

Chú ý: Đề nghị sinh viên ghi rõ các thông tin sau và Nộp lại đề thi

Họ và tên sinh viên:

Lớp:

Ngày - tháng - năm sinh:

Đề 1 - Thi cuối kỳ: MI3052 Nhập môn các Phương pháp Tối ưu - HK20191

(Thời gian làm bài: 90 phút)

(Không sử dụng tài liệu và điện thoại di động trong phòng thi)

Kí hiệu: $\beta :=$ ngày sinh và $\alpha :=$ tháng sinh của em.

1. Cho $x^1 = (0, \alpha)^T$ và $x^2 = (-\alpha, 0)^T$. Xét bài toán

$$\min f(x) = x_1^2 + (x_2 - 15)^2 + \beta \quad \text{v.đ.k } x \in M, \quad (P_1)$$

trong đó

$$M = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 \leq \alpha^2, x_1 + x_2 \leq \alpha\}.$$

- Định nghĩa nghiệm tối ưu địa phương của bài toán (P_1) .
- Phát biểu điều kiện cần của nghiệm tối ưu địa phương của bài toán (P_1) .
Đó có phải điều kiện đủ không? Vì sao?
- Sử dụng phương pháp nhân tử Lagrange, kiểm tra x^1 và x^2 có phải là nghiệm của bài toán (P_1) không?
- Véc tơ $d = x^1 - x^2$ có phải là hướng giảm chấp nhận được của bài toán (P_1) tại x^2 không?

2. Cho bài toán qui hoạch tuyến tính (P_2) sau đây

$$\begin{aligned} \min \quad & h(x) = 6x_1 + 3x_2 + 8x_3 \\ \text{v.đ.k.} \quad & \begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 &\geq 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 &\geq -12 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 &\geq 0. \end{aligned} \end{aligned}$$

- Bài toán P_2) có nghiệm tối ưu không?
- Viết bài toán đối ngẫu (D_2) của bài toán (P_2) ;
- Giải bài toán đối ngẫu (D_2) bằng thuật toán đơn hình;
- Điểm $x^* = (3, 0, 0)^T$ có phải là nghiệm tối ưu của bài toán (P_2) không?

3. Xét bài toán

$$\min \varphi(x) = \frac{1}{2}x^T Qx - b^T x + \alpha \quad \text{v.đ.k. } x \in \mathbb{R}^n, \quad (P_3)$$

trong đó Q là ma trận cấp $n \times n$, đối xứng xác định dương, không suy biến và véc tơ $b \in \mathbb{R}^n$. Chứng minh rằng nếu x^* là nghiệm tối ưu của bài toán (P_3) thì x^* là nghiệm của hệ phương trình

$$Qx = b.$$