

Tài liệu: <https://bitly.com.vn/q5IFR>

Thảo luận học tập: <https://bitly.com.vn/tXj3n>

I. TỔNG HỢP CÔNG THỨC

Các tính chất

- Giao hoán

$$A + B = B + A \quad A.B = B.A$$

- Kết hợp

$$A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C)$$

$$ABC = (AB)C = A(BC)$$

- Phân phối của phép cộng và phép nhân

$$A(B + C) = AB + AC$$

- Đặc biệt

$$A + A = A \quad A.A = A$$

$$A + \Omega = \Omega \quad A.\Omega = A$$

$$A + \theta = A \quad A.\theta = \phi$$

Công thức cộng xác suất

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Nếu A và B xung khắc thì:

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

Với 3 biến:

$$P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(CA) + P(ABC)$$

Khi các sự kiện xung khắc đôi một:

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

Công thức xác suất có điều kiện

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

Công thức nhân xác suất

$$P(AB) = P(B | A)P(A) = P(A | B)P(B)$$

Nếu A, B độc lập

$$P(A) = P(A | B) = P(A | \bar{B})$$

và

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

Một số công thức khác

$$\overline{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n} = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \dots \overline{A_n}$$

$$\overline{A_1 A_2 A_3 \dots A_n} = \overline{A_1} + \overline{A_2} + \overline{A_3} + \dots + \overline{A_n}$$

$$P(A) = P(AB) + P(\overline{A}B)$$

$$P(B) = P(AB) + P(\overline{A}B)$$

$$P(AB) + P(\overline{A}B) + P(\overline{A}\overline{B}) + P(A\overline{B}) = 1$$

Công thức xác suất đầy đủ

$$P(H) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(H | A_i)$$

Công thức Bayes

$$P(A_i | H) = \frac{P(A_i H)}{P(H)} = \frac{P(A_i) P(H | A_i)}{\sum_{j=1}^n P(A_j) \cdot P(H | A_j)}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Công thức Bernoulli

Xác suất để sự kiện A xuất hiện đúng k lần trong n phép thử của dãy phép thử Bernoulli là:

$$p_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \quad q = 1 - p; k = 0, 1, \dots, n.$$

II. BÀI TẬP BUỔI 2

1 Xác suất có điều kiện

- Trong một kỳ thi, thí sinh được phép thi 3 lần. Xác suất lần đầu vượt qua kì thi là 0.9. Nếu trượt lần đầu thì xác suất vượt qua kì thi lần thứ 2 là 0.7. Nếu trượt cả 2 lần thì xác suất vượt qua kì thi lần thứ 3 là 0.3. Tính xác suất để thí sinh thi đậu.
- Từ một lô sản phẩm có 20 sản phẩm. Trong đó có 5 phế phẩm. Lấy liên tiếp 2 sản phẩm. Tính xác suất để cả 2 đều hỏng.

2 Công thức xác suất đầy đủ và Bayes

- Một lô hạt giống gồm 3 loại hạt để lần lộn. Loại 1 chiếm $\frac{2}{3}$ số hạt, loại 2 chiếm $\frac{1}{4}$, còn lại là loại 3. Tỷ lệ nảy mầm của loại 1, 2, 3 theo thứ tự là 80%, 70% và 50%. Lấy ngẫu nhiên 1 hạt từ lô hạt giống.
 - Tính xác suất để hạt lấy ra nảy mầm được.
 - Giả sử hạt giống lấy ra là nảy mầm được. Tính xác suất để hạt giống đó thuộc loại 2.
 - Giả sử hạt giống lấy ra là không nảy mầm được. Nhiều khả năng nhất hạt giống đó thuộc loại nào? Tại sao?
- Có 2 xạ thủ loại I và xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các loại xạ thủ theo thứ tự là 0.9 và 0.8.
 - Lấy ngẫu nhiên ra 1 xạ thủ và xạ thủ đó bắn 1 viên đạn. Tính xác suất để viên đạn đó trúng đích.

- (b) Nếu lấy ra 2 xạ thủ và mỗi người bắn 1 viên thì khả năng để cả 2 viên đều trúng đích là bao nhiêu?
3. Có 2 lô sản phẩm. Lô 1: Gồm toàn chính phẩm. Lô 2: Có tỉ lệ phế phẩm và chính phẩm là $1/4$. Chọn ngẫu nhiên 1 lô, từ lô này lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm, thấy nó là chính phẩm, rồi hoàn lại sản phẩm này vào lô. Hỏi rằng nếu lấy ngẫu nhiên (cũng từ lô đã chọn) một sản phẩm khác thì xác suất để lấy sản phẩm là phế phẩm là bao nhiêu
4. Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm. Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được, ta lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất 1 chính phẩm.
5. Có 2 lô sản phẩm. Lô 1: Có a chính phẩm và b phế phẩm. Lô 2: Có c chính phẩm và d phế phẩm. Từ lô thứ nhất lấy sang lô thứ hai một sản phẩm, sau đó từ lô thứ 2 bỏ sang lô thứ nhất 1 sản phẩm. Sau đó từ lô thứ nhất lấy ra 1 sản phẩm. Tìm xác suất để lấy được chính phẩm.
6. Một người có 3 chỗ ưa thích như nhau để câu cá. Xác suất để câu được cá ở những chỗ đó tương ứng là: 0.6; 0.7; 0.8. Biết rằng ở một chỗ người đó thả câu 3 lần và chỉ câu được 1 con cá. Tìm xác suất để cá được câu ở chỗ thứ nhất.
7. Một hộp chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ và 15 bi xanh. Một hộp khác chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ và 9 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp một bi. Tính xác suất để 2 bi lấy ra cùng màu.
8. Một máy tính gồm 1000 linh kiện A, 800 linh kiện B, 2000 linh kiện C. Xác suất hỏng của 3 loại linh kiện đó lần lượt là 0.001; 0.005 và 0.002. Máy tính ngưng hoạt động khi số linh kiện bị hỏng nhiều hơn 1. Giả sử các linh kiện hỏng độc lập nhau
- (a) Tìm xác suất để có hơn 1 linh kiện loại A hỏng.
- (b) Tìm xác suất để máy tính ngưng hoạt động.
9. Trong đội bóng đá của khoa có 5 sinh viên năm thứ 1; 6 sinh viên năm thứ 2; 4 sinh viên năm thứ 3. Xác suất tham gia đội tuyển của trường tương ứng là 0.75; 0.7 và 0.8. Gặp một sinh viên trong đội tuyển của trường. Hỏi sinh viên này có khả năng thuộc năm nào nhiều nhất?
10. Trong một hộp đựng 30 quả cầu gồm: 7 cầu đỏ, 11 cầu xanh, 12 cầu vàng. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 3 quả cầu. Tính xác suất để có 3 quả cùng màu trong 2 trường hợp sau:
- (a) Chọn không hoàn lại.
- (b) Chọn hoàn lại.
11. Một máy bay có 5 động cơ, trong đó có 3 động cơ ở cánh phải và 2 động cơ ở cánh trái. Mỗi động cơ ở cánh phải có xác suất bị hỏng là 0.1, còn mỗi động cơ ở cánh trái có xác suất bị hỏng là 0.05. Các động cơ hoạt động độc lập. Tính xác suất để máy bay thực hiện chuyến bay an toàn trong các trường hợp sau:
- (a) Máy bay chỉ bay được nếu có ít nhất 2 động cơ làm việc.
- (b) Máy bay chỉ bay được khi trên mỗi cánh của nó có ít nhất một động cơ làm việc.
12. Gieo 3 con xúc sắc cân xứng độc lập. Tính xác suất để:
- (a) Tổng số nốt xuất hiện là 8 nếu biết rằng ít nhất có một con ra nốt 1.
- (b) Có ít nhất một con ra lục nếu biết rằng số nốt trên 3 con là khác nhau.

13. Một chuồng gà có 9 con mái và một con trống. Chuồng kia có 1 con mái và 5 con trống. Từ mỗi chuồng ta bắt ra ngẫu nhiên 1 con làm thịt. Các con gà còn lại được dồn vào chuồng thứ 3. Từ chuồng này ta lại bắt ngẫu nhiên 1 con. Tính xác suất để bắt được con gà trống.

3 Công thức Bernoulli

1. Khi tiêm truyền một loại huyết thanh, trung bình có một trường hợp phản ứng trên 1000 trường hợp. Dùng loại huyết thanh này tiêm cho 2000 người. Tính xác suất để:
 - (a) Có 3 trường hợp phản ứng
 - (b) Có nhiều nhất 3 trường hợp phản ứng
 - (c) Có nhiều hơn 3 trường hợp phản ứng
2. Một nhà máy sản xuất với tỷ lệ phế phẩm là 7%.
 - (a) Quan sát ngẫu nhiên 10 sản phẩm. Tính xác suất để:
 - i. Có đúng một phế phẩm
 - ii. Có ít nhất một phế phẩm
 - iii. Có nhiều nhất một phế phẩm
 - (b) Hỏi phải quan sát ít nhất bao nhiêu sản phẩm để xác suất nhận được ít nhất một phế phẩm ≥ 0.9