

ĐỀ 1

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20151

Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi của sinh viên.

Câu 1(1đ). Cho A, B là các mệnh đề. Chứng minh mệnh đề $(\bar{A} \wedge B) \rightarrow B$ là hằng đúng.

Câu 2(1đ). Cho $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \geq 0\}$ và ánh xạ $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow A$ với $f(x, y) = (x^2, x + y)$. Ánh xạ f có phải là toàn ánh không? Tại sao?

Câu 3(1đ). Cho A, B, C là các tập hợp bất kì. Chứng minh:

$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C).$$

Câu 4(1đ). Giải phương trình phức $z^4 - 2z^2 + 2 = 0$.

Câu 5(1đ). Tìm a để ma trận $A = \begin{bmatrix} a+1 & -1 & a \\ 3 & a+1 & 3 \\ a-1 & 0 & a-1 \end{bmatrix}$ khả nghịch.

Câu 6(1đ). Cho $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$. Tìm X thỏa mãn $AX - B^T = X$.

Câu 7(1đ). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = -4 \\ 3x + 7y + 10z + 11t = -11 \\ x + 2y + 4z + 2t = -3 \\ x + 2y + 2z + 7t = -6 \end{cases}$$

Câu 8(1đ). Xác định $A \subset \mathbb{R}^2$ để ánh xạ $f: \left[0; \frac{\pi}{4}\right] \times [0; \pi] \rightarrow A, f(x, y) = (\sin x + \cos x; 2 \cos y)$

là song ánh.

Câu 9(1đ). Cho $z_k = \cos \frac{\pi + k2\pi}{36} + i \cdot \sin \frac{\pi + k2\pi}{36}, k \in N$. Tính $S = \sum_{m=13}^{21} z_m$

Câu 10: (1đ). Cho $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, hãy tính A^{10} .

ĐỀ 4

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20151

Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi của sinh viên.

Câu 1(1đ). Cho các mệnh đề A và B . Chứng minh các mệnh đề $\overline{A \rightarrow B}$ và $A \wedge \bar{B}$ là tương đương logic.

Câu 2(1đ). Cho ánh xạ $f: R \setminus \{-1\} \rightarrow R, f(x) = \frac{x-3}{x-1}$. Xác định $f^{-1}((-1; 0])$.

Câu 3(1đ). Cho A, B, C, D là các tập hợp bất kỳ. Chứng minh:

$$[(A \cup C) \setminus (B \cup D)] \subset [(A \setminus B) \cup (C \setminus D)].$$

Câu 4(1đ). Giải phương trình phức $z^4 - (1 - 2i)z^2 - i - 1 = 0$.

Câu 5(1đ). Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & m+8 & 5 \\ -1 & 1 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 2m+6 \end{bmatrix}$. Tìm m để $r(A) = 2$.

Câu 6(1đ). Cho $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Tìm X thỏa mãn $B^T - XA = 2X$.

Câu 7(1đ). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z + t = 2 \\ 2x + 3y + 2z + 2t = 6 \\ 3x + 4y + 4z + 3t = 7 \\ x + y + 2z + 2t = 3 \end{cases}$$

Câu 8(1đ). Xác định tập $A \subset R^2$ để ánh xạ $f: A \rightarrow (0; +\infty) \times [-1; 1]; f(x, y) = (e^x; \cos y)$ là song ánh.

Câu 9(1đ). Tính tổng $S = \sum_{n=1}^{49} (-1)^{n-1} C_{98}^{2n-1}$

Câu 10(1đ). Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$, hãy tìm A^{10} .

ĐỀ 5

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20151

Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi của sinh viên.

Câu 1(1đ). Cho p, q là những mệnh đề. Chứng minh rằng biểu thức mệnh đề $(p \wedge q) \rightarrow p$ là hằng đúng.

Câu 2(1đ). Cho các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} | x^2 - 4x - 5 \leq 0\}, B = [-1; 2),$

$C = \left\{x \in \mathbb{Q}, \frac{x}{3-x} \geq 0\right\}$ Xác định $B \setminus (A \cap C)$.

Câu 3(1đ). Cho ánh xạ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 3x$ và tập $A = \{x \in \mathbb{R} | -2 < x \leq 4\}$. Tính $f(A)$ và $f^{-1}(A)$.

Câu 4(1đ). Giải phương trình phức $(2 + 2\sqrt{3}.i)z^3 = 4i$.

Câu 5(1đ). Tìm ma trận X thỏa mãn $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} X = X + 2 \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^T$.

Câu 6(1đ). Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 2y - 3z = 1 \\ x - y + z = 3 \\ 3x + y + mz = 4 \end{cases}$ với m là tham số.

- a) Giải hệ với $m = -2$
- b) Tìm m để hệ vô nghiệm.

Câu 7(1đ). Cho ánh xạ $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) = (x^3, x^2 + y)$. Chứng minh f là một song ánh.

Câu 8(1đ). Tính $|z_1|^2 - |z_2|^2|$ với z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình

$$iz^2 - (2 + i)z + 3 = 0$$

Câu 9(1đ). Cho A là ma trận vuông cấp 2015. Chứng minh rằng

$$\det(A - A^T) = 0$$

ĐỀ 2

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20161

Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi của sinh viên.

Câu 1(1đ). Cho p, q là các mệnh đề. Các mệnh đề $(\bar{p} \rightarrow \bar{q}) \wedge q$ và $p \wedge q$ có tương đương logic hay không? Tại sao?

Câu 2(1đ). Cho A, B, C là những tập hợp bất kỳ. Chứng minh rằng

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$$

Câu 3(1đ). Cho ánh xạ $f: R \rightarrow R, f(x) = x^3 - x$. Xác định a, b biết $f^{-1}(\{a\}) = \{0; -1; b\}$.

Câu 4(1đ). Giải phương trình phức $(1 + z)^3(i + 1) = 4$, với i là đơn vị ảo.

Câu 5(1đ). Tìm ma trận X thỏa mãn $X \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 2X - 2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^T$

Câu 6(1đ). Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & m+1 & 2 & m \\ -1 & -m & m & 2-m \\ 2 & 2m+3 & m+6 & 3m \end{bmatrix}$. Tìm m để $r(A) = 2$.

Câu 7(1đ). Tìm m để hệ $\begin{cases} x - 2y + 2z = m \\ 2x + (m-3)y + 7z = m^2 \\ x + (m-1)y + (m+5)z = 3m^3 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Câu 8(1đ). Phân tích đa thức $p(x) = x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 2x + 4$ thành tích của 2 đa thức bậc 2 với hệ số thực biết $p(-i) = 0$.

Câu 9(1đ). Cho $\varepsilon_k = \cos \frac{k2\pi}{2016} + i \sin \frac{k2\pi}{2016}, k = 0, 1, \dots, 2015$ Tính $\sum_{k=0}^{2015} (\varepsilon_k)^{2017}$

Câu 10(1đ). Cho A, B là hai ma trận vuông cấp $n \geq 2$ sao cho $AB + A + B = 0$. Chứng minh rằng nếu A khả nghịch thì B khả nghịch.

ĐỀ 3

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20161

Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi của sinh viên.

Câu 1(1đ). Cho p, q là các mệnh đề. Các mệnh đề $p \rightarrow q$ và $q \rightarrow p$ có tương đương logic hay không? Tại sao?

Câu 2(1đ). Cho ánh xạ $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$. Xác định $f^{-1}((0; 1])$.

Câu 3(1đ). Giả sử $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định trên \mathbb{R} . Đặt $A = \{x \in \mathbb{R} | f(x) = 0\}$,

$B = \{x \in \mathbb{R} | g(x) = 0\}$. Biểu diễn qua A, B tập nghiệm của phương trình $\frac{f(x)}{f(x) + g(x)} = 0$.

Câu 4(1đ). Giải phương trình phức $z^4 - (2 + i)z^2 + 2i = 0$, với i là đơn vị ảo.

Câu 5(1đ). Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$. Tìm X thỏa mãn $B^T - AX = 2X$.

Câu 6(1đ) Tìm x để $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & x & -3 \\ 4 & x^2 & 9 \end{vmatrix} = 0$.

Câu 7(1đ) Giải hệ sau bằng phương pháp Gauss
$$\begin{cases} x + 2y - z + 3t = 2 \\ 2x + 2y - 5z + 8t = 2 \\ x + 4y + 4z + 6t = 13 \\ 4x + 8y - 2z + 14t = 14 \end{cases}$$

Câu 8(1đ) Cho A, B, C là các tập hợp bất kì. Chứng minh rằng nếu $(A \setminus C) \subset (B \setminus C)$ và $(A \cap C) \subset (B \cap C)$ thì $A \subset B$.

Câu 9(1đ) Cho ánh xạ $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (x + ay, x - y)$. Xác định tất cả các giá trị của a để f là một song ánh.

Câu 10(1đ) Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Tính $S = A + A^2 + \dots + A^{2016}$.

ĐỀ 6

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20161

Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi của sinh viên.

Câu 1(1đ). Cho p, q là các mệnh đề. Chứng minh biểu thức mệnh đề $(p \rightarrow q) \vee \bar{q}$ là hằng đúng.

Câu 2(1đ). Cho các tập $A = [a - 1; a], B = [b; b + 1]$ với a, b là các số thực. Tìm điều kiện của a, b sao cho $A \cap B \neq \emptyset$.

Câu 3(1đ). Cho ánh xạ $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 + 3x - 4$ và $A = \{0; -6\}$. Xác định $f(A)$ và $f^{-1}(A)$.

Câu 4(1đ). Giải phương trình phức $z^2 - (5 - i)z + 6 - 7i = 0$, với i là đơn vị ảo.

Câu 5(1đ). Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ và đa thức $P(x) = x^2 - 2x + 1$. Tính $P(A)$.

Câu 6(1đ). Tìm a để ma trận $A = \begin{bmatrix} a+3 & 1 & a \\ 2 & -a & 2a+1 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ khả nghịch.

Câu 7(1đ). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 2x + y + 3z = 8 \\ 3x + 5z = 9 \end{cases}$$

Câu 8(1đ). Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $iz^2 + (2 + i)z - 7 = 0$.

Tính $\left| \frac{z_1}{z_2} - \frac{z_2}{z_1} \right|$

Câu 9(1đ). Ánh xạ $f: R^2 \rightarrow R^2, f(x, y) = (x^3, x^2 + y)$ có là một song ánh hay không? Tại sao?

Câu 10(1đ). Cho $A = \begin{bmatrix} -i & -1 \\ 1 & -i \end{bmatrix}$, với i là đơn vị ảo. Tính A^3 và A^{27} .

ĐỀ 1

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20171

MÃ HP 1141, Nhóm 1, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1(1đ). Cho A, B, C là các tập hợp bất kì. Chứng minh rằng

$$(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus B.$$

Câu 2(1đ). Cho ánh xạ $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 3x + 2$. Xác định $f^{-1}((0; 2])$.

Câu 3(1đ). Giải phương trình trên $C: iz^2 - (1 + 8i)z + 7 + 17i = 0$

Câu 4(1đ). Tập các ma trận $W = \left\{ A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \mid a, b, c \in R \right\}$ với phép cộng ma trận có lập thành một nhóm không? Vì sao?

Câu 5(1đ). Tìm ma trận X thỏa mãn $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} X - 2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Câu 6(1đ). Tìm a để hệ $\begin{cases} (a+5)x + 3y + (2a+1)z = 0 \\ ax + (a-1)y + 4z = 0 \\ (a+5)x + (a+2)y + 5z = 0 \end{cases}$ có nghiệm không tầm thường.

Câu 7(1đ). Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss:

$$\begin{cases} x + 2y - z + 3t = 12 \\ 2x + 5y - z + 11t = 49 \\ 3x + 6y - 4z + 13t = 49 \\ x + 2y - 2z + 9t = 33 \end{cases}$$

Câu 8(1đ). Cho các mệnh đề A, B, C thỏa mãn $(A \wedge C) \rightarrow (B \wedge C)$ và $(A \vee C) \rightarrow (B \vee C)$ là các mệnh đề đúng. Chứng minh rằng $A \rightarrow B$ là mệnh đề đúng.

Câu 9(1đ). Cho ánh xạ $f: R^2 \rightarrow R^2$, xác định bởi $f(x, y) = (x^2 - y, x + y)$. Ánh xạ f có là đơn ánh, toàn ánh không? Vì sao?

Câu 10(1đ). Cho ma trận thực A vuông cấp $n \geq 2$ sao cho tổng các phần tử trên đường chéo chính của ma trận AA^T bằng 0. Chứng minh rằng ma trận A là ma trận không.

ĐỀ 1

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20172

Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi của sinh viên.

Câu 1: (1đ). Lập bảng trị chân lý của biểu thức mệnh đề sau:

$$[(\bar{A} \wedge B) \vee C] \rightarrow \bar{B}$$

Câu 2: (1đ). Cho các tập hợp A, B, C . Chứng minh $A \setminus (B \cup C)$ là tập con của $(B \setminus C) \cup (A \setminus B)$.

Câu 3: (1đ). Cho ánh xạ $f: R \rightarrow R$ xác định bởi $f(x) = 2x^2 - 1$ và khoảng $A = (-1; 3)$. Xác định các tập hợp $f(A)$ và $f^{-1}(A)$.

Câu 4: (1đ). Cho z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + (3 - 2i)z + 6 + 5i = 0$. Tính $|z_1 - z_2|$.

Câu 5: (1đ). Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$. Tính $A^3 - 3A$.

Câu 6: (1đ). Tìm ma trận X thỏa mãn $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 21 & 28 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$

Câu 7: (1đ). Tìm m để hạng của ma trận $A = \begin{bmatrix} m & 2 & -1 & 3 \\ 2 & m & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ bé nhất.

Câu 8: (1đ). Tính định thức $\begin{vmatrix} 1 & a & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & b & 0 \end{vmatrix}$

Câu 9: (1đ). Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x_1 + mx_2 - x_3 = 0 \\ mx_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 - mx_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$ có nghiệm không tầm thường.

Câu 10: (1đ). Cho $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{2018}$ là các căn bậc 2018 phân biệt phức của 2018. Tính

$$A = \sum_{i=1}^{2018} \frac{1}{(\varepsilon_i)^3}$$

ĐỀ 1

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20173

MÃ HP 1141, Nhóm 1, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1(1đ). Khẳng định sau đây là đúng hay sai? Giải thích!

“Nếu A, B, C là các tập hợp thỏa mãn $A \cap B = A \cap C$ thì $B = C$.”

Câu 2(1đ). Cho N là tập hợp các số tự nhiên, ánh xạ $f: N \rightarrow N, f(x) = 2x + 1$ có phải là đơn ánh không? Có là toàn ánh không? Tại sao?

Câu 3(1.5đ).

a) Giải phương trình sau trong trường số phức:

$$(z - i)^4 = -7 + 24i.$$

b) Hãy biểu diễn tập nghiệm của phương trình trên trong mặt phẳng phức.

Câu 4(1.5đ). Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$. Phép tính nào thực hiện được? $(A + C); B(A + C^T); C^T B$. Hãy thực hiện phép tính đó.

Câu 5(1đ). Giải phương trình ma trận:

$$\left(\frac{1}{2}X^T - 2E\right)^{-1} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Với E là ma trận đơn vị cấp 2.

Câu 6(1.5đ). Tìm số thực a để ma trận sau có hạng bé nhất:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2-a & 4 & a^2 \\ 1 & 1-a & 2 & 0 \\ 3 & 3-2a & 8-a & 4 \end{bmatrix}$$

Câu 7(1.5đ). Tìm mối liên hệ ràng buộc giữa a, b, c để hệ phương trình sau có ít nhất một

$$\text{nghiệm } \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = a \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -b. \\ 3x_1 + 7x_2 - x_3 = c \end{cases}$$

Câu 8(1đ). Cho tập hợp $G \neq \emptyset$ và G cùng với phép toán hai ngôi $*$ là một nhóm thỏa mãn

$x * x = e, \forall x \in G, e$ – phần tử trung hòa của G . Hỏi $(G, *)$ có phải là một nhóm giao hoán hay không? Vì sao?

ĐỀ 1

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20181

MÃ HP 1141, Nhóm 1, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi của sinh viên.

Câu 1(1đ). Cho 3 mệnh đề p, q, r . Hỏi hai mệnh đề $(p \wedge q) \rightarrow r$ và $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ có tương đương logic hay không?

Câu 2(1đ). Cho ánh xạ $f: R \rightarrow R^2, f(x) = (x^2 - 4; x^3 + 1)$ có là đơn ánh không? Tại sao?

Câu 3(1,5đ). Tìm $z \in \mathbb{C}$ sao cho

$$1 + (z + 2i) + (z + 2i)^2 + (z + 2i)^3 + (z + 2i)^4 = 0$$

Câu 4(1,5đ). Tìm m để hệ sau có vô số nghiệm

$$\begin{cases} x + 2y + mz = -1 \\ 2x + 7y + (2m + 1)z = 2 \\ 3x + 9y + 4mz = 2m - 1 \end{cases}$$

Câu 5(1đ). Tìm ma trận X thỏa mãn: $X \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 & -7 \\ 15 & 2 & -13 \end{bmatrix}$

Câu 6(1,5đ). Cho ánh xạ $f: R^3 \rightarrow R^3, f(x, y, z) = (2x - y + z, x - z, x + my)$.

Tìm m để f là toàn ánh.

Câu 7(1đ). Cho ma trận A khả nghịch và $\lambda \in R$ thỏa mãn $\det(A - \lambda E) = 0$ trong đó E là ma trận đơn vị. Chứng minh rằng

$$\det \left[A^{-1} - \frac{1}{\lambda} E \right] = 0.$$

Câu 8(1đ). Tính tổng

$$S = C_{2018}^0 - 3C_{2018}^2 + 3^2C_{2018}^4 - 3^3C_{2018}^6 + \dots - 3^{1009}C_{2018}^{2018}$$

ĐỀ 3

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20181

MÃ HP 1141, Nhóm 1, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi của sinh viên.

Câu 1: (1,5đ). Cho 3 mệnh p, q, r . Biết $p \rightarrow q$ là mệnh đề đúng. Hỏi mệnh đề $(p \vee r) \rightarrow (q \vee r)$ đúng hay sai? Tại sao?

Câu 2: (1đ). Ánh xạ $f: R \rightarrow R^2, f(x) = (2x + 1; x - 3)$ là toàn ánh không? Tại sao?

Câu 3: (1,5đ). Cho $z_n = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i} \right)^n, n \in N$ Tìm n nhỏ nhất để $Re(z_n) = 0$.

Câu 4: (1,5đ). Tìm m để hạng ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & m & -1 & 2 \\ 2 & -1 & m & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{bmatrix}$ nhỏ nhất.

Câu 5: (1,5đ). Tìm λ để tồn tại ma trận X thỏa mãn

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & \lambda \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ \lambda + 5 \end{bmatrix}$$

Câu 6: (1đ). Cho ánh xạ $f: C \rightarrow C, f(z) = z^5 + \sqrt{3}$. Tìm $f^{-1}(\{i\})$.

Câu 7: (1đ). Cho ma trận A và $\lambda \in R$ thỏa mãn $\det(A - \lambda E) = 0$, trong đó E là ma trận đơn vị.

Chứng minh rằng $\det[A^2 + 2A - (\lambda^2 + 2\lambda)E] = 0$

Câu 8: (1đ). Cho ma trận $A \neq 0$ và tồn tại $n \in N, n \geq 2$ sao cho $A^n = 0$. Chứng minh rằng $\det(A - E) \neq 0$, trong đó E là ma trận đơn vị.

ĐỀ 5

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20181

MÃ HP 1142, Nhóm 2, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi của sinh viên.

Câu 1(1đ). Trong R^2 cho các tập $A = \{(x, y) \in R^2 | x + y = 4\}$, $B = \{(x, y) \in R^2 | x^2 - y = 8\}$

Xác định tập hợp $A \cap B$.

Câu 2(1đ). Cho ánh xạ $f: [3; +\infty) \rightarrow R$, xác định bởi $f(x) = x^2 - 6x + 8$. Xét xem f có là đơn ánh hay không? Tại sao?

Câu 3(1đ). Xét ánh xạ $f: R \rightarrow R^2$ xác định bởi $f(x, y) = (x + 2y, 2x - y)$.

Cho $A = \{(x, y) \in R^2 | x^2 + y^2 = 4\}$. Xác định $f(A)$.

Câu 4(1đ). Tìm nghiệm phức của phương trình: $(z + i)^4 = (2z - i)^4$.

Câu 5(1đ). Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -8 \\ -3 & -2 & 15 \end{bmatrix}$.

Tìm ma trận X sao cho $AX = B^T$, với B^T là ma trận chuyển vị của B .

Câu 6(1đ). Biện luận theo a, b hạng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & b \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & a & 5 \end{bmatrix}$.

Câu 7(1đ). Xác định m để hệ phương trình vô số nghiệm $\begin{cases} mx + y + z = 0 \\ 3x - y + 2z = 0 \\ 7x + y + 2mz = 0 \end{cases}$

Câu 8(1đ). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_4 = 3 \\ x_1 - 2x_3 + x_4 = 5 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 8 \end{cases}$

Câu 9(1đ). Biện luận số nghiệm của hệ phương trình theo m, n :

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ -x + ay + 2z = 1 \\ x + 5y + 4z = b \end{cases}$$

Câu 10(1đ). Cho A là ma trận vuông thỏa mãn $A^3 = O$, với O là ma trận không. Kí hiệu E là ma trận đơn vị cùng cấp với A . Chứng minh

$$(E + A)^{-1} = E + A + A^2.$$

ĐỀ 1

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20191

MÃ HP 1141, Nhóm 1, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1(1đ). Mệnh đề: “ $x^2 + 2x - 3$ vô nghiệm nên $3 + 5 \geq 10$ ” đúng hay sai? Tại sao?

Câu 2(1đ). Cho ánh xạ $f: E \rightarrow F$ và $\emptyset \neq B \subset F$. Chứng minh rằng:

$$f^{-1}(F \setminus B) = E \setminus f^{-1}(B)$$

Câu 3(1đ). Tìm tam thức bậc 2 hệ số thực $P(x)$ sao cho:

$$P(1) = 0; P(-1) = 4; P(2) = 1$$

Câu 4(1đ). Tìm các nghiệm phức của phương trình: $z^{10} + z^5 + 1 = 0$

Câu 5(1đ). Tập hợp $G = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ có lập thành nhóm với phép nhân số phức hay không? Tại sao?

Câu 6(1đ). Ký hiệu $M_{1 \times 2}$ là tập hợp các ma trận có kích thước 1×2 . Tìm m để ánh xạ $f: M_{1 \times 2} \rightarrow M_{1 \times 2}$ với $f(X) = X \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & m \end{bmatrix}$ là đơn ánh.

Câu 7(1đ). Tìm m để tồn tại ma trận X sao cho: $\begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -6 \\ 6 \\ m \\ 2 \end{bmatrix}$

Câu 8(1đ). Cho $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Tìm $\lambda \in \mathbb{R}$ sao cho $\det(A - \lambda E) = 0$, với E là ma trận đơn vị cấp 3.

Câu 9(1đ). Cho A, B là ma trận vuông cùng cỡ thỏa mãn $A^{2019} = 0$ và $AB = A + B$. Chứng minh rằng: $\det(B) = 0$

ĐỀ 4

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20191

MÃ HP 1141, Nhóm 1, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1(1đ). Mệnh đề “Hạng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ bằng 1 nên bất phương trình $x^2 - 6x + 5 \leq 0$ vô nghiệm” đúng hay sai? Tại sao?

Câu 2(1đ). Cho 3 tập hợp A, B, C khác tập rỗng. Chứng minh rằng

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C).$$

Câu 3(1đ). Cho $z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$. Tính giá trị $S = z^{2019} + (\bar{z})^{2019}$.

Câu 4(1,5đ). Tìm ma trận X sao cho

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -5 \end{bmatrix} X - 2 \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} = -3 \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Câu 5(1đ). Cho ánh xạ $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, f(z) = 2z^5 - \sqrt{2}$. Tìm $f^{-1}(\{-i\sqrt{2}\})$.

Câu 6(1,5đ). Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & m \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 5 & 3 \end{bmatrix}$. Tìm m để $r(A) = 3$.

Câu 7(1đ). Cho ánh xạ $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3$ và $A = [0; 2] \times [-1; 1]$.

Tìm $f(A)$.

Câu 8(1đ). Tìm m để phương trình ma trận sau có vô số nghiệm

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2m \\ 2 & -7 & m-1 \\ 1 & -5 & 4m \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Câu 9(1đ). Cho $A = (a_{ij})_{9 \times 9}$ thỏa mãn $a_{ij} + a_{ji} = 0; i, j = \overline{1, 9}$. Chứng minh rằng hệ phương trình $\sum_{j=1}^9 a_{ij}x_j = 0, i = \overline{1, 9}$ có nghiệm không tầm thường.

ĐỀ 5

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20191

MÃ HP 1142, Nhóm 2, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1(1đ). Cho $A = \{x \in \mathbb{R} : f(x) = 0\}$ và $B = \{x \in \mathbb{R} : g(x) = 0\}$ với $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số xác định trên \mathbb{R} . Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\frac{f^{2019}(x)}{2019g(x)} = 0$ qua A, B .

Câu 2(1đ). Cho ánh xạ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 3x$ và tập $A = \left\{x \in \mathbb{R}; \frac{x-1}{2-x} \geq 0\right\}$. Xác định $f(A)$.

Câu 3(1đ). Giải phương trình trên $\mathbb{C}: z^2 - (3 - i)z + 4 - 3i = 0$.

Câu 4(1đ). Cho $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ và đa thức $P(x) = x^2 + 4x + 4$. Tính $P(A)$.

Câu 5(1.5đ). Tìm ma trận X thỏa mãn $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} X = 2 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^T + X$ với A^T là ma trận chuyển vị của A .

Câu 6(1đ). Tìm m để ma trận $A = \begin{bmatrix} m+1 & m & 5 \\ 1 & m & 3-m \\ m & 0 & m+1 \end{bmatrix}$

Câu 7(1.5đ). Giải hệ $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 2x + z = 3 \\ 3x + y - z = 4 \end{cases}$ bằng phương pháp Gauss.

Câu 8(1đ). Tìm số nguyên m lớn nhất sao cho ánh xạ $f: [m, 2] \rightarrow [0, 4], f(x) = x^2$ là một toàn ánh nhưng không phải đơn ánh.

Câu 9(1đ). Cho A, B là ma trận thực, vuông cấp 2019 thỏa mãn:

$$AB + 10A + 2019B = 0$$

Chứng minh rằng: $AB = BA$.

ĐỀ 1

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20193

MÃ HP 1141, Nhóm 1, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1.(1đ) Cho $A = \{x \in \mathbb{R} | f(x) = 0\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} | g(x) = 0\}$, ở đó $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số xác định trên \mathbb{R} . Biểu diễn qua A, B tập nghiệm của phương trình

$$\frac{f(x)g(x)}{|f(x)| + |g(x)|} = 0$$

Câu 2.(1đ) Cho A, B, C là các mệnh đề, trong đó $A \rightarrow B$ là mệnh đề đúng, B là mệnh đề sai.

Mệnh đề $A \rightarrow C$ đúng hay sai? Vì sao?

Câu 3.(1.5đ) Cho ánh xạ $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) = (x + y^6; -x + y^3)$. Ánh xạ trên có phải đơn ánh, toàn ánh không? Vì sao?

Câu 4.(1.5đ) Cho ánh xạ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 3x + 4$ và $A = (1; 2]$, tìm $f(A), f^{-1}(A)$?

Câu 5.(1đ) Cho $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ xác định bởi $f(z) = z^6$. Tìm $f^{-1}\left(\left\{(\sqrt{3} + i)^{18}\right\}\right)$?

Câu 6.(2đ) Giải và biện luận số nghiệm của hệ phương trình theo tham số a, b

Câu 7.(1đ) Tìm hạng của ma trận A theo tham số a

$$A = \begin{bmatrix} a & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 7 & 2 \\ 9 & -3 & 14 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Câu 8.(1đ) Cho A, B là các ma trận vuông cấp n thỏa mãn $A^{2020} = E$ và $(A - E)B = B$, ở đó E là ma trận đơn vị. Chứng minh $\det B = 0$

ĐỀ 1

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20201

MÃ HP 1141, Nhóm 1, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1(1đ). Cho 3 mệnh đề A, B, C . Nếu mệnh đề $A \rightarrow B$ là đúng thì mệnh đề $(A \wedge C) \rightarrow (B \wedge C)$ là đúng hay sai? Vì sao?

Câu 2(1đ). Cho ánh xạ $f: X \rightarrow Y$ và $A, B \subset X$. Bao hàm thức sau đúng hay sai? Tại sao?

$$f(A) \setminus f(B) \subset f(A \setminus B)$$

Câu 3(1đ). Giải phương trình trên $C: (1 + i\sqrt{3})^{11} z^3 = (\sqrt{3} + i)^{10}$.

Câu 4(1đ). Tập $G = \{z \in C: z^7 = 1\}$ có lập thành một nhóm với phép nhân số phức hay không? Vì sao?

Câu 5(2đ). Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 8 & 8 & 9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

a) Tính $(A - 2B)^2$.

b) Tìm X thỏa mãn $AX(A - 2B)^2 = 11C^T$.

Câu 6(1đ). Tìm m để hạng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & m & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ là lớn nhất.

Câu 7(1đ). Tìm m để hệ $\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -x + my - 2z = 0 \\ (m + 1)x + y - z = 0 \end{cases}$ có nghiệm không tầm thường.

Câu 8(1đ). Cho ánh xạ $f: R^2 \rightarrow R^2, f(x, y) = (y^3, x + y^2)$. Chứng minh f là một song ánh và tìm ánh xạ ngược của f .

Câu 9(1đ). Cho A, B là các ma trận vuông cấp n và A là ma trận khả nghịch. Chứng minh rằng $r(AB) = r(B)$, ở đó $r(X)$ là hạng của ma trận X .

ĐỀ 2

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20201

MÃ HP 1141, Nhóm 1, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1(1đ). Cho 3 mệnh đề A, B, C . Nếu mệnh đề $(A \wedge C) \rightarrow (B \wedge C)$ là mệnh đề sai thì mệnh đề $B \rightarrow A$ là đúng hay sai? Vì sao?

Câu 2(1đ). Cho ánh xạ $f: X \rightarrow Y$. Tính chất sau về tập ảnh đúng hay sai? Tại sao?

$$f(A \setminus B) \subset f(A) \setminus f(B) \quad \forall A, B \subset X$$

Câu 3(1đ). Giải phương trình trên $C: (-\sqrt{3} + i)^{20} z^3 = (1 - i\sqrt{3})^{11}$.

Câu 4(1đ). Tập $G = \{z \in C: z^9 = 1\}$ với phép nhân thông thường có là một nhóm không? Vì sao?

Câu 5(2đ). Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 8 \\ 4 & 6 & 9 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$.

a) Tính $(A - 2B)^2$.

b) Tìm X thỏa mãn $(A - 2B)^2 X A = 5C^T$.

Câu 6(1đ). Tìm m để hạng của ma trận $A = \begin{bmatrix} m & -1 & -3 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ là nhỏ nhất nhất.

Câu 7(1đ). Tìm m để hệ $\begin{cases} x + my + z = 0 \\ (m - 1)x - y + 2z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$ có nghiệm không tầm thường.

Câu 8(1đ). Cho ánh xạ $f: R^2 \rightarrow R^2, f(x, y) = (x^3, x^2 + y)$. Chứng minh f là một song ánh và tìm ánh xạ ngược của f .

Câu 9(1đ). Cho A, B là các ma trận vuông cấp n và A là ma trận khả nghịch. Chứng minh rằng $r(AB) = r(B)$, ở đó $r(X)$ là hạng của ma trận X .

ĐỀ 4

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20201

MÃ HP 1141, Nhóm 1, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1(1đ). Cho các mệnh đề p, q và r . Hai mệnh đề $(p \vee q) \rightarrow r$ và $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ có tương đương logic không? Tại sao?

Câu 2(1đ). Cho ánh xạ $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 4x$. Xác định $(f \circ f)(x)$ và tính $(f \circ f)^{-1}(\{0\})$.

Câu 3(1đ). Giải phương trình phức: $1 - z + z^2 - z^3 + z^4 = 0$

Câu 4(1đ). Cho X là tập hợp các ma trận vuông cấp 2 có định thức bằng 0 hoặc 1. Tập X cùng phép nhân ma trận có lập thành một nhóm không? Tại sao?

Câu 5(2đ). Cho $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$.

a) Cho $P(x) = x^2 - 3x + 2$. Tính $P(A)$

b) Tìm ma trận X sao cho $AX(A^3 - 3A^2 + 2A) = B^T A$.

Câu 6(1đ). Biện luận theo a, b hạng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & a \\ 2 & b+3 & 2 & 3a+2 \\ 1 & -b+3 & 1 & a-1 \end{bmatrix}$.

Câu 7(1đ). Tìm m để hệ $\begin{cases} x_1 + mx_2 - x_3 = 3 \\ mx_1 + x_2 + x_3 = 4m \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3m^2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Câu 8(1đ). Cho các tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và $B = \{2; 4; 6; 8; 10\}$. Xác định tập hợp X có số phần tử nhỏ nhất, thỏa mãn $(B \setminus X) \cup (X \setminus B) = A$.

Câu 9(1đ). Cho các ma trận thực A, B vuông cấp n ($n \geq 2$) thỏa mãn:

$$AB - nA - B = 0$$

Chứng minh rằng $AB^{2n} = B^{2n}A$.

ĐỀ 5

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20201

MÃ HP 1141, Nhóm 1, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1(1đ). Cho các tập hợp A, B, C . Chứng minh rằng

$$(A \cap B) \setminus C = A \cap (B \setminus C).$$

Câu 2(1đ). Cho ánh xạ $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 2x$ và tập $A = (0; 3)$. Xác định tập ảnh $f(A)$ và tập nghịch ảnh $f^{-1}(f(A))$.

Câu 3(1đ). Giải phương trình phức: $(z - 2i)^5(-1 + i\sqrt{3}) = -4$.

Câu 4(1đ). Phân tích đa thức $f(x) = (x^2 - 4x + 5)^2 + (x + 1)^2$ thành tích của hai đa thức bậc hai với hệ số thực, biết $f(1 + i) = 0$

Câu 5(1đ). Tìm ma trận X sao cho $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} X = 2X + \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^T$

Câu 6(1đ). Xác định điều kiện của a, b, c sao cho $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} \neq 0$.

Câu 7(2đ). Cho hệ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = b \\ 2x_1 + 5x_2 + (a + 3)x_4 = 1 + 2b \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 2b \end{cases}$ với a, b là các tham số.

- Giải hệ với $a = b = -1$
- Tìm a, b để hệ có vô số nghiệm.

Câu 8(1đ). Cho ánh xạ $f: R^3 \rightarrow R^3$ xác định bởi

$$f(x, y, z) = (x + y - z; 2x - y; x - my + z), m \text{ là tham số}$$

Tìm m để f là song ánh.

Câu 9(1đ). Cho A, B là các ma trận vuông cấp n khả nghịch. Giải sử tồn tại ma trận vuông cấp n khả nghịch C sao cho $C^{-1}ABC$ là ma trận đường chéo. Chứng minh rằng tồn tại ma trận vuông cấp n khả nghịch D sao cho $D^{-1}BAD$ là ma trận đường chéo.

ĐỀ 7

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20201

MÃ HP 1142, Nhóm 2, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1(1đ). Cho các tập hợp A, B, C . Bao hàm thức sau đúng hay sai. Tại sao?

$$[(A \cap B) \setminus C] \subset [A \cap (B \setminus C)].$$

Câu 2(1đ). Tìm các số phức z thỏa mãn $z^6(1+i)^4 = (2-i\sqrt{12})^6$

Câu 3(3đ). Cho các ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 3-a & 2 & 2 \\ 2 & 1+a & 2 \\ 4 & 4 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 6 & -1 \\ 3 & 8 & 0 \\ 1 & 10 & 3 \end{bmatrix}, a \text{ là tham số}$$

- 1) Tìm a để ma trận A là ma trận không suy biến.
- 2) Tùy theo a tìm hạng của ma trận A .
- 3) Với $a = 2$, tìm ma trận X thỏa mãn $AX = B + 2A$.

Câu 4(2đ). Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 3x_3 + mx_4 = 1 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 + (m+1)x_4 = 0 \\ -7x_1 + 2x_2 + 8x_3 + (m-2)x_4 = n \end{cases}, m, n \text{ là các tham số}$$

- 1) Tìm m, n để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.
- 2) Giải hệ phương trình với $m = -1, n = 3$.

Câu 5(2đ). Cho ánh xạ $f: R \rightarrow R^2, f(x) = (x-2, x^2-2x)$.

- 1) Ánh xạ f có là toàn ánh không? Tại sao?
- 2) Tìm $f^{-1}(A)$ biết $A = [0,1) \times (-\infty, 3)$.

Câu 6(1đ). Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ thỏa mãn $a+d=0$. Chứng minh với mọi ma trận B vuông cấp 2, ta có

$$(A^2 + B)^2 = A^4 + 2BA^2 + B^2$$

ĐỀ 1

ĐỀ THI MÔN ĐẠI SỐ GIỮA HỌC KÌ 20202

MÃ HP 1141, Nhóm 1, Thời gian: 60 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và Giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1(1đ). Cho các mệnh đề p, q, r . Biết rằng mệnh đề A, B có giá trị chân lý 1.

$$\begin{cases} A \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \\ B \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (q \rightarrow r) \end{cases}$$

Xác định giá trị chân lý của mệnh đề $p \rightarrow q$.

Câu 2(1đ). Biết rằng $i^2 = -1$. Tìm số phức $z \in \mathbb{C}$ thỏa mãn

$$\frac{|z|^2}{z} + 2z = 6 + i.$$

Câu 3(1đ). Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm không tầm thường

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ -2x_1 + (m - 4)x_2 + 8x_3 = 0 \\ -3x_1 + (m - 6)x_2 + (m + 8)x_3 = 0 \end{cases}$$

Câu 4(1đ). Cho tập $X = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}, a, b \in R \right\}$. Tập X cùng phép toán cộng ma trận có lập thành một nhóm không? Tại sao?

Câu 5(1đ). Cho ánh xạ $f: M_2(R) \rightarrow R^2, f\left(\begin{bmatrix} 2a & 2b \\ b & a \end{bmatrix}\right) = (a^2 - b, a + b)$, trong đó $M_2(R)$ là tập ma trận thực vuông cấp 2. Ánh xạ f là đơn ánh, toàn ánh không? Tại sao?

Câu 6(1đ). Tìm ma trận X thỏa mãn $\left(X \begin{bmatrix} a & 1 \\ 2a+1 & 2 \end{bmatrix}\right)^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -2a & 7a+3 \end{bmatrix}, a \in R$

Câu 7(1đ). Tùy theo m tìm hạng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ -2 & -4 & m+5 & m+1 \\ 3 & 6 & 4m-1 & 7m+24 \end{bmatrix}$

Câu 8(1đ). Tìm ma trận X thỏa mãn $\begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 3 & -5 & 9 \\ -2 & 2 & -10 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$

Câu 9(1đ). Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & 7 & -7 & 17 \\ -4 & -10 & 8 & m-26 \end{bmatrix}$. Tìm m sao cho $r(A)$ bé nhất.

Câu 10(1đ). Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$. Xác định A^{2021} .