Câu 1: (XS có DK)

Giải

Gọi A_i là biến cố thí sinh thi đậu lần thứ $i = 1;2;3$

Gọi B là biến cố để thí sinh thi đậu

Ta có: $B = A_1 \cup (\overline{A_1} A_2) \cup (\overline{A_1}\,\overline{A_2} A_3)$

Suy ra: $P(B) = P(\overline{A_1}) + P(\overline{A_1} A_2) + P(\overline{A_1}\,\overline{A_2} A_3)$

Trong đó $\begin{cases} P(A_1) = 0,9 \\ P(\overline{A_1} A_2) = P(\overline{A_1}).P(A_2 / \overline{A_1}) = 0,1.0,7 \\ P(\overline{A_1}\,\overline{A_2} A_3) = P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2} / \overline{A_1}).P(A_3 / \overline{A_1}\,\overline{A_2}) = 0,1.0,3.0,3 \end{cases}$

Vậy P(B) = 0,9+0,1.0,7+0,1.0,3.0,3 = 0,979

Câu 2:

Giải

Đặt A_1 và A_2 lần lượt là các sản phẩm thứ nhất và thứ hai hỏng.

Ta phải tính: $P(A_1.A_2) = P(A_1).P(A_1 / A_2)$

Mà $P(A_1) = \dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{4}$.

$P(A_1 / A_2)$ là xác suất để lấy được sản phẩm thứ 2 hỏng với điều kiện là sản phẩm thứ nhất lấy cũng đã bị hỏng nên: $P(A_1 / A_2) = \dfrac{4}{19}$.

Vậy $P(A_1.A_2) = P(A_1).P(A_1 / A_2) = \dfrac{1}{4}.\dfrac{4}{19} = \dfrac{1}{19}$

Câu 1: (CTXS đầy đủ và Bayes)

Giải

a) Gọi A: "hạt giống lấy ra là nảy mầm được" và H_i: "Hạt giống lấy ra thuộc loại i (i=1,2,3)

Chúng ta có:

$$P(H_1)=\frac{2}{3}, P(H_2)=\frac{1}{4}, P(H_3)=\frac{1}{12}$$
$$P(A/H_1)=0,8; P(A/H_2)=0,7; P(A/H_3)=0,5$$
$$P(A)=\sum_{i=1}^{3}P(H_i)P(A/H_i)=\frac{2}{3}.0,8+\frac{1}{4}.0,7+\frac{1}{12}.0,5=0,75$$

Xác suất P(A) chính là **tỷ lệ nảy mầm chung của lô hạt giống**

b) Giả sử hạt giống lấy ra là nảy mầm được

Xác suất phải tính là $P(H_2/A)$. Theo định lý Bayes

$$P(H_2/A)=\frac{P(H_2)P(A/H_2)}{P(A)}=\frac{0,25.0,7}{0,75}=\frac{7}{30}$$

c) Giả sử hạt giống lấy ra là không nảy mầm được. Ta so sánh các giá trị xác suất $P(H_1/\overline{A}), P(H_2/\overline{A}), P(H_3/\overline{A})$.

Câu 2:

Giải

a) Lấy ngẫu nhiên 1 xạ thủ

Gọi H_1 là biến cố "Chọn xạ thủ loại I" $\Rightarrow P(H_1)=\frac{2}{10}$

Gọi H_2 là biến cố "Chọn xạ thủ loại II" $\Rightarrow P(H_2)=\frac{8}{10}$

Gọi A là biến cố "viên đạn trúng đích"

Biến cố A có thể xảy ra với 1 trong 2 biến cố H_1 và H_2, tạo nên một nhóm đầy đủ các biến cố.

Theo công thức xác suất đầy đủ:

$$P(A)=P(H_1).P(A|H_1)+P(H_2).P(A|H_2)$$
$$=\frac{2}{10}.0,9+\frac{8}{10}.0,8=0,82$$

b) Khi A xảy ra (người đầu tiên bắn trúng đích):

Áp dụng công thức Bayes:

$$P(H_1 | A) = \frac{P(H_1).P(A | H_1)}{P(A)} = \frac{0,2.0,9}{0,82} = \frac{9}{41}$$

$$P(H_2 | A) = \frac{P(H_2).P(A | H_2)}{P(A)} = \frac{0,8.0,8}{0,82} = \frac{32}{41}$$

⇨ $P(H_1), P(H_2)$ được điều chỉnh mới là $P(H_1) = \frac{9}{41}$ và $P(H_2) = \frac{32}{41}$

Gọi B là biến cố "Cả 2 viên đạn đều trúng đích"

$$P(B) = P(H_1).P(B | H_1) + P(H_2).P(B | H_2)$$

$$= \frac{9}{41}.0,9 + \frac{32}{41}.0,8 = 0,6683 \approx 0,67$$

Câu 3:

Giải

Giả sử: H_1= "biến cố lấy được sản phẩm từ lô 1"

H_2= "biến cố lấy được sản phẩm từ lô 2"

A= "biến cố sản phẩm lấy lần 1 là chính phẩm"

➔ Theo công thức đầy đủ ta có

$$P(A) = P(H_1).P(A | H_1) + P(H_2).P(A | H_2) = \frac{1}{2}.1 + \frac{1}{2}.\frac{4}{5} = \frac{9}{10}$$

Khi A xảy ra:

$$P(H_1 | A) = \frac{P(H_1).P(A | H_1)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2}.1}{\frac{9}{10}} = \frac{5}{9}$$

$$P(H_2 | A) = \frac{P(H_2).P(A | H_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2}.\frac{4}{5}}{\frac{9}{10}} = \frac{4}{9}$$

Vậy $P(H_1)$, $P(H_2)$ được điều chỉnh mới là: $P(H_1) = \frac{5}{9}, P(H_2) = \frac{4}{9}$

Gọi B= "biến cố lấy được sản phẩm 2 là phế phẩm"

Khi đó: $P(B) = P(H_2).P(B | H_2) = \frac{4}{9}.\frac{1}{5} = \frac{4}{45}$.

Câu 4:

Giải

Gọi A là biến cố lấy ra ít nhất 1 chính phẩm thì $\overline{A}$ là biến cố lấy được toàn phế phẩm (2 phế phẩm).

Gọi H_1 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra đều thuộc lô 1.

H_2 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra từ lô 2.

H_3 là biến cố lấy được 2 sản phẩm thì 1 sản phẩm thuộc lô 1, 1 sản phẩm thuộc lô 2

Ta có $P(H_1) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}, P(H_2) = \frac{C_3^2}{C_5^3} = \frac{3}{10}, P(H_3) = \frac{C_2^1.C_3^1}{C_5^2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$\overline{A}$ xảy ra đồng thời với 3 biến cố trên và 3 biến cố này lập thành 1 nhóm biến cố đầy đủ

Ta có: $P(\overline{A} \mid H_1) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{3}{45}, P(\overline{A} \mid H_2) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}, P(\overline{A} \mid H_3) = \frac{C_3^1}{10}.\frac{C_2^1}{10} = 0{,}6$

Theo công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(\overline{A}) = P(H_1).P(\overline{A} \mid H_1) + P(H_2).P(\overline{A} \mid H_2) + P(H_3).P(\overline{A} \mid H_3) = \frac{37}{750}$$

Vậy $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{37}{750} \approx 0{,}951$

:

Câu 5:

Giải

Gọi H_1 là biến cố "Thành phần của lô 1 không đổi".

H_2 là biến cố "Ở lô 1 phế phẩm được thay thế bằng chính phẩm".

H_3 là biến cố "Ở lô 1 chính phẩm được thay thế bằng phế phẩm".

A là biến cố "Lấy được chính phẩm".

Hệ H_1, H_2, H_3 là một hệ đầy đủ. Ta đi tính xác suất của chúng.

Nếu H_1 xảy ra: do thành phần lô 1 không đổi do đó ta có hai trường hợp lấy chính phẩm từ lô 1 sang lô 2 sau đó lại lấy chính phẩm từ lô 2 sang lô 1 (trường hợp 1) hoặc lấy phế phẩm từ lô 1 sang lô 2 rồi lấy phế phẩm từ lô 2 sang lô 1 (trường hợp 2).

+) Trường hợp 1: đầu tiên chọn 1 trong a chính phẩm trong lô 1 bỏ sang lô 2 sau đó chọn 1 trong c + 1 chính phẩm ở trong lô 2 để bỏ sang lô 1.

+) Trường hợp 2: đầu tiên; chọn 1 trong b ohees phảm ở lô 1 bỏ sang lô 2 sau đó chọn 1 trong d+1 phế phẩm ở lô 2 bỏ sang lô 1.

Ta có: $P(H_1) = \dfrac{C_a^2.C_{c+1}^1 + C_b^2.C_{d+1}^1}{(a+b)(c+d+1)} = \dfrac{a(c+1)+b(d+1)}{(a+b)(c+d+1)}$

Nếu H_2 xảy ra: ta lấy 1 phế phẩm từ lô 1 sang lô 2 rồi lấy 1 chính phẩm từ lô 2 sang lô 1

Ta có: $P(H_2) = \dfrac{C_b^2.C_c^2}{(a+b)(c+d+1)} = \dfrac{bc}{(a+b)(c+d+1)}$

Nếu H_2 xảy ra: ta lấy 1 chính phẩm từ lô 1 sang lô 2 rồi lấy 1 phế phẩm từ lô 2 sang lô 1

Ta có: $P(H_3) = \dfrac{C_a^2.C_d^1}{(a+b)(c+d+1)} = \dfrac{ad}{(a+b)(c+d+1)}$

Có: $P(A|H_1) = \dfrac{a}{a+b}; P(A|H_2) = \dfrac{a+1}{a+b}; P(A|H_3) = \dfrac{a-1}{a+b}$

Vậy

$$\begin{aligned}
P(A) &= P(H_1).P(A|H_1) + P(H_2).P(A|H_2) + P(H_3).P(A|H_3)\\
&= \frac{a(c+1)+b(d+1)}{(a+b)(c+d+1)}.\frac{a}{a+b} + \frac{bc}{(a+b)(c+d+1)}.\frac{a+1}{a+b} + \frac{ad}{(a+b)(c+d+1)}.\frac{a-1}{a+b}\\
&= \frac{a}{a+b} + \frac{bc-ad}{(a+b)^2(c+d+1)}
\end{aligned}$$

Câu 6:

Giải

Gọi H_1 là biến cố người đó câu ở chỗ thứ nhất

H_2 là biến cố người đó câu ở chỗ thứ hai

H_3 là biến cố người đó câu ở chỗ thứ ba

$P(H_1) = P(H_2) = P(H_3)$

A là biến cố câu được cá.

Theo công thức Bernoulli:

$$P(A|H_1) = C_3^1.0,6.0,4^2$$
$$P(A|H_2) = C_3^1.0,7.0,3^2$$
$$P(A|H_3) = C_3^1.0,8.0,2^2$$

Áp dụng công thức Bayes: $P(H_1|A) = \dfrac{P(H_1).P(A|H_1)}{\sum_{i=1}^{3} P(H_i).P(A|H_i)} = 0,502$

Câu 7:

Giải

Gọi A_1 = biến cố lấy được bi trắng ở hộp 1 => $P(A_1) = \dfrac{3}{25}$

B_1 = biến cố lấy được bi đỏ ở hộp 1 => $P(B_1) = \dfrac{7}{25}$

C_1 = biến cố lấy được bi xanh ở hộp 1 => $P(C_1) = \dfrac{15}{25}$

A_2 = biến cố lấy được bi trắng ở hộp 2 => $P(A_1) = \dfrac{10}{25}$

B_2 = biến cố lấy được bi đỏ ở hộp 2 => $P(B_2) = \dfrac{6}{25}$

C_2 = biến cố lấy được bi xanh ở hộp 1 => $P(C_2) = \dfrac{9}{25}$

Vì A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2 là các biến cố độc lập nên:

A = biến cố lấy được 2 viên bi màu trắng $\Rightarrow P(A) = P(A_1).P(A_2) = \dfrac{3}{25}.\dfrac{10}{25} = \dfrac{6}{125}$

B = biến cố lấy được 2 viên bi màu đỏ $\Rightarrow P(B) = P(B_1).P(B_2) = \dfrac{7}{25}.\dfrac{6}{25} = \dfrac{42}{625}$

C = biến cố lấy được 2 viên bi màu xanh $\Rightarrow P(C) = P(C_1).P(C_2) = \dfrac{15}{25}.\dfrac{9}{25} = \dfrac{27}{125}$

D = biến cố lấy được 2 viên bi cùng màu

A, B, C là các biến cố độc lập nên ta có xác suất để 2 bi lấy ra có cùng màu là:

$$P(D) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{6}{125} + \frac{42}{625} + \frac{27}{125} = \frac{207}{625}$$

Câu 8:

Giải

a) Gọi X_1, X_2, X_3 là số linh kiện hỏng tương ứng của các loại A, B, C.
$P(X_1 > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [P(X_1 = 0) + P(X_1 = 1)]$.
Trong trường hợp dãy phép thử độc lập có n lớn và p nhỏ ta áp dụng định lý Poisson : $P_n(k) \approx e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$, trong đó $\lambda = np$.
Vậy $P(X_1 > 1) = 1 - [e^{-1}\frac{1^0}{0!} + e^{-1}\frac{1^1}{1!}] = 1 - \frac{2}{e}$.
b) Gọi A là biến cố máy ngưng hoạt động. Khi đó $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

$$\begin{aligned} P(\overline{A}) &= P[(X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 0) \cup (X_1 = 1, X_2 = 0, X_3 = 0) \\ &\cup (X_1 = 0, X_2 = 1, X_3 = 0) \cup (X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 = 1)] \\ &= P(X_1 = 0)P(X_2 = 0)P(X_3 = 0) + P(X_1 = 1)P(X_2 = 0)P(X_3 = 0) \\ &+ P(X_1 = 0)P(X_2 = 1)P(X_3 = 0) + P(X_1 = 0)P(X_2 = 0)P(X_3 = 1) \end{aligned}$$

Vậy $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{10}{e^9}$.

Câu 9:

Gọi $H = \{$ sinh viên thuộc đội tuyển của trường $\}$.
$A_i = \{$ sinh viên thuộc năm thứ i $\}$ i=1,2,3.

$$P(H) = \frac{5}{15}.0,75 + \frac{6}{15}.0,7 + \frac{4}{15}.0,8 = 0,743.$$

$$P(A_1) = \frac{0,25}{0,743} \quad P(A_2) = \frac{0,28}{0,743} \quad P(A_3) = \frac{0,213}{0,743}.$$

Vậy sinh viên có khả năng thuộc năm thứ 2 nhiều nhất.

Câu 10:

Giải

a) Trong trường hợp chọn không hoàn lại. Ta gọi A_D, A_V, A_X, A lần lượt là các biến cố ngẫu nhiên để 3 bi cùng màu đỏ, cùng màu vàng, cùng màu xanh, cùng màu. Khi đó theo công thức cộng ta được

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_D) + P(A_V) + P(A_X) \\ &= \frac{C_7^3}{C_{30}^3} + \frac{C_{11}^3}{C_{30}^3} + \frac{C_{12}^3}{C_{30}^3} \\ &= 0,1034. \end{aligned}$$

b) Trong trường hợp chọn hoàn lại. Ta gọi B_D, B_V, B_X, B lần lượt là các biến cố ngẫu nhiên để 3 bi cùng màu đỏ, cùng màu vàng, cùng màu xanh, cùng màu. Khi đó theo công thức cộng ta được

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B_D) + P(B_V) + P(B_X) \\ &= (\frac{7}{30})^3 + (\frac{11}{30})^3 + (\frac{12}{30})^3 \\ &= 0,126. \end{aligned}$$

Câu 11:

Giải

a)Máy bay sẽ rơi khi tất cả các động cơ đều hỏng hoặc chỉ có 1 động cơ làm việc.

Gọi P là xác suất tất cả các động cơ hỏng :$P = (0,1)^3.(0,05)^2$ Q là xác suất 4 động cơ hỏng:

$Q = 2.(0,1)^3.(0,05).(0,95) + 3.(0,1)^2.(0,9).(0,05)^2$

A là xác suất máy bay rơi:

$A = (0,1)^3.(0,05)^2 + 2.(0,1)^3.(0,05).(0,95) + 3.(0,1)^2.(0,9).(0,05)^2 = 0,00016$

B là xác xuất để máy bay bay an toàn $= 1 - 0,00016 = 0,99984$

b) P- Cánh phải có ít nhất 1 động cơ làm việc $= 1 - (0,1)^2 = 0,99$

Q-Cánh trái có ít nhất một động cơ làm việc $= (1 - (),05)^2 = 0,9975$

Vậy A-Xác suất để máy bay bay an toàn là $= (0,99).(0,9975) = (0,9875)$

Câu 12:

Giải

a)Gọi A là biến cố :"Tổng số nốt là 8" và B là biến cố:"Có ít nhất một con ra nốt 1".

Các trường hộ có tổng bằng 8 là:(2,3,3);(2,2,4);(1,1,6);(1,2,5);(1,3,4) và các hoán vị của chúng.

Từ đó số trường hợp có thể là $3+3+3+6+6+6=21$

Do đó $P(A)=\frac{21}{216}$

$P(A/B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$

Để tính $P(AB)$, ta thấy các tổ hợp có tổng bằng 8 mà trong đó có "1" là $(1,1,6);(1,2,5);(1,3,4)$.

Vậy $P(AB)=\frac{3+6+6}{216}=\frac{15}{216}$

Dễ thấy

$P(B)=1-(\frac{5}{6})^3=\frac{91}{216}$

Vậy $P(A/B)=\frac{15}{91}$.

b)Gọi A: "Có ít nhất một con ra lục"

B: "Số nốt trên 3 con khác nhau".

Ta có $P(A/B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$;

$P(AB)=\frac{3.5.4}{216}=\frac{60}{216}$;

$P(B)=\frac{6.5.4}{216}$

Vậy $P(A/B)=\frac{1}{2}$

Câu 13:

Giải

Gọi E_1: "Bắt được hai gà trống"

E_2: "Bắt được hai gà mái"

E_3: "Bắt được một gà trống và một gà mái". E_1,E_2,E_3 là hệ đầy đủ với

$P(E_1)=\frac{1}{10}.\frac{5}{6}=\frac{5}{60}$

$P(E_2)=\frac{9}{10}.\frac{1}{6}=\frac{9}{60}$

$P(E_3)=1-\frac{5}{60}-\frac{9}{60}=\frac{46}{60}$

Gọi A: "Bắt được gà trống từ chuồng thứ ba"

Khi đó: $P(A)=P(E_1)P(A/E_1)+P(E_2)P(A/E_2)+P(E_3)P(A/E_3)=$
$\frac{5}{60}\cdot\frac{4}{14}+\frac{9}{60}\cdot\frac{6}{14}+\frac{46}{60}\cdot\frac{5}{14}=\frac{304}{840}=0,3619$