

ĐỀ THI THỬ GIỮA KÌ MÔN GIẢI TÍCH 3 - Học kì 20222

Nhóm ngành: CTTT

Thời gian làm bài: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi.

Câu 1. [3đ] Xét sự hội tụ, phân kỳ của các chuỗi số sau:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\cos \frac{1}{n} \right)$ b) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{(\ln n)^n}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^2 + \sqrt{n} + 1}{5n^2 + \sin n} \right)^{n \ln n}$

Câu 2. [2đ] Tìm miền hội tụ của các chuỗi hàm số sau:

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+2}{n(n-1)} \left(\frac{2x+1}{1-x} \right)^n$ b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n - \ln x)^p}$

Câu 3. [3đ] Giải các phương trình vi phân sau:

a) $\frac{dx}{x} - \frac{dy}{x+y-3} = 0$
b) $(x^2 + 1).y' + y = x^2 + x + 1$
c) $(x^2 + 3 \ln y) y dx = x dy$

Câu 4. [1đ]. Tìm khai triển Fourier của hàm số tuần hoàn với chu kì 1 được xác định như sau

$$f(x) = \min\{x, 1-x\} \forall x \in [0; 1]$$

Câu 5. [1đ]. Giả sử $\{a_n\}_{n=1}^{+\infty}$ là dãy số dương và $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ hội tụ. Chứng minh rằng chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^{\frac{n-1}{n}}$ cũng hội tụ.

————— Chúc các bạn hoàn thành tốt bài thi —————

MIDTERM MOCK EXAM OF CALCULUS 3 - Semester 2022.2

Duration: 60 minutes

Note: Candidates are not allowed to use materials and the proctor must sign to confirm the exam code on the test assignment.

Q1. [3p] Test for convergence of the following series:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\cos \frac{1}{n} \right)$ b) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{(\ln n)^n}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^2 + \sqrt{n} + 1}{5n^2 + \sin n} \right)^{n \ln n}$

Q2. [2p] Find the domain of convergence of the series of functions:

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+2}{n(n-1)} \left(\frac{2x+1}{1-x} \right)^n$ b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n - \ln x)^p}$

Q3. [3p] Solve the problem:

a) $\frac{dx}{x} - \frac{dy}{x+y-3} = 0$
b) $(x^2 + 1) \cdot y' + y = x^2 + x + 1$
c) $(x^2 + 3 \ln y) y dx = x dy$

Q4. [1p] Find the Fourier transform of the function with period $T = 1$

$$f(x) = \min\{x, 1-x\} \quad \forall x \in [0; 1]$$

Q5. [1p] Assume that $\{a_n\}_{n=1}^{+\infty}$ is a positive series and $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ is convergent.

Prove that series $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^{\frac{n-1}{n}}$ is convergent.

————— *Good luck with your exam* —————