ĐỀ THI THỬ GIẢI TÍCH I - MI1112

Các câu hỏi có một đáp án đúng

Bài 1. Xác định tập giá trị của $\arctan\sqrt{x}$.

$[0,+\infty) \xrightarrow[\sqrt{x}]{} [0,+\infty) \xrightarrow[\arctan]{} [0,\frac{\pi}{2})$

A. $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$.

B. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

C. $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right]$.

D. $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$.

Bài 2. Tính $\operatorname{arccot}\left(\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

$\operatorname{arccot}(\tan(\frac{-\pi}{4})) = \operatorname{arccot}(-1) = \frac{3\pi}{4}$

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{-\pi}{4}$.

C. $\frac{3\pi}{4}$.

D. Không xác định.

Bài 3. Tìm giá trị $a \in \mathbb{R}$ trong số các giá trị dưới đây để hàm số $y = \begin{cases} e^{\frac{1}{ax}}, x < 0, \\ \cos x - 1, x \geq 0 \end{cases}$ là liên tục tại $x = 0$.

$\lim\limits_{x\to 0^-} e^{\frac{1}{ax}} = \begin{cases} 0 & a>0 \\ +\infty & a<0 \end{cases}$

Vậy khi $a=1$, $\lim\limits_{x\to 0^-} e^{\frac{1}{x}} = 0 = \lim\limits_{x\to 0^+}(\cos x - 1)$

A. $a = 0$.

B. $a = 1$.

C. $a = -1$.

D. Hàm số đã cho luôn liên tục tại $x = 0$.

Bài 4. Xét $\alpha(x) = \sin^2 x + e^x - \cos x$. Hàm số nào trong số các hàm số dưới đây là vô cùng bé bậc cao hơn $\alpha(x)$ khi $x \to 0^+$.

$\alpha = \underbrace{\sin^2 x}_{\alpha_1} + \underbrace{e^x - 1}_{\alpha_2} + \underbrace{1 - \cos x}_{\alpha_3}$

$\alpha_2 \sim x$

$\alpha_1 + \alpha_3 = \sin^2 x + 1 - \cos x$ cùng bậc với x^2

$\Rightarrow \alpha_1 + \alpha_3 = o(x) \Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \sim x$

A. $y = \sin^2 x$.

B. $y = \sin x$. $\sim \alpha$

C. $y = \cos x$.

D. $y = \cos^2 x$.

K° là VCB

Bài 5. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 \arctan\frac{1}{x}, x \neq 0, \\ 0, x = 0 \end{cases}$. Tính đạo hàm trái $f'_-(0)$ của $f(x)$.

$f'_-(0) = \lim\limits_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x} = \lim\limits_{x\to 0^-} \frac{x^2\arctan\frac{1}{x}}{x} = \lim\limits_{x\to 0^-} x\arctan\frac{1}{x} = 0$

Kẹp

A. Hàm số đã cho không có đạo hàm trái.

B. $f'_-(0) = 0$.

C. $f'_-(0) = \frac{\pi}{2}$.

D. $f'_-(0) = \frac{-\pi}{2}$.

Bài 6. Chu kì của hàm số $y = \sin 2x + \cos 3x$ là

A. 2π.

B. 3π.

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{3}$.

Bài 7. Đạo hàm cấp n của hàm số $y = \ln(1+x)$ bằng

A. $y^{(n)}(x) = (-1)^{n-1}\dfrac{x^n}{n}, n \geq 1.$

B. $y^{(n)}(x) = (-1)^{n}\dfrac{x^n}{n}, n \geq 1.$

C. $y^{(n)}(x) = (-1)^{n-1}\dfrac{(n-1)!}{(1+x)^n}, n \geq 1.$

D. $y^{(n)}(x) = (-1)^{n}\dfrac{(n-1)!}{(1+x)^n}, n \geq 1.$

$y' = \dfrac{1}{1+x} = (1+x)^{-1}$

$y'' = (-1)(1+x)^{-2}$

$y''' = (-1)(-2)(1+x)^{-3}$

$y^{(4)} = (-1).(-2).(-3)(1+x)^{-4}$

$\Rightarrow y^{(n)} = (-1)^{n-1}(n-1)!(1+x)^{n}$

Bài 8. Biết $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - a - bx}{x^2}$ tồn tại và hữu hạn. Tính $a+b$?

A. $a+b=1.$

B. $a+b=2.$

C. $a+b=3.$

D. $a+b=4.$

$e^x = 1 + x + \dfrac{x^2}{2} + o(x^2)$

$\Rightarrow \dfrac{e^x - a - bx}{x^2} = \dfrac{1-a+x-bx}{x^2} + \dfrac{1}{2} + \dfrac{o(x^2)}{x^2}$ có gh hữu hạn $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 = a \\ b = 1 \end{cases}$

Vậy $a+b=2$

Các câu hỏi có nhiều đáp án đúng

Bài 9. Xác định tất cả các hàm số là vô cùng bé khi $x \to 0^{+}$ trong các hàm số cho dưới đây?

A. $y = \sin x^2.$

B. $y = \cos x^2.$

C. $y = e^{x^2}.$

D. $y = \ln x.$

E. $y = x\ln x.$

F. $y = \tan x^2.$

$\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln x = \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\ln x}{\frac{1}{x}} \overset{L}{\underset{\frac{\infty}{\infty}}{=}} \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim x = 0$

Bài 10. Cho $f(x)$ là một hàm số thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x} = 2$. Mệnh đề nào sau đây chắc chắn đúng?

$f(x)$ có thể k xác định tại $x=0$. VD $f(x) = 2xe^{-\frac{1}{x^2}}$ thỏa mãn $\dfrac{f(x)}{x} = 2e^{-\frac{1}{x^2}} \xrightarrow[x\to 0]{} 2$

A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

B. Hàm số $f(x)$ là một vô cùng bé khi $x \to 0$.

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} x.\dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to 0} x . \lim \dfrac{f(x)}{x} = 0.$

C. Hàm số $f(x)$ là một vô cùng lớn khi $x \to 0$.

C sai do B đúng

D. Nếu $f(0) = 0$ thì hàm số $f(x)$ khả vi tại $x = 0$.

Nếu $f(0)=0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x} = 2 \Rightarrow f$ là kv tại $x=0$, $f'(0)=2$

Bài 11. Xác định tất cả các hàm trong các hàm số dưới đây có nhiều hơn hai điểm gián đoạn.

A. $y = \tan x.$

B. $y = \arctan x.$

C. $y = \dfrac{\sin x}{x}.$

D. $y = \dfrac{x}{\sin x}.$

E. $y = \cot x.$

F. $y = \operatorname{arccot} x.$

Bài 12. Xác định tất cả các hàm trong các hàm số dưới dây là hàm lồi trên khoảng $(0;3)$.

A. $y = x^3.$ $y'' = 6x > 0 \ \forall x \in (0,3)$

B. $y = x^4.$ $y'' = 12x^2 > 0 \ \forall x \in (0,3)$

C. $y = \sin x.$ $y'' = -\sin x < 0$ với $x \in (0, \frac{\pi}{2}) \subset (0,3)$

D. $y = \sin x^2.$

E. $y = \cos x.$

F. $y = -\ln x.$ $y'' = \dfrac{1}{x^2} > 0 \ \forall x \in (0,3)$

Các câu hỏi tự luận

Bài 13. Tính khai triển Taylor cấp 3 của $\sin x$ tại $x = 2$.

Bài 14. Tìm cực trị hàm số $y = \ln(1+x) + x^2 - 2x$.

Bài 15. Cho hàm $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ là hàm khả vi liên tục thỏa mãn $f(0) = f(1) = 0$. Chứng minh tồn tại $c \in (0;1)$ để $f(c) = 2f'(c)$.

(13) $\sin x = \sin 2 + \cos 2 (x-2) - \frac{\sin 2}{2}(x-2)^2 - \frac{\cos 2}{3!}(x-2)^3 + o((x-2)^3)$

(14) $y = \ln(1+x) + x^2 - 2x$

$D_y = (-1, +\infty)$

$y' = \frac{1}{1+x} + 2x - 2 = \frac{1 + 2(x-1)(1+x)}{1+x} = \frac{2x^2-1}{1+x}$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

x	-1		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
y'	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$\|\|$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

$\Rightarrow y$ đạt CĐ tại $x = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ $y\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) = \ln\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{2} + \sqrt{2}$

— CT tại $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $y\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \ln\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{2} - \sqrt{2}$

(15) Xét $g(x) = e^{-\frac{1}{2}x} f(x) \Rightarrow g(x)$ là kv, liên tục

$g(0) = g(1) = 0 \Rightarrow \exists c \in (0,1)$ sao cho $g'(c) = 0$

$g'(x) = -\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x} f(x) + e^{-\frac{1}{2}x} \cdot f'(x)$. Vậy $g'(c) = 0 \Rightarrow e^{-\frac{1}{2}c}\left(-\frac{1}{2} f(c) + f'(c)\right) = 0$

$\Rightarrow f(c) = 2f'(c)$.