GIẢI ĐỀ CƯƠNG ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH NHÓM NGÀNH 3

CHƯƠNG I. TẬP HỢP – LOGIC – ÁNH XẠ - SỐ PHỨC

Bài 1: Lập bảng giá trị chân lý của các biểu thức mệnh đề sau

a) $[A \wedge (B \vee C)] \to C$

b) $[\bar{A} \wedge (B \vee C)] \wedge B$

Lời giải

a. Ta có bảng giá trị chân lý

A	B	C	$(B \vee C)$	$A \wedge (B \vee C)$	$[A \wedge (B \vee C)] \to C$
0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1

b. Ta có bảng giá trị chân lý

A	B	C	$\bar{A}$	$B \vee C$	$\bar{A} \wedge (B \vee C)$	$[\bar{A} \wedge (B \vee C)] \wedge B$
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0

Bài 2. (CK 20152) Cho p, q là các mệnh đề. Hai mệnh đề $(p \to q) \to q$ và $p \vee q$ có tương đương logic không? Vì sao?

Lời giải

Ta có bảng giá trị chân lý

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \to q$	$p \vee q$
0	0	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	1	1

Từ bảng giá trị chân lý ta có thể kết luận hai mệnh đề trên là tương đương logic.

Bài 3. Chứng minh rằng:

a) $A \leftrightarrow B$ và $(A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge \overline{B})$ là tương đương logic.

b) $(A \to B) \to C$ và $A \to (B \to C)$ không tương đương logic.

Lời giải

a. Ta có bảng giá trị chân lý

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$(A \wedge B)$	$\overline{A} \wedge \overline{B}$	$A \leftrightarrow B$	$(A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge \overline{B})$
0	0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1

Vậy hai mệnh đề trên là tương đương logic

b. Giả sử A = B = C = 0. Khi đó

$A \to B$ = 1; $(A \to B) \to C$ = 0

$B \to C$ = 1; $A \to (B \to C)$ = 1

Vậy nên hai mệnh đề trên không tương đương logic.

Bài 4 (GK 20171). Cho các mệnh đề A, B và C thỏa mãn $(A \wedge C) \to (B \wedge C)$ và $(A \vee C) \to (B \vee C)$ là các mệnh đề đúng. Chứng minh rằng $A \to B$ là mệnh đề đúng.

Lời giải

Ta có: $(A \wedge C) \to (B \wedge C)$ và $(A \vee C) \to (B \vee C)$ là các mệnh đề đúng. (1)

Giả sử $A \to B$ là mệnh đề sai thì không mất tính tổng quát ta có: $A = 1$ và $B = 0$

$C = 0 \Rightarrow A \vee C = 1$ và $B \vee C = 0 \Rightarrow (A \vee C) \to (B \vee C)$ sai (2)

$C = 1 \Rightarrow A \wedge C = 1$ và $B \wedge C = 0 \Rightarrow (A \wedge C) \to (B \wedge C)$ sai (3)

Từ (1), (2) và (3) ta thấy rằng giả sử trên là sai nên $A \to B$ là mệnh đề đúng.

Bài 5. Cho mệnh đề "Nếu 2020 là số lẻ thì nó chia hết cho 3". Hỏi mệnh đề là đúng hay sai? Vì sao?

Lời giải

Do 2020 chẵn nên 2020 là số lẻ là mệnh đề sai (giá trị chân lý bằng 0)

2020 chia hết cho 3 là mệnh đề sai (giá trị chân lý bằng 0)

Mà mệnh đề logic "Nếu 2020 là số lẻ thì nó chia hết cho 3" là một mệnh đề kéo theo nên đây là một mệnh đề đúng.

Bài 6. Giả sử $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định trên $\mathbb{R}$. Kí hiệu $A = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid g(x) = 0\}$. Biểu diễn tập nghiệm phương trình sau qua hai tập hợp A, B :

a) $f(x).g(x)=0$

b) $[f(x)]^2+[g(x)]^2=0$

Lời giải

a. $f(x).g(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ g(x)=0 \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Tập nghiệm $C=A\cup B$

b. $[f(x)]^2+[g(x)]^2=0 \Leftrightarrow f(x)=g(x)=0$

$\Rightarrow$ Tập nghiệm $D=A\cap B$

Bài 7 (GK20141). Cho các tập hợp $A=[3;6), B=(1;5), C=[2;4]$. Xác định tập hợp $(A\cap B)\setminus C$.

Lời giải

$A=[3;6); B=(1;5); C=[2;4]$

$\Rightarrow A\cap B=[3;5) \Rightarrow (A\cap B)\setminus C=(4;5)$

Bài 8 (CK 20151). Cho các tập hợp A, B, C. Chứng minh $[(A\cup B)\setminus C]\subset[(A\setminus B)\cup(B\setminus C)]$

Bài 9 (CK 20142). Cho các tập hợp A, B, C, D bất kỳ. Chứng minh: $[(A\cup B)\setminus(C\cup D)]\subset[(A\setminus C)\cup(B\setminus D)]$. Đưa ra ví dụ để cho thấy hai vế của bao hàm tập hợp trên có thể không bằng nhau.

Bài 10. Cho $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$, D là các tập hợp bất kì, chứng minh:

a) $A\cap(B\setminus C)=(A\cap B)\setminus(A\cap C)$.

b) $A\cup(B\setminus A)=A\cup B$.

c) $(A\setminus B)\cap(C\setminus D)=(A\cap C)\setminus(B\cup D)$ $(\mathbf{GK20151})$

Lời giải

a. $A\cap(B\setminus C)=A\cap(B\cap\bar{C})=A\cap B\cap\bar{C}$

$=(A\cap B)\setminus(A\cap C)=A\cap B\cap\overline{A\cap C}$
$=A\cap B\cap(\bar{A}\cup\bar{C})=(A\cap B\cap\bar{A})\cup(A\cap B\cap\bar{C})$
$=A\cap B\cap\bar{C}\quad(\text{do } A\cap\bar{A}=\varnothing)$

Vậy $A\cap(B\setminus C)=(A\cap B)\setminus(A\cap C)$.

b. $A\cup(B\setminus A)=A\cup(B\cap\bar{A})=(A\cup B)\cap(A\cup\bar{A})=A\cup B$.

Vậy $A\cup(B\setminus A)=A\cup B$.

c. $(A\setminus B)\cap(C\setminus D)=A\cap\bar{B}\cap C\cap\bar{D}$

$(A\cap C)\setminus(B\cup D)=A\cap C\cap\overline{B\cup D}=A\cap C\cap(\bar{B}\cap\bar{D})=A\cap\bar{B}\cap C\cap\bar{D}$.

Vậy $(A\setminus B)\cap(C\setminus D)=(A\cap C)\setminus(B\cup D)$.

Bài 11. Cho hai ánh xạ

$$\begin{array}{ll} f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R} & \quad g:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\mapsto\dfrac{1}{x} \qquad ; & \quad x\mapsto\dfrac{2x}{1+x^2} \end{array}$$

a. Ánh xạ nào là đơn ánh, toàn ánh, Tìm $g(\mathbb{R})$

b. Xác định ánh xạ h = $g\circ f$

Lời giải

a) + $f(x_1)=f(x_2)\Leftrightarrow\dfrac{1}{x_1}=\dfrac{1}{x_2}\Leftrightarrow x_1=x_2\left(\forall x_1,x_2\in\mathbb{R}\setminus\{0\}\right)$

$\Rightarrow f$ là đơn ánh.

Do $\nexists x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ để $f(x)=\dfrac{1}{x}=0\in\mathbb{R}\Rightarrow f$ không là toàn ánh.

$+g(x_1)=g(x_2)\Leftrightarrow\dfrac{2x_1}{1+x_1^2}=\dfrac{2x_2}{1+x_2^2}$

Mà $g\left(\dfrac{1}{2}\right)=g(2)=\dfrac{4}{5}$ nên $g(x)$ không là đơn ánh.

$g(3)\Leftrightarrow 2x=3x^2+3\Leftrightarrow 3x^2-2x+3=0$ (vô nghiệm) nên $g(x)$ không là toàn ánh.

\+ Tìm $g(R)$

Ta có: $\left|\dfrac{2x}{x^2+1}\right|=\dfrac{|2x|}{x^2+1}\le\dfrac{|2x|}{2|x|}=1$ (Cauchy)

Và $\forall a\in[-1;1]$: phương trình $2x=a\left(x^2+1\right)$ có nghiệm thực $\left(\Delta=4-4a^2\ge 0\right)$ nên $g(R)=[-1;1]$.

b. $g\circ f=g(f(x))=\dfrac{2\cdot\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x^2}}=\dfrac{2x}{x^2+1}$

Bài 12. Chứng minh các tính chất của ảnh và nghịch ảnh của ánh xạ $f:X\to Y$

a) $f(A\cup B)=f(A)\cup f(B);A,B\subset X$.

b) $f(A\cap B)\subset f(A)\cap f(B);A,B\subset X$.

c) $f^{-1}(A\cup B)=f^{-1}(A)\cup f^{-1}(B);A,B\subset Y$

d) $f^{-1}(A\cap B)=f^{-1}(A)\cap f^{-1}(B); A,B\subset Y$

e) $f^{-1}(A\backslash B)=f^{-1}(A)\backslash f^{-1}(B); A,B\subset Y$

Lời giải

a) $+y\in f(A\cup B), f(x)=y$ thì $x\in A\cup B$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x\in A \\ x\in B \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y\in f(A) \\ y\in f(B) \end{array}\right. \Rightarrow y\in f(A)\cup f(B) \Rightarrow f(A\cup B)\subset f(A)\cup f(B)$ **(1)**

$+f(A)\subset f(A\cup B), f(B)\subset f(A\cup B)$

$\Rightarrow f(A)\cup f(B)\subset f(A\cup B)$ **(2)**

Từ (1) và (2) $\Rightarrow f(A)\cup f(B)=f(A\cup B)\forall A,B\subset X$.

b) + Ta có $A\cap B\subset A\Rightarrow f(A\cap B)\subset f(A)$

Tương tự $f(A\cap B)\subset f(B)$

Do đó $f(A\cap B)\subset f(A)\cap f(B)$

+ Ví dụ điều ngược lại là không đúng

Xét $f(x)=x^2, A=\{2\}, B=\{-2\}$

Khi đó $f(A\cap B)=\varnothing; f(A)\cap f(B)=\{4\}$.

c) $x\in f^{-1}(A\cup B)\Leftrightarrow f(x)\in A\cup B\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)\in A \\ f(x)\in B \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\in f^{-1}(A) \\ x\in f^{-1}(B) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x\in f^{-1}(A)\cup f^{-1}(B), \forall A,B\subset Y.$

d) $x\in f^{-1}(A\cap B)\Leftrightarrow f(x)\in A\cap B\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} f(x)\in A \\ f(x)\in B \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\in f^{-1}(A) \\ x\in f^{-1}(B) \end{array}\right. \Leftrightarrow x\in f^{-1}(A)\cap f^{-1}(B).$

e) $x\in f^{-1}(A\backslash B)\Leftrightarrow f(x)\in A\backslash B\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} f(x)\in A \\ f(x)\notin B \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\in f^{-1}(A) \\ x\notin f^{-1}(B) \end{array}\right. \Leftrightarrow x\in f^{-1}(A)\backslash f^{-1}(B)$

Bài 13. Cho ánh xạ $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ xác định bởi $f(x)=x^2+4x-5, \forall x\in\mathbb{R}$, và $A=\{x\in\mathbb{R} \mid -3\le x\le 3\}$. Xác định các tập hợp $f(A)$ và $f^{-1}(A)$.

Lời giải

$f(x)=x^2+4x-5\Rightarrow f'(x)=2x+4, f'(x)=0\Leftrightarrow x=-2$

x		-3	-2	3	
$f'(x)$	$-$		0	$+$	
	$+\infty$	-8	-9	16	$+\infty$

- $f(x)=3 \Leftrightarrow x^2-4x-8=0 \Leftrightarrow x=-2\pm 2\sqrt{3}$

- $f(x)=-3 \Leftrightarrow x^2+4x-2=0 \Leftrightarrow x=-2\pm\sqrt{6}$.

Nhìn vào bảng biến thiên $\Rightarrow f^{-1}(A)=[-2-2\sqrt{3};-2-\sqrt{6}]\cup[-2+\sqrt{6};-2+2\sqrt{3}]$.

Bài 14 (CK 20161). Cho ánh xạ $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ xác định bởi $f(x,y)=(x+y,x-y)$ và tập $A=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2=9\right\}$. Xác định các tập hợp $f(A)$ và $f^{-1}(A)$.

Lời giải

Ta xét $(x;y)\in A \Rightarrow f(x;y)=(x+y;x-y)$

Va $(x+y)^2+(x-y)^2=2\left(x^2+y^2\right)=18$

Mặt khác, nếu $u^2+v^2=18$ thì $\left(\dfrac{u+v}{2}\right)^2+\left(\dfrac{u-v}{2}\right)^2=9$

$\Rightarrow f(A)=\left\{(x;y)\in\mathbb{R}^2 \| x^2+y^2=18\right\}$

Xét $f(u;v)=(u+v;u-v)\in A$

$\Rightarrow (u+v)^2+(u-v)^2=9 \Leftrightarrow u^2+v^2=4,5$

Và $u^2+v^2=4,5$ thì $f(u;v)\in A$

Do vậy nên $f^{-1}(A)=\left\{(x;y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2=4,5\right\}$.

Bài 15 (GK 20171). Cho ánh xạ $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$, xác định bởi $f(x;y)=\left(x^2-y;x+y\right)$. Ánh xạ f có là đơn ánh, toàn ánh không? Vì sao?

Lời giải

Xét $f\left(x_1;y_1\right)=f\left(x_2;y_2\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2-y_1=x_2^2-y_2 \\ x_1+y_1=x_2+y_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+y_1=x_2+y_2 \\ x_1^2+x_1=x_2^2+x_2 \end{cases}$

Ta có thể thấy $f(0;-1)=f(-1;0)=(1;-1) \Rightarrow f$ không là đơn ánh.

Bài 16. Biểu diễn các số phức sau dưới đạng chính tắc:

a) $(1+i\sqrt{3})^9$

b) $\dfrac{(1+i)^{21}}{(1-i)^{13}}$

c) $(2+i\sqrt{12})^5(\sqrt{3}-1)^{11}$.

Lời giải

a) $(1+i\sqrt{3})^9=\left[2\cdot\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)\right]^9=-2^9$

b) $\dfrac{(1+i)^{21}}{(1-i)^{13}}=\dfrac{\left[\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)\right]^{21}}{\left[\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{-\pi}{4}+i\sin\dfrac{-\pi}{4}\right)\right]^{13}}=2^4\cdot\dfrac{\dfrac{-1}{\sqrt{2}}+i\cdot\dfrac{-1}{\sqrt{2}}}{-\dfrac{1}{\sqrt{2}}+i\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}}=2^4.i$

c) $(2+i\sqrt{12})^5(\sqrt{3}-i)^{11}=\left[4\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)\right]^5\cdot\left[2\left(\cos\dfrac{-\pi}{6}+i\sin\dfrac{-\pi}{6}\right)\right]^{11}$

$=2^{21}\cdot\left(\dfrac{1}{2}+i\cdot\dfrac{-\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+i\cdot\dfrac{1}{2}\right)=2^{19}(2\sqrt{3}-2i)$

Bài 17. Tìm các căn bậc 8 của số phức: $z=1-i\sqrt{3}$.

Lời giải

$z=1-i\sqrt{3}=2\left(\cos\dfrac{-\pi}{3}+i\sin\dfrac{-\pi}{3}\right)$

$\Rightarrow$ Các căn bậc 8 của z là:

$$\sqrt[3]{2}.\left(\cos\dfrac{\dfrac{-\pi}{3}+2k\pi}{8}+i\sin\dfrac{\dfrac{-\pi}{3}+2k\pi}{8}\right),k\in\overline{0,7}.$$

Bài 18. Tìm nghiệm phức của phương trình sau:

a) $z^2+z+1=0$ b) $z^2+2iz-5=0$ c) $z^4-3iz^2+4=0$

d) $z^6-7z^3-8=0$ e) $\overline{z^7}=\dfrac{1024}{z^3}$ f) $z^8(\sqrt{3}+i)=1-i$

g) $iz^2-(1+8i)z+7+17i=0$ (GK20171)

Lời giải

a) $z^2+z+1=0\Leftrightarrow\begin{cases}z^3=1\\ z\neq 1\end{cases}\Rightarrow z=\cos\dfrac{2k\pi}{3}+i\sin\dfrac{2k\pi}{3};k=1;2$

b) $z^2+2iz-5=0\Rightarrow(z+i)^2=4\Rightarrow z=-i\pm 2$

c) $z^4-3iz^2+4=0$. Đặt $z^2=u\Rightarrow u^2+3iu+4=0$

$$\Rightarrow\left(u-\frac{3}{2}i\right)^2=\left(\frac{5}{2}i\right)^2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}u=4i\\u=-i\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}z^2=4i\\z^2=-i\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}z=\pm(\sqrt{2}+i\sqrt{2})\\z=\pm\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-i,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\end{array}\right.$$

d) $z^6-7z^3-8=0$. Đặt $z^3=u\Rightarrow u^2-7u-8=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}u=8\\u=1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}z=2\\z=-1\end{array}\right.$

e) $\overline{z^7}=\frac{1024}{z^3}\Rightarrow\overline{z^7}\cdot z^3=1024\Rightarrow|z|^{10}=1024\Rightarrow|z|=2$

$$\Rightarrow\overline{z}=\frac{|z|^2}{z}=\frac{4}{z}\quad\Rightarrow\frac{4^7}{z^7}=\frac{1024}{z^3}\Rightarrow z^4=2^4\Rightarrow z=2\left(\cos\frac{2k\pi}{4}+i\sin\frac{2k\pi}{4}\right),k=\overline{0,3}$$

f) $z^8(\sqrt{3}+i)=1-i$

$$\Rightarrow z^8=\frac{1-i}{i+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}\left(\cos\frac{-\pi}{4}+i\sin\frac{-\pi}{4}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)}=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{-7\pi}{12}+i\sin\frac{-7\pi}{12}\right)$$

$$\Rightarrow z=\frac{1}{\sqrt[16]{2}}\left(\cos\frac{\frac{-7\pi}{12}+2k\pi}{8}+i\sin\frac{\frac{-7\pi}{12}+2k\pi}{8}\right),k=\overline{0,7}$$

g) $iz^2-(1+8i)z+7+17i=0$

$\Leftrightarrow z^2+(i-8)z+(17-7i)=0$

$$\Leftrightarrow\left(z+\frac{i-8}{2}\right)^2=7i-17+\frac{63}{4}-4i=3i-\frac{5}{4}=\left(1+\frac{3}{2}i\right)^2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}z=5+i\\z=3-2i\end{array}\right.$$

Bài 19. (GK 20141). Cho $\epsilon_1,\epsilon_2,\ldots,\epsilon_{2014}$ là các căn bậc 2014 phân biệt của 1. Tính $A=\sum_{i=1}^{2014}\epsilon_i^2$.

Lời giải

$\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots.,\varepsilon_{2014}$ là 2014 căn bậc của 2014 của 1. $A=\sum_{k=1}^{2014}{\varepsilon_k}^2$.

Ta có $\varepsilon_k=\cos\frac{2k\pi}{2014}+i\sin\frac{2k\pi}{2014},k=\overline{0,2013}$ (Quy ước $\varepsilon_{2014}=\varepsilon_0$)

$$\Rightarrow A=\sum_{k=1}^{2014}\left(\cos\frac{2k\pi}{1007}+i\sin\frac{2k\pi}{1007}\right)$$

$$=2\cdot\sum_{k=1}^{1007}\left(\cos\frac{2k\pi}{1007}+i\sin\frac{2k\pi}{1007}\right)\left(\text{do }\frac{2(k+1007)\pi}{1007}=2\pi+\frac{2k\pi}{1007}\right)$$

$$=2\cdot\sum_{k=1}^{1007}\alpha_k$$

Với $\alpha_k, k=\overline{1,1007}$ là các căn bậc 1007 của 1 . Mà $\alpha_k^{1007}=1$ nên theo Viete: $\sum_{k=1}^{1007}\alpha_k=0\Rightarrow A=0$.

Bài 20 (CK 20161). Cho ánh xạ $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}, f(z)=iz^2+(4-i)z-9i$ với i là đơn vị ảo. Xác định $f^{-1}(\{7\})$

Lời giải

Ta có: $iz^2+(4-i)z-9i=7$

$\Leftrightarrow z^2-(1+4i)z+(7i-9)=0$

$\Leftrightarrow \left(z-\dfrac{1+4i}{2}\right)^2=9-7i+2i-\dfrac{15}{4}=\dfrac{21}{4}-5i=\left(i-\dfrac{5}{2}\right)^2$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} z=-2+3i \\ z=3+i \end{array}\right. \Rightarrow f^{-1}(\{7\})=\{-2+3i;3+i\}$

Bài 21 (GK 20171). Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+ai=0$, với a là một số thực và i là đơn vị ảo. Tìm a biết $\left|z_1^2-z_2^2\right|=1$.

Lời giải

$z^2-z+ai=0\Rightarrow z_1^2=z_1-ai; z_2^2=z_2-ai$

$\Rightarrow \left|z_1^2-z_2^2\right|=\left|z_1-z_2\right|=1$

$\left|z_1^2-z_2^2\right|=\left|(z_1-z_2)(z_1+z_2)\right|=\left|z_1-z_2\right|\cdot\left|z_1+z_2\right| \Rightarrow \left|z_1+z_2\right|=1$

Ta có: $\begin{cases} z_1+z_2=1 \\ z_1z_2=1.i \end{cases}$.

Đặt $z_1=u+i.v\Rightarrow z_2=1-u-i.v$

$\Rightarrow \begin{cases} (u+i.v)(1-i-i.v)=ai \\ \left|z_1-z_2\right|=1\Leftrightarrow (2u-1)^2+4v^2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u(1-u)+v^2=0 \\ (2u-1)^2+4v^2=1 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} u=0, v=0 \\ u=1, v=0 \end{array}\right.$

$\Rightarrow a=v(1-u)-vu=0.$

Tải thêm nhiều tại liệu Đại số khác tại:

Tải tập đề thi cuối kỳ đại số tại:

Tải đề cương tại: http://sami.hust.edu.vn/wp-content/uploads/Scan-DAI-SO-MI1143.pdf

Website: tailieuhust.com

Fanpage: https://www.facebook.com/tailieuhust

Discord: https://discord.com/invite/GKkhW3D9pq

Telegram: https://t.me/+72guyAp_ewQwYTY1