Bài 1. Xét bài toán
$$\min \quad x_1 - 4x_2 + x_3$$
$$\text{s.t.}$$
$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2$$
$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1$$

Tìm nghiệm của bài toán trên dựa vào điều kiện KKT

Bài 2. Sử dụng điều kiện KKT để tìm nghiệm của các bài toán sau

(i)
$$\min \quad 3x_1^2 + x_2^2$$
$$\text{s.t.} \quad x_1 - x_2 + 8 \leq 0$$
$$x_2 \geq 0$$

(ii)
$$\min \quad 3x_1^2 + x_2^2$$
$$\text{s.t.} \quad 3x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 + 0.1 \leq 0$$
$$x_2 + 10 \geq 0$$

(iii)
$$\min \quad 2x_1 + x_2$$
$$\text{s.t.} \quad 4x_1^2 + x_2^2 - 2 \leq 0$$
$$4x_1 + x_2 + 3 \leq 0$$

(iv)
$$\min \quad x_1^3 + x_2^3$$
$$\text{s.t.} \quad x_1^2 + x_2^2 \leq 1$$

(v)
$$\min \quad x_1^4 - x_2^2$$
$$x_1^2 + x_2^2 \leq 1$$
$$2x_2 + 1 \leq 0$$

Bài 3: Cho bài toán:

$$\min \quad -2x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_1$$
$$\text{s.t.}$$
$$x_1^2 + x_2^2 - 4 \le 0$$
$$x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 + 3 \le 0$$

a) CMR: Bài toán trên có nghiệm tối ưu

b) Tìm tất cả các điểm KKT của bài toán

c) Tìm nghiệm tối ưu toàn cục của bài toán trên

Bài 4: Giải bài toán sau bằng phương pháp nhân tử Lagrange

$$\min \quad x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_1 x_2$$
$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 = 1 \qquad (1)$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

Bài 5: Cho bài toán

$$\max \quad x_1^2 + 2x_1 x_2 + 2x_2^2 - 3x_1 + x_2$$
$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 = 1 \qquad (ii)$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

a) Bài toán trên có lời không?

b) Tìm tất cả các điểm KKT của bài toán

c) Tìm nghiệm tối ưu của bài toán $\qquad (iii)$

Bài 6: Xét bài toán

$$\min \quad -x_1 x_2 x_3$$
$$\text{s.t.} \quad x_1 + 3x_2 + 6x_3 \le 48 \qquad (vi)$$
$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

a) Viết điều kiện KKT cho bài toán

b) Tìm nghiệm tối ưu của bài toán