

ĐỀ THI XỬ LÝ TÍN HIỆU SỐ. GIỮA KÌ - K55

Thời gian 90 phút. Không sử dụng tài liệu và các thiết bị nghe, nhìn
Nộp lại đề thi cùng bài làm. Sinh viên đề nghị cán bộ coi thi ghi và
ký vào bài làm đề A hoặc B. Nếu không bài thi sẽ không điểm.

A

Câu 1: Tính biến đổi z và miền hội tụ của tín hiệu

$$x(n) = a^n \sin(\omega_0 n) u(n)$$

Câu 2: Hệ TT-BB có đáp ứng tần số

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1 - e^{-j2\omega}}{1 + 0,5e^{-j4\omega}}$$

Hãy xác định tín hiệu ra nếu tín hiệu vào $x(n) = \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)$

Câu 3: Cho PT-SP $y(n) - \frac{1}{4}y(n-1) - \frac{1}{8}y(n-2) = 3x(n)$

a) Cả hệ nhân quả và hệ phản nhân quả đều có chung PT-SP trên.

Xác định hai đáp ứng xung tương ứng với hai hệ này.

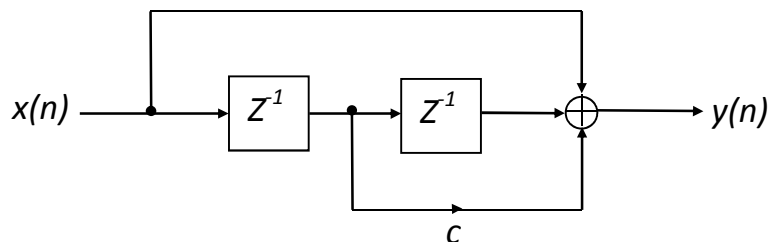
b) Xét tính ổn định của hệ nhân quả và hệ phản nhân quả

c) Xác định tín hiệu ra của hệ nhân quả nếu tín hiệu vào

$$x(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)$$

Câu 4: Xét bộ lọc
số có sơ đồ khối
như hình vẽ.

Trong đó
 $c = -2\cos(\pi/3)$



a) Xác định phương trình sai phân và đáp ứng xung của hệ

b) Xác định $|H(e^{j\omega})|$. Nhận xét ứng dụng của bộ lọc số này

LỜI GIẢI:

Câu 1: Xét tín hiệu $y(n) = \sin(\omega_0 n) u(n)$, ta có: $x(n) = a^n y(n)$

$$Y(z) = \frac{z^{-1} \sin \omega_0}{1 - 2z^{-1} \cos \omega_0 + z^{-2}}, \quad |z| > 1$$

$$\Rightarrow X(z) = Z\{a^n y(n)\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a^n y(n) z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y(n) \left(\frac{z}{a}\right)^{-n} = Y\left(\frac{z}{a}\right), \quad \left|\frac{z}{a}\right| > 1$$

$$\Rightarrow X(z) = \frac{\left(\frac{z}{a}\right)^{-1} \sin \omega_0}{1 - 2\left(\frac{z}{a}\right)^{-1} \cos \omega_0 + \left(\frac{z}{a}\right)^{-2}} = \frac{az^{-1} \sin \omega_0}{1 - 2az^{-1} \cos \omega_0 + a^2 z^{-2}}, \quad |z| > |a|$$

Câu 2:

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1 - e^{-j2\omega}}{1 + 0,5e^{-j4\omega}}$$

Tín hiệu vào: $x(n) = \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)$. Ta có tín hiệu ra được xác định bởi:

$$y(n) = \left|H\left(e^{j\frac{\pi}{4}}\right)\right| \sin\left(\frac{\pi n}{4} + \arg\left(H\left(e^{j\frac{\pi}{4}}\right)\right)\right)$$

+ Tính $\left|H\left(e^{j\frac{\pi}{4}}\right)\right|$:

$$H\left(e^{j\frac{\pi}{4}}\right) = \frac{1 - e^{-j\frac{2\pi}{4}}}{1 + 0,5e^{-j\frac{4\pi}{4}}} = \frac{1 - \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - j \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)}{1 + 0,5(\cos(\pi) - j \sin(\pi))} = \frac{1 + j}{0,5} = 2 + 2j$$

$$\Rightarrow \left|H\left(e^{j\frac{\pi}{4}}\right)\right| = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$$

+ Tính $\arg(\cdot)$:

$$\arg\left(H\left(e^{j\frac{\pi}{4}}\right)\right) = \arctan \frac{\operatorname{Im}\left(H\left(e^{j\frac{\pi}{4}}\right)\right)}{\operatorname{Re}\left(H\left(e^{j\frac{\pi}{4}}\right)\right)} = \arctan \frac{2}{2} = \arctan 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Vậy } y(n) = 2\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi n}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$$

Câu 3:

a. Hàm truyền đạt:

$$H(z) = \frac{3}{1 - \frac{1}{4}z^{-1} - \frac{1}{8}z^{-2}} = \frac{3}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1 + \frac{1}{4}z^{-1}\right)} = \frac{A}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{B}{1 + \frac{1}{4}z^{-1}}$$

$$\text{Với } A = H(z) \cdot \left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right) \Big|_{z^{-1}=2} = 2; \quad B = H(z) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}z^{-1}\right) \Big|_{z^{-1}=-4} = 1$$

Suy ra: $H(z) = 2 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{1}{1 - (-\frac{1}{4})z^{-1}}$

+ Với hệ nhân quả: $h(n) = \left[2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(-\frac{1}{4}\right)^n \right] u(n)$

+ Với hệ phản nhân quả: $h(n) = - \left[2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(-\frac{1}{4}\right)^n \right] u(-n-1)$

b. Xét tính ổn định:

Có:

$$H(z) = \frac{3z^2}{z^2 - \frac{1}{4}z - \frac{1}{8}} = \frac{3z^2}{\left(z - \frac{1}{2}\right)\left(z + \frac{1}{4}\right)}$$

+ Điểm không bậc 2 tại gốc tọa độ

+ 2 điểm cực: $z = \frac{1}{2}, z = -\frac{1}{4}$

Đối với hệ nhân quả: $|z| > \frac{1}{2}$. Khi đó miền hội tụ chứa đường tròn đơn vị \Rightarrow hệ ổn định.

Đối với hệ phản nhân quả: $|z| < 1/4$. Khi đó miền hội tụ không chứa đường tròn đơn vị \Rightarrow hệ không ổn định.

c. $Y(z) = H(z) \cdot X(z)$

Mà $H(z) = 2 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{1}{1 - (-\frac{1}{4})z^{-1}}$, $X(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}}$

$$\Rightarrow Y(z) = \frac{A}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{B}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}} + \frac{C}{1 + \frac{1}{4}z^{-1}} \Rightarrow y(n) \dots$$

Câu 4:

a) Xác định PTSP: $y(n) = x(n) + cx(n-1) + x(n-2) = x(n) - x(n-1) + x(n-2)$

Đáp ứng xung của hệ là đầu ra của hệ khi đầu vào là xung đơn vị, do đó:

$$h(n) = \delta(n) - \delta(n-1) + \delta(n-2)$$

b) Xác định và vẽ $|H(e^{jw})|$. Nhận xét ứng dụng bộ lọc.

Ta có:

$$\begin{aligned} H(e^{jw}) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)e^{-jwn} = 1 - e^{-jw} + e^{-j2w} \\ &= 1 - (\cos w - j \sin w) + (\cos 2w - j \sin 2w) \\ &= (1 - \cos w + \cos 2w) + j(\sin w - \sin 2w) \end{aligned}$$

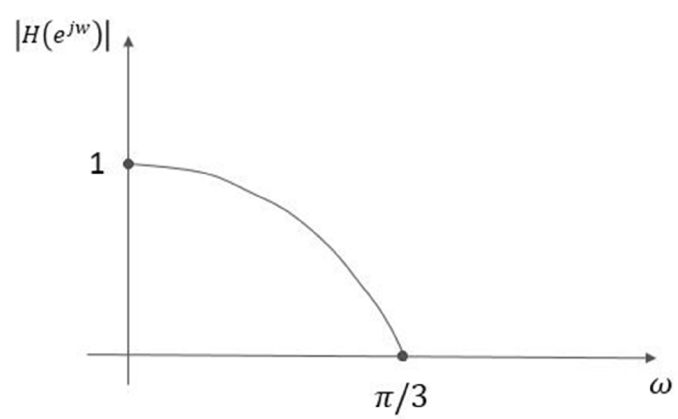
Suy ra:

$$\operatorname{Re}(H(e^{jw})) = 1 - \cos w + 2 \cos^2 w - 1 = \cos w (2 \cos w - 1)$$

$$\operatorname{Im}(H(e^{jw})) = \sin w - 2 \sin w \cos w = \sin w (1 - 2 \cos w)$$

$$\Rightarrow |H(e^{jw})| = \sqrt{(\operatorname{Re})^2 + (\operatorname{Im})^2} = |1 - 2 \cos w|$$

Về đáp ứng biên độ:



Nhận xét: đây là bộ lọc thông thấp.