

ĐỀ THI THỬ - MI1111 - KÌ 20241

Các câu hỏi có một đáp án đúng

Bài 1. Giải bất phương trình $\operatorname{arccot} x + 1 > 0$.

A. $x \in (-\infty, \cot(-1))$.

B. $x \in (\cot(-1), +\infty)$.

☒ C. $x \in \mathbb{R}$.

D. Vô nghiệm.

Miền giá trị của arccot là $[0, \pi]$
nên $\operatorname{arccot} x \geq 0 > -1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Bài 2. Dãy $(u_n)_n$ nào sau đây hội tụ?

A. $u_n = n \sin n$.

☒ C. $u_n = \frac{\sin n}{n}, n \geq 1$.

$-\frac{1}{n} \leq \frac{\sin n}{n} \leq \frac{1}{n} \xrightarrow{\text{Kẹp}} 0$

B. $u_n = n \cos n$.

D. $u_n = \frac{n}{\cos n}$. \rightarrow Giả $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\cos n} = \alpha \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n} = \frac{1}{\alpha} = 0 \Rightarrow$ vô lý

Giả sử $\exists \lim_{n \rightarrow \infty} n \cos n = \alpha$
 $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (n \cos n) \cdot \frac{1}{n} = \alpha \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$
 $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \cos n = 0$ (vô lý)

Bài 3. Cho hàm số $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây chắc chắn suy ra được $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 0$.

A. Tồn tại dãy $(x_n)_n \subset (-1, 1)$ thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(0)$. \rightarrow Chưa đủ, ta cần với mọi dãy (x_n)

B. $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ thỏa mãn nếu $x \in (-1, 1), |x| < \delta$ thì $|f(x)| < \varepsilon$. $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ nên không chắc chắn suy ra f liên tục tại 0
Nếu $f(0) \neq 0$ thì sẽ suy ra đúng f liên tục tại 0

☒ C. $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ thỏa mãn nếu $x, y \in (-1, 1), |x - y| < \delta$ thì $|f(x) - f(y)| < \varepsilon$. \rightarrow Đây là đ/n f liên tục đều trên (a, b)
liên tục \Rightarrow liên tục

D. Với mọi dãy $(x_n)_n \subset (-1, 1)$ thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ thì dãy $(f(x_n))_n$ hội tụ. \rightarrow Chưa suy ra được $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ tồn tại.

Bài 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^3 \sin \frac{1}{x^2}, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ x^2 \cos \frac{1}{x^3}, & x < 0 \end{cases}$. Tính $f'(0)$.

A. Hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$.

C. $f'(0) = 2$.

$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \sin \frac{1}{x^2} = 0$

$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x \cos \frac{1}{x^3} = 0$

☒ B. $f'(0) = 0$.

D. $f'(0) = 3$.

Bài 5. Hàm nào sau đây có gián đoạn bỏ được tại $x = 1$.

A. $y = \frac{\sin x}{x}$. \rightarrow tại $x=1$

C. $y = \arccos \frac{1}{x-1}$.

$x=1 \notin$ tập xác định

☒ B. $y = (x-1) \ln |x-1|$. $\rightarrow 0$

D. $y = e^{\frac{1}{x-1}}$. $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \infty$

Bài 6. Tính khai triển Maclaurin của hàm số $y = \sqrt{1+2x}$ đến x^2 .

A. $y = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + o(x^2)$.

C. $y = 1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$.

$\sqrt{1+u} = 1 + \frac{1}{2}u + \frac{(\frac{1}{2})(-\frac{1}{2})}{2}u^2 + \frac{(\frac{1}{2})(-\frac{1}{2})(-\frac{3}{2})}{3!}u^3 + o(u^3)$
 $= 1 + \frac{1}{2}u - \frac{1}{8}u^2 + \frac{1}{16}u^3 + o(u^3)$

☒ B. $y = 1 + x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$.

D. $y = 1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{8} + o(x^2)$.

$\Rightarrow \sqrt{1+2x} = 1 + x - \frac{(2x)^2}{8} + \frac{(2x)^3}{16} + o(x^3)$
 $= 1 + x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + o(x^3)$

Bài 7. Tính $\int \frac{dx}{2x^2 + 2x + 1}$.

☒ A. $\arctan(2x + 1) + C, C \in \mathbb{R}$.

C. $\arctan(x + \frac{1}{2}) + C, C \in \mathbb{R}$.

B. $\frac{1}{2} \arctan(2x + 1) + C, C \in \mathbb{R}$.

D. $\frac{1}{2} \arctan(x + \frac{1}{2}) + C, C \in \mathbb{R}$.

$$\int \frac{2dx}{4x^2 + 4x + 2} = \int \frac{2dx}{(2x+1)^2 + 1} = \arctan(2x+1) + C$$

Bài 8. Cho hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 + x^3 + e^{x-1}$ có hàm số ngược $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Tính $(f^{-1})'(3)$.

A. $(f^{-1})'(3) = 4$.

C. $(f^{-1})'(3) = \frac{1}{3}$.

B. $(f^{-1})'(3) = 3$.

☒ D. $(f^{-1})'(3) = \frac{1}{4}$.

$f' = 3x^2 + e^{x-1} > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ω'
 hàm ngược $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ và $(f^{-1})'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$
 $f(1) = 3 \Leftrightarrow x = 1$
 $\Rightarrow (f^{-1})'(3) = (f^{-1})'(f(1)) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{4}$

Các câu hỏi có nhiều đáp án đúng

Bài 9. Giới hạn nào có giá trị bằng giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - \cos x}{x^2 + \sin x}$? $= 1$

☒ A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sin x}{2x + \cos x}$. $L'Hopital = 1$

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x^2 + \sin x}$. 0

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \cos x}{2 - \sin x}$. $K' \text{ giới hạn}$

☒ D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2 + \sin x}$. 1

Bài 10. Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn?

☒ A. $y = \arcsin(\sin x)$.

☒ D. $y = \sin(2x)$.

B. $y = \sin(\arcsin x)$. $\text{TXD} = [-1, 1]$

☒ E. $y = \cos(x) + \sin(3x)$.

C. $y = \sin(x^2)$. $K' \text{ tuần hoàn, BT đt cường}$

F. $y = \sin x + \arcsin x$. $\text{TXD} = [-1, 1]$

Bài 11. Hàm số nào sau đây là đơn điệu trên \mathbb{R} ?

A. $y = \ln x$. $\text{TXD} = \mathbb{R}^+$

☒ C. $y = \operatorname{arccot} x$. $y' = \frac{-1}{1+x^2} < 0$

E. $y = \cosh x$. $y' = \sinh x \neq 0$

☒ B. $y = e^{2x^3 - 3x^2 + 6x}$.

☒ D. $y = \sinh x$. $y' = \cosh x \geq 1$

☒ F. $y = \arctan x$. $y' = \frac{1}{1+x^2} > 0$

$$(e^{2x^3 - 3x^2 + 6x})' = y' \cdot (6x^2 - 6x + 6) > 0$$

Bài 12. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng?

☒ A. $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$. $\text{TCD tại } x = 0$

D. $y = x \sin \frac{1}{x+1}$. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x+1} \rightarrow \pm \infty$ khi $x \rightarrow -1$

B. $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x}$. $\rightarrow 0$

E. $y = \frac{\sin x}{x}$. $\rightarrow 1$

C. $y = x \sin \frac{1}{x}$. $\rightarrow 0$

☒ F. $y = \frac{x}{\sin x}$. $\text{TCD tại } x = \pi$

Các câu hỏi tự luận

Bài 13. Tính khai triển Taylor đến $(x - 1)^2$ của hàm số $y = \cos x$.

Bài 14. Tìm cực trị của hàm số $y = x \ln(x + 1)$.

Bài 15. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong cho trong tọa độ cực $(r; \theta)$ bởi phương trình $r = 1 + \cos \theta, \theta \in [0, 2\pi)$ tại điểm có tọa độ Decartes $(x, y) = (0; 1)$.

⑬ $y = \cos 1 + \cos'(1)(x-1) + \frac{\cos''(1)}{2}(x-1)^2 + o((x-1)^2)$

$$\Rightarrow y = \cos 1 - \sin 1(x-1) - \frac{\cos 1}{2}(x-1)^2 + o((x-1)^2)$$

14 $y = x P_n(x+1)$
 $\text{TXD: } (-1, +\infty) \quad y' = P_n(x+1) + \frac{x}{x+1} = P_n(x+1) + 1 - \frac{1}{x+1}$

$$y'' = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \quad \forall x > -1$$

$\Rightarrow y'$ tăng ngặt trên $(-1, +\infty)$

	-1	0
y'		-0 +
y		

$\Rightarrow x=0$ là cực tiểu

15 $r = 1 + \cos \theta \Rightarrow$ Param eqs $\left\{ \begin{array}{l} x = (1 + \cos \theta) \cdot \cos \theta \\ y = (1 + \cos \theta) \cdot \sin \theta \end{array} \right.$

7. Xác định $\theta \in [0, 2\pi)$ để $x = 0, y = 1$

định $\theta \in (0, \pi)$ và $x = -1, y = 1$.
 $x = 0 \Rightarrow \begin{cases} 1 + \cos \theta = 0 \\ \cos \theta = 0 \end{cases}$. Nếu $1 + \cos \theta = 0 \Rightarrow y = 0$. Vậy $\cos \theta = 0$ và $\sin \theta = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$.

→ P hợp tuyến của $\begin{cases} x = (1 + \cos \theta) \cos \theta \\ y = (1 + \cos \theta) \sin \theta \end{cases}$

$$\text{for } \theta = \frac{\pi}{2} \quad \text{let } y = \frac{y'(\frac{\pi}{2})}{x'(\frac{\pi}{2})} x + 1$$

$$y = \sin \theta + \cos \theta \cdot \sin \theta = \sin \theta + \frac{\sin 2\theta}{2}$$

$$x = \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$\Rightarrow y' = \cos \theta + \cos 2\theta$$
$$\Rightarrow x' = -\sin \theta - \sin 2\theta$$

$$\frac{y'(\frac{\pi}{2})}{x'(\frac{\pi}{2})} x + 1$$

$$\Rightarrow \frac{y'(\frac{\pi}{2})}{x'(\frac{\pi}{2})} = 1$$

g) Weg $y = x + 1$