



ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
VIỆN CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

Xử lý tín hiệu

Chương 4: Bộ lọc IIR

PGS. TS. Trịnh Văn Loan

Viện Công nghệ thông tin và Truyền thông

Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội

Tài liệu tham khảo

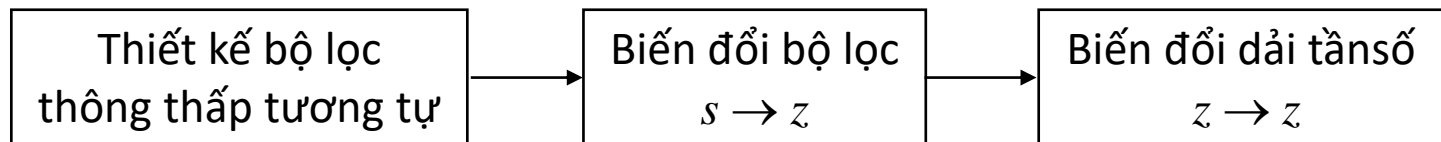
- Discrete-Time Signal Processing, 2nd Ed., A.V.Oppenheim, R.W. Schafer, J.R. Buck, Prentice Hall, 1999
- Digital Signal Processing. Principles, Algorithms, and Applications, 3rd Ed., J.G. Proakis, D.G. Manolakis, Prentice Hall, 1996
- Xử lý tín hiệu số
- Xử lý tín hiệu số và lọc số

Chương 1: Tín hiệu và hệ thống

- 4.1. Khái niệm
- 4.2. Sơ đồ khối thực hiện bộ lọc IIR
- 4.3. Đặc tính bộ lọc IIR
- 4.4. Phương pháp thiết kế bộ lọc IIR

5.2 Thiết kế bộ lọc IIR

- Bộ lọc IIR có đáp ứng xung dài vô hạn nên có thể phù hợp với bộ lọc tương tự trong đó đáp ứng xung thường dài vô hạn. Vì vậy, kỹ thuật cơ bản thiết kế bộ lọc IIR là biến đổi bộ lọc tương tự thành bộ lọc số.



5.2 Thiết kế bộ lọc IIR

Đáp ứng tần số theo thang tuyến tính tương đối:

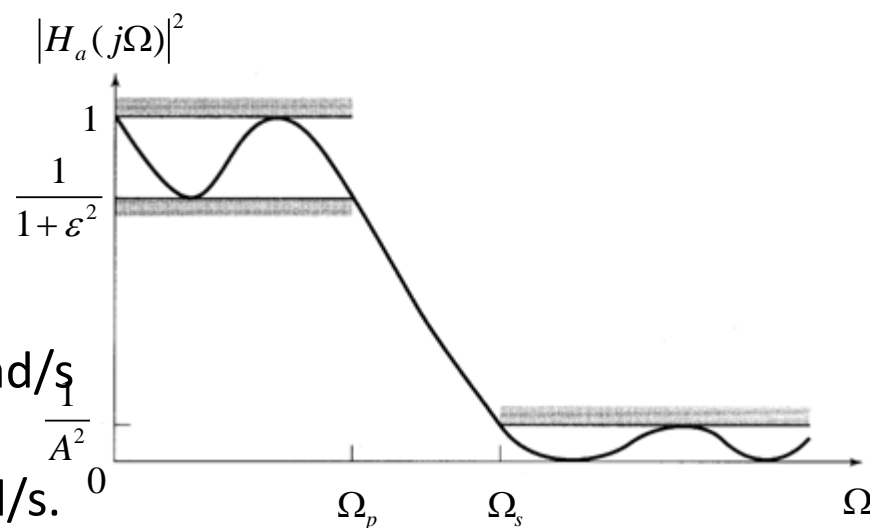
$H_a(j\Omega)$: Đáp ứng tần số của bộ lọc tương tự

Các chỉ tiêu của bộ lọc thông thấp theo bình phương đáp ứng biên độ

$$\frac{1}{1+\varepsilon^2} \leq |H_a(j\Omega)|^2 \leq 1, |\Omega| \leq \Omega_p$$

$$0 \leq |H_a(j\Omega)|^2 \leq \frac{1}{A^2}, \Omega_s \leq |\Omega|$$

- ε : tham số dao động trong dải thông
- Ω_p : tần số cắt của dải thông tính bằng rad/s
- A : tham số suy giảm của dải chặn
- Ω_s : tần số cắt của dải chặn tính bằng rad/s.



5.2 Thiết kế bộ lọc IIR

$$|H_a(j\Omega)|^2 \text{ phải thoả mãn } \begin{aligned} |H_a(j\Omega)|^2 &= \frac{1}{1+\varepsilon^2} \text{ tại } \Omega = \Omega_p \\ |H_a(j\Omega)|^2 &= \frac{1}{A^2} \text{ tại } \Omega = \Omega_s \end{aligned}$$

Các tham số ε và A liên quan với R_p và A_s tính theo dB như sau:

$$R_p = -10 \lg \frac{1}{1+\varepsilon^2} \text{ nên } \varepsilon = \sqrt{10^{0,1R_p} - 1}, A_s = -10 \lg \frac{1}{A^2} \text{ nên } A = 10^{0,05A_s}$$

Dao động δ_1 và δ_2 theo thang tuyệt đối liên quan với ε và A như sau:

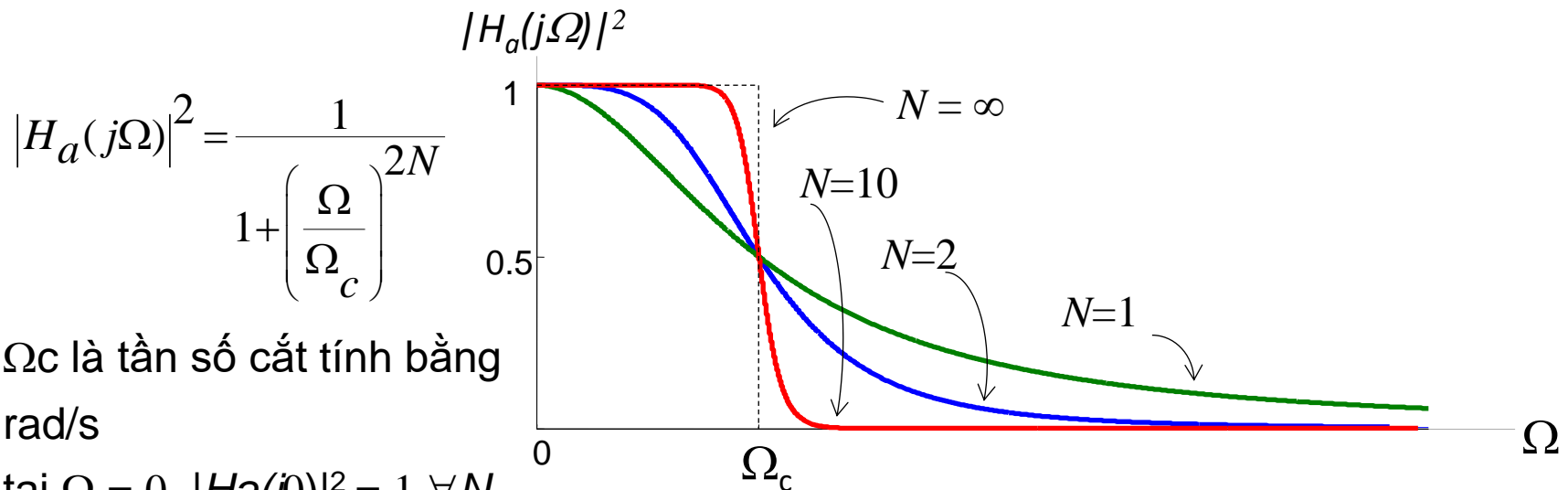
$$\frac{1-\delta_1}{1+\delta_1} = \sqrt{\frac{1}{1+\varepsilon^2}} \text{ nên } \varepsilon = \frac{2\sqrt{\delta_1}}{1-\delta_1} \quad \frac{\delta_2}{1+\delta_1} = \frac{1}{A} \text{ nên } A = \frac{1+\delta_1}{\delta_2}$$

Đặc tính của các bộ lọc tương tự

Bộ lọc thông thấp Butterworth

Đáp ứng biên độ phẳng cả trong dải thông và dải chặn

Bình phương đáp ứng biên độ của bộ lọc thông thấp bậc N :



- tại $\Omega = 0$, $|H_a(j\Omega)|^2 = 1 \quad \forall N$
- tại $\Omega = \Omega_c$, $|H_a(j\Omega_c)|^2 = \frac{1}{2} \quad \forall N$, dẫn đến suy giảm 3 dB tại Ω_c
- $|H_a(j\Omega)|^2$ là hàm giảm đơn điệu theo Ω
- $|H_a(j\Omega)|^2$ tiến tới bộ lọc thông thấp lý tưởng khi $N \rightarrow \infty$

Bộ lọc thông thấp Chebyshev

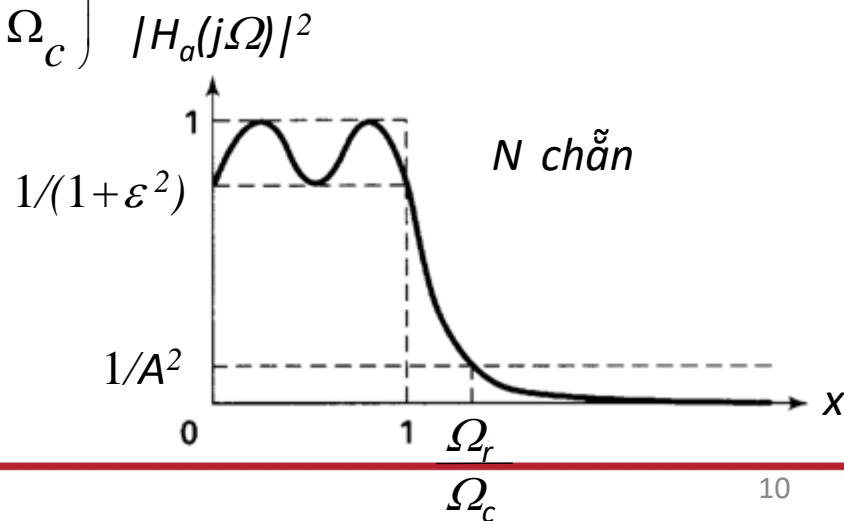
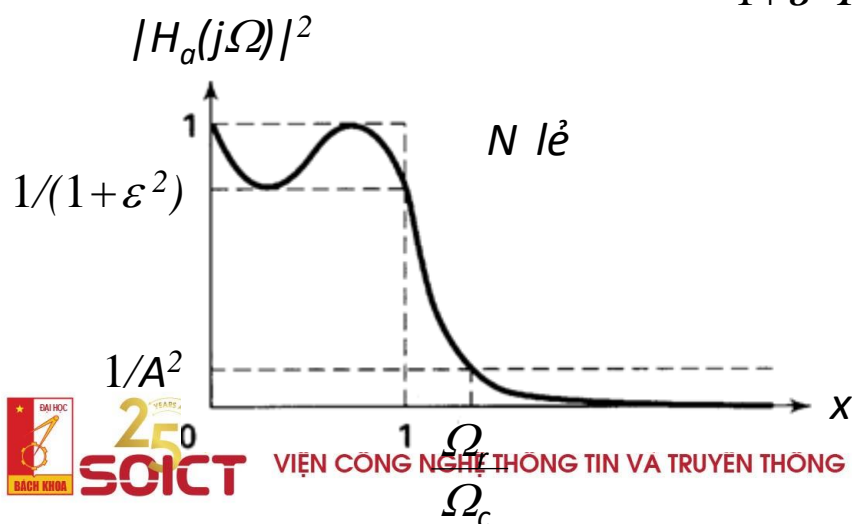
Bộ lọc thông thấp Chebyshev loại I: dao động cân bằng trong dải thông

Bộ lọc thông thấp Chebyshev loại II: dao động cân bằng trong dải chắn.

Chọn bộ lọc có dao động cân bằng sẽ có bậc thấp hơn so với bộ lọc có đáp ứng biến thiên đơn điệu. Nếu có cùng đặc tính thì bộ lọc Chebyshev có bậc thấp hơn so với Butterworth

- Bình phương đáp ứng biên độ của bộ lọc Chebyshev loại I:

$$|H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_N^2\left(\frac{\Omega}{\Omega_c}\right)}$$



Bộ lọc thông thấp Chebyshev

N : bậc bộ lọc, ε : tham số dao động trong dải thông có liên quan với R_p

$T_N(x)$: Đa thức Chebyshev bậc N có dạng:

$$T_N(x) = \begin{cases} \cos(N \arccos(x)), & 0 \leq x \leq 1 \\ \cosh(N \operatorname{arcosh}(x)), & 1 < x < \infty \end{cases} \quad x = \frac{\Omega}{\Omega_c}$$

Bộ lọc thông thấp Chebyshev

- tại $x = 0$ (hoặc $\Omega = 0$): $|H_a(j0)|^2 = 1$ nếu N lẻ

$$|H_a(j0)|^2 = \frac{1}{1+\varepsilon^2} \quad \text{nếu } N \text{ chẵn}$$

- tại $x = 1$ (hoặc $\Omega = \Omega_c$): $|H_a(j)|^2 = \frac{1}{1+\varepsilon^2}$ với mọi N

- với $0 \leq x \leq 1$ (hoặc $0 \leq \Omega \leq \Omega_c$): $|H_a(jx)|^2$ dao động giữa 1 và $\frac{1}{1+\varepsilon^2}$

- tại $x > 1$ (hoặc $\Omega > \Omega_c$): $|H_a(jx)|^2$ giảm đơn điệu về 0

- tại $x = \Omega_r / \Omega_c$: $|H_a(jx)|^2 = \frac{1}{A^2}$

Bộ lọc thông thấp Chebyshev

- Bộ lọc Chebyshev loại II: trong dải thông biến thiên đơn điệu và dao động cân bằng trong dải chắn

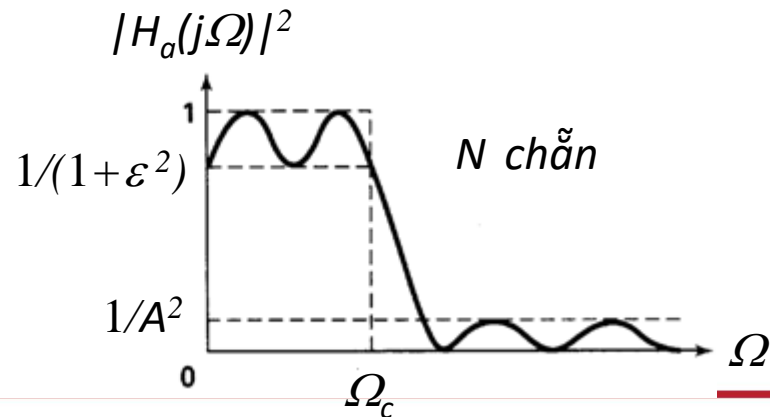
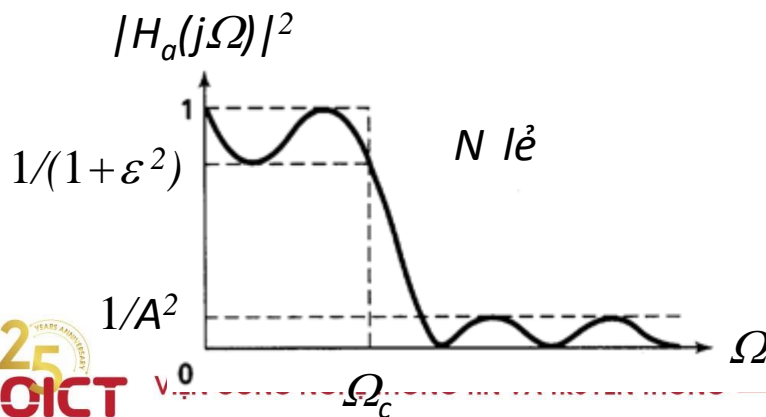
$$|H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left[\varepsilon^2 T_N^2 \left(\frac{\Omega_c}{\Omega} \right) \right]^{-1}}$$

Bộ lọc thông thấp Elip

- Dao động cân bằng trong dải thông và dải chặn
- Bộ lọc elip có bậc N nhỏ nhất so với các loại bộ lọc khác
- Thiết kế phức tạp
- Bình phương đáp ứng biên độ:

$$|H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 U_N^2 \left(\frac{\Omega}{\Omega_c} \right)}$$

- N : bậc bộ lọc, ε : dao động trong dải thông (liên quan với R_p)
- $U_N(\cdot)$: hàm elip Jacobian bậc N



Biến đổi bộ lọc tương tự thành số

- Phương pháp bất biến xung:

Đáp ứng xung của bộ lọc số trông giống như đáp ứng xung của bộ lọc tương tự

Lấy mẫu $h_a(t)$ theo chu kỳ T để có $h(n)$:

$$h(n) = h_a(nT)$$

Bộ lọc ổn định, quan hệ Ω và ω là tuyến tính

Có trùn đáp ứng tần số nên chỉ dùng với bộ lọc tương tự thông thấp hoặc thông dải có dải tần hạn chế và không có dao động trong dải chắn.

Biến đổi bộ lọc tương tự thành số

- Phương pháp biến đổi song tuyến tính:

Giả thiết bộ lọc tương tự mô tả bởi phương trình vi phân

$$\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = bx(t)$$

Hàm truyền đạt trong miền s tương ứng

$$H(s) = \frac{b}{s+a}$$

Lấy tích phân đạo hàm

$$y(t) = \int_{t_0}^t y'(\tau) d\tau + y(t_0)$$

Biến đổi bộ lọc tương tự thành số

Xấp xỉ tích phân bằng công thức tính diện tích hình thang tại $t=nT$ và $t_0 = nT - T$

Đánh giá phương trình vi phân tại các thời điểm $t = nT$

$$y(nT) = \frac{T}{2} [y'(nT) + y'(nT - T)] + y(nT - T)$$

Thay giá trị đạo hàm vào công thức xấp xỉ tích phân với $y(nT) \equiv y(n)$, $x(nT) \equiv x(n)$

$$y'(nT) = -ay(nT) + bx(nT)$$

$$\left(1 + \frac{aT}{2}\right)y(n) - \left(1 - \frac{aT}{2}\right)y(n-1) = \frac{bT}{2} [x(n) + x(n-1)]$$

Biến đổi bộ lọc tương tự thành số

Biến đổi z của phương trình sai phân

$$\left(1 + \frac{aT}{2}\right)Y(z) - \left(1 - \frac{aT}{2}\right)z^{-1}Y(z) = \frac{bT}{2}(1 + z^{-1})X(z)$$

Hàm truyền đạt của bộ lọc số tương đương

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{(bT/2)(1+z^{-1})}{1 + aT/2 - (1 - aT/2)z^{-1}} = \frac{b}{\frac{2}{T} \left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right) + a}$$

Biến đổi bộ lọc tương tự thành số

Như vậy ánh xạ từ miền s sang miền z là

$$s = \frac{2}{T} \left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) \qquad \frac{T}{2} sz + \frac{T}{2} s - z + 1 = 0$$

Đây được gọi là phép biến đổi song tuyến tính.

Quan hệ này là tuyến tính theo s cũng như theo z .

Kết quả suy ra từ phương trình vi phân bậc nhất cũng đúng cho phương trình vi phân bậc N .

Quan hệ tần số

- Đặt $z = re^{j\omega}$, $s = \sigma + j\Omega$

$$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} = \frac{2}{T} \frac{re^{j\omega} - 1}{re^{j\omega} + 1} = \frac{2}{T} \left(\frac{r^2 - 1}{1 + r^2 + 2r \cos \omega} + j \frac{2r \sin \omega}{1 + r^2 + 2r \cos \omega} \right)$$

$$\sigma = \frac{r^2 - 1}{1 + r^2 + 2r \cos \omega} \quad \Omega = \frac{2r \sin \omega}{1 + r^2 + 2r \cos \omega}$$

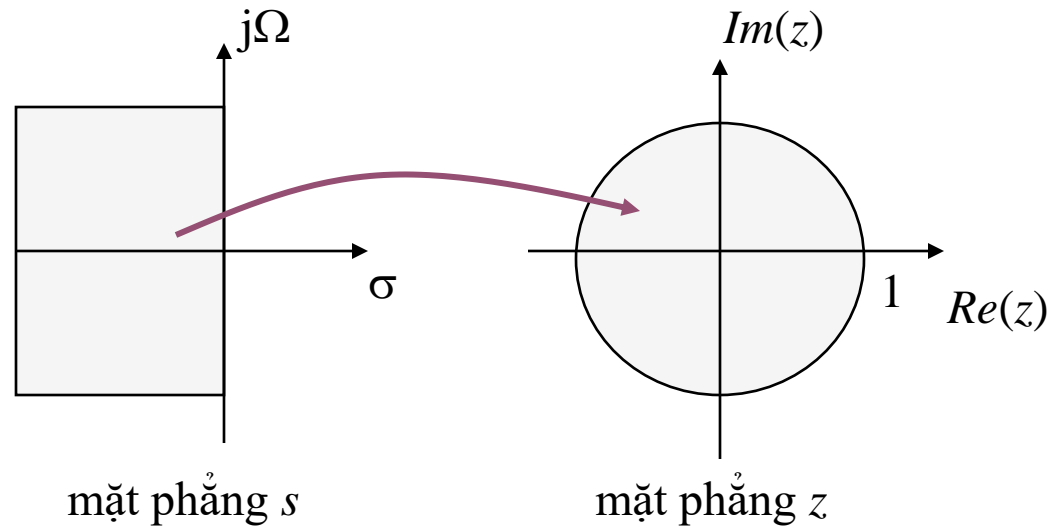
- Nếu $r < 1$ thì $\sigma < 0$, $r > 1$ thì $\sigma > 0$
- Nếu $r = 1$ thì $\sigma = 0$

$$\Omega = \frac{2}{T} \frac{\sin \omega}{1 + \cos \omega} = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega}{2} \quad \omega = 2 \operatorname{arctg} \frac{\Omega T}{2}$$

Biến đổi bộ lọc tương tự thành số

- Biến đổi 1-1

$$\frac{1+sT/2}{1-sT/2} = z$$



- Toàn bộ nửa mặt phẳng bên trái ánh xạ vào bên trong đường tròn đơn vị, vì vậy đây là biến đổi ổn định
- Trục ảo ánh xạ 1-1 lên đường tròn đơn vị.
- Ánh xạ tần số là không tuyến tính

Thiết kế bộ lọc số thông thấp dùng MATLAB

1. $[b, a] = \text{butter}(N, wn)$

Thiết kế bộ lọc số thông thấp Butterworth có bậc N và trả lại các hệ số của bộ lọc b, a . wn được tính theo

2. $[b, a] = \text{cheby1}(N, Rp, wn)$

Thiết kế bộ lọc số thông thấp Chebyshev kiểu I có bậc N và trả lại các hệ số của bộ lọc b, a . Rp : dao động trong dải thông tính theo dB Tần số cắt wn được tính theo $\omega_n = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{\Omega_c T}{\omega_s} \right)$

3. $[b, a] = \text{cheby2}(N, As, wn)$

Thiết kế bộ lọc số thông thấp Chebyshev kiểu II có bậc N và trả lại các hệ số của bộ lọc b, a , As : suy giảm trong dải chặn tính theo dB Tần số cắt wn được tính theo $\omega_n = \frac{\omega_s}{\omega_p}$

4. $[b, a] = \text{ellip}(N, Rp, As, wn)$,

$$\omega_n = \omega_s / \pi$$

$$\omega_n = \omega_p / \pi$$

Ví dụ MATLAB (1/4)

- Thiết kế bộ lọc thông thấp có tham số như sau:
 $\omega_p = 0.2\pi$, $R_p = 1\text{dB}$, $\omega_s = 0.3\pi$, $A_s = 15\text{ dB}$

```
%           Butterworth Lowpass Filter Design:
%           Use of the BUTTER function
%
% Digital Filter Specifications:
wp = 0.2*pi;           %digital Passband freq
    in Hz
ws = 0.3*pi;           %digital Stopband freq
    in Hz
Rp = 1;                %Passband ripple in dB
As = 15;               %Stopband attenuation in
    dB
```

Ví dụ MATLAB (2/4)

```
% Analog Prototype Specifications:
```

```
T = 1;
```

```
OmegaP = (2/T)*tan(wp/2);
```

```
OmegaS = (2/T)*tan(ws/2);
```

```
ep = sqrt(10^(Rp/10)-1);
```

```
Ripple = sqrt(1/(1+ep*ep));
```

```
Attn = 1/(10^(As/20));
```

```
%Set T=1
```

```
%Prewarp Prototype Passband freq
```

```
%Prewarp Prototype Stopband freq
```

```
% Passband Ripple parameter
```

```
% Passband Ripple
```

```
% Stopband Attenuation
```


Ví dụ MATLAB (3/4)

```
% Analog Prototype Order Calculation:
```

```
N =ceil((log10((10^(Rp/10)-1)/(10^(As/10)-1)))/(2*log10(OmegaP/OmegaS)));
```

```
fprintf('\n*** Butterworth Filter Order = %2.0f \n',N)
```

```
%%*** Butterworth Filter Order = 6
```

```
OmegaC = OmegaP/((10^(Rp/10)-1)^(1/(2*N))); %Analog BW prototype cutoff
```

```
wn = 2*atan((OmegaC*T)/2); %Digital BW cutoff freq
```

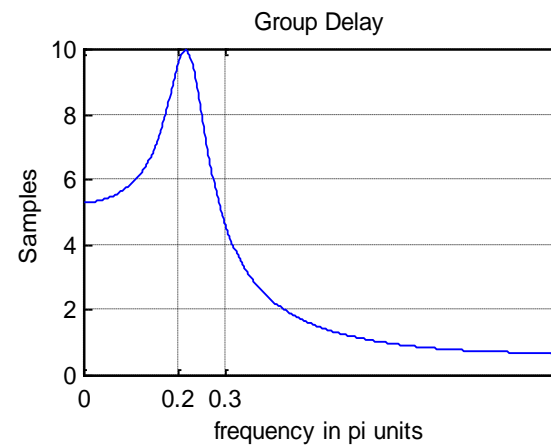
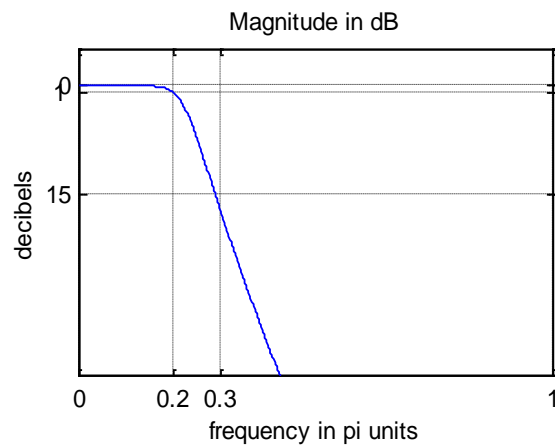
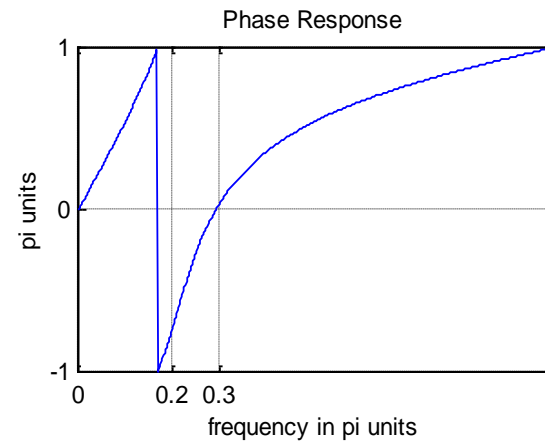
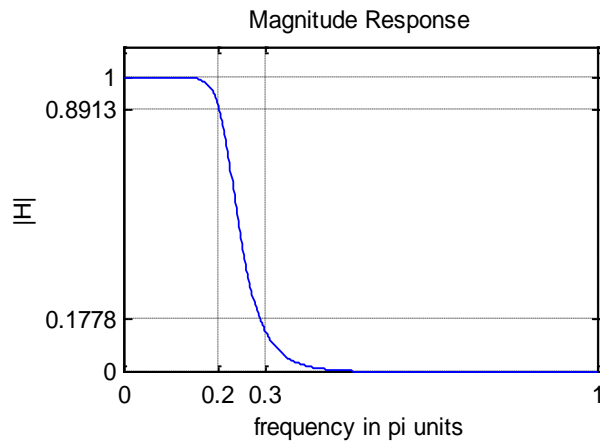
```
% Digital Butterworth Filter Design:
```

```
wn = wn/pi; %Digital Butter cutoff in pi units
```

```
[b,a]=butter(N,wn);
```

```
[b0,B,A] = dir2cas(b,a)
```

Ví dụ MATLAB (4/4)



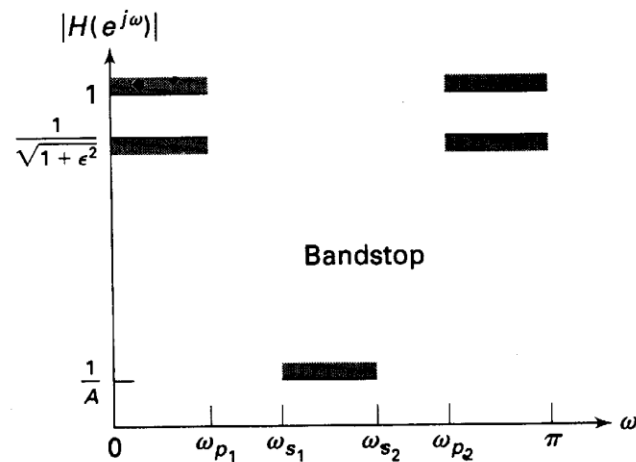
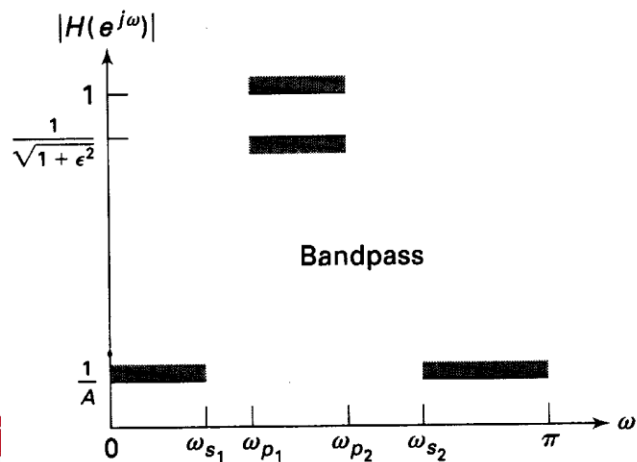
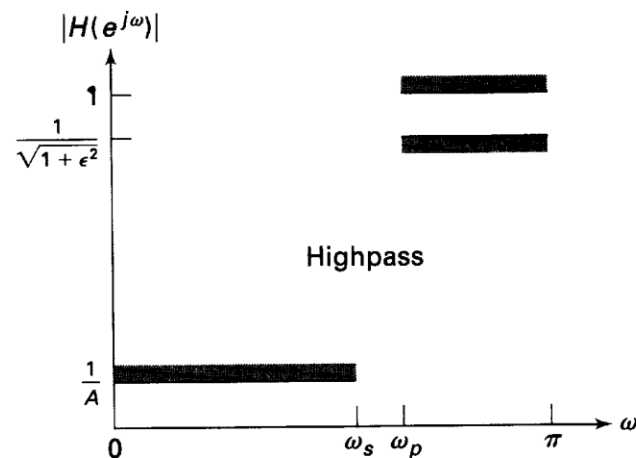
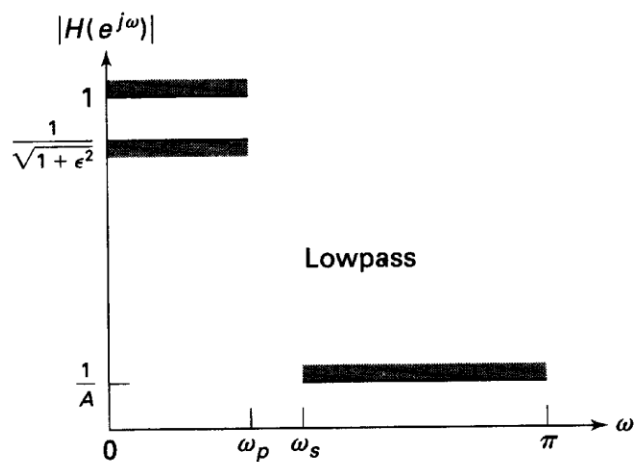
Biến đổi dải tần số

- Biến đổi dải tần số của bộ lọc thông thấp để có bộ lọc thông cao, thông thấp, thông dải và chắn dải
- Đầu tiên thiết kế bộ lọc số thông thấp prototype sau đó áp dụng các phép biến đổi đại số để có bộ lọc cần thiết
- $H_{LP}(Z)$: là bộ lọc thông thấp prototype, $H(z)$: là bộ lọc mong muốn thiết kế

Việc biến đổi dải tần số kéo theo việc thay biến z^{-1} bằng hàm hữu tỷ $G(z^{-1})$

1. $G(.)$ phải là hàm hữu tỷ theo z^{-1} để có thể thực hiện được $H(z)$
2. Đường tròn đơn vị của mặt phẳng Z phải ánh xạ vào đường tròn đơn vị của mặt phẳng z
3. Để ổn định, bên trong đường tròn đơn vị của mặt phẳng Z phải ánh xạ vào bên trong đường tròn đơn vị của mặt phẳng z .

Biến đổi dải tần số



Biến đổi dải tần số

- ω' và ω là biến tần số của Z và z : $Z = e^{j\omega'}$ và $z = e^{j\omega}$
- Yêu cầu 2 dẫn tới:

$$|Z^{-1}| = |G(z^{-1})| = |G(e^{-j\omega})| = 1 \quad (*)$$

$$e^{-j\omega'} = |G(e^{-j\omega})| e^{j \arg[G(e^{-j\omega})]}$$

$$-\omega' = \arg[G(e^{-j\omega})]$$

- Vì phải có (*) với mọi ω nên ánh xạ phải có dạng bộ lọc cho qua tất.
- Nên ta có dạng tổng quát của hàm $G(z^{-1})$:

$$Z^{-1} = G(z^{-1}) = \pm \prod_{k=1}^n \frac{z^{-1} - \alpha_k}{1 - \alpha_k z^{-1}}$$

Biến đổi dải tần số (Bộ lọc thông thấp prototype có tần số cắt ω_p)

Kiểu biến đổi	Biến đổi	Các tham số
Thông cao	$z^{-1} \rightarrow -\frac{z^{-1} + \alpha}{1 + \alpha z^{-1}}$	$\omega'_p = \text{tần số cắt của bộ lọc mới}$ $\alpha = -\frac{\cos[(\omega_p + \omega'_p)/2]}{\cos[(\omega_p - \omega'_p)/2]}$
Thông thấp	$z^{-1} \rightarrow \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}}$	$\omega'_p = \text{tần số cắt của bộ lọc mới}$ $\alpha = \frac{\sin[(\omega_p - \omega'_p)/2]}{\sin[(\omega_p + \omega'_p)/2]}$

Kiểu biến đổi	Biến đổi	Các tham số
Thông dải	$z^{-1} \rightarrow -\frac{z^{-2} - \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2}{\alpha_2 z^{-2} - \alpha_1 z^{-1} + 1}$	ω_L = tần số cắt thấp ω_H = tần số cắt cao $\alpha_1 = -2\beta K / (K + 1)$ $\alpha_2 = (K - 1) / (K + 1)$ $\beta = \frac{\cos[(\omega_H + \omega_L)/2]}{\cos[(\omega_H - \omega_L)/2]}$ $K = \cot g[(\omega_H - \omega_L)/2] \operatorname{tg} \frac{\omega_p}{2}$
Chặn dải	$z^{-1} \rightarrow \frac{z^{-2} - \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2}{\alpha_2 z^{-2} - \alpha_1 z^{-1} + 1}$	ω_L = tần số cắt thấp ω_H = tần số cắt cao $\alpha_1 = -2\beta / (K + 1)$ $\alpha_2 = (K - 1) / (K + 1)$ $\beta = \frac{\cos[(\omega_H + \omega_L)/2]}{\cos[(\omega_H - \omega_L)/2]}$ $K = \operatorname{tg}[(\omega_H - \omega_L)/2] \operatorname{tg} \frac{\omega_p}{2}$

Ví dụ MATLAB (1/4)

```
% Bộ lọc thông thấp Chebyshev-1 có các chỉ tiêu:
%  $\omega_p' = 0.2\pi$ ,  $\omega_s' = 0.3\pi$ ,  $R_p = 1\text{dB}$ ,  $A_s = 15\text{ dB}$ . Hãy thiết kế bộ lọc thông cao
% với dao động và suy giảm như trên nhưng với dải thông bắt đầu từ  $\omega_p = 0.6\pi$ 
%
% Digital Lowpass Filter Specifications:
wplp = 0.2*pi;           % digital Passband freq in Hz
wslp = 0.3*pi;           % digital Stopband freq in Hz
Rp = 1;                  % Passband ripple in dB
As = 15;                 % Stopband attenuation in dB

% Analog Prototype Specifications: Inverse mapping for frequencies
T = 1; Fs = 1/T;        % Set T=1
OmegaP = (2/T)*tan(wplp/2); % Prewarp Prototype Passband freq
OmegaS = (2/T)*tan(wslp/2); % Prewarp Prototype Stopband freq
ep = sqrt(10^(Rp/10)-1); % Passband Ripple parameter
Ripple = sqrt(1/(1+ep*ep)); % Passband Ripple
Attn = 1/(10^(As/20)); % Stopband Attenuation

% Analog Chebyshev Prototype Filter Calculation:
[cs,ds] = afd_chb1(OmegaP,OmegaS,Rp,As);
%*** Chebyshev-1 Filter Order = 4
```


Ví dụ MATLAB (2/4)

```
% Bilinear transformation:
[blp,alp] = bilinear(cs,ds,T);

% Digital Highpass Filter Cutoff frequency:
wphp = 0.6*pi; % Passband edge frequency

% LP-to-HP frequency-band transformation:
alpha = -(cos((wplp+wphp)/2))/(cos((wplp-wphp)/2))
%%alpha = -0.3820

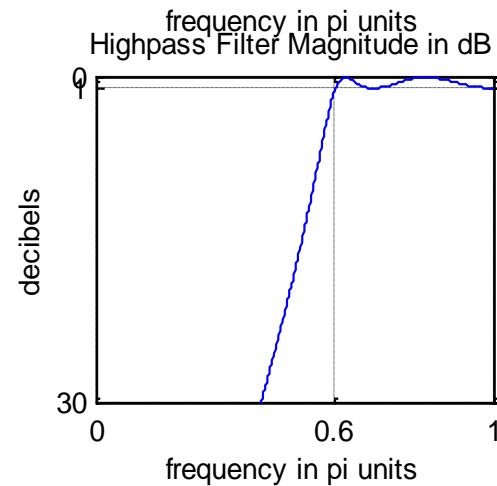
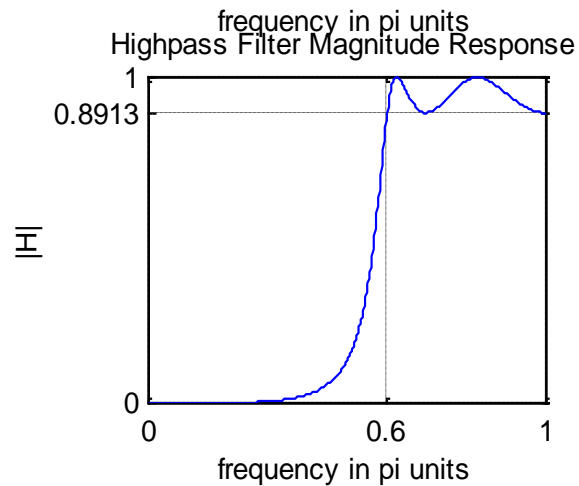
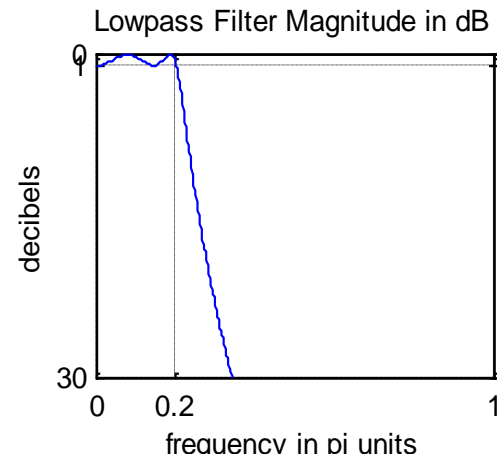
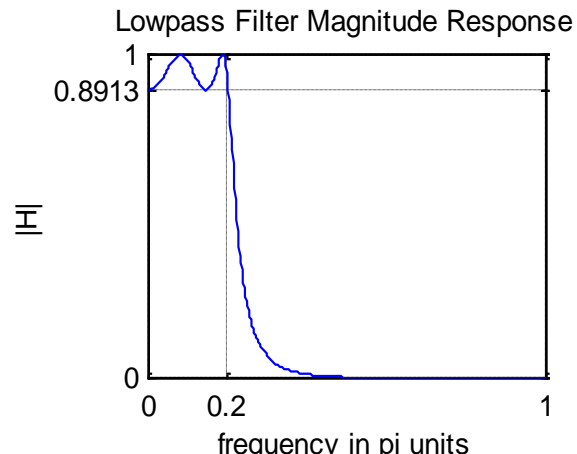
Nz = -[alpha,1]; Dz = [1,alpha];
[bhp,ahp] = zmapping(blp,alp,Nz,Dz);
[C,B,A] = dir2cas(bhp,ahp)
%%C = 0.0243
%%B = 1.0000    -2.0000    1.0000
%%    1.0000    -2.0000    1.0000
%%A = 1.0000    1.0416    0.4019
%%    1.0000    0.5561    0.7647
```

Ví dụ MATLAB (3/4)

`% Plotting`

```
figure(1); subplot(1,1,1)
[dbl,mag1,phal,grdl,w] = freqz_m(blh,alp);
subplot(2,2,1); plot(w/pi,mag1); title('Lowpass Filter Magnitude Response')
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('|H|'); axis([0,1,0,1]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.2,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[0,Ripple,1]);grid
subplot(2,2,2); plot(w/pi,dbl); title('Lowpass Filter Magnitude in dB');
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('decibels'); axis([0 1 -30 0]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.2,1])
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-30,-Rp,0]);grid
set(gca,'YTickLabelMode','manual','YTickLabels',['30';' 1';' 0']);
[dbh,magh,phah,grdh,w] = freqz_m(bhp,ahp);
subplot(2,2,3); plot(w/pi,magh); title('Highpass Filter Magnitude Response')
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('|H|'); axis([0,1,0,1])
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.6,1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[0,Ripple,1]);grid
subplot(2,2,4); plot(w/pi,dbh); title('Highpass Filter Magnitude in dB');
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('decibels'); axis([0 1 -30 0]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.6,1])
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-30,-Rp,0]);grid
set(gca,'YTickLabelMode','manual','YTickLabels',['30';' 1';' 0']);
```

Ví dụ MATLAB (4/4)



Tổng quát

- Các chương trình con MATLAB dùng để thiết kế bộ lọc số thông thấp cũng được dùng để thiết kế các bộ lọc thông cao, thông dải và chặn dải.

`[b,a] = butter(N, wn, 'high')` thiết kế bộ lọc thông cao bậc N , tần số cắt ở 3 dB là wn

`[b,a] = butter(N, wn,)` thiết kế bộ lọc thông dải bậc $2N$, dải thông ở 3 dB là $wn = [w1\ w2]$

`[b,a] = butter(N, wn, 'stop')` thiết kế bộ lọc chặn dải bậc $2N$, dải chặn ở 3 dB là $wn = [w1\ w2]$

- Xác định bậc N và wn từ ω_p , ω_s , R_p , A_s như sau:

`[N, wn] = buttord(wp, ws, Rp, As)`

Ví dụ (1/4)

```
%           Elliptic Bandpass Filter Design:
%           Use of the ELLIP function
%
% Digital Filter Specifications:           % Type: Elliptic Bandpass
ws = [0.3*pi 0.75*pi];                    % Dig. stopband edge
frequency
wp = [0.4*pi 0.6*pi];                    % Dig. passband edge
frequency
Rp = 1;                                   % Passband ripple in dB
As = 40;                                  % Stopband attenuation
Parameters: in dB
Ripple = 10 ^ (-Rp/20);                   % Passband ripple
Attn = 10 ^ (-As/20);                     % Passband attenuation

% Calculations of Elliptic Filter
[N,wn] = ellipord(wp/pi,ws/pi,Rp,As);
```

Ví dụ (2/4)

```
% Digital Elliptic Bandpass Filter Design:
```

```
[b,a] = ellip(N,Rp,As,wn);
```

```
% Cascade Form Realization:
```

```
[b0,B,A] = dir2cas(b,a)
```

```
%%b0 = 0.0197
```

```
%%B = 1.0000    1.5066    1.0000
```

```
%%    1.0000    0.9268    1.0000
```

```
%%    1.0000   -0.9268    1.0000
```

```
%%    1.0000   -1.5066    1.0000
```

```
%%A = 1.0000    0.5963    0.9399
```

```
%%    1.0000    0.2774    0.7929
```

```
%%    1.0000   -0.2774    0.7929
```

```
%%    1.0000   -0.5963    0.9399
```

Ví dụ (3/4)

```
% Plotting:
figure(1); subplot(1,1,1)
[db,mag,pha,grd,w] = freqz_m(b,a);
subplot(2,2,1);plot(w/pi,mag);grid;title('Magnitude Response')
xlabel('frequency in pi units'); axis([0, 1, 0, 1])
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0;0.3;0.4;0.6;0.75;1])
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[0,Ripple,1]);
subplot(2,2,3);plot(w/pi,db);grid;title('Magnitude in dB')
xlabel('frequency in pi units'); axis([0 1 -50 0]);
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0;0.3;0.4;0.6;0.75;1])
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-40;0])
set(gca,'YTickLabelMode','manual','YTickLabels',['40';' 0'])
subplot(2,2,2);plot(w/pi,pha/pi);grid;title('Phase Response')
xlabel('frequency in pi units');ylabel('phase in pi units')
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0;0.3;0.4;0.6;0.75;1])
subplot(2,2,4);plot(w/pi,grd);grid;title('Group Delay')
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('samples')
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0;0.3;0.4;0.6;0.75;1])
```

Ví dụ (4/4)

