

ĐỀ THI CK 20211 MÔN ĐSHĐ (40 CÂU 60 PHÚT)

Câu 1 - mức 1:

Trên tập số thực \mathbb{R} , cho các tập số sau: $A = (1, 5)$, $B = (-2, 3)$, $C = [0, 4]$. Khi đó số các số nguyên thuộc vào tập hợp $(A \setminus B) \cup (B \setminus C)$ là:

Đáp án

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 5 E. 6

Câu 2 – mức 1:

Số quan hệ hai ngôi có tính chất phản xạ trên tập hợp có 8 phần tử là

Đáp án.

- A. 2^{56} B. 2^{64} C. 2^8 D. $2^8 \cdot 3^{28}$

Câu 3 – mức 1:

Cho $GL_2(\mathbb{R})$ là tập các ma trận vuông thực cấp 2 khả nghịch. Trong các tập hợp sau đây, tập hợp nào sau đây **không phải** là nhóm con

Đáp án.

- A. Tập các ma trận phản đối xứng cấp 2 khả nghịch
B. Tập các ma trận đối xứng cấp 2 khả nghịch
C. Tập các ma trận tam giác trên cấp 2 khả nghịch
D. Tập các ma trận tam giác dưới cấp n khả nghịch

Câu 4 – mức 1:

Cho z_1, z_2, z_3 là 3 nghiệm của phương trình $z^3 + (1 - 4i)z^2 - (2 + 3i)z + 1 = 0$. Khi đó $z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3$ bằng

Đáp án.

- A. $-2 - 3i$ B. $2 + 3i$ C. $1 - 4i$ D. $-1 + 4i$ E. 0

Câu 5 – mức 1:

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Khi đó ma trận $2A - B^T$ là

Đáp án.

A. $\begin{bmatrix} 0 & 6 & 5 \\ 5 & -7 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 0 & 6 & 5 \\ 5 & 7 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 0 & 6 & 5 \\ 5 & -7 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 0 & 6 & 5 \\ 5 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

Câu 6 – mức 1:

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$. Khi đó ma trận X thỏa mãn $2X + 3A = B^T$ là

Đáp án.

A. $\begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} -4 & -4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

Câu 7 – mức 1:

Cho các ma trận vuông thực cấp 2022 và 4 khẳng định sau:

- $|A| = |A^T|$
- $|-3.A| = 3.|A|$
- $|A.B| = |A|.|B|$
- $|A+B| = |A|+|B|$

Số các khẳng định đúng là

Đáp án.

A. 2 B. 0 C. 1 D. 3 E. 4

Câu 8 – mức 1:

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ và $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ thỏa mãn $AXB - C = 0$.

Khi đó $a+b+c+d$ là

Đáp án.

A. 6 B. 8 C. 2 D. 1 E. 5

Câu 9 – mức 1:

Khẳng định nào sau đây là đúng về hệ phương trình tuyến tính

Đáp án.

- A. Hệ phương trình tuyến tính 5 phương trình, 6 ẩn không thể có nghiệm duy nhất.
- B. Hệ phương trình tuyến tính gồm 3 phương trình, 5 ẩn không thể vô nghiệm.
- C. Hệ phương trình tuyến tính gồm 4 phương trình, 4 ẩn luôn có duy nhất nghiệm.
- D. Hệ phương trình tuyến tính thuần nhất 5 phương trình, 5 ẩn có thể vô nghiệm.

Câu 10 – mức 1:

Tập hợp nào sau đây là không gian con của \mathbb{R}^4

Đáp án.

A. $\{(x_1 - 1, x_2, x_3, x_4) \mid 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 2\}$

B. $\{(x_1 - 1, x_2, x_3, x_4) \mid 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 0\}$

C. $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \mid 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4^2 = 0\}$

D. $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 \cdot x_2 = 0\}$

Câu 11 – mức 1:

Trong không gian véc tơ \mathbb{R}^3 , hệ véc tơ nào sau đây là một cơ sở

Đáp án.

A. $\{(1, 3, 1), (2, -1, 4), (3, 2, -1)\}$

B. $\{(1, 2, 3), (2, 1, 4), (3, 2, 1), (0, 4, -1)\}$

C. $\{(1, 3, 5), (2, 6, 1)\}$

D. $\{(1, 3, 1), (3, -1, 5), (2, 1, 3)\}$

E. $\{(1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9)\}$

Câu 12 – mức 1:

Cho các ánh xạ sau:

- $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1^2 + 2x_2 - x_3, x_1 + x_2 - x_3, x_2 + 3x_3)$
- $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2 - x_3, x_2 - x_3, x_3)$
- $f(x_1, x_2, x_3) = (2x_2 - x_3, x_1 + x_2x_3, x_1 + x_2 + 3x_3)$
- $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + 3, x_1 + 3x_2 - 2x_3, x_1 - 2x_3)$

Số các ánh xạ là toán tử tuyến tính trên không gian \mathbb{R}^3 trong số 4 ánh xạ kể trên là
Đáp án.

A. 1

B. 0

C. 2

D. 3

E. 4

Câu 13 – mức 1:

Cho toán tử tuyến tính trên không gian \mathbb{R}^3 xác định như sau:

$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + 2x_3, x_1 - 3x_2 + 2x_3, 2x_1 - x_2 + 4x_3)$. Khẳng định nào sau đây là đúng

Đáp án.

A. f không phải là một đơn cấu

B. f là một toàn cấu

C. $\text{rank}(f) = 3$

D. $\dim(\ker(f)) = 2$

E. f là một đẳng cấu

Câu 14 – mức 1:

Cho ánh xạ tuyến tính từ không gian \mathbb{R}^3 đến không gian \mathbb{R}^2 xác định bởi:

$f(1, 2, -1) = (-3, 1)$, $f(3, 1, 0) = (2, 7)$, $f(1, 2, 4) = (7, 16)$. Ma trận của f đối với cặp cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 , \mathbb{R}^2 là:

Đáp án.

A. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

Câu 15 – mức 1:

Cho toán tử tuyến tính trên không gian \mathbb{R}^3 xác định như sau:

$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 3x_2 + 4x_3, 2x_1 + x_2 + 3x_3, -2x_1 + x_2 - x_3)$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ riêng của f

Đáp án.

A. $u = (1, 2, -2)$

B. $u = (1, 1, 1)$

C. $u = (13, 11, 5)$

D. $u = (3, 2, -1)$

Câu 16 – mức 1:

Cho f là dạng song tuyến tính trên không gian \mathbb{R}^3 có ma trận đối với cơ sở

$B = \{u_1, u_2, u_3\}$ là $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$. Khi đó $f(u_1 + u_2, u_3)$ bằng

Đáp án.

A. 9

B. 5

C. 15

D. 17

E. 11

Câu 17 – mức 1:

Trên không gian $P_3[x]$ - các đa thức hệ số thực bậc nhỏ hơn hoặc bằng 3, ánh xạ nào sau đây là một dạng song tuyến tính đối xứng

Đáp án.

A. $f(p(x), q(x)) = p(1)q(3) - p(2)q(2) + p(3)q(1)$

B. $f(p(x), q(x)) = p(1)^2 + q(1)^2$

C. $f(p(x), q(x)) = p(0) + q(0)$

D. $f(p(x), q(x)) = [p(1) + q(1)]^2$

Câu 18 – mức 1:

Trong không gian \mathbb{R}^3 với tích vô hướng chính tắc, hệ nào sau đây là một cơ sở trực giao

Đáp án.

A. $\{(-1, 2, -2), (2, -1, -2), (2, 2, 1)\}$

B. $\{(-1, 1, -2), (2, -1, -1), (1, 2, 1)\}$

C. $\{(-1, 2, -2), (2, -1, -2), (2, -2, 1)\}$

D. $\{(-1, 2, -2), (2, -1, 2), (2, 2, -1)\}$

Câu 19 – mức 1:

Trên không gian $P_2[x]$ - các đa thức hệ số thực bậc nhỏ hơn hoặc bằng 2 với tích vô hướng $\langle p(x), q(x) \rangle = \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx$. Khi đó góc giữa 2 véc tơ

$p(x) = 1 + x - x^2, q(x) = 2 + 3x + x^2$ là

Đáp án.

A. $\approx 24,9^\circ$

B. $\approx 14,9^\circ$

C. $\approx 60^\circ$

D. $\approx 90^\circ$

Câu 20 – mức 1:

Số quan hệ thứ tự trên tập có 3 phần tử là

Đáp án.

A. 19

B. 13

C. 6

D. 11

E. 219

Câu 21 – mức 2:

Cho toán tử tuyến tính trên không gian \mathbb{R}^3 xác định như sau:

$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, 2x_1 - x_2 + x_3, x_1 + 2x_3)$. Khi đó ma trận của ánh xạ $f \circ f$ đối với cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 là

Đáp án.

A. $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

Câu 22 – mức 2:

Cho các ma trận vuông thực cấp 2022 và 5 khẳng định sau:

- $\text{rank}(A) = \text{rank}(A^T)$
- $\text{rank}(3A) = \text{rank}(A)$
- $\text{rank}(A^2) = \text{rank}(A)$
- $\text{rank}(A + B) \leq \text{rank}(A) + \text{rank}(B)$
- $\text{rank}(A.B) \leq \text{rank}(A).\text{rank}(B)$

Số các khẳng định đúng là

Đáp án.

A. 4

B. 3

C. 1

D. 2

E. 5

Câu 23 – mức 2:

Ảnh xạ nào sau đây là đơn ánh từ tập \mathbb{R}^2 đến tập \mathbb{R}^2

Đáp án.

A. $f(x, y) = (x^3 - y, x + y)$

B. $f(x, y) = (x^2 - y, x + y)$

C. $f(x, y) = (x^3 - y, x - y)$

D. $f(x, y) = (x^2 + y, x + y)$

Câu 24 – mức 2:

Cho tập hợp $A = \mathbb{R}$ và phép toán $a * b = ab - 3a - 3b + 12$. Khi đó phần tử đối xứng của 100 là

Đáp án.

A. $\frac{292}{97}$

B. $\frac{1}{100}$

C. $\frac{299}{99}$

D. $\frac{286}{95}$

E. $\frac{286}{93}$

Câu 25 – mức 2:

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ và đa thức $f(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 1$. Khi đó $f(A)$ là.

Đáp án.

A. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

E. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Câu 26 – mức 2:

Cho ma trận $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$. Khi đó $\det(A^3 + 3A^2 + 2A)$ là

Đáp án.

A. 75600

B. 1500

C. 1350

D. 2100

E. 18000

Câu 27 – mức 2:

Cho ma trận $A = [a_{ij}]_{4 \times 4} = \det \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & -2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & -2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 4 \end{bmatrix}^{-1}$. Khi đó a_{32} (vị trí

hàng 3, cột 2) là

Đáp án.

- A.** -2 B. 41 C. 0 D. 2 E. -41

Câu 28 – mức 2:

Để hệ phương trình
$$\begin{cases} mx_1 + 2x_2 - 2x_3 = m^2 \\ -x_1 + 2x_2 + mx_3 = 3m - 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5m + 7 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất thì

Đáp án.

- A.** $m \neq \pm\sqrt{5}$ B. $m \neq \pm\sqrt{3}$ C. $m \neq 1 \pm \sqrt{3}$ D. $m \neq 3 \pm \sqrt{5}$

Câu 29 – mức 2:

Điều kiện để không gian nghiệm của hệ phương trình tuyến tính thuần nhất 4 ẩn sau:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + mx_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + mx_2 - 8x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$
 có số chiều 3 là

Đáp án.

- A. không tồn tại m B. m=4 C. m= -4 D. với mọi m

Câu 30 – mức 2:

Cho không gian véc tơ V và 2 cơ sở $B_1 = \{u_1, u_2, u_3\}$, $B_2 = \{u_1 + 2u_2, u_2 + 2u_3, u_3 + 2u_1\}$. Nếu

$$[v]_{B_1} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix} \text{ thì } [v]_{B_2} =$$

Đáp án.

A. $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 17 \\ 11 \\ 17 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix}$

Câu 31 – mức 2:

Cho ánh xạ tuyến tính f từ $P_2[x]$ đến $P_2[x]$ xác định bởi:

$f(p(x)) = p'(x).(2x+1) - 2p(x)$ (trong đó $p'(x)$ là đạo hàm của $p(x)$). Khi đó $\dim(\ker(f))$ là

Đáp án.

A. 1

B. 0

C. 2

D. 3

Câu 32 – mức 2:

Cho ánh xạ tuyến tính f từ $P_3[x]$ đến $P_3[x]$ xác định bởi: $f(p(x)) = p'(x).(2x+1) - 2p(x)$

(trong đó $p'(x)$ là đạo hàm của $p(x)$). Khi đó ma trận của f đối với cơ sở chính tắc

$E = \{1, x, x^2, x^3\}$ của $P_3[x]$ là

Đáp án.

A. $\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

Câu 33 – mức 2:

Cho toán tử tuyến tính trên không gian \mathbb{R}^3 xác định như sau:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_2 + x_3, x_3). \text{ Khẳng định nào sau đây là đúng}$$

Đáp án.

A. f không chéo hóa được

B. Tồn tại hệ 2 véc tơ riêng của f độc lập tuyến tính

C. f có 2 không gian riêng

D. Tồn tại không gian riêng 3 chiều của f

Câu 34 – mức 2:

Cho dạng toàn phương $h = ax_1^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$. Điều kiện để h xác định dương là

Đáp án.

A. $a > \frac{9}{11}$

B. $a > \frac{1}{3}$

C. $a > 2$

D. $a > 0$

E. $\forall a$

Câu 35 – mức 3:

Cho tập hợp $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 20\}$ và quan hệ thứ tự được định nghĩa như sau:

$$m \leq_A n \Leftrightarrow \begin{cases} m = n \\ m + 5 \leq n \end{cases}.$$

Phần tử tối đại là phần tử mà không có phần tử khác lớn hơn nó thực sự.

Khi đó tập sắp thứ tự (A, \leq_A) có số phần tử tối đại là:

Đáp án.

A. 5

B. 1

C. 20

D. 10

E. 6

Câu 36 – mức 3:

Cho $\varepsilon_k = \cos \frac{k2\pi}{2022} + i \sin \frac{k2\pi}{2022}, \forall k = 0, 1, 2, \dots, 2020, 2021$. Khi đó $\sum_{k=0}^{2021} \frac{1}{3\varepsilon_k + 1}$ là

Đáp án.

A. $\frac{2022}{1-3^{2022}}$

B. $\frac{1}{1-3^{2022}}$

C. $\frac{2022}{1+3^{2022}}$

D. $\frac{1}{1+3^{2022}}$

E. $\frac{2022}{3^{2022}}$

Câu 37 – mức 3:

Cho ma trận A vuông cấp 2022 thỏa mãn $A^n = A, \forall n = 1, 2, \dots, 2022$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng

Đáp án.

A. $\text{rank}(A) + \text{rank}(A - E) = 2022$

B. $\text{rank}(A) = 2022$

C. $\text{rank}(A) < 2022$

D. $\text{rank}(A)$ có thể nhận giá trị tự nhiên bất kỳ

Câu 38 – mức 3:

Cho U là không gian nghiệm của hệ phương trình tuyến tính thuần nhất 5 ẩn sau:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \end{cases}.$$

Khi đó số chiều của không gian bù trực giao $\dim(U^\perp)$ là

Đáp án.

- A. 3** B. 1 **C. 2** D. 5 E. 4

Câu 39 – mức 3:

Giá trị lớn nhất của $P = x_1^2 + 12x_1x_2 + 10x_2^2$ với điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 9$ là

Đáp án.

- A. 117** B. 90 C. 108 D. 198 E. 54

Câu 40 – mức 3:

Trong không gian \mathbb{R}^3 với tích vô hướng chính tắc, cho các véc tơ $u = (3; -5; 5), u_1 = (3; 1; 2), u_2 = (1; 1; -2)$. Nếu véc tơ $v = (a, b, c) \in \text{Span}(u_1, u_2)$ thỏa mãn $\|u - v\|$ nhỏ nhất thì $a + b + c =$

Đáp án.

- A. 6** B. 4 C. 8 D. 2 E. 0 F. 3