

ĐỀ THI THỬ GIẢI TÍCH I - MI1114

Các câu hỏi có một đáp án đúng

Bài 1. Xác định tập giá trị của của hàm số $y = \arctan(\ln(2x))$.

$$(0, +\infty) \xrightarrow{\ln(2x)} (-\infty, +\infty) \xrightarrow{\arctan} \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

A. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

C. $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$.

☒ B. $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

D. $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$.

Bài 2. Cho $f(x) = \frac{2x+1}{3x+1}$ và $g(x)$ là một hàm số thỏa mãn $(f \circ g)(x) = \frac{4x-1}{6x-2}$. Xác định $g(x)$?

$$\frac{4x-1}{6x-2} = \frac{2(2x-1)+1}{3(2x-1)+1}$$

A. $g(x) = 2x + 1$.

C. $g(x) = 1 - 2x$.

☒ B. $g(x) = 2x - 1$.

D. $g(x) = 2 + 2x$.

Bài 3. Hàm nào sau đây có gián đoạn bước nhảy tại $x = 0$ với bước nhảy lớn hơn 1?

☒ A. $y = \operatorname{arccot} \frac{1}{x}$. $\omega = \frac{\pi}{2} > 1$

C. $y = e^{-\frac{1}{x^2}}$. loại 2

B. $y = \arccos \frac{1}{x}$. gián đoạn loại 2

D. $y = \frac{1}{\pi} \arctan \frac{1}{x}$. $\omega = 1$.

Bài 4. Xác định cặp giá trị $a, b \in \mathbb{R}$ để hàm $y = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+6x} - \sqrt[3]{1+2x^a}}{x}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

A. $a = 0, b = 2$.

☒ C. $a = 1, b = 2$.

B. $a = 1, b = 3$.

D. $a = 2, b = 2$.

Bài 5. Hàm số nào là vô cùng bé tương đương với $\arcsin(2x)$ khi $x \rightarrow 0^+$?

A. $y = \sqrt{x^2 + 2x} \sim \sqrt{2} \sqrt{x}$

C. $y = e^{x^2} - \cos x^2 = e^{x^2} - 1 + 1 - \cos(x^2) \sim x^2$

☒ B. $y = \frac{\ln(x^2 + 1)}{\sqrt{1+x} - 1} \sim \frac{x^2}{x \cdot \frac{1}{2}} = 2x$

D. $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{\sqrt{1+x} - 1} \sim \frac{\sqrt{2} \sqrt{x}}{x \cdot \frac{1}{2}} \rightarrow \infty$ k' là vcb

Bài 6. Tính hàm ngược của hàm số $f: (0, 1) \rightarrow \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $f(x) = \arccos \sqrt{x}$?

A. $f^{-1}(x) = \cos x^2$.

C. $f^{-1}(x) = \cos(\sqrt{x})$.

☒ B. $f^{-1}(x) = \cos^2 x$.

D. $f^{-1}(x) = \sqrt{\cos x}$.

$$y = \arccos \sqrt{x} \Rightarrow \cos y = \sqrt{x} \Rightarrow x = (\cos y)^2$$

$$(0, 1) \xrightarrow{\sqrt{x}} (0, 1) \xrightarrow{\arccos} \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\xleftarrow{\cos} \xleftarrow{x^2} (\cos x)^2$$

Bài 7. Hàm số nào dưới đây là hàm số tuần hoàn?

- A. $\cos \sqrt{x}$. \rightarrow BT để chứng minh
- ☒ C. $\sin^2 x$. $= \frac{1 - \cos 2x}{2}$ chu kỳ π
- B. $\tan(\ln x)$. \rightarrow TXĐ $x > 0$
- D. $\cot(x^2)$. BT để chứng minh

Bài 8. Tính vi phân của hàm số $y = \operatorname{arccot}(x^2)$ tại $x = -1$.

- ☒ A. $dy(-1) = dx$.
- C. $dy(-1) = \frac{-\pi}{4} dx$.
- B. $dy(-1) = -dx$.
- D. $dy(-1) = \frac{3\pi}{4} dx$.

$$y' = 2x \cdot \frac{-1}{1+x^4} \Rightarrow y'(-1) = 1$$

Các câu hỏi có nhiều đáp án đúng

Bài 9. Hàm số $y = \sin x^2$ đạt cực đại tại những điểm nào sau đây?

- A. $x = 0$.
- ☒ C. $x = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$.
- ☒ E. $x = -\sqrt{\frac{\pi}{2}}$.
- ☒ B. $x = \sqrt{\frac{3\pi}{2}}$.
- D. $x = \frac{\pi}{2}$.
- F. $x = -\frac{3\pi}{2}$.

$$\sin(x^2) \leq 1$$

$$y' = 2x \cos(x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ \cos(x^2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{\pi}{2} + k\pi}$$

Cực đại tại $x = \sqrt{\frac{\pi}{2} + k\pi}$

Bài 10. Hàm nào là hàm đơn điệu trên tập xác định?

- A. $y = \sin x$.
- ☒ C. $y = \sinh x$.
- E. $y = \tan x$.
- ☒ B. $y = \arcsin x$.
- D. $y = \frac{1}{x}$.
- $y' = \frac{\sinh x}{1+x^2}$
- ☒ F. $y = \tanh x$.

$$\frac{\pi}{4} > 0 \text{ nhưng } \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) < \tan 0 = 0$$

Bài 11. Cho hàm số $f(x) = \sin(x)\sqrt[3]{x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- ☒ A. Hàm số khả vi tại $x = 0$.
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
- B. Hàm số không khả vi tại $x = 0$.
- ☒ E. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- ☒ C. Hàm số liên tục tại $x = 0$.
- F. Hàm số đơn điệu trên \mathbb{R} .

$$f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \sqrt[3]{x} = 0 \Rightarrow f'(0) = 0$$

$$f'(x) = \begin{cases} \cos x \sqrt[3]{x} + \frac{1}{3} \sin x x^{-\frac{2}{3}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} = \begin{cases} \frac{3 \cos x \cdot x + \sin x}{\sqrt[3]{x^2}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$f' \mid - \quad 0 \quad +$

Bài 12. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và khả vi trên $[2, 4]$ thỏa mãn $f(2) = 0$. Xét hàm số $g(x) = (x-4)f(x)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- ☒ A. Hàm số $g(x)$ khả vi trên $(2, 4)$.
- B. Tồn tại $c \in (2; 4)$ để đồ thị hàm số $g(x)$ có gián đoạn loại I tại $x = c$. \rightarrow Sai do g ltt.
- ☒ C. Tồn tại $c \in (2; 4)$ sao cho $g'(c) = 0$. \rightarrow Áp dụng Rolle cho $g(x)$
- D. Hàm số g không bị chặn trên $[2; 4]$. g ltt trên $[2; 4] \Rightarrow$ đạt max, min $\Rightarrow g$ bị chặn.

Các câu hỏi tự luận

Bài 13. Tính đạo hàm của hàm số $y = (\sin x)^{\arctan x}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Bài 14. Chứng minh hàm số $y = \sin \frac{1}{x}$ không liên tục đều trên $(0, 1)$.

Bài 15. Tính vi phân cấp 10 của $y = x^3 e^{3x}$ tại $x = 0$.

(13)

$$y = (\sin x)^{\arctan x}$$

$$\Rightarrow \ln y = \arctan x \cdot \ln(\sin x)$$

$$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{1}{1+x^2} \ln(\sin x) + \frac{\arctan x}{\sin x} \cdot \cos x$$

$$\Rightarrow y' = y \left(\frac{\ln(\sin x)}{1+x^2} + \arctan x \cdot \cot x \right)$$

(14)

$$\text{Xét } x_n = \frac{1}{\frac{\pi}{2} + 2n\pi}, \quad y_n = \frac{1}{\pi + 2n\pi} \Rightarrow x_n - y_n = \frac{1}{\frac{\pi}{2} + 2n\pi} - \frac{1}{\pi + 2n\pi} = \frac{\frac{\pi}{2}}{(\frac{\pi}{2} + 2n\pi)(\pi + 2n\pi)} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

$$\text{Nhưng } \left| \sin \frac{1}{x_n} - \sin \frac{1}{y_n} \right| = \left| \sin \left(\frac{\pi}{2} + 2n\pi \right) - \sin(\pi + 2n\pi) \right| \rightarrow 1 \neq 0$$

$$\Rightarrow \sin \frac{1}{x} \text{ không lt đều trên } (0, 1).$$

(15)

$$y = x^3 e^{3x}$$

$$y^{(10)}(x) = x^3 \cdot (e^{3x})^{(10)} + C_{10}^1 \cdot 3x^2 (e^{3x})^{(9)} + C_{10}^2 \cdot 6x \cdot (e^{3x})^{(8)} + C_{10}^3 \cdot 6 \cdot (e^{3x})^{(7)}$$

$$\Rightarrow y^{(10)}(0) = \left(C_{10}^3 \cdot 6 (e^{3x})^{(7)} \right) \Big|_{x=0} = C_{10}^3 \cdot 6 \cdot 3^7$$