TỔNG HỢP KIẾN THỨC GIẢI TÍCH I

I, Tập xác định, miền giá trị,hàm chẵn lẻ

+ y=arcsinx .	[-1;1] ------> [-pi/2;pi/2] x ------>y=arcsinx
+ y=arccosx .	[-1;1] ------> [0;pi] x ------>y=arccosx
+ y=arctanx .	R ------> (-pi/2;pi/2) x ------>y=arctanx
+ y=arccotx .	R ------> (0;pi) x ------>y=arccotx

F(x)=F(-x): hàm chẵn

F(-x)=-F(x): hàm lẻ

II,Giới hạn hàm số

TẠ VĂN TƯ 20164577
Chúc các bạn học tốt nhé

- **Để tính 1 bài giới hạn thường chỉ dùng các cách như sau**

+Thay tương đương
+Ngắt bỏ VCB bậc cao
+Lobitan
+Khai triển hữu hạn, maclorank

(thường đề thi sẽ kết hợp nhiều phương pháp với nhau)

- **Một số khai triển thường gặp**

Sinx=$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ =x-$\frac{x^3}{3!}$+$\frac{x^5}{5!}$-$\frac{x^7}{7!}$ ....(x∈ R)
cosx=$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$ =1-$\frac{x^2}{2!}$+$\frac{x^4}{4!}$-$\frac{x^6}{6!}$ ....(x∈ R)
$\frac{1}{1+x}$=$\sum_{n=0}^{\infty} = (-1)^n x^n$=1-x+$x^2$-$x^3$............$\lvert x\rvert$<1, x≠0
Ln(1+x)= $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1}$ = x-$\frac{x^2}{2}$+$\frac{x^3}{3}$-$\frac{x^4}{4}$ ....$\lvert x\rvert$<1
e^x=$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$ =1+ x+$\frac{x^2}{2!}$+$\frac{x^3}{3!}$+$\frac{x^4}{4!}$...........(x∈ R)
Arctanx= x-$\frac{x^3}{3}$+$\frac{x^5}{5}$-$\frac{x^7}{7}$+............+$\frac{(-1)^{n-1}x^{2n-1}}{(2n-1)}$ ....=$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)}$

TẠ VĂN TƯ 20164577
Chúc các bạn học tốt nhé

- **Một số dạng lopitans**

  - *Chỉ áp dụng cho 2 dạng vô định($\frac{0}{0}$ và $\frac{\infty}{\infty}$)*

Vd: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{sinx - x\,cosx}{x^3}$ $\left(\frac{0}{0}\right)$= $:\lim\limits_{x\to 0}\frac{cosx - cosx + x\,sinx}{3x^2}$ *(lopitan)*

$=:\lim\limits_{x\to 0}\frac{sinx}{3x} = \frac{1}{3}$

- Dạng $\boxed{0.\ \infty}$

Biến đổi thành $\frac{0}{\frac{1}{\infty}} = \frac{0}{0}$

Vd: $\lim\limits_{x\to 0+} sinx\; lnx = \lim\limits_{x\to 0+} x\; lnx$ (thay tương đương)

$= \lim\limits_{x\to 0+}\frac{lnx}{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x\to 0+}\frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{x^2}} = \lim\limits_{x\to 0+} -x = 0$

- Dạng$\infty \pm \infty$ đưa về dạng $\frac{0}{0}$ và $\frac{\infty}{\infty}$

Vd: $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{-1+e^{2x}}\right) = \lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1-2x}{x\left(e^{2x}-1\right)} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1-2x}{2x^2}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{2e^{2x}-2}{4x} = 1$

Lưu ý $\boxed{0^{\infty} = \infty}$

Rất hay thi dạng $\lim\limits_{x\to Xo} f\left(x\right)^{g\left(x\right)} = e^{\lim\limits_{x\to Xo} g\left(x\right).lnf\left(x\right)}$

Vd: $\lim\limits_{x\to 0}\left(2x + e^x\right)^{\frac{1}{sinx}} = e^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\left(2x+e^x\right)}{sinx}} = e^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{2+e^x}{2x+e^x}}{cosx}} = e^3$

TẠ VĂN TƯ 20164577

Chúc các bạn học tốt nhé

- **Học thuộc lòng**

Khi x------->0

- X~sinx~tanx~arcsinx~arctanx~(e^x)-1~ln(x+1)
- 1-cosx~x^2/2
- [(1+x)^α]-1~αx

❖ VCB,VCL, cách ngắt bỏ

.α(x) và β(x) là 2 VCB khi x----> X

$+ \lim_{x \to Xo} \left(\frac{\alpha(x)}{\beta(x)}\right) = 0$

α(x) là VCB có bậc cao hơn β(x)

kí hiệu α(x) =oβ(x)

VD: $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1-\cos 2x}{x}\right) = \lim_{x \to 0} \left(\frac{4x^2}{2x}\right) = 0$

. 1- cos2x là VCB bậc cao hơn x khi x→ 0

$+ \lim_{x \to Xo} \left(\frac{\alpha(x)}{\beta(x)}\right) = \infty$

α(x) là VCB có bậc thấp hơn β(x)

kí hiệu β(x)= oα(x)

VD: $\lim_{x \to 0} \left(\frac{e^{x^2}-1}{x^3}\right) = \lim_{x \to 0} \left(\frac{x^2}{x^3}\right) = \infty$

x^3 *là VCB bậc cao hơn* $e^{x^2} - 1$ khi x--->0

$+ \lim_{x \to Xo} \left(\frac{\alpha(x)}{\beta(x)}\right) = k \quad (k \neq 0, k \neq \infty)$

TẠ VĂN TƯ 20164577

Chúc các bạn học tốt nhé

α(x) và β(x) cùng bậc; k=1 chính là phép thay tương đương α(x)~ β(x)

- **Ngắt bỏ**: sẽ ngắt bỏ VCB bậc cao hơn

  VD: $x^2 + x \sim x \; khi \; x \to 0$

*Lưu ý:- ngắt bỏ VCB được phép ngắt ở tổng

-thay tương đương chỉ được thay ở tích or thương

-lobitan chỉ khi có dạng $\frac{0}{0}$ và $\frac{\infty}{\infty}$

- Điểm gian đoạn

+loại 1:£ $\lim\limits_{x \to Xo^+} f(x)$; $\lim\limits_{x \to Xo^-} f(x)$

+loại 2: không phải loại 1 thì là loại 2

VD: f(x)=$\frac{1}{1+e^{1/x}}$ (x≠0)

Ta có: $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{1+e^{1/x}} = 0$

$\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{1+e^{1/x}} = 1$

Vậy x=0 là điểm gián đoạn loại 2 của f(X)

III, Đạo hàm và vi phân

F'(Xo)= $\lim\limits_{x \to Xo} \frac{f(x)-f(Xo)}{x-Xo} = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(Xo+h)-f(Xo)}{h}$

- Khả vi tức là có vi phân(đạo hàm)

Khả vi tại Xo $\to$ là liên tục tại Xo

----->bài tập chủ yếu dạng xét tìm a để hàm số liên tục or khả vi

- **Vi phân**

TẠ VĂN TƯ 20164577

Chúc các bạn học tốt nhé

❖ tính gần đúng

$F(x+\Delta x)=f(x)+f'(x).\Delta x$

vi phân cấp cao

$(\sin x)^{(n)}=\sin(x+n\frac{\pi}{2})$

$(\cos x)^{(n)}=\cos(x+n\frac{\pi}{2})$

$e^{ax^{(n)}}=a^n.e^{ax}$

$(1+x)^{a^{(n)}}=a(a-1)........(a-n+1)(1+x)^{a-1}$ (n số hạng)

$[f(x).g(x)]^{(n)}=\sum_{k=0}^{n} C_n^k f^{(k)}(x) g^{(n-k)}(x)$ (*)

Bài tập cho chủ yếu vào công thức (*)

❖ các định lý về hàm khả vi (thường vào câu 10 điểm nếu có)

f,g liên tục /[a,b]; khả vi/[a,b]

ROLLE:	$f(a)=f(b) \Rightarrow \exists c \in (a,b); f'(c)=0$
LAGRANGE:	$\exists c \in (a,b): f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$
CAUCHY:	$\exists c \in (a,b)\ \frac{f'(c)}{g'(c)}=\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$

❖ Tiệm cận của đồ thị hàm số

Nếu + $\lim_{x\to a} f(x)=\infty$ thì $x=a$ là tiệm cận đứng

+ $\lim_{x\to\infty} f(x)=b$ thì $y=b$ là tiệm cận ngang

TẠ VĂN TƯ 20164577

Chúc các bạn học tốt nhé

$+\lim_{x\to\infty}[f(x)-ax-b]=0$ thì $y=ax+b$ là tiệm cận xiên

. a= $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$ b= $\lim_{x\to\infty}(f(x)-ax)$

IV, Tích phân

❖ **Tích phân bất định**

Ghi nhớ:

$\int \frac{dt}{\sqrt{t^2+a}} = ln\,\lvert t+\sqrt{t^2+a}\rvert + c$
$\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a} ln\,\lvert\frac{a+x}{a-x}\rvert + c$
$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = arcsin\frac{x}{a} + c$
$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arctan\frac{x}{a} + c$
$\int \sqrt{a^2-x^2}dx = \frac{1}{2}x\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} arcsin\frac{x}{a} + c$
$\int \frac{1}{sin^2x}dx = -cotx + c$
$\int \frac{dx}{cos^2x} = tanx + c$

Cách làm và hướng làm giống như học ở c3(tích phân từng phần, có thể đặt bằng các hàm sin ,tan tùy từng bài; có thể là tách thành các tích phân nhỏ đơn giản)

TẠ VĂN TƯ 20164577

Chúc các bạn học tốt nhé

❖ Tích phân xác định

Khả tích (có tích phân)

Khả tích $trên\ [a, b] \Leftrightarrow \exists \int_a^b f(x)dx$

❖ Tích phân suy rộng

Cách tính $\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{A\to+\infty} \int_a^A f(x)dx = L$

- **L** là hữu hạn thì tích phân suy rộng hội tụ

Ngược lại $\nexists \lim_{A\to+\infty} \int_a^A f(x)dx$ hoặc $\lim_{A\to+\infty} \int_a^A f(x)dx = \pm\infty$ thì ta nói TPSR $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ phân kì

Chú ý : $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ cùng tính chất với $\int_b^{+\infty} f(x)dx$

$\int_a^{+\infty} \frac{1}{x^s} dx$ hội tụ nếu s>1; phân kì nếu s≤ 1

- **Các định lý so sánh**

f,g khả tích[a,A] và 0≤ $f(x) \le g(x)$ thì $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ hội tụ ⇒ $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ hội tụ (nhớ lớn hội tụ thì bé hội tụ)

$\int_a^{+\infty} f(x)dx$ phân kì thì $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ phân kì (bé phân kì thì lớn phân kì)

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = k}$$

+ 0<k<+∞ thì TPSR $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ và $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ cùng hội tụ hoặc cùng phân kì

+ k=0 $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ phân kì -> $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ phân kì

K=+∞ $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ hội tụ → $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ hội tụ

TẠ VĂN TƯ 20164577

Chúc các bạn học tốt nhé

Chú ý: $\int_a^{+\infty} |f(x)|\, dx$ hội tụ thì $\int_a^{+\infty} f(x)\, dx$ hội tụ
:

$\int_a^{+\infty} |f(x)|\, dx$ phân kì mà $\int_a^{+\infty} f(x)\, dx$ hội tụ thì tích phân là bán hội tụ

$\int_0^1 \frac{1}{x^a}\, dx$ hội tụ với a<1, phân kì với a≥ 1

$$\lim_{x\to b-} \frac{f(x)}{g(x)} = k$$

0<k<∞thì 2 TPSR cùng hội tụ hoặc cùng phân kì

K=0 g(x)≥f(x) g hội tụ thì f hội tụ; f phân kì thì g phân kì

(Về phần xác định hội tụ phân kì đa số sử dụng phép thay tương đương)

- **ứng dụng tích phân xác định**

+diện tích

S=$\boldsymbol{\int_a^b |f(x) - g(x)|\, dx}$

x=x(t);y=y(t) thì S=$\int_a^b |y(t).x'(t)|dt$

+thể tích

V=$\int_a^b S(x)dx$:;V=$\int_a^b \pi f^2(x)dx$

+Độ dài đường cong

L=$\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2}$ dt ;L=$\int_a^b \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2}$dt

L=$\int_\alpha^\beta \sqrt{r^2\varphi + r'(\varphi)^2}$

TẠ VĂN TƯ 20164577
Chúc các bạn học tốt nhé

+ diện tích mặt tròn xoay

S=$2\pi \int_a^b |f(x)|\sqrt{1+f'(x)^2}\,dx$;

S=$2\pi \int_a^b |y(t)|\sqrt{x'(t)^2+y'(t)^2}\,dt$

S = $2\pi \int_a^b r\sin\varphi\sqrt{r^2\varphi+r'(\varphi)^2}\,d\varphi$

TẠ VĂN TƯ 20164577

Chúc các bạn học tốt nhé