Biên soạn đề: Nguyễn Văn Thọ, IT1-04 K65
Email: nvertee@gmail.com
Facebook: fb.com/nvertee

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG 4
Mã học phần: MI1141 Kỳ 2021.1
18 câu, thực hiện trong tối đa 30 phút

Câu 1: Cho toán tử tuyến tính $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ thỏa mãn $f(1,2)=(3,5);\ f(2,1)=(3,2)$. Giá trị của $f(9,-3)$ bằng

A. $(6,5)$. **B.** $(6,-5)$. **C.** $(-6,5)$. **D.** $(6,-11)$. **E.** $(5,-6)$. **F.** Đáp án khác.

Câu 2: Cho ánh xạ:

$$\begin{array}{l} f: \quad \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 \\ (x,y,z) \to f(x,y,z) = (2x+y-z;x+y+z+m) \end{array},$$ m là tham số thực.

Có bao nhiêu giá trị của tham số m để ánh xạ đã cho là một ánh xạ tuyến tính?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4. **E.** 3. **F.** 6.

Câu 3: Cho ánh xạ: $f:P_2[x]\to\mathbb{R}^3$ cho bởi: $f(a_0+a_1x+a_2x^2)=(a_0+a_1+a_2,2a_0-a_1,4a_0+a_1+2a_2)$. Vectơ nào sau đây thuộc $\operatorname{Ker} f$?

A. $u=(1,2,-3)$. **B.** $v=(-3;6;-9)$. **C.** $r=(-1;3;2)$.
D. $s=(-5;1;4)$. **E.** $t=(0;2;-3)$. **F.** Đáp án khác.

Câu 4: Ánh xạ nào sau đây không phải là ánh xạ tuyến tính?

A. $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R},\ f(x,y)=3x+2y+1$. **B.** $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2,\ f(x,y,z)=(2x+y-z,x+y+z)$.
C. $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R},\ f(x,y,z)=2021x-2022y+z$. **D.** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^3,\ f(x)=(x,-4x,3x)$.

Câu 5: Gọi $M_{2\times2}(\mathbb{R})$ là không gian vectơ các ma trận vuông thực cấp hai. Toán tử tuyến tính $f:M_{2\times2}(\mathbb{R})\to M_{2\times2}(\mathbb{R})$ cho bởi: $f\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix} 2a+b & a+2b \\ c+2d & 4d\end{bmatrix}$.

Tổng tất cả các giá trị riêng của f bằng

A. 13. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 12. **E.** 8. **F.** 7.

Câu 6: Cho ánh xạ tuyến tính $f:V\to W$ và $\dim V=\dim W<+\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. f là đơn cấu khi và chỉ khi $\operatorname{Im} f = V$.

B. Hạng của ánh xạ tuyến tính f là số chiều của $\operatorname{Ker} f$.

C. Nếu f biến cơ sở của V thành hệ vectơ độc lập tuyến tính thì f toàn cấu.

D. f là toàn cấu khi và chỉ khi $\operatorname{Ker} f = V$.

E. Không có đáp án nào đúng trong số các đáp án A, B, C, D.

Câu 7: Cho ánh xạ:

$$\begin{array}{l} f: \quad \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \\ (x,y,z) \to f(x,y,z) = (2x-3y+Az;\ x-3Bxy;\ x+z) \end{array},$$ A, B là tham số thực.

Ánh xạ đã cho là ánh xạ tuyến tính khi và chỉ khi

A. A tùy ý, $B=0$. **B.** A, B tùy ý.
C. B tùy ý, $A=0$. **D.** $A=B=0$.

Câu 8: Cho ánh xạ: $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ cho bởi: $f(x_1,x_2,x_3)=(2x_1+x_2-x_3,\ 2x_1+x_3)$. Ma trận của f đối với cặp cơ sở chính tắc là $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & 1\end{bmatrix}$. Giá trị của biểu thức $P=a_{13}+a_{22}-a_{21}$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** -5. **D.** 1. **E.** -2. **F.** Đáp án khác.

Câu 9: Cho ánh xạ tuyến tính: $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ thỏa mãn $f(2,0)=(1,1,1);\ f(1,4)=(1,2,0)$. Cho $[d]_B=\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ với B là một cơ sở của $\mathbb{R}^2$, $B=\{(2,0);(1;4)\}$. Tọa độ của $f(d)$ theo cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ là

A. $(1\ \ 1\ \ -1)^T$. **B.** $(0\ \ 1\ \ -1)^T$. **C.** $(0\ \ -1\ \ -1)^T$. **D.** $(1\ \ -1\ \ 0)^T$. **E.** $(1\ \ 1\ \ 1)^T$. **F.** Đáp án khác.

Câu 10: Đa thức đặc trưng của ma trận $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\5&3&-2\end{pmatrix}$ là

A. $P(\lambda)=-(\lambda-1)^2(\lambda+2)$.

B. $P(\lambda)=(1-\lambda^2)(\lambda+2)$.

C. $P(\lambda)=(\lambda-1)^2(2-\lambda)$.

D. $P(\lambda)=-(\lambda+1)^2(\lambda+2)$.

E. $P(\lambda)=-(\lambda-1)(\lambda+2)^2$.

F. Đáp án khác.

Câu 11: Tất cả các giá trị riêng của toán tử tuyến tính $f:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^4$ xác định bởi

$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1+4x_2+3x_3+4x_4,\ x_2+2x_3+3x_4,\ 4x_4,\ x_3)$ là

A. $\lambda=0,\ \lambda=1$.

B. $\lambda=\pm2,\ \lambda=1$.

C. $\lambda=1,\ \lambda=4$.

D. $\lambda=\pm1,\ \lambda=\pm2$.

E. $\lambda=0,\ \lambda=\pm1$.

F. $\lambda=0,\ \lambda=1,\ \lambda=4$.

Câu 12: Toán tử tuyến tính: $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ thỏa mãn $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1+2x_2+mx_3,\ mx_1,x_1+2x_2+m^2x_3)$ là một toàn ánh khi và chỉ khi

A. $m\neq0$. **B.** $m\neq1$. **C.** $m=1,\ m=2$. **D.** $m=0$. **E.** $m=1$. **F.** $m=2$.

Câu 13: Vector $x=(5,-2,1)$ là một vector riêng của ma trận $\begin{pmatrix}5&6&2\\0&-1&-8\\1&0&-2\end{pmatrix}$ ứng với trị riêng

A. Đáp án khác. **B.** $\lambda=3$. **C.** $\lambda=-3$. **D.** $\lambda=4$. **E.** $\lambda=-4$. **F.** $\lambda=1$.

Câu 14: Cho toán tử tuyến tính: $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ thỏa mãn $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1,\ x_1-x_2+4x_3,x_1-2x_2+8x_3)$. Các vector nào sau đây tạo thành một cơ sở của $\operatorname{Ker} f$?

A. $(0;4;1)$.

B. $(0;-1;4)$.

C. $(1;0;0),(0;-1;4)$.

D. $(1;0;0),(0;-1;-2)$.

Câu 15: Cho A là ma trận vuông cấp 3 có ba vector riêng là $(2;2;1),(1;1;1),(2;0;0)$ lần lượt ứng với các trị riêng là 3, 2 và 4. Ma trận P nào sau đây thỏa mãn đẳng thức $P^{-1}AP=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&4&0\\0&0&3\end{pmatrix}$?

A. $P=\begin{pmatrix}2&2&1\\1&1&1\\2&0&0\end{pmatrix}$. **B.** $P=\begin{pmatrix}2&1&2\\2&1&0\\1&1&0\end{pmatrix}$. **C.** $P=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&2&1\\2&0&0\end{pmatrix}$. **D.** $P=\begin{pmatrix}2&2&1\\2&0&0\\1&1&1\end{pmatrix}$. **E.** $P=\begin{pmatrix}1&2&2\\1&0&2\\1&0&1\end{pmatrix}$. **F.** $P=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&0&0\\2&2&1\end{pmatrix}$.

Câu 16: Cho ma trận $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & a\\ 0 & 2 & b\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$ với a,b là các số thực. Tất cả các giá trị a,b để ma trận A chéo hóa được là

A. $a=0, b=0$. **B.** $a=0,\ b\in\mathbb{R}$.

C. $\forall a,b\in\mathbb{R}$. **D.** $a,b\in\varnothing$.

E. $a\geq 0, b\geq 0$. **F.** Đáp án khác.

Các câu hỏi từ câu 17, 18 là bài tập mức độ khó, giải thêm nếu có thời gian.

Câu 17: Cho ma trận $A=\begin{pmatrix}-14 & 12\\ -20 & 17\end{pmatrix}$. Định thức của ma trận $A^{2021}+A^5+2A+I$, với I là ma trận đơn vị cấp 2, bằng

A. $185+5.2^{2021}$. **B.** -3.2^{2021}. **C.** $250.3^{2021}+6$. **D.** $37.3^{2021}+8$. **E.** $2021.3^{2020}+323$. **F.** Đáp án khác.

Câu 18: Cho ma trận $A=\begin{bmatrix}2 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$. Khi đó $A^{2022}=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix}$.

Giá trị của biểu thức $P=a_{11}.a_{31}-a_{13}.a_{33}+a_{12}^3-a_{21}.a_{23}.a_{32}+6a_{22}$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** $4^{2023}+2$

D. $2-3.2^{2022}+4^{2022}$. **E.** $2^{2022}+3.4^{2023}$. **F.** Đáp án khác.