

ĐỀ 3**ĐỀ THI GIỮA KỲ MÔN GIẢI TÍCH III - Học kỳ 2022.2****Mã HP: MI 1132, Khóa: K67, Nhóm 2 (đợt 1), Thời gian: 60'****Thí sinh không được sử dụng tài liệu****Giám thị phải ký xác nhận số để vào bài thi.****Câu 1. (4 Điểm).****a) Đánh giá sự hội tụ hay phân kỳ của các chuỗi số sau:**

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)2^n}{(4n-1)!} \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \left(\frac{3n+1}{3n+4} \right)^{n^2}$$

b) Đánh giá sự hội tụ tuyệt đối, bán hội tụ hay phân kỳ của các chuỗi số sau:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^4 \left(\frac{1}{n^2} - \sin \frac{1}{n^2} \right) \quad 2) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^5 \sqrt{(\ln n)^4}}$$

Câu 2. (4 Điểm). a) Tìm miền hội tụ của chuỗi hàm số:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(9n^2 + 2n)}{(-7)^n (n^3 + 1)} \left(\frac{7x-5}{x+1} \right)^n.$$

b) Chứng minh rằng chuỗi hàm số sau đây hội tụ đều trên \mathbb{R} :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2x^2 \sin(3nx)}{n^{\frac{3}{2}} (1+x^4)}.$$

c) Cho hàm số f xác định trên \mathbb{R} , tuần hoàn chu kỳ 2 và thỏa mãn

$$f(x) = \begin{cases} 4-3x & \text{với } 0 \leq x \leq 1 \\ 3x-2 & \text{với } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}.$$

Hãy khai triển f thành chuỗi Fourier.**Câu 3. (2 Điểm). a) Giải bài toán**

$$xy' + (x+3)y = 4xe^{-x}; \quad x > 0; y(1) = a.$$

Sau đó, tìm giá trị của a sao cho $\lim_{x \rightarrow 0} y(x) = 0$.**b) Giải phương trình**

$$(2x - 2y - x^2 + 2xy)dx + (2x^2 - 4xy - 2x)dy = 0$$

bằng cách tìm một thừa số tích phân có dạng $I(x, y) = e^{ax+by}$, trong đó a, b là các hằng số.

ĐỀ THI GIỮA KỲ MÔN GIẢI TÍCH 3 - Học kỳ 2022

Mã HP: MI1133, nhóm ngành 3. Thời gian: 60 phút.

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài làm.

Câu 1 (3đ). Xét sự hội tụ, phân kỳ của các chuỗi số

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \tan \frac{2}{n^{10} + 1}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}}{7^n}$ c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n + \cos n)}$.

Câu 2 (1đ). Tìm miền hội tụ của chuỗi hàm số

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^{2n} \cos \frac{1}{n}.$$

Câu 3 (1đ). Khai triển hàm số $y = \begin{cases} \frac{\cos(2x^2) - 1}{x} & \text{khi } x \neq 0, \\ 0 & \text{khi } x = 0, \end{cases}$

thành chuỗi Maclaurin.

Câu 4 (3đ). Giải các phương trình vi phân sau

a) $x(y^2 + 1)dx = y(x^2 + 1)^2 dy.$

b) $y' + y \tan x = x \cos x \cos(x^2).$

c) $[(x^2 + 1) \sin^2(xy) - y]dx = xdy, y(1) = \frac{\pi}{2}.$

Câu 5 (1đ). Xét sự hội tụ đều trên \mathbb{R} của chuỗi hàm số

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^{\frac{1}{n}} \frac{\sin t dt}{\sqrt{2 + \sin^3 t}} \right) \sin(2nx).$$

Câu 6 (1đ). Tính tổng của chuỗi hàm số

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (4n^2 + 1)}{(2n)!} x^{2n}, x \in \mathbb{R}.$$

HẾT

ĐỀ 2. VIỆN TOÁN ỨNG DỤNG VÀ TIN HỌC

ĐỀ THI GIỮA KỲ MÔN GIẢI TÍCH 3-Học kỳ 2022

Mã HP:MI1131, nhóm ngành 1. Thời gian 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu

Câu 1 (2đ). Xét sự hội tụ của các chuỗi số sau:

a) $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{2n+7}{\sqrt{10n^2+3n+2}}$ b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n(2n+1)}{(n+1)!}$

Câu 2(2đ). Giải các phương trình vi phân sau:

a) $y - xy' = x \cos \frac{y}{x}$ b) $(4 - e^y)(1 + \tan^2 x) dx + 5e^y \tan x dy = 0$.

Câu 3(1,5đ). Tìm miền hội tụ của chuỗi hàm $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5+2n}{2n(n+1)} \left(\frac{2x-1}{1+x} \right)^n$.

Câu 4(1,5đ). Khai triển thành chuỗi Fourier hàm số

$f(x) = 2|x| \quad \forall x \in [-2; 2]$ tuần hoàn chu kỳ bằng 4.

Câu 5(1đ). Xét sự hội tụ đều trên \mathbb{R} của chuỗi hàm số

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n^5 + 1 - \sin^3 3x}}.$$

Câu 6 (1đ). Tính tổng $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2n+6}}{4^{2n}(2n+1)}$ với $-4 < x < 4$.

Câu 7(1đ). Giải phương trình vi phân $y' + \cot y = \frac{x}{\sin y}$.