

Đề thi thử cuối kỳ môn Giải tích 2 - Học kỳ: 20202

Nhóm ngành 1 - Thời gian: 60 phút

(Đề thi gồm 40 câu hỏi trắc nghiệm)

Câu 01. Tìm vectơ pháp tuyến đơn vị của S là phía trên mặt phẳng $x + 2y + 4z = 8$

- (A) $\frac{1}{\sqrt{19}}(1, -2, -4)$ (B) $\frac{1}{\sqrt{31}}(1, -2, 4)$ (C) $\frac{1}{\sqrt{26}}(1, 2, -4)$ (D) $\frac{1}{\sqrt{21}}(1, 2, 4)$ (E) $\frac{1}{\sqrt{23}}(-1, 2, 4)$

Câu 02. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = \ln(4x + 1)$ tại điểm A(0;0)

- (A) $y - x = 0$ (B) $2x - y = 0$
(C) $y - 5x = 0$ (D) $y - 4x = 0$

Câu 03. Tính $\lim_{t \rightarrow 0} \int_0^{\pi} \sin(x + t^2) dx$

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

Câu 04. Tính tích phân $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dz \int_0^2 (y + z) dy$

- (A) 1 (B) 3 (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$

Câu 05. Cho tích phân $I = \iint_D f(x; y) dx dy$ và $I_1 = \iint_{D_1} f(x; y) dx dy$ với D đối xứng qua trục Ox và

$f(x; y)$ là chẵn theo y ; $D_1 : \begin{cases} D \\ y \geq 0 \end{cases}$

Chọn đáp án đúng:

- (A) $I = I_1$ (B) $I = 2I_1$ (C) $I = 4I_1$ (D) $I = 3I_1$

Câu 06. Tính độ cong phương trình trong hệ tọa độ cực là $r = \sin 2\varphi$ tại điểm $M \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

- (A) 1 (B) $\frac{1}{3}$ (C) 5 (D) $\frac{1}{4}$

Câu 07. Giả sử mặt S có phương trình $z = f(x, y)$, với $(x, y) \in D \subset \mathbb{R}^2$. Trong trường hợp nào sau đây của góc α tạo bởi Oz và vectơ pháp tuyến thì $\iint_S R(x, y, z) dx dy = - \iint_D R(x, y, z(x, y)) dx dy$

- (A) $\alpha = 0$ (B) $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ (C) $\alpha = \pi$ (D) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

Câu 08. Tính khối lượng bản phẳng có hàm khối lượng là $\rho(x, y) = \sin x \cdot \cos x$, nằm trong miền giới hạn bởi $x = 0, y = 0, y = \cos x$

- (A) $\frac{\pi}{5}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{3}$ (E) $\frac{1}{3}$

Câu 09. $I = \iint_D f(x,y)dx dy$ với miền $D \begin{cases} 2x \leq x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 \leq x \leq y \end{cases}$. Tính I bằng cách đổi biến trong hệ tọa

độ cực với $\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$ Miền D trở thành miền $D' \begin{cases} 2 \cos \varphi \leq r \leq 1 \\ a\pi \leq \varphi \leq b\pi \end{cases}$ Tính tổng $a + b$

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{7}{12}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{1}{4}$

Câu 10. Tính $\int_{AB} 2ydx + 3xdy$ với $A(0;0); B(1;1)$

- (A) 3 (B) $\frac{5}{2}$ (C) 8 (D) $\frac{7}{2}$

Câu 11. Tính tích phân $I = \iint_D xydx dy$ với miền $D : x^2 + y^2 \leq 1; y \geq -x; y \leq 0$

- (A) $-\frac{1}{16}$ (B) -16 (C) 16 (D) $\frac{1}{16}$

Câu 12. Vật được ném xiên một góc α (thay đổi) từ mặt đất với vận tốc v_0 (không đổi). Trong hệ tọa độ Descartes, phương trình chuyển động của đạn phụ thuộc vào α theo thời gian là:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t \\ y = v_0 \sin \alpha t - g \frac{t^2}{2} \end{cases}$$

Tìm hình bao của họ quỹ đạo các viên đạn

- (A) $y = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2v_0^2}x^2$ (B) $y = \frac{v_0^2}{gx} - \frac{g}{v_0^2}x$
(C) $y = \frac{v_0^2}{2gx} - \frac{g}{2v_0^2}x$ (D) $y = \frac{v_0^2}{g} - \frac{g}{v_0^2}x^2$

Câu 13. Tính góc giữa hai vector $\overrightarrow{grad u}$ (đơn vị: radian) của các trường vô hướng sau:

$$z_1 = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad z_2 = x - 3y + \sqrt{3xy} \quad \text{tại } M(3,1)$$

(Chọn đáp án gần đúng nhất)

- (A) 2 (B) 1 (C) 3 (D) 4

Câu 14. Đổi thứ tự tích phân

$$I = \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{1-\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dydx + \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dydx$$

- (A) $I = \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx dy$ (B) $I = \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \int_{\sqrt{2y-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx dy$
(C) $I = \int_0^1 \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{2y-y^2}} f(x,y)dx dy$ (D) $I = \int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx dy$

Câu 15. Tính diện tích $z = 2x^2 + 2y^2 + 2$ nằm trong $x^2 + y^2 = 4$

- (A) $\int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \int_0^1 \sqrt{1+4r^2} dr$ (B) $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 \sqrt{1+4r^2} dr$
(C) $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r\sqrt{1+4r^2} dr$ (D) $\int_{-\pi}^{\pi} d\varphi \int_0^1 r\sqrt{1+4r^2} dr$

Câu 16. Cho $f(y) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\cos^2 2x + y^2 \sin^2 2x} dx$. Tính $f'(1)$

- (A) $\frac{\pi}{8}$ (B) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ (C) $\frac{\pi}{8} - 1$ (D) $\frac{\sqrt{\pi}}{32}$

Câu 17. Biết $\vec{F} = (3x^2 + yz)\vec{i} + (6y^2 + xz)\vec{j} + (z^2 + xy + e^z)\vec{k}$ là trường thế, tìm hàm thế vị.

- (A) $u = x^3 + 2y^3 + \frac{z^3}{3} + e^z + xyz + C$ (B) $u = x^3 + 2y^3 + \frac{z^3}{3} + e^z + xy + C$
(C) $u = x^3 + 2y^3 + \frac{z^3}{3} + e^{xz} + xyz + C$ (D) $u = x^3 + 3y^3 + \frac{z^3}{3} + e^z + xyz + C$

Câu 18. Cho tích phân $I = \iiint_V z dx dy dz$ với $V : \begin{cases} y = 1 - x \\ z = 1 - x^2 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}$. Biết $I = \frac{a}{b}$, a, b là 2 số nguyên tố cùng nhau. Nhận định nào sau đây đúng?

- (A) $a - b \leq 0$ (B) $ab \leq 200$ (C) $\frac{a}{b} \geq 1$ (D) $a + b \geq 100$

Câu 19. Tích phân $I = \int_0^{+\infty} x^6 \cdot e^{-x^2} dx = \frac{1}{a} \cdot \Gamma\left(\frac{b}{c}\right)$. Tính $a + b + c$

- (A) 12 (B) 10 (C) 14 (D) 11 (E) 13

Câu 20. Tính $\int_C (x^2 + y \tan^2 x) dx + (\tan x + y^2) dy$ với C là đường tròn $x^2 + y^2 = 2x$ hướng ngược chiều kim đồng hồ

- (A) 4π (B) 2π (C) 3π (D) 5π (E) π

Câu 21. Tính $\iint_D (y^3 + x^2 + y + 1) dx dy$. Trong đó D là miền $\begin{cases} -x \leq y \leq 2 - x \\ y \leq x \leq 2 + y \end{cases}$

- (A) $\frac{14}{3}$ (B) $\frac{13}{3}$ (C) $\frac{7}{3}$ (D) 4 (E) $\frac{13}{6}$

Câu 22. Tính tích phân I trên mặt S là phần mặt nón $z^2 = x^2 + y^2$ với $0 \leq z \leq 1$ của hàm số $f(x, y, z) = x + y + z$

- (A) $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$ (B) $\frac{2\pi\sqrt{2}}{3}$ (C) $\pi\sqrt{2}$ (D) $\frac{4\pi\sqrt{2}}{3}$

- Câu 23.** Tính công của lực $\vec{F} = (5x + 3y)\vec{i} + (2x + 3y)\vec{j}$ làm di chuyển 1 chất điểm dọc theo 1 đoạn thẳng từ $A(1;2)$ đến $B(3;6)$
- (A) 106 (B) 108 (C) 110 (D) 120 (E) 105
- Câu 24.** Tính tích phân $\iiint_V z dx dy dz$ trên miền V xác định bởi mặt $(x + 2y)^2 + 4z^2 = 1$ trong góc phần tám thứ nhất và các mặt phẳng toạ độ
- (A) 64 (B) $\frac{1}{32}$ (C) $\frac{1}{64}$ (D) 32
- Câu 25.** Tìm a để $Pdx + Qdy$ là vi phân toàn phần của hàm $u(x; y)$ với $P = \frac{1 - y^2}{(1 + xy)^a}$; $Q = \frac{1 - x^2}{(1 + xy)^a}$
- (A) 2 (B) 4 (C) 1 (D) 3
- Câu 26.** Tính $I = \int_{OBCO} x\sqrt{x^2 + y^2}dx + y\sqrt{x^2 + y^2}dy$ với $O(0;0), B(1;0), C(0;1)$
- (A) 8 (B) 4 (C) 0 (D) 2 (E) 6
- Câu 27.** Tính $\iint_S z(x^2 + y^2)dx dy$ trong đó S là nửa mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \leq 0$ hướng ra phía ngoài mặt cầu.
- (A) $\frac{14\pi}{15}$ (B) $\frac{4\pi}{15}$ (C) $\frac{8\pi}{15}$ (D) $\frac{2\pi}{15}$
- Câu 28.** Tính $\oint_C y^2 z^2 dx + z^2 x^2 dy + x^2 y^2 dz$ với C là đường khép kín: $x = a \cos t, y = a \cos 2t, z = a \cos 3t$ theo chiều tăng của t
- (A) 3 (B) 0 (C) 1 (D) 2
- Câu 29.** Tính $I = \iint_D (x^3 - 2xy + y^3)dx dy$ với $D \begin{cases} y \leq 0 \leq x \\ 0 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$
- (A) 4 (B) 8π (C) 4π (D) 8
- Câu 30.** Cho S là mặt biên phía trong của V giới hạn bởi $x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq x^2 + y^2$. Tính tích phân $I = \iint_S y dy dz + x y dz dx + z dx dy$
- (A) π (B) 8π (C) 2π (D) 16π (E) 4π
- Câu 31.** Tính diện tích miền giới hạn bởi $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$
- (A) π (B) $\frac{a^2\pi}{2}$ (C) a^2 (D) $\frac{a^2\pi}{3}$ (E) $\frac{a^2}{2}$
- Câu 32.** Tính $\int_L \frac{(3x^3 - 4y^2)dx + (6x^3 - 2y^2)dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ với L là đường $y = 2\sqrt{1 - x^2}$ đi từ $A(1;0)$ đến $B(-1;0)$
- (A) $\frac{5}{7}\pi + \frac{31}{15}$ (B) $\frac{4}{3}\pi + \frac{21}{15}$ (C) $\frac{9}{4}\pi + \frac{151}{15}$ (D) $\frac{3}{2}\pi$ (E) $\frac{3}{2}\pi + 1$

Câu 33. Giá trị cực tiểu của hàm số $f(a; b) = \int_0^1 (x^2 - ax + b)^2 dx$ bằng:

- Ⓐ $\frac{1}{270}$ Ⓑ $\frac{1}{45}$ Ⓒ $\frac{1}{90}$ Ⓓ Không tồn tại Ⓔ $\frac{1}{180}$

Câu 34. Gọi α là góc giữa mặt phẳng Oxy và tiếp tuyến của đường cong $x = at, y = a \sin t \cos t, z = \sin t$ ($a \neq 0$). Hỏi α đạt giá trị lớn nhất khi t nằm trong khoảng nào dưới đây:

- Ⓐ $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$ Ⓑ $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$ Ⓒ $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right)$ Ⓓ $\left(\frac{\pi}{5}; \frac{\pi}{4}\right)$ Ⓔ $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{5}\right)$

Câu 35. Tính thông lượng Φ của trường vector: $\vec{F} = (x - y + z)\vec{i} + (y - z + x)\vec{j} + (z - x + y)\vec{k}$ qua phía ngoài mặt S : $|x - y + z| + |y - z + x| + |z - x + y| = 1$
Hỏi trong các đáp án sau, đáp án nào đúng:

- Ⓐ $1 \leq \Phi < 2$ Ⓑ $0 \leq \Phi < 1$ Ⓒ $-2 \leq \Phi < -1$ Ⓓ $-1 \leq \Phi < 0$

Câu 36. Tính $I = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \left(\frac{y^2 + z^2}{x^2 + 2y^2 + z^2} \right) dz$

- Ⓐ $\frac{\pi}{16}$ Ⓑ $\frac{\pi}{6}$ Ⓒ $\frac{\pi}{12}$ Ⓓ $\frac{\pi}{8}$ Ⓔ $\frac{\pi}{24}$

Câu 37. Tính tích phân kép $\iint_D (x + y)^2 dx dy$ với miền $D: 5x^2 + 6xy + 5y^2 \leq 4$

- Ⓐ $\frac{\pi}{6}$ Ⓑ $\frac{\pi}{4}$ Ⓒ $\frac{\pi}{9}$ Ⓓ $\frac{\pi}{3}$ Ⓔ $\frac{\pi}{3}$

Câu 38. Cho $I = \iiint_V [(x + y + z)^2 + (xy + yz + zx) + 2] dx dy dz$

Với miền $V: (x^2 + y^2 + z^2) + (xy + yz + zx) - 2 \leq 0$. Biết $I = \frac{a\pi}{b}$ tính $|a - b|$

- Ⓐ 29 Ⓑ 61 Ⓒ 13 Ⓓ 3 Ⓔ 0

Câu 39. Tính lưu số của trường vector: $\vec{F} = (y^2 + z^2)\vec{i} + (z^2 + x^2)\vec{j} + (x^2 + y^2)\vec{k}$ dọc theo đường cong $C: x^2 + y^2 + z^2 = 4x, x^2 + y^2 = 2x$ ($z \geq 0$), hướng dương.

Kết quả cần tìm là m . Hỏi trong các đáp án sau, đáp án nào đúng:

- Ⓐ $8 \leq m \leq 11$ Ⓑ $4 \leq m \leq 7$ Ⓒ $0 \leq m \leq 3$ Ⓓ $12 \leq m \leq 15$

Câu 40. Tính tích phân $\iiint_V \frac{|xyz|}{x^2 + y^2} dx dy dz$ với V là miền giới hạn bởi $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = x^2 - y^2$

- Ⓐ $\frac{2}{15}$ Ⓑ $\frac{\pi}{24}$ Ⓒ $\frac{1}{36}$ Ⓓ $\frac{\pi}{16}$ Ⓔ $\frac{3}{35}$