

**ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20161**

**Khóa: 61, Thời gian: 90 phút**

*Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi*

**Câu 1.** Tìm các số thực  $a, \alpha$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 3x}{ax^\alpha} = 1$ .

**Câu 2.** Tính  $f'(0)$  với  $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}}, & \text{nếu } x \in (0, \infty), \\ 0, & \text{nếu } x \in (-\infty, 0]. \end{cases}$

**Câu 3.** Tìm khai triển Maclaurin của hàm số  $f(x) = x \sin x$  đến  $x^6$ .

**Câu 4.** Tính  $\int e^{\sin^2 x} \sin(2x) dx$ .

**Câu 5.** Tính độ dài đường cong  $y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}, x \in [1, 2]$ .

**Câu 6.** Xét sự hội tụ, phân kì của tích phân suy rộng  $\int_0^\infty \frac{(x+2)dx}{x^4 - x^2 + 3}$ .

**Câu 7.** Tính  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3}{x^2 + y^4}$ .

**Câu 8.** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của  $z = x^2 + y^2 + xy - 7x - 8y$  trong miền  $\triangle OAB$ , ở đó  $O(0,0), A(6,0), B(0,6)$ .

**Câu 9.** Hàm số  $z = z(u, v)$  khả vi trên  $\mathbb{R}^2$  có  $z'_u(1, -1) = 2, z'_v(1, -1) = 3$ . Đặt  $f(x) = z(x^2, x^3)$ , tính  $f'(-1)$ .

**Câu 10.** Một chiếc xe cứu hộ xuất phát từ góc của một hồ nước hình chữ nhật có các cạnh dài 1600m và rộng 600m. Xe vừa có thể đi trên bờ hồ và đi trên mặt nước với vận tốc tương ứng là 20m/s và 12m/s. Tính thời gian ít nhất để xe đi đến giao điểm hai đường chéo của hồ.

Mỗi câu 1 điểm.

**ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20161**

**Khóa: 61, Thời gian: 90 phút**

*Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi*

**Câu 1.** Tìm các số thực  $a, \alpha$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{(1+\sin x)^3} - 1}{ax^\alpha} = 1$ .

**Câu 2.** Tính  $f'(1)$  với  $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x-1}}, & \text{nếu } x \in (-\infty, 1), \\ 0, & \text{nếu } x \in [1, +\infty). \end{cases}$

**Câu 3.** Tìm khai triển Maclaurin của hàm số  $f(x) = x \cos x$  đến  $x^5$ .

**Câu 4.** Tính  $\int e^{\cos^2 x} \sin(2x) dx$ .

**Câu 5.** Tính độ dài đường cong  $y = \frac{x^4}{8} + \frac{1}{4x^2}, x \in [1, 2]$ .

**Câu 6.** Xét sự hội tụ, phân kì của tích phân suy rộng  $\int_0^\infty \frac{(3x+2)dx}{x^3 + x + 4}$ .

**Câu 7.** Tính  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^5}{x^4 + y^2}$ .

**Câu 8.** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của  $z = x^2 + 2y^2 + 3xy - 13x - 18y$  trong miền  $\triangle OAB$ , ở đó  $O(0,0), A(7,0), B(0,7)$ .

**Câu 9.** Hàm số  $z = z(u, v)$  khả vi trên  $\mathbb{R}^2$  có  $z'_u(1, 1) = 3, z'_v(1, 1) = 4$ . Đặt  $f(x) = z(x^3, x^2)$ , tính  $f'(1)$ .

**Câu 10.** Một chiếc xe cứu hộ xuất phát từ góc của một hồ nước hình chữ nhật có các cạnh dài 1600m và rộng 600m. Xe vừa có thể đi trên bờ hồ và đi trên mặt nước với vận tốc tương ứng là 20m/s và 12m/s. Tính thời gian ít nhất để xe đi đến giao điểm hai đường chéo của hồ.

Mỗi câu 1 điểm.

ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20161

Khóa: 61, Thời gian: 90 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1. Tìm và phân loại điểm gián đoạn của hàm số

$$y = \begin{cases} \frac{1}{3 - \log_2 |x|}, & \text{khi } x \in \mathbb{R} \setminus \{0, -8, 8\} \\ 3, & \text{khi } x \in \{0, -8, 8\}. \end{cases}$$

Câu 2. Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^7 - \ln(1+x^7)}{\tan^{14} x}$ .

Câu 3. Cho ba số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 0$ . Chứng minh phương trình  $8ax^7 + 3bx^2 + c = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc  $(0, 1)$ .

Câu 4. Tính  $\int \frac{x^4}{x^{10} - 1} dx$ .

Câu 5. Tính diện tích mặt tròn xoay được tạo ra khi quay đường  $y = \sqrt{8x - x^2}, x \in [1, 2]$  quanh trục  $Ox$  một vòng.

Câu 6. Xét sự hội tụ, phân kì của tích phân suy rộng  $\int_0^1 \frac{\ln(1+\sqrt{x})dx}{x \sin x}$ .

Câu 7. Tìm cực trị của hàm số  $z = x^3 - \frac{1}{y^3} - \frac{3x}{y}$ .

Câu 8. Tính các đạo hàm riêng  $z'_y(x, y)$  của hàm số

$$z = \begin{cases} \operatorname{arccot} \frac{x}{y}, & \text{khi } y \neq 0, \\ 0, & \text{khi } y = 0. \end{cases}$$

Câu 9. Tìm hàm số  $z(x, y)$  thỏa mãn

$$z'_x = 6x + 5y, z'_y = 5x - 4y, \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Câu 10. Một sân bóng đá có biên ngang dài 56m, cầu môn rộng 6m. Bóng nằm trên biên dọc, cách biên ngang  $x$ m. Tính góc sút bóng vào cầu môn theo  $x$ , tìm  $x$  để góc sút lớn nhất.

ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20161

Khóa: 61, Thời gian: 90 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1. Tìm và phân loại điểm gián đoạn của hàm số

$$y = \begin{cases} \frac{1}{3 - \log_2 |x|}, & \text{khi } x \in \mathbb{R} \setminus \{0, -8, 8\} \\ 3, & \text{khi } x \in \{0, -8, 8\}. \end{cases}$$

Câu 2. Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^7 - \ln(1+x^7)}{\tan^{14} x}$ .

Câu 3. Cho ba số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 0$ . Chứng minh phương trình  $8ax^7 + 3bx^2 + c = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc  $(0, 1)$ .

Câu 4. Tính  $\int \frac{x^4}{x^{10} - 1} dx$ .

Câu 5. Tính diện tích mặt tròn xoay được tạo ra khi quay đường  $y = \sqrt{8x - x^2}, x \in [1, 2]$  quanh trục  $Ox$  một vòng.

Câu 6. Xét sự hội tụ, phân kì của tích phân suy rộng  $\int_0^1 \frac{\ln(1+\sqrt{x})dx}{x \sin x}$ .

Câu 7. Tìm cực trị của hàm số  $z = x^3 - \frac{1}{y^3} - \frac{3x}{y}$ .

Câu 8. Tính các đạo hàm riêng  $z'_y(x, y)$  của hàm số

$$z = \begin{cases} \operatorname{arccot} \frac{x}{y}, & \text{khi } y \neq 0, \\ 0, & \text{khi } y = 0. \end{cases}$$

Câu 9. Tìm hàm số  $z(x, y)$  thỏa mãn

$$z'_x = 6x + 5y, z'_y = 5x - 4y, \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Câu 10. Một sân bóng đá có biên ngang dài 56m, cầu môn rộng 6m. Bóng nằm trên biên dọc, cách biên ngang  $x$ m. Tính góc sút bóng vào cầu môn theo  $x$ , tìm  $x$  để góc sút lớn nhất.

ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20161

Khóa: 61, Thời gian: 90 phút

*Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi*

**Câu 1.** Cho hàm số  $z = \ln(x^2 + 3y^2)$ ,  $(x, y) \neq (0, 0)$ . Tính  $A = xz'_x + yz'_y$ .

**Câu 2.** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x[\pi - 2 \arctan(2x)]$ .

**Câu 3.** Xét tính lồi, lõm của đồ thị hàm số  $y = (x - 1)e^x$ .

**Câu 4.** Tính  $\int \frac{dx}{5 \cos x + 12 \sin x + 13}$ .

**Câu 5.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong trong hệ tọa độ cực  $r = 5 + 2 \cos \varphi$ .

**Câu 6.** Xét sự hội tụ, phân kì của tích phân suy rộng  $\int_0^{+\infty} \frac{(\sin x + 2 \cos x) dx}{x^2 + 1}$ .

**Câu 7.** Tìm điểm gián đoạn của hàm số  $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6}{2 + x^{2n}}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 8.** Tìm cực trị của hàm số  $z = \frac{4}{x} + \frac{3}{y} - \frac{xy}{12}$ .

**Câu 9.** Phương trình  $x^3 - y^3 + 3xy - 13 = 0$  xác định hàm ẩn  $y = y(x)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số này tại điểm  $A(-1, -2)$ .

**Câu 10.** Gấp một miếng tôn hình chữ nhật rộng 30cm, dài 3m thành một cái máng nước. Gấp theo chiều dài mỗi bên 10cm. Tính góc gấp  $\theta$  để thể tích của máng lớn nhất.

Mỗi câu 1 điểm.

ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20161

Khóa: 61, Thời gian: 90 phút

*Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi*

**Câu 1.** Cho hàm số  $z = \ln(x^4 + 5y^4)$ ,  $(x, y) \neq (0, 0)$ . Tính  $A = xz'_x + yz'_y$ .

**Câu 2.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln |x|$ .

**Câu 3.** Xét tính lồi, lõm của đồ thị hàm số  $y = (x + 1)e^{-x}$ .

**Câu 4.** Tính  $\int \frac{dx}{12 \cos x - 5 \sin x - 13}$ .

**Câu 5.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong trong hệ tọa độ cực  $r = 7 - 2 \cos \varphi$ .

**Câu 6.** Xét sự hội tụ, phân kì của tích phân suy rộng  $\int_0^{+\infty} \frac{(\sin 2x - 3 \cos x) dx}{x^3 + 1}$ .

**Câu 7.** Tìm điểm gián đoạn của hàm số  $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\arctan nx}{1 + x^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 8.** Tìm cực trị của hàm số  $z = \frac{2}{x} - \frac{3}{y} + \frac{xy}{6}$ .

**Câu 9.** Phương trình  $x^3 + 2y^3 + 4xy - 7 = 0$  xác định hàm ẩn  $y = y(x)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số này tại điểm  $A(1, 1)$ .

**Câu 10.** Gấp một miếng tôn hình chữ nhật rộng 45cm, dài 4m thành một cái máng nước. Gấp theo chiều dài mỗi bên 15cm. Tính góc gấp  $\theta$  để thể tích của máng lớn nhất.

Mỗi câu 1 điểm.

ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20161

Khóa: 61, Thời gian: 90 phút

*Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi*

**Câu 1.** Cho hàm số  $z = x^3 + 2xy^2 - y$ . Tính vi phân  $dz(1, 2)$ .

**Câu 2.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{x}{5}\right)^{\frac{1}{x-5}}$ .

**Câu 3.** Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{\ln x}{x}$ .

**Câu 4.** Tính  $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2-2x-1}}$ .

**Câu 5.** Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay miền giới hạn bởi các đường  $y = 0, y = x^2 - 4x + 3$  quanh trục  $Oy$  một vòng.

**Câu 6.** Xét sự hội tụ, phân kì của tích phân suy rộng  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln(1+x)dx}{x+2}$ .

**Câu 7.** Tìm các số thực  $a, \alpha$  để  $f(x) = \ln(3^x + 5^x)$  và  $g(x) = ax^\alpha$  là hai vô cùng lớn tương đương khi  $x \rightarrow +\infty$ .

**Câu 8.** Tìm cực trị của hàm số  $z = x^2 + 3y^2 - 5xy + 3x - y$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $z = z(x, y)$  khả vi trên  $\mathbb{R}^2$  và thỏa mãn  $z(tx, ty) = t^2z(x, y), \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Tính  $T = xz'_x + yz'_y - 2z$ .

**Câu 10.** Một nửa sở vòm kiểu Norman (gồm một hình chữ nhật  $ABCD$  và nửa hình tròn đường kính  $BC$  ở phía trên) có chu vi là 5m. Tìm độ dài  $AB, AD$  để diện tích hình chữ nhật  $ABCD$  lớn nhất.

Mỗi câu 1 điểm.

ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20161

Khóa: 61, Thời gian: 90 phút

*Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi*

**Câu 1.** Cho hàm số  $z = x^3 + 2xy^2 - y$ . Tính vi phân  $dz(1, 2)$ .

**Câu 2.** Tính  $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{x}{5}\right)^{\frac{1}{x-5}}$ .

**Câu 3.** Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{\ln x}{x}$ .

**Câu 4.** Tính  $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2-2x-1}}$ .

**Câu 5.** Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay miền giới hạn bởi các đường  $y = 0, y = x^2 - 4x + 3$  quanh trục  $Oy$  một vòng.

**Câu 6.** Xét sự hội tụ, phân kì của tích phân suy rộng  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln(1+x)dx}{x+2}$ .

**Câu 7.** Tìm các số thực  $a, \alpha$  để  $f(x) = \ln(3^x + 5^x)$  và  $g(x) = ax^\alpha$  là hai vô cùng lớn tương đương khi  $x \rightarrow +\infty$ .

**Câu 8.** Tìm cực trị của hàm số  $z = x^2 + 3y^2 - 5xy + 3x - y$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $z = z(x, y)$  khả vi trên  $\mathbb{R}^2$  và thỏa mãn  $z(tx, ty) = t^2z(x, y), \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Tính  $T = xz'_x + yz'_y - 2z$ .

**Câu 10.** Một nửa sở vòm kiểu Norman (gồm một hình chữ nhật  $ABCD$  và nửa hình tròn đường kính  $BC$  ở phía trên) có chu vi là 5m. Tìm độ dài  $AB, AD$  để diện tích hình chữ nhật  $ABCD$  lớn nhất.

Mỗi câu 1 điểm.