

## **CHƯƠNG 3**

# **ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM**

**3.1. Phát biểu các định luật Newton**

**3.2. Nguyên lý tương đối Galileo**

**3.3. Một số loại lực cơ học**

**3.4. Động lượng của chất điểm. Định luật bảo toàn động lượng của hệ chất điểm**

**3.5. Mô men động lượng của chất điểm và của một hệ chất điểm**

# CHƯƠNG 3

## ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

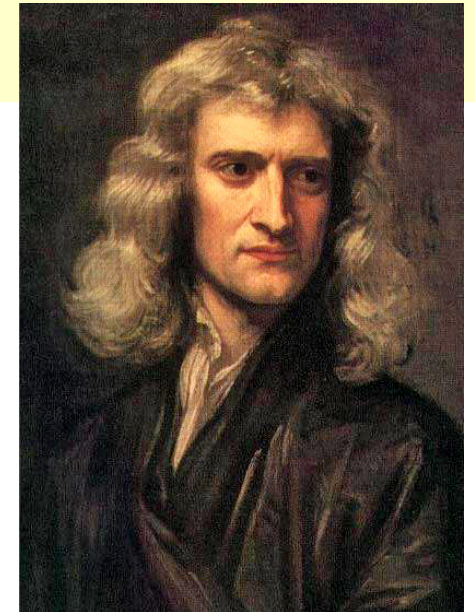
### 3. 1. Phát biểu các định luật Newton

#### 3.1.1 Định luật I Newton

##### ❖ Phát biểu:

*Khi một chất điểm cô lập nếu đang đứng yên, nó sẽ tiếp tục đứng yên, nếu đang chuyển động thì chuyển động của nó là thẳng đều.*

$$\vec{F} = \vec{0} \text{ hoặc } \sum \vec{F} = \vec{0} \rightarrow \vec{v} = \overline{const} \quad (\text{Định luật quán tính})$$



Issac Newton (1643-1727)

##### ❖ Hệ quy chiếu quán tính:

Là hệ quy chiếu mà trong đó các định luật I Newton (định luật quán tính) được nghiệm đúng.

## 3. 1. Phát biểu các định luật Newton

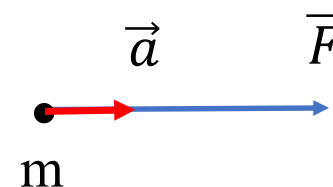
### 3.1.2 Định luật II Newton

#### ❖ Phát biểu:

1/ Chuyển động của một chất điểm chịu tác dụng của các lực có tổng hợp  $\vec{F} \neq 0$  là một chuyển động có gia tốc.

2/ Gia tốc chuyển động của chất điểm tỉ lệ thuận với tổng hợp lực tác dụng  $\vec{F}$  và tỉ lệ nghịch với khối lượng của chất điểm ấy.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \xrightarrow{\text{SI}} \text{m/s}^2$$



trong đó  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_i \vec{F}_i$

—————  $\vec{F} = m\vec{a}$  (phương trình cơ bản của động lực học chất điểm)

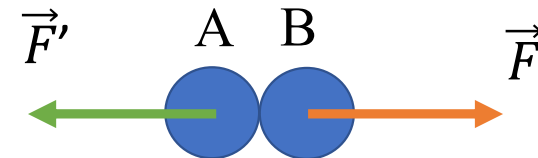
## 3. 1. Phát biểu các định luật Newton

### 3.1.3 Định luật III Newton

#### ❖ Phát biểu:

*Khi chất điểm A tác dụng lên chất điểm B một lực  $\vec{F}$  thì chất điểm B cũng tác dụng lên chất điểm A một lực  $\vec{F}'$ , hai lực  $\vec{F}$  và  $\vec{F}'$  tồn tại đồng thời, cùng phương, ngược chiều và cùng độ lớn.*

$$\vec{F} + \vec{F}' = \mathbf{0}$$



*Chú ý:  $\vec{F}$  và  $\vec{F}'$  không khử nhau vì khác điểm đặt*

➤ *Hệ quả: Tổng các nội lực của một hệ chất điểm cô lập (còn gọi là hệ kín) bằng không*

## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

### 3.2.1. Hệ quy chiếu quán tính

- ❖ Định nghĩa: Hệ quy chiếu trong đó định luật quán tính (định luật I Newton) được nghiệm đúng
- ❖ *Ví dụ*: + Hệ quy chiếu gắn với Trái đất có thể coi là hệ quy chiếu (H.Q.C) quán tính khi bỏ qua chuyển động quay của Trái đất quanh Mặt trời và quanh trục của nó  
+ Các hệ quy chiếu đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều đối với H.Q.C quán tính.

## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

### 3.2.2. Phép biến đổi Galileo

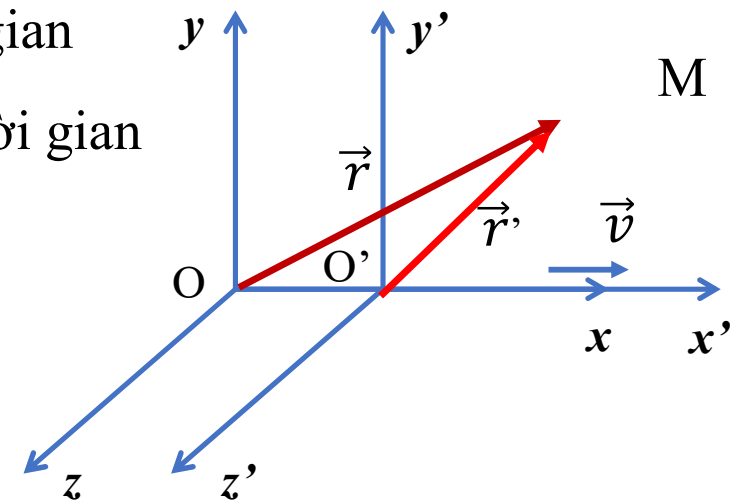
#### a. Không gian và thời gian trong cơ học cổ điển

- ❖ Xét hai hệ quy chiếu + Oxyz và một đồng hồ đo thời gian  
+ O'x'y'z' và một đồng hồ đo thời gian

- ❖ Xét điểm M:

+ Trong hệ Oxyz:  $\overrightarrow{OM} = \vec{r} = \vec{r}(x, y, z);$   
đồng hồ chỉ  $t$

+ Trong hệ O'x'y'z':  $\overrightarrow{OM'} = \vec{r}' = \vec{r}'(x', y', z');$   
đồng hồ chỉ  $t'$



## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

❖ Theo quan điểm cơ học cổ điển:

+ Thời gian trôi đi như nhau trong các hệ quy chiếu khác nhau

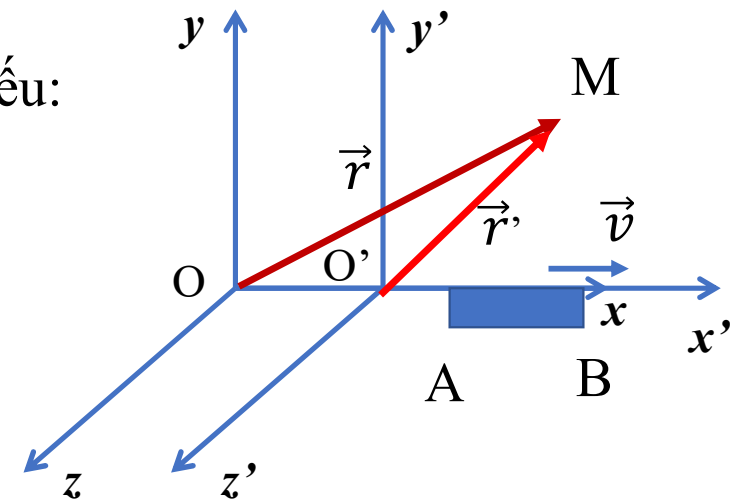
hay thời gian có tính tuyệt đối:  $t' = t$

+ Không gian có tính tương đối phụ thuộc vào hệ quy chiếu:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \overrightarrow{OO'} \iff \begin{cases} x = x' + \overrightarrow{OO'}; \\ y = y'; \\ z = z'; \end{cases}$$

Chuyển động có tính tương đối phụ thuộc hệ quy chiếu

+ Khoảng không gian có tính tuyệt đối, không phụ thuộc hệ quy chiếu ( $\ell = \ell'$ )



### 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

Ví dụ xét một thước thẳng AB đặt dọc theo trục  $O'x'$  và  $Ox$

+ Trong hệ  $O'$  có  $l' = x_B' - x_A'$

+ Trong hệ  $O$  có  $l = AB = x_B - x_A$

$$\text{mà } x_A = \overline{OO'} + x_A'$$

$$x_B = \overline{OO'} + x_B'$$

$$\text{Do đó } x_B - x_A = x_B' - x_A'$$

$$\Rightarrow l = l'$$



## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

### b. Phép biến đổi Galileo

- Xét + Hệ quy chiếu quán tính O

+ Hệ quy chiếu O' chuyển động thẳng đều với vận tốc  $\vec{v}$  so

với O. Ta có  $\overrightarrow{OO'} = \vec{v} \cdot t$

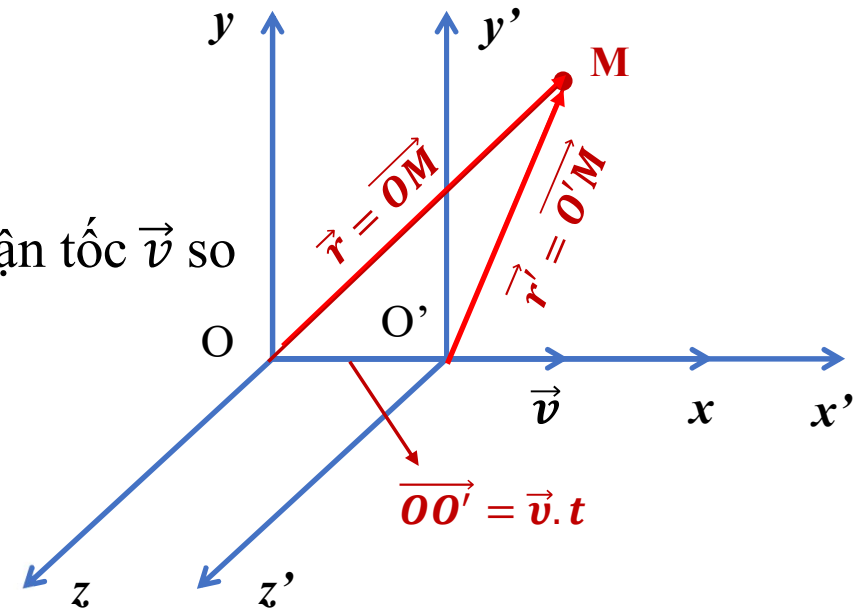
$\Rightarrow$  Phép biến đổi Galileo:

- Từ hệ O' sang O

$$\left\{ \begin{array}{l} x = x' + v \cdot t' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{array} \right.$$

- Từ hệ O sang O'

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = x - v \cdot t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{array} \right.$$

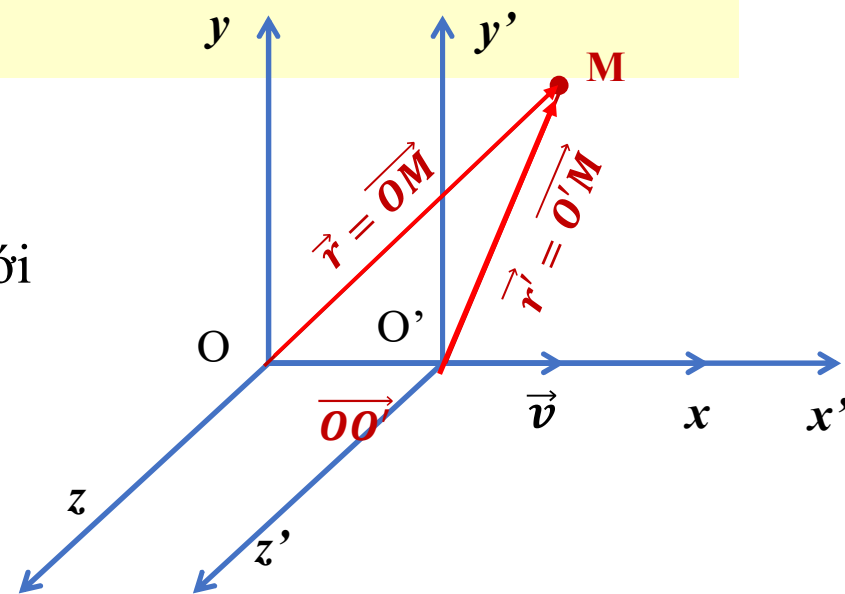


## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

### c. Tổng hợp vận tốc và gia tốc

❖ Xét hệ quy chiếu  $O'$  chuyển động tịnh tiến đối với hệ quy chiếu  $O$  với vận tốc  $\vec{V}$ , gia tốc  $\vec{A}$

❖ Ta có:  $\vec{r} = \overrightarrow{OO'} + \vec{r}'$



$$\rightarrow \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d(\overrightarrow{OO'})}{dt}$$

$* \vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$

$\vec{v}$ : vận tốc của M đối với O

$\vec{v}'$ : vận tốc của M đối với  $O'$

$$\rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \frac{d(\vec{V})}{dt}$$

$* \vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$

$\vec{a}$ : vận tốc của M đối với O

$\vec{a}'$ : vận tốc của M đối với  $O'$

## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

### 3.2.3 Nguyên lý tương đối Galileo

*Các phương trình động lực học đều có dạng như nhau trong các hệ quy chiếu quán tính.*

Chứng minh:

- Xét: + Hệ quy chiếu quán tính O  
+ Hệ O' chuyển động tịnh tiến đối với hệ quy chiếu O với vận tốc  $\vec{V}$ , gia tốc  $\vec{A}$
- Phương trình cơ bản của động lực học của chất điểm trong hệ O

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{a} : \text{gia tốc chất điểm đối với hệ O} \\ \vec{F} : \text{tổng hợp lực tác dụng lên chất điểm} \end{array} \right.$$

- Gọi  $\vec{a}'$  là gia tốc của chất điểm đối với hệ O':

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A}$$

## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

### 3.2.3 Nguyên lý tương đối Galileo

- Nếu O' chuyển động thẳng đều đối với hệ O  $\leftrightarrow \vec{A}=0 \rightarrow \vec{a} = \vec{a}'$
- Vậy phương trình chuyển động của chất điểm trong hệ O':

$$\vec{F} = m \vec{a}'$$

- Mọi hệ quy chiếu chuyển động thẳng đều đối với 1 hệ quy chiếu quán tính cũng là hệ quy chiếu quán tính
- Các định luật Newton được nghiệm đúng trong hệ quy chiếu chuyển động thẳng đều đối với hệ quy chiếu quán tính.
- Các hiện tượng, các quá trình cơ học trong các hệ quy chiếu quán tính khác nhau đều xảy ra giống nhau. Các phương trình cơ học bất biến đối với phép biến đổi Galileo.

## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

### 3.2.4. Lực quán tính và lực quán tính ly tâm

**a. Hệ quy chiếu không quán tính** là hệ quy chiếu trong đó các định luật Newton không được nghiệm đúng

*Ví dụ: + Hệ quy chiếu chuyển động có gia tốc đối với hệ quy chiếu quán tính là hệ quy chiếu không quán tính.*

*+ Hệ quy chiếu chuyển động tròn đều đối với hệ quy chiếu quán tính.*

**b. Lực quán tính**

## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

### 3.3.4. Lực quán tính và lực quán tính ly tâm

#### b. Lực quán tính

\* Xét *hệ quy chiếu không quán tính* O' chuyển động tịnh tiến với gia tốc  $\vec{A}$  đối với O (hệ quán tính)

+ Gọi  $\vec{a}$  là gia tốc của chuyển động chất điểm trong hệ O,

$\vec{a}'$  là gia tốc chuyển động của chất điểm trong hệ O'.

+ Ta có:  $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{A} \Rightarrow m\vec{a} = m\vec{a}' + m\vec{A}$

+ Phương trình cơ bản của động lực học trong hệ O:  $m\vec{a} = \vec{F} (*)$

$$\Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}' + m\vec{A}$$

$$\Rightarrow m\vec{a}' = \vec{F} + (-m\vec{A})$$

## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

### b. Lực quán tính

\* Đặt  $\vec{F}_{qt} = -m \cdot \vec{A}$

Nên ta có:  $m \cdot \vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{qt} \quad (**)$

**(\*\*) là Phương trình cơ bản của động lực học của chất điểm m trong hệ quy chiếu không quán tính O'**

Kết luận: Lực quán tính  $\vec{F}_{qt}$

- + Cùng phương, ngược chiều véc tơ gia tốc của hệ qui chiếu không quán tính O'.
- + Không có nguồn gốc tương tác, chỉ quan sát được trong hệ quy chiếu không quán tính.

## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

### c. Lực quán tính ly tâm

*\* Là thành phần pháp tuyến của lực quán tính tác dụng lên chất điểm trong hệ quy chiếu không quán tính chuyển động cong đối với một hệ quy chiếu quán tính*

$$* \overrightarrow{F_{qtl}} = - m \overrightarrow{A_{ht}}$$

$\overrightarrow{A_{ht}}$  chính là gia tốc hướng tâm của chuyển động của hệ O' đối với O:

$$A_{ht} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$

$$* \overrightarrow{F_{qtl}} \left\{ \begin{array}{l} + \textbf{Điểm đặt:} \text{ tại vật } m \\ + \textbf{Phương:} \text{ pháp tuyến với quỹ đạo của O' } \\ + \textbf{Chiều:} \text{ Hướng ra xa tâm của đường tròn mật tiếp của quỹ đạo của O' } \\ + \textbf{Độ lớn } F_{qtl} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 \cdot R \end{array} \right.$$



## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

### d. Ứng dụng

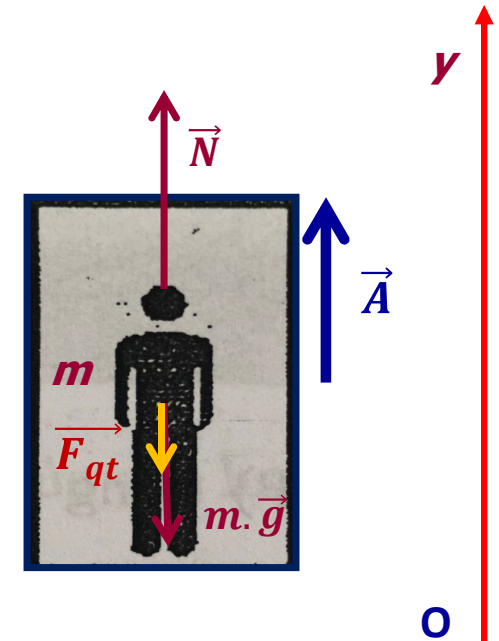
- ❖ Bài toán người ở trong thang máy. Lực của người tác dụng lên sàn thang máy như thế nào? (cảm giác)
- Cách 1: Chọn hệ quy chiếu gắn với thang máy (HQC không quán tính), gia tốc của thang máy với đất là  $\vec{A}$
- Các lực tác dụng vào người:  $m\vec{g}$ ,  $\vec{N}$ ,  $\vec{F}_{qt}$
- Người đứng yên trong thang máy nên PT ĐLH cho người:

$$\begin{aligned}0 &= \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{qt} \\ \Rightarrow 0 &= \vec{N} + m\vec{g} + (-m\vec{A})\end{aligned}$$

- Chiếu lên Oy:

$$N - mg - mA = 0 \Rightarrow N = mg + mA$$

(hiện tượng tăng trọng lượng)



## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

### d. Ứng dụng

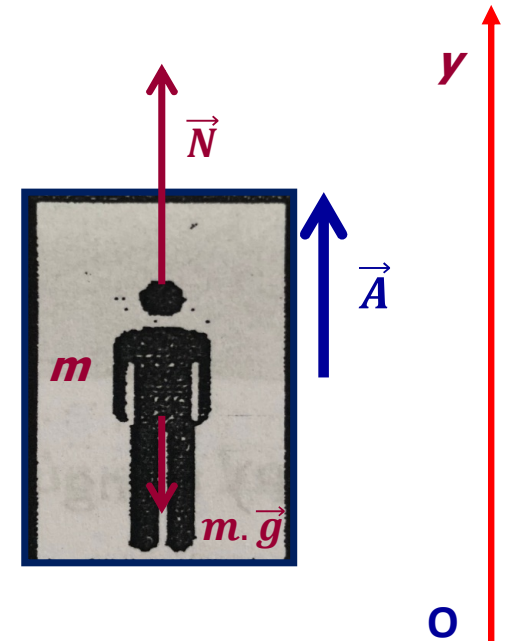
- ❖ Bài toán người ở trong thang máy. Lực của người tác dụng lên sàn thang máy như thế nào? (cảm giác)
- Cách 2: Chọn hệ quy chiếu gắn với đất (hệ quy chiếu quán tính)
- Các lực tác dụng vào người:  $\vec{m}\vec{g}$ ,  $\vec{N}$
- Người chuyển động cùng với thang máy nên PT ĐLH cho người:

$$m\vec{A} = \vec{N} + m\vec{g}$$

- Chiếu lên Oy:

$$mA = N - mg \Rightarrow N = mg + mA$$

(hiện tượng tăng trọng lượng)



## 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

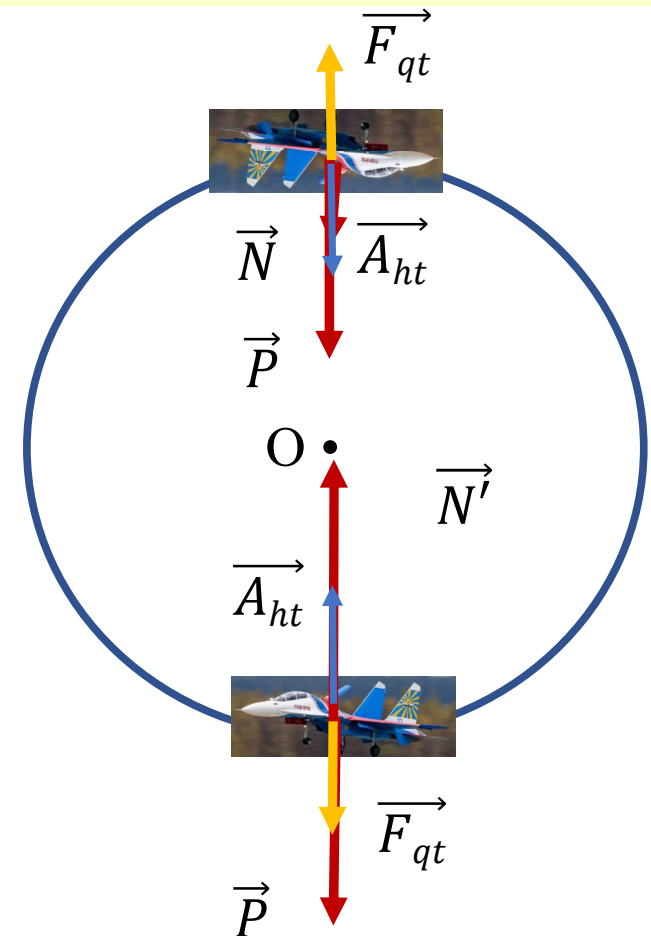
### d. Ứng dụng

#### ❖ Lực nén của phi công lên ghế

- Chọn hệ quy chiếu gắn với máy bay (Hệ quy chiếu không quán tính).  $\vec{A} = \vec{A}_{ht}$  là gia tốc của máy bay đối với đất
- Phương trình ĐLH cho phi công:

$$0 = \vec{N} + \vec{P} + (\vec{F}_{qt})$$

(Phi công ngồi trong máy bay nên gia tốc của phi công đối với máy bay bằng 0)



### 3. 2. Nguyên lý tương đối Galileo

#### ❖ Lực nén của phi công lên ghế

\* Tại điểm cao nhất:

$$0 = N + P - m\overrightarrow{A_{ht}}$$

$$\Rightarrow P + N = m \frac{v^2}{R} \rightarrow N = m \frac{v^2}{R} - P$$

Gọi  $\overrightarrow{N_1}$  là lực nén của phi công lên ghế

$$\rightarrow N_1 = N = m \frac{v^2}{R} - mg$$

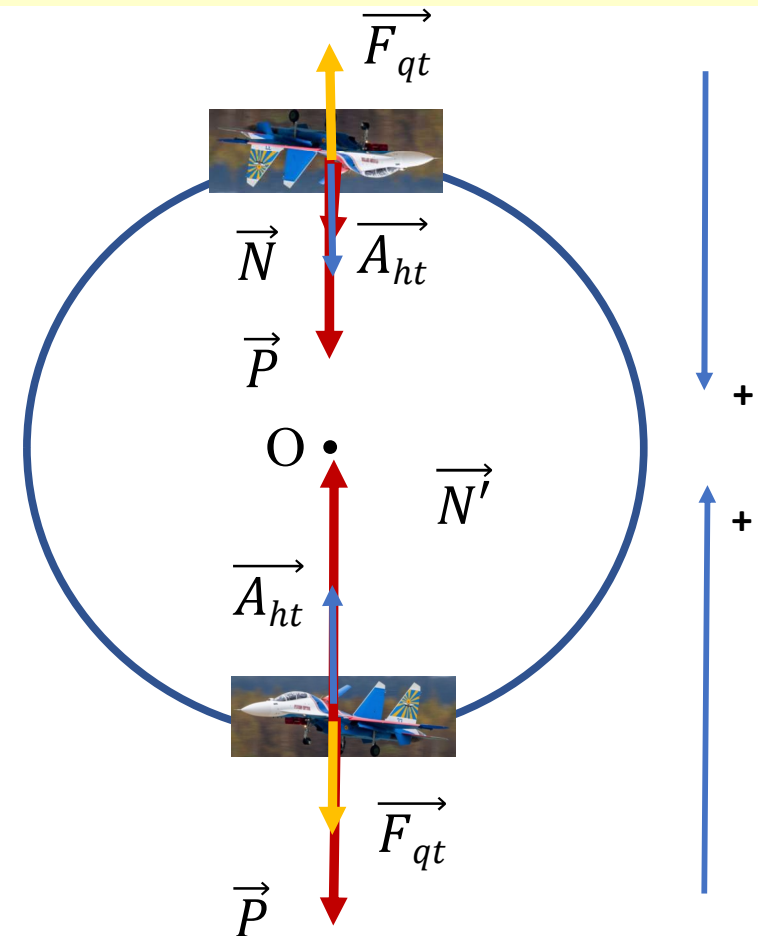
\* Tại điểm thấp nhất:

$$0 = N' - P - m\overrightarrow{A_{ht}}$$

$$\Rightarrow -P + N' = m \frac{v^2}{R} \rightarrow N' = m \frac{v^2}{R} + P$$

Gọi  $\overrightarrow{N_2}$  là lực nén của phi công lên ghế:

$$\rightarrow N_2 = N' = m \frac{v^2}{R} + mg$$



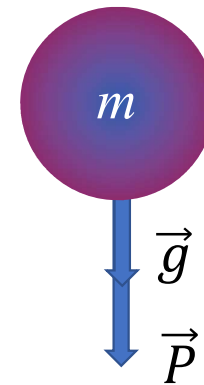
## 3. 3. Một số lực cơ học

### 3.3.1 Trọng lực

- Là lực hấp dẫn của Trái đất tác dụng lên một vật có khối lượng  $m$  trên bề mặt của nó

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

- Trọng lực luôn có phương thẳng đứng, chiều hướng hướng xuống phía dưới



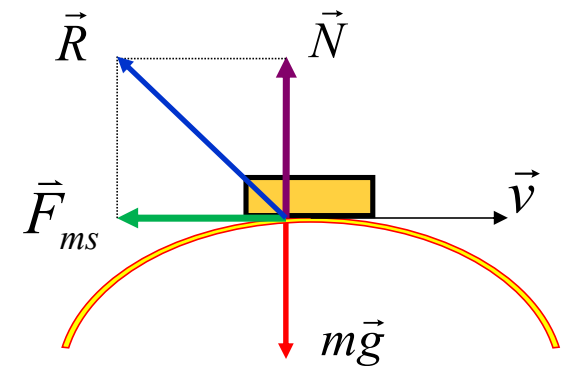
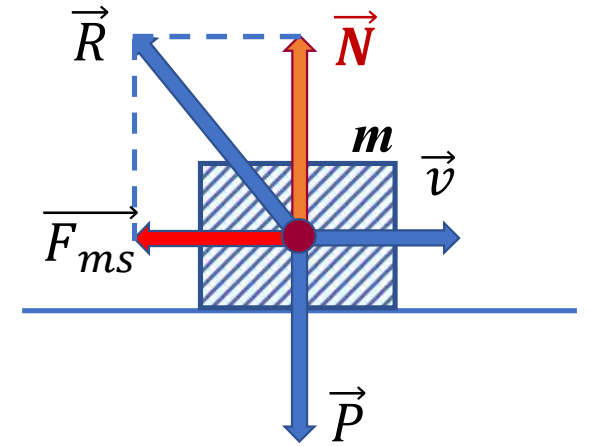
## 3.3. Một số lực cơ học

### 3.3.2 Phản lực và lực ma sát

- Khi vật chuyển động (trượt) trên một bề mặt → tác dụng lên bề mặt một lực.
- Theo định luật III Newton có phản lực của bề mặt ( $\vec{R}$ ) tác dụng vào vật

$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_{ms}$$

- $\vec{N}$ : Phản lực pháp tuyến
- $\vec{F}_{ms}$ : Lực ma sát



## 3.3. Một số lực cơ học

### 3.3.2 Phản lực và lực ma sát

❖  $\vec{F}_{ms}$  : Lực ma sát

- Nếu  $\vec{v} \neq 0$  thì  $\vec{F}_{ms}$  là

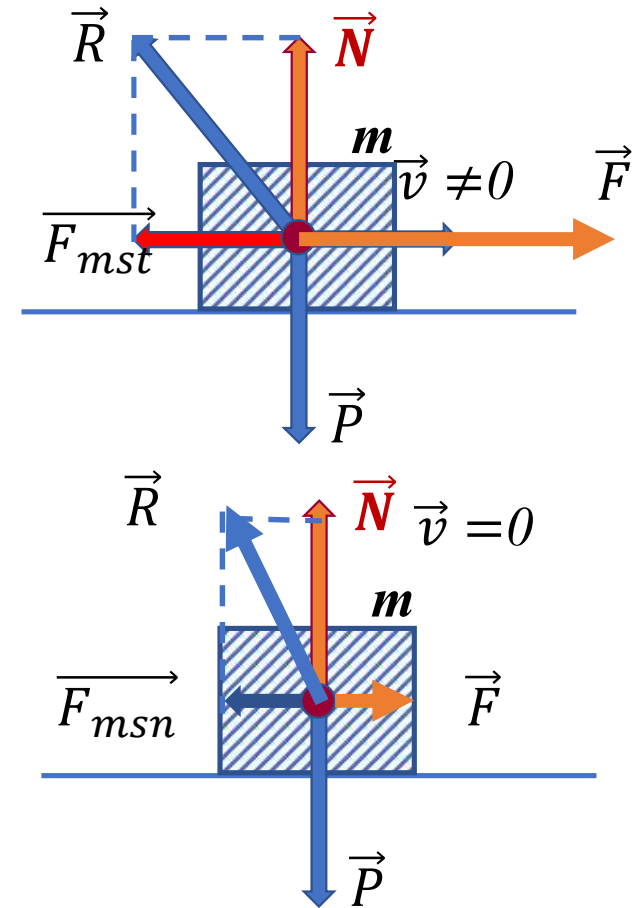
$\vec{F}_{mst}$  : Lực ma sát trượt

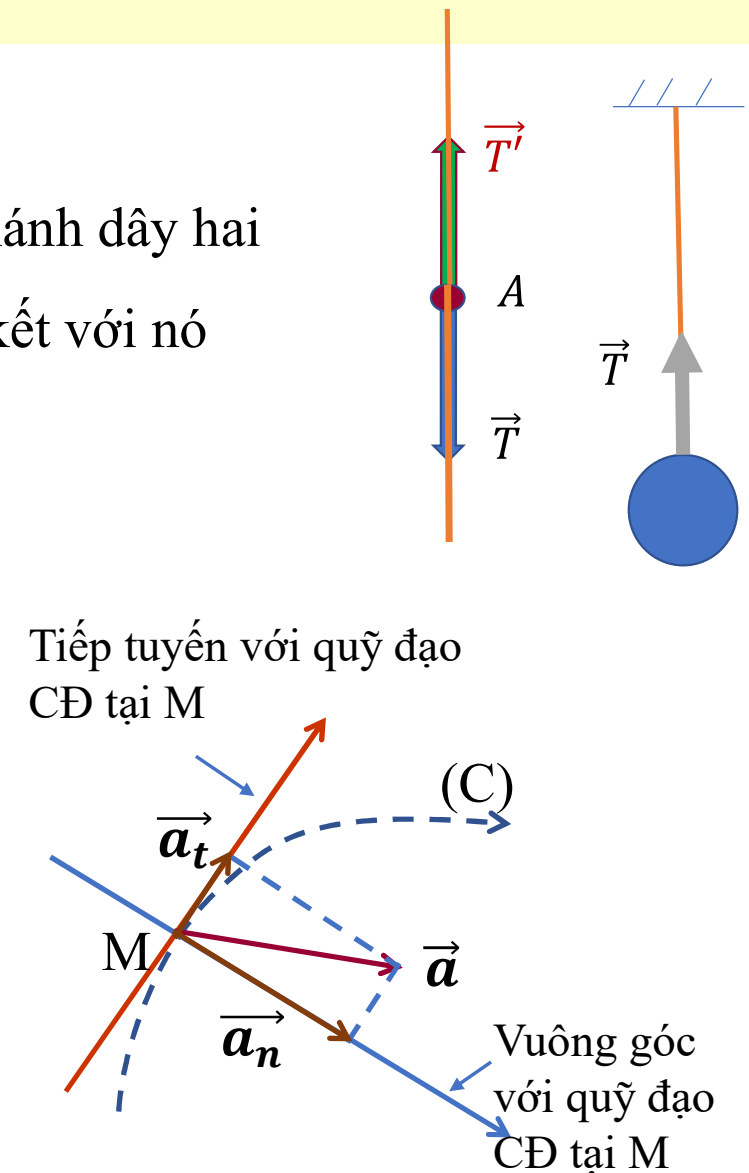
$$\boxed{F_{mst} = k \cdot N} \quad k: \text{hệ số ma sát trượt}$$

- Nếu  $\vec{v} = 0$  ( $\vec{F} < kN$ ) thì  $\vec{F}_{ms}$  là

$\vec{F}_{msn}$  : Lực ma sát nghỉ

$$F_{msn} \leq F_{mst}; (F_{msn})_{\max} = F_{mst} = kN$$







## 3. 3. Một số lực cơ học

### 3.3.4 Lực hướng tâm

❖  $\vec{F}_t$  sinh ra gia tốc tiếp tuyến: **Lực tiếp tuyến**

(thay đổi độ lớn của véc tơ vận tốc)

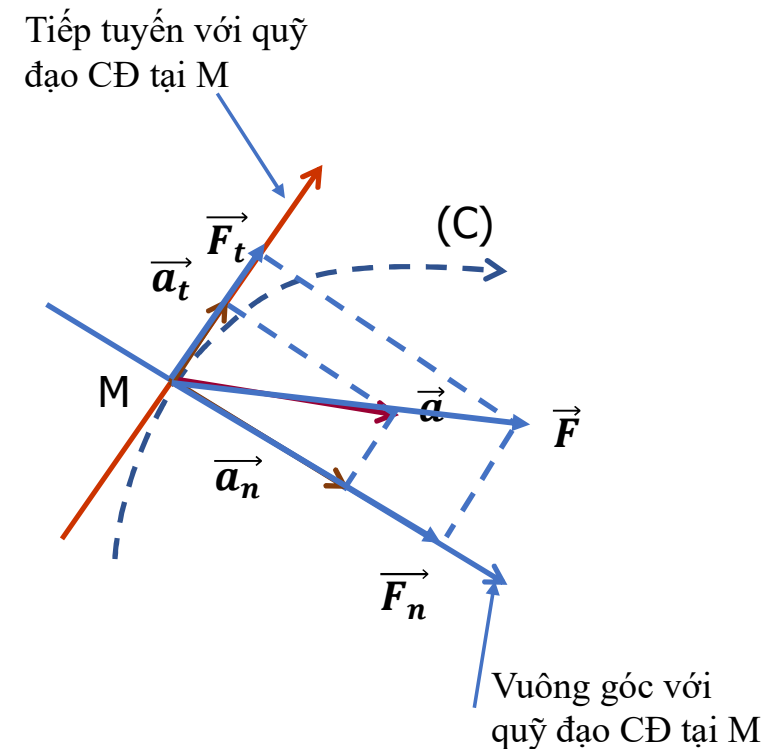
$$F_t = m \cdot a_t = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

❖  $\vec{F}_n$  sinh ra gia tốc pháp tuyến:

**Lực pháp tuyến  $\leftrightarrow$  lực hướng tâm  $\vec{F}_{ht}$**

(thay đổi phương của véc tơ vận tốc)

$$F_{ht} = F_n = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{R}$$



### 3.3. Một số lực cơ học

#### 3.3.5 Các ví dụ khảo sát chuyển động

- Ví dụ 1: Một vật trượt trên mặt phẳng ngang có hệ số ma sát  $k$  dưới tác dụng của lực  $\vec{F}$  không đối hợp với mặt phẳng ngang góc  $\alpha$ . Xác định giá trị của lực  $F$  để vật chuyển động thẳng đều.

- Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

- Vật chịu tác dụng của các lực:

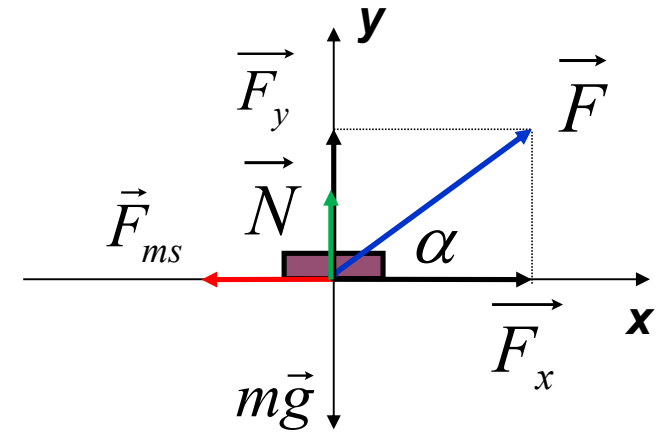
$$\vec{F}_{ms}, \vec{F}, \vec{N}, \vec{P} = m\vec{g}$$

- Để vật chuyển động thẳng đều:

$$\vec{F}_{ms} + \vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} = 0$$

- Chiều lên Ox, Oy

$$\begin{cases} -F_{ms} + F \cos \alpha + 0 + 0 = 0 \\ 0 + F \sin \alpha + N - mg = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_{ms} = F \cos \alpha \\ N = mg - F \sin \alpha \end{cases} \Leftrightarrow F = \frac{kmg}{\cos \alpha + k \sin \alpha}$$



### 3. 3. Một số lực cơ học

#### • Ví dụ 2:

- $m_1$  và  $m_2$  liên kết với nhau qua sợi dây (T)
- Giả sử  $m_2$  chuyển động thẳng đứng hướng xuống,  $m_1$  chuyển động đi lên trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$ .

#### Phân tích

- $m_1$  chịu tác dụng của các lực:  $\vec{N}$ ,  $\vec{P}_1$ ,  $\vec{T}_1$ , và  $\vec{F}_{ms}$ ,

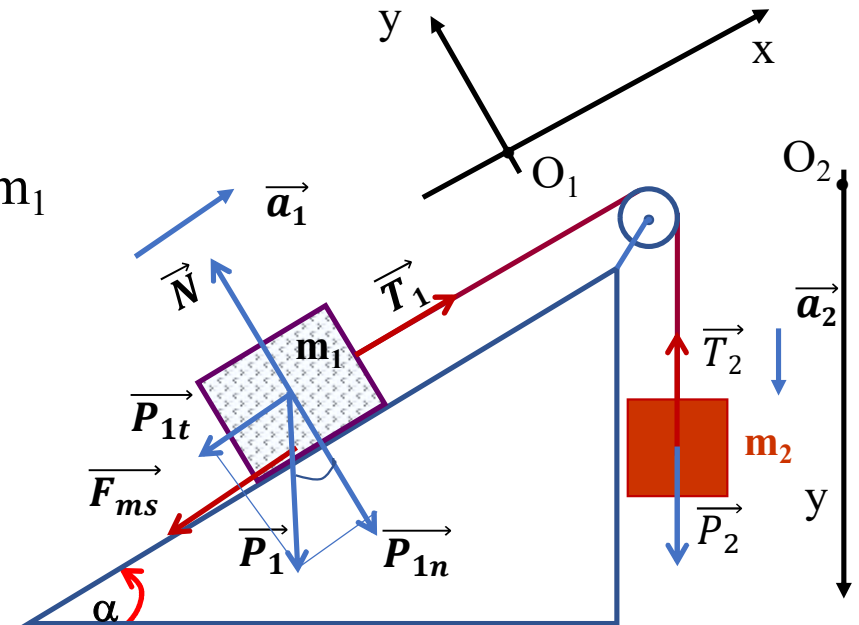
*Phương trình động lực học với  $m_1$ :*

$$m_1 \cdot \vec{a}_1 = \vec{N} + \vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{ms} \quad (*)$$

- $m_2$  chịu tác dụng của  $\vec{P}_2$ ,  $\vec{T}_2$

*Phương trình động lực học với  $m_2$ :*

$$m_2 \cdot \vec{a}_2 = \vec{P}_2 + \vec{T}_2 \quad (**)$$



$$\text{với } a_1 = a_2 = a; T_1 = T_2 = T$$

### 3. 3. Một số lực cơ học

#### ❖ Chuyển động trên mặt phẳng nghiêng

Chọn trục tọa độ  $xO_1y$  cho vật  $m_1$ ,  $O_2y$  cho vật  $m_2$ .

*Chiều (\*) lên  $xO_1y$ , ta có:*

Lên  $O_1y$ :  $N - P_{1n} = 0 \rightarrow N = P_{1n} = P_1 \cos \alpha$

Lên  $O_1x$ :  $m_1 a_1 = T_1 - P_{1t} - F_{ms} \rightarrow m_1 a = T - P_1 \sin \alpha - k P_1 \cos \alpha$

*Chiều (\*\*) lên  $O_2y$ , ta có:*

$$m_2 a = P_2 - T$$



$$(m_1 + m_2) a = P_2 - P_1 \sin \alpha - k P_1 \cos \alpha$$

Vậy

$$a = \frac{(m_2 - m_1 \sin \alpha - k m_1 \cos \alpha) g}{m_1 + m_2}$$

## 3. 4. Động lượng của chất điểm

### 3.4.1. Các định lý về động lượng

#### a. Định nghĩa về động lượng

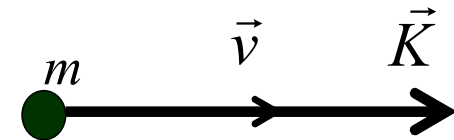
\* Xét chất điểm  $m$  chuyển động với vận tốc  $\vec{v}$

\* Định nghĩa: Véc tơ động lượng của chất điểm

$$\vec{K} = m\vec{v}$$

+ Cùng hướng với  $\vec{v}$

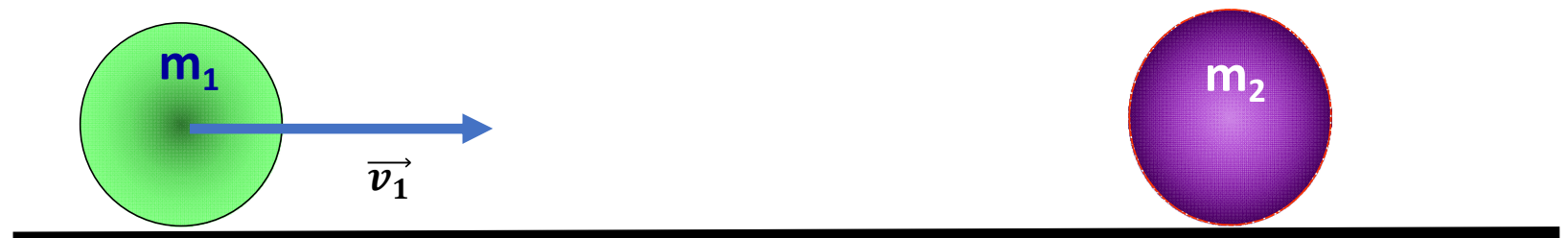
+ Độ lớn phụ thuộc vào vận tốc và khối lượng



Đơn vị:  $kg.m/s$

✓ Ý nghĩa: + Đặc trưng cho chuyển động của chất điểm về mặt động lực học

+ Đặc trưng cho khả năng truyền chuyển động của các vật trong tương tác



### 3. 4. Động lượng của chất điểm

#### b. Các định lý về động lượng

##### ❖ Định lý 1

- Từ PT định luật 2 Newton

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

$$\rightarrow m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

- Nếu  $m = \text{const}$ , ta có

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F}$$

**Phát biểu:** Đạo hàm theo thời gian của vec tơ động lượng của chất điểm bằng lực hay tổng hợp lực tác dụng lên chất điểm đó.

### 3. 4. Động lượng của chất điểm

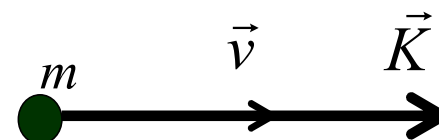
#### b. Các định lý về động lượng

- Từ định lý 1 có:  $d\vec{K} = \vec{F} dt$

$$\Rightarrow \int_{\vec{K}_1}^{\vec{K}_2} d\vec{K} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{K} = \vec{K}_2 - \vec{K}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

(Định lý 2 về động lượng)



➤ **Phát biểu:** Độ biến thiên **vector động lượng** của chất điểm chuyển động trong một khoảng thời gian xác định có giá trị bằng xung lượng của lực (hay tổng hợp lực) tác dụng lên chất điểm trong khoảng thời gian đó.

### 3. 4. Động lượng của chất điểm

#### b. Các định lý về động lượng

❖  $\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$  là xung lượng của lực trong khoảng thời gian từ  $t_1$  đến  $t_2$

#### Ý nghĩa của xung lượng của lực:

Xung lượng của lực trong một khoảng thời gian **đặc trưng** cho tác dụng của lực trong khoảng thời gian đó.

$$\text{❖ Nếu } \vec{F} = \overrightarrow{const} \Rightarrow \boxed{\Delta \vec{K} = \vec{F}(t_2 - t_1) = \vec{F} \cdot \Delta t} \longrightarrow \boxed{\frac{\Delta \vec{K}}{\Delta t} = \vec{F}}$$

$\Rightarrow$  Độ biến thiên động lượng của chất điểm trong một đơn vị thời gian có giá trị bằng lực hay tổng hợp lực tác dụng lên chất điểm đó.



## 3. 4. Động lượng của chất điểm

### 3.4.1. Các định lý về động lượng

**Ví dụ:** Quả cầu nhỏ k.lượng  $m$  c.động trên mặt bàn đập vào bức tường thẳng đứng với vận tốc  $v_1$  hợp với pháp tuyến của tường một góc  $\alpha$ . Cho  $\Delta t$  là thời gian va chạm. Coi va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Xác định lực do bức tường tác dụng lên vật?

- Áp dụng định lý động lượng ta có:

$$\Delta \vec{K} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = m \cdot \Delta \vec{v} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Như vậy  $\vec{F}$ : + Điểm đặt tại điểm va chạm O

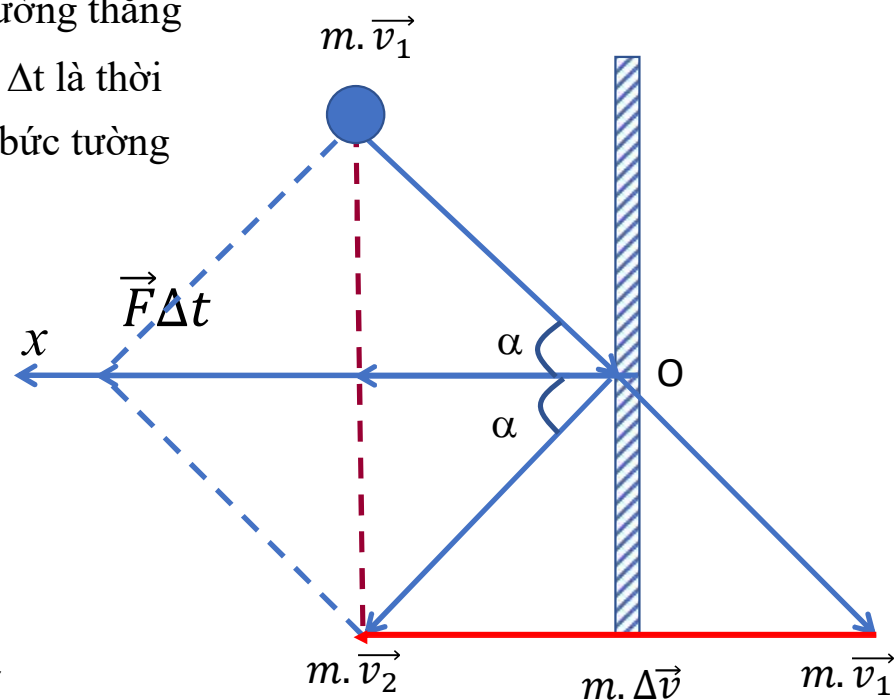
+ Hướng theo pháp tuyến Ox của tường

+ Phương song song với  $\Delta \vec{v}$

Vì  $v_2 = v_1 = v$  nên chiếu phương trình này lên Ox

$$F \cdot \Delta t = m \cdot [(v_2 \cdot \cos \alpha) - (-v_1 \cdot \cos \alpha)] = 2m \cdot v \cdot \cos \alpha$$

$$F = \frac{2m \cdot v \cdot \cos \alpha}{\Delta t}$$



### 3. 4. Động lượng của chất điểm

#### 3.4.2. Định luật bảo toàn động lượng của hệ chất điểm

##### a. Động lượng của hệ chất điểm

- Xét hệ chất điểm  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , vận tốc lần lượt là :  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$
- Véc tơ động lượng của hệ chất điểm:

$$\vec{K} = \vec{K}_1 + \vec{K}_2 + \dots + \vec{K}_n = \sum_{i=1}^n \vec{K}_i$$

##### b. Định luật bảo toàn động lượng của hệ chất điểm

- Xét hệ chất điểm  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , chịu tác dụng của các lực lần lượt là:

$$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$$

- Ta có 
$$\frac{d\vec{K}_1}{dt} + \frac{d\vec{K}_2}{dt} + \dots + \frac{d\vec{K}_n}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$
$$\Rightarrow \frac{d\vec{K}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F} (*)$$

\*  $\vec{K} = \vec{K}_1 + \vec{K}_2 + \dots + \vec{K}_n$  là véc tơ động lượng của hệ

\*  $\vec{F}$  là tổng các ngoại lực tác dụng lên hệ

### 3. 4. Động lượng của chất điểm

#### b. Định luật bảo toàn động lượng của hệ chất điểm

- Ta có

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}(*)$$

- Nếu hệ chất điểm cô lập hoặc tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên hệ chất điểm bằng 0  
 $\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{K} = \vec{K}_1 + \vec{K}_2 + \dots + \vec{K}_n = \overrightarrow{const}$

**Hệ kín:**

$$\vec{K} = \sum_{i=1}^n \vec{K}_i = \overrightarrow{const}$$

**Hệ kín:**

- Cô lập, không có ngoại lực.
- Tổng các ngoại lực triệt tiêu.
- Nội lực rất lớn so với ngoại lực.

**Phát biểu:** Véc tơ động lượng của hệ kín là một đại lượng bảo toàn

### 3. 4. Động lượng của chất điểm

#### ❖ Bảo toàn động lượng của hệ chất điểm theo phương

- Ta có

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}(*)$$

- Nếu tổng hợp ngoại lực tác dụng lên hệ chất điểm khác 0  
 $\vec{F} \neq 0 \Rightarrow \vec{K} = \vec{K}_1 + \vec{K}_2 + \dots + \vec{K}_n \neq \text{const}$

Nhưng  $(\vec{F})_{ox} = 0$  thì  $(\vec{K})_{0x} = K_{1x} + K_{2x} + \dots + K_{nx} = \text{const}$

*Vậy: Nếu hình chiếu của tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên hệ chất điểm lên phương nào đó bằng không thì hình chiếu của véc tơ động lượng của hệ lên phương đó bảo toàn*

### 3. 4. Động lượng của chất điểm

#### c. Ứng dụng

- *Bài toán súng giết lùi khi bắn (khẩu súng nhả đạn theo phương ngang)*

- ✓ Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ vật (súng, đạn) kín (trong thời gian bắn)

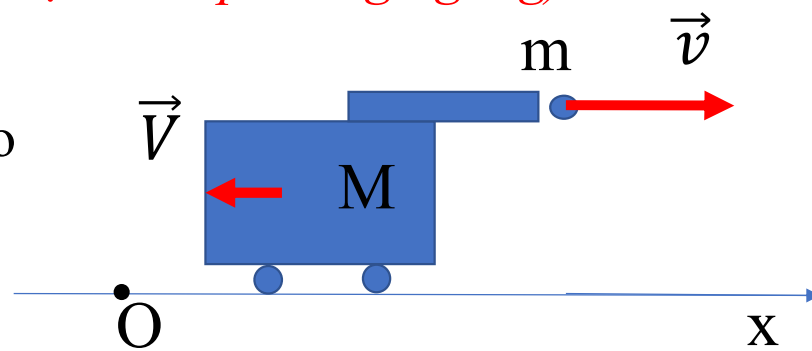
$$\vec{p}_t = \vec{p}_s$$

- ✓ Ngay trước khi bắn, hệ đứng yên:  $\vec{p}_t = 0$
- ✓ Ngay sau khi bắn, động lượng của hệ vật:

$$\vec{p}_s = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m\vec{v} + M\vec{V}$$

- ✓ Chiếu xuống phương chuyển động:

$$mv + MV = 0 \Rightarrow \mathbf{V} = -\frac{mv}{M}$$



### 3. 4. Động lượng của chất điểm

#### c. Ứng dụng

- *Bài toán súng giết lùi khi bắn  
(khẩu súng nhả đạn theo phương hợp với phương ngang góc  $\alpha$ )*

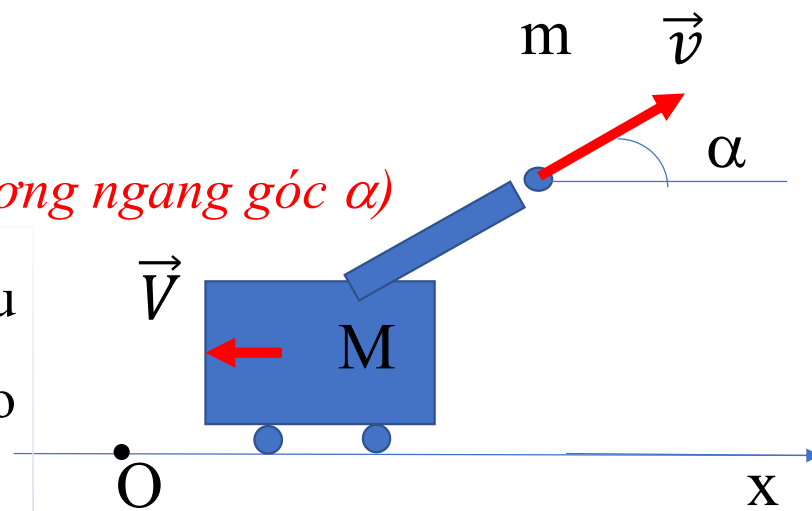
- ✓ Hệ súng và đạn không kín nhưng hình chiếu của tổng hợp ngoại lực tác dụng lên hệ theo phương ngang bằng 0 nên:

$$(\vec{p}_t)_{ox} = (\vec{p}_s)_{ox}$$

- ✓ Ngay trước khi bắn, hệ đứng yên:  $\vec{p}_t = 0$
- ✓ Ngay sau khi bắn, động lượng của hệ vật:

$$\vec{p}_s = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m\vec{v} + M\vec{V}$$

- ✓ Suy ra:  $mvcos\alpha + MV = 0 \Rightarrow \mathbf{V = -\frac{mvcos\alpha}{M}}$



### 3. 5. Mômen động lượng của chất điểm và của một hệ chất điểm

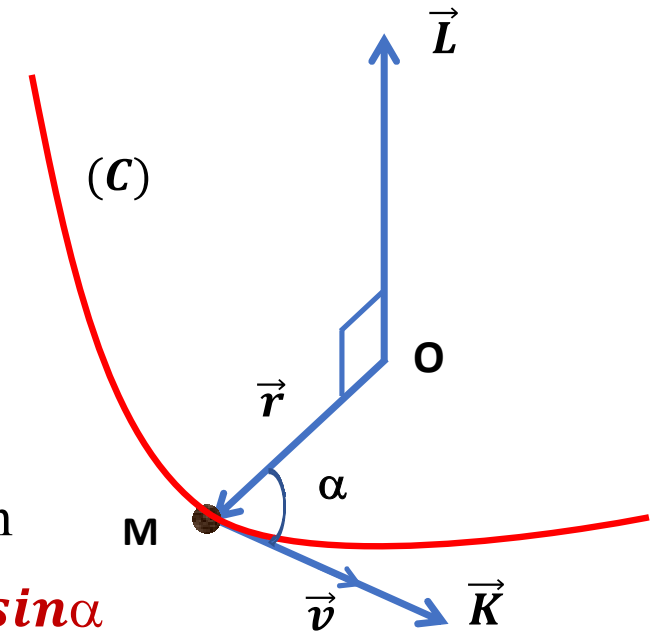
#### 3.5.1. Định nghĩa mômen động lượng của chất điểm và một hệ chất điểm

##### a. Chất điểm

- Xét chất điểm **M**, khối lượng **m**, vận tốc  $\vec{v}$ , động lượng  $\vec{K} = m\vec{v}$  chuyển động trên quỹ đạo (C), dưới tác dụng của lực  $\vec{F}$ .
- Định nghĩa:** Mômen động lượng của chất điểm đối với O là đại lượng được xác định bằng tích hữu hướng của véc tơ vị trí ( $\vec{r}$ ) với véc tơ động lượng ( $\vec{K}$ ).

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{K} = \vec{r} \wedge m.\vec{v}$$

- \* **Đặc điểm của  $\vec{L}$ :**
- + Gốc tại O,
  - + Phương  $\perp$  với mp chứa  $\vec{r}$  và  $\vec{v}$ ,
  - + Chiều:  $\vec{r}$ ,  $\vec{K}$ ,  $\vec{L}$  lập thành tam diện thuận
  - + Độ lớn:  $L = r.K.\sin(\vec{r}, \vec{v}) = r.m.v.\sin\alpha$



### 3. 5. Mômen động lượng của chất điểm và của một hệ chất điểm

#### 3.5.1. Định nghĩa mômen động lượng của chất điểm và một hệ chất điểm

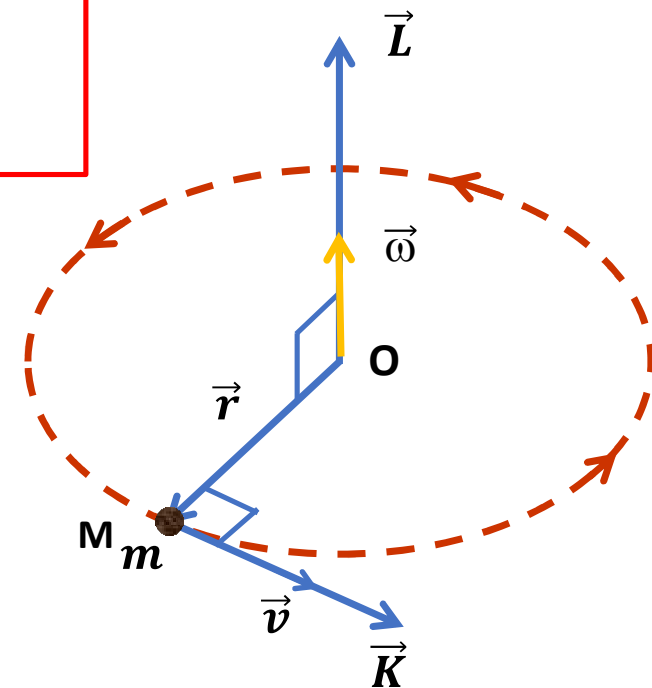
##### a. Chất điểm

❖ Các thành phần của mômen động lượng  $\vec{L}$  trong hệ tọa độ Descartes

$$\vec{L} = m \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ v_x & v_y & v_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} L_x = m(yv_z - zv_y) \\ L_y = m(zv_x - xv_z) \\ L_z = m(xv_y - yv_x) \end{cases}$$

❖ Trường hợp riêng: Chất điểm quay xung quanh một trục cố định  $\Delta$  với vận tốc góc  $\vec{\omega}$  thì mômen động lượng của chất điểm:  $\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$

Trong đó  $I = mr^2$  là mômen quán tính của chất điểm đối với trục quay  $\Delta$ .





### 3. 5. Mômen động lượng của chất điểm và của một hệ chất điểm

#### 3.5.1. Định nghĩa mômen động lượng của chất điểm và một hệ chất điểm

##### b. Hệ chất điểm

❖ Hệ chất điểm:  $M_1, M_2, \dots, M_i$  ; **khối lượng**:  $m_1, m_2, \dots, m_i$ ; chuyển động với **vận tốc**:  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_i$  đối với gốc O.

+ Tại thời điểm t, **vị trí** các chất điểm lần lượt là  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_i$ .

❖ **Định nghĩa**: Mômen động lượng của hệ chất điểm đối với O

$$\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i = \sum_i \vec{r}_i \wedge \vec{K}_i = \sum_i \vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i$$

❖ **Trường hợp riêng**: Hệ chất điểm quay xung quanh một trục cố định  $\Delta$  thì mômen động lượng của hệ chất điểm đối với trục  $\Delta$  là:  $\vec{L} = \sum_i I_i \cdot \vec{\omega}_i$

Trong đó +  $I_i = m_i \cdot r_i^2$  là mômen quán tính của chất điểm  $i$  đối với trục quay  $\Delta$ .

+  $\vec{\omega}_i$  là vận tốc góc của chất điểm thứ  $i$

### 3. 5. Mômen động lượng của chất điểm và của một hệ chất điểm

#### 3.5.2. Định lý mômen động lượng của chất điểm và một hệ chất điểm

##### a. Chất điểm

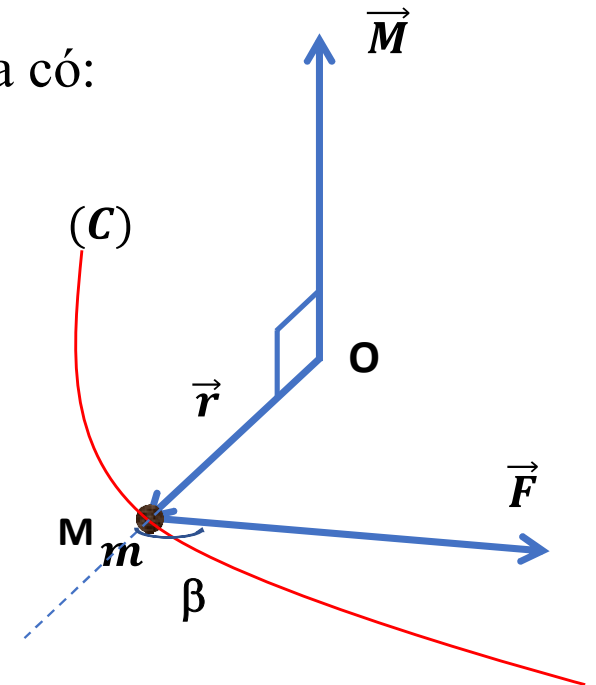
❖ Đạo hàm theo thời gian 2 vế biểu thức mômen động lượng ta có:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(\vec{r} \wedge m\vec{v})}{dt}$$

mà

$$\begin{aligned}\frac{d(\vec{r} \wedge m\vec{v})}{dt} &= \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge m \frac{d\vec{v}}{dt} \\ &= 0 + \vec{r} \wedge m\vec{a} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{M}\end{aligned}$$

( $\vec{M}$  mômen của lực  $\vec{F}$  đối với điểm  $O$ )



**⇒ Định lý 1 về mômen động lượng của chất điểm:**

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} (*)}$$

➤ **Phát biểu:** Đạo hàm theo thời gian của mômen động lượng đối với điểm  $O$  của một chất điểm bằng tổng mômen (đối với điểm  $O$ ) của các lực tác dụng lên chất điểm đó.

### 3. 5. Mômen động lượng của chất điểm và của một hệ chất điểm

#### 3.5.2. Định lý mômen động lượng của chất điểm và một hệ chất điểm

##### a. Chất điểm

❖ Từ định lý 1 về mômen động lượng ta có:  $d\vec{L} = \vec{M}dt \Rightarrow \int_{\vec{L}_1}^{\vec{L}_2} d\vec{L} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}dt$

$$\rightarrow \Delta \vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}dt (**)$$

**(\*\*) Định lý 2 về mômen  
động lượng của chất điểm**

Xung lượng của mômen lực  
tác dụng lên chất điểm trong thời  
gian  $t_1 \rightarrow t_2$

➤ **Phát biểu:** Độ biến thiên **vector mômen động lượng** của chất điểm đối với  $O$  trong một khoảng thời gian xác định có giá trị bằng xung lượng của mômen lực (hay tổng hợp lực) tác dụng lên chất điểm đối với  $O$  trong khoảng thời gian đó.

(\*\*)  $\Rightarrow$  Nếu  $\vec{M} = \overrightarrow{const}$  ta có:  $\Delta \vec{L} = \vec{M} \cdot \Delta t$

### 3. 5. Mômen động lượng của chất điểm và của một hệ chất điểm

#### 3.5.2. Định lý mômen động lượng của chất điểm và một hệ chất điểm

##### b. Hệ chất điểm

- Xét chất điểm i  $\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{M}_{/O}(\vec{F}_i)$  ( $\vec{M}_{/O}(\vec{F}_i)$  là tổng mômen đối với điểm O của các lực  $\vec{F}_i$  t.d lên chất điểm i)  
 $\Rightarrow \sum_i \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \sum_i \vec{M}_{/O}(\vec{F}_i)$

+ VT =  $\sum_i \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_i \vec{L}_i = \frac{d\vec{L}}{dt}$ : đạo hàm theo t của mômen động lượng của hệ

+ VP= tổng mômen đối với gốc O của các ngoại lực tác dụng lên các chất điểm của hệ

**$\Rightarrow$  Định lý 1 về mômen động lượng của hệ chất điểm**

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_i \vec{M}_{/O}(\vec{F}_i) = \vec{M}$$

➤ **Phát biểu:** Đạo hàm theo thời gian của mômen động lượng của một hệ chất điểm đối với O bằng tổng mômen của các ngoại lực tác dụng lên hệ (đối với O).

### 3. 5. Mômen động lượng của chất điểm và của một hệ chất điểm

#### 3.5.2. Định lý mômen động lượng của chất điểm và một hệ chất điểm

##### b. Hệ chất điểm

❖ Từ định lý 1 về mômen động lượng, tương tự như đối với chất điểm ta có:

$$\Delta \vec{L} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M} dt$$

**Định lý 2 về mômen động lượng của hệ chất điểm**

➤ **Phát biểu**: Độ biến thiên **vector mômen động lượng** của hệ chất điểm đối với  $O$  trong một khoảng thời gian xác định có giá trị bằng xung lượng của tổng mômen của các ngoại lực tác dụng lên hệ chất điểm đối với  $O$  trong khoảng thời gian đó.

## 3. 5. Mômen động lượng của chất điểm và của một hệ chất điểm

### 3.5.3. Định luật bảo toàn mômen động lượng

❖ Ta có:  $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$       Nếu  $\vec{M} = \vec{0}$  thì  $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = \overline{const}$

- ❖ *Phát biểu định luật bảo toàn mômen động lượng của chất điểm: Với chất điểm cô lập hoặc chịu tác dụng của các lực sao cho tổng mômen các lực tác dụng lên chất điểm đối với O bằng không thì véc tơ mômen động lượng của chất điểm đối với O bảo toàn.*
- ❖ *Phát biểu định luật bảo toàn mômen động lượng của hệ chất điểm: Với hệ chất điểm cô lập hoặc chịu tác dụng của các ngoại lực sao cho tổng mômen của các ngoại lực tác dụng lên hệ chất điểm đối với O bằng không thì véc tơ mômen động lượng của hệ chất điểm đối với O bảo toàn.*