

CHƯƠNG 6

DAO ĐỘNG & SÓNG CƠ

§1. Tổng quan về dao động

Dao động: *là chuyển động được lặp lại nhiều lần theo thời gian*

Tính chất tổng quát của dao động:

- Hệ phải có vị trí cân bằng bền
- Khi hệ dời khỏi vị trí cân bằng bền, luôn có một lực kéo về VTCB bền
- Hệ có quán tính

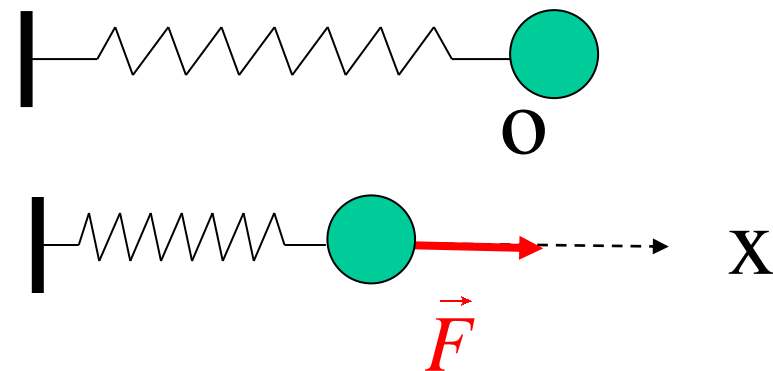
§2. Dao động cơ điều hoà

I. Hiện tượng

$$F = -kx$$

K: hệ số đàn hồi

Dấu trừ: do F và x luôn ngược chiều



Coi $F_{ms} = 0$

Thả quả cầu ra, dưới tác dụng của lực đàn hồi, quả cầu sẽ dao động quanh điểm O. Dao động tiếp diễn mãi gọi là dao động điều hoà

II. Phương trình dao động cơ điều hoà

$$ma = F = -kx \quad \Rightarrow \quad m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

(1) Là phương trình vi phân của dao động điều hoà.

Nghiệm của (1):

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Dao động điều hoà là dao động có độ dời là một hàm số sin hoặc cosin theo thời gian

III. Khảo sát dao động điều hoà

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

- Biên độ dao động: $A = |x|_{\max}$
- Tần số góc riêng: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$
- Pha của dao động: $(\omega_0 t + \varphi)$,
 φ pha tại thời điểm $t=0$ là pha ban đầu.
- Vận tốc con lắc: $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$
- Gia tốc con lắc

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = -\omega_0^2 x$$

- Chu kì dao động: x , v , a đều là những hàm tuần hoàn của t với chu kỳ:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

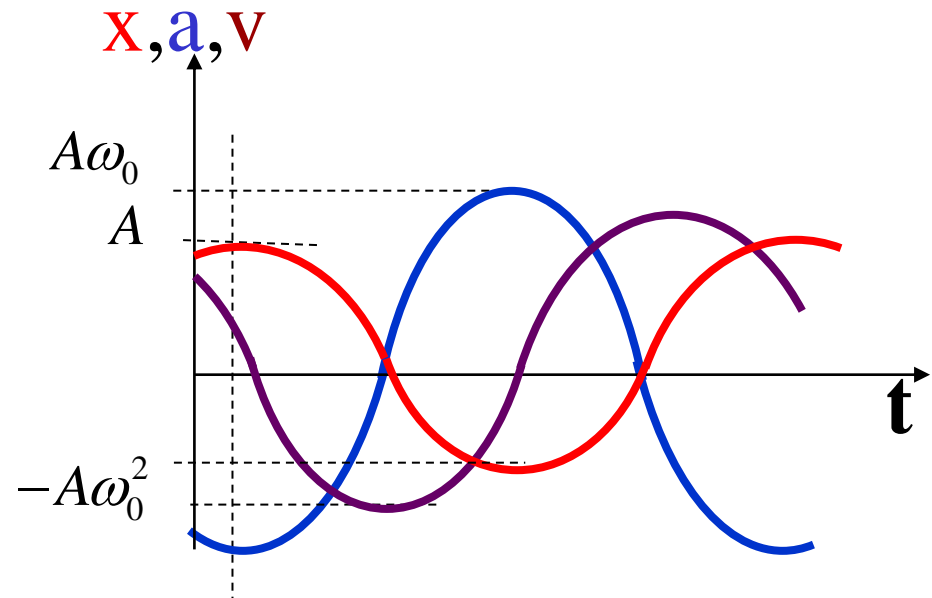
- Tần số ν_0 : là số dao động toàn phần hệ thực hiện trong 1 giây

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$v = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$a = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$



IV. Năng lượng dao động điều hoà

$$W = W_d + W_t$$

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

Tính thế năng: Tính công của lực đàn hồi

$$A_t = \int_0^x Fdx = \int_0^x -kxdx = -\frac{kx^2}{2}$$

Công này có trị số bằng độ giảm thế năng

$$(W_t)_0 - (W_t)_M = -\frac{kx^2}{2}$$

$$(W_t)_0 - (W_t)_M = -\frac{kx^2}{2}$$

$$k = m \omega_0^2$$

Nếu quy ước $(W_t)_0 = 0$ thì

$$W_t = \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$W = W_d + W_t$$

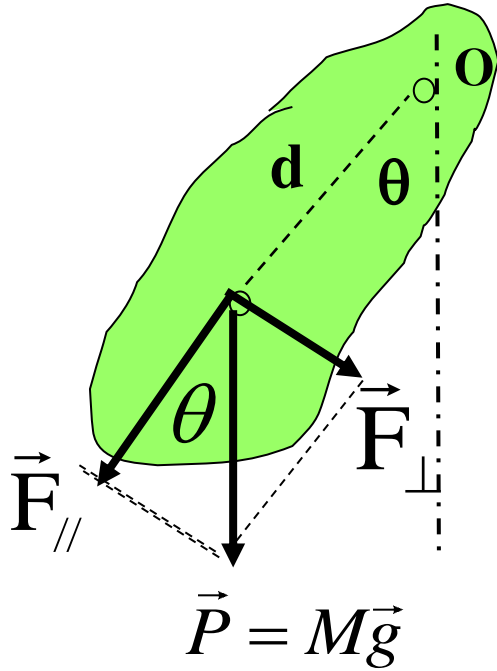
$$W = \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{2} kA^2$$

$$W = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} mA^2 \omega_0^2 = \text{const}$$

Tần số góc riêng

$$\omega_0 = \frac{1}{A} \sqrt{\frac{2W}{m}}$$

V. Con lắc vật lý:



Là một vật rắn thực hiện dao động dưới tác dụng của trọng lực quanh trục cố định O nằm ngoài, không đi qua khối tâm của vật rắn.

$$\vec{P} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_{\perp}$$

$$|\vec{F}_{\perp}| = Mg \sin \theta \approx Mg\theta$$

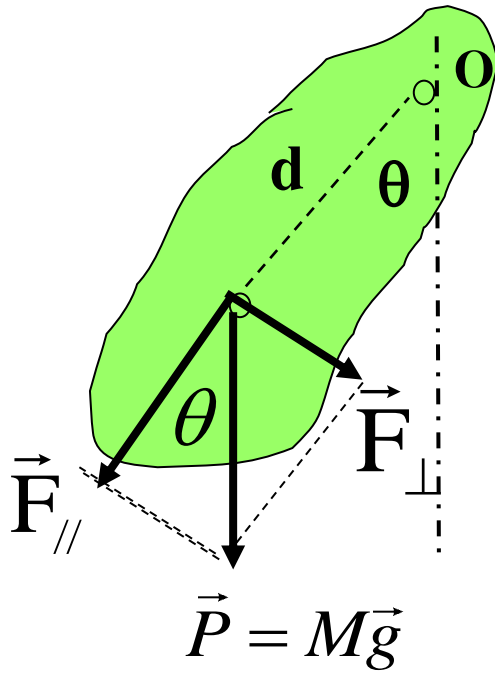
Phương trình cơ bản của vật rắn quay quanh trục O

$$I\beta = -dF_{\perp}$$

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -dMg\theta$$

Dấu “-” vì F có xu hướng kéo con lắc về VTCB, ngược chiều với chiều của góc θ

V. Con lắc vật lý:



$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -dMg\theta$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{Mgd}{I} \theta = 0$$
$$\omega_0^2$$

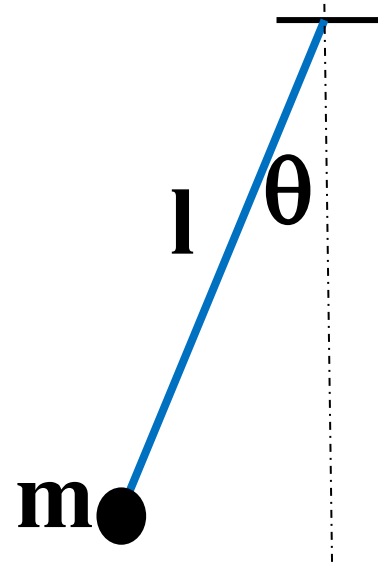
Vậy nếu góc θ nhỏ, không ma sát, dao động của con lắc vật lý là dao động điều hòa có tần số góc và chu kỳ :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Mgd}{I}}, \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgd}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Mgd}{I}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgd}}$$

Con lắc toán học

$$I = ml^2$$



$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{ml^2}} = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

§3. Dao động cơ tắt dần

Do ma sát năng lượng dao động giảm dần để thắng công của lực ma sát nên biên độ giảm dần theo thời gian.

Dao động mà biên độ của dao động giảm dần theo thời gian gọi là dao động tắt dần

Lực ma sát: $F_C = -rv$ với $r > 0$ là hệ số cản của môi trường

I. Phương trình dao động tắt dần

$$F + F_c = -kx - rv = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$\text{Đặt } \frac{k}{m} = \omega_0^2$$

$$\frac{r}{m} = 2\beta$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

β là hệ số tắt dần đặc trưng cho lực cản của môi trường

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2$$

$$\frac{r}{m} = 2\beta$$

Khi $\omega_0 > \beta$ (1) có nghiệm

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$$

Tần số góc và chu kỳ của dao động tắt dần:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} > T_0$$

II. Khảo sát dao động tắt dần

1. Biên độ dao động tắt dần

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$$

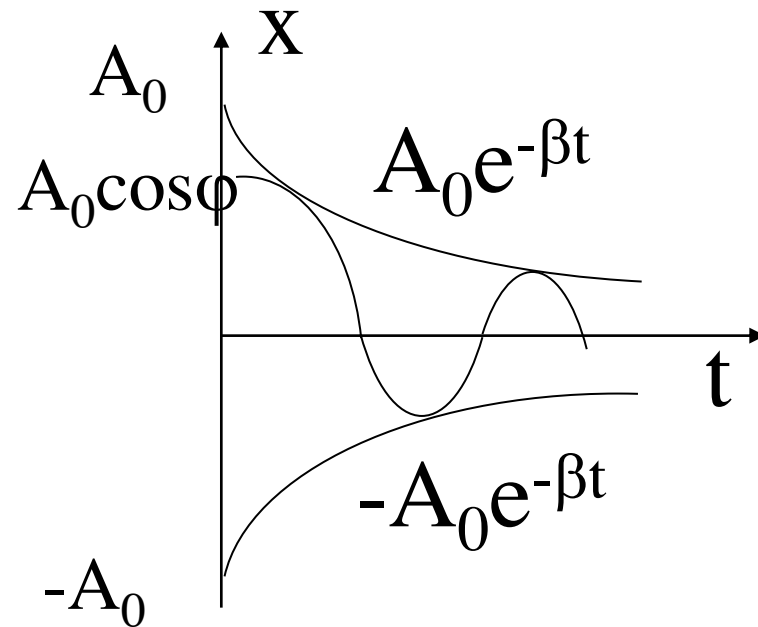
$$A = A_0 e^{-\beta t} \quad (2)$$

Biên độ (2) giảm theo t với quy luật hàm số mũ

$$\text{Vì } -A_0 e^{-\beta t} \leq x \leq A_0 e^{-\beta t}$$

Đồ thị của x theo t là một đường cong nằm nội tiếp giữa hai đường cong

$$-A_0 e^{-\beta t} \quad \text{và} \quad A_0 e^{-\beta t}$$



2. Giảm lượng loga

$$A = A_0 e^{-\beta t}$$

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T$$

Chú ý:

- Chỉ có nghiệm dạng dao động tắt dần khi $\omega_0 > \beta$
- Nếu $\omega_0 \leq \beta$ khi đó nghiệm có dạng

$$x = C_1 e^{-\left(\beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}\right)t} + C_2 e^{-\left(\beta - \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}\right)t}$$

$\omega_0 \leq \beta$ chứng tỏ lực cản quá lớn nên hệ không thể dao động.

§4. Dao động cơ cưỡng bức

Dao động mà hệ thực hiện dưới tác động ngoại lực tuần hoàn gọi là dao động cưỡng bức.

Hệ dao động với chu kỳ bằng chu kỳ của ngoại lực tuần hoàn

I. Phương trình dao động cơ cưỡng bức

Đối với con lắc lò xo, lên quả cầu có các lực:

Lực đàn hồi: $F_{dh} = -kx$,

Lực cản: $F_C = -rv$,

Ngoại lực tuần hoàn: $F_{ngoại lực} = H \cos \Omega t$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - rv + H \cos \Omega t$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{H}{m} \cos \Omega t$$

Đặt $\frac{k}{m} = \omega_0^2$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{H}{m} \cos \Omega t \quad (1)$$

$$\frac{r}{m} = 2\beta$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{H}{m} \cos \Omega t \quad (1)$$

Nghiệm của (1) là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân không vế phải (chính là phương trình dao động tắt dần) và nghiệm riêng của phương trình có vế phải.

Sau một thời gian dao động tắt dần bị tắt, chỉ còn lại dao động cưỡng bức dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn. Dao động cưỡng bức là một dao động hình sin có chu kỳ bằng chu kỳ ngoại lực tuần hoàn :

$$\mathbf{x = A\cos(\Omega t + \Phi)}$$

$$A = \frac{H}{m\sqrt{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}$$

$$\operatorname{tg} \Phi = -\frac{2\beta\Omega}{\Omega^2 - \omega_0^2}$$

II. Khảo sát dao động cơ cưỡng bức

$$\frac{dA}{d\Omega} = 0$$

Ω	0	$\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$	∞
A	$\frac{H}{m\omega_0^2}$	A_{\max}	0

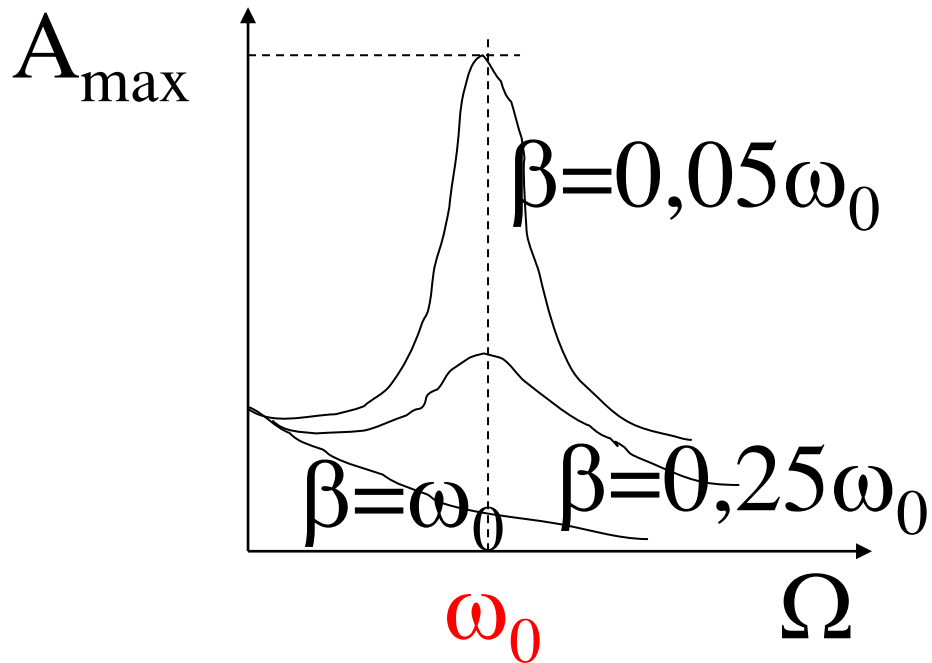
Tần số cộng hưởng: $\Omega = \Omega_{\text{ch}}$ xảy ra cộng hưởng $\rightarrow A = A_{\max}$

$$\Omega_{\text{ch}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

$$A_{\max} = \frac{H}{2\beta m \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

$$\Omega_{\text{ch}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

$$A_{\text{max}} = \frac{H}{2\beta m \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$



• β càng nhỏ hơn ω_0
cộng hưởng càng nhọn

• $\beta=0 \rightarrow \Omega = \omega_0$ cộng
hưởng nhọn

III. Ứng dụng hiện tượng cộng hưởng

Lợi: Dùng lực nhỏ duy trì dao động
Đo tần số dòng điện-tần số kế

☞ Hại: gây phá huỷ -> tránh cộng hưởng

§5. Tổng hợp, phân tích các dao động

Tự đọc

§6. Sóng cơ

I. Sự hình thành sóng cơ trong môi trường chất

1. Định nghĩa

Sự dao động cơ lan truyền trong môi trường đàn hồi được gọi là sóng cơ hay sóng đàn hồi

- Nguồn sóng: Phần tử đầu tiên thực hiện dao động
- Tia sóng: Phương truyền sóng gọi là tia sóng

2. Bản chất của sóng cơ

Khi một phần tử bị kích thích rời khỏi vị trí cân bằng, do tương tác, các phần tử xung quanh tác dụng lực kéo phần tử đó về VTCB, do đó bản thân nó thực hiện 1 dao động. Các phần tử xung quanh do tương tác bị kéo lệch khỏi VTCB nên cũng thực hiện dao động

3. Nhận xét

a) *Muốn có sóng cơ cần có:*

- ✓ Nguồn sóng
- ✓ Môi trường đàn hồi truyền sóng

b) *Các phần tử chỉ dao động quanh VTCB*

c) Năng lượng được truyền đi trong quá trình truyền sóng. *Sóng cơ mang năng lượng*

d) *Sóng cơ không thể lan truyền trong chân không*

II. Các loại sóng cơ

- **Sóng dọc**

Phương dao động của các phần tử môi trường trùng với phương truyền sóng



- **Sóng ngang**

Phương dao động của các phần tử môi trường vuông góc với phương truyền sóng



III. Các đặc trưng của sóng cơ

1. Chu kì T và tần số v: là chu kì và tần số của phần tử dao động trong môi trường

2. Vận tốc truyền sóng: là quãng đường mà sóng truyền đi được trong 1 đơn vị thời gian

a) Vận tốc sóng dọc

$$v = \sqrt{\frac{1}{\alpha \rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

b) Vận tốc sóng ngang

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

α Hệ số đàn hồi

$E = \frac{1}{\alpha}$ Suất Yăng

ρ khối lượng riêng của môi trường

G Môđun trượt

3. Bước sóng λ : là quãng đường mà sóng truyền được trong thời gian 1 chu kì T

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

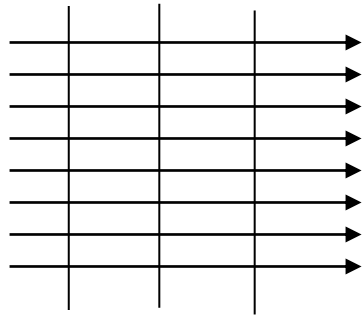
λ là khoảng cách ngắn nhất giữa các điểm có cùng pha

4. Mặt sóng, mặt đầu sóng

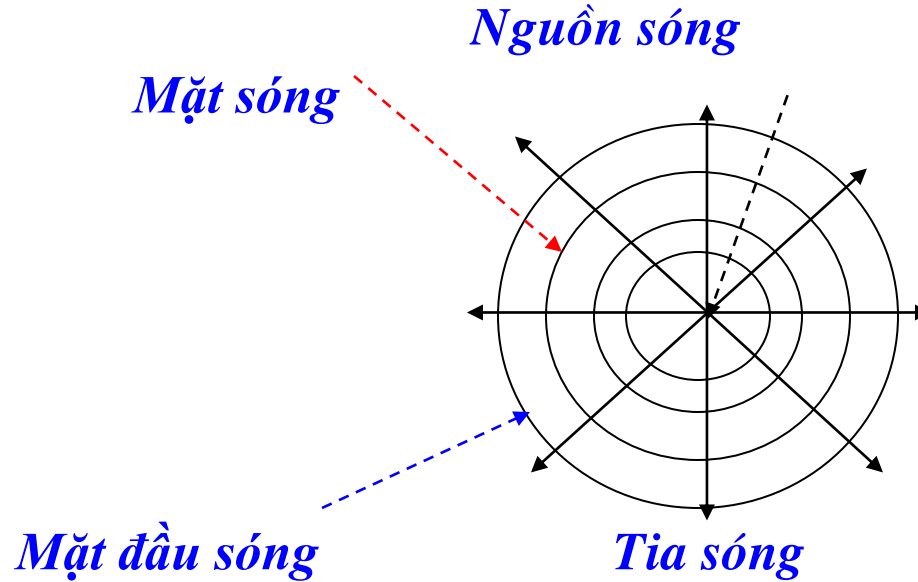
Mặt đầu sóng tại một thời điểm là quỹ tích những điểm mà tại thời điểm đó dao động lan truyền tới

Mặt sóng: quỹ tích những điểm dao động cùng pha:

- **Sóng phẳng**



- **Sóng cầu**



- Ranh giới giữa 2 phần môi trường sóng truyền qua và chưa qua: Mặt đầu sóng

§7. Hàm sóng

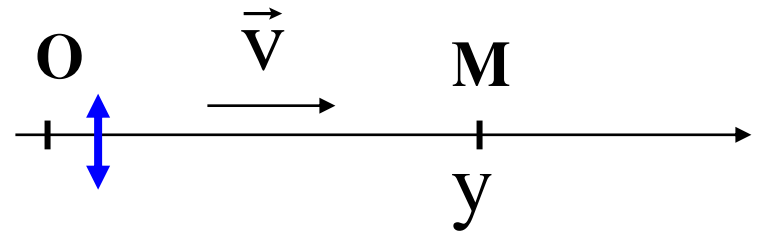
1. Thiết lập

Xét sóng phẳng đơn sắc truyền trong môi trường đồng chất, đẳng hướng theo phương oy , phần tử dao động theo phương ox .
Coi tại O có $\varphi = 0$. Dao động của O theo phương trình:

$$x_0(t) = A \cos(\omega t)$$

Thời gian truyền sóng từ O đến M là $\tau = \frac{y}{v}$

Dao động của điểm M tại thời điểm t sẽ giống hệt dao động của điểm O tại thời điểm $t - \tau$



$$x_M(t) = x_0(t - \tau) = A \cos \omega(t - \tau) = A \cos \omega\left(t - \frac{y}{v}\right)$$

$$x_M(t) = A \cos \omega(t - \tau) = A \cos \omega(t - \frac{y}{v}) \quad (1)$$

Viết (1) dưới dạng khác:

$$x = A \cos \omega(t - \frac{y}{v}) = A \cos \frac{2\pi}{T} (t - \frac{y}{v})$$

$$x = A \cos 2\pi (\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}) = A \cos (\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda})$$

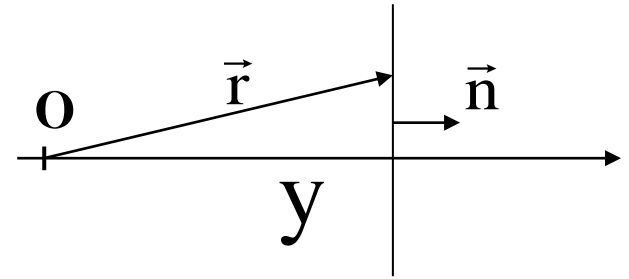
Biểu diễn qua phần thực của số phức

$$x = A \cos (\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda}) = \text{Re} \left\{ A e^{-i(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda})} \right\}$$

Biểu diễn qua véc tơ sóng

$$x = A e^{-i(\omega t - \vec{k} \vec{r})}$$

(1) cho biết độ dời của một phân tử bất kỳ trên phương truyền sóng tại thời điểm t gọi là hàm sóng



$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}$$

$$\vec{k} \vec{r} = \frac{2\pi}{\lambda} y$$

\vec{k} là véc tơ sóng

2. Nhận xét

$$x = A \cos \omega \left(t - \frac{y}{v} \right) = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} \right) \quad (2)$$

- ✓ Từ (2) thấy rõ sự tuần hoàn của hàm sóng
 - *Tuần hoàn theo thời gian đối với 1 điểm trong môi trường truyền sóng: $x(t) = x(t+T)$*
 - *Tuần hoàn theo không gian đối với cùng một thời điểm: $x(y) = x(y+\lambda)$*
- ✓ Nếu sóng truyền theo phương ngược lại thì điểm M dao động trước O ta thay y bằng $-y$, ta có:

$$x = A \cos \omega \left(t + \frac{y}{v} \right) = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{y}{\lambda} \right)$$

- ✓ Với sóng cầu:

$$x = k \frac{A}{y} \cos \omega \left(t - \frac{y}{v} \right)$$

$$x = Ae^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$$

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}$$

Trong không gian ba chiều ta viết được hàm sóng dưới dạng:

Sóng lan truyền từ O ra xa
vô cùng:

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$$

Sóng lan truyền từ vô cùng
về O

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 e^{-i(\omega t + \vec{k}\vec{r})}$$

III. Phương trình sóng

Sóng lan truyền theo phương y

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= -\omega^2 \psi \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} &= -\frac{\omega^2 \psi}{v^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\psi(y, t) = Ae^{-i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} y)} = Ae^{-i\omega(t - \frac{y}{v})}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

Nếu sóng lan truyền trong khắp không gian và tọa độ các điểm dao động được xác định bằng ba trục x, y, z thì phương trình sóng phẳng có dạng $\psi(x, y, z)$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

$$\Delta \psi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

Toán tử Laplatz

$$\Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

§8. Năng lượng của sóng cơ

I. Năng lượng sóng cơ:

Xét năng lượng của sóng cơ trong thể tích δV của môi trường truyền sóng

$$x = A \cos \omega \left(t - \frac{y}{v} \right) = A \cos \left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda} \right)$$

Do có dao động các phần tử môi trường có động năng W_d

Do có liên kết với các phần tử xung quanh \implies có thế năng tương tác. Năng lượng trong thể tích δV là

$$\delta W = \delta W_d + \delta W_t$$

§8. Năng lượng của sóng cơ

I. Năng lượng sóng cơ:

Xét năng lượng của sóng cơ trong thể tích δV của môi trường truyền sóng

$$x = A \cos \omega \left(t - \frac{y}{v} \right) = A \cos \left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda} \right)$$

$$\delta W = \delta W_d + \delta W_t$$

$$u = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin \left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda} \right)$$

$$\delta W_d = \frac{mu^2}{2} = \frac{1}{2} \rho \delta V A^2 \omega^2 \sin^2 \left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda} \right)$$

$m = \delta V \rho$ là khối lượng của các phần tử trong δV

u - Vận tốc dao động của các phần tử

Theo lý thuyết đàn hồi: $\delta W_d = \delta W_t$

$$\delta W = 2\delta W_d = \rho \delta V A^2 \omega^2 \sin^2 \left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda} \right)$$

$$\delta W = \rho \delta V A^2 \omega^2 \sin^2 \left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda} \right)$$

II. Mật độ năng lượng sóng: là phần năng lượng có trong đơn vị thể tích

$$w = \frac{\delta W}{\delta V} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2 \left(\omega t - \frac{2\pi y}{\lambda} \right)$$

• Mật độ năng lượng trung bình trong 1 chu kỳ $\bar{w} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$

III. Năng thông sóng, véc tơ Umôp-Poynting

Năng thông sóng P qua một mặt nào đó trong môi trường là đại lượng về trị số bằng năng lượng sóng gửi qua mặt đó trong 1 đv thời gian: $\mathbf{P} = w \mathbf{Sv}$

- Giá trị trung bình tính trong 1 chu kỳ của năng thông sóng

$$\bar{P} = \bar{w}Sv = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 Sv$$

- Mật độ năng thông sóng trung bình: là năng thông trung bình gửi qua một đơn vị diện tích

$$\bar{\Phi} = \frac{\bar{P}}{S} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 v = \bar{w}v$$

véc tơ Umôp-Poynting $\vec{\Phi} = \bar{w}\vec{v}$