

Tuần 2: Tích phân kép

1. Đổi thứ tự lấy tích phân của các tích phân sau

$$(a) \int_0^1 dx \int_0^{-x} f(x, y) dy$$

$$(c) \int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy$$

$$(e)^* \int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4+x^2}} f(x, y) dy$$

$$(b) \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_x^{2-x^2} f(x, y) dy$$

$$(d) \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_{\sin x}^{1+x^2} f(x, y) dy$$

$$(f)^* \int_0^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$$

2. Tính các tích phân sau

$$(a) \int_0^1 dx \int_{x^2}^1 x e^{y^2} dy$$

$$(c)^* \int_{-1}^{\ln 2} dx \int_{e^x}^2 y^y dy$$

$$(b) \int_0^1 dx \int_0^{1-x^2} \frac{x e^{3y}}{1-y} dy$$

$$(d)^* \int_0^1 dx \int_0^2 e^{\max\{4x^2, y^2\}} dy$$

3. Tính các tích phân kép sau

(Từ câu (a) tới câu (f), sử dụng phương pháp tính thông thường, có thể chia miền để tính nếu cần)

$$(a) \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$$

$$D : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x, y \leq 1\}$$

$$(b) \iint_D x^2 y^2 dx dy$$

D là miền giới hạn bởi $\triangle OAB$ với $O(0, 0)$, $A(2, 0)$, $B(0, 2)$

$$(c) \iint_D (x + y) dx dy$$

$$D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 1 \end{cases}$$

$$(d) \iint_D |x + y| dx dy$$

$$D : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$$

$$(e) \iint_D \sqrt{|y - x^2|} dx dy$$

$$D : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$$

$$(f) \iint_D x dx dy$$

$$D : (x - 1)^2 + y^2 \leq 1$$

(Từ câu (g) tới câu (l), sử dụng phép đổi biến trong tọa độ cực)

$$(g) \iint_D |x^2 - y^2| dx dy$$

$$D : x^2 + y^2 \leq 4$$

$$(h) \iint_D \frac{xy^2}{x^2 + y^2} dx dy \quad D : \begin{cases} 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$(i) \iint_D \arccos \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy \quad D : \begin{cases} 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9 \\ 0 \leq y \leq x \end{cases}$$

$$(j) \iint_D (x + 2y) dx dy \quad D : \begin{cases} x \leq x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 \leq y \leq x \end{cases}$$

$$(k) \iint_D |xy| dx dy \quad D : \begin{cases} (x^2 + y^2)^2 \leq 8xy \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$(l)^* \iint_D \left| x^2 + y^2 - \frac{x+y}{\sqrt{2}} \right| dx dy \quad D : x^2 + y^2 \leq 1$$

Từ câu (m) tới câu (p), sử dụng phép đổi biến thích hợp

$$(m) \iint_D \frac{\ln x - \ln y}{xy} dx dy \quad D : \begin{cases} 1 \leq xy \leq 4 \\ x \leq y \leq 4x \end{cases}$$

$$(n) \iint_D \left(\frac{2x^3 + y^3}{xy} \right)^2 dx dy \quad D : \begin{cases} y \leq x^2 \leq 2y \\ x \leq y^2 \leq 2x \end{cases}$$

$$(o) \iint_D |x^2 + y| dx dy \quad D : |x^2 - y| + |x| \leq 1$$

$$(p)^* \iint_D (x^2 - y^2) dx dy \quad D : x^2 + y^2 - xy \leq 1$$

CLB HỖ TRỢ HỌC TẬP