

Chú ý: Đề nghị sinh viên ghi rõ các thông tin sau và Nộp lại đề thi

Họ và tên sinh viên:

Lớp:

Ngày - tháng - năm sinh:

Đề 2 - Thi cuối kỳ: MI3052 Nhập môn các Phương pháp Tối ưu - HK20191

(Thời gian làm bài: 90 phút)

(Không sử dụng tài liệu và điện thoại di động trong phòng thi)

Kí hiệu: $\beta :=$ ngày sinh và $\alpha :=$ tháng sinh của em.

1. Cho bài toán qui hoạch tuyến tính (P_1) sau đây

$$\begin{aligned} \min \quad & h(x) = 8x_1 + 3x_2 + 6x_3 \\ \text{v.đ.k.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 \geq -6 \\ & x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 12 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

- i) Bài toán (P_1) có nghiệm tối ưu không?
- ii) Viết bài toán đối ngẫu (D_1) của bài toán (P_1) ;
- iii) Giải bài toán (D_1) bằng thuật toán đơn hình.
- iv) Điểm $x^* = (0, 0, 6)^T$ có phải là nghiệm tối ưu của bài toán (P_1) không?

2. Xét bài toán

$$\min k(x) = \frac{1}{2}x^T Ax - b^T x + \beta \quad \text{v.đ.k.} \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad (P_2)$$

trong đó A là ma trận cấp $n \times n$, đối xứng xác định dương, không suy biến và véc tơ $b \in \mathbb{R}^n$. Chứng minh rằng nếu x^* là nghiệm của hệ phương trình

$$Ax = b$$

thì x^* là nghiệm tối ưu của bài toán (P_2) .

3. Cho $x^1 = (\alpha^T, 0)$ và $x^2 = (0, -\alpha)^T$. Xét bài toán

$$\min f(x) = (x_1 - 15)^2 + x_2^2 + \beta \quad \text{v.đ.k} \quad x \in M, \quad (P_3)$$

trong đó

$$M = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 \leq \alpha^2, x_1 + x_2 \leq \alpha\}.$$

- i) Định nghĩa nghiệm tối ưu địa phương của bài toán (P_3) .
- ii) Phát biểu điều kiện cần của nghiệm tối ưu địa phương của bài toán (P_3) . Đó có phải điều kiện đủ không? Vì sao?
- iii) Sử dụng phương pháp nhân tử Lagrange, kiểm tra x^1 và x^2 có phải là nghiệm của bài toán (P_3) không?
- iv) Véc tơ $d = x^1 - x^2$ có phải là hướng giảm chấp nhận được của bài toán (P_3) tại x^2 không?