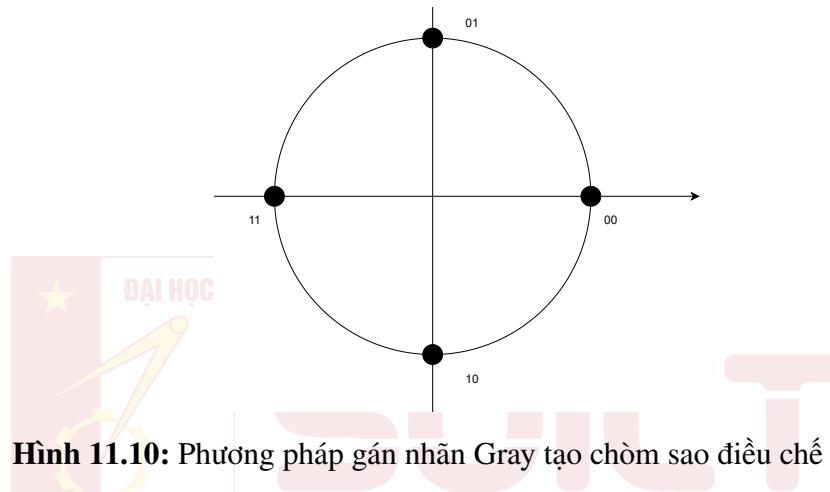
*Gán nhãn nhị phân:* Gán nhãn Gray là một phương pháp mã hóa nhị phân đặc biệt trong đó hai mã liên tiếp chỉ khác nhau một bit. Đây là một dạng mã hóa nhằm giảm thiểu lỗi khi chuyển đổi giữa các giá trị liên tiếp. Đối với điều chế 4-PSK, gán

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

nhãn nhị phân theo phương pháp Gray được mô tả như sau

$$\begin{aligned}
 e : \mathbb{H}_2 &\leftrightarrow \overline{\mathcal{M}} \\
 \mathbf{v}_0 = (00) &\leftrightarrow \mathbf{s}_0 = (A, 0) \\
 \mathbf{v}_1 = (01) &\leftrightarrow \mathbf{s}_1 = (0, A) \\
 \mathbf{v}_2 = (11) &\leftrightarrow \mathbf{s}_2 = (-A, 0) \\
 \mathbf{v}_2 = (10) &\leftrightarrow \mathbf{s}_3 = (0, -A),
 \end{aligned} \tag{11.57}$$

và được minh họa như trong Hình 11.10. Chúng ta quan sát thấy các tín hiệu trên chòm sao điều chế nằm trên cùng một đường tròn, chỉ sai khác về pha. *Dạng sóng*



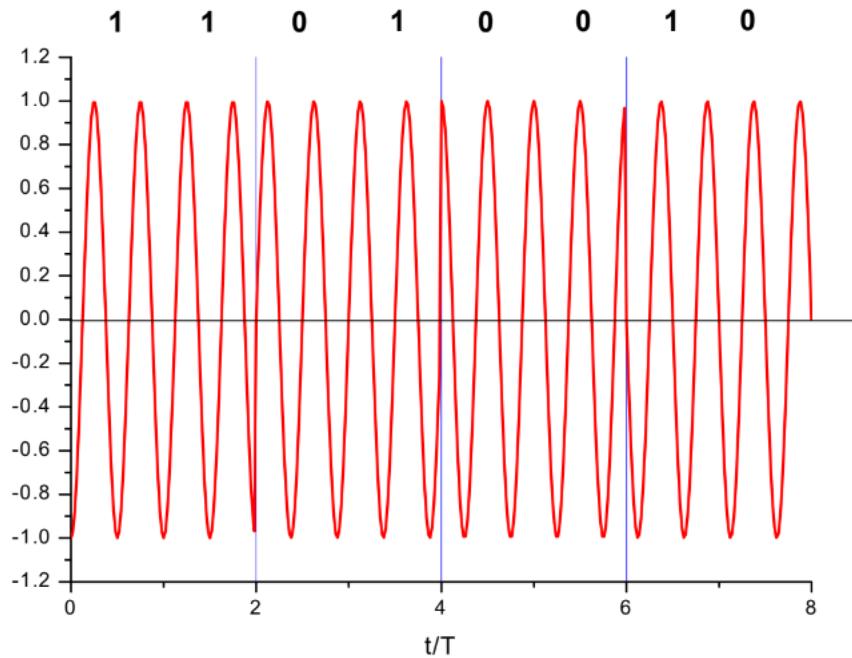
**Hình 11.10:** Phương pháp gán nhãn Gray tạo chòm sao điều chế 4-PSK

**truyền:** Điều chế 4-PSK có số mức điều chế  $m = 4$ , do đó chỉ số điều chế  $k = \log_2 m = 2$  nghĩa là mỗi ký hiệu bao gồm hai bit. Dạng sóng truyền  $s(t)$  của điều chế 4-PSK được mô tả bằng biểu thức

$$\begin{aligned}
 s(t) &= \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha[n]p(t - nT) \right) \cos(2\pi f_0 t) + \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta[n]p(t - nT) \right) \sin(2\pi f_0 t) \\
 &= i(t) \cos(2\pi f_0 t) + q(t) \sin(2\pi f_0 t),
 \end{aligned} \tag{11.58}$$

với  $i(t) = \sum_n \alpha[n]p(t - nT)$  là tín hiệu cùng pha và  $q(t) = \sum_n \beta[n]p(t - nT)$  là tín hiệu vuông pha. Trong trường hợp  $p(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}P_T(t)$ , chúng ta có dạng sóng truyền minh họa như Hình 11.11. **Tín hiệu phân tích:** Từ  $i(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha[n]p(t - nT)$  và  $q(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta[n]p(t - nT)$ , chúng ta giới thiệu tín hiệu  $\tilde{s}(t)$  như sau

$$\begin{aligned}
 \tilde{s}(t) &= i(t) - jq(t) \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma[n]p(t - nT),
 \end{aligned} \tag{11.59}$$



**Hình 11.11:** Dạng sóng truyền của chuỗi bit nhị phân  $u_T = (11010010)$  sử dụng điều chế 4-PSK

với  $\gamma[n] = \alpha[n] - j\beta[n]$ . Đặt  $\dot{s}(t) = \tilde{s}(t) \exp(j2\pi f_0 t)$ , chúng ta có mối quan hệ sau

$$\begin{aligned} s(t) &= \operatorname{Re}\{\dot{s}(t)\} \\ &= \operatorname{Re}\{\tilde{s}(t)e^{j2\pi f_0 t}\}, \end{aligned} \quad (11.60)$$

với  $\operatorname{Re}\{\cdot\}$  là hàm lấy phần thực của số phức. Từ đó chúng ta có thể biểu diễn chùm tín hiệu rời rạc trong miền phức như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{s_1 = a - ja, s_2 = -a - ja, s_3 = -a + ja, s_4 = a + ja\}. \quad (11.61)$$

*Băng thông và hiệu quả sử dụng phổ:* Từ dạng sóng truyền  $s(t)$  biểu diễn trong (11.58), chúng ta có hàm mật độ phổ công suất  $G_s(f)$  của tín hiệu điều chế 4-PSK như sau

$$G_s(f) = z \left( |P(f - f_0)|^2 + |P(f + f_0)|^2 \right), z \in \mathbb{R}, \quad (11.62)$$

với lưu ý là mỗi thành phần  $\alpha[n]$  và  $\beta[n]$  đều có chu kỳ  $T = 2T_b$ . Nếu hệ thống sử dụng bộ lọc thông thấp lý tưởng, băng thông của tín hiệu sẽ là

$$B_{id} = R = \frac{R_b}{2} [\text{Hz}], \quad (11.63)$$

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

và do đó hiệu quả sử dụng phổ trong trường hợp lọc thông thấp lý tưởng

$$\eta_{\text{id}} = \frac{R_b}{B_{\text{id}}} = 2 \text{ [bps/Hz]}. \quad (11.64)$$

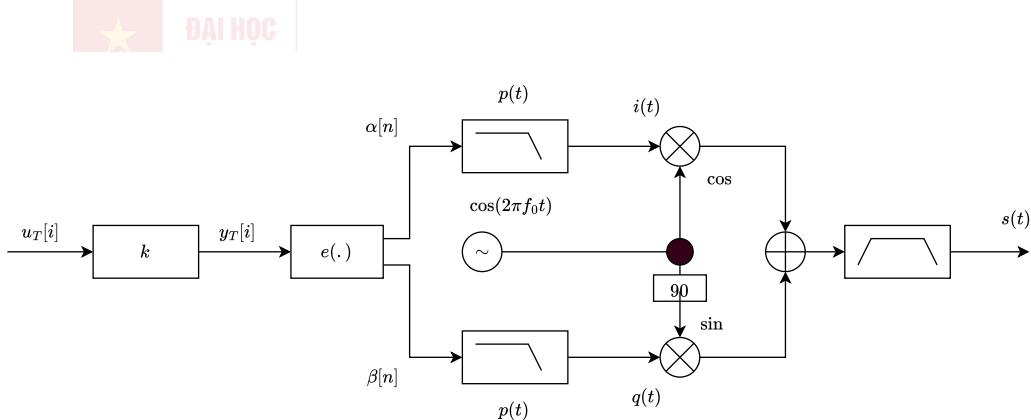
Nếu hệ thống sử dụng bộ lọc thông thấp không lý tưởng (ví dụ như bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha$ ) thì băng thông của tín hiệu được định nghĩa như sau

$$\begin{aligned} B &= R(1 + \alpha) \\ &= \frac{R_b}{2}(1 + \alpha) \text{ [Hz]}, \end{aligned} \quad (11.65)$$

và hiệu quả sử dụng phổ của điều chế 4-PSK trong trường hợp bộ lọc RRC như sau

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{R_b}{B} \\ &= \frac{2}{1 + \alpha} \text{ [bps/Hz]}, \end{aligned} \quad (11.66)$$

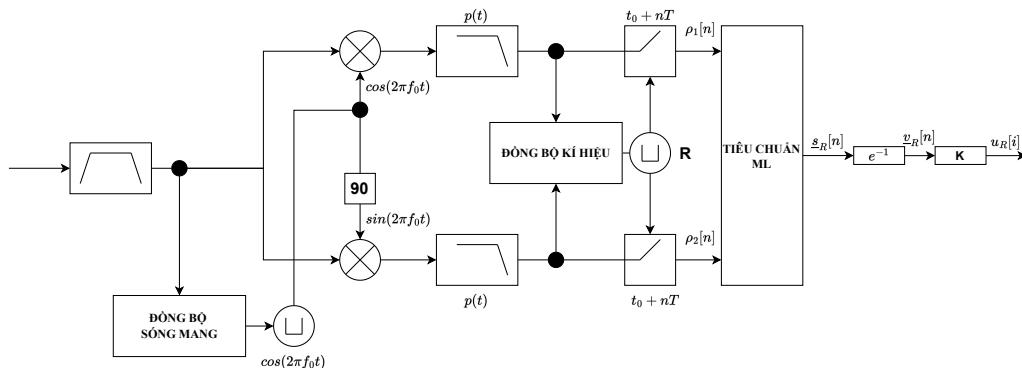
với hệ số  $1 + \alpha$  cho thấy hiệu suất thấp hơn trường hợp lọc thông thấp lý tưởng.



**Hình 11.12:** Sơ đồ điều chế 4-PSK

*Bộ điều chế 4-PSK:* được minh họa ở Hình 11.12. Bộ điều chế hoạt động bắt đầu từ việc nhận dữ liệu nhị phân  $u_T[i]$  từ nguồn phát. Dữ liệu này trước tiên được đưa qua một khối xử lý để tạo ra chuỗi ký hiệu số  $y_T[i]$ . Trong quá trình mã hóa, chuỗi bit đầu vào được nhóm lại, với sơ đồ điều chế 4-PSK, cứ mỗi hai bit liên tiếp sẽ được gộp thành một nhóm, mỗi nhóm đại diện cho một ký hiệu (symbol) duy nhất. Sau đó, bộ điều chế sẽ tách hai bit trong một nhóm thành hai thành phần riêng biệt: thành phần đồng pha (in-phase) ký hiệu  $\alpha[n]$  và thành phần vuông pha (quadrature) ký hiệu  $\beta[n]$ . Hai thành phần này lần lượt được đưa qua các bộ lọc tạo xung  $p(t)$  để định dạng tín hiệu. Thành phần đồng pha  $\alpha[n]$  sau khi lọc được nhân với sóng mang dạng  $\cos(2\pi f_0 t)$ , trong khi thành phần vuông pha  $\beta[n]$  được nhân với sóng mang  $\sin(2\pi f_0 t)$ -được tạo ra từ sóng  $\cos(2\pi f_0 t)$  thông qua một khối dịch

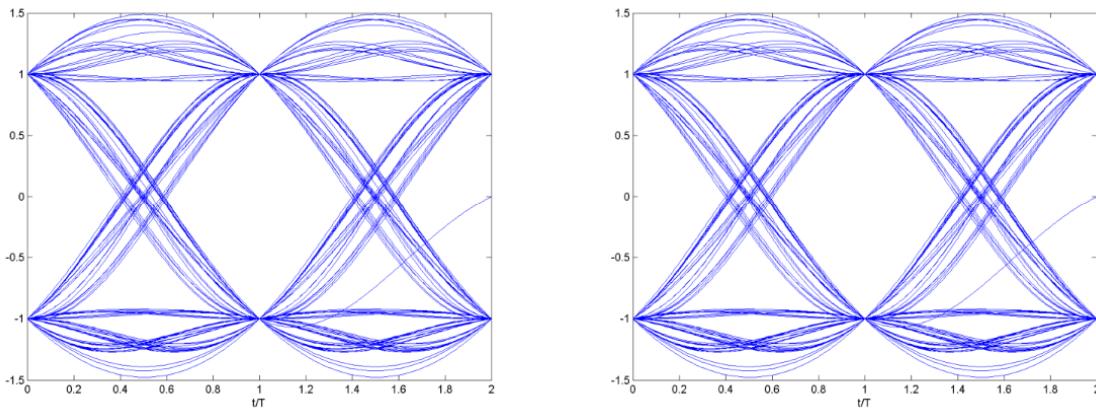
pha  $90^\circ$ . Hai tín hiệu kết quả lần lượt là  $i(t)$  và  $q(t)$  sẽ được cộng lại để tạo ra tín hiệu băng tần hỗn hợp  $s(t)$ . Cuối cùng, tín hiệu  $s(t)$  đi qua bộ lọc thông dải để loại bỏ các thành phần tần số không mong muốn, đảm bảo chỉ giữ lại thành phần phổ chính xác của tín hiệu 4-PSK trước khi truyền ra kênh.



Hình 11.13: Sơ đồ giải điều chế 4-PSK

**Bộ giải điều chế 4-PSK:** được minh họa ở Hình 11.13. Hệ thống giải điều chế hoạt động như sau: Tín hiệu sau khi đi qua kênh truyền sẽ chứa cả thành phần mong muốn và nhiễu. Để loại bỏ các thành phần không cần thiết, tín hiệu này trước tiên được đưa qua bộ lọc thông dải nhằm giới hạn phổ về dải tần chứa tín hiệu 4-PSK. Sau đó, tín hiệu đã lọc được chia thành hai nhánh để tách riêng hai thành phần trực giao. Ở nhánh thứ nhất, tín hiệu được nhân với sóng mang  $\cos(2\pi f_0 t)$  thu được từ khối đồng bộ sóng mang, trong khi ở nhánh thứ hai, tín hiệu được nhân với  $\sin(2\pi f_0 t)$ . Hai tín hiệu kết quả sau nhân lần lượt được đưa qua các bộ lọc phôi hợp  $p(t)$  để khôi phục dạng xung và tối đa hóa tỉ số tín hiệu trên nhiễu (SNR). Tiếp đó, khối đồng bộ ký hiệu xác định chính xác thời điểm lấy mẫu tối ưu  $t_0 + nT$ , từ đó thu được các giá trị mẫu  $\rho_1[n]$  và  $\rho_2[n]$ , tương ứng với hình chiếu của tín hiệu trên hai trực tiếp giao của chòm sao 4-PSK. Các giá trị này được đưa vào bộ ra quyết định dựa trên tiêu chuẩn cực đại khả năng (Maximum Likelihood Criterion) để xác định kí hiệu đã truyền. Cuối cùng, chuỗi kí hiệu được ánh xạ ngược thành chuỗi bit nhị phân và kết hợp dòng bit để khôi phục lại chính xác chuỗi dữ liệu nhị phân  $u_R[i]$  tại đầu ra máy thu.

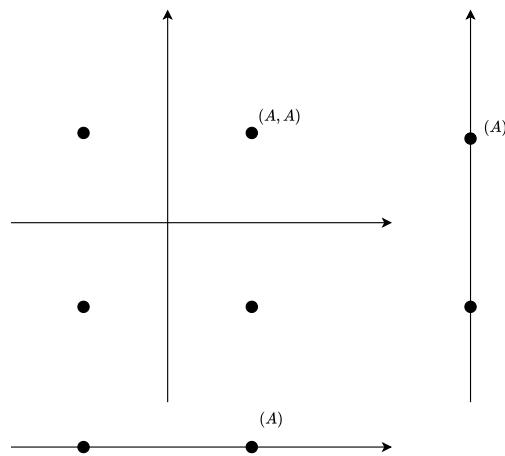
**Biểu đồ mắt:** của điều chế 4-PSK với bộ lọc RRC có hệ số cuộn  $\alpha = 0.5$  được minh họa trong Hình 11.14. Biểu đồ mắt thể hiện ở hình trên mô tả đặc tính tín hiệu sau quá trình giải điều chế 4-PSK tại hai kênh trực giao: kênh đồng pha (I) và kênh vuông pha (Q). Trục hoành biểu diễn thời gian chuẩn hóa theo chu kỳ kí hiệu  $T$  (kí hiệu  $t/T$ ), trong khi trục tung biểu diễn biên độ tín hiệu. Mỗi đường cong màu xanh đại diện cho dạng sóng của tín hiệu đã giải điều chế khi quan sát nhiều



**Hình 11.14:** Biểu đồ mắt của kênh  $I$  và kênh  $Q$  trong điều chế 4-PSK

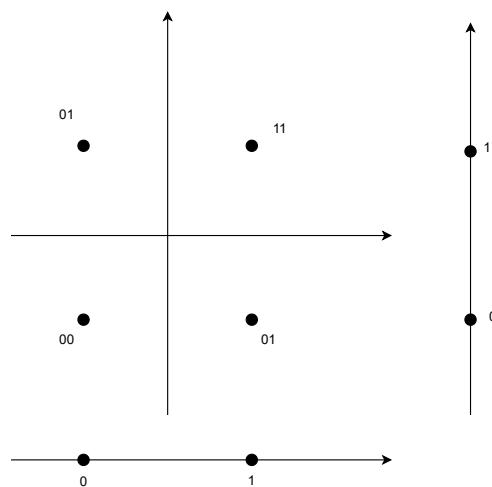
chuỗi ký hiệu khác nhau. Ở cả hai kênh  $I$  và  $Q$ , ta nhận thấy cấu trúc mắt được mở rộng và cân xứng, với các điểm giao nhau tập trung tại các thời điểm lấy mẫu tối ưu  $t = nT$ , với  $n$  nguyên). Độ mở lớn của biểu đồ mắt tại thời điểm lấy mẫu cho thấy tỷ lệ lỗi bit (BER) thấp và khả năng khôi phục dữ liệu cao. Các đường cong bao quanh thể hiện ảnh hưởng của nhiễu và can nhiễu liên ký hiệu. Khi hệ thống được đồng bộ tốt và bộ lọc phối hợp được thiết kế chuẩn, biên dạng mắt ở cả hai kênh sẽ gần như giống nhau, phản ánh sự cân bằng công suất giữa thành phần  $I$  và  $Q$  của tín hiệu 4-PSK. Việc quan sát đồng thời biểu đồ mắt của hai kênh  $I$  và  $Q$  cho phép đánh giá chất lượng giải điều chế, khả năng đồng bộ thời gian, cũng như mức độ méo và nhiễu của hệ thống. Trong điều kiện lý tưởng, hai biểu đồ mắt sẽ đối xứng và mở rộng tối đa, bảo đảm xác suất nhận đúng ký hiệu cao.

*Mối quan hệ điều chế 4-PSK và điều chế 2-PSK:* Chúng ta có thể xem xét điều chế 4-PSK là tích Đề-các của hai điều chế 2-PSK theo hai trực tiếp giao như minh họa Hình 11.15. Chòm sao 4-PSK gồm bốn điểm đặt trên hai trực tiếp giao  $I$  và  $Q$ . Các điểm có toạ độ  $(\pm A, \pm A)$ , tức biên độ thành phần đồng pha và vuông pha đều nhận một trong hai mức  $\pm A$ . Vì thế năng lượng ký hiệu là  $E_s = I^2 + Q^2 = 2A^2$ ; khi chuẩn hóa  $E_s = 1$  thì  $A = 1/\sqrt{2}$  và bốn điểm nằm trên một vòng tròn bán kính  $\sqrt{E_s} = 1$  tại các góc  $\{45^\circ, 135^\circ, -135^\circ, -45^\circ\}$ . Các hình bên cho thấy phép chiếu 1-chiều của chòm sao lên từng trực: trên trực  $I$  chỉ còn hai mức  $\pm A$  (một sơ đồ 2-PSK), và tương tự trên trực  $Q$ . Điều này phản ánh thực tế: 4-PSK có thể xem như hai kênh BPSK độc lập chạy song song, mỗi kênh mang một bit. Ranh giới quyết định tối ưu trong kênh AWGN là hai đường  $I = 0$  và  $Q = 0$  (trục tung và trục hoành), chia mặt phẳng thành bốn phần tư; mỗi phần tư ứng với một ký hiệu. Với ánh xạ Gray điển hình, bốn điểm  $(\pm A, \pm A)$  được gán bốn cặp bit sao cho hai điểm kề nhau chỉ khác một bit, giúp giảm BER ở SNR trung bình-cao. Khoảng cách Euclid gần nhất giữa hai điểm kề là  $d_{min} = 2A$ ; đây là tham số hình học ánh



**Hình 11.15:** Chòm sao điều chế 4-PSK phân tích theo hai cơ sở trực chuẩn

hướng đến xác suất lỗi khôi phục tín hiệu, khoảng cách càng lớn thì mắt càng mở (trong biểu đồ mắt) và xác suất lỗi càng nhỏ. Tóm lại, hình vẽ minh họa trực quan ba khía cạnh cốt lõi của 4-PSK: *i*) bốn điểm chòm sao đối xứng quanh gốc; *ii*) phép tách/chiếu thành hai 2-PSK trên  $I$  và  $Q$ ; và *iii*) ranh giới quyết định đơn giản theo dấu của kênh  $I$  và kênh  $Q$ . Điều này cũng đúng với nhãn nhị phân Gray (bit đầu tiên là thành phần  $I$ , bit thứ hai là thành phần  $Q$ ) như minh họa Hình 11.16. Chúng ta lưu ý gán nhãn Gray cho điều chế 4-PSK là phương pháp ánh xạ các cặp

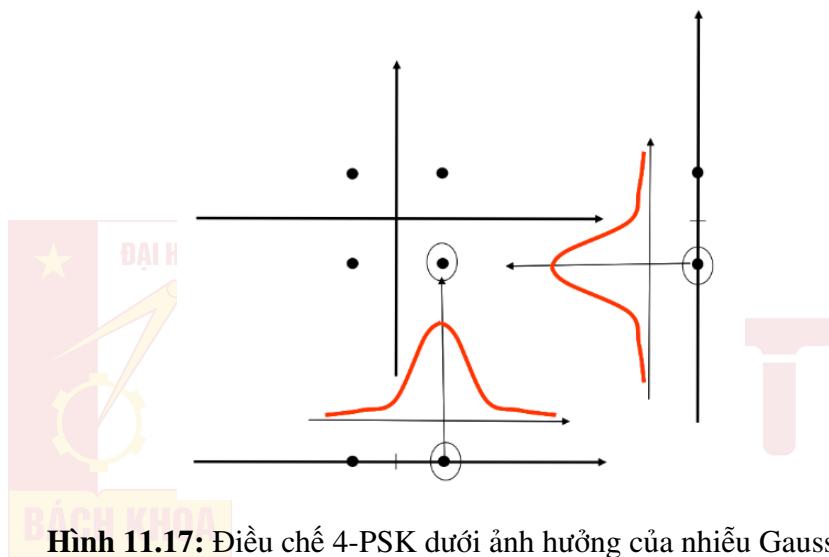


**Hình 11.16:** Gán nhãn nhị phân trong điều chế 4-PSK theo hai cơ sở trực chuẩn

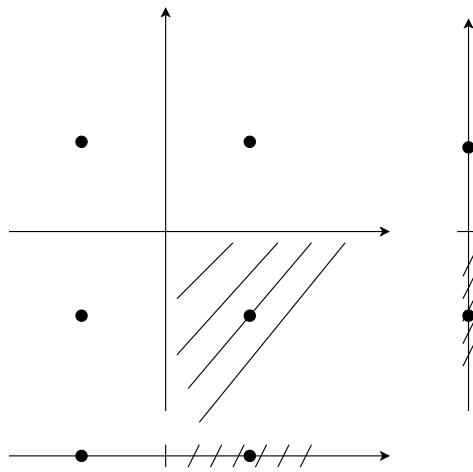
bit nhị phân vào bốn điểm chòm sao tín hiệu sao cho các điểm kề nhau chỉ khác nhau duy nhất một bit. Trong chòm sao điều chế 4-PSK, mỗi điểm đại diện cho

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

một pha của sóng mang, cách nhau  $\pi/2$  trên mặt phẳng  $I-Q$ . Ví dụ, bốn điểm có thể được gán nhãn lần lượt là (00), (01), (11), và 10 theo chiều quay của pha, bảo đảm rằng khi nhiễu làm tín hiệu dịch sang điểm lân cận thì chỉ gây ra sai một bit thay vì hai bit. Trong hình minh họa, các sơ đồ bên dưới và bên phải còn cho thấy các dạng điều chế đơn giản hơn như 2-PSK hoặc 2-PAM là những trường hợp đặc biệt của phương pháp gán nhãn Gray trong không gian tín hiệu hai chiều.



Xem xét điều chế 4-PSK dưới ảnh hưởng của kênh AWGN được minh họa như [Hình 11.17](#). Nhieu Gaussian độc lập theo hai trục làm mỗi ký hiệu trên chòm sao bị “nhòe” thành một phân bố chuẩn quanh kỳ vọng của nó; các lát cắt theo trục  $I$  hoặc  $Q$  cho ta các mật độ Gaussian (đường đỏ trong hình). Bộ tách sóng thu  $r_I = s_I + n_I$ ,  $r_Q = s_Q + n_Q$  và ra quyết định theo luật cực đại khả năng xảy ra (tiêu chuẩn ML) bằng cách so sánh dấu của  $r_I$  và  $r_Q$ ; biên quyết định là hai trục  $I = 0$  và  $Q = 0$ . Tóm lại, [Hình 11.17](#) mô tả bốn điểm chòm sao, các phân bố của tín hiệu bị ảnh hưởng bởi nhiễu Gaussian theo từng trục, và gợi lý cơ chế ra quyết định để khôi phục hai bit của mỗi ký hiệu trong điều chế 4-PSK. Để làm được điều này chúng ta minh họa vùng Voronoi của các ký hiệu như trong [Hình 11.18](#).



**Hình 11.18:** Minh họa vùng Voronoi trong điều chế 4-PSK

Trong sơ đồ điều chế 4-PSK, vùng Voronoi của một điểm trên chòm sao điều chế là tập hợp tất cả các điểm trong mặt phẳng tín hiệu (I–Q) gần điểm đó hơn bất kỳ điểm chòm sao nào khác. Các vùng này được xác định bởi các đường biên quyết định - là các đường trung trực của đoạn nối giữa hai điểm chòm sao lân cận. Cụ thể, bốn điểm trên chòm sao điều chế nằm ở bốn góc phần tư của mặt phẳng I–Q, cách nhau  $\pi/2$ . Mỗi vùng Voronoi được bao quanh bởi hai đường thẳng vuông góc (một theo trục I, một theo trục Q) đi qua gốc tọa độ. Trong hình minh họa, các đường chéo hoặc các đường gạch thể hiện biên phân cách giữa vùng của một điểm với các vùng lân cận. Khi tín hiệu thu rơi vào một vùng Voronoi nào đó, bộ tách sóng sẽ quyết định rằng ký tự tương ứng với điểm chòm sao trung tâm của vùng đó đã được truyền. Việc định nghĩa vùng Voronoi là cơ sở cho giải điều chế theo tiêu chuẩn ML trong kênh AWGN, bởi vì trong không gian Euclid, quyết định chọn điểm chòm sao gần nhất tương đương với việc xác định xem điểm thu thuộc vùng Voronoi nào. Vùng Voronoi của điểm  $s_k = (I_k, Q_k)$  được định nghĩa như sau

$$\mathcal{V}_k = \left\{ (I, Q) \in \mathbb{R}^2 \mid (I - I_k)^2 + (Q - Q_k)^2 \leq (I - I_i)^2 + (Q - Q_i)^2, \forall i \neq k \right\}, \quad (11.67)$$

trong đó  $(I, Q)$  là tọa độ của tín hiệu thu trên mặt phẳng I–Q và khoảng cách được đo theo chuẩn Euclid.

Bây giờ, để tính xác suất lỗi của điều chế 4-PSK qua kênh AWGN, chúng ta tách thành hai kênh 2-PSK trực giao. Mỗi ký hiệu của điều chế 4-PSK bao gồm 2 bit, do đó chúng ta có

$$E_s = 2E_b. \quad (11.68)$$

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

Trên mỗi nhánh (I hoặc Q) ta có một 2-PSK với biên độ  $\sqrt{E_s/2} = \sqrt{E_b}$ . Vì vậy xác suất lỗi một nhánh (cũng chính là BER của từng bit) bằng đúng kết quả 2-PSK

$$\Pr_b(e) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right). \quad (11.69)$$

Tóm lại xác suất lỗi bit của điều chế 4-PSK và 2-PSK là như nhau và là xác suất lỗi trên trục I hoặc trục Q. vậy xác suất lỗi ký hiệu (SER) của điều chế 4-PSK được tính như sau

$$\begin{aligned} \Pr_s(e) &\stackrel{(a)}{=} 1 - (1 - \Pr_b(e))^2 \\ &\stackrel{(b)}{=} 1 - \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \right)^2 \\ &= \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) - \frac{1}{4} \left( \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \right)^2, \end{aligned} \quad (11.70)$$

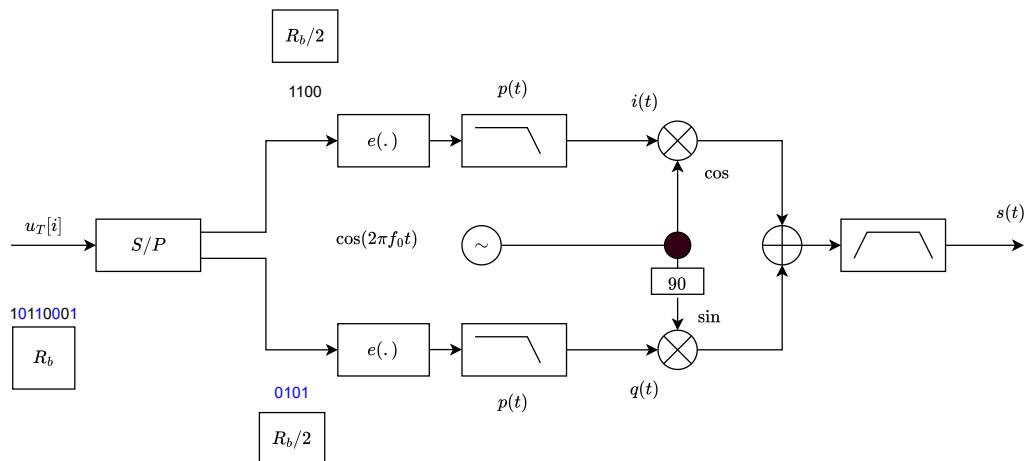
với (a) do xác suất lỗi ký hiệu xảy ra khi ít nhất một bit trong ký hiệu bị lỗi; (b) đạt được nhờ vào (11.69). Sử dụng kết quả (11.70) và (11.69), chúng ta có tỉ số SER/BER như sau

$$\begin{aligned} \frac{\text{SER}}{\text{BER}} &= \frac{\Pr_s(e)}{\Pr_b(e)} \\ &= 2 \left( 1 - \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \right). \end{aligned} \quad (11.71)$$

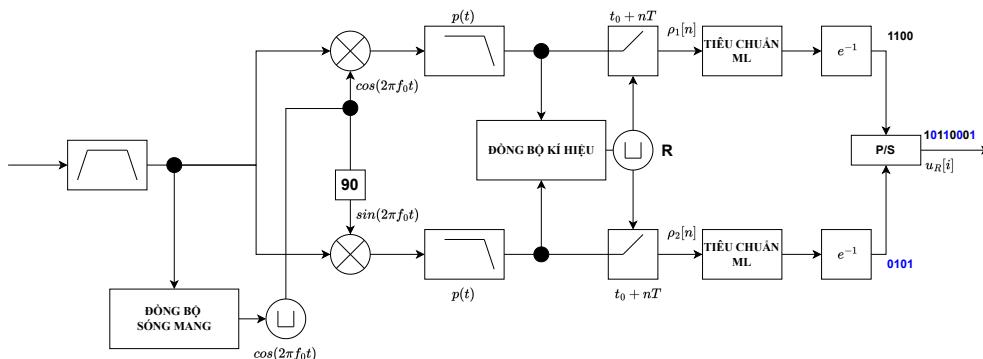
Bởi vì  $0 \leq \operatorname{erfc}(x) \leq 1$  với  $x \geq 0$ . Do đó, mối liên hệ giữa tỉ lệ lỗi bit và lỗi ký hiệu của điều chế 4-PSK như sau

$$1 \leq \frac{\text{SER}}{\text{BER}} \leq 2. \quad (11.72)$$

Với góc nhìn điều chế 4-PSK là tổng hợp của hai điều chế 2-PSK trên chòm sao điều chế, chúng ta có thể xây dựng cấu trúc của bộ điều chế và bộ giải điều chế như sau: ở bộ điều chế, thay vì cần nhóm các cặp bit tín hiệu , với góc nhìn này , tín hiệu sẽ được đưa qua bộ chuyển đổi từ nối tiếp sang song song (serial to parallel-S/P), tín hiệu sẽ đi vào liên tục và được chuyển vào những bộ điều chế 2-PSK khác nhau như Hình 11.19.



**Hình 11.19:** Xây dựng bộ điều chế 4-PSK từ điều chế 2-PSK



**Hình 11.20:** Xây dựng bộ giải điều chế 4-PSK từ 2-PSK

Ở bộ giải điều chế điều chế, tín hiệu sẽ được quyết định là bit 0 hoặc 1 trước khi được đưa qua bộ chuyển đổi từ song song sang nối tiếp (parallel to serial-P/S) để tổng hợp tín hiệu như [Hình 11.20](#).

Điều chế 4-PSK là một phương pháp quan trọng trong nhiều hệ thống truyền thông hiện đại, bao gồm các ứng dụng như liên kết vệ tinh, liên kết vô tuyến mặt đất, GPS/Galileo, và các thế hệ mạng di động không dây. Trong liên kết vệ tinh, 4-PSK được sử dụng để tối ưu hóa băng tần, cải thiện khả năng chống nhiễu và truyền tải tín hiệu với băng thông hạn chế, đặc biệt trong các ứng dụng như truyền hình vệ tinh và internet vệ tinh. Trong liên kết vô tuyến mặt đất, 4-PSK giúp tiết kiệm băng tần và cải thiện hiệu quả sử dụng tần số, rất quan trọng đối với các hệ thống truyền thông không dây và mạng di động với hiệu suất phổ thấp. Còn trong các hệ thống định vị toàn cầu như GPS và Galileo, điều chế 4-PSK giúp cải thiện độ chính xác trong việc truyền tải dữ liệu định vị từ vệ tinh xuống đất, đặc biệt trong môi trường có nhiễu. Cuối cùng, trong UMTS (Hệ thống Viễn thông Di động

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

Toàn cầu), 4-PSK được sử dụng để truyền tải dữ liệu với tốc độ cao qua mạng di động 3G, giúp tối ưu hóa băng tần và giảm nhiễu. Trong 5G, mặc dù các phương pháp điều chế phức tạp hơn như  $m$ -QAM được sử dụng để đạt được tốc độ truyền dữ liệu cao, 4-PSK vẫn đóng vai trò quan trọng trong việc duy trì kết nối ổn định trong các môi trường có SNR thấp, nơi yêu cầu khả năng chống nhiễu tốt. Nhờ khả năng truyền tải hai bit mỗi ký hiệu, 4-PSK không chỉ tiết kiệm băng tần mà còn chống nhiễu tốt, làm cho nó trở thành một phương pháp lý tưởng cho các ứng dụng đòi hỏi hiệu suất truyền thông cao trong môi trường có điều kiện kênh suy hao lớn.

### 11.4 Điều chế $m$ -PSK

Bây giờ chúng ta tìm hiểu trường hợp tổng quát của điều chế vòng khóa pha. Cụ thể  $m$ -PSK có những tính chất sau đây: đây là điều chế thông dải, không gian tín hiệu hai chiều với hai bộ tạo dạng xung  $p(t) \cos(2\pi f_0 t)$  và  $p(t) \sin(2\pi f_0 t)$ , chòm sao điều chế bao gồm  $m$  ký hiệu, cách đều nhau trên một vòng tròn, và thông tin dữ liệu được thể hiện thông qua sự thay đổi của pha sóng mang.

Chùm tín hiệu  $\mathcal{M}$  của điều chế  $m$ -PSK được định nghĩa như sau

$$\mathcal{M} = \{s_i(t) = Ap(t) \cos(2\pi f_0 t - \varphi_i)\}_{i=1}^m, \varphi_i = \phi + (i-1)\frac{2\pi}{m}, \quad (11.73)$$

ở đây,  $A$  là biên độ của tín hiệu;  $p(t)$  là một hàm bao (envelope) định hình tín hiệu;  $f_0$  là tần số dao động của sóng mang; và  $\phi$  là pha của tín hiệu thứ  $i$ . Cụ thể hơn, tín hiệu  $s_i(t)$  có thể viết lại dưới dạng

$$s_i(t) = A \cos(\varphi_i)p(t) \cos(2\pi f_0 t) + A \sin(\varphi_i)p(t) \sin(2\pi f_0 t), \quad (11.74)$$

nhờ vào chùm tín hiệu trong (11.73) và tính chất  $\cos(x-y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$ . Nếu hai véc-tơ cơ sở được lựa chọn  $b_1(t) = p(t) \cos(2\pi f_0 t)$  và  $b_2(t) = p(t) \sin(2\pi f_0 t)$ , tín hiệu  $s_i(t)$  trong (11.74) có thể viết lại dưới dạng tổ hợp tuyến tính của hai véc-tơ cơ sở  $b_1(t)$  và  $b_2(t)$  như sau

$$s_i(t) = A \cos(\varphi_i)b_1(t) + A \sin(\varphi_i)b_2(t). \quad (11.75)$$

Chiếu  $s_i(t)$  lên các véc-tơ cơ sở trực chuẩn, chúng ta được chùm tín hiệu dạng rời rạc như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \{\mathbf{s}_i = (\alpha_i, \beta_i)\}_{i=1}^m, \alpha_i = A \cos \varphi_i, \beta_i = A \sin \varphi_i, \varphi_i = \phi + (i-1)\frac{2\pi}{m}, \quad (11.76)$$

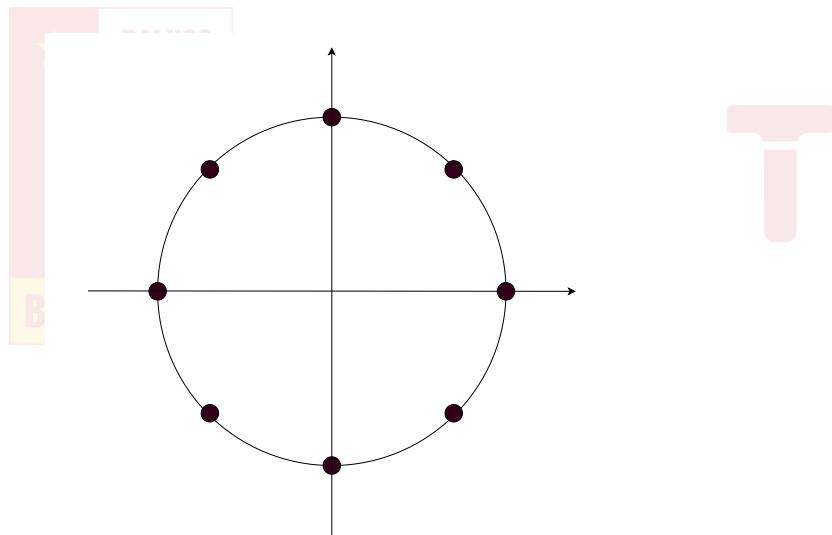
với  $\phi$  là pha khởi tạo của các tín hiệu trên chòm sao điều chế.

**Ví dụ 11.3.** Xem xét điều chế 8-PSK, có  $m = 8$ . Nếu chọn  $\phi = 0$ , chùm tín hiệu

dạng rời rạc  $\overline{\mathcal{M}}$  được định nghĩa như sau

$$\overline{\mathcal{M}} = \left\{ \mathbf{s}_1 = (A, 0), \mathbf{s}_2 = \left( \frac{A}{\sqrt{2}}, \frac{A}{\sqrt{2}} \right), \mathbf{s}_3 = (0, A), \mathbf{s}_4 = \left( -\frac{A}{\sqrt{2}}, \frac{A}{\sqrt{2}} \right), \right. \\ \left. \mathbf{s}_5 = (-A, 0), \mathbf{s}_6 = \left( -\frac{A}{\sqrt{2}}, -\frac{A}{\sqrt{2}} \right), \mathbf{s}_7 = (0, -A), \mathbf{s}_8 = \left( -\frac{A}{\sqrt{2}}, -\frac{A}{\sqrt{2}} \right) \right\}, \quad (11.77)$$

với chòm sao điều chế minh họa như Hình 11.21.



**Hình 11.21:** Chòm sao điều chế 8-PSK

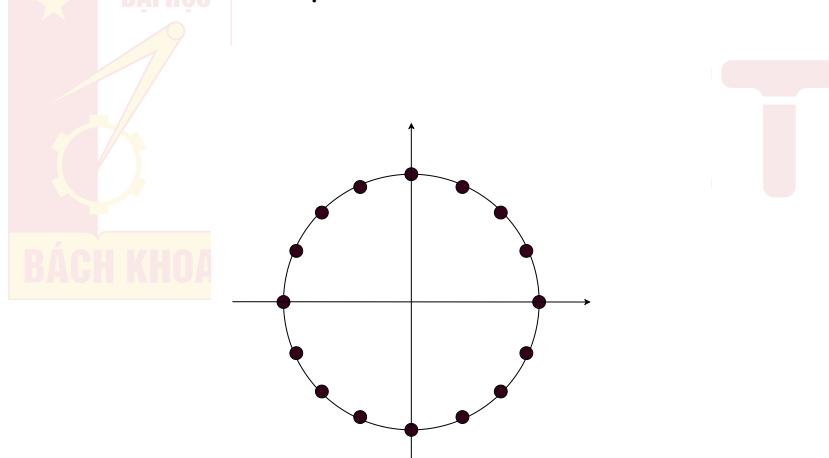
Bây giờ chúng ta xem xét điều chế 16-PSK, có  $m = 16$ . Nếu chọn  $\phi = 0$ , chùm

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

tín hiệu dạng rời rạc  $\overline{\mathcal{M}}$  được định nghĩa như sau

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{M}} = & \left\{ \mathbf{s}_1 = (A, 0), \mathbf{s}_2 = (0.924A, 0.383A), \right. \\ & \mathbf{s}_3 = \left( \frac{A}{\sqrt{2}}, \frac{A}{\sqrt{2}} \right), \mathbf{s}_4 = (0.383A, 0.924A), \\ & \mathbf{s}_5 = (0, A), \mathbf{s}_6 = (-0.383A, 0.924A), \\ & \mathbf{s}_7 = \left( -\frac{A}{\sqrt{2}}, \frac{A}{\sqrt{2}} \right), \mathbf{s}_8 = (-0.924A, 0.383A), \\ & \mathbf{s}_9 = (-A, 0), \mathbf{s}_{10} = (-0.924A, -0.383A), \\ & \mathbf{s}_{11} = \left( -\frac{A}{\sqrt{2}}, -\frac{A}{\sqrt{2}} \right), \mathbf{s}_{12} = (-0.383A, -0.924A), \\ & \mathbf{s}_{13} = (0, -A), \mathbf{s}_{14} = (0.383A, -0.924A), \\ & \left. \mathbf{s}_{15} = \left( \frac{A}{\sqrt{2}}, -\frac{A}{\sqrt{2}} \right), \mathbf{s}_{16} = (0.924A, -0.383A) \right\}, \end{aligned} \quad (11.78)$$

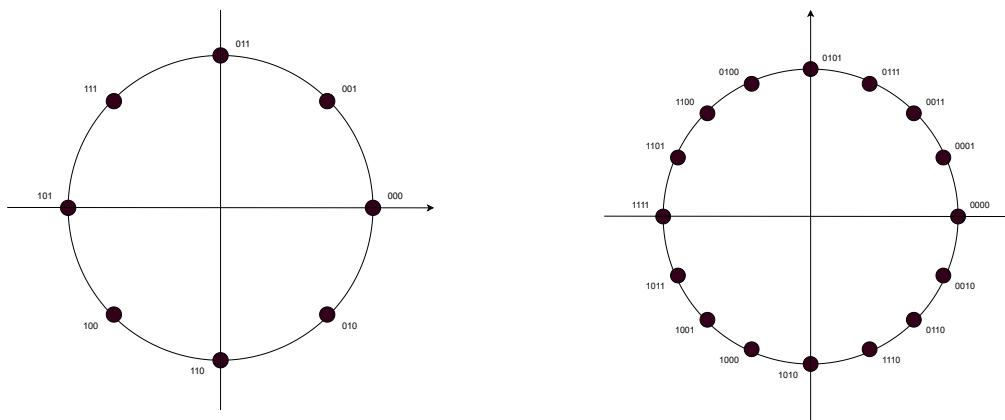
với chòm sao điều chế minh họa như Hình 11.22.



**Hình 11.22: 16-PSK**

Quá trình gán nhãn nhị phân cho điều chế  $m$ -PSK được thực hiện  $e : \mathbb{H}_k \leftrightarrow \overline{\mathcal{M}}$ . Tương tự các phương pháp điều chế đã trình bày, chúng ta sử dụng phương pháp gán nhãn Gray để mã hóa nhị phân nhằm đảm bảo hai giá trị liên tiếp chỉ khác nhau đúng một bit. Điều này có nghĩa là nếu chúng ta có một chuỗi nhị phân, mỗi chuỗi sẽ chỉ khác chuỗi trước hoặc sau nó bởi một thay đổi nhỏ nhất có thể trong mã nhị phân. Trong chòm sao điều chế, tập  $m$  tín hiệu  $s_i(t)$  được biểu diễn dưới dạng các điểm đều nhau trên đường tròn bán kính  $A$ . Chúng ta gán nhãn Gray cho các tín hiệu này sao cho hai tín hiệu liên tiếp trên đường tròn chỉ khác nhau đúng một bit trong mã nhị phân của chúng. Điều này đặc biệt hữu ích trong hệ thống truyền thông nhằm giảm thiểu xác suất lỗi bit.

**Ví dụ 11.4.** Hình 11.23 minh họa phương pháp gán nhãn nhị phân Gray cho điều chế 8-PSK và 16-PSK.



**Hình 11.23:** Ví dụ gán nhãn Gray cho chòm sao điều chế 8-PSK và 16-PSK

Với điều chế  $m$ -PSK, dạng sóng truyền  $s_i(t)$  được mô tả bằng công thức toán học (11.58), trong đó  $T = kT_b$  là thời gian truyền đi ký hiệu và  $k = \log_2 m$  là số bit ứng với 1 tín hiệu trong không gian  $m$  tín hiệu; tốc độ ký hiệu  $R = \frac{R_b}{k}$ . Hai thành phần  $i(t)$  và  $q(t)$  có cùng chu kỳ ký hiệu  $T$  được định nghĩa tương tự như phân tích cho điều chế 4-PSK. Bên cạnh đó tín hiệu phân tích và hàm mật độ phổ công suất cho điều chế  $m$ -PSK cũng được xây dựng sử dụng tương tự như điều chế 4-PSK với lưu ý mỗi biên độ  $\alpha[n]$  và  $\beta[n]$  tồn tại trong khoảng  $T = kT_b$ .

Bây giờ chúng ta xem xét băng thông và hiệu quả sử dụng phổ của điều chế  $m$ -PSK. Với bộ lọc thông thấp lý tưởng, băng thông sử dụng cho tín hiệu là  $B_{id} = R = \frac{R_b}{k}$  [Hz], và hiệu quả sử dụng phổ của điều chế  $m$ -PSK trong trường hợp bộ lọc thông thấp lý tưởng như sau

$$\eta_{id} = \frac{R_b}{B_{id}} = k \text{ [bps/Hz].} \quad (11.79)$$

Trong trường hợp điều chế  $m$ -PSK sử dụng bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha$ , băng thông của tín hiệu được tính như sau

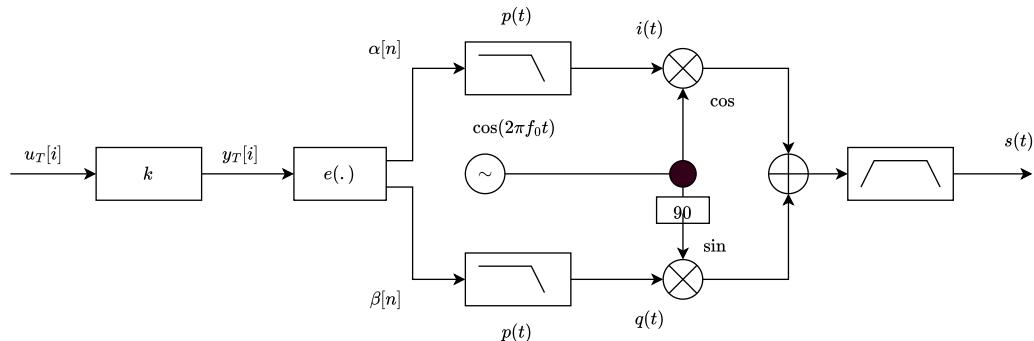
$$B = R(1 + \alpha) = \frac{R_b}{k}(1 + \alpha) \text{ [Hz],} \quad (11.80)$$

và do đó hiệu quả sử dụng phổ được tính như sau

$$\eta = \frac{R_b}{B} = \frac{k}{1 + \alpha} \text{ [bps/Hz],} \quad (11.81)$$

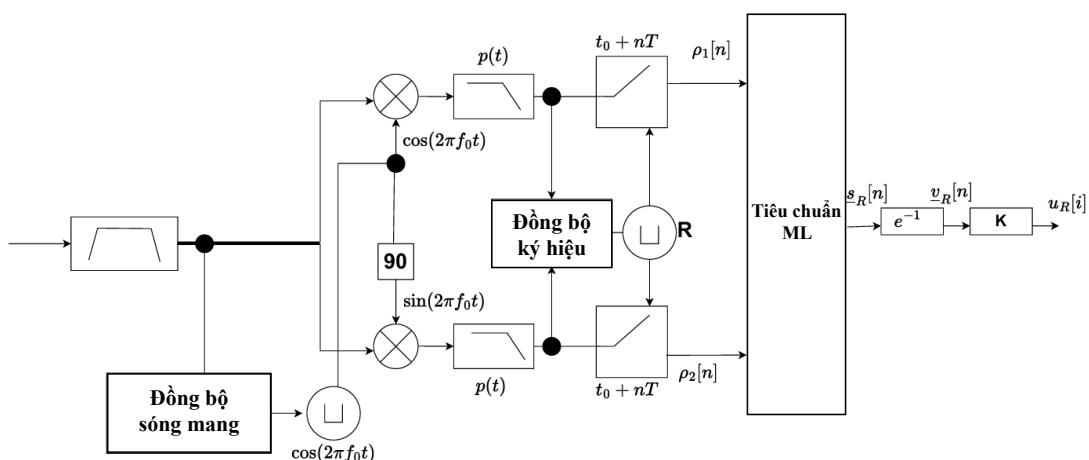
## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

với quan sát  $\eta \leq \eta_{\text{id}}$  do bộ lọc RRC yêu cầu sử dụng nhiều băng thông hơn bộ lọc thông thấp lý tưởng. Tiếp theo, chúng ta tìm hiểu về kiến trúc hệ thống sử dụng điều chế và giải điều chế  $m$ -PSK trong thực tế.



**Hình 11.24:** Bộ điều chế  $m$ -PSK

**Bộ điều chế  $m$ -PSK:** được minh họa như Hình 11.25. Tại phía phát chuỗi dữ liệu nhị phân  $u_T[i]$  được đưa vào bộ điều chế, trong đó các bit được nhóm lại thành từng cụm gồm  $k = \log_2(m)$  bit. Mỗi cụm bit này được ánh xạ thành một tín hiệu trong tập  $m$  tín hiệu có pha khác nhau, đồng thời được biểu diễn thông qua hai thành phần:  $\alpha[n]$  (thành phần đồng pha - trục I) và  $\beta[n]$  (thành phần vuông pha - trục Q). Cả hai thành phần này được nhân với xung định dạng  $p(t)$  để điều chỉnh phổ tín hiệu. Cụ thể, thành phần đầu ra  $\alpha[n]$  sau bộ định dạng xung được nhân với sóng mang  $\cos(2\pi f_0 t)$  để tạo ra tín hiệu  $i(t)$  theo trục I. Trong khi đó, thành phần  $\beta[n]$  sau bộ tạo xung được nhân với sóng mang dịch pha  $\pi/2$  là  $\sin(2\pi f_0 t)$  để tạo ra tín hiệu  $q(t)$ . Hai tín hiệu này sau đó được cộng lại, rồi đi qua bộ lọc nhầm giới hạn phổ và đảm bảo tín hiệu  $s(t)$  phù hợp với kênh truyền.



**Hình 11.25:** Bộ giải điều chế  $m$ -PSK

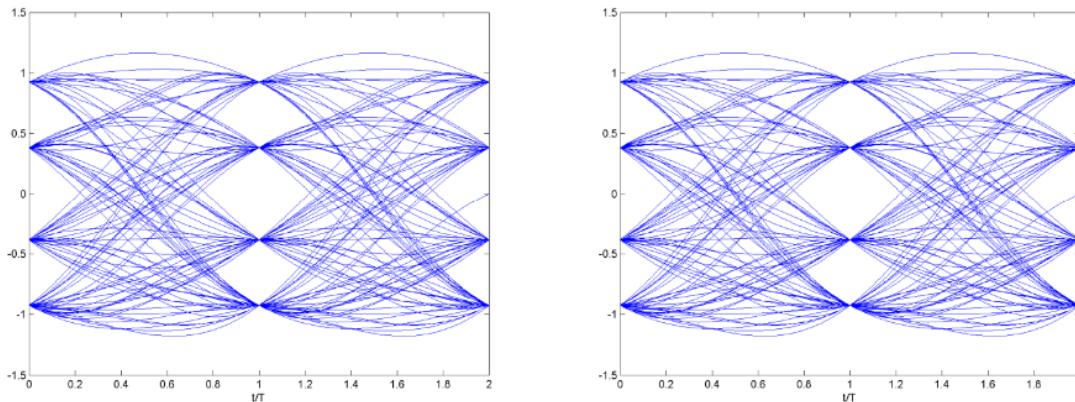
**Bộ giải điều chế  $m$ -PSK:** được minh họa như Hình 11.25. Tín hiệu thu được từ

kênh truyền trước hết được đưa qua bộ lọc thích hợp nhằm giới hạn phổ và chỉ giữ lại thành phần trong miền tần số của tín hiệu đã điều chế, giúp loại bỏ nhiễu ngoài băng. Sau đó, tín hiệu được chia làm hai nhánh và lần lượt nhân với  $\cos(2\pi f_0 t)$  và  $\sin(2\pi f_0 t)$  (thành phần thứ hai thu được thông qua bộ dịch pha  $90^\circ$ ). Quá trình này tách tín hiệu thành hai thành phần trực giao (đồng pha và vuông pha). Mỗi thành phần này sau đó đi qua bộ lọc thông thấp để loại bỏ các thành phần tần số cao phát sinh do phép nhân, đặc biệt là thành phần ở tần số  $2f_0$ , thu được hai biên độ tín hiệu tương tự  $\alpha[i]$  và  $\beta[i]$  mang thông tin biên độ tức thời của tín hiệu trên hai trực  $I$  và  $Q$ . Tiếp theo, các biên độ tín hiệu  $\alpha[i]$  và  $\beta[i]$  được đưa vào khối đồng bộ ký hiệu, nơi xác định chính xác thời điểm lấy mẫu tối ưu  $t_0 + nT$  sao cho giá trị lấy mẫu trùng với đỉnh của mỗi ký hiệu, đảm bảo giảm sai số lấy mẫu. Các giá trị tức thời này được gửi tới khối quyết định theo tiêu chuẩn ML, tại đây hệ thống xác định điểm chòm sao gần nhất trên giản đồ tín hiệu  $m$ -PSK. Cuối cùng, ký hiệu đã nhận được ánh xạ ngược về nhóm bit tương ứng, và các nhóm bit này được ghép lại thành chuỗi bit ban đầu trước khi điều chế, hoàn tất quá trình giải điều chế.

*Biểu đồ mắt:* Hình 11.26 minh họa biểu đồ mắt của điều chế 8-PSK sử dụng bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha = 0.5$ . Lưu ý, các hệ số biên độ  $\alpha[i]$  và  $\beta[i]$  như sau

$$\alpha[i], \beta[i] \in \{0.924, 0.383, -0.383, -0.924\}, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}. \quad (11.82)$$

Biểu đồ mắt trong hình thể hiện tín hiệu của hệ thống điều chế 8-PSK cho hai



Hình 11.26: Biểu đồ mắt của điều chế 8-PSK

kênh thành phần: kênh đồng pha (kênh  $I$ ) và kênh vuông pha (kênh  $Q$ ). Mỗi biểu đồ mắt được tạo ra bằng cách chồng chập nhiều ký hiệu liên tiếp của tín hiệu, cho phép quan sát trực quan mức độ tách biệt giữa các ký hiệu và đánh giá các yếu tố như nhiễu, méo dạng xung và nhiều liên ký hiệu. Với 8-PSK, tín hiệu mang tám trạng thái pha khác nhau, cách đều nhau  $\pi/4$  trên chòm sao điều chế. Mỗi điểm

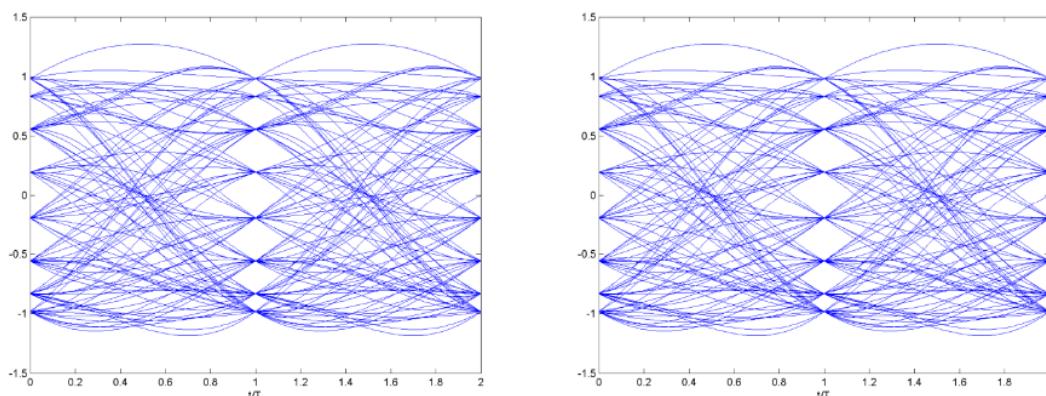
## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

trên chòm sao điều chế có thể được biểu diễn dưới dạng hai thành phần biên độ  $I$  và  $Q$ , vì vậy các thành phần này không chỉ nhận giá trị  $\pm 0$  mà còn xuất hiện nhiều mức trung gian như  $\pm 1/\sqrt{2}$ . Điều này giải thích tại sao trong biểu đồ mắt lại xuất hiện nhiều “tầng” biên độ thay vì chỉ hai mức như ở 2-PSK. Quan sát hình vẽ cho thấy khoảng mở của “mắt” tại các thời điểm lấy mẫu ( $t \approx T, 2T, \dots$ ) vẫn rộng và tách biệt rõ ràng, biểu thị tỉ số tín hiệu trên nhiễu (SNR) cao và khả năng quyết định ký hiệu chính xác. Các đường tín hiệu trong khoảng lấy mẫu ít bị chạm hoặc chồng lấn, chứng tỏ giao thoa ký hiệu được hạn chế và bộ lọc cũng như đồng bộ thời gian hoạt động hiệu quả. Do tính đối xứng của chòm sao 8-PSK, hai kênh  $I$  và  $Q$  có dạng biểu đồ mắt tương tự nhau. Khi kết hợp phân tích biểu đồ mắt với chòm sao điều chế, chúng ta có thể thấy rõ mối liên hệ giữa các mức biên độ trong miền thời gian và vị trí pha trong miền tần số, qua đó đánh giá toàn diện chất lượng tín hiệu và hiệu quả của hệ thống giải điều chế.

Bây giờ chúng ta xem xét biểu đồ mắt điều chế chòm sao dày hơn đó là 16-PSK với bộ lọc RRC có hệ số cuộn  $\alpha = 0.5$  như minh họa Hình 11.27. Các giá trị biên độ tín hiệu  $\alpha[i]$  và  $\beta[i]$  được định nghĩa như sau

$$\alpha[i], \beta[i] \{0.981, 0.832, 0.556, 0.195, -0.195, -0.556, -0.832, -0.981\}, \forall i \in \{1, \dots, 8\}. \quad (11.83)$$

Trong điều chế 16-PSK, chòm sao điều chế gồm 16 điểm cách nhau  $22.5^\circ$  trên



Hình 11.27: Biểu đồ mắt của điều chế 16-PSK

vòng tròn đơn vị, dẫn đến thành phần  $I$  và  $Q$  xuất hiện nhiều mức biên độ trung gian hơn so với 8-PSK. Điều này làm cho biểu đồ mắt có số “tầng” dày đặc hơn và khoảng cách giữa các mức biên độ thu hẹp lại. Ở thời điểm lấy mẫu tối ưu, mắt của 16-PSK vẫn mở nhưng hẹp hơn 8-PSK, phản ánh khoảng cách Euclid giữa các điểm chòm sao nhỏ hơn và tín hiệu dễ bị ảnh hưởng bởi nhiễu hơn. Do mật độ điểm pha cao, các đường tín hiệu trong biểu đồ mắt 16-PSK sát nhau hơn, làm tăng nguy

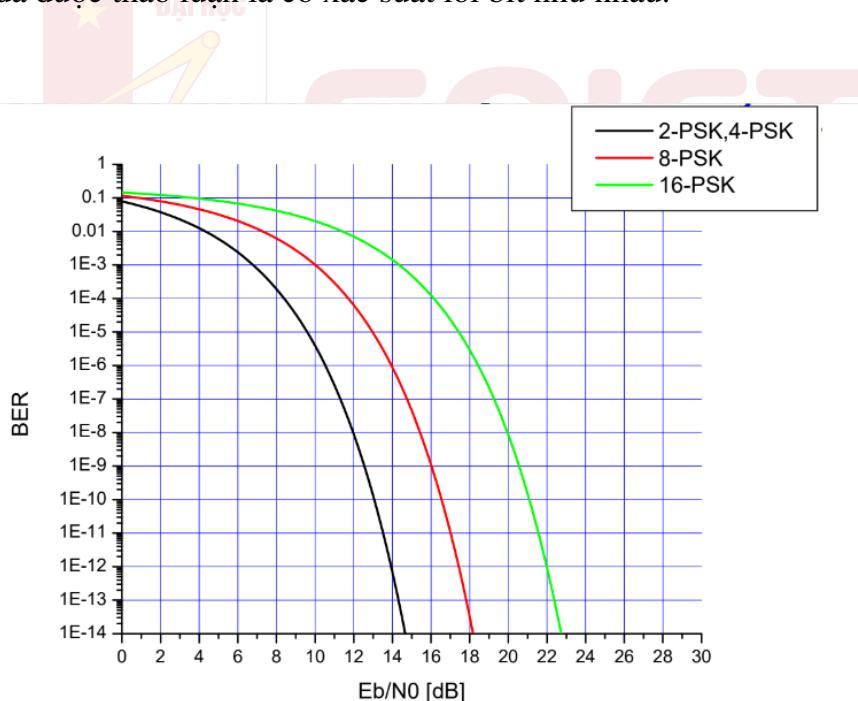
## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

cơ nhiễu liên ký hiệu và đòi hỏi hệ thống phải có tỉ số tín hiệu trên nhiễu (SNR) cao để duy trì độ tin cậy. So với 8-PSK, mặc dù 16-PSK mang nhiều thông tin hơn (4 bit/ký hiệu so với 3 bit/ký hiệu), nhưng khả năng phân tách ký hiệu kém hơn, dẫn tới yêu cầu nghiêm ngặt hơn về chất lượng kênh truyền và đồng bộ. Cả hai kênh  $I$  và  $Q$  vẫn giữ được sự đối xứng do đặc tính phân bố đều của chòm sao tín hiệu.

*Xác suất lỗi tại bộ thu:* Khi  $E_b/N_0 \rightarrow \infty$  (có thể đạt được khi phuơng sai nhiễu rất nhỏ), khi lỗi khôi phục ký hiệu chỉ xảy ra gần như chỉ có thể xảy ra ở vùng Voronoi kế bên như sau

$$\Pr_b(e) \approx \frac{1}{k} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{k \frac{E_b}{N_0} \sin^2 \left( \frac{\pi}{m} \right)} \right). \quad (11.84)$$

Do đó, khi tăng số mức điều chế  $m$ , nghĩa là chúng ta đang tăng số lượng pha mà tín hiệu có thể lựa chọn. Với số mức điều chế tăng, khoảng cách giữa các pha giảm, dẫn đến tăng khả năng các tín hiệu bị nhầm lẫn trong môi trường nhiễu cao hơn. Điều này dẫn đến xác suất lỗi bit tăng lên như minh họa Hình 11.28. Chú ý 2-PSK và 4-PSK đã được thảo luận là có xác suất lỗi bit như nhau.



**Hình 11.28:** Xác suất lỗi bit (BER) của các phương pháp điều chế PSK

**Ví dụ 11.5.** Từ công thức tính xác suất lỗi bit (BER) trong (11.84), chúng ta có thể lấy ví dụ một số trường hợp cụ thể như điều chế 4-PSK có BER

$$\Pr_b(e) \approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right), \quad (11.85)$$

## CHƯƠNG 11. ĐIỀU CHẾ KHÓA DỊCH PHA

với  $m = 4$  và  $k = 2$ . Điều chế 8-PSK có xác suất lỗi xấp xỉ

$$\Pr_b(e) \approx \frac{1}{3} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{0.439 \frac{E_b}{N_0}} \right), \quad (11.86)$$

với  $m = 8$  và  $k = 3$ . Điều chế 16-PSK có xác suất lỗi xấp xỉ

$$\Pr_b(e) \approx \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{0.152 \frac{E_b}{N_0}} \right), \quad (11.87)$$

với  $m = 16$  và  $k = 4$ . Khi  $m$  tăng, với cùng mức năng lượng cấp phát cho mỗi bit xác suất lỗi sẽ tăng. Theo cách nhìn khác, nếu hệ thống mong muốn cùng một xác suất lỗi khôi phục dữ liệu tại phía thu thì năng lượng phát phải cao hơn khi tăng số mức điều chế tín hiệu.

### 11.5 Tổng kết chương

Chương này đã cung cấp các kiến thức quan trọng sau:

- Điều chế  $m$ -PSK là phương pháp truyền dữ liệu bằng cách thay đổi pha của sóng mang, với tín hiệu được biểu diễn trong không gian hai chiều.
- Không gian tín hiệu của  $m$ -PSK có hai cơ sở trực giao:  $p(t) \cos(2\pi f_0 t)$  và  $p(t) \sin(2\pi f_0 t)$ ; các tín hiệu nằm trên vòng tròn đều pha, có cùng năng lượng.
- Hiệu quả sử dụng phổ của hệ thống điều chế  $m$ -PSK là  $\eta = \log_2 m$  [bps/Hz], và băng thông yêu cầu phụ thuộc vào hệ số cuộn của bộ lọc.
- Sử dụng mã Gray giúp giảm xác suất lỗi bit so với mã nhị phân thông thường.
- Khi tăng số mức điều chế  $m$ , khoảng cách giữa các điểm trong chòm sao tín hiệu giảm, làm tăng xác suất lỗi nếu không tăng SNR tương ứng.
- Kiến trúc bộ phát và bộ thu  $m$ -PSK gồm các khối: ánh xạ tín hiệu, bộ tạo sóng mang, trộn tín hiệu, lọc, tách I/Q, lọc thông thấp, và bộ quyết định tối ưu (ML).
- Xác suất lỗi bit BER của  $m$ -PSK trong kênh AWGN được phân tích dựa trên khoảng cách tối thiểu giữa các điểm trong chòm sao tín hiệu, có thể xấp xỉ bằng hàm  $Q$  hoặc  $\operatorname{erfc}$ .
- Biểu đồ mắt và đồ thị BER giúp đánh giá trực quan hiệu năng của hệ thống theo từng mức điều chế  $m$ , hỗ trợ thiết kế phù hợp với yêu cầu hệ thống thực tế.

## 11.6 Bài tập

**Bài tập 11.1.** Cho một hệ thống truyền thông với băng thông  $B = 4000$  [Hz], tập trung vào tần số  $f_0 = 2$  GHz, xác định tốc độ bit tối đa  $R_b$  sử dụng điều chế 2-PSK trong hai trường hợp sau:

1. Bộ lọc thông thấp lý tưởng.
2. Bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha = 0.2$ .

**Bài tập 11.2.** Cho dạng sóng truyền của 2-PSK được định nghĩa bởi

$$s(t) = \sum_n a[n] p(t - nT) \cos(2\pi f_0(t - nT)),$$

với  $a[n] \in \{+A, -A\}$ , và xung  $p(t)$  được chuẩn hóa để có năng lượng bằng 1, tức là  $\int_0^T p^2(t) dt = 1$ . Hãy giải quyết các yêu cầu sau:

1. Tính năng lượng của một bit dữ liệu, tức là  $\int_0^T s^2(t) dt$ .
2. Xác định biên độ  $A$  sao cho công suất trung bình là  $E_b/T$ .

**Bài tập 11.3.** Cho tín hiệu 4-PSK với chùm tín hiệu rời rạc trong không gian tín hiệu:

$$\overline{\mathcal{M}} = \{s_0 = (A, 0), s_1 = (0, A), s_2 = (-A, 0), s_3 = (0, -A)\}.$$

Hãy xác định vùng Voronoi ứng với mỗi tín hiệu trong mặt phẳng tín hiệu.

**Bài tập 11.4.** Cho một hệ thống truyền thông với băng thông  $B = 4000$  [Hz], sử dụng điều chế  $m$ -PSK với  $m = 8$  hoặc  $m = 16$ , tập trung vào tần số  $f_0 = 2$  GHz.

Hãy xác định tốc độ bit tối đa  $R_b$  trong hai trường hợp sau:

1. Bộ lọc thông thấp lý tưởng.
2. Bộ lọc RRC với hệ số cuộn  $\alpha = 0.2$ .

**Bài tập 11.5.** Cho hệ thống điều chế 8-PSK sử dụng mã hóa Gray. Viết bảng ánh xạ giữa các chuỗi bit 3-bit và điểm tín hiệu trong chòm sao điều chế. Tính khoảng cách Euclid tối thiểu giữa hai điểm gần nhất trong chòm sao và xác định BER xấp xỉ trong kênh AWGN sử dụng hàm  $Q$ .

**Bài tập 11.6.** Một hệ thống truyền dữ liệu sử dụng điều chế 16-PSK trên kênh AWGN với tỷ lệ  $E_b/N_0 = 12$  [dB]. Hãy tính xấp xỉ xác suất lỗi bit sử dụng biểu thức gần đúng trong chương.

## CHƯƠNG 12. CÁC BÀI TẬP THỰC HÀNH

Mô phỏng đóng vai trò quan trọng trong kỹ thuật truyền thông, giúp các nhà nghiên cứu và kỹ sư kiểm chứng ý tưởng trước khi triển khai thực tế. Thông qua mô phỏng, các hệ thống truyền dẫn, điều chế và mã hóa có thể được phân tích chi tiết trong nhiều điều kiện khác nhau. Điều này giúp tiết kiệm chi phí và thời gian so với việc xây dựng mô hình vật lý ngay từ đầu. Bên cạnh đó, mô phỏng cho phép phát hiện và tối ưu hóa hiệu suất hệ thống, từ đó nâng cao độ tin cậy và chất lượng dịch vụ. Nhờ vậy, lập trình mô phỏng trở thành công cụ thiết yếu trong nghiên cứu, giảng dạy và phát triển công nghệ truyền thông hiện đại. Trong chương này, chúng ta sẽ làm quen với sử dụng MATLAB để tiến hành thiết kế, mô phỏng hệ thống truyền thông đã được học.

### 12.1 Mô phỏng Monte-Carlo và đặc tính nhiễu Gaussian

Trong khuôn khổ bài thực hành, sinh viên cần nắm vững các kiến thức và kỹ năng lập trình cơ bản liên quan đến xử lý tín hiệu số, bao gồm việc sử dụng thành thạo các hàm liên quan trong MATLAB. Ngoài ra, sinh viên cần hiểu rõ và biết cách triển khai các khái niệm toán học như hàm tích chập, tích phân và hàm tương quan, vốn là nền tảng trong phân tích và xử lý tín hiệu. Về mặt thực hành, sinh viên cần biết cách sinh dữ liệu ngẫu nhiên tuân theo phân phối Gaussian, đồng thời có khả năng hiển thị các tín hiệu này thông qua các biểu đồ thời gian, histogram và mật độ phổ công suất để đánh giá các đặc trưng thống kê và phổ tần của tín hiệu. Những kiến thức và kỹ năng này đóng vai trò thiết yếu trong việc phát triển tư duy phân tích, trực quan hóa dữ liệu tín hiệu cũng như chuẩn bị cho các ứng dụng nâng cao trong lĩnh vực truyền thông.

#### 12.1.1 Cơ sở kiến thức

Phân phối chuẩn (Gaussian), histogram của dữ liệu, hàm tự tương quan (auto-correlation function), hàm mật độ xác suất (probability density function).

#### 12.1.2 Yêu cầu

Sinh viên sử dụng các hàm của MATLAB (bao gồm randn, plot, hist, trapz, conv, flipud, chol, repmat, fft, fftshift, mean) để thực hiện các bước thực hành:

1. Vẽ hàm mật độ xác suất (probability density function) của phân phối Gaussian với các đặc tính thống kê bao gồm kỳ vọng  $\mu = 0$  và phương sai  $\sigma^2 = 2$ .
2. Tạo  $N = 100000$  mẫu  $(X_1, \dots, X_N)$  theo phân phối Gaussian với kỳ vọng  $\mu = 0$  và phương sai  $\sigma^2 = 2$ . Từ  $N$  mẫu, kiểm tra ngược lại kỳ vọng và phương

sai bằng thực nghiệm sử dụng công thức:

$$\mu = \frac{X_1 + \dots + X_N}{N}, \quad (12.1)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}. \quad (12.2)$$

3. Vẽ hàm mật độ xác suất theo thực nghiệm và lý thuyết. Nhận xét kết quả thực nghiệm và lý thuyết bằng cách thay đổi giá trị  $N \in \{10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6\}$ .
4. Tìm hiểu về hàm tự tương quan và tính giá trị tự tương quan với  $N$  mẫu dữ liệu Gaussian. Vẽ kết quả.
5. Sinh mẫu dữ liệu theo phân phối Gaussian và vẽ hàm mật độ phổ công suất.

### 12.1.3 Mã nguồn tham khảo và một số kết quả

Sinh viên sử dụng phần mềm MATLAB để thực thi chương trình. Lưu ý kết quả có thể không giống hoàn toàn với các yêu cầu đề ra, sinh viên phải tùy chỉnh.

#### Mã nguồn mô phỏng nhiễu Gaussian

```

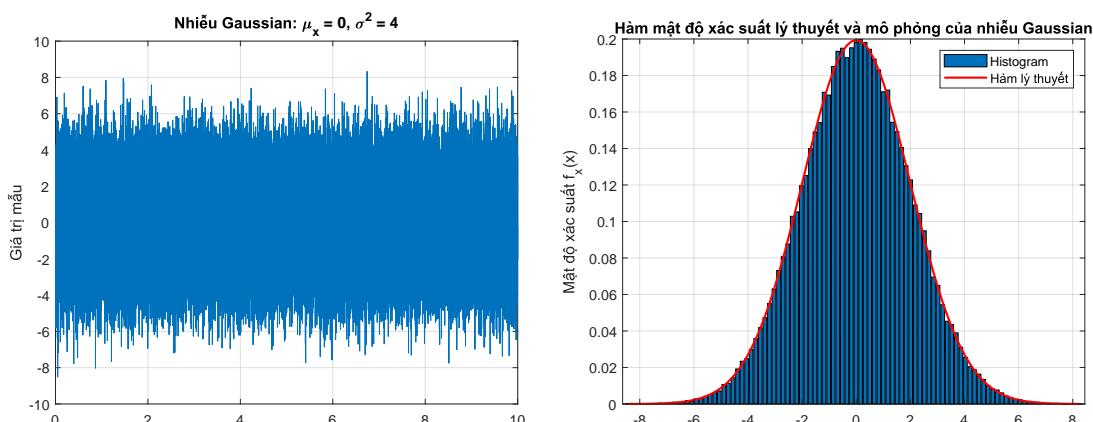
1 clc; clear; close all;
2 L=100000; %Sample length for the random signal
3 mu=0;
4 sigma=2;
5 X=sigma*randn(L,1)+mu;
6 figure();
7 subplot(2,2,1)
8 plot(X);
9 title(['Gaussian noise : \mu_x=',num2str(mu), ' \sigma^2=',
       num2str(sigma^2)])
10 xlabel('Samples')
11 ylabel('Sample Values')
12 grid on;
13 %Plot Gaussian distribution
14 subplot(2,2,2)
15 n=100; %number of histogram bins
16 [f,x]=hist(X,n);
17 bar(x,f/trapz(x,f)); hold on;
18 %Theoretical PDF of Gaussian Random Variable
19 g=(1/(sqrt(2*pi)*sigma))*exp(-((x-mu).^2)/(2*sigma^2));
20 plot(x,g); hold off; grid on;
21 title('Theoretical PDF and Simulated PDF of Gaussian Noise');
22 legend('Histogram','Theoretical PDF');
23 xlabel('Bins');
```

```

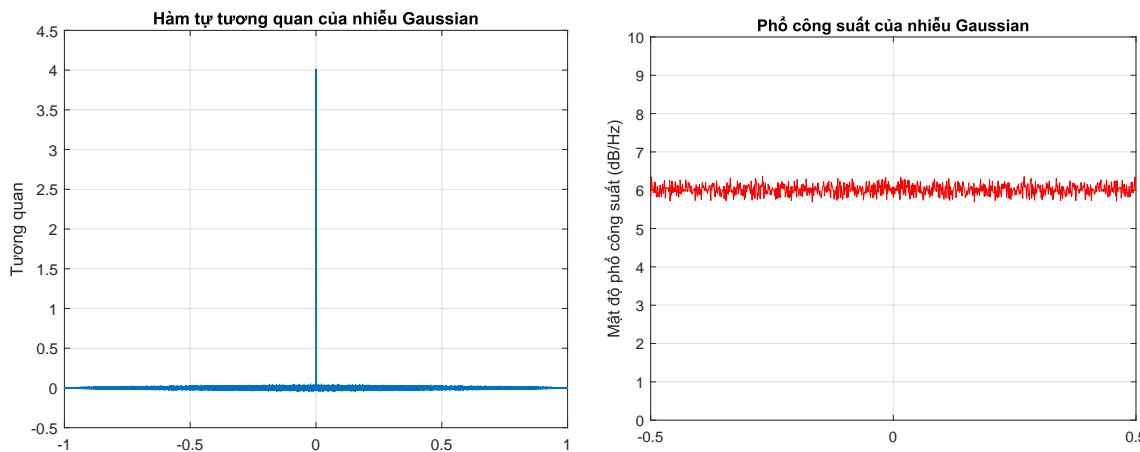
24 ylabel('PDF f_x(x)');
25 %Compute the auto-correlation function
26 Rxx=1/L*conv(flipud(X),X);
27 lags=(-L+1):1:(L-1);
28 subplot(2,2,3);
29 plot(lags,Rxx);
30 title('Auto-correlation Function of Gaussian noise');
31 xlabel('Lags')
32 ylabel('Correlation')
33 grid on;
34 %Plot PSD
35 L = 1000;
36 N = 1024;
37 MU=mu*ones(1,N);
38 Cxx=(sigma^2)*diag(ones(N,1));
39 R = chol(Cxx);
40 z = repmat(MU,L,1) + randn(L,N)*R;
41 Z = 1/sqrt(N)*fft(z,[],2);
42 Pzavg = mean(Z.*conj(Z));
43 normFreq=[-N/2:N/2-1]/N;
44 Pzavg=fftshift(Pzavg);
45 subplot(2,2,4);
46 plot(normFreq,10*log10(Pzavg),'r');
47 axis([-0.5 0.5 0 10]); grid on;
48 ylabel('Power Spectral Density (dB/Hz)');
49 xlabel('Normalized Frequency');
50 title('PSD of Gaussian noise');

```

Một số kết quả sinh ra từ đoạn mã nguồn trên như sau:



**Hình 12.1:** Tín hiệu nhiễu Gaussian trong miền thời gian; Histogram và hàm mật độ xác suất lý thuyết của nhiễu Gaussian



**Hình 12.2:** Hàm tự tương quan của nhiễu Gaussian và Phổ công suất (PSD) của nhiễu Gaussian.

## 12.2 Xây dựng hệ thống truyền thông sử dụng điều chế 2-ASK

Hệ thống điều chế 2-ASK (amplitude shift keying) là một trong những sơ đồ điều chế đơn giản nhất, trong đó tín hiệu nhị phân được ánh xạ trực tiếp sang các mức biên độ khác nhau của sóng mang. Trong trường hợp cơ bản, bit '0' được ánh xạ thành mức biên độ bằng không, trong khi bit '1' được ánh xạ thành một biên độ dương cố định  $A$ . Việc gán nhãn nhị phân này tương ứng với ánh xạ từ không gian Hamming  $\{0, 1\}$  sang tập biên độ  $\{0, A\}$ , trong đó khoảng cách Hamming giữa hai mã nhị phân phản ánh độ khác biệt tối thiểu để nhận dạng tín hiệu tại bộ thu. Hệ thống như vậy được thiết kế trong không gian Hamming nhằm tối ưu hóa khả năng phân biệt tín hiệu trong môi trường nhiễu.

Phương trình sóng mang trong 2-ASK có dạng hàm điều hòa  $s(t) = A \sin(2\pi f_c t)$  khi bit đầu vào là '1' và bằng 0 khi bit là '0', với  $f_c$  là tần số sóng mang và  $T_b$  là chu kỳ bit. Trong môi trường lý tưởng không có nhiễu, tín hiệu nhận được tại bộ thu sẽ giữ nguyên dạng và có thể được giải điều chế thông qua so sánh với một ngưỡng cố định (thường là  $A/2$ ). Tuy nhiên, trong thực tế, tín hiệu truyền qua kênh thường bị ảnh hưởng bởi nhiễu trắng Gaussian (AWGN), làm cho tín hiệu nhận được trở thành  $r(t) = s(t) + n(t)$ , trong đó  $n(t)$  là nhiễu có phân phối chuẩn  $\mathcal{N}(0, N_0/2)$ . Để giải điều chế trong điều kiện này, hệ thống sử dụng bộ phát hiện tín hiệu dựa trên so sánh mức biên độ với ngưỡng quyết định tối ưu, cho phép ước lượng bit gốc với xác suất lỗi nhỏ nhất. Phân tích xác suất lỗi bit (BER) cho 2-ASK trong kênh AWGN cho thấy hiệu suất phụ thuộc vào tỷ số tín hiệu trên nhiễu  $E_b/N_0$ , và được biểu diễn qua hàm erfc. So với truyền dẫn lý tưởng (không có nhiễu), BER trong thực tế luôn lớn hơn 0 và phụ thuộc vào biên độ truyền cũng như mức nhiễu nền.

### 12.2.1 Cơ sở kiến thức

*Bên phát:* Kiến trúc bộ phát bao gồm dữ liệu nhị phân, sóng mang, điều chế 2-ASK, không gian Hamming, gán nhãn nhị phân.

*Bên thu:* Kiến trúc bộ thu bao gồm cơ chế hoạt động và vai trò của bộ lọc phôi hợp trong việc phát hiện tín hiệu. Giải điều chế tín hiệu 2-ASK. Khái niệm BER, SNR, và công thức tính BER lý thuyết cho 2-ASK.

### 12.2.2 Yêu cầu

Sinh viên sử dụng hàm của MATLAB (bao gồm sin, ones, zeros, randn, plot, conv, flip, mean, sum, length, log10, semilogy) để thực hiện các bước thực hành:

1. Định nghĩa chu kỳ bit  $T_b$ , tần số sóng mang  $f_c$ , định nghĩa sóng mang  $c = \frac{2}{T_b} \sin(2\pi f_c t)$ . Vẽ sóng mang.
2. Sinh  $N$  mẫu dữ liệu nhị phân. Vẽ giá trị của các mẫu dữ liệu và vẽ các mẫu dữ liệu nhị phân với chu kỳ bit  $T_b$ .
3. Thực hiện gán nhãn nhị phân và điều chế tín hiệu 2-ASK.
4. Vẽ tín hiệu điều chế và so sánh với lý thuyết.
5. Thực hiện thêm nhiễu Gaussian. Vẽ và quan sát tín hiệu sau khi điều chế dưới tác dụng của nhiễu Gaussian.
6. Cài đặt bộ lọc phôi hợp bao gồm Thiết kế bộ lọc phôi hợp phù hợp với sóng mang và chu kỳ bit đã thiết lập. Sau đó, áp dụng bộ lọc lên tín hiệu đầu vào (có và không có nhiễu).
7. Hiển thị kết quả thu không nhiễu bao gồm truyền tín hiệu 2-ASK không nhiễu qua bộ lọc phôi hợp. Sau đó, hiển thị tín hiệu sau lọc và thực hiện giải điều chế để khôi phục tín hiệu.
8. Thu tín hiệu có nhiễu bao gồm truyền tín hiệu 2-ASK có nhiễu Gaussian trắng (AWGN) qua bộ lọc phôi hợp. Hiển thị tín hiệu đầu ra và giải điều chế bằng phương pháp ML.
9. Tăng số bit truyền thông tin, Phân tích BER theo SNR bao gồm thay đổi SNR, tăng số lượng bit truyền, tính BER thực nghiệm. Vẽ đồ thị biểu diễn BER thực nghiệm theo SNR.
10. So sánh với lý thuyết bao gồm xây dựng công thức tính BER lý thuyết (sinh viên cần xem lại các bài giảng đã học để xây dựng). Vẽ đồ thị BER lý thuyết và so sánh với thực nghiệm (trên cùng biểu đồ). Cuối cùng, sinh viên cần nhận xét kết quả lý thuyết và mô phỏng.

### 12.2.3 Mã nguồn tham khảo và một số kết quả

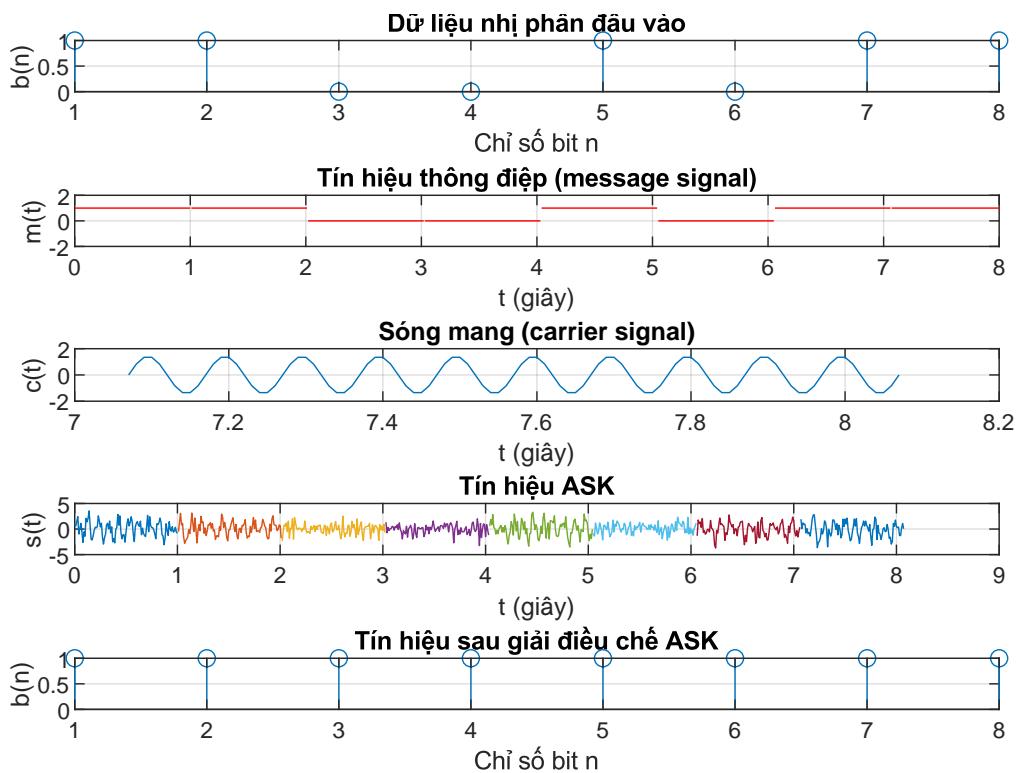
Sinh viên sử dụng phần mềm MATLAB để thực thi chương trình mã nguồn sau. Lưu ý nếu kết quả có thể không giống hoàn toàn với các yêu cầu đề ra, sinh viên phải biết cách tùy chỉnh.

Mã nguồn mô phỏng quá trình điều chế và giải điều chế biên độ (ASK) với nhiễu Gaussian

```
1 clc; clear all; close all;
2 %GENERATE CARRIER SIGNAL
3 Tb=1; fc=10;
4 t=0:Tb/100:1;
5 c=sqrt (2/Tb)*sin (2*pi*fc*t);
6 %generate message signal
7 N=8;
8 m=rand(1,N);
9 t1=0;t2=Tb
10 for i=1:N
11 t=[t1:.01:t2]
12 if m(i)>0.5
13 m(i)=1;
14 m_s=ones(1,length(t));
15 else
16 m(i)=0;
17 m_s=zeros(1,length(t));
18 end
19 message(i,:)=m_s;
20 %product of carrier and message
21 ask_sig(i,:)=c.*m_s + randn(1,101);
22 t1=t1+(Tb+.01);
23 t2=t2+(Tb+.01);
24 %plot the message and ASK signal
25 subplot(5,1,2);
26 axis([0 N -2 2]);
27 plot(t,message(i,:),'r');
28 title('message signal');
29 xlabel('t--->');
30 ylabel('m(t)');
31 grid on
32 hold on
33 subplot(5,1,4);
34 plot(t,ask_sig(i,:));
35 title('ASK signal');
```

```
36 xlabel('t--->');
37 ylabel('s(t)');
38 grid on
39 hold on
40 end
41 hold off
42 %Plot the carrier signal and input binary data
43 subplot(5,1,3);
44 plot(t,c);
45 title('carrier signal');
46 xlabel('t--->');
47 ylabel('c(t)');
48 grid on
49 subplot(5,1,1);
50 stem(m);
51 title('binary data bits');
52 xlabel('n--->');
53 ylabel('b(n)');
54 grid on
55 %=====
56 % ASK Demodulation
57 t1=0;t2=Tb
58 for i=1:N
59 t=[t1:Tb/100:t2]
60 %correlator
61 x=sum(c.*ask_sig(i,:));
62 %decision device
63 if x>0
64 demod(i)=1;
65 else
66 demod(i)=0;
67 end
68 t1=t1+(Tb+.01);
69 t2=t2+(Tb+.01);
70 end
71 %plot demodulated binary data bits
72 subplot(5,1,5);stem(demod);
73 title('ASK demodulated signal');
74 xlabel('n--->');
75 ylabel('b(n)');
76 grid on
```

Một số kết quả sinh ra từ đoạn mã nguồn trên như sau:



**Hình 12.3:** Quá trình điều chế và giải điều chế biên độ (ASK) với nhiễu Gaussian.

### 12.3 Xây dựng hệ thống truyền thông sử dụng điều chế $m$ -PSK

Trong thiết kế hệ thống thông tin số, việc hiểu rõ khái niệm điều chế  $m$ -PSK ( $m$ -ary Phase Shift Keying) là nền tảng để tối ưu hiệu suất truyền dẫn. Người thiết kế cần lựa chọn số mức điều chế  $m$  (ví dụ: 2, 4, 8, 16) phù hợp với yêu cầu về băng thông, tốc độ dữ liệu và chất lượng tín hiệu, vì giá trị  $m$  càng lớn thì tốc độ truyền dữ liệu càng tăng nhưng độ nhạy với nhiễu cũng cao hơn. Đồng thời, cần nắm vững cách xây dựng và phân tích các thành phần của hệ thống phát và thu tín hiệu  $m$ -PSK, bao gồm khôi sinh chuỗi bit nhị phân, ánh xạ bit sang pha, tạo sóng mang, cũng như các khôi giải điều chế và giải mã ở phía thu. Việc hiểu mối liên hệ giữa không gian Hamming, cách gán nhãn nhị phân và sơ đồ chòm sao điều chế giúp tối ưu hóa khả năng chống lỗi, đặc biệt khi kết hợp với kỹ thuật Gray coding để giảm xác suất lỗi bit. Cuối cùng, cần so sánh tín hiệu lý thuyết và tín hiệu thực tế trong môi trường thông qua các chỉ số SER (Symbol Error Rate) và BER (Bit Error Rate), từ đó đánh giá ảnh hưởng của nhiễu, méo và các yếu tố kênh truyền để tinh chỉnh hệ thống đạt hiệu suất mong muốn.

#### 12.3.1 Cơ sở kiến thức

Các kiến thức cơ bản về điều chế  $m$ -PSK, sóng mang, tín hiệu số, khoảng cách Hamming, chòm sao điều chế, nhiễu trắng Gaussian (AWGN).

### 12.3.2 Yêu cầu

Sinh viên sử dụng hàm của MATLAB (bao gồm randi, bi2de, conv, flip, randn, plot, mean, sum, length, log10, semilogy) để thực hiện các bước thực hành:

1. Sinh chuỗi bit ngẫu nhiên: Tiến hành tạo ra dữ liệu nguồn cho hệ thống truyền dẫn là chuỗi bit nhị phân ngẫu nhiên dài  $N$ .
2. Gán nhãn nhị phân: Chuyển đổi chuỗi bit thành các ký hiệu (symbol) chuẩn bị cho bước điều chế. Cụ thể, nhóm các bit thành từng cụm có độ dài  $k = \log_2 m$ . Sau đó, anh xạ các nhóm bit vào vị trí trong chòm sao  $m$ -PSK (các pha tương ứng).
3. Đưa lên sóng mang: Đưa các ký hiệu đã gán nhãn vào tín hiệu sóng mang điều chế để truyền đi bằng cách sử dụng công thức điều chế pha

$$s_k(t) = A \cos(2\pi f_c t + \theta_k), \quad (12.3)$$

trong đó  $\theta_k = \frac{2\pi k}{M}$  là pha tương ứng với ký hiệu thứ  $k$ ;  $A$  là biên độ sóng mang;  $f_c$  là tần số sóng mang (Hz); và  $t$  là thời gian. Sau đó, sinh viên viết mã nguồn tạo ra dạng sóng truyền theo thời gian.

4. Thêm nhiễu AWGN vào sóng truyền: Mô phỏng kênh truyền trong thực tế, nơi tín hiệu bị ảnh hưởng bởi nhiễu. Cụ thể, sinh viên thêm nhiễu Gaussian trắng (AWGN) vào tín hiệu điều chế. Ngoài ra, sinh viên có thể điều chỉnh mức nhiễu dựa trên SNR (Signal-to-Noise Ratio).
5. Giải điều chế m-PSK: Mục đích của bước này là chuyển tín hiệu thu được (bị ảnh hưởng bởi nhiễu và pha) thành các ký hiệu ban đầu bao gồm hạch tín hiệu từ kênh truyền và giải mã tín hiệu.
6. Tính toán BER (SER) lý thuyết và mô phỏng: Vẽ đồ thị tỉ lệ lỗi theo lý thuyết và thực nghiệm theo SNR (trên cùng biểu đồ). Sau đó, sinh viên rút ra nhận xét về kết quả đạt được.

### 12.3.3 Mã nguồn tham khảo và một số kết quả

Mã nguồn sau đây mô phỏng hệ thống QPSK. Sinh viên sử dụng phần mềm MATLAB để thực thi chương trình mã nguồn sau. Lưu ý nếu kết quả có thể không giống hoàn toàn với các yêu cầu đề ra, sinh viên phải biết cách tùy chỉnh.

## Mã nguồn mô phỏng hệ thống QPSK

```
1 % QPSK modulation and demodulation with BER simulation
2 clear; clc; close all;
3 M = 4;                                % QPSK
4 k = log2(M);                          % Bits per symbol
5 Tb = 1;                                % Bit period
6 Ts = k * Tb;                           % Symbol period
7 Rs = 1 / Ts;                            % Symbol rate
8 f = 2 * Rs;                            % Carrier frequency
9 num_samples = 100;                      % Number of samples per symbol
10
11 t = Ts * (0:1/num_samples:1-1/num_samples);
12 carrier_signal = @phase cos(2 * pi * f * t + phase);
13
14 % Display carrier signals
15 phases = 2 * pi * (0:M-1) / M;
16 figure;
17 hold on;
18 for i = 1:M
19     plot(t, carrier_signal(phases(i)));
20 end
21 title('Carrier signals for QPSK');
22 xlabel('Time (s)');
23 ylabel('Amplitude');
24 legend(arrayfun(@(x) sprintf('Phase = %.2f rad', x), phases,
25         'UniformOutput', false));
25 grid on;
26 hold off;
27
28 len_bits = 500;
29 bits = randi([0 1], 1, len_bits);
30 num_symbols = floor(len_bits / k);
31 bits = bits(1:num_symbols * k);
32 bit_pairs = reshape(bits, k, []).' ;
33
34 % Gray mapping
35 gray_map = containers.Map({'00', '01', '11', '10'}, ...
36             {0, pi/2, pi, 3*pi/2});
37
38 % Generate data
39 symbol_phases = zeros(1, num_symbols);
40 for i = 1:num_symbols
41     key = sprintf('%d%d', bit_pairs(i,1), bit_pairs(i,2));
```

## CHƯƠNG 12. CÁC BÀI TẬP THỰC HÀNH

```

42     symbol_phases(i) = gray_map(key);
43 end
44
45 % Modulate
46 modulation = [];
47 for i = 1:num_symbols
48     modulation = [modulation, carrier_signal(symbol_phases(i))
49 );];
50 end
51 t_sequence = 0:(Ts/num_samples):(num_symbols*Ts - Ts/
52 num_samples);
53
54 % Plot modulated signal
55 figure;
56 plot(t_sequence, modulation);
57 title('QPSK Modulated Signal');
58 xlabel('Time (s)');
59 ylabel('Amplitude');
60 grid on;
61
62 % Add AWGN
63 mu = 0;
64 No = 10;
65 noise = sqrt(No/2) * randn(1, length(modulation));
66 r_t = modulation + noise;
67
68 % Plot noisy signal
69 figure;
70 plot(t_sequence, r_t);
71 title('QPSK Modulated Signal with AWGN');
72 xlabel('Time (s)');
73 ylabel('Amplitude');
74 grid on;
75
76 % Demodulation
77 gray_map_inv = containers.Map({0, pi/2, pi, 3*pi/2}, ...
78 {[0 0], [0 1], [1 1], [1 0]} );
79 demod_bits = [];
80 reference_carriers = containers.Map('KeyType', 'double', '
81ValueType', 'any');
82 for p = phases
83     reference_carriers(p) = carrier_signal(p);
84 end

```

```

82
83 for i = 1:num_symbols
84     symbol = r_t((i-1)*num_samples+1:i*num_samples);
85     max_corr = -Inf;
86     best_phase = 0;
87     for p = phases
88         ref = reference_carriers(p);
89         corr = trapz(symbol .* ref);
90         if corr > max_corr
91             max_corr = corr;
92             best_phase = p;
93         end
94     end
95     demod_bits = [demod_bits, gray_map_inv(best_phase)];
96 end
97
98 % Plot original and demodulated bits
99 demo_bit = repelem(demod_bits, num_samples);
100 y_bit = repelem(bits(1:length(demod_bits)), num_samples);
101 x_bit = Tb * (0:length(y_bit)-1) / num_samples;
102
103 figure;
104 stairs(x_bit, y_bit);
105 title('Original Bit Sequence');
106 ylim([-0.2, 1.2]);
107 grid on;
108
109 figure;
110 stairs(x_bit, demo_bit);
111 title('Demodulated Bit Sequence');
112 ylim([-0.2, 1.2]);
113 grid on;
114
115 % Compute BER
116 P_b = sum(demod_bits ~= bits(1:length(demod_bits))) / length(
117     demod_bits) * 100;
118 fprintf('BER: %.2f%%\n', P_b);
119
120 Eb = trapz(modulation(1:num_samples).^2) / k;
121 Eb_No_db = linspace(-10, 4, 100);
122 BER_sim = zeros(size(Eb_No_db));

```

## CHƯƠNG 12. CÁC BÀI TẬP THỰC HÀNH

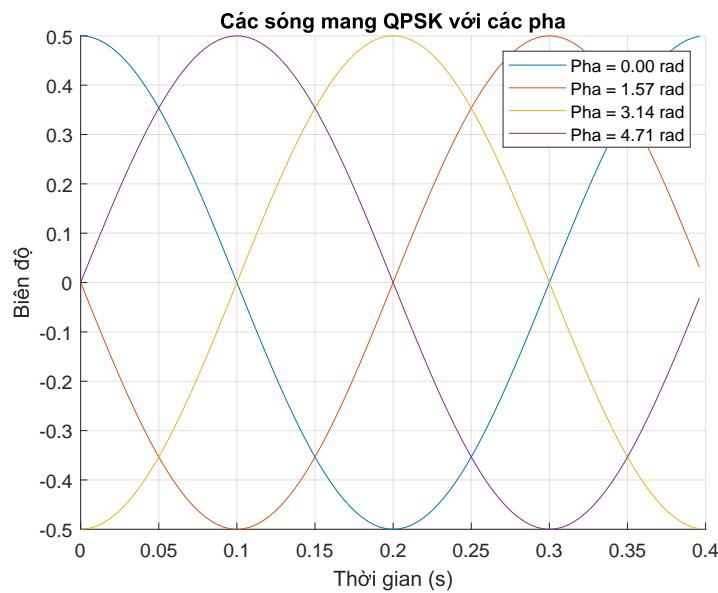
```

123 reference_carriers = containers.Map('KeyType', 'double', '  

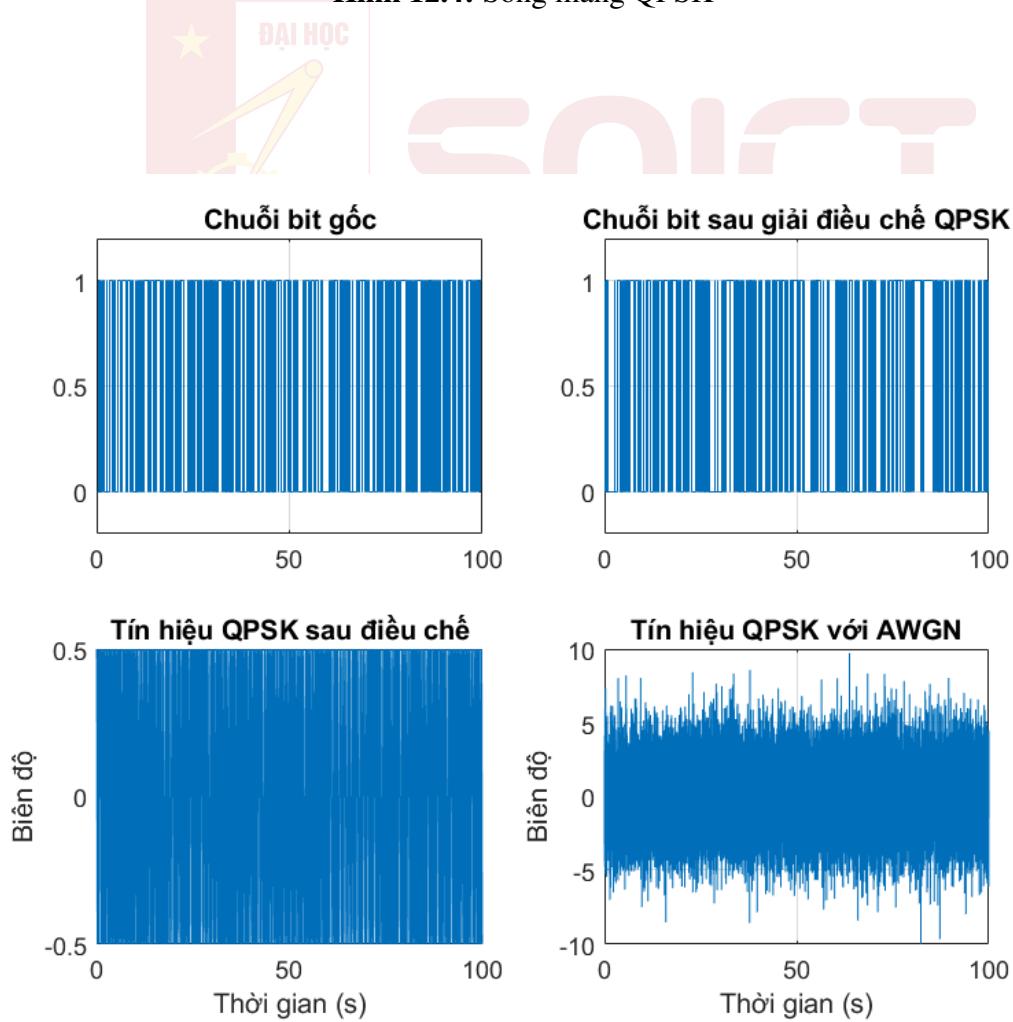
  ValueType', 'any');
124 for p = phases
125   reference_carriers(p) = carrier_signal(p);
126 end
127
128 for idx = 1:length(Eb_No_db)
129   Eb_No = 10^(Eb_No_db(idx)/10);
130   No_i = Eb / Eb_No;
131   noise = sqrt(No_i/2) * randn(1, length(modulation));
132   r_t = modulation + noise;
133
134 demod_bits = [];
135 for i = 1:num_symbols
136   symbol = r_t((i-1)*num_samples+1:i*num_samples);
137   max_corr = -Inf;
138   best_phase = 0;
139   for p = phases
140     ref = reference_carriers(p);
141     corr = trapz(symbol .* ref);
142     if corr > max_corr
143       max_corr = corr;
144       best_phase = p;
145     end
146   end
147   demod_bits = [demod_bits, gray_map_inv(best_phase)];
148 end
149
150 BER_sim(idx) = sum(demod_bits ~= bits(1:length(demod_bits
  ))) / length(demod_bits);
151 end
152
153 % ===== BER=====
154 Eb_No = 10.^ (Eb_No_db/10);
155 BER_theory = 0.5 * erfc(sqrt(Eb_No));
156 figure;
157 semilogy(Eb_No_db, BER_theory, 'LineWidth', 2); hold on;
158 semilogy(Eb_No_db, BER_sim, '.', 'MarkerSize', 10);
159 xlabel('$E_b/N_0$ (dB)', 'Interpreter', 'latex');
160 ylabel('BER');
161 title('BER vs $E_b/N_0$ for QPSK');
162 legend('Theoretical BER', 'Simulated BER');
163 grid on;

```

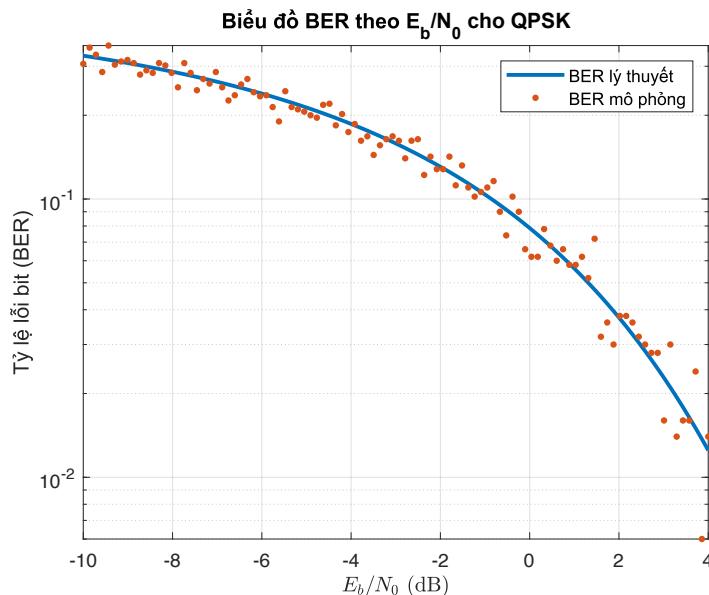
Một số kết quả sinh ra từ đoạn mã nguồn trên như sau



**Hình 12.4:** Sóng mang QPSK



**Hình 12.5:** Quá trình điều chế QPSK.



**Hình 12.6:** Tỉ lệ lỗi Bit hệ thống điều chế tín hiệu QPSK

## 12.4 Mô phỏng biểu đồ mắt

Trong lĩnh vực truyền thông số, biểu đồ mắt là một công cụ trực quan quan trọng giúp đánh giá chất lượng tín hiệu. Đồ thị này cho phép quan sát các đặc trưng như độ mở của mắt, can nhiễu giữa các ký hiệu, jitter thời gian và độ méo dạng tín hiệu. Một đồ thị mắt càng mở rộng chứng tỏ tín hiệu càng ít bị méo và khả năng phân biệt các ký hiệu càng cao, phản ánh hiệu quả truyền thông tốt hơn.

Để hiểu rõ hơn về ảnh hưởng của các bộ lọc định hình xung, đặc biệt là bộ lọc cốt nâng (raised cosine filter), ta tiến hành thực hành vẽ đồ thị mắt với các hệ số cuộn khác nhau. Thông số hệ số cuộn điều chỉnh mức độ mở rộng của phổ tần, từ đó ảnh hưởng đến mức độ giao thoa giữa các ký hiệu. Khi hệ số cuộn thấp, xung có phổ hẹp hơn nhưng kéo dài về thời gian, dẫn đến khả năng nhiều liên ký hiệu cao hơn. Ngược lại, hệ số cuộn cao giúp giảm nhiễu liên ký hiệu nhưng mở rộng phổ tần, gây chiếm băng thông nhiều hơn. Qua quá trình thực hành và phân tích đồ thị mắt tương ứng với từng hệ số cuộn, ta có thể quan sát rõ sự thay đổi về độ mở mắt, mức jitter và nhiễu liên ký hiệu. Từ đó, sinh viên có thể quan sát và kết luận về việc lựa chọn thông số bộ lọc phù hợp để tối ưu hóa hiệu suất của hệ thống truyền thông số, cân bằng giữa hiệu quả sử dụng băng thông và độ tin cậy của tín hiệu nhận được.

### 12.4.1 Cơ sở kiến thức

Biểu đồ mắt, bộ lọc cos nâng, bộ lọc RRC.

### 12.4.2 Yêu cầu

Sinh viên sử dụng các hàm của MATLAB ( bao gồm rand, randi, randn, abs, real, imag, mean, sum, find, pi, sin, cos, conv, reshape, filter, plot, xlabel, ylabel, title, grid, axis) để thực hiện các bước thực hành:

- Khởi tạo và tạo chuỗi nhị phân QPSK: Tạo tín hiệu ngẫu nhiên có pha và biên độ  $\pm 1$  (QPSK). Dữ liệu này sẽ được truyền qua bộ lọc để mô phỏng một hệ thống truyền số.
- Thiết kế bộ lọc: Đầu tiên, thiết kế bộ lọc cốt nâng (raised cosine) với hai hệ số cuộn để so sánh. Bộ lọc giúp giảm méo và nhiễu liên ký hiệu, chuẩn bị cho bước lọc tín hiệu.

$$x(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T} \frac{\cos(\alpha\pi t/T)}{1 - (\alpha\pi t/T)^2}. \quad (12.4)$$

Thiết kế bộ lọc root raised cosine

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} \frac{\sin\left(\frac{\pi t(1-\alpha)}{T}\right) + \frac{4\alpha t}{T} \cos\left(\frac{\pi t(1-\alpha)}{T}\right)}{\frac{\pi t}{T} \left(1 - \left(\frac{4\alpha t}{T}\right)^2\right)}. \quad (12.5)$$

- Điều chế và lọc tín hiệu: Sau khi đã khởi tạo chuỗi tín hiệu và thiết kế bộ lọc raised cosine (RC), bước tiếp theo là áp dụng bộ lọc lên tín hiệu để mô phỏng quá trình truyền dẫn qua kênh truyền lý tưởng có bộ lọc truyền.
- Vẽ đồ thị mắt: Chia tín hiệu thành các khung thời gian nhỏ và chồng lên nhau để tạo đồ thị mắt.
- Đọc đồ thị mắt và rút ra kết luận: Sau khi vẽ đồ thị mắt, sinh viên cần quan sát và trả lời: Đồ thị mắt mở rộng hay bị đóng? Có nhiễu ISI rõ ràng không? Đường bao tín hiệu có dao động hay ổn định? So sánh giữa  $\alpha = 0.5$  và  $\alpha = 1$ : cái nào phù hợp hơn nếu cần tối ưu băng thông? Cái nào dễ lấy mẫu hơn?

### 12.4.3 Mã nguồn tham khảo và một số kết quả

Sinh viên sử dụng phần mềm MATLAB để thực thi chương trình mã nguồn sau. Lưu ý nếu kết quả có thể không giống hoàn toàn với các yêu cầu đề ra, sinh viên phải biết cách tùy chỉnh.

## Đồ thị mắt

```

1 clc;clear; close all;
2 N = 10^4; % number of symbols
3 am = 2*(rand(1,N)>0.5)-1 + 1i*(2*(rand(1,N)>0.5)-1); %
   generating random binary sequence
4 fs = 10; % sampling frequency in Hz
5 % defining the sinc filter
6 sincNum = sin(pi*[-fs:1/fs:fs]); % numerator of the sinc
   function
7 sincDen = (pi*[-fs:1/fs:fs]); % denominator of the sinc
   function
8 sincDenZero = find(abs(sincDen) < 10^-10);
9 sincOp = sincNum./sincDen;
10 sincOp(sincDenZero) = 1; % sin(pi*x/(pix)) =1 for x =0
11 % raised cosine filter
12 alpha = 0.5;
13 cosNum = cos(alpha*pi*[-fs:1/fs:fs]);
14 cosDen = (1-(2*alpha*pi*[-fs:1/fs:fs]).^2);
15 cosDenZero = find(abs(cosDen)<10^-10);
16 cosOp = cosNum./cosDen;
17 cosOp(cosDenZero) = pi/4;
18
19 gt_alpha5 = sincOp.*cosOp;
20
21 alpha = 1;
22 cosNum = cos(alpha*pi*[-fs:1/fs:fs]);
23 cosDen = (1-(2*alpha*pi*[-fs:1/fs:fs]).^2);
24 cosDenZero = find(abs(cosDen)<10^-10);
25 cosOp = cosNum./cosDen;
26 cosOp(cosDenZero) = pi/4;
27 gt_alpha1 = sincOp.*cosOp;
28
29 % upsampling the transmit sequence
30 amUpSampled = [am;zeros(fs-1,length(am))];
31 amU = amUpSampled(:).';
32
33 % filtered sequence
34 st_alpha5 = conv(amU,gt_alpha5);
35 st_alpha1 = conv(amU,gt_alpha1);
36
37 % taking only the first 10000 samples
38 st_alpha5 = st_alpha5([1:10000]);
39 st_alpha1 = st_alpha1([1:10000]);

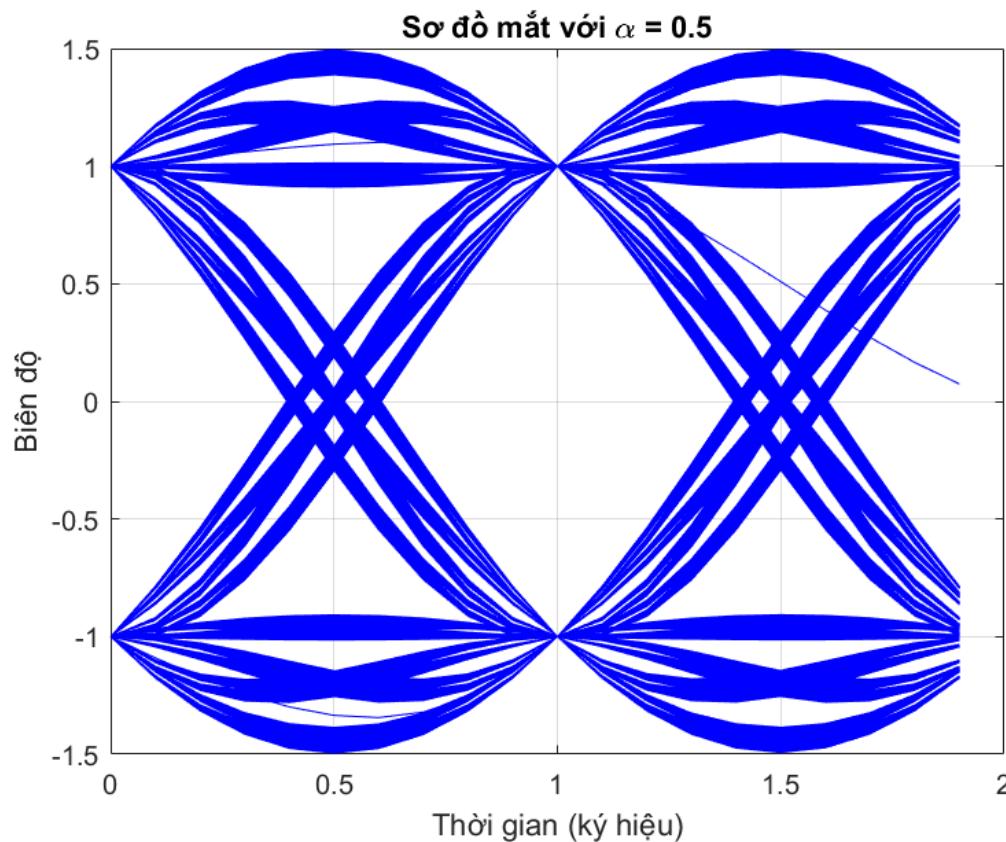
```

```

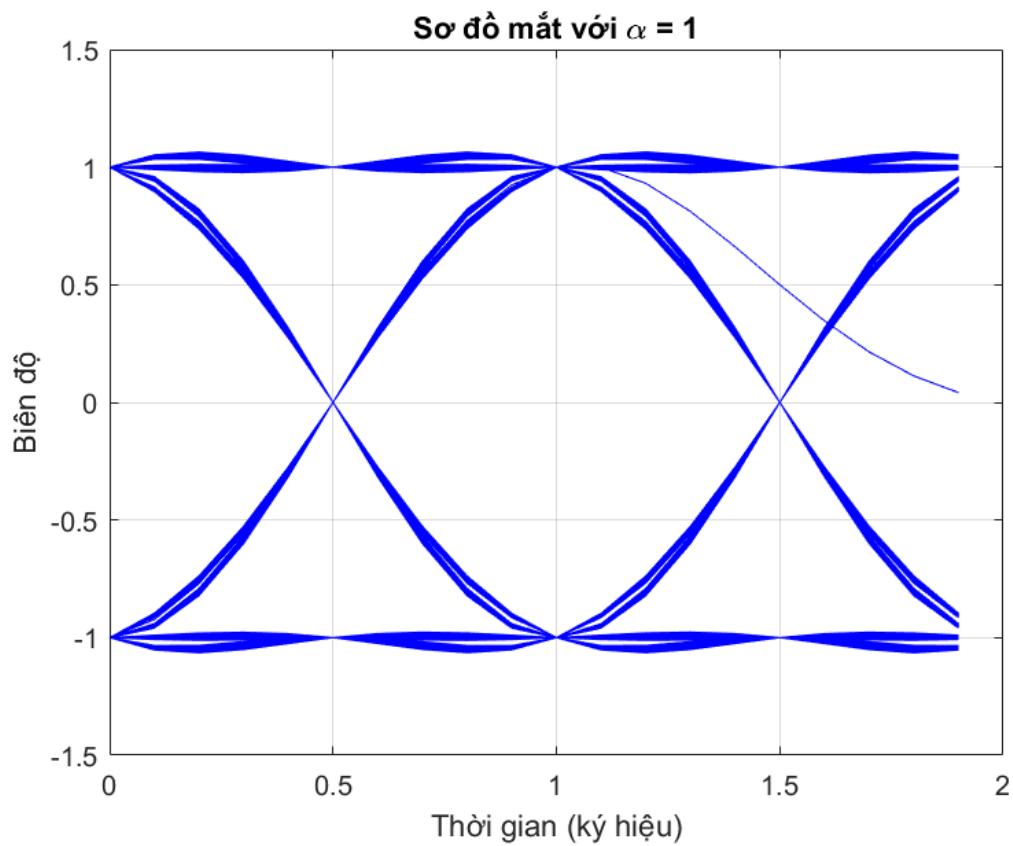
40
41 st_alpha5_reshape = reshape(st_alpha5,fs*2,N*fs/20).';
42 st_alpha1_reshape = reshape(st_alpha1,fs*2,N*fs/20).';
43
44 close all
45 figure;
46 plot([0:1/fs:1.99],real(st_alpha5_reshape).','b');
47 title('eye diagram with alpha=0.5');
48 xlabel('time')
49 ylabel('amplitude')
50 grid on
51
52 figure;
53 plot([0:1/fs:1.99],real(st_alpha1_reshape).','b');
54 title('eye diagram with alpha=1')
55 xlabel('time')
56 ylabel('amplitude')
57 grid on

```

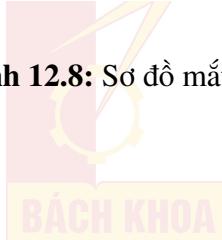
Một số kết quả sinh ra từ đoạn mã nguồn trên như sau:



**Hình 12.7:** Sơ đồ mắt của tín hiệu sau lọc raised cosine với hệ số roll-off  $\alpha = 0.5$ .

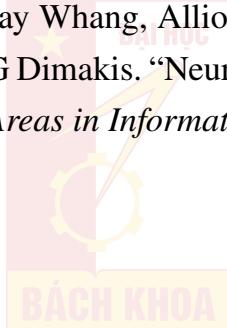


**Hình 12.8:** Sơ đồ mắt của tín hiệu sau lọc raised cosine với hệ số roll-off  $\alpha = 1$ .



## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [BHS17] Emil Björnson, Jakob Hoydis **and** Luca Sanguinetti. “Massive MIMO networks: Spectral, energy, and hardware efficiency”. *Foundations and Trends® in Signal Processing* 11.3-4 (2017), **pages** 154–655.
- [Nai02] B Somanathan Nair. *Digital electronics and logic design*. PHI Learning Pvt. Ltd., 2002.
- [PS01] John G. Proakis **and** Masoud Salehi. *Communication Systems Engineering*. Second. Prentice-Hall, **august** 2001.
- [PS07] John G Proakis **and** Masoud Salehi. *Fundamentals of communication systems*. Pearson Education India, 2007.
- [TV05] David Tse **and** Pramod Viswanath. *Fundamentals of wireless communication*. Cambridge university press, 2005.
- [Wee21] Ernest Weekley. *An etymological dictionary of modern English*. J. Murray, 1921.
- [Wha+24] Jay Whang, Alliot Nagle, Anish Acharya, Hyeji Kim **and** Alexandros G Dimakis. “Neural distributed source coding”. *IEEE Journal on Selected Areas in Information Theory* 5 (2024), **pages** 493–508.





SOICT