Quiz Đại số 01
(Bài quiz gồm 20 câu hỏi trắc nghiệm)

Câu 01. Cho khẳng định sau:

"Cho hai mệnh đề:

$$\exists x \in D, (P(x) \wedge Q(x)) \qquad (1)$$
$$(\exists x \in D, P(x)) \wedge (\exists x \in D, Q(x)) \qquad (2)$$

(1) và (2) luôn có cùng giá trị chân lý". Điều nào sau đây là đúng khi nói về khẳng định trên ?

(A) Khẳng định này là sai. Một ví dụ phản chứng là $D = \mathbb{Z}$, $P(x) = "x < 0"$, $Q(x) = "x \geq 0"$.
(B) Khẳng định này là sai. Một ví dụ phản chứng là $D = \mathbb{N}$, $P(x) = "x$ là số chính phương, $Q(x) = "x$ là một số lẻ ".
(C) Khẳng định này là sai. Một ví dụ phản chứng là $D = \mathbb{R}$, $P(x)$ ="x chia hết cho 6", $Q(x)$ ="x chia hết cho 3."
(D) Khẳng định này là đúng. Chứng minh theo luật hấp thụ.

Câu 02. Chọn bảng chân lý thích hợp cho:

$$(p \to q) \to (\overline{p} \vee q)$$

(A)

p	q	$(p \to q) \to (\overline{p} \vee q)$
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

(B)

p	q	$(p \to q) \to (\overline{p} \vee q)$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

(C)

p	q	$(p \to q) \to (\overline{p} \vee q)$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

(D)

p	q	$(p \to q) \to (\overline{p} \vee q)$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Câu 03. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R}\backslash\{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{2x+3}{x-1}$. Chọn câu trả lời sai.

(A) $f([-1;0]) = \left[-3, -\dfrac{1}{2}\right]$
(B) $f(\{0;2\}) = \{7, -3\}$
(C) $f^{-1}([4;7)) = \left(2, \dfrac{7}{2}\right)$
(D) $f^{-1}(\{0;7\}) = \left\{-\dfrac{3}{2}, 2\right\}$

Câu 04. Cho số phức z thỏa mãn: $z(2-i) = (\overline{z}+1)(1+i)$
Chọn khẳng định sai trong các đáp án dưới đây:

(A) Phần ảo của z là: -1
(B) Số phức liên hợp của z là: $1 - i$
(C) Argument của z là $\dfrac{\pi}{4}$
(D) Mođun của z là: $|z| = \sqrt{2}$

Câu 05. Nếu $|z| = 1$ và $z \neq 1$ thì $\dfrac{1+z}{1-z}$ là:

(A) Số thực
(B) Không tồn tại $\dfrac{1+z}{1-z}$
(C) Số ảo
(D) Số thực dương

Câu 06. Cho số phức $z = \dfrac{-1+i\sqrt{3}}{1-i}$. Biết $z = re^{\frac{a\pi}{b}i}$ và $r, a, b \in \mathbb{R}$. Chọn đáp án đúng.

(A) $\begin{cases} r = \sqrt{2} \\ a = 12 \\ b = 11 \end{cases}$
(B) $\begin{cases} r = 2\sqrt{2} \\ a = 15 \\ b = 12 \end{cases}$
(C) $\begin{cases} r = \sqrt{2} \\ a = 11 \\ b = 12 \end{cases}$
(D) $\begin{cases} r = 4 \\ a = 13 \\ b = 12 \end{cases}$

Câu 07. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất để $z = \left(-\sqrt{3}+i\right)^n$ là số thuần ảo.

(A) 0
(B) 3
(C) 1
(D) 2

Câu 08. Cho ánh xạ $\begin{array}{ll} f: & \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ & x \ \to y = x^3 + 2 \end{array}$

Ánh xạ ngược của f : $f^{-1}(y) = \sqrt[b]{y-a}$ trong đó $a, b \in \mathbb{R}$. Chọn khẳng định đúng.

(A) $\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$
(B) $\begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases}$
(C) $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$
(D) $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$

Câu 09. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $f(x) = (2x+1, 2x^2+x)$. Tìm $f^{-1}(A)$ với $A = [0;3) \times (-\infty;1]$

(A) $f^{-1}(A) = (-1;1)$
(B) $f^{-1}(A) = \left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]$
(C) $f^{-1}(A) = [-1;1]$
(D) $f^{-1}(A) = \left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$

Câu 10. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ với $f(x) = 2x-3$, $g(x) = 3x^2 - 5x + 1$. Chọn đáp án đúng.

(A) $\begin{cases} g \cdot f(x) = 6x^2 - 10x + 43 \\ f \cdot g(x) = 16x^2 - 42x - 1 \end{cases}$
(B) $\begin{cases} g \cdot f(x) = 12x^2 - 46x + 43 \\ f \cdot g(x) = 6x^2 - 10x - 1 \end{cases}$
(C) $\begin{cases} g \cdot f(x) = 10x^2 - 10x - 1 \\ f \cdot g(x) = 6x^2 - 10x + 1 \end{cases}$
(D) $\begin{cases} g \cdot f(x) = 16x^2 - 42x - 43 \\ f \cdot g(x) = 10x^2 - 6x - 1 \end{cases}$

Câu 11. Tìm λ, β để hệ vô số nghiệm $\begin{cases} 2x + y + z & = \beta - 2 \\ x + \lambda y + 2z & = 3 \\ 2x - \lambda y - z & = 1 \end{cases}$

(A) $\lambda = 5, \beta = -5$
(B) $\lambda = -5, \beta = -5$
(C) $\lambda = -5, \beta = 5$
(D) $\lambda = 5, \beta = 5$

Câu 12. Giải phương trình ma trận:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \mathbf{X}$$

(A) $\begin{bmatrix} -\frac{5}{4} & 1 & \frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} \frac{5}{4} & 1 & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} \frac{5}{4} & -1 & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} \frac{5}{4} & 1 & \frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$

Câu 13. Số phát biểu đúng về hệ phương trình Cramer:

(1) Ma trận hệ số là ma trận vuông.

(2) Định thức của ma trận hệ số bằng 0.

(3) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

(4) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất là nghiệm tầm thường.

(A) 2 (B) 1 (C) 3 (D) 4

Câu 14. Khi nào thì ma trận A khả nghịch ?

(A) $\det(A) = 0$ (B) $\det(A) \neq 0$ (C) $\det(A) \neq 1$ (D) $\det(A) = 1$

Câu 15. Có bao nhiêu ma trận đối xứng trong số các ma trận sau?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & -2 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & -3 & 9 \\ 4 & 6 & 9 & -4 \end{pmatrix}$$

(A) 3 (B) 2 (C) 0 (D) 1

Câu 16. Tìm ma trận A thỏa mãn

$$\left(3A^T - 3\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}^T\right)^T = \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 9 & 15 \end{pmatrix}$$

(A) $\begin{pmatrix} 9 & 13 \\ 7 & 11 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 13 & 9 \\ 11 & 7 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 7 & -11 \\ 9 & 13 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 7 & 11 \\ 9 & 13 \end{pmatrix}$

Câu 17. Với λ bằng mấy thì $r(A)$ lớn nhất. Biết:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 6 & 10 & 2 \\ 1 & 4 & 7 & 2 \\ 6 & \lambda & -8 & 2 \end{pmatrix}$$

(A) $\lambda = 6$ (B) $\lambda = -6$ (C) $\lambda \neq -6$ (D) $\lambda \neq 6$

Câu 18. Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$$

(A) $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$

Câu 19. Tính định thức sau

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$$

(A) $-a^3 - b^3 - c^3 - 3abc$
(B) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
(C) $a^3 + b^3 + c^3 + 3abc$
(D) $-a^3 - b^3 - c^3 + 3abc$

Câu 20. Cho hệ

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 & = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 & = m \\ 4x_1 + 8x_2 - 4x_3 + 16x_4 & = m + 1 \end{cases}$$

Với giá trị nào của m thì hệ vô nghiệm ?

(A) $m \neq 4$ (B) $m \neq 6$ (C) $m \neq 5$ (D) $m \neq 7$

ĐÁP ÁN

01. A	05. C	09. B	13. A	17. C
02. D	06. C	10. B	14. B	18. D
03. C	07. B	11. D	15. B	19. D
04. A	08. C	12. D	16. D	20. D

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

Câu 01. Cho khẳng định sau:

"Cho hai mệnh đề:

$$\exists x \in D, (P(x) \wedge Q(x)) \quad (1)$$
$$(\exists x \in D, P(x)) \wedge (\exists x \in D, Q(x)) \quad (2)$$

(1) và (2) luôn có cùng giá trị chân lý". Điều nào sau đây là đúng khi nói về khẳng định trên ?

(A) Khẳng định này là sai. Một ví dụ phản chứng là $D = \mathbb{Z}$, $P(x) = "x < 0"$, $Q(x) = "x \geq 0"$.

(B) Khẳng định này là sai. Một ví dụ phản chứng là $D = \mathbb{N}$, $P(x) =$ "x là số chính phương, $Q(x) =$ "x là một số lẻ ".

(C) Khẳng định này là sai. Một ví dụ phản chứng là $D = \mathbb{R}$, $P(x) =$"x chia hết cho 6", $Q(x) =$"x chia hết cho 3."

(D) Khẳng định này là đúng. Chứng minh theo luật hấp thụ.

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng (A).

- Ta xét mệnh đề ""Khẳng định này là sai. Một ví dụ phản chứng là $D = \mathbb{N}$, $P(x) =$ "x là số chính phương, $Q(x) =$ "x là một số lẻ ""
  Giả sử (1) và (2) không có cùng giá trị chân lý
  Giả sử $\begin{cases} D = \mathbb{Z} \\ P(x) = "x < 0" \\ Q(x) = "x \geq 0" \end{cases}$
  Vì $-2 < 0 \Rightarrow P(-2)$ là đúng $\Rightarrow \exists x \in D, P(x)$
  Vì $3 \geq 0 \Rightarrow Q(3)$ là đúng $\Rightarrow \exists x \in D, Q(x)$
  $\Rightarrow (\exists x \in D, (P(x)) \wedge (\exists x \in D, Q(x))$ là đúng (3)
  Nhưng không có số nguyên nào vừa ≥ 0 vừa < 0 được $\Rightarrow \exists x \in D, (P(x) \wedge Q(x))$ là sai (4)
  Từ (3) và (4) $\Rightarrow$ điều giả sử là sai. $\Rightarrow$ Mệnh đề trên đúng.
- Các đáp án (mệnh đề) còn lại ta có thể chứng minh dễ dàng là sai hoặc có các ví dụ phản chứng không hợp lí.

□

Câu 02. Chọn bảng chân lý thích hợp cho:

$$(p \to q) \to (\overline{p} \vee q)$$

(A)

p	q	$(p \to q) \to (\overline{p} \vee q)$
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

(B)

p	q	$(p \to q) \to (\overline{p} \vee q)$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

(C)

p	q	$(p \to q) \to (\overline{p} \vee q)$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

(D)

p	q	$(p \to q) \to (\overline{p} \vee q)$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Lời giải. Đáp án đúng D.

p	q	$p \to q$	$\overline{p}$	$\overline{p} \vee q$	$(p \to q) \to (\overline{p} \vee q)$
1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1

□

Câu 03. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R}\backslash\{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{2x+3}{x-1}$. Chọn câu trả lời sai.

A. $f([-1;0]) = \left[-3, -\dfrac{1}{2}\right]$

B. $f(\{0;2\}) = \{7, -3\}$

C. $f^{-1}([4;7)) = \left(2, \dfrac{7}{2}\right)$

D. $f^{-1}(\{0;7\}) = \left\{-\dfrac{3}{2}, 2\right\}$

Lời giải. Đáp án đúng C.

Sai vì $f^{-1}([4;7)) = \left(2, \dfrac{7}{2}\right]$ □

Câu 04. Cho số phức z thỏa mãn: $z(2-i) = (\overline{z}+1)(1+i)$

Chọn khẳng định sai trong các đáp án dưới đây:

A. Phần ảo của z là: -1

B. Số phức liên hợp của z là: $1-i$

C. Argument của z là $\dfrac{\pi}{4}$

D. Mođun của z là: $|z| = \sqrt{2}$

Lời giải. Đáp án đúng A.

Đặt $z = a + bi$, thay vào phương trình ban đầu ta có:

$(a+bi)(2-i) = [(a-bi)+1](1+i)$

$\Leftrightarrow 2a + b + (-a)i + 2bi = (a+b+1) + (a+1-b)i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b &= a+b+1 \\ -a+2b &= a+1-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a &= 1 \\ b &= 1 \end{cases} \Rightarrow z = 1+i$$ □

Câu 05. Nếu $|z| = 1$ và $z \neq 1$ thì $\dfrac{1+z}{1-z}$ là:

A. Số thực

B. Không tồn tại $\dfrac{1+z}{1-z}$

C. Số ảo

D. Số thực dương

Lời giải. Đáp án đúng (C).

Gọi $t = \dfrac{1+z}{1-z}$

Biến đổi thu được : $z = \dfrac{t-1}{t+1}$

Lấy modun 2 vế ta có: $1 = |z| = \left|\dfrac{t-1}{t+1}\right| \Leftrightarrow |t-1| = |t+1|$

Đặt $t = a + bi$ và thay vào phương trình ta sẽ thu được $a = 0$ □

Câu 06. Cho số phức $z = \dfrac{-1+i\sqrt{3}}{1-i}$. Biết $z = re^{\frac{a\pi}{b}i}$ và $r, a, b \in \mathbb{R}$. Chọn đáp án đúng.

(A) $\begin{cases} r = \sqrt{2} \\ a = 12 \\ b = 11 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} r = 2\sqrt{2} \\ a = 15 \\ b = 12 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} r = \sqrt{2} \\ a = 11 \\ b = 12 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} r = 4 \\ a = 13 \\ b = 12 \end{cases}$

Lời giải. Đáp án đúng (C).

$re^{\varphi i} = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ (Công thức Euler)

$$z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{1-i} = \frac{2e^{\frac{2\pi}{3}i}}{\sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}i}} = \sqrt{2}e^{\frac{2\pi}{3}i - \frac{-\pi}{4}i} = \sqrt{2}e^{\frac{11\pi}{12}i}$$

□

Câu 07. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất để $z = \left(-\sqrt{3}+i\right)^n$ là số thuần ảo.

(A) 0 (B) 3 (C) 1 (D) 2

Lời giải. Đáp án đúng (B).

$$z = (-\sqrt{3}+i)^n = \left(2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)\right)^n = 2^n\left(\cos\frac{5n\pi}{6} + i\sin\frac{5n\pi}{6}\right)$$

Để z thuần ảo thì $\cos\dfrac{5n\pi}{6} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{5n\pi}{6} = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow n = \dfrac{3+6k}{5}$ $(k \in \mathbb{Z})$

n nguyên dương nhỏ nhất khi $k = 2$, khi đó $n = 3$. □

Câu 08. Cho ánh xạ $\begin{array}{rl} f: & \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ & x \to y = x^3 + 2 \end{array}$

Ánh xạ ngược của f : $f^{-1}(y) = \sqrt[b]{y-a}$ trong đó $a, b \in \mathbb{R}$. Chọn khẳng định đúng.

(A) $\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$

Lời giải. Đáp án đúng (C).

$$\begin{aligned} f^{-1} : \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ y &\to x = f^{-1}(y) \end{aligned}$$

Ta có $f(x) = y = x^3 + 2 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-2} \longrightarrow f^{-1}(y) = x = \sqrt[3]{y-2}$ □

Câu 09. Cho ánh xạ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $f(x) = (2x+1, 2x^2+x)$. Tìm $f^{-1}(A)$ với $A = [0;3) \times (-\infty;1]$

(A) $f^{-1}(A) = (-1;1)$

(B) $f^{-1}(A) = \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$

(C) $f^{-1}(A) = [-1;1]$

(D) $f^{-1}(A) = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Lời giải. Đáp án đúng (B).
Tập nghịch ảnh$f^{-1}(A) = \{x \in \mathbb{R} | (2x+1; 2x^2+x) \in [0;3) \times (-\infty;1]\}$

$x \in f^{-1}(A) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \in [0;3) \\ 2x^2 + x \in (-\infty;1] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} \le x < 1 \\ -1 \le x \le \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le x \le \frac{1}{2}.$

Vậy $f^{-1}(A) = f^{-1}(A) = \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ □

Câu 10. Cho $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ với $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = 3x^2 - 5x + 1$. Chọn đáp án đúng.

(A) $\begin{cases} g \cdot f(x) = 6x^2 - 10x + 43 \\ f \cdot g(x) = 16x^2 - 42x - 1 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} g \cdot f(x) = 12x^2 - 46x + 43 \\ f \cdot g(x) = 6x^2 - 10x - 1 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} g \cdot f(x) = 10x^2 - 10x - 1 \\ f \cdot g(x) = 6x^2 - 10x + 1 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} g \cdot f(x) = 16x^2 - 42x - 43 \\ f \cdot g(x) = 10x^2 - 6x - 1 \end{cases}$

Lời giải. Đáp án đúng (B).

$$\begin{aligned} g \cdot f(x) &= g(f(x)) = g(2x-3) \\ &= 3(2x-3)^2 - 5(2x-3) + 1 \\ &= 12x^2 - 46x + 43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f \cdot g(x) &= f(g(x)) = f(3x^2 - 5x + 1) \\ &= 2(3x^2 - 5x + 1) - 3 \\ &= 6x^2 - 10x - 1 \end{aligned}$$

□

Câu 11. Tìm λ, β để hệ vô số nghiệm $\begin{cases} 2x+y+z &= \beta-2 \\ x+\lambda y+2z &= 3 \\ 2x-\lambda y-z &= 1 \end{cases}$

(A) $\lambda=5, \beta=-5$
(B) $\lambda=-5, \beta=-5$
(C) $\lambda=-5, \beta=5$
(D) $\lambda=5, \beta=5$

Lời giải. Đáp án đúng (D).

$$\overline{A} = \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & \beta-2 \\ 1 & \lambda & 2 & 3 \\ 2 & -\lambda & -1 & 1 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & \beta-2 \\ 0 & 2\lambda-1 & 3 & 8-\beta \\ 0 & -\lambda-1 & -2 & 3-\beta \end{array}\right]$$

$$\to \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & \beta-2 \\ 0 & -3 & -1 & 14-3\beta \\ 0 & -\lambda-1 & -2 & 3-\beta \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & \beta-2 \\ 0 & -3 & -1 & 14-3\beta \\ 0 & 0 & 6-(\lambda+1) & 3(3-\beta)-(\lambda+1)(3\beta-14) \end{array}\right]$$

Vì vậy hệ có vố số nghiệm khi $\Leftrightarrow \begin{cases} 6-(\lambda+1)=0 \\ 3(3-\beta)-(\lambda+1)(3\beta-14)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda=5 \\ \beta=5 \end{cases}$ □

Câu 12. Giải phương trình ma trận:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + \mathbf{X}$$

(A) $\begin{bmatrix} -\frac{5}{4} & 1 & \frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$
(B) $\begin{bmatrix} \frac{5}{4} & 1 & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} \frac{5}{4} & -1 & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$
(D) $\begin{bmatrix} \frac{5}{4} & 1 & \frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$

Lời giải. Đáp án đúng (D).

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} + I\mathbf{X}$$
$$\Leftrightarrow \left(\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$
$$\Leftrightarrow \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}^{-1} . \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad \left(\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \text{khả nghịch.}\right)$$
$$\Leftrightarrow \mathbf{X} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{4} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{4} & 1 & \frac{3}{4} \\ -\frac{3}{4} & 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

□

Câu 13. Số phát biểu đúng về hệ phương trình Cramer:

(1) Ma trận hệ số là ma trận vuông.

(2) Định thức của ma trận hệ số bằng 0.

(3) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

(4) Hệ phương trình có nghiệm duy nhất là nghiệm tầm thường.

A 2 B 1 C 3 D 4

Lời giải. Đáp án đúng A.

(1) , (3) là các phát biểu đúng. □

Câu 14. Khi nào thì ma trận A khả nghịch ?

A $\det(A) = 0$ B $\det(A) \neq 0$ C $\det(A) \neq 1$ D $\det(A) = 1$

Lời giải. Đáp án đúng B. □

Câu 15. Có bao nhiêu ma trận đối xứng trong số các ma trận sau?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & -2 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & -3 & 9 \\ 4 & 6 & 9 & -4 \end{pmatrix}$$

A 3 B 2 C 0 D 1

Lời giải. Đáp án đúng B.

A và C là các ma trận đối xứng. □

Câu 16. Tìm ma trận A thỏa mãn

$$\left(3A^T - 3\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}^T\right)^T = \begin{pmatrix} 6 & 12 \\ 9 & 15 \end{pmatrix}$$

A $\begin{pmatrix} 9 & 13 \\ 7 & 11 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 13 & 9 \\ 11 & 7 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 7 & -11 \\ 9 & 13 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 7 & 11 \\ 9 & 13 \end{pmatrix}$

Lời giải. Đáp án đúng (D).
Ta có

$$\begin{aligned}
&\left(3A^T - 3\begin{pmatrix}5 & 7\\ 6 & 8\end{pmatrix}^T\right)^T = \begin{pmatrix}6 & 12\\ 9 & 15\end{pmatrix}\\
\Leftrightarrow\quad & 3A - 3\begin{pmatrix}5 & 7\\ 6 & 8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6 & 12\\ 9 & 15\end{pmatrix}\\
\Leftrightarrow\quad & 3A = \begin{pmatrix}6 & 12\\ 9 & 15\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}15 & 21\\ 18 & 24\end{pmatrix}\\
\Leftrightarrow\quad & A = \begin{pmatrix}7 & 11\\ 9 & 13\end{pmatrix}
\end{aligned}$$

□

Câu 17. Với λ bằng mấy thì $r(A)$ lớn nhất. Biết:

$$A = \begin{pmatrix}4 & 1 & 3 & 3\\ 0 & 6 & 10 & 2\\ 1 & 4 & 7 & 2\\ 6 & \lambda & -8 & 2\end{pmatrix}$$

(A) $\lambda = 6$ (B) $\lambda = -6$ (C) $\lambda \neq -6$ (D) $\lambda \neq 6$

. . . .

Lời giải. Đáp án đúng (C).

$$A = \begin{pmatrix}4 & 1 & 3 & 3\\ 0 & 6 & 10 & 2\\ 1 & 4 & 7 & 2\\ 6 & \lambda & -8 & 2\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1 & 2 & 7 & 4\\ 0 & 2 & 10 & 6\\ 4 & 3 & 3 & 1\\ 6 & 2 & -8 & \lambda\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1 & 2 & 7 & 4\\ 0 & 2 & 10 & 6\\ 0 & -5 & -25 & -15\\ 0 & -10 & -50 & \lambda-24\end{pmatrix}$$
$$\to \begin{pmatrix}1 & 2 & 7 & 4\\ 0 & 1 & 5 & 3\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \lambda+6\end{pmatrix}$$

Ta thấy $[r(A)]_{\max} = 3 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda \neq -6$ □

Câu 18. Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận

$$A = \begin{pmatrix}3 & 4\\ 5 & 7\end{pmatrix}$$

(A) $\begin{pmatrix}7 & 4\\ 5 & -3\end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix}7 & -4\\ -5 & -3\end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix}7 & 4\\ 5 & 3\end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix}7 & -4\\ -5 & 3\end{pmatrix}$

Lời giải. Đáp án đúng D.

Ta có

$$(A|I) = \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 5 & 7 & 0 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{5}{3} & 1 \end{array}\right)$$
$$\to \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 3 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 7 & -4 \\ 0 & 1 & -5 & 3 \end{array}\right)$$

$\Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ □

Câu 19. Tính định thức sau

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$$

A. $-a^3 - b^3 - c^3 - 3abc$
B. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
C. $a^3 + b^3 + c^3 + 3abc$
D. $-a^3 - b^3 - c^3 + 3abc$

Lời giải. Đáp án đúng D.

Ta có

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = acb + bac + cba - c^3 - a^3 - b^3 = 3abc - a^3 - b^3 - c^3$$

□

Câu 20. Cho hệ

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 & = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 & = m \\ 4x_1 + 8x_2 - 4x_3 + 16x_4 & = m + 1 \end{cases}$$

Với giá trị nào của m thì hệ vô nghiệm ?

A. $m \neq 4$ B. $m \neq 6$ C. $m \neq 5$ D. $m \neq 7$

Lời giải. Đáp án đúng D.
Ta có ma trận bổ sung:

$$\overline{A} = \left[\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 7 & -4 & 11 & m \\ 4 & 8 & -4 & 16 & m+1 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & -3 & 3 & -7 & -3 \\ 0 & 5 & -3 & 7 & m-2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m-7 \end{array}\right]$$

$$\to \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & -7 & m-8 \\ 0 & -3 & 3 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m-7 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & 3 & -7 & m-8 \\ 0 & 0 & -6 & 14 & -3m+21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m-7 \end{array}\right]$$

Để hệ vô nghiệm $\Rightarrow m-7 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 7$ □
