

KIỂM TRA GIỮA KÌ XỬ LÝ TÍN HIỆU SỐ. 20132

*Thời gian 90 phút. Không sử dụng tài liệu và thiết bị nghe, nhìn.
Nộp lại để cùng bài làm.*

B

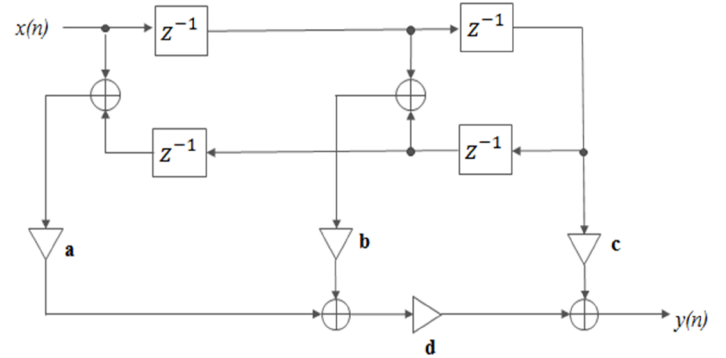
Câu 1: Cho hệ thống được mô tả bởi sơ đồ như hình bên. Xác định PT-SP của hệ.

Câu 2: Cho $h(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)$, tín hiệu vào

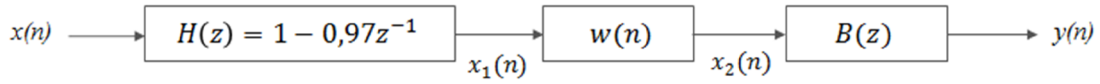
$x(n] = 2\delta(n) + 0,3\delta(n - 1)$. Tính $y(n)$.

Câu 3: Giả thiết tín hiệu $x(n)$ có dạng:

$$x(n) = 4\delta(n) + 4\delta(n - 1) + 4\delta(n - 2) + 4\delta(n - 3) + 4\delta(n - 4)$$



Tín hiệu $x(n)$ được xử lý theo sơ đồ khối như sau:



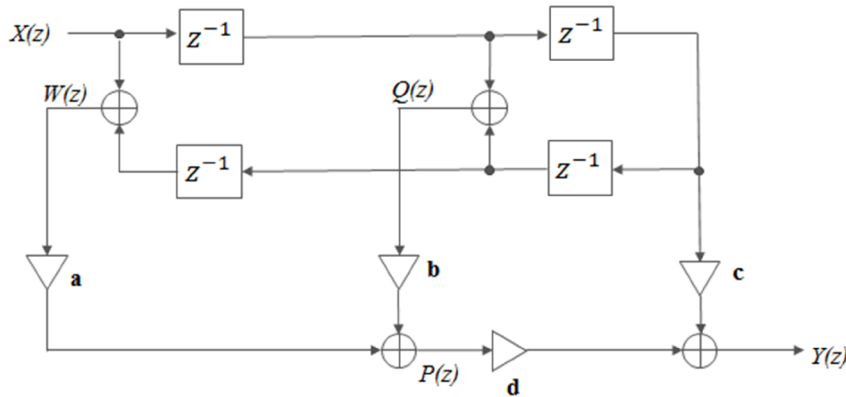
$w(n)$ là hàm cửa sổ Hamming: $w(n) = \begin{cases} 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\right), & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0, & n \text{ còn lại} \end{cases}$

trong đó M là độ dài tín hiệu. $B(z)$ được xác định bởi: $B(z) = \frac{1}{1-0,3z^{-1}-0,1z^{-2}}$

Tính và vẽ các tín hiệu $x_1(n), x_2(n), y(n)$.

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1: Xét các thành phần trung gian như hình dưới:



Ta có:

$$W(z) = X(z) + z^{-4}X(z) = (1 + z^{-4})X(z)$$

$$Q(z) = z^{-1}X(z) + z^{-3}X(z) = (z^{-1} + z^{-3})X(z)$$

$$P(z) = aW(z) + bQ(z) = (a + bz^{-1} + bz^{-3} + az^{-4})X(z)$$

$$Y(z) = dP(z) + cz^{-2}X(z) = (ad + bdz^{-1} + cz^{-2} + bdz^{-3} + adz^{-4})X(z)$$

Thực hiện biến đổi Z ngược và áp dụng tính chất trễ, ta có PT-SP của hệ là:

$$y(n) = adx(n) + bdx(n-1) + cx(n-2) + bdx(n-3) + adx(n-4)$$

Câu 2: Ta có:

$$x(n) = \begin{cases} 2 & \text{khi } n = 0 \\ 0,3 & \text{khi } n = 1 \\ 0 & \text{với } n \text{ còn lại} \end{cases}$$

Tín hiệu ra $y(n)$ được xác định bởi:

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) \cdot h(n-k)$$

Do $x(k)$ chỉ khác 0 tại $k = 0$ hoặc $k = 1$ nên:

$$\begin{aligned} y(n) &= x(0)h(n-0) + x(1)h(n-1) = 2h(n) + 0,3h(n-1) = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n u(n) + 0,3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} u(n-1) \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^n [2u(n) + 0,9u(n-1)] \end{aligned}$$

Câu 3: Biến đổi Z của tín hiệu $x(n)$ là:

$$X(z) = 4(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + z^{-4})$$

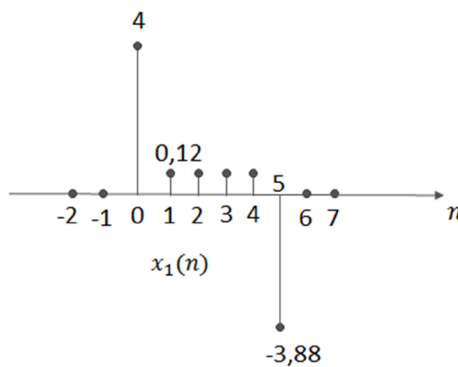
Gọi $X_1(z)$ là biến đổi Z của tín hiệu $x_1(n)$, ta có:

$$\begin{aligned} X_1(z) &= X(z) \cdot H(z) = 4(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + z^{-4})(1 - 0,97z^{-1}) \\ &= 4 + 0,12z^{-1} + 0,12z^{-2} + 0,12z^{-3} + 0,12z^{-4} - 3,88z^{-5} \end{aligned}$$

Suy ra:

$$x_1(n) = Z^{-1}\{X_1(z)\} = 4\delta(n) + 0,12\delta(n-1) + 0,12\delta(n-2) + 0,12\delta(n-3) + 0,12\delta(n-4) - 3,88\delta(n-5)$$

Vẽ tín hiệu $x_1(n)$:



Độ dài tín hiệu $x_1(n)$ là 6 nên ta có hàm cửa sổ Hamming với $M = 6$: $w(n) = \begin{cases} 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{2\pi n}{5}\right), & 0 \leq n \leq 5 \\ 0, & n \text{ còn lại} \end{cases}$

$$w(0) = 0,54 - 0,46 \cdot \cos 0 = 0,08; \quad w(1) = 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) \approx 0,398$$

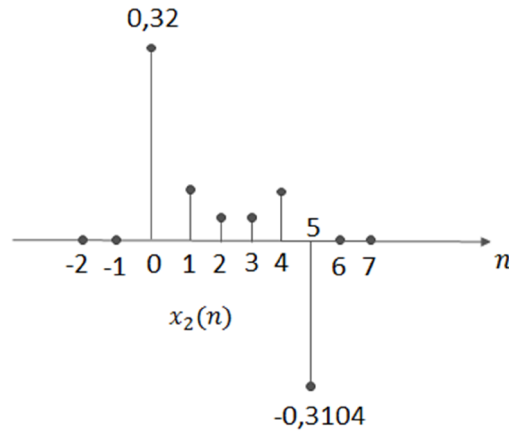
$$w(2) = 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) \approx 0,912; \quad w(3) = 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{6\pi}{5}\right) \approx 0,912$$

$$w(4) = 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{8\pi}{5}\right) \approx 0,398; \quad w(5) = 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{10\pi}{5}\right) = 0,08$$

Tín hiệu $x_2(n)$ thu được bằng cách cho tín hiệu $x_1(n)$ qua cửa sổ $w(n)$, nên ta có: $x_2(n) = x_1(n) \cdot w(n)$; $x_2(n) = 0$ với $n < 0$ hoặc $n > 5$.

$$\begin{aligned}x_2(0) &= x_1(0) \cdot w(0) = 0,32; & x_2(1) &= x_1(1) \cdot w(1) \approx 0,0478 \\x_2(2) &= x_1(2) \cdot w(2) \approx 0,1094; & x_2(3) &= x_1(3) \cdot w(3) \approx 0,1094 \\x_2(4) &= x_1(4) \cdot w(4) \approx 0,0478; & x_2(5) &= x_1(5) \cdot w(5) = -0,3104\end{aligned}$$

Vẽ tín hiệu $x_2(n)$:



Ta có: $B(z) = \frac{1}{1-0,3z^{-1}-0,1z^{-2}} = \frac{z^2}{(z-\frac{1}{2})(z+\frac{1}{5})}$

Điểm cực: $p_1 = \frac{1}{2}, p_2 = -\frac{1}{5}$, nhận thấy cả 2 điểm cực đều thuộc đường tròn đơn vị nên hệ có hàm truyền $B(z)$ là hệ nhân quả và ổn định.

Mặt khác: $B(z) = \frac{1}{1-0,3z^{-1}-0,1z^{-2}} \Rightarrow \frac{Y(z)}{X_2(z)} = \frac{1}{1-0,3z^{-1}-0,1z^{-2}} \Rightarrow Y(z) - 0,3z^{-1}Y(z) - 0,1z^{-2}Y(z) = X_2(z)$

Sử dụng tính chất trễ của biến đổi Z, thực hiện biến đổi Z ngược cả 2 vế, ta có:

$$\begin{aligned}y(n) - 0,3y(n-1) - 0,1y(n-2) &= x_2(n) \\ \Rightarrow y(n) &= 0,3y(n-1) + 0,1y(n-2) + x_2(n)\end{aligned}$$

Vì hệ có hàm truyền $B(z)$ nhân quả; mà $x_2(n) = 0$ với $n < 0$ nên $y(n) = 0$ với $n < 0$

Từ đó suy ra:

$$\begin{aligned}y(0) &= 0,3y(-1) + 0,1y(-2) + x_2(0) = 0 + 0 + 0,32 = 0,32 \\y(1) &= 0,3y(0) + 0,1y(-1) + x_2(1) = 0,3 \cdot 0,32 + 0 + 0,0478 = 0,1438 \\y(2) &= 0,3y(1) + 0,1y(0) + x_2(2) = 0,3 \cdot 0,1438 + 0,1 \cdot 0,32 + 0,1094 = 0,18454 \\y(3) &= 0,3y(2) + 0,1y(1) + x_2(3) = 0,3 \cdot 0,18454 + 0,1 \cdot 0,1438 + 0,1094 = 0,17914 \\y(4) &= 0,3y(3) + 0,1y(2) + x_2(4) = 0,3 \cdot 0,17914 + 0,1 \cdot 0,18454 + 0,0478 = 0,12 \\y(5) &= 0,3y(4) + 0,1y(3) + x_2(5) = 0,3 \cdot 0,12 + 0,1 \cdot 0,17914 - 0,3104 = -0,25649\end{aligned}$$