## ĐỀ THI GIỮA KÌ MÔN GIẢI TÍCH 2 – Học kì: 20182 MÃ HP: MI1121 (Nhóm 1). Khóa: 63. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Viết phương trình tiếp diện và pháp tuyến của mặt cong  $x^2 + y^2 - e^z - 2yxz = 0$  tại điểm M(1;0;0).

**Câu 2 (1đ).** Tìm hình bao của họ đường cong sau:  $(x+C)^2 + (y-2C)^2 = 5$ .

**Câu 3 (1đ)**. Tính tích phân kép  $\iint_D (x-4y) dxdy$ , trong đó D là miền giới hạn bởi parabol  $y = x^2 - 1$  và trục Ox.

Câu 4 (1đ). Tính tích phân lặp

$$\int_{1}^{2} dx \int_{\sqrt{x-1}}^{1} \frac{1 - \cos \pi y}{y^{2}} \, dy \, .$$

**Câu 5 (1đ).** Tính diện tích phần hình tròn  $x^2 + y^2 = 2y$  nằm ngoài đường tròn  $x^2 + y^2 = 1$ .

Câu 6 (3đ). Tính các tích phân bội ba sau:

- a)  $\iiint_V (3x^2 + 2y) dx dy dz$ , trong đó miền V được xác định bởi  $0 \le x \le 1, 0 \le y \le x, 0 \le z \le x^2$ .
- b)  $\iiint_V (x-y+2z) dx dy dz$ , trong đó V là miền giới hạn bởi các mặt

$$x - y = 0$$
,  $x - y = 2$ ,  $x + y = 0$ ,  $x + y = 1$ ,  $z = 0$ ,  $z = 1$ .

c)  $\iiint_V \frac{y^2}{\sqrt{4z-x^2-z^2}} dx dy dz$ , trong đó V là miền xác định bởi  $x^2+y^2+z^2 \le 4z$ ,  $y \ge 0$ .

**Câu 7 (1đ)**. Tính độ cong tại điểm M(-1;0;-1) của đường là giao của mặt trụ  $4x^2 + y^2 = 4$  và mặt phẳng x-3z=2.

**Câu 8 (1đ)**. Chứng minh rằng hàm số sau khả vi trên □:

$$I(y) = \int_0^{+\infty} e^{-x} \frac{1 - \cos(xy)}{x} dx.$$

MÃ HP: MI1121 (Nhóm 1). Khóa: 63. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của đường cong  $x = \sin t$ ,  $y = \cos t$ ,  $z = e^{2t}$  tại điểm M(0;1;1)

**Câu 2 (1đ).** Tính độ cong của đường  $x = t^2$ ,  $y = t \ln t$ , t > 0 tại điểm ứng với t = e.

**Câu 3 (1đ).** Đổi thứ tự lấy tích phân  $\int_{0}^{1} dx \int_{x^{3}}^{1} f(x, y) dy$ .

Câu 4 (2đ). Tính các tích phân kép sau:

a) 
$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$$
, trong đó  $D: 1 \le x^2 + y^2 \le 4, x + y \ge 0$ .

b) 
$$\iint_{D} \left| \cos(x+y) \right| dxdy$$
, trong đó  $D = \left[ 0; \frac{\pi}{2} \right] \times \left[ 0; \frac{\pi}{2} \right]$ .

Câu 5 (1đ). Tính tích phân

$$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{1-x} dz \int_{0}^{2} (y+z) dy.$$

**Câu 6 (1đ)**. Tính thể tích của miền giới hạn bởi hai parabol  $x = 1 + y^2 + z^2$  và  $x = 2(y^2 + z^2)$ .

$$\frac{d\left(\left|\vec{r}(t)\right|\right)}{dt} = \frac{1}{\left|\vec{r}(t)\right|}\vec{r}(t)\cdot\vec{r}'(t).$$

**Câu 8 (1đ).** Tính tích phân  $\iiint_V (2y-z)^2 dxdydz$  trong đó, V là hình cầu  $x^2+y^2+z^2 \le 1$ .

**Câu 8 (1đ).** Chứng minh rằng hàm số  $I(y) = \int_{0}^{+\infty} e^{-x} \frac{\sin(xy)}{x} dx$  khả vi trên  $\Box$ .

### ĐỀ THI GIỮA KÌ MÔN GIẢI TÍCH 2 – Học kì: 20182 MÃ HP: MI1121 (Nhóm 1). Khóa: 63. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của đường cong  $x = \cos t$ ,  $y = \sin t$ ,  $z = e^{2t}$  tại điểm M(1;0;1)

**Câu 2 (1đ).** Tính độ cong của đường  $x = 1 - t^2$ ,  $y = t \ln t$ , t > 0 tại điểm ứng với t = e.

**Câu 3 (1đ)**. Đổi thứ tự lấy tích phân  $\int_{0}^{1} dx \int_{1}^{x^{3}} f(x, y) dy$ .

Câu 4 (2đ). Tính các tích phân kép sau:

a) 
$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$$
, trong đó  $D: 1 \le x^2 + y^2 \le 4, x + y \le 0$ .

b) 
$$\iint_{D} |\sin(x+y)| dxdy$$
, trong đó  $D = [0;\pi] \times [0;\pi]$ .

Câu 5 (1đ). Tính tích phân

$$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{1-y} dz \int_{0}^{2} (x+z) dx.$$

**Câu 6 (1đ).** Tính thể tích của miền giới hạn bởi hai parabol  $x = 1 + y^2 + z^2$  và  $x = 3 - (y^2 + z^2)$ .

**Câu 7 (1đ)**. Cho hàm vector khả vi  $\vec{r}(t)$ :  $\Box \rightarrow \Box$   $^{3} \setminus \{\vec{0}\}$ . Ký hiệu  $|\vec{r}(t)|$  là độ dài của  $\vec{r}(t)$ , chứng minh rằng

$$\frac{d\left(\left|\vec{r}(t)\right|\right)}{dt} = \frac{1}{\left|\vec{r}(t)\right|}\vec{r}(t)\cdot\vec{r}'(t).$$

**Câu 8 (1đ)**. Tính tích phân  $\iiint_V (y-2z)^2 dxdydz$  trong đó, V là hình cầu  $x^2 + y^2 + z^2 \le 1$ .

**Câu 8 (1đ).** Chứng minh rằng hàm số  $I(y) = \int_{0}^{+\infty} e^{-x} \frac{\sin(xy)}{x} dx$  khả vi trên  $\square$ .

MÃ HP: MI1121 (Nhóm 1). Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Tính độ cong tại t = 0 của đường  $\begin{cases} x = e^{-t} - \sin t \\ y = e^{-t} - \cos t \end{cases}$ 

**Câu 2 (1đ)**. Lập phương trình pháp tuyến và tiếp diện tại A(1;1;0) của mặt  $z = \ln(3x - 2y)$ .

Câu 3 (1đ). Cho hàm vecto  $\vec{p}(t) = (\sin 2t, \cos 2t, e^{-t})$  và  $\vec{r}(t) = (t^2 + 1)\vec{p}(t)$ . Tính  $\vec{r}'(0)$ .

**Câu 4 (1đ)**. Đổi thứ tự lấy tích phân  $I = \int_{-1}^{2} dx \int_{-x}^{2-x^2} f(x, y) dy$ .

**Câu 5 (1đ).** Tính  $\iint_D (3x+2y) dxdy$ , D giới hạn bởi

$$x = 0, y = 0, x + y = 1.$$

**Câu 6** (**1đ**). Tính  $\iint_D (x+y)(x-2y-1)^2 dxdy$ , D giới hạn bởi x+y=0, x+y=3, x-2y=1, x-2y=2. **Câu 7** (**1đ**). Tính  $\iiint_V z \sqrt{x^2+y^2} dxdydz$ , V giới hạn bởi  $x^2+y^2=1, z=0, z=2$ .

**Câu 8 (1đ).** Tính thể tích vật thể 
$$V$$
 giới hạn bởi 
$$x = \sqrt{y^2 + z^2}, \qquad x = \sqrt{1 - y^2 - z^2}$$

**Câu 9 (1đ).** Tính  $\iiint_V \frac{3x^2 - y^2 + z^2 + 1}{x^2 + y^2 + z^2 + 1} dx dy dz, V là nửa khối cầu <math>x^2 + y^2 + z^2 \le 1, z > 0.$ 

**Câu 10 (1đ).** Tìm giới hạn  $\lim_{y\to 0} \int_{\sin x}^{\cos y} \frac{\arctan(x+y)}{1+x^2+y^2} dx$ .

MÃ HP: MI1121 (Nhóm 1). Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Tính độ cong tại t = 0 của đường  $\begin{cases} x = e^{-t} + \sin t \\ y = e^{t} - \cos t \end{cases}$ 

**Câu 2 (1đ).** Lập phương trình pháp tuyến và tiếp diện tại A(-1;1;0) của mặt  $z = \ln(2x+3y)$ .

Câu 3 (1đ). Cho hàm vecto  $\vec{p}(t) = (e^{-t}, \sin 2t, \cos 2t)$  và  $\vec{r}(t) = (t^2 - 1)\vec{p}(t)$ . Tính  $\vec{r}'(0)$ .

**Câu 4 (1đ)**. Đổi thứ tự lấy tích phân  $I = \int_{-1}^{2} dx \int_{x^2-2}^{x} f(x,y) dy$ .

**Câu 5 (1đ).** Tính  $\iint_D (2x-5) dxdy$ , D giới hạn bởi

$$x = 0, y = 0, x + y = 1.$$

**Câu 6 (1đ).** Tính  $\iint_D (x+2y)^2 (x-y-1) dx dy$ , *D* giới hạn bởi x-y=1, x-y=4, x + 2y = 0, x + 2y = 2.

x + 2y = 0, x + 2y = 2.Câu 7 (1đ). Tính  $\iiint_V (x^2 + y^2) z^2 dx dy dz$ , V giới hạn bởi  $x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = 1.$ 

**Câu 8 (1đ)**. Tính thể tích vật thể 
$$V$$
 giới hạn bởi  $y = \sqrt{x^2 + z^2}$ ,  $x = \sqrt{4 - x^2 - z^2}$ 

**Câu 9 (1đ).** Tính  $\iiint_V \frac{5x^2 - 3y^2 + z^2 + 4}{x^2 + y^2 + z^2 + 4} dx dy dz$ , V là nửa khối cầu  $x^2 + y^2 + z^2 \le 1, z \ge 0$ .

**Câu 10 (1đ).** Tìm giới hạn  $\lim_{y\to 0} \int_{-\infty}^{\sin y} \frac{\operatorname{arccot}(x+y)}{1+x^2+y^2} dx$ .

### ĐỀ THI GIỮA KÌ MÔN GIẢI TÍCH 2 – Học kì: 20172 MÃ HP: MI1121 (Nhóm 1). Khóa: 62. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Viết phương trình tiếp diện và pháp tuyến của mặt cong  $\ln(2x+y^2)+3z^3=3$  tại điểm M(0;-1;1).

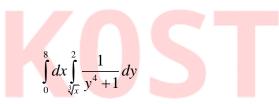
**Câu 2 (1đ).** Tìm hình bao của họ đường cong sau:  $cx^2 - 3y - c^3 + 2 = 0$ , với c là tham số.

**Câu 3 (1đ).** Tính độ cong của đường  $y = \ln(\cos x)$  tại điểm ứng với  $x = \frac{\pi}{4}$ .

Câu 4 (2đ). Tính các tích phân kép sau

- a)  $\iint_{D} (2x^2 + 3y^2) dxdy$ , D là miền giới hạn bởi y = x, y = 1 và x = 0.
- b)  $\iint_D (x^2 + xy y^2) dxdy$ , với D là miền giới hạn bởi y = -2x + 1, y = -2x + 3, y = x 2 và y = x.

Câu 5 (1đ). Tính tích phân sau



Câu 6 (1đ). Tính thể tích của vật thể V giới hạn bởi các mặt u v n

$$z = x^2 + 3y^2$$
 và  $z = 4 - 3x^2 - y^2$ .

**Câu 7 (1đ).** Tính tích phân bội ba  $\iiint_V (4x^2y - 3xyz) dxdydz$  trong đó V là miền xác định bởi  $1 \le x \le 2, 0 \le xy \le 2, 0 \le z \le 2$ .

**Câu 8 (1đ)**. Tính tích phân bội ba  $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$  trong đó V là miền giới hạn bởi các mặt  $x = y^2 + 4z^2, x = 4$ .

**Câu** 9 (1**đ**). Tính tích phân  $\int_{0}^{+\infty} \frac{e^{-ax^2} - e^{-bx^2}}{x} dx$  với a, b > 0.

## ĐỀ THI GIỮA KÌ MÔN GIẢI TÍCH 2 – Học kì: 20172 MÃ HP: MI1121 (Nhóm 1). Khóa: 62. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Viết phương trình tiếp diện và pháp tuyến của mặt cong  $\ln(x^2 + 3y) - 2z^3 = 2$  tại điểm M(1;0;-1).

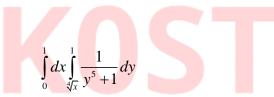
**Câu 2 (1đ).** Tìm hình bao của họ đường cong sau:  $cx^2 - 2y - c^3 + 1 = 0$ , với c là tham số.

**Câu 3 (1đ).** Tính độ cong của đường  $y = \ln(\sin x)$  tại điểm ứng với  $x = \frac{\pi}{4}$ .

Câu 4 (2đ). Tính các tích phân kép sau

- a)  $\iint_{D} (x^2 4y^2) dxdy$ , D là miền giới hạn bởi y = x, x = 1 và y = 0.
- b)  $\iint_D (x^2 xy + y^2) dxdy$ , với D là miền giới hạn bởi y = -3x + 1, y = -3x + 2, y = x và y = x + 2.

Câu 5 (1đ). Tính tích phân sau



Câu 6 (1đ). Tính thể tích của vật thể V giới hạn bởi các mặt u v n

$$z = x^2 + 2y^2$$
 và  $z = 3 - 2x^2 - y^2$ .

**Câu 7 (1đ).** Tính tích phân bội ba  $\iiint_V (3xy^2 - 4xyz) dxdydz$  trong đó V là miền xác định bởi  $1 \le y \le 2, 0 \le xy \le 2, 0 \le z \le 2$ .

**Câu 8 (1đ)**. Tính tích phân bội ba  $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$  trong đó V là miền giới hạn bởi các mặt  $y = \sqrt{x^2 + 4z^2}$ , y = 2.

**Câu** 9 (1**đ**). Tính tích phân  $\int_{0}^{+\infty} \frac{e^{-ax^2} - e^{-bx^2}}{x} dx$  với a, b > 0.

MÃ HP: MI1121 (Nhóm 1). Khóa: 62. Thời gian: 60 phút

Câu 1 (1đ). Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của đường cong  $x = 2\cos t$ ,  $y = 4\sin t$ ,  $z = 4\cos^2 t + 1$  tại điểm  $M(\sqrt{3}; 2; 4)$ .

**Câu 2 (1đ)**. Tìm hình bao của họ đường cong sau:  $4x - 3cy + 2c^3 = 0$ , với c là tham số.

Câu 3 (1đ). Tính độ cong của đường cong

 $x = \cos t + t \sin t$ ,  $y = \sin t - t \cos t$  tại điểm ứng với  $t = \pi$ .

Câu 4 (2đ). Tính các tích phân kép sau

a)  $\iint x dx dy$ , D là miền giới hạn bởi  $y = x^2$  và y = x + 2.

b) 
$$\iint_D x \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, \text{ v\'oi } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le x\}$$

Câu 5 (1đ). Tính thể tích của vật thể V giới hạn bởi các mặt

$$x = y^2 + 4z^2 \text{ và } x = 4$$

Câu 6 (1d). Tính tích phân sau:
$$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{1} dz \int_{z^{2}}^{1} xze^{xy^{2}} dy.$$

Câu 7 (1đ). Tính  $\iint_{\mathbb{T}} (3x+2xy) dxdy$ , với  $D:1 \le xy \le 9$ ,  $y \le x \le 4y$ .

Câu 8 (1đ). Tính tích phân bội ba  $\iiint_V z dx dy dz$  trong đó V là miền xác định bởi  $x^2 + y^2 + z^2 \le z, \sqrt{x^2 + y^2} \le z$ .

**Câu** 9 (1**đ**). Tính tích phân 
$$\int_{0}^{+\infty} \frac{e^{-ax^3} - e^{-bx^3}}{x} dx$$
 với  $a, b > 0$ .

MÃ HP: MI1121 (Nhóm 1). Khóa: 62. Thời gian: 60 phút

Câu 1 (1đ). Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của đường cong  $x = 2\cos t$ ,  $y = 4\sin t$ ,  $z = 4\cos^2 t + 1$  tại điểm  $M(\sqrt{3}; 2; 4)$ .

**Câu 2 (1đ)**. Tìm hình bao của họ đường cong sau:  $4x - 3cy + 2c^3 = 0$ , với c là tham số.

Câu 3 (1đ). Tính độ cong của đường cong

 $x = \cos t + t \sin t$ ,  $y = \sin t - t \cos t$  tại điểm ứng với  $t = \pi$ .

Câu 4 (2đ). Tính các tích phân kép sau

a)  $\iint x dx dy$ , D là miền giới hạn bởi  $y = x^2$  và y = x + 2.

b) 
$$\iint_D x \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, \text{ v\'oi } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le x\}$$

Câu 5 (1đ). Tính thể tích của vật thể V giới hạn bởi các mặt

$$x = y^2 + 4z^2 \text{ và } x = 4$$

Câu 6 (1d). Tính tích phân sau:
$$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{1} dz \int_{z^{2}}^{1} xze^{xy^{2}} dy.$$

Câu 7 (1đ). Tính  $\iint_{\mathbb{T}} (3x+2xy) dxdy$ , với  $D:1 \le xy \le 9$ ,  $y \le x \le 4y$ .

Câu 8 (1đ). Tính tích phân bội ba  $\iiint_V z dx dy dz$  trong đó V là miền xác định bởi  $x^2 + y^2 + z^2 \le z, \sqrt{x^2 + y^2} \le z$ .

tích phân  $\int_{a}^{+\infty} \frac{e^{-ax^3} - e^{-bx^3}}{x} dx \quad \text{v\'oi} \quad a, b > 0.$ Tính Câu  $(1\mathbf{d}).$ 

MÃ HP: MI1121 (Nhóm 1). Khóa: 62. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Tính giới hạn  $\lim_{(x;y)\to(0;0)} \frac{2x^4+y^4}{x^2+2y^2}$ .

**Câu 2 (1đ)**. Tính đạo hàm riêng  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$  nếu  $u = xy \ln(xy)$ .

Câu 3 (1đ). Ứng dụng vi phân, tính gần đúng giá trị biểu thức

$$\sqrt{(3,97)^2+(3,02)^2}$$
.

Câu 4 (1 $\mathbf{d}$ ). Viết triển khai Taylor của hàm số sau tại M(1,2)

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + xy + 2x + 3y + 1.$$

**Câu 5 (1đ).** Cho hàm ẩn z = z(x, y), xác định bởi phương trình  $\cos(xy) + z + e^z = 0$ . Chứng minh rằng  $xz'_x - yz'_y = 0$ .

Câu 6 (1đ). Tính các cực trị của hàm số

$$z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}(x, y > 0).$$

**Câu 7 (1đ)**. Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của đường cong cho dưới dạng giao của hai mặt cong  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ 4x + 3y + 5z = 0 \end{cases}$ , tại điểm M(3, -4, 0).

**Câu 8 (1đ).** Viết phương trình tiếp diện và pháp tuyến của mặt cầu  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$  tại điểm M(4,1,-4).

**Câu 9 (1đ).** Tìm các cực trị của hàm số  $z = \frac{x}{4} + \frac{y}{3}$  với điều kiện  $x^2 + y^2 = 1$ .

**Câu 10 (1đ).** Cho hàm số z = z(x, y) có các đạo hàm riêng cấp 1 liên tục, ở đó  $\begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \end{cases}$ 

Chứng minh rằng  $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)^2.$ 

MÃ HP: MI1121 (Nhóm 1). Khóa: 62. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Tính giới hạn  $\lim_{(x,y)\to(0;0)} \frac{x^4+2y^4}{2x^2+y^2}$ .

**Câu 2 (1đ).** Tính đạo hàm riêng  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$  nếu  $u = xy \sin(xy)$ .

Câu 3 (1đ). Ứng dụng vi phân, tính gần đúng giá trị biểu thức

$$\sqrt{(4,03)^2+(2,98)^2}$$
.

Câu 4 (1 $\mathbf{d}$ ). Viết triển khai Taylor của hàm số sau tại M(1,2)

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + xy + x + y + 1$$
.

**Câu 5 (1đ).** Cho hàm ẩn z = z(x, y), xác định bởi phương trình  $\sin(xy) + z + e^z = 0$ . Chứng minh rằng  $xz'_x - yz'_y = 0$ .

Câu 6 (1đ). Tính các cực trị của hàm số

$$z = xy + \frac{20}{x} + \frac{50}{y}(x, y > 0).$$

**Câu 7 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của đường cong cho dưới dạng giao của hai mặt cong  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ 3x + 4y + 5z = 0 \end{cases}$ , tại điểm M(4, -3, 0).

**Câu 8 (1đ).** Viết phương trình tiếp diện và pháp tuyến của mặt cầu  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$  tại điểm M(1;5;-3).

**Câu 9 (1đ).** Tìm các cực trị của hàm số  $z = \frac{x}{3} + \frac{y}{4}$  với điều kiện  $x^2 + y^2 = 1$ .

**Câu 10 (1đ).** Cho hàm số z = z(x, y) có các đạo hàm riêng cấp 1 liên tục, ở đó  $\begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \end{cases}$ 

Chứng minh rằng  $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)^2.$ 

Khóa: 61. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Viết phương trình tiếp diện và pháp tuyến của mặt cong  $x^2 + 3y + 2z^3 = 3$  tại điểm M(2;-1;1).

**Câu 2 (1đ).** Tìm hình bao của họ đường thẳng  $y = 2cx - c^2$ , với c là tham số.

**Câu 3 (1đ).** Tìm điểm có độ cong lớn nhất của đường cong  $y = \ln x$ .

Câu 4 (1đ). Đổi thứ tự lấy tích phân

$$\int_{0}^{1} dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{1} f(x,y) dy.$$

Câu 5 (2đ). Tính các tích phân kép sau

a)  $\iint (3x+2y) dxdy$ , D là miền giới hạn bởi các đường  $y=x^2$  và y=1.

b) 
$$\iint_{D} \frac{xy}{x^2 + y^2} dxdy \text{ v\'oi } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \le x^2 + y^2 \le 2x, y \ge 0\}.$$

Câu 6 (1đ). Tính thể tích của vật thể V giới hạn bởi các mặt

$$z = x^2 + y^2$$
 và  $z = 2x + 4y$ .

 $z = x^2 + y^2 \text{ và } z = 2x + 4y.$  **Câu 7 (2đ).** Tính tích phân bội ba  $\iiint_{y} y dx dy dz \text{ trong đó:}$ 

a) V là miền giới hạn bởi các mặt

$$z = 0, z = x^2, y = 2x^2 \text{ và } y = 4 + x^2.$$

b) V là hình cầu  $x^2 + y^2 + z^2 \le 2xy$ .

**Câu 8 (1đ).** Tính tích phân  $\int_{0}^{+\infty} \frac{e^{-ax^2} - 1}{x^2 e^{x^2}} dx$  với a > 0.

Khóa: 61. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Viết phương trình tiếp diện và pháp tuyến của mặt cong  $2x-3y^2+z^3=2$  tại điểm M(2;-1;1).

**Câu 2 (1đ).** Tìm hình bao của họ đường thẳng  $y = 3cx - c^2$ , với c là tham số.

**Câu 3 (1đ).** Tìm điểm có độ cong lớn nhất của đường cong  $y = \ln x$ .

Câu 4 (1đ). Đổi thứ tự lấy tích phân

$$\int_{1}^{2} dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{1} f(x,y) dy.$$

Câu 5 (2đ). Tính các tích phân kép sau

a)  $\iint (x-4y)dxdy$ , D là miền giới hạn bởi các đường  $y=x^2$  và y=1.

b) 
$$\iint_{D} \frac{xy}{x^2 + y^2} dxdy \text{ v\'oi } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \le x^2 + y^2 \le 2x, x \ge 0\}.$$

Câu 6 (1đ). Tính thể tích của vật thể V giới hạn bởi các mặt

$$z = x^2 + v^2$$
 và  $z = 4x - 2v$ 

 $z = x^2 + y^2 \text{ và } z = 4x - 2y.$  **Câu 7 (2đ)**. Tính tích phân bội ba  $\iiint_{V} x dx dy dz \text{ trong đó:}$ 

a) V là miền giới hạn bởi các mặt

$$z = 0, z = y^2, x = 2y^2$$
 và  $x = 1 + y^2$ .

b) V là hình cầu  $x^2 + y^2 + z^2 \le 4x$ .

**Câu 8 (1đ).** Tính tích phân  $\int_{0}^{+\infty} \frac{e^{-ax^2} - 1}{x^2 e^{x^2}} dx$  với a > 0.

Khóa: 61. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Tính độ cong của đường  $x = t \cos t$ ,  $y = t \sin t$ ,  $z = bt (b \in \Box)$  tại điểm O(0,0,0).

**Câu 2 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của đường cong  $x = \cos^2 t$ ,  $y = \sin t \cos t$ ,  $z = \sin t$  tại điểm ứng với  $t = \frac{\pi}{4}$ .

**Câu 3 (1đ)**. Tìm hình bao của họ đường  $4x \sin \alpha + y \cos \alpha = 1$ , với  $\alpha$  là tham số.

**Câu 4 (1đ)**. Đổi thứ tự lấy tích phân  $\int_{0}^{1} dx \int_{\frac{1-x^2}{2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dy.$ 

Câu 5 (2đ). Tính các tích phân kép sau

a)  $\iint_D (x^2 + y) dx dy$ , D là miền giới hạn bởi  $y^2 = x$ ,  $y = x^2$ .

b) 
$$\iint_{D} \sin \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \text{ v\'oi } D = \left\{ \left( x, y \right) \in \mathbb{D}^2 : \pi^2 \le x^2 + y^2 \le 4\pi^2, x \ge 0, y \ge 0 \right\}.$$

Câu 6 (1đ). Tính thể tích của vật thể V giới hạn bởi các mặt x+y+z=3,3x+y=3,

$$\frac{3}{2}x+y=3, y=0, z=0.$$
 bkkhongsotach.edu.vn

Câu 7 (2đ). Tính các tích phân bội ba sau

a)  $\iiint_V z dx dy dz$ , với khối V được giới hạn bởi  $z^2 = 4(x^2 + y^2)$ , z = 2.

b) 
$$\iiint_{V} xyzdxdydz, \text{ v\'oi } V = \{(x, y, z) \in \square^3 : x^2 + y^2 + z^2 \le 1, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0\}$$

**Câu 8 (1đ).** Cho hàm số  $f(y) = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \ln(y^2 \sin^2 x + \cos^2 x) dx$ . Tính f'(1).

Khóa: 61. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Tính độ cong của đường  $x = t \cos t$ ,  $y = t \sin t$ ,  $z = 2bt(b \in \Box)$  tại điểm O(0,0,0).

**Câu 2 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của đường cong  $x = \cos^2 t$ ,  $y = \sin t \cos t$ ,  $z = 2 \sin t$  tại điểm ứng với  $t = \frac{\pi}{4}$ .

**Câu 3 (1đ)**. Tìm hình bao của họ đường  $x \sin \alpha + 3y \cos \alpha = 2$ , với  $\alpha$  là tham số.

**Câu 4 (1đ).** Đổi thứ tự lấy tích phân  $\int_{0}^{2} dx \int_{\frac{4-x^2}{4}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy.$ 

Câu 5 (2đ). Tính các tích phân kép sau

a) 
$$\iint\limits_{D} \left(x^2 + 1\right) dx dy$$
,  $D$  là miền giới hạn bởi  $y^2 = x$ ,  $y = x^2$ .

b) 
$$\iint_{D} \sin \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \text{ v\'oi } D = \left\{ \left( x, y \right) \in \square^2 : \pi^2 \le x^2 + y^2 \le 4\pi^2, x \le 0, y \ge 0 \right\}.$$

Câu 6 (1đ). Tính thể tích của vật thể V giới hạn bởi các mặt x+y+z=2,3x+y=2,

$$\frac{3}{2}x + y = 2, y = 0, z = 0.$$
 bkkhongsotach.edu.vn

Câu 7 (2đ). Tính các tích phân bội ba sau

a) 
$$\iiint_V z dx dy dz$$
, với khối  $V$  được giới hạn bởi  $z^2 = 4(x^2 + y^2)$ ,  $z = 4$ .

b) 
$$\iiint_{V} 2xyzdxdydz, \text{ v\'oi } V = \left\{ (x, y, z) \in \Box^{3} : x^{2} + y^{2} + z^{2} \le 4, x \ge 0, y \ge 0, z \le 0 \right\}$$

**Câu 8 (1đ).** Cho hàm số  $f(y) = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin^2 x + y^2 \cos^2 x) dx$ . Tính f'(1).

Khóa: 61. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Tính độ cong của đường  $r = a(1 + \cos \varphi)(a > 0)$  tại điểm ứng với  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ .

**Câu 2 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của mặt cong  $z = x^2 + y^2$  tại điểm M(1;-2;5).

**Câu 3 (1đ).** Tìm hình bao của họ đường cong  $\frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{(5-c)^2} = 1$ , với c là tham số.

**Câu 4 (1đ)**. Đổi thứ tự lấy tích phân  $\int_{-2}^{1} dx \int_{x}^{2-x^{2}} f(x, y) dy.$ 

Câu 5 (2đ). Tính các tích phân kép sau

a)  $\iint_{D} \cos(x+y) dx dy$ , với miền D được giới hạn bởi  $x=0, y=\pi, y=x$ .

b) 
$$\iint_{D} \sqrt{1 - x^2 - y^2} dx dy \text{ v\'oi } D = \{(x, y) \in \mathbb{D}^2 : x^2 + y^2 \le 1, x \le y \le \sqrt{3}x\}.$$

**Câu 6 (1đ)**. Tính thể tích của vật thể V giới hạn bởi các mặt z = x + y, z = xy, x + y = 1, x = 0, y = 0.

Câu 7 (2đ). Tính các tích phân bội ba sau

a)  $\iiint_V \left(x^2 + y^2\right) dx dy dz$ , với khối V được giới hạn bởi  $x^2 + y^2 = 2z$ , z = 2.

b) 
$$\iiint_{V} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz, \text{ v\'oi } V = \{(x, y, z) \in \square^3 : x^2 + y^2 + z^2 \le x\}$$

**Câu 8 (1đ).** Cho hàm số  $\lim_{y\to 1} \int_{y}^{2y} x^2 \cos(\pi yx) dx$ .

Khóa: 61. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Tính độ cong của đường  $r = a(1+\cos\varphi)(a>0)$  tại điểm ứng với  $\varphi=0$ .

**Câu 2 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của mặt cong  $z = 2x^2 + 2y^2$  tại điểm M(1;0;2).

**Câu 3 (1đ).** Tìm hình bao của họ đường cong  $\frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{(3-c)^2} = 2$ , với c là tham số.

**Câu 4 (1đ).** Đổi thứ tự lấy tích phân  $\int_{-3}^{1} dx \int_{2x}^{3-x^2} f(x,y) dy.$ 

Câu 5 (2đ). Tính các tích phân kép sau

a)  $\iint_D \sin(x+y) dxdy$ , với miền D được giới hạn bởi  $x=0, y=\frac{\pi}{2}, y=x$ .

b) 
$$\iint_{D} \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy \text{ v\'oi } D = \left\{ (x, y) \in \Box^2 : x^2 + y^2 \le 4, \frac{1}{\sqrt{3}} x \le y \le x \right\}.$$

Câu 6 (1đ). Tính thể tích của vật thể V giới hạn bởi các mặt z = 2(x+y), z = 2xy, x+y=2, x=0, y=0.

Câu 7 (2đ). Tính các tích phân bội ba sau

a)  $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ , với khối V được giới hạn bởi  $x^2 + y^2 = 2z$ , z = 3.

b) 
$$\iiint_{V} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz, \text{ v\'oi } V = \{(x, y, z) \in \square^3 : x^2 + y^2 + z^2 \le z, x \ge 0\}$$

**Câu 8 (1đ).** Cho hàm số  $\lim_{y\to 1} \int_{y}^{2y} x^2 \sin(\pi yx) dx$ .

Khóa: 61. Thời gian: 60 phút

Câu 1 (1đ). Cho  $\vec{p}(t) = e^t \cdot \vec{i} + \arctan t \cdot \vec{j} + \arcsin t \cdot \vec{k}$ . Tính  $\frac{d}{dt} \left( e^{2t} \vec{p}(t) \right) \Big|_{t=0}$ .

Câu 2 (1đ). Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của đường cong  $x = \cos t$ ,  $y = \sin t$ , z = t tại điểm ứng với  $t = -\pi$ .

**Câu 3 (1đ).** Đổi thứ tự lấy tích phân và tích  $\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{1} \sin(y^{2}) dy$ .

**Câu 4 (1đ).** Tính  $\iint_{\Sigma} \frac{x^2}{y} dxdy$ , trong đó D là miền giới hạn bởi bốn parabol  $y = x^2$ ,  $y = 2x^2$ ,  $x = y^2$ ,  $x = 2y^2$ .

**Câu 5 (1đ)**. Tính  $\iint_D (x+y) dx dy \text{ với } D \text{ là miền } \begin{cases} x^2+y^2 \le 4 \\ x \ge 0, y \le 0 \end{cases}.$  **Câu 6 (1đ)**. Tính  $\iiint_V z dx dy dz \text{, trong đó } V \text{ là miền giới hạn bởi các mặt } z = x^2 + y^2 \text{ và } z = 4.$ 

**Câu 7 (1đ).** Tính  $\iiint\limits_V z dx dy dz$ , trong đó V là miền  $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} \le 1$ ,  $y \ge 0$ ,  $z \ge 0$ .

**Câu 8 (1đ).** Tính  $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x \cos^{12} x dx$ .

**Câu 9 (1đ)**. Chứng minh rằng:  $\iint_{x+y \le 1, x \ge 0, y \ge 0} x^{2016} y^{2017} dx dy = \frac{\Gamma(2017)\Gamma(2018)}{\Gamma(2017 + 2018 + 1)}.$ 

Tính  $\iint_{[0:1]\times[0:1]} (x+y)^5 (x-y)^3 dxdy.$ Câu 10 (1**d**).

Khóa: 61. Thời gian: 60 phút

Câu 1 (1đ). Cho  $\vec{p}(t) = \arcsin t \cdot \vec{i} + e^t \cdot \vec{j} + \arctan t \cdot \vec{k}$ . Tính  $\frac{d}{dt} \left( e^{3t} \vec{p}(t) \right) \Big|_{t=0}$ .

Câu 2 (1đ). Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của đường cong  $x = \cos t$ ,  $y = \sin t$ , z = 2t tại điểm ứng với  $t = \pi$ .

**Câu 3 (1đ).** Đổi thứ tự lấy tích phân và tích  $\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{1} \sin(x^{2}) dx$ .

**Câu 4 (1đ).** Tính  $\iint_{\Sigma} \frac{y^2}{x} dxdy$ , trong đó D là miền giới hạn bởi bốn parabol  $y = x^2$ ,  $y = 3x^2$ ,  $x = y^2$ ,  $x = 3y^2$ .

**Câu 5 (1đ).** Tính  $\iint\limits_{D} (x-y) dx dy \text{ với } D \text{ là miền } \begin{cases} x^2+y^2 \leq 9 \\ x \leq 0, y \geq 0 \end{cases}.$  **Câu 6 (1đ).** Tính  $\iiint\limits_{V} z dx dy dz \text{, trong đó } V \text{ là miền giới hạn bởi các mặt } z = \sqrt{x^2+y^2} \text{ và}$ z = 2.

**Câu 7 (1đ)**. Tính  $\iiint_V z dx dy dz$ , trong đó V là miền  $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} \le 1, x \ge 0, z \ge 0$ .

**Câu 8 (1đ).** Tính  $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^{12} x \cos^{12} x dx$ .

**Câu 9 (1đ).** Chứng minh rằng:  $\iint_{x+y \le 1, x \ge 0, y \ge 0} x^{2017} y^{2016} dx dy = \frac{\Gamma(2018)\Gamma(2017)}{\Gamma(2018 + 2017 + 1)}.$ 

 $\iint_{[0;1]\times[0;1]} (x+y)^3 (x-y)^5 dxdy.$ Tính Câu 10 (1đ).

Khóa: 60. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Viết phương trình tiếp diện của mặt cong (S):  $x^2 + 2y^3 - yz = 0$  tại điểm M(1;1;3).

**Câu 2 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong  $x = t^2 + 1$ ,  $y = 2t^3 - t$  tại điểm A(2;1).

**Câu 3 (1đ).** Tính  $I = \iint_D y(1+x^2) dxdy$ , với  $D: 0 \le x \le 1, x \le y \le \sqrt{x}$ .

**Câu 4 (1đ).** Tính  $I = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , với  $D: x^2 + y^2 \le 2y$ ,  $|x| \le y$ .

**Câu 5 (1đ).** Tính  $J = \frac{D(x, y, z)}{D(u, v, w)}$  của phép đổi biến  $\begin{cases} x = 2u + 3v - w \\ y = -u + 2v - w \\ z = v + 2w \end{cases}$  **Câu 6 (1đ).** Tính  $I = \iiint_V \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{4} + \frac{z^2}{9}} dx dy dz$  với  $V : \frac{x^2 + y^2}{4} + \frac{z^2}{9} \le 1$ .

**Câu 7** (1**d**). Tính thể tích của vật thể  $\Omega$  được giới hạn bởi các mặt

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$
 và  $z = 2 - x^2 - y^2$ .

**Câu 8 (1đ).** Tìm hình bao của họ đường cong  $(L_c) y = \frac{x}{c} + \frac{1}{c} + c^2$  với tham số c.

**Câu 9 (1đ).** Tính  $I = \int_{0}^{1} dx \int_{0}^{1} e^{y^{2}} dy$ .

han  $I = \lim_{y \to 0} \int_{1}^{1} \frac{x^{2015} \cos(xy)}{1 + x^2 + 2y^2} dx.$ Tính giới 10 (1đ). Câu

Khóa: 60. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Viết phương trình tiếp diện của mặt cong (S):  $x^2 + 2y^3 + yz = 0$  tại điểm M(1;1;-3).

**Câu 2 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong  $x = t^2 - t$ ,  $y = 2t^3 - 1$  tại điểm A(0;1).

Câu 3 (1đ). Tính  $I = \iint_D x (1+y^2) dxdy$ , với  $D: 0 \le y \le 1, y \le x \le \sqrt{y}$ .

**Câu 4 (1đ).** Tính  $I = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ , với  $D: x^2 + y^2 \le 2x$ ,  $|y| \le x$ .

**Câu 5 (1đ).** Tính  $J = \frac{D(x, y, z)}{D(u, v, w)}$  của phép đổi biến  $\begin{cases} x = u + 3v + w \\ y = u + 2v + w \end{cases}$  z = v - 2w **Câu 6 (1đ).** Tính  $I = \iiint_V \left(\frac{x^2 + y^2}{9} + \frac{z^2}{4}\right) dx dy dz$  với  $V : \frac{x^2 + y^2}{9} + \frac{z^2}{4} \le 1$ .

**Câu 7** (1 $\mathbf{d}$ ). Tính thể tích của vật thể  $\Omega$  được giới hạn bởi các mặt

$$z = -\sqrt{x^2 + y^2}$$
 và  $z = x^2 + y^2 - 2$ .

**Câu 8 (1đ).** Tìm hình bao của họ đường cong  $(L_c)y = \frac{x}{c} + 1 + c^2$  với tham số c.

**Câu 9 (1đ).** Tính  $I = \int_{0}^{1} dx \int_{x}^{1} e^{y^{2}} dy$ .

hạn  $I = \lim_{y \to 0} \int_{1+x^2+2y^2}^{1} \frac{x^{2015} + y^{2016}}{1+x^2+2y^2} dx.$ Câu **10** (1đ). Tính giới

Khóa: 60. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Tính độ cong của đường  $(L)x = t^2 - 1$ ,  $y = t^3$  tại điểm M(0;1).

**Câu 2 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến của mặt cong (S):  $y = x^2 - 2z^3$  tại điểm M(1;-1;1).

**Câu 3 (1đ).** Đổi thứ tự tính tích phân  $I = \int_{1}^{1} dy \int_{1}^{y^{2}} f(x, y) dx$ .

**Câu 4 (1đ).** Tính  $I = \iint_D \sqrt{2y - x^2 - y^2} dxdy$ , với  $D: x^2 + y^2 \le 2y$ ,  $x \ge 0$ .

**Câu 5 (1đ)**. Tìm cận lấy tích phân trong tọa độ cực của  $I = \iint_D f(x, y) dx dy$ , trong đó D là miền được giới hạn bởi  $x^2 + y^2 = 2x$ , y = x,  $y = x\sqrt{3}$ .

**Câu 6 (1đ)**. Tính  $I = \iiint_V (x+y)(y-2z)(1+z) dx dy dz$  với V được xác định bởi  $0 \le x+y \le 1, \ 0 \le y-2z \le 1, \ 0 \le z \le 1.$ 

**Câu 7 (1đ).** Tính  $I = \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$ , với V là miền nằm trong mặt trụ  $x^2 + y^2 = 1$ , được

giới hạn bởi các mặt  $z = 4 - x^2 - y^2$  và mặt Oxy.

**Câu 8 (1đ).** Viết phương trình pháp diện của đường cong (L):  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z = 3 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 1 \end{cases}$  tại điểm M(1;1;1).

**Câu 9 (1đ).** Tính  $I = \iiint_V (x+y)^2 dx dy dz$  với  $V : x^2 + y^2 + z^2 \le 1$ .

 $I = \int_{0}^{2} x^8 \sqrt{4 - x^2} dx.$ Câu **10** Tính  $(1\mathfrak{d}).$ 

Khóa: 60. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Tính độ cong của đường  $(L) y = x^3 - 3x$  tại điểm M(1, -2).

**Câu 2 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến của mặt cong (S):  $x = z^2 + 2y^2$  tại điểm M(3;1;1).

**Câu 3 (1đ).** Đổi thứ tự tính tích phân  $I = \int_{a}^{1} dx \int_{a}^{x^{2}} f(x, y) dy$ .

**Câu 4 (1đ).** Tính  $I = \iint_D \sqrt{2x - x^2 - y^2} dxdy$ , với  $D: x^2 + y^2 \le 2y$ ,  $y \ge 0$ .

**Câu 5 (1đ).** Tìm cận lấy tích phân trong tọa độ cực của  $I = \iint_D f(x, y) dx dy$ , trong đó D là

miền được giới hạn bởi  $x^2 + y^2 = 2x$ , y = x,  $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 6 (1đ).** Tính  $I = \iiint_V (x-y)(y+2z)(1+z) dx dy dz$  với V được xác định bởi

**Câu 7 (1đ)**. Tính  $I = \iiint_V z dx dy dz$ , với V là miền nằm trong mặt trụ  $x^2 + y^2 = 1$ , được giới hạn bởi các mặt  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  và mặt z = 0.

**Câu 8 (1đ).** Viết phương trình pháp diện của đường cong (L):  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 1 \end{cases}$  tại điểm M(1;1;1).

**Câu 9 (1đ).** Tính  $I = \iiint_V (x^2 + y) dx dy dz$  với  $V : x^2 + y^2 + z^2 \le 1$ .

 $I = \int_{0}^{2} x^{6} \sqrt[3]{\left(8 - x^{3}\right)^{2}} dx.$ Câu 10 (1d).Tính

Khóa: 60. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Viết phương trình pháp diện của đường cong  $x = t^3$ ,  $y = t^2 + 1$ , z = 2t + 1 tại điểm M(1;2;3).

**Câu 2 (1đ).** Viết phương trình tiếp diện của mặt cong (S):  $z = x^2 - 2y^2$  tại điểm A(1;1;-1).

**Câu 3 (1đ).** Tính  $I = \iint_D (x + x^2 y) dx dy$ , với  $D: -1 \le x \le 1$ ;  $0 \le y \le 3$ .

**Câu 4 (1đ).** Tính  $J = \frac{D(x,y)}{D(r,\varphi)}$  của phép đổi biến  $\begin{cases} x = 1 - r\sin\varphi \\ y = 2\cos\varphi \end{cases}$ .

**Câu 5 (1đ).** Tính  $I = \iint_D \sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}} dx dy$ , với  $D: 1 \le x^2 + \frac{y^2}{4} \le 4$ .

**Câu 6 (1đ)**. Tính diện tích miền D giới hạn bởi các đường  $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$ , y = 0,  $x^2 + y^2 = 2x$ .

**Câu 7 (1đ)**. Tính  $I = \iiint_V z dx dy dz$ , với V được giới hạn bởi các mặt  $z = x^2 + y^2$ , z = 4.

Câu 8 (1đ). Tính  $I = \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ , với V được xác định bởi

$$x^2 + y^2 + z^2 \le 1, z \le -\sqrt{x^2 + y^2}$$
.

**Câu 9 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong (L):  $\begin{cases} x^2 + y + z^2 = 3 \\ x + y^2 - z^2 = 1 \end{cases}$  tại điểm M(1;1;1).

**Câu** 10 (1đ). Tính  $I = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \cdot \cos^6 x dx$ .

Khóa: 60. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Viết phương trình pháp diện của đường cong  $x = t^3 - 1$ ,  $y = t^2$ ,  $z = t^3 - t$  tại điểm M(0;1;0).

**Câu 2 (1đ)**. Viết phương trình tiếp diện của mặt cong (S):  $z = 2x^2 + y^2$  tại điểm A(1;-1;3).

**Câu 3 (1đ).** Tính  $I = \iint_D (y + y^2 x) dx dy$ , với  $D: 0 \le x \le 3; -1 \le y \le 1$ .

**Câu 4 (1đ).** Tính  $J = \frac{D(x,y)}{D(r,\varphi)}$  của phép đổi biến  $\begin{cases} x = 1 - 2\sin\varphi \\ y = r\cos\varphi \end{cases}$ .

**Câu 5 (1đ).** Tính  $I = \iint_D \sqrt{\frac{x^2}{9} + y^2} dx dy$ , với  $D: 1 \le \frac{x^2}{9} + y^2 \le 4$ .

**Câu 6 (1đ)**. Tính diện tích miền D giới hạn bởi các đường  $y = x\sqrt{3}$ , y = 0,  $x^2 + y^2 = 2x$ .

**Câu 7 (1đ).** Tính  $I = \iiint_U \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$ , với V được giới hạn bởi các mặt  $z = x^2 + y^2$ , z = 1.

Câu 8 (1đ). Tính  $I = \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ , với V được xác định bởi

$$x^2 + y^2 + z^2 \le 1, z \ge \sqrt{x^2 + y^2}$$
.

**Câu 9 (1đ)**. Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong (L):  $\begin{cases} x^2 - y - z^2 = -1 \\ x + y^2 - z^2 = 1 \end{cases}$  tại điểm M(1;1;1).

**Câu** 10 (1đ). Tính  $I = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^{6} x \cdot \cos^{5} x dx$ .

Khóa: 59. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Tính độ cong của đường  $y = x^3 + x$  tại điểm A(1;2).

**Câu 2 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của đường cong  $x = 2\cos t$ ,  $y = \sin t$ ,  $z = 2\sin t + 3$  tại điểm ứng với  $t = \pi$ .

Câu 3 (1đ). Tìm hình bao của họ đường tròn

 $x^2 + y^2 - x\cos\alpha - y\sin\alpha - 2 = 0$ , với  $\alpha$  là tham số.

**Câu 4 (1đ)**. Đổi thứ tự lấy tích phân  $\int_{-1}^{1} dx \int_{0}^{1-x^{2}} f(x,y) dy.$ 

Câu 5 (2đ). Tính các tích phân kép sau

a) 
$$\iint_D (2x+y) dxdy$$
 với  $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x+y \le 1, x \ge 0, y \ge 0\}$ .

b) 
$$\iint_D \cos(x^2 + y^2) dxdy$$
 với  $D = \{(x, y) \in R^2 : x^2 + y^2 \le 1, y \ge 0\}$ .

**Câu 6 (1đ).** Tính thể tích của vật thể V xác định bởi các mặt z = 0,  $z = 1 + x^2 + y^2$  và  $x^2 + y^2 = 4$ .

Câu 7 (2đ). Tính tích phân bội ba sau: 9 5 0 t 0 c h . e d u . v n

a) 
$$\iiint_V x dx dy dz$$
, trong đó

$$V = \{(x, y, z) \in \square^3 : 0 \le x \le 1, x \le y \le 2x, x^2 \le z \le x^2 + y^2\}.$$

b) 
$$\iiint_{V} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$$
, trong đó

$$V = \{(x, y, z) \in \square^3 : 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 4, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0\}$$

**Câu 8 (1đ).** Cho hàm số 
$$f(y) = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos^2 x + y^2 \sin^2 x} dx$$
. Tính  $f'(1)$ .

Khóa: 59. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Tính độ cong của đường  $y = x^3 - x$  tại điểm A(1;0).

**Câu 2 (1đ).** Viết phương trình tiếp tuyến và pháp diện của đường cong  $x = 2\sin t$ ,  $y = \cos t$ ,  $z = \sin t - 3$  tai điểm ứng với  $t = \pi$ .

Câu 3 (1đ). Tìm hình bao của họ đường tròn

 $x^2 + y^2 - x\cos\alpha - y\sin\alpha - 6 = 0$ , với  $\alpha$  là tham số.

**Câu 4 (1đ)**. Đổi thứ tự lấy tích phân  $\int_{-1}^{1} dx \int_{1+x^2}^{2} f(x,y) dy$ .

Câu 5 (2đ). Tính các tích phân kép sau

a) 
$$\iint_{D} (x-2y) dxdy$$
 với  $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x+y \le 1, x \ge 0, y \ge 0\}$ .

b) 
$$\iint_{D} \sin(x^{2} + y^{2}) dxdy \text{ v\'oi } D = \{(x, y) \in R^{2} : x^{2} + y^{2} \le 4, y \ge 0\}.$$

**Câu 6 (1đ)**. Tính thể tích của vật thể V xác định bởi các mặt z = 0,  $z = 2 + x^2 + y^2$  và  $x^2 + y^2 = 1$ .

Câu 7 (2đ). Tính tích phân bội ba sau: 9 5 0 t 0 c h . e d u . v n

a)  $\iiint_{V} y dx dy dz$ , trong đó

$$V = \{(x, y, z) \in \square^3 : 0 \le x \le 1, x \le y \le 2x, y^2 \le z \le x^2 + y^2\}.$$

b) 
$$\iiint\limits_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$$
, trong đó

$$V = \{(x, y, z) \in \square^3 : x^2 + y^2 + z^2 \le 1, y \ge 0, z \ge 0\}$$

**Câu 8 (1đ).** Cho hàm số 
$$f(y) = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin^2 x + y^2 \cos^2 x} dx$$
. Tính  $f'(1)$ .

Khóa: 59. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ).** Tính độ cong của đường  $x = 2\cos t$ ,  $y = 2\sin t$ , z = 3t + 1 tại điểm ứng với t = 0.

**Câu 2 (1đ)**. Viết phương trình tiếp diện và pháp tuyến của mặt cong  $z^2 = x^2 + 2y^2 + 3$  tại điểm M(2;-1;3).

**Câu 3 (1đ).** Tìm hình bao của họ đường  $2x\cos\alpha + y\sin\alpha = 1$ , với  $\alpha$  là tham số.

**Câu 4 (1đ).** Đổi thứ tự lấy tích phân  $\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{\sqrt[3]{x}} f(x, y) dy$ .

Câu 5 (2đ). Tính các tích phân kép sau

- a)  $\iint_{D} (x^2 + 3y^2) dxdy \text{ trong dó } D \text{ là miền giới hạn bởi các đường cong } y = x^2 \text{ và } y = x.$
- b)  $\iint\limits_{D} y dx dy \text{ trong đó } D \text{ là miền xác định bởi } x^2 + y^2 \leq 2x, \ y \geq 0.$

Câu 6 (1đ). Tính thể tích của vật thể V xác định bởi

$$0 \le x - y \le 1, 0 \le x + y \le 2 \text{ và } 0 \le y + 3z \le 3.$$

Câu 7 (2đ). Tính tích phân bội ba sau:

a)  $\iiint_V y dx dy dz$ , trong đó b k k h o n g s o t a c h . e d u . v n

$$V = \{(x, y, z) \in \square^3 : 0 \le x \le 1, 0 \le y \le x, 0 \le z \le y^2\}.$$

b) 
$$\iiint_{V} (x^2 + y^2) dx dy dz$$
 với  $V = \{(x, y, z) \in \square^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \le z \le 1\}$ 

**Câu 8 (1đ).** Tìm 
$$\lim_{y\to 0} \int_{y}^{1+y} \frac{\arctan(x+y)}{1+x^2+y^2} dx$$
.

Khóa: 59. Thời gian: 60 phút

**Câu 1 (1đ)**. Tính độ cong của đường  $x = 3\sin t$ ,  $y = 3\cos t$ , z = 2t + 1 tại điểm ứng với t = 0.

**Câu 2 (1đ).** Viết phương trình tiếp diện và pháp tuyến của mặt cong  $z^2 = x^2 + 3y^2 + 2$  tại điểm M(2;-1;3).

**Câu 3 (1đ)**. Tìm hình bao của họ đường  $x\cos\alpha + 3y\sin\alpha = 1$ , với  $\alpha$  là tham số.

**Câu 4 (1đ).** Đổi thứ tự lấy tích phân  $\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{\sqrt[4]{x}} f(x, y) dy$ .

Câu 5 (2đ). Tính các tích phân kép sau

- a)  $\iint_{D} (3x^2 y^2) dx dy \text{ trong dó } D \text{ là miền giới hạn bởi các đường cong } x = y^2 \text{ và } y = x.$
- b)  $\iint\limits_{D} x dx dy \text{ trong đó } D \text{ là miền xác định bởi } x^2 + y^2 \leq 2y, \ x \geq 0.$

Câu 6 (1đ). Tính thể tích của vật thể V xác định bởi

$$0 \le x - 2y \le 1, 0 \le 2x + y \le 2 \text{ và } 0 \le y + 2z \le 4.$$

Câu 7 (2đ). Tính tích phân bội ba sau:

a)  $\iiint_V (x+y) dx dy dz$ , trong đó hong sotach. edu. vn

$$V = \{(x, y, z) \in \square^3 : 0 \le y \le 1, 0 \le x \le y, 0 \le z \le y^2\}.$$

b) 
$$\iiint_{V} (x^2 + y^2) dx dy dz$$
 với  $V = \{(x, y, z) \in \square^3 : x^2 + y^2 \le z \le 1\}$ 

**Câu 8 (1đ).** Tìm 
$$\lim_{y\to 0} \int_{2y}^{1+y} \frac{\arctan(x+y)}{1+x^2+y^2} dx$$
.