

ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20181

Mã HP: MI1111, Nhóm ngành 1, Thời gian: 90 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sin x}{x - \arctan x}$.

Câu 2. Cho $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$. Tính đạo hàm cấp cao $f^{(50)}(x)$.

Câu 3. Tính tích phân $\int_0^5 \sqrt{|x^2 - 9|} dx$.

Câu 4. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3 \sin x + 4 \cos x}{4 \sin x + 3 \cos x} dx$.

Câu 5. Tính giới hạn $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin^3 x}{\sin^2 x + \sin^2 y}$.

Câu 6. Chỉ số Shannon đo lường mức độ đa dạng của một hệ sinh thái, trong trường hợp hai loài, được xác định theo công thức

$$H = -x \ln x - y \ln y,$$

ở đó x, y là tỉ lệ các loài, thỏa mãn $\begin{cases} x > 0, y > 0, \\ x + y = 1. \end{cases}$

Tìm giá trị lớn nhất của H .

Câu 7. Chứng minh rằng $\cos x \leq 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}, \forall x \in (0, \frac{\pi}{2})$.

Câu 8. Cho $z = f(x, y)$ là hàm số ẩn xác định bởi phương trình $z - xe^{\frac{z}{y}} = 0$. Ứng dụng vi phân, tính gần đúng $f(0, 02; 0, 99)$.

Câu 9. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n-1)!}{(n-1)!}} \right)$.

Câu 10. Xét sự hội tụ, phân kì của tích phân suy rộng

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+2x)}{x\sqrt{x}} dx.$$

Mỗi câu 1 điểm

ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20181

Mã HP: MI1111, Nhóm ngành 1, Thời gian: 90 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \cos x}{x - \operatorname{arccot} x}$.

Câu 2. Cho $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$. Tính đạo hàm cấp cao $f^{(50)}(x)$.

Câu 3. Tính tích phân $\int_0^5 \sqrt{|x^2 - 16|} dx$.

Câu 4. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{5 \sin x + 6 \cos x}{6 \sin x + 5 \cos x} dx$.

Câu 5. Tính giới hạn $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin^3 y}{\sin^2 x + \sin^2 y}$.

Câu 6. Chỉ số Shannon đo lường mức độ đa dạng của một hệ sinh thái, trong trường hợp hai loài, được xác định theo công thức

$$H = -x \ln x - y \ln y,$$

ở đó x, y là tỉ lệ các loài, thỏa mãn $\begin{cases} x > 0, y > 0, \\ x + y = 1. \end{cases}$

Tìm giá trị lớn nhất của H .

Câu 7. Chứng minh rằng $\sin x \leq x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}, \forall x \in (0, \frac{\pi}{2})$.

Câu 8. Cho $z = f(x, y)$ là hàm số ẩn xác định bởi phương trình $z - ye^{\frac{z}{x}} = 0$. Ứng dụng vi phân, tính gần đúng $f(0, 99; 0, 02)$.

Câu 9. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} \sqrt[n]{\frac{(2n)!}{n!}} \right)$.

Câu 10. Xét sự hội tụ, phân kì của tích phân suy rộng

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+3x)}{x\sqrt{x}} dx.$$

Mỗi câu 1 điểm

ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20181

Mã HP: MI1111, Nhóm ngành 1, Thời gian: 90 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1 (1đ). Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{\frac{1}{x}}$.

Câu 2 (1đ). Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x \operatorname{arccot} x$.

Câu 3 (1đ). Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^3 x dx$.

Câu 4 (1đ). Tính tích phân $\int_0^1 \ln(x^2 + x + 1) dx$.

Câu 5 (1đ). Tìm các cực trị của hàm số $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$.

Câu 6 (2đ). Cho hàm số $f(x, y) = \begin{cases} y \arctan\left(\frac{x}{y}\right)^2, & \text{nếu } y \neq 0, \\ 0, & \text{nếu } y = 0. \end{cases}$

a) Xét tính liên tục của $f(x, y)$ tại điểm $A(1, 0)$.

b) Tính $f'_y(1, 0)$.

Câu 7 (1đ). Cho $0 < x, y < \frac{\pi}{2}$. Chứng minh $\tan \frac{x+y}{2} \leq \frac{\tan x + \tan y}{2}$.

Câu 8 (1đ). Tính tích phân $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x \sin x}{1+3^x} dx$.

Câu 9 (1đ). Xét sự hội tụ, phân kì của tích phân suy rộng $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x dx}{x\sqrt{x} + 1 - \cos x}$.

ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20181

Mã HP: MI1111, Nhóm ngành 1, Thời gian: 90 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1 (1đ). Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - \sin x)^{\frac{1}{x}}$.

Câu 2 (1đ). Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x \arctan x$.

Câu 3 (1đ). Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^4 x dx$.

Câu 4 (1đ). Tính tích phân $\int_0^1 \ln(x^2 - x + 1) dx$.

Câu 5 (1đ). Tìm các cực trị của hàm số $z = 4(y - x) - y^2 - x^2$.

Câu 6 (2đ). Cho hàm số $f(x, y) = \begin{cases} x \arctan\left(\frac{y}{x}\right)^2, & \text{nếu } x \neq 0, \\ 0, & \text{nếu } x = 0. \end{cases}$

a) Xét tính liên tục của $f(x, y)$ tại điểm $B(0, 1)$.

b) Tính $f'_x(0, 1)$.

Câu 7 (1đ). Cho $0 < x, y < \frac{\pi}{2}$. Chứng minh $\cot \frac{x+y}{2} \leq \frac{\cot x + \cot y}{2}$.

Câu 8 (1đ). Tính tích phân $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x \sin x}{1+2^x} dx$.

Câu 9 (1đ). Xét sự hội tụ, phân kì của tích phân suy rộng $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x dx}{x\sqrt{x} + x - \sin x}$.