

ĐỀ 1 ĐỀ THI GIỮA KỲ MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Mã môn: MI2020 Học kỳ: 20182

(Thời gian làm bài: 60 phút)

Câu 1. Lai hai giống hoa ly màu hồng và màu vàng thuần chủng, các cây con ở thế hệ F₁ có thể cho hoa màu trắng, vàng, hồng theo tỷ lệ 1:1:2. Lấy 5 hạt giống thế hệ F₁ mang gieo và được 5 cây hoa. Tính xác suất trong 5 cây hoa đó:

- a. Có cây cho hoa màu hồng.
- b. Có cây cho hoa màu vàng, biết rằng có cây cho hoa màu hồng.

Câu 2. Một kỹ sư nông nghiệp có một hộp đựng hạt giống (trong đó có 6 hạt loại một, 6 hạt loại hai). Biết rằng hôm trước anh ta đã gieo 3 hạt và hôm sau lấy tiếp 3 hạt để gieo. Hãy tính xác suất để trong 3 hạt giống hôm sau có 2 hạt loại một và 1 hạt loại hai.

Câu 3. Tuổi thọ của một loại bóng đèn là biến ngẫu nhiên $X(\text{năm})$ có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2(4-x) & x \in [0;4] \\ 0 & x \notin [0;4] \end{cases}.$$

- a. Tìm k và tính $P(X < 2)$.
- b. Xác định $E(X)$ và $\text{mod}(X)$.

Câu 4. Tại một điểm bán vé máy bay, trung bình trong 10 phút có 4 người đến mua vé.

- a. Tính xác suất để trong vòng 10 phút có 7 người đến mua vé.
- b. Biết rằng trong vòng 10 phút có người đến mua vé, tính xác suất có đúng 7 người đến mua vé.

Đề 1**ĐÁP ÁN ĐỀ THI GIỮA KỲ XÁC SUẤT THỐNG KÊ
KỶ 20182****Câu 1. (2,5đ)**

a. A : “Có cây cho hoa màu hồng”, $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ (0,5đ)

$$= 1 - 0,5^5 = 0,96875 \quad (0,5đ)$$

b. B : “Có cây cho hoa màu vàng”, $P(B | A) = P(AB) / P(A)$ (0,5đ)

$$P(AB) = 1 - P(\bar{A} + \bar{B}) = 1 - [P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A}\bar{B})] = 1 - [0,5^5 + 0,75^5 - 0,25^5] = 0,73242 \quad (0,5đ)$$

$$\text{Vậy } P(B | A) = P(AB) / P(A) = 0,73242 / 0,96875 = 0,756 \quad (0,5đ)$$

Câu 2. (2,5đ) A_i : “Trong 3 hạt gieo ngày hôm trước có i hạt loại 1”, $i = 0, 1, 2, 3$.

H : “Trong 3 hạt gieo ngày hôm sau có 2 hạt loại một và 1 hạt loại hai” (0,5đ)

$$P(A_0) = \frac{C_6^3}{C_{12}^3} \quad P(A_1) = \frac{C_6^1 C_6^2}{C_{12}^3} \quad P(A_2) = \frac{C_6^2 C_6^1}{C_{12}^3} \quad P(A_3) = \frac{C_6^3}{C_{12}^3} \quad (0,5đ)$$

$$P(H | A_0) = \frac{C_6^2 C_3^1}{C_9^3} \quad P(H | A_1) = \frac{C_5^2 C_4^1}{C_9^3} \quad P(H | A_2) = \frac{C_4^2 C_5^1}{C_9^3} \quad P(H | A_3) = \frac{C_3^2 C_6^1}{C_9^3} \quad (0,5đ)$$

$$P(H) = \sum_{i=0}^3 P(A_i) P(H | A_i) \quad (0,5đ)$$

$$= 0,4091 \quad (0,5đ)$$

Câu 3. (2,5đ)

a. $1 = \int_0^4 kx^2(4-x)dx = k \cdot 64 / 3 \Rightarrow k = 3 / 64$ (0,5đ)

$P(X < 2) = \int_0^2 \frac{3}{64} x^2(4-x)dx = \frac{15}{48} = 0.3125$ (0,5đ)

b. $E(X) = \int_0^4 \frac{3}{64} x^3(4-x)dx$ (0,5đ)
 $= \frac{12}{5} = 2,4$ (0,5đ)

Xét $x \in [0; 4] \Rightarrow f(x) = \frac{3}{64} x^2(4-x) \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{64} (8x - 3x^2)$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0 ; x = 8/3$

Chỉ có $x = 8/3$ làm cho hàm $f(x)$ đạt cực đại nên $\text{mod}(X) = 8/3$ (0,5đ)

Câu 4. (2,5đ) Gọi X là số người đến mua vé trong vòng 10 phút, $X \sim P(\lambda)$ $\lambda = 4$. (0,5đ)

a. $P(X = 7) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^7}{7!} = 0,05654$ (0,5đ)

b. $P(X = 7 | X \geq 1) = \frac{P(X = 7)}{P(X \geq 1)}$ (0,5đ)

$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - e^{-\lambda} = 0,98168$ (0,5đ)

$P(X = 7 | X \geq 1) = \frac{0,05954}{0,98168} = 0,06065$ (0,5đ)

ĐỀ THI GIỮA KÌ MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ - Học kì 20183

Mã môn học: MI2020. Thời gian: 60 phút

Câu 1. (2,5 điểm) Có 3 tiêu chí phổ biến A, B, C cho việc chọn một chiếc xe hơi mới tương ứng là hộp số tự động, động cơ và điều hòa nhiệt độ. Dựa trên dữ liệu bán hàng trước đó ta có $P(A) = P(B) = P(C) = 0,7, P(A+B) = 0,8, P(A+C) = 0,9, P(B+C) = 0,85$ và $P(A+B+C) = 0,95$. Tính xác suất:

- (a) Người mua chọn cả ba tiêu chí.
- (b) Người mua chọn chính xác một trong ba tiêu chí.

Câu 2. (2,5 điểm) Có hai lô hàng: lô I có 7 chính phẩm 3 phế phẩm; lô II có 8 chính phẩm 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng ra 1 sản phẩm.

- (a) Tính xác suất để cả 2 sản phẩm lấy ra đều là phế phẩm.
- (b) Số sản phẩm còn lại trong hai lô hàng dồn vào thành một lô, ký hiệu là lô III. Từ lô III lấy ngẫu nhiên ra 2 sản phẩm. Tính xác suất để 2 sản phẩm lấy ra từ lô III là phế phẩm.

Câu 3. (2,5 điểm) Biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & \text{khí } x > 0, \\ 0, & \text{khí } x \leq 0. \end{cases}$$

- (a) Tính $P(X \geq 5)$.
- (b) Xác định hàm phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên $Y = -2X + 5$.

Câu 4. (2,5 điểm) Có 10 máy sản xuất sản phẩm (độc lập nhau), mỗi máy sản xuất ra 2% phế phẩm.

- (a) Từ mỗi máy sản xuất lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Hỏi xác suất lấy được nhiều nhất 2 phế phẩm trong 10 sản phẩm này là bao nhiêu?
- (b) Trung bình có bao nhiêu sản phẩm được sản xuất bởi máy đầu tiên trước khi nó tạo ra phế phẩm đầu tiên (giả sử các sản phẩm sản xuất ra là độc lập)?

Chú ý: (a) Thí sinh không được sử dụng tài liệu. (b) Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi.

ĐỀ THI GIỮA KÌ MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ - Học kì 20183

Mã môn học: MI2020. Thời gian: 60 phút

Câu 1. (2,5 điểm) Có 3 tiêu chí phổ biến A, B, C cho việc chọn một chiếc xe hơi mới tương ứng là hộp số tự động, động cơ và điều hòa nhiệt độ. Dựa trên dữ liệu bán hàng trước đó ta có $P(A) = P(B) = P(C) = 0,75, P(A+B) = P(B+C) = 0,85, P(A+C) = 0,9$ và $P(A+B+C) = 0,95$. Tính xác suất:

- (a) Người mua chọn cả ba tiêu chí.
- (b) Người mua chọn chính xác một trong ba tiêu chí.

Câu 2. (2,5 điểm) Có hai lô hàng: lô I có 7 chính phẩm 3 phế phẩm; lô II có 8 chính phẩm 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi lô hàng ra 1 sản phẩm.

- (a) Tính xác suất để cả 2 sản phẩm lấy ra đều là chính phẩm.
- (b) Số sản phẩm còn lại trong hai lô hàng dồn vào thành một lô, ký hiệu là lô III. Từ lô III lấy ngẫu nhiên ra 2 sản phẩm. Tính xác suất để 2 sản phẩm lấy ra từ lô III là chính phẩm.

Câu 3. (2,5 điểm) Biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & \text{khí } x > 0, \\ 0, & \text{khí } x \leq 0. \end{cases}$$

- (a) Tính $P(X \geq 7)$.
- (b) Xác định hàm phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên $Y = -3X + 7$.

Câu 4. (2,5 điểm) Có 20 máy sản xuất sản phẩm (độc lập nhau), mỗi máy sản xuất ra 1% phế phẩm.

- (a) Từ mỗi máy sản xuất lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Hỏi xác suất lấy được nhiều nhất 2 phế phẩm trong 20 sản phẩm này là bao nhiêu?
- (b) Trung bình có bao nhiêu sản phẩm được sản xuất bởi máy đầu tiên trước khi nó tạo ra phế phẩm đầu tiên (giả sử các sản phẩm sản xuất ra là độc lập)?

Chú ý: (a) Thí sinh không được sử dụng tài liệu. (b) Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi.

TÓM TẮT ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM ĐỀ THI GIỮA KÌ

Môn Xác suất thống kê - Học kì 20183. Mã học phần: MI2020

1(a) (*) $P(ABC) = P(A + B + C) - P(A) - P(B) - P(C) + P(AB) + P(AC) + P(BC);$

(*) $P(AB) = 0,6; P(AC) = 0,5; P(BC) = 0,55;$

(*) $P(ABC) = 0,5.$

1(b) (*) $P(\overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C}) = 3P(A + B + C) - P(B + C) - P(A + C) - P(A + B)$

(*) $= 0,3.$

2(a) (*) A_1, A_2 : "sản phẩm lấy ra từ lô I, II là chính phẩm"; A : "cả hai sản phẩm lấy ra là phế phẩm". $A = \overline{A_1}\overline{A_2}.$

(*) $P(A) = P(\overline{A_1})P(\overline{A_2}) = 0,06.$

2(b) (*) B : "cả hai sản phẩm lấy ra từ lô III là phế phẩm"; $A_1A_2, A_1\overline{A_2}, \overline{A_1}A_2, \overline{A_1}\overline{A_2}$ lập thành hệ đầy đủ; $B = B(A_1A_2 + A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2 + \overline{A_1}\overline{A_2}).$

(*) $P(B) = P(A_1A_2)P(B|A_1A_2) + P(A_1\overline{A_2})P(B|A_1\overline{A_2}) + P(\overline{A_1}A_2)P(B|\overline{A_1}A_2) + P(\overline{A_1}\overline{A_2})P(B|\overline{A_1}\overline{A_2}).$

(*) $P(B) = \frac{56}{100} \times \frac{10}{153} + \frac{14}{100} \times \frac{6}{153} + \frac{24}{100} \times \frac{6}{153} + \frac{6}{100} \times \frac{3}{153} \simeq 0,0527.$

3(a) (*) $P(X \geq 5) = \int_5^{+\infty} e^{-x} dx;$

(*) $= e^{-5}.$

3(b) (*) $F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{nếu } x \leq 0, \\ 1 - e^{-x}, & \text{nếu } x > 0. \end{cases}$

(*) $F_Y(x) = P(-2X + 5 < x) = P\left(X > \frac{5-x}{2}\right) = 1 - F_X\left(\frac{5-x}{2}\right).$

(*) $F_Y(x) = \begin{cases} e^{\frac{x-5}{2}}, & \text{nếu } x < 5, \\ 1, & \text{nếu } x \geq 5. \end{cases}$

4(a) (*) Gọi X là số phế phẩm trong 10 sản phẩm lấy ra. $X \sim B(10; 0,02).$

(*) $P(Y \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2);$

(*) $= C_{10}^0(0,02)^0(0,98)^{10} + C_{10}^1(0,02)^1(0,98)^9 + C_{10}^2(0,02)^2(0,98)^8 \simeq 0,9991.$

4(b) (*) Gọi Y là "số sản phẩm được sản xuất bởi máy đầu tiên trước khi nó tạo ra phế phẩm đầu tiên". Y là biến ngẫu nhiên rời rạc, nhận các giá trị $0, 1, 2, \dots, n, \dots$
 $P(Y = 0) = 0,02; P(Y = 1) = 0,98 \times 0,02; \dots; P(Y = n) = (0,98)^n \times (0,02).$

(*) $p = 0,98 < 1, E(Y) = \sum_{n=0}^{\infty} nP(Y = n) = \sum_{n=0}^{\infty} np^n(1-p) = \frac{p}{(1-p)} = \frac{0,98}{0,02} = 49.$

Chú thích: Mỗi dấu (*) là 0,5 điểm. Lời giải đúng, khác đáp án được điểm tối đa.

TÓM TẮT ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM ĐỀ THI GIỮA KÌ

Môn Xác suất thống kê - Học kỳ 20183. Mã học phần: MI2020

1(a) (*) $P(ABC) = P(A + B + C) - P(A) - P(B) - P(C) + P(AB) + P(AC) + P(BC);$

(*) $P(AB) = 0,65; P(AC) = 0,6; P(BC) = 0,65;$

(*) $P(ABC) = 0,6.$

1(b) (*) $P(\overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C}) = 3P(A + B + C) - P(B + C) - P(A + C) - P(A + B)$

(*) $= 0,25.$

2(a) (*) A_1, A_2 : "sản phẩm lấy ra từ lô I, II là chính phẩm"; A : "cả hai sản phẩm lấy ra là chính phẩm". $A = A_1A_2.$

(*) $P(A) = P(A_1)P(A_2) = 0,56.$

2(b) (*) B : "cả hai sản phẩm lấy ra từ lô III là chính phẩm"; $A_1A_2, A_1\overline{A}_2, \overline{A}_1A_2, \overline{A}_1\overline{A}_2$ lập thành hệ đầy đủ; $B = B(A_1A_2 + A_1\overline{A}_2 + \overline{A}_1A_2 + \overline{A}_1\overline{A}_2).$

(*) $P(B) = P(A_1A_2)P(B|A_1A_2) + P(A_1\overline{A}_2)P(B|A_1\overline{A}_2) + P(\overline{A}_1A_2)P(B|\overline{A}_1A_2) + P(\overline{A}_1\overline{A}_2)P(B|\overline{A}_1\overline{A}_2).$

(*) $P(B) = \frac{56}{100} \times \frac{78}{153} + \frac{14}{100} \times \frac{91}{153} + \frac{24}{100} \times \frac{91}{153} + \frac{6}{100} \times \frac{105}{153} \simeq 0,5527.$

3(a) (*) $P(X \geq 7) = \int_7^{+\infty} e^{-x} dx;$

(*) $= e^{-7}.$

3(b) (*) $F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{nếu } x \leq 0, \\ 1 - e^{-x}, & \text{nếu } x > 0. \end{cases}$

(*) $F_Y(x) = P(-3X + 7 < x) = P\left(X > \frac{7-x}{3}\right) = 1 - F_X\left(\frac{7-x}{3}\right);$

(*) $F_Y(x) = \begin{cases} e^{\frac{x-7}{3}}, & \text{nếu } x < 7, \\ 1, & \text{nếu } x \geq 7. \end{cases}$

4(a) (*) Gọi X là số phế phẩm trong 20 sản phẩm lấy ra. $X \sim B(20; 0,01).$

(*) $P(Y \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2);$

(*) $= C_{20}^0(0,01)^0(0,99)^{20} + C_{20}^1(0,01)^1(0,99)^{19} + C_{20}^2(0,01)^2(0,99)^{18} \simeq 0,999.$

4(b) (*) Gọi Y là "số sản phẩm được sản xuất bởi máy đầu tiên trước khi nó tạo ra phế phẩm đầu tiên". Y là biến ngẫu nhiên rời rạc, nhận các giá trị $0, 1, 2, \dots, n, \dots$. $P(Y = 0) = 0,01; P(Y = 1) = 0,99 \times 0,01; \dots; P(Y = n) = (0,99)^n \times (0,01).$

(*) $p = 0,99 < 1, E(Y) = \sum_{n=0}^{\infty} nP(Y = n) = \sum_{n=0}^{\infty} np^n(1-p) = \frac{p}{(1-p)} = \frac{0,99}{0,01} = 99.$

Chú thích: Mỗi dấu (*) là 0,5 điểm. Lời giải đúng, khác đáp án được điểm tối đa.