



ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
VIỆN CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

Xử lý tín hiệu

Chương 3: Bộ lọc FIR

PGS. TS. Trịnh Văn Loan

Viện Công nghệ thông tin và Truyền thông

Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội

Tài liệu tham khảo

- Discrete-Time Signal Processing, 2nd Ed., A.V.Oppenheim, R.W. Schafer, J.R. Buck, Prentice Hall, 1999
- Digital Signal Processing. Principles, Algorithms, and Applications, 3rd Ed., J.G. Proakis, D.G. Manolakis, Prentice Hall, 1996
- Xử lý tín hiệu số
- Xử lý tín hiệu số và lọc số

Chương 3: Bộ lọc FIR

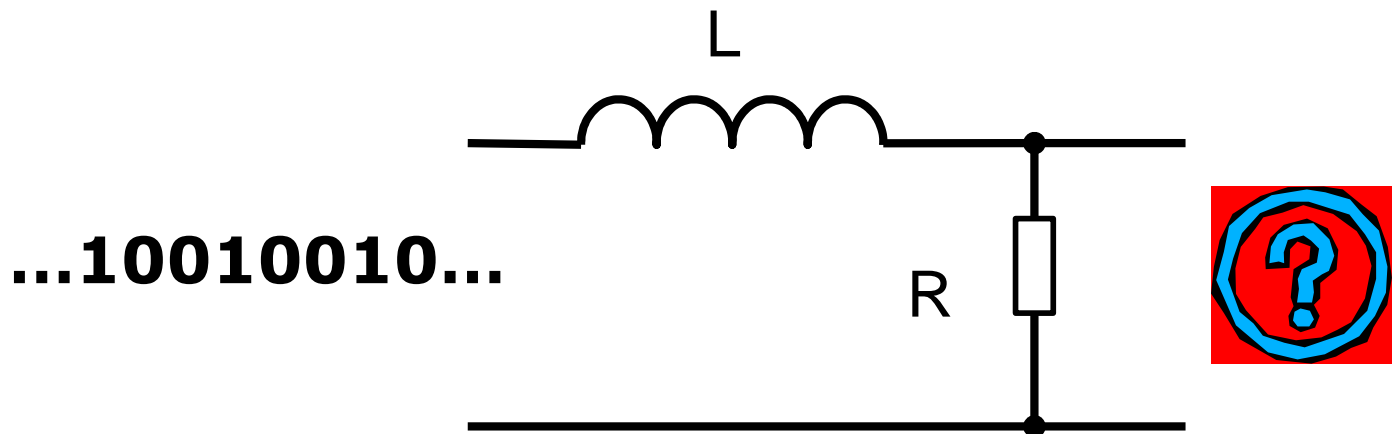
- 3.1. Khái niệm
- 3.2. Sơ đồ khối thực hiện bộ lọc FIR
- 3.3. Đặc tính bộ lọc FIR
- 3.4. Phương pháp thiết kế bộ lọc FIR

3.1. Khái niệm lọc số

- Trong nhiều ứng dụng khác nhau, thường phải thay đổi biên độ của các thành phần tần số khác nhau của tín hiệu hoặc loại bỏ đi một số thành phần tần số nào đó.

Quá trình xử lý như vậy đối với tín hiệu được gọi là lọc.

- Bộ lọc số: là bộ lọc dùng để lọc tín hiệu số
- Có thể dùng bộ lọc tương tự để lọc tín hiệu số được không ?



3.1. Khái niệm lọc số

- Xét hệ TT-BB có PT-SP

Đáp ứng xung của hệ:

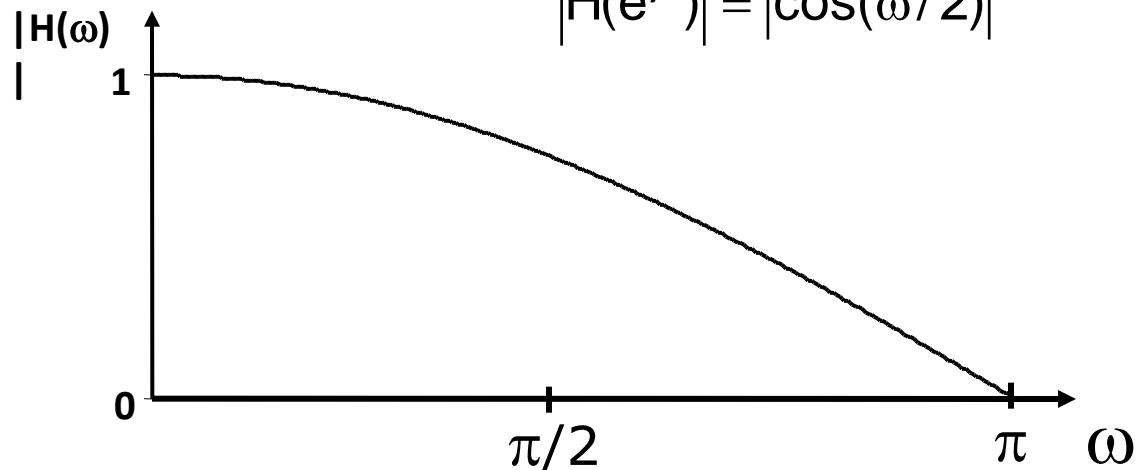
$$y(n) = \frac{1}{2}(x(n) + x(n-1))$$

Đáp ứng tần số của hệ: $h(n) = \frac{1}{2}(\delta(n) + \delta(n-1))$

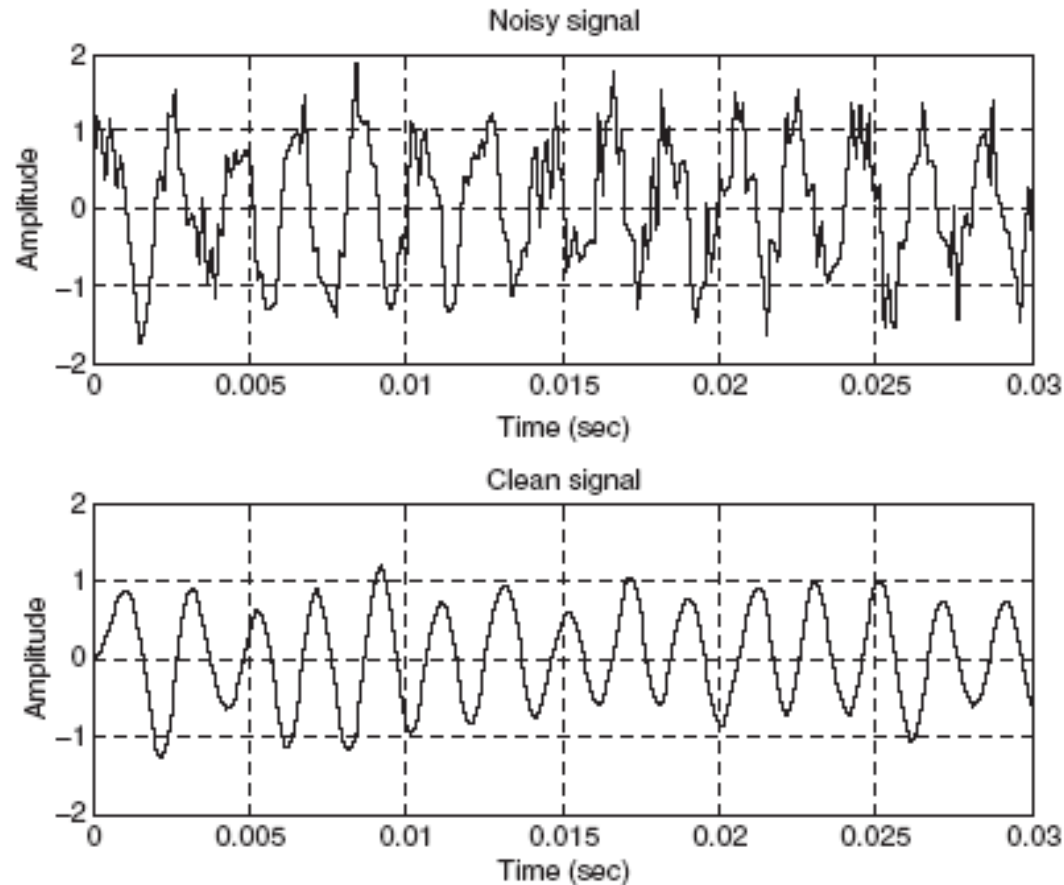
$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{2}[1 + e^{-j\omega}] = e^{-j\omega/2} \cos(\omega/2)$$

Đáp ứng biên
độ của bộ lọc
thông thấp

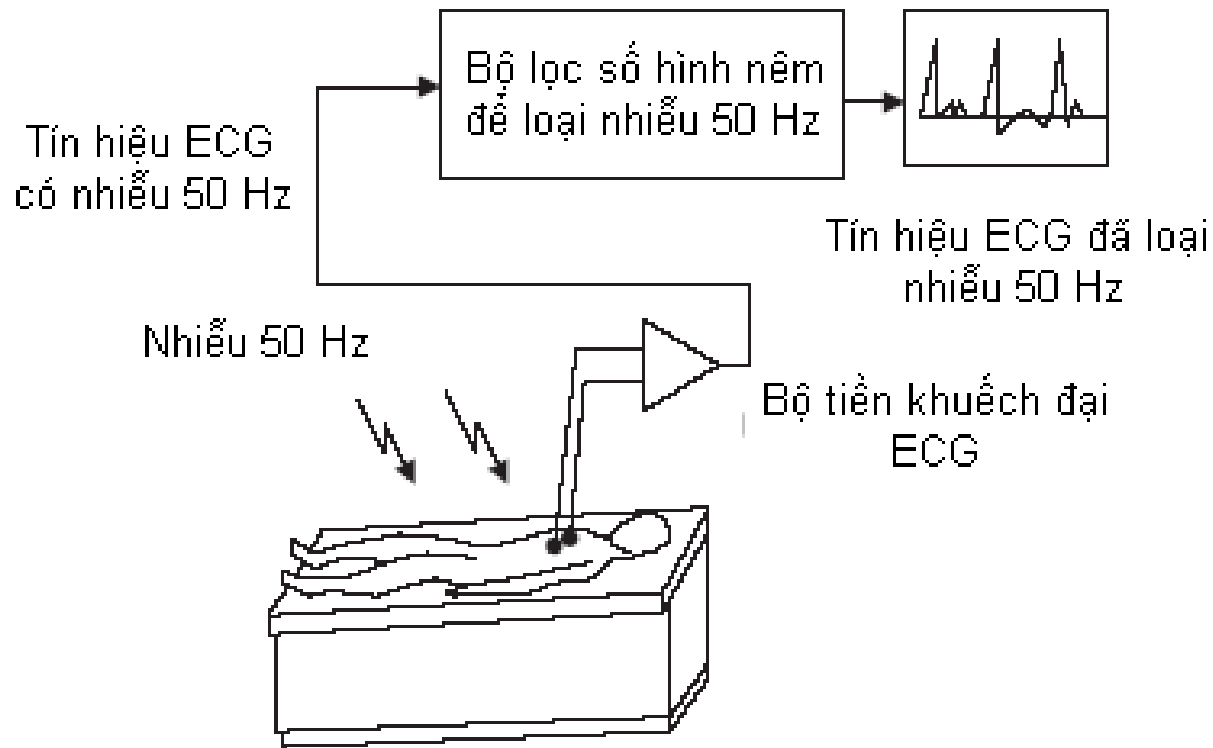
$$|H(e^{j\omega})| = |\cos(\omega/2)|$$



Ví dụ lọc để loại nhiễu



Ví dụ lọc để loại nhiễu



Bộ lọc FIR

- Bộ lọc FIR và IIR
N=0: FIR, N>0: IIR

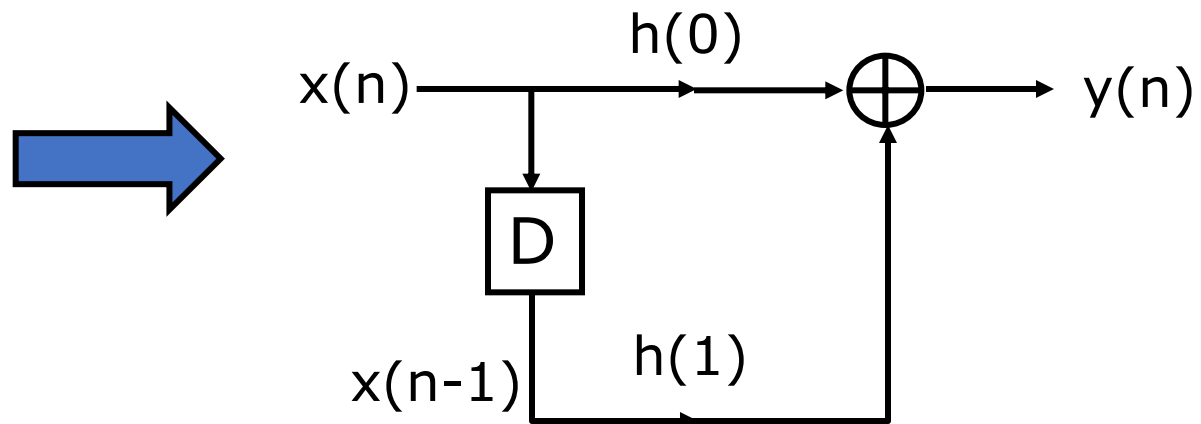
$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$$

- N = 0

$$y(n) = \sum_{k=0}^M \frac{b_k}{a_0} x(n-k) = \sum_{k=0}^M h(k) x(n-k)$$

$$M = 1 : y(n) = h(0)x(n) + h(1)x(n-1)$$

Sơ đồ khối



Bộ lọc FIR

Const

h0 = 0.5; (* Các hệ số của bộ lọc được *)

h1 = 0.5; (* xác định theo thiết kế *)

Var

xn, xnt1, yn: real;

Begin

xnt1 := 0;

Repeat

(* Nhập tín hiệu vào từ bàn phím *)

Write('Cho biết tín hiệu vào xn = ');

Readln(xn);

(* Tính tính hiệu ra *)

yn:= h0 * xn + h1 * xnt1;

(* Trễ tín hiệu *)

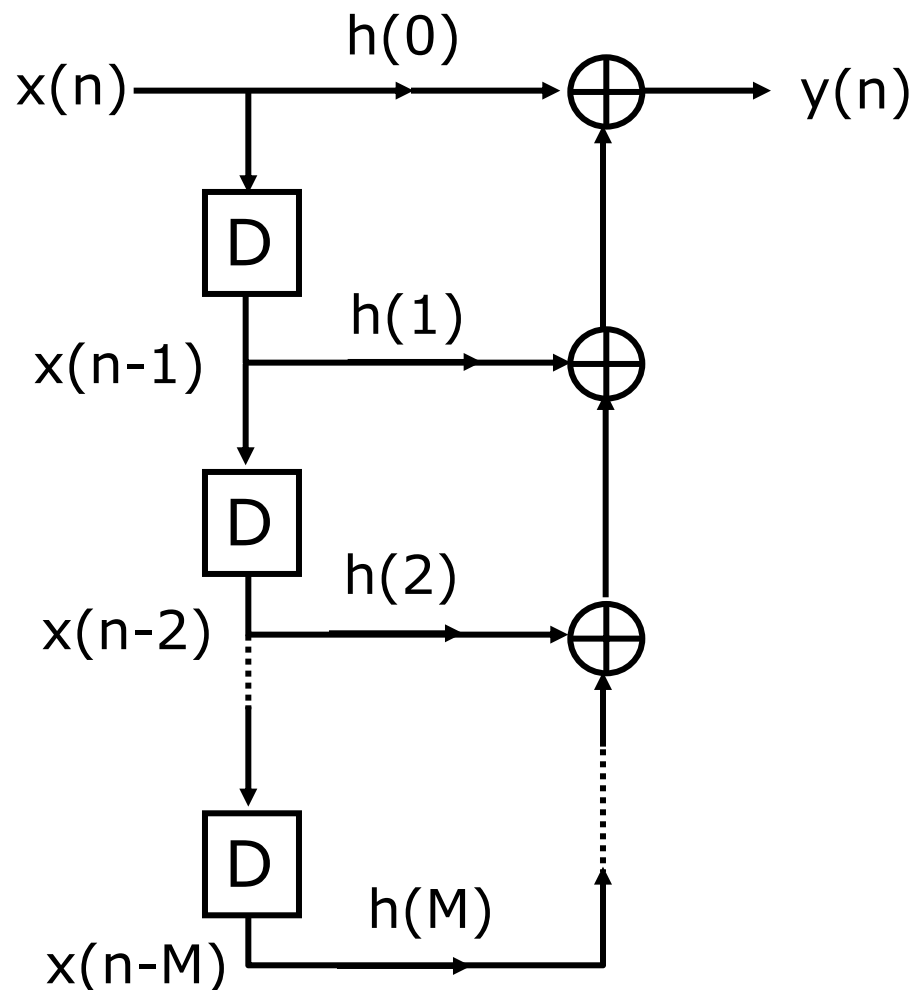
xnt1 := xn;

Until Ketthuc;

End.

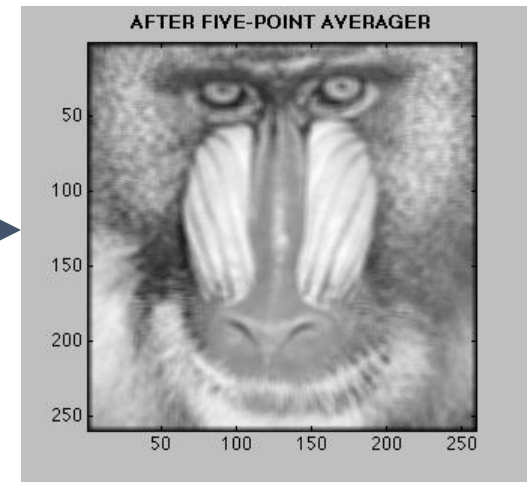
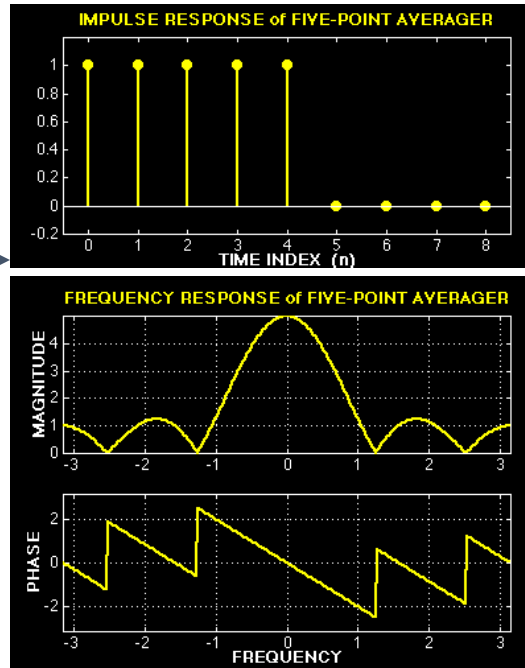
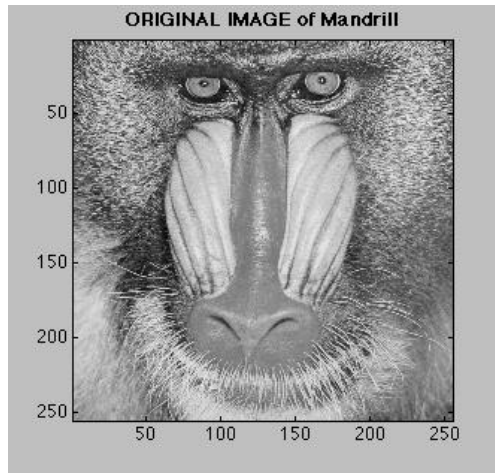
3.2. Sơ đồ khối thực hiện bộ lọc FIR

- Trường hợp tổng quát



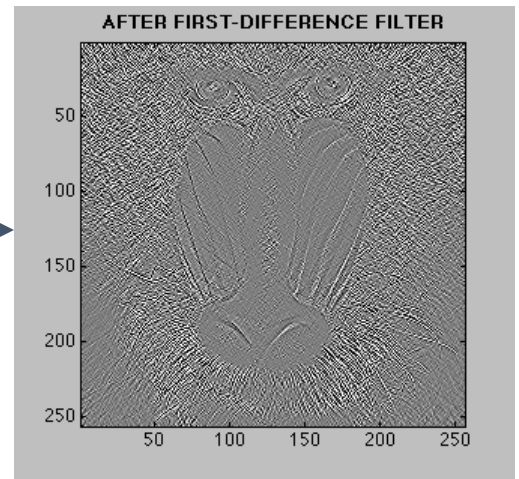
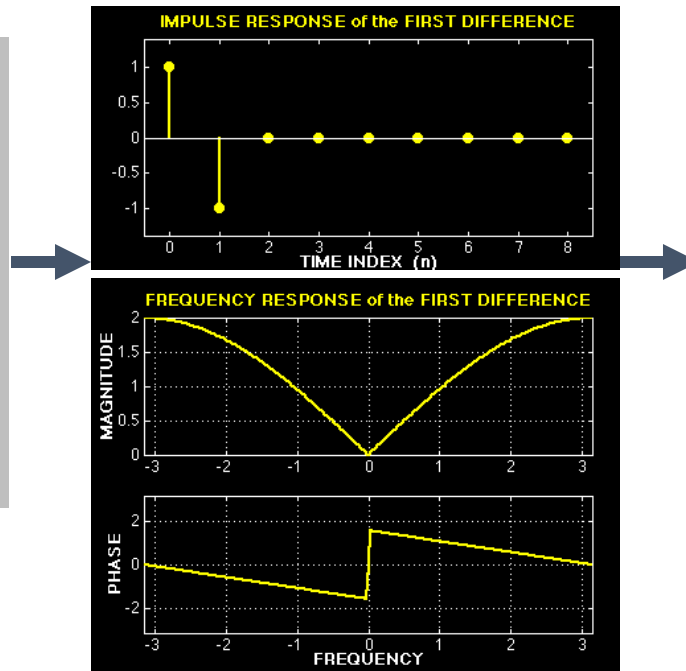
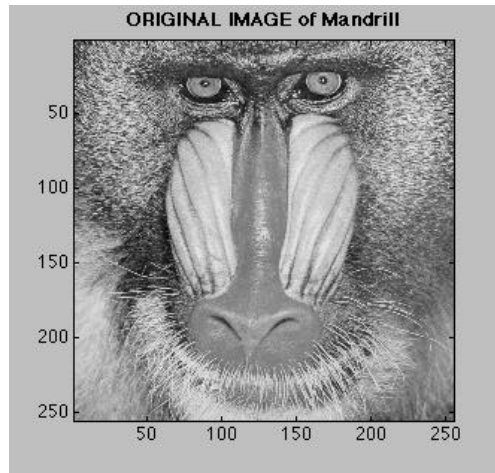
Ví dụ xử lý ảnh

- Ảnh qua bộ lọc thông thấp (làm trung bình)



Ví dụ xử lý ảnh

- Ảnh qua bộ lọc thông cao (đạo hàm)



3.3. Đặc tính bộ lọc FIR

- Đáp ứng xung $h(n)$ có chiều dài hữu hạn
- Bộ lọc FIR luôn nhân quả, ổn định

3.4. Phương pháp thiết kế bộ lọc FIR

- Bộ lọc có pha tuyến tính dạng tổng quát:

$$H(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega})e^{-j\alpha\omega + j\beta}$$

α, β : hằng số, $A(e^{j\omega})$: hàm thực của ω ,

$-\alpha\omega + \beta$ là phương trình đường thẳng

$$\arg[H(e^{j\omega})] = \beta - \alpha\omega, 0 < \omega < \pi$$

Định nghĩa trễ nhóm $\tau = -\frac{d\varphi}{d\omega}$, φ : đáp ứng pha

5.1 Thiết kế bộ lọc số FIR

$$\begin{aligned}H(e^{j\omega}) &= A(e^{j\omega})e^{-j\alpha\omega+j\beta} \\&= A(e^{j\omega})\cos(\beta - \omega\alpha) + jA(e^{j\omega})\sin(\beta - \omega\alpha) \\&= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)\cos \omega n - j \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)\sin \omega n\end{aligned}$$

- Giả thiết $h(n)$ thực

$$\operatorname{tg}(\beta - \omega\alpha) = \frac{\sin(\beta - \omega\alpha)}{\cos(\beta - \omega\alpha)} = \frac{-\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)\sin \omega n}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)\cos \omega n}$$

- Vậy

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)\sin[\omega(n - \alpha) + \beta] = 0 \quad \forall \omega$$

3.4. Phương pháp thiết kế bộ lọc FIR

- Đáp ứng tần số biểu diễn theo phần thực, phần ảo

$$H(\omega) = H_R(\omega) + jH_I(\omega)$$

- Môđun đáp ứng tần số

$$M(\omega) = |H(\omega)| = \sqrt{(H_R(\omega))^2 + (H_I(\omega))^2}$$

- Pha của đáp ứng tần số $d(\omega) = \arctan\left(\frac{H_I(\omega)}{H_R(\omega)}\right)$

3.4. Phương pháp thiết kế bộ lọc FIR

- Đưa ra khái niệm đáp ứng biên độ và đáp ứng pha với

$$H(\omega) = A(\omega)e^{j\theta(\omega)}$$

Trong đó $A(\omega) = \pm M(\omega)$, $\theta(\omega)$ là hàm $d(\omega)$ nhưng liên tục (không bị gián đoạn)

- Nếu hệ nhân quả:

- Nếu

$$\sum_{n=0}^{\infty} h(n) \sin[\omega(n - \alpha) + \beta] = 0 \quad \forall \omega$$

$$h(n) = 0 \quad n < 0 \text{ và } n > M$$

thì
$$h(n) = \begin{cases} h(M - n), & 0 \leq n \leq M \\ 0, & n \text{ còn lại} \end{cases}$$

là hàm thực, chẵn và tuần hoàn theo ω

$$H(e^{j\omega}) = A_c(e^{j\omega})e^{-j\omega M/2}$$

$$A_c(e^{j\omega})$$

- Nếu

thì

$$h(n) = \begin{cases} -h(M - n), & 0 \leq n \leq M \\ 0, & n \text{ còn lại} \end{cases}$$

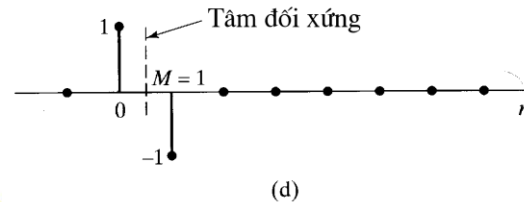
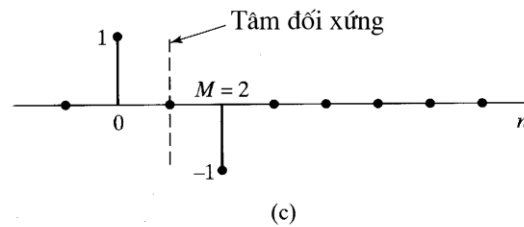
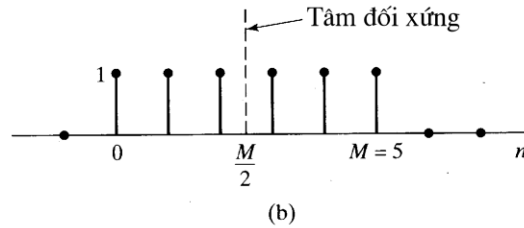
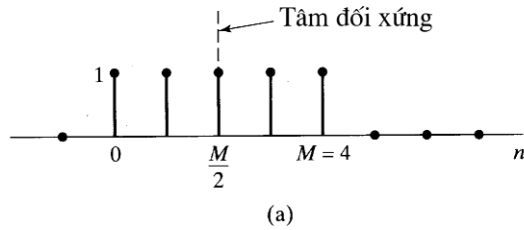
là hàm thực, lẻ và tuần hoàn theo ω

$$H(e^{j\omega}) = jA_l(e^{j\omega})e^{-j\omega M/2} = A_l(e^{j\omega})e^{-j\omega M/2 + j\pi/2}$$

$$A_l(e^{j\omega})$$

Trong cả 2 trường hợp chiều dài đáp ứng xung là $M+1$

Phân loại bộ lọc FIR



Ví dụ bộ lọc có pha tuyến tính

- a) Kiểu 1: M chẵn, $h(n) = h(M-n)$
- b) Kiểu 2: M lẻ, $h(n) = h(M-n)$
- c) Kiểu 3: M chẵn, $h(n) = -h(M-n)$
- d) Kiểu 4: M lẻ, $h(n) = -h(M-n)$

- Kiểu 1: M chẵn, các hệ số đối xứng $h(n) = h(M-n)$

- Ví dụ

$$H(z^{-1}) = h(0) + h(1)z^{-1} + h(2)z^{-2} + h(3)z^{-3} + h(4)z^{-4} + h(5)z^{-5} + h(6)z^{-6}$$

$$h(0) = h(6), h(1) = h(5), h(2) = h(4)$$

$$H(z^{-1}) = h(0)[1 + z^{-6}] + h(1)[z^{-1} + z^{-5}] + h(2)[z^{-2} + z^{-4}] + h(3)z^{-3}$$

$$H(z^{-1}) = z^{-3}\{h(0)[z^3 + z^{-3}] + h(1)[z^2 + z^{-2}] + h(2)[z + z^{-1}] + h(3)\}$$

$$H(e^{-j\omega}) = e^{-j3\omega}\{2h(0)\cos(3\omega) + 2h(1)\cos(2\omega) + 2h(2)\cos(\omega) + h(3)\}$$

$$= e^{j\theta(\omega)}[H_R(\omega)]$$

- Trường hợp tổng quát với kiểu 1

$$\begin{aligned}
 H(e^{j\omega}) &= \sum_{n=0}^M h(n)e^{-j\omega n} = h(0) + h(1)e^{-j\omega} + h(2)e^{-j2\omega} \dots + h(M)e^{-jM\omega} \\
 &= e^{-j(M/2)\omega} \left\{ 2h(0)\cos(M\omega/2) + 2h(1)\cos\left(\left(\frac{M}{2} - 1\right)\omega\right) \right. \\
 &\quad \left. + 2h(2)\cos\left(\left(\frac{M}{2} - 2\right)\omega\right) \dots + h(M/2) \right\} \\
 H(e^{j\omega}) &= e^{-j(M/2)\omega} \left\{ h(M/2) + 2 \sum_{n=1}^{M/2} h\left[\frac{M}{2} - n\right] \cos(n\omega) \right\} = e^{j\theta(\omega)} [H_R(\omega)]
 \end{aligned}$$

- Trễ nhóm bằng hằng số và $= M/2$

- Kiểu 2: M lẻ, các hệ số đối xứng $h(n) = h(M-n)$

- Ví dụ

$$H(z^{-1}) = h(0) + h(1)z^{-1} + h(2)z^{-2} + h(3)z^{-3} + h(4)z^{-4} + h(5)z^{-5} + h(6)z^{-6} + h(7)z^{-7}$$

$$h(0) = h(7), h(1) = h(6), h(2) = h(5), h(3) = h(4)$$

$$\begin{aligned} H(z^{-1}) \\ = h(0)[1 + z^{-7}] + h(1)[z^{-1} + z^{-6}] + h(2)[z^{-2} + z^{-5}] + h(3)[z^{-3} + z^{-4}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H(e^{-j\omega}) \\ = e^{-j3.5\omega} \{ 2h(0) \cos(3.5\omega) + 2h(1) \cos(2.5\omega) + 2h(2) \cos(1.5\omega) \\ + 2h(3) \cos(0.5\omega) \} = e^{j\theta(\omega)} [H_R(\omega)] \end{aligned}$$

- Tổng quát, với kiểu 2 đáp ứng tần số có dạng

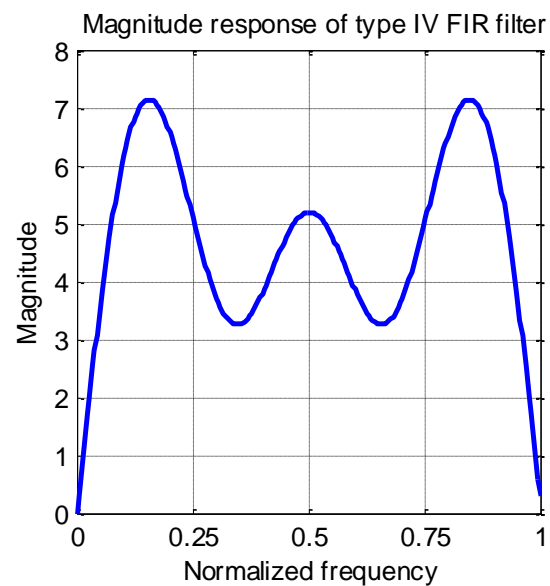
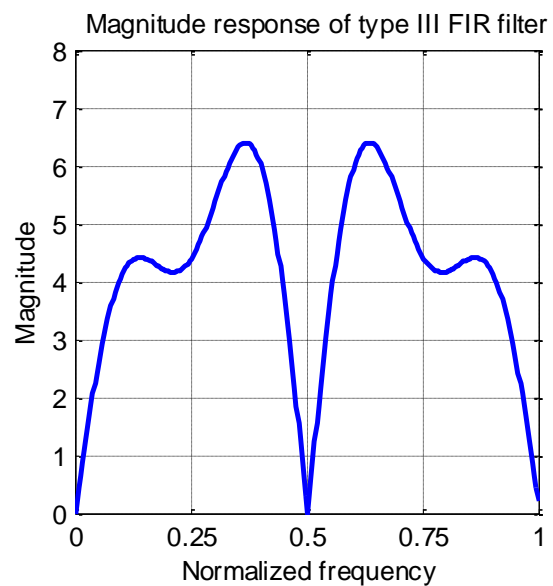
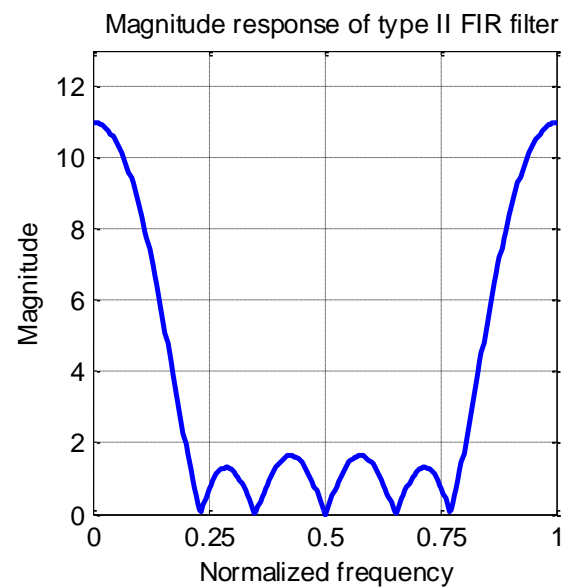
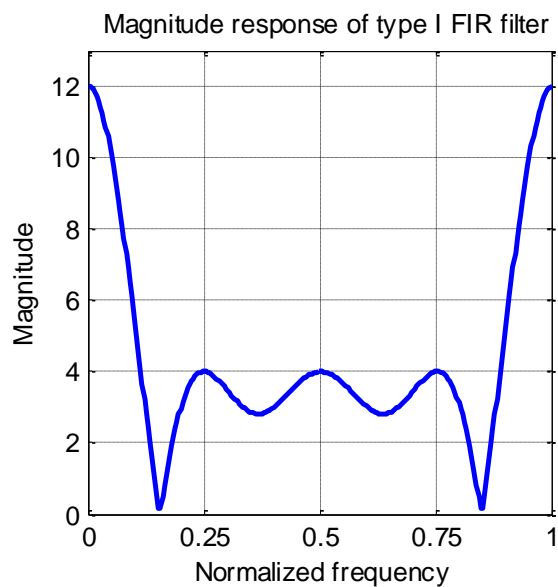
$$H(e^{j\omega}) = e^{-j(M/2)\omega} \left\{ 2 \sum_{n=1}^{(M+1)/2} h\left[\frac{M+1}{2} - n\right] \cos\left(\left(n - \frac{1}{2}\right)\omega\right) \right\} = e^{j\theta(\omega)} [H_R(\omega)]$$

- Tương tự như vậy cho kiểu 3

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j(M\omega - \pi)/2} \left\{ 2 \sum_{n=1}^{M/2} h\left[\frac{M}{2} - n\right] \sin(n\omega) \right\} = e^{j\theta(\omega)} [H_R(\omega)]$$

- Kiểu 4

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j(M\omega - \pi)/2} \left\{ 2 \sum_{n=1}^{(M+1)/2} h\left[\frac{M+1}{2} - n\right] \sin\left(\left(n - \frac{1}{2}\right)\omega\right) \right\} = e^{j\theta(\omega)} [H_R(\omega)]$$



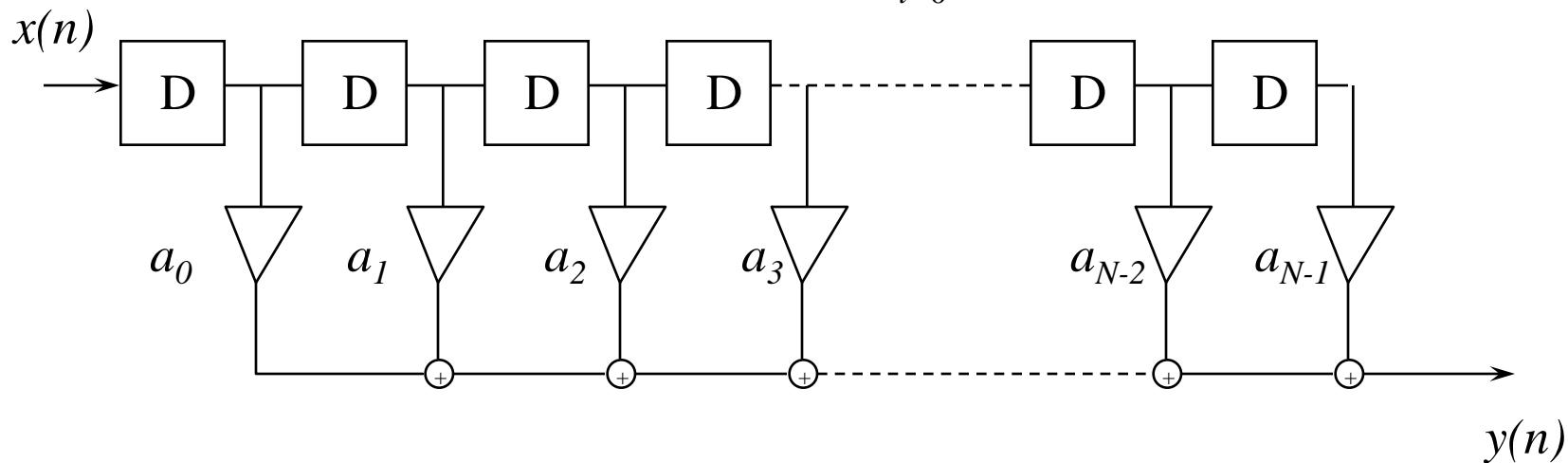
Nhận xét

- Kiểu 1 có biên độ khác 0 tại $f=0$ và $f=0.5$
- Kiểu 2 có biên độ khác 0 tại $f=0$ và biên độ $=0$ tại $f=0.5$
- Kiểu 1 và 2 không thích hợp cho thiết kế bộ lọc thông dải và thông cao mà thích hợp cho bộ lọc thông thấp
- Kiểu 3 có biên độ bằng 0 tại $f=0$ và $f=0.5$ nên thích hợp cho thiết kế bộ lọc thông dải, không thích hợp cho thông thấp và chắn dải
- Kiểu 4 có biên độ $= 0$ tại $f=0$ và khác không tại $f=0.5$, thích hợp cho thông dải và thông cao, không thích hợp cho thông thấp và chắn dải

Thực hiện kết cấu bộ lọc FIR

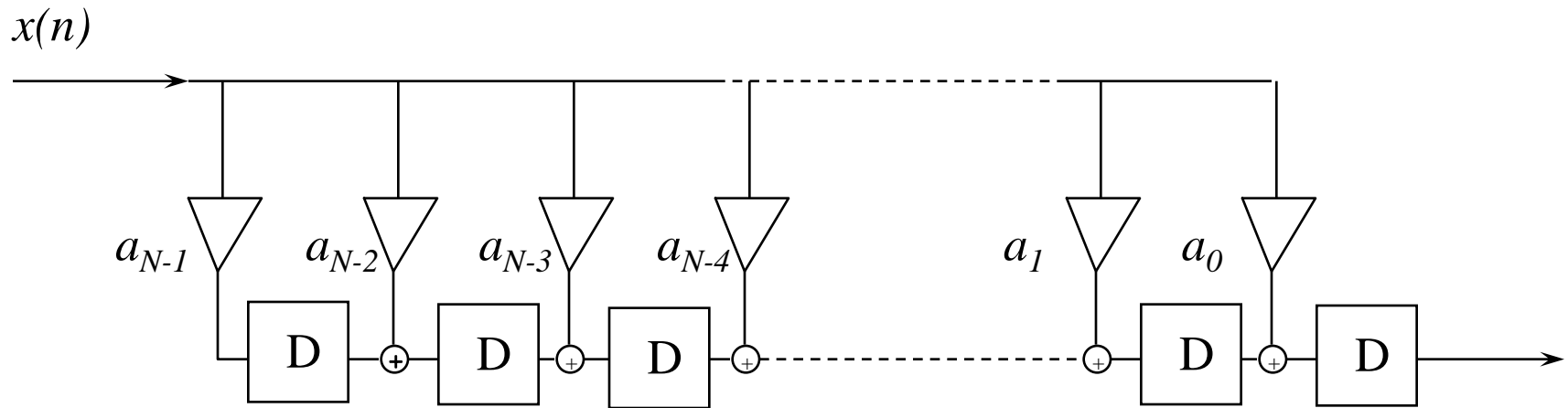
- Thực tế ta tính :

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i x(n-i-1)$$



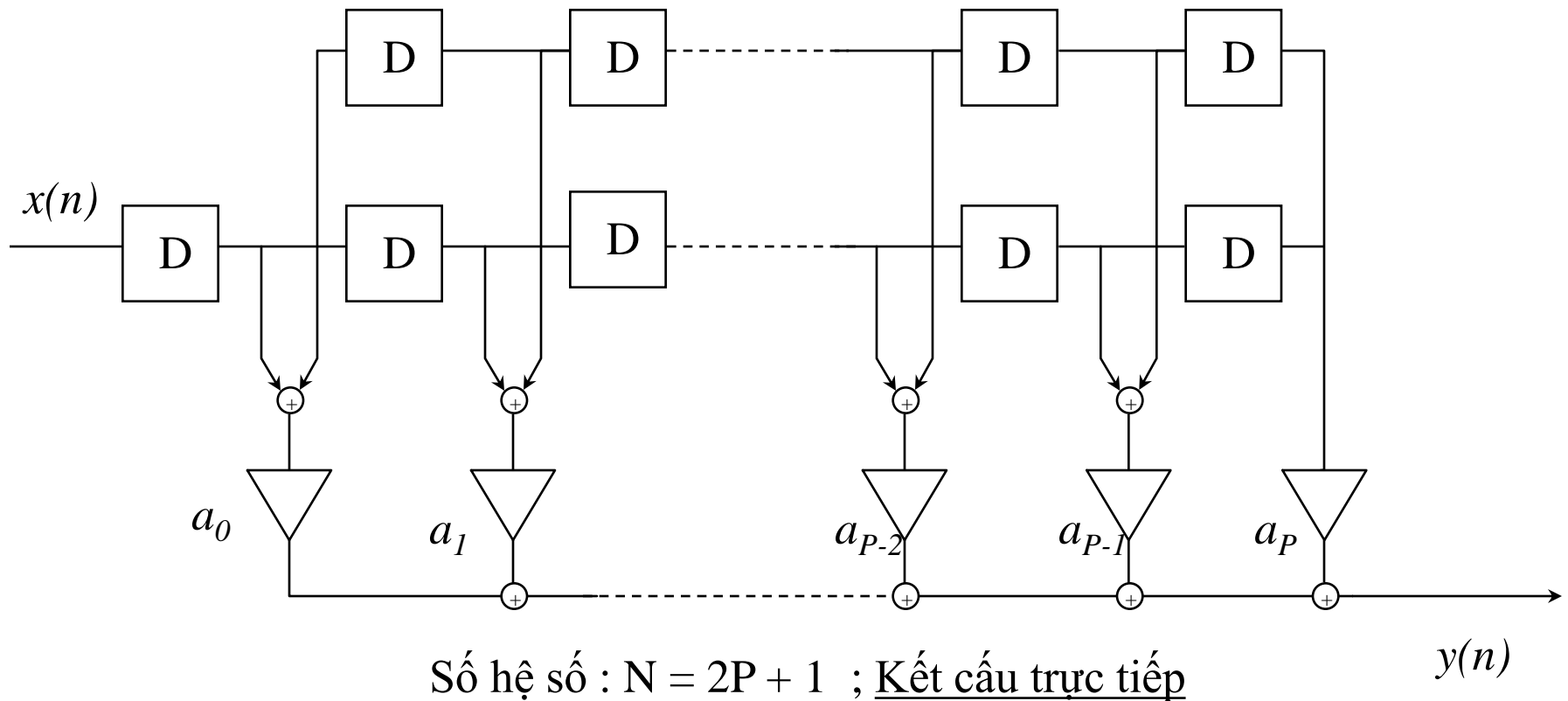
Kết cấu Trực tiếp

Kết cấu chuyển dịch



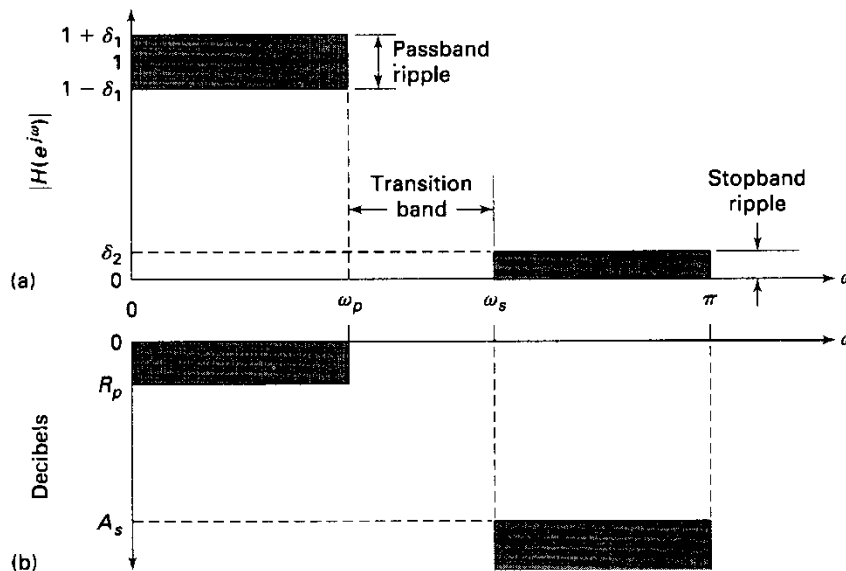
Tại thời điểm n : bộ nhớ 1 lưu : $a_{N-1}.x(n)$
bộ nhớ 2 lưu : $a_{N-1}.x(n-1) + a_{N-2}.x(n)$
bộ nhớ 3 lưu : $a_{N-1}.x(n-2) + a_{N-2}.x(n-1) + a_{N-3}.x(n)$
...
bộ nhớ cuối cùng lưu : $y(n)$

Bộ lọc có pha tuyến tính



$P+1$ Phép nhân

Định dạng bộ lọc



R_p : gợn sóng trong dải thông tính bằng dB

A_s : suy giảm trong dải chắn tính bằng dB

$$R_p = -20 \log_{10} \frac{1 - \delta_1}{1 + \delta_1} > 0 (\approx 0)$$

$$A_s = -20 \log_{10} \frac{\delta_2}{1 + \delta_1} > 0 (\gg 1)$$

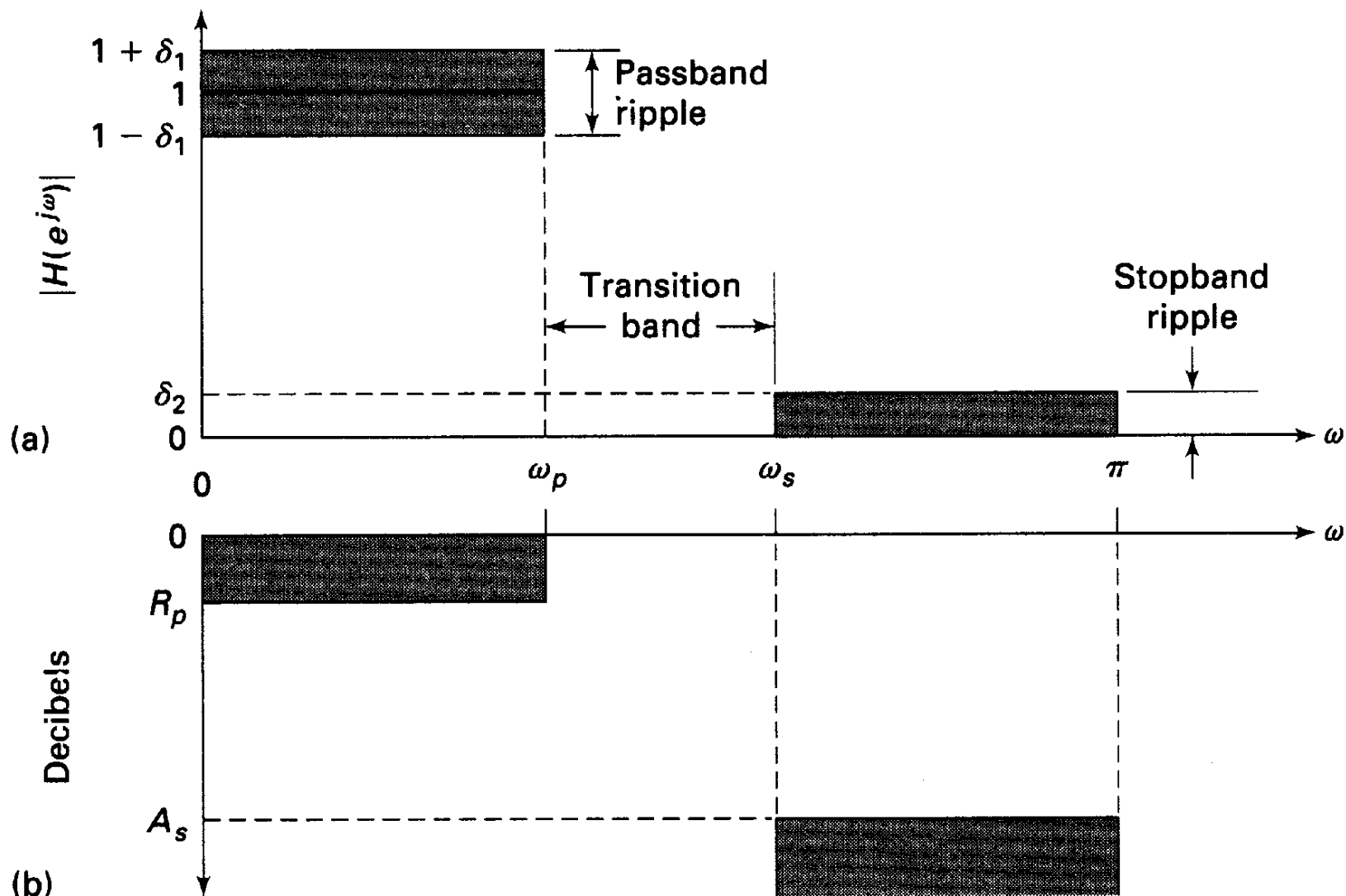
Thang tuyệt đối: $|H(e^{j\omega})|$

Thang tương đối (dB): $dB = -20 \log_{10} \frac{|H(e^{j\omega})|}{|H(e^{j\omega})|_{\max}} \geq 0$

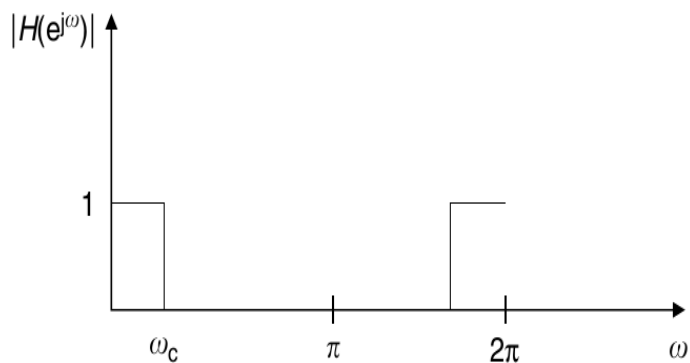
$[0, \omega_p]$: dải thông, δ_1 : dung sai biên độ trong dải thông

$[\omega_s, \pi]$: dải chắn, δ_2 : dung sai biên độ trong dải chắn

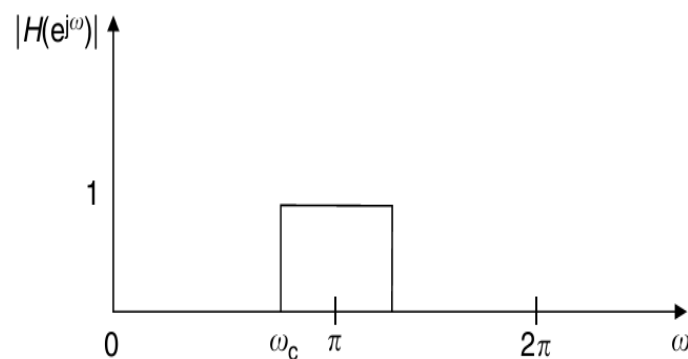
$[\omega_p, \omega_s]$: dải quá độ



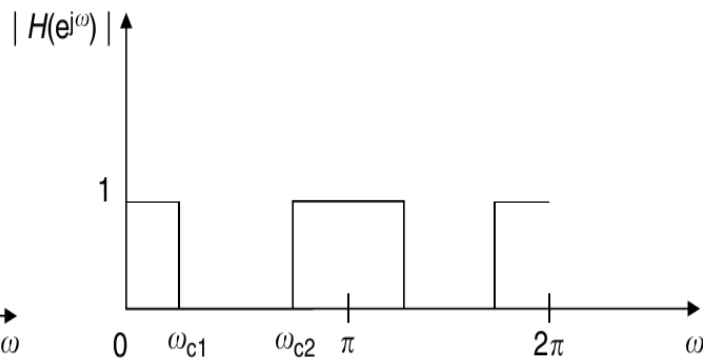
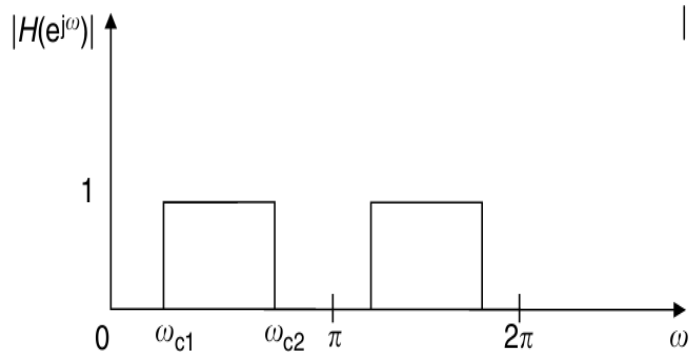
Các bộ lọc lý tưởng



(a)



(b)



Các bộ lọc lý tưởng

- Thông thấp

$$|H(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1, & \text{for } |\omega| \leq \omega_c \\ 0, & \text{for } \omega_c < |\omega| \leq \pi \end{cases}.$$

- Thông cao

$$|H(e^{j\omega})| = \begin{cases} 0, & \text{for } |\omega| < \omega_c \\ 1, & \text{for } \omega_c \leq |\omega| \leq \pi \end{cases}$$

Các bộ lọc lý tưởng

- Thông dải

$$|H(e^{j\omega})| = \begin{cases} 0, & \text{for } 0 \leq |\omega| < \omega_{c1} \\ 1, & \text{for } \omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c2} \\ 0, & \text{for } \omega_{c2} < |\omega| \leq \pi \end{cases}$$

- Chặn dải

$$|H(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1, & \text{for } 0 \leq |\omega| \leq \omega_{c1} \\ 0, & \text{for } \omega_{c1} < |\omega| < \omega_{c2} \\ 1, & \text{for } \omega_{c2} \leq |\omega| \leq \pi \end{cases}$$

Đáp ứng xung các bộ lọc lý tưởng

- Thông thấp

$$n \neq 0,$$

$$\begin{aligned} h(n) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi jn} e^{j\omega n} \Big|_{-\omega_c}^{\omega_c} = \frac{1}{2\pi jn} (e^{j\omega_c n} - e^{-j\omega_c n}) \\ &= \frac{\sin(\omega_c n)}{\pi n} \end{aligned}$$

$$n = 0,$$

$$h(0) = \frac{1}{2\pi} \omega \Big|_{-\omega_c}^{\omega_c} = \frac{\omega_c}{\pi}$$

Đáp ứng xung các bộ lọc lý tưởng

- Thông cao

$$n \neq 0,$$

$$h(n)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{-\omega_c} e^{j\omega n} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_c}^{\pi} e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi j n} e^{j\omega n} \Big|_{-\pi}^{-\omega_c} + \frac{1}{2\pi j n} e^{j\omega n} \Big|_{\omega_c}^{\pi} =$$
$$-\frac{\sin(\omega_c n)}{\pi n}$$

$$n = 0,$$

$$h(0) = \frac{1}{2\pi} \omega \Big|_{-\pi}^{-\omega_c} + \frac{1}{2\pi} \omega \Big|_{\omega_c}^{\pi} = 1 - \frac{\omega_c}{\pi}$$

Đáp ứng xung các bộ lọc lý tưởng

- Thông dải

$$n \neq 0$$

$$h(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{c2}}^{-\omega_{c1}} e^{j\omega n} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_{c1}}^{\omega_{c2}} e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi j n} e^{j\omega n} \Big|_{-\omega_{c2}}^{-\omega_{c1}} + \frac{1}{2\pi j n} e^{j\omega n} \Big|_{\omega_{c1}}^{\omega_{c2}}$$

$$h(n) = \frac{1}{\pi n} [\sin(\omega_{c2} n) - \sin(\omega_{c1} n)]$$

$$n = 0,$$

$$h(0) = \frac{1}{2\pi} \omega \Big|_{-\omega_{c2}}^{-\omega_{c1}} + \frac{1}{2\pi} \omega \Big|_{\omega_{c1}}^{\omega_{c2}} = \frac{1}{2\pi} (-\omega_{c1} + \omega_{c2} + \omega_{c2} - \omega_{c1}) = \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\pi}$$

Đáp ứng xung các bộ lọc lý tưởng

- Chấn dãi

$$n \neq 0$$

$$\begin{aligned} h(n) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{-\omega_{c2}} e^{j\omega n} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{c1}}^{\omega_{c1}} e^{j\omega n} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_{c2}}^{\pi} e^{j\omega n} d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi j n} e^{j\omega n} \Big|_{-\pi}^{-\omega_{c2}} + \frac{1}{2\pi j n} e^{j\omega n} \Big|_{-\omega_{c1}}^{\omega_{c1}} + \frac{1}{2\pi j n} e^{j\omega n} \Big|_{\omega_{c2}}^{\pi} \\ &= \frac{1}{\pi n} [\sin(\omega_{c1} n) - \sin(\omega_{c2} n)] \end{aligned}$$

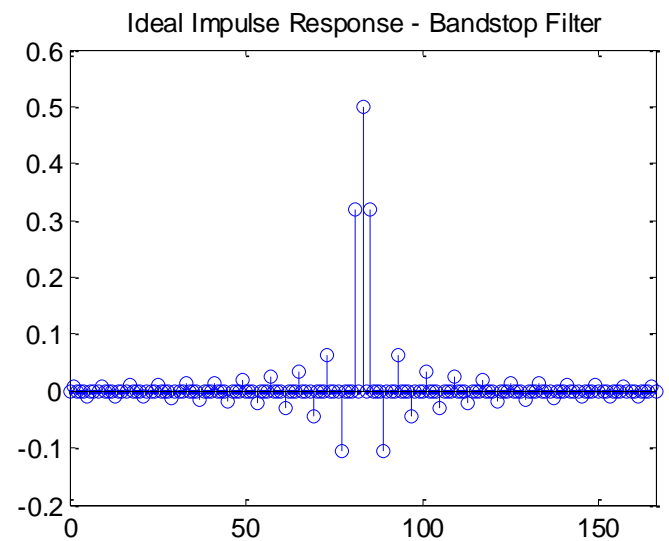
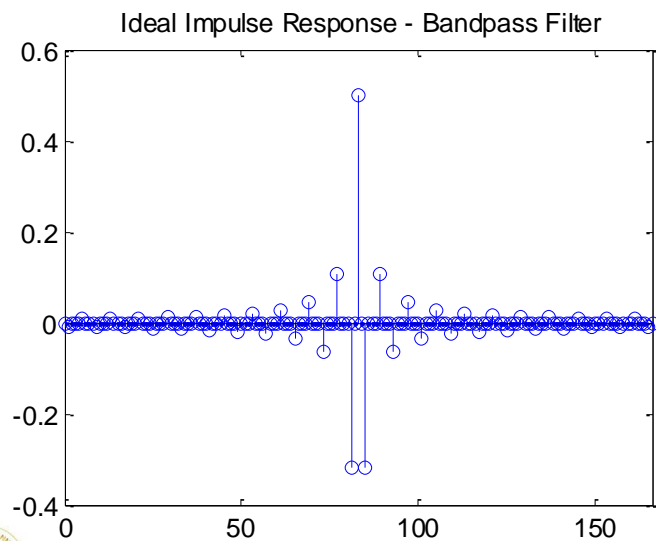
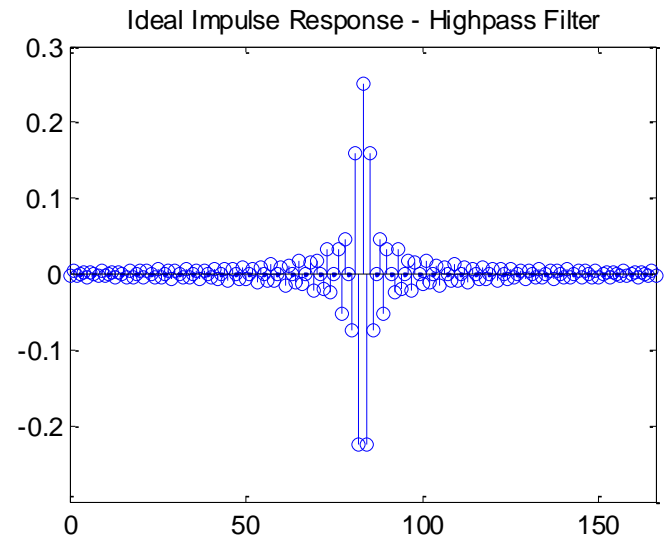
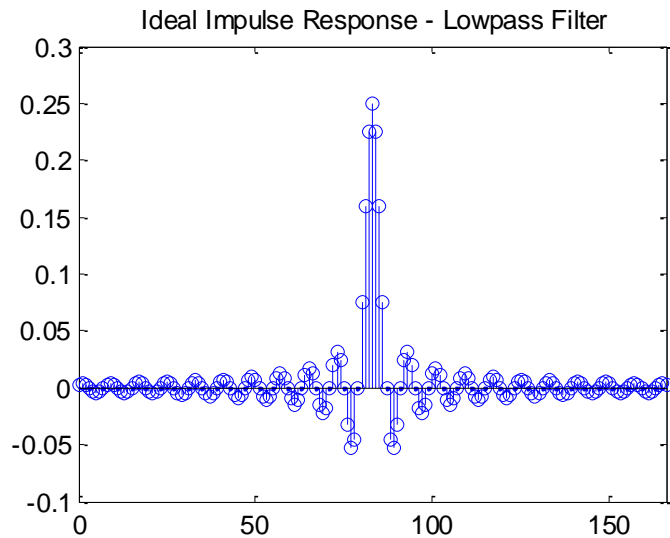
$$n = 0,$$

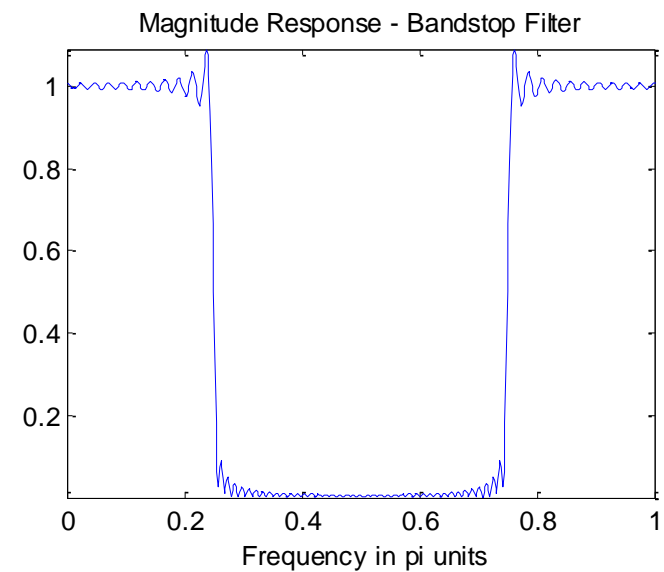
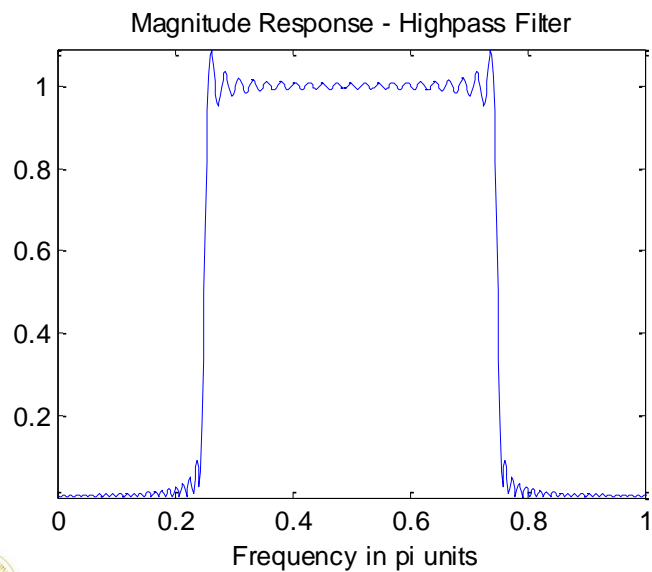
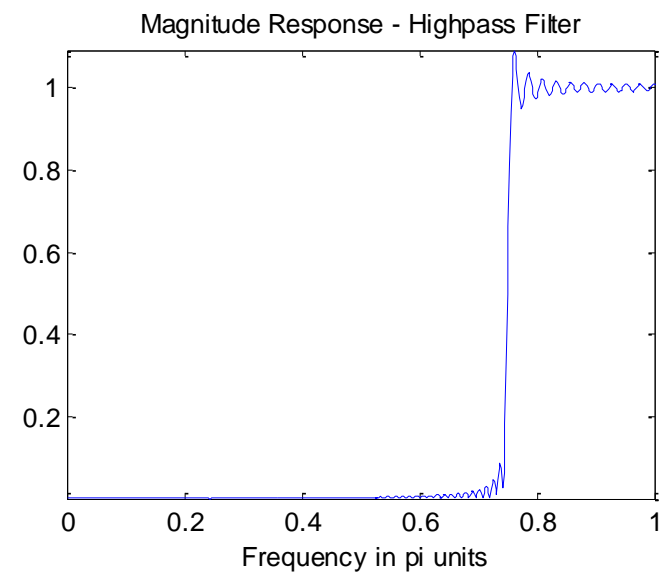
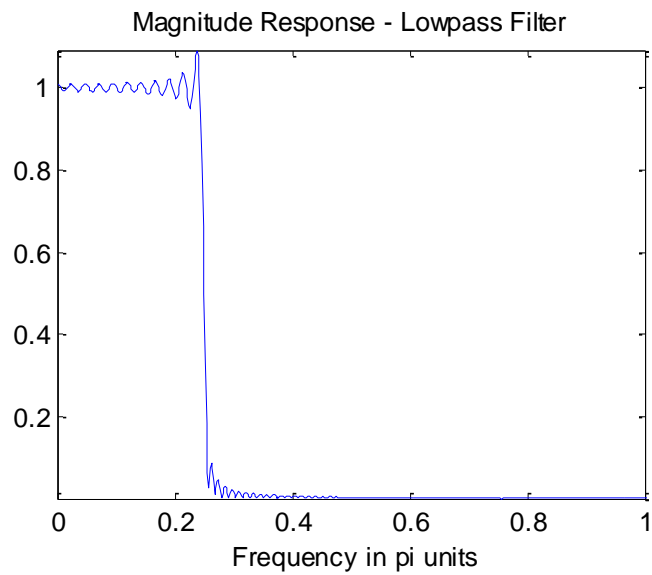
$$h(0) = \frac{1}{2\pi} \omega \Big|_{-\pi}^{-\omega_{c2}} + \frac{1}{2\pi} \omega \Big|_{-\omega_{c1}}^{\omega_{c1}} + \frac{1}{2\pi} \omega \Big|_{\omega_{c2}}^{\pi} = 1 + \frac{\omega_{c1} - \omega_{c2}}{\pi}$$

Xấp xỉ bộ lọc FIR bằng khai triển Fourier

Ví dụ

- Bộ lọc thông thấp có $\omega_c = 0,25\pi$
- Bộ lọc thông cao có $\omega_c = 0,75\pi$
- Bộ lọc thông dải và chặn dải đều có
 $\omega_{c1} = 0,25\pi, \omega_{c2} = 0,75\pi$
- Số mẫu đáp ứng xung: 167
- Đáp ứng xung dịch để hệ nhân quả





Nhận xét

- Bộ lọc không nhân quả, dịch $n \rightarrow n+M$ để bộ lọc nhân quả
 - Độ dài đáp ứng xung vô hạn
 - Đáp ứng xung giảm về 0 khi $n \rightarrow \infty$
 - Có thể xấp xỉ bằng cách hạn chế ở $|n| \leq M$ với M đủ lớn
- Có thể dùng các cửa sổ khác ngoài cửa sổ chữ nhật.

Thiết kế FIR dùng cửa sổ

- Phương pháp: Chọn bộ lọc lý tưởng thích hợp (không nhân quả, chiều dài đáp ứng xung vô hạn) sau đó hạn chế chiều dài đáp ứng xung (bằng cách nhân với hàm cửa sổ) để có bộ lọc FIR nhân quả, pha tuyến tính.
- Đáp ứng tần số của bộ lọc thông thấp lý tưởng:

$$H_d(\omega) = \begin{cases} 1 \cdot e^{-j\alpha\omega}, & |\omega| \leq \omega_c \\ 0, & \omega_c < |\omega| \leq \pi \end{cases}$$

- ω_c : tần số cắt, α : độ trễ mẫu ($e^{-j\alpha\omega}$ tương ứng với trễ n mẫu trong miền thời gian)

Thiết kế FIR dùng cửa sổ

- Đáp ứng xung có chiều dài vô hạn:

$$\begin{aligned}h_d(n) &= F^{-1} \{ H_d(e^{j\omega}) \} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \\&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} 1 e^{-j\alpha n} \cdot e^{j\omega n} d\omega = \frac{\sin[\omega_c(n - \alpha)]}{\pi(n - \alpha)}\end{aligned}$$

- Để có bộ lọc FIR từ $h_d(n)$, cần cắt cụt $h_d(n)$ cả về 2 phía. Để có bộ lọc FIR pha tuyến tính, nhân quả, đáp ứng xung $h(n)$ chiều dài M ta cần thực hiện:

Thiết kế FIR dùng cửa sổ

$$h(n) = \begin{cases} h_d(n), & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0, & n \text{ còn lại} \end{cases} \quad \alpha = \frac{M-1}{2}$$

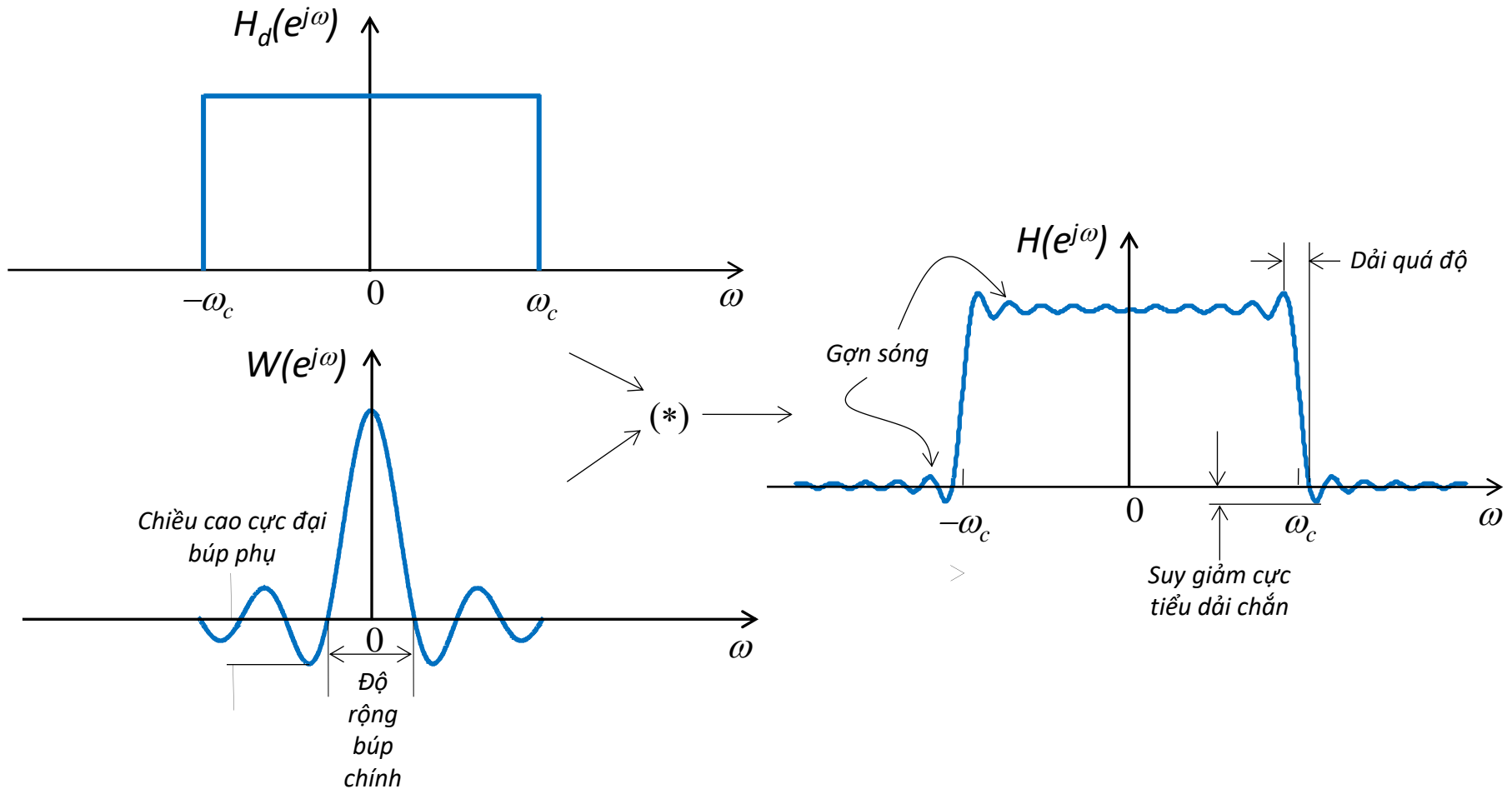
- Đây là thao tác nhân với hàm cửa sổ: $h(n) = h_d(n)w(n)$

$$w(n) = \begin{cases} \text{cửa sổ đối xứng so với } \alpha \text{ trong khoảng } 0 \leq n \leq M-1 \\ 0, & n \text{ còn lại} \end{cases}$$

- Trong miền tần số:

$$H(e^{j\omega}) = H_d(e^{j\omega}) * W(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} W(e^{j\lambda}) H_d(e^{j(\omega-\lambda)}) d\lambda$$

Thiết kế FIR dùng cửa sổ



Thiết kế FIR dùng cửa sổ

NHẬN XÉT

- Cửa sổ chữ nhật có chiều dài hữu hạn M nên búp chính bị suy giảm và có bề rộng tỷ lệ với $1/M$, các búp phụ có chiều cao nhỏ hơn búp chính
- Tổng chập tạo ra đáp ứng tần số $H(e^{j\omega})$ có dạng xấu đi
- Búp chính tạo ra dải quá độ. Bề rộng búp chính quyết định độ rộng dải quá độ.
- Các búp phụ tạo ra các gợn sóng có dạng giống nhau trong dải thông và dải chắn

Thiết kế FIR dùng cửa sổ

Ý niệm cơ bản thiết kế FIR dùng cửa sổ:

- Đối với bộ lọc có chỉ tiêu đã cho, chọn chiều dài M của bộ lọc và hàm cửa sổ $w(n)$ có bề rộng búp chính nhỏ nhất và suy giảm búp phụ nhỏ nhất có thể được
- Dung sai dải thông δ_1 và dung sai dải chặn δ_2 không thể quy định độc lập. Thường quan tâm đến δ_2 và như vậy $\delta_1 = \delta_2$

Cửa sổ chữ nhật

- Là cửa sổ đơn giản nhất song cho chất lượng kém nhất về độ suy giảm trong dải chắn.

$$w(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0, & n \text{ còn lại} \end{cases}$$

- Đáp ứng tần số và đáp ứng biên độ

$$W(e^{j\omega}) = \left[\frac{\sin\left(\frac{\omega M}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)} \right] e^{-j\omega \frac{M-1}{2}} \rightarrow W_r(e^{j\omega}) = \frac{\sin\left(\frac{\omega M}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)}$$

Cửa sổ chữ nhật

- Đáp ứng biên độ được đánh giá lại

$$H_d(\omega) \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\omega+\omega_c} W_r(\lambda) d\lambda = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\omega+\omega_c} \frac{\sin(\omega M / 2)}{\sin(\omega / 2)} d\lambda, \quad M \gg 1$$

- Tích phân đáp ứng biên độ (đáp ứng biên độ được tích lũy) là cần thiết cho việc đánh giá chính xác độ rộng dải quá độ và suy giảm của dải chắn

```

M = 45; alpha = (M-1)/2;
n = -alpha:alpha;
w = ones(1,M);
N = 1000; omega = (2*pi/N)*[-N/2:N/2];
Wr = real(w*(exp(-j*n'*omega)));
db = 20*log10(abs(Wr)/max(Wr));
IntWr = cumsum(Wr);
Intdb = 20*log10(abs(IntWr)/N);
%l = find(Intdb(471:N/2) > -21)+470;
k = (N/2+1) - min(find(Intdb > -21));
tr_width = 2*k*2*M/N; %actual transition
width in pi/M units
omega1 = -(tr_width/2)/M; omega2 =
(tr_width/2)/M;

```

```

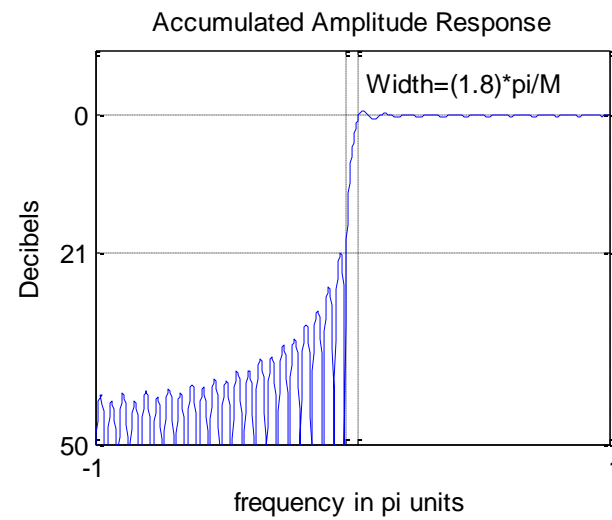
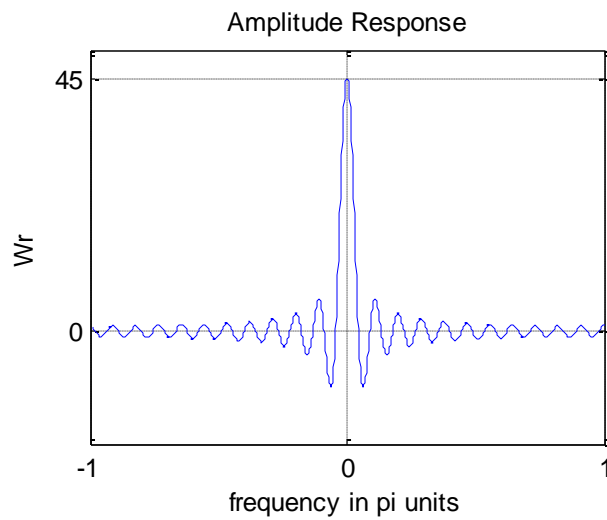
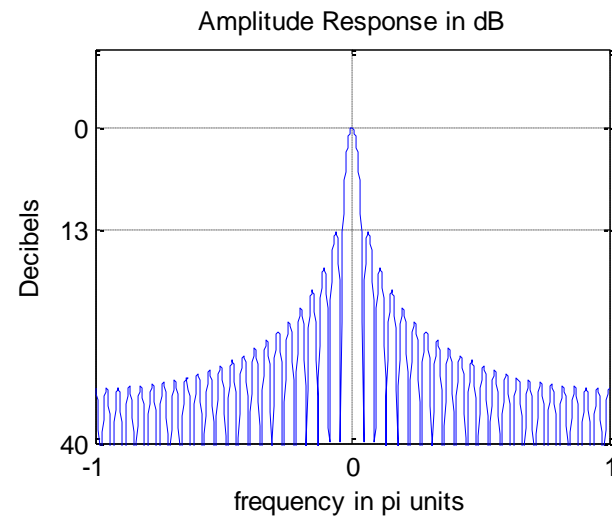
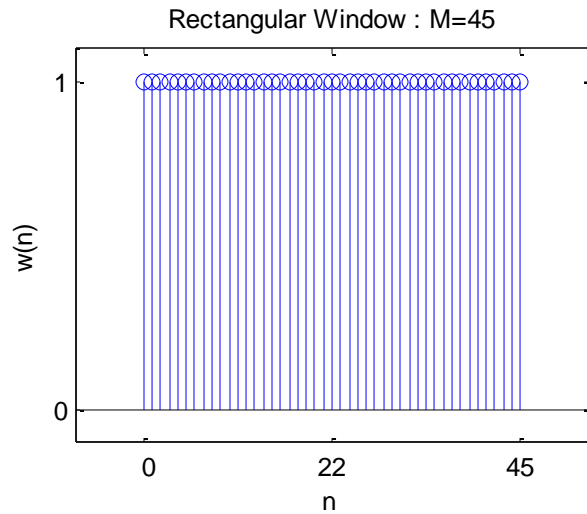
% plots
subplot(1,1,1)
subplot(2,2,1); stem(n,w);
axis([- (alpha+8), (alpha+8), -0.1, 1.1]);
set(gca, 'YTickMode', 'manual', 'YTick', [0, 1])
set(gca, 'XTickMode', 'manual', 'XTick', [-22, 0, 22]);
set(gca, 'XTickLabelMode', 'manual', 'XTickLabels', [
0'; '22'; '45']);
title('Rectangular Window : M=45')
xlabel('n'); ylabel('w(n)')
subplot(2,2,3); plot(omega/pi, Wr);
axis([-1, 1, -20, 50]);
set(gca, 'YTickMode', 'manual', 'YTick', [0, 45])
set(gca, 'XTickMode', 'manual', 'XTick', [-1, 0, 1]); grid
title('Amplitude Response')
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('Wr')

```

```

subplot(2,2,2); plot(omega/pi,db);
axis([-1,1,-40,10]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-40,-13,0])
set(gca,'YTickLabelMode','manual','YTickLabels',['40';'13';
' 0'])
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[-1,0,1]);grid
title('Amplitude Response in dB')
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('Decibels')
subplot(2,2,4); plot(omega/pi,Intdb);
axis([-1,1,-50,10]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-50,-21,0])
set(gca,'YTickLabelMode','manual','YTickLabels',['50';'21';
' 0'])
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[-
1;omega1;omega2;1]);grid
set(gca,'XTickLabelMode','manual','XTickLabels', ['-1';'
';' 1'])
title('Accumulated Amplitude Response')
xlabel('frequency in pi units'); ylabel('Decibels')
text(omega2,5,' Width=(1.8)*pi/M')

```



Cửa sổ chữ nhật

- Đáp ứng biên độ $W_r(\omega)$ có điểm không đầu tiên tại

$$\omega = \omega_1 \quad \frac{\omega_1 M}{2} = \pi \rightarrow \omega_1 = \frac{2\pi}{M}$$

Bề rộng búp chính là $2\omega_1 = 4\pi/M$ nên độ rộng dải quá độ xấp xỉ $4\pi/M$

- Biên độ của búp phụ đầu tiên tại $\omega = 3\pi/M$ nên

$$|W_r(\omega = 3\pi / M)| = \left| \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2M}\right)} \right| \approx \frac{2M}{3\pi}, \quad M \gg 1$$

Cửa sổ chữ nhật

- So sánh với biên độ búp chính = M , biên độ búp phụ = $(2/3)\pi = 21,22\%$ biên độ búp chính
- Đáp ứng biên độ tích lũy có biên độ búp phụ đầu tiên ở mức 21 dB , độ suy giảm dải chắn là 21 dB không phụ thuộc vào M .
- Sử dụng độ suy giảm cực tiểu trong dải chắn, có thể tính chính xác độ rộng dải quá độ

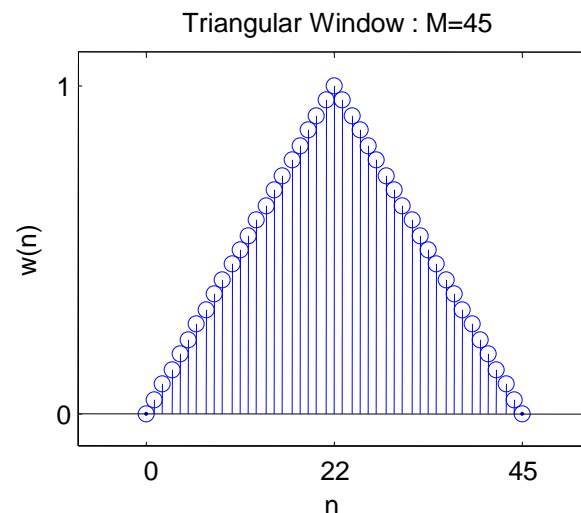
$$\omega_s - \omega_{p1} = \frac{1,8\pi}{M}$$

- Giá trị này bằng khoảng một nửa độ rộng xấp xỉ $4\pi/M$

Một số cửa sổ thường dùng

- Cửa sổ Bartlett (tam giác)

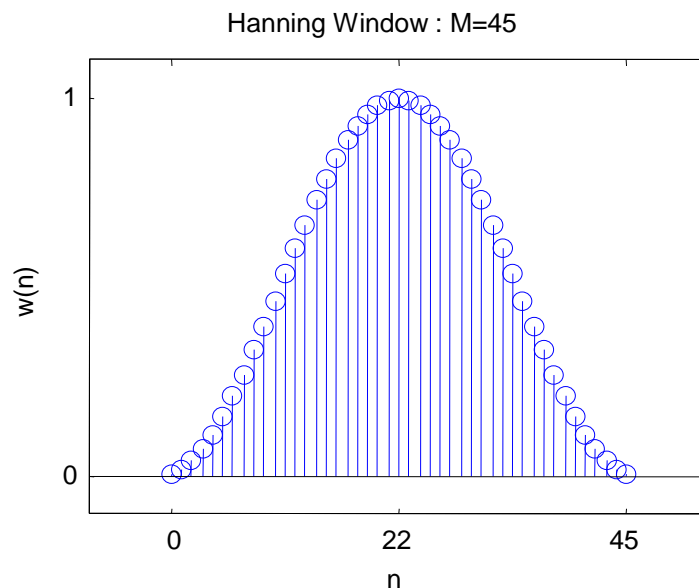
$$w(n) = \begin{cases} \frac{2n}{M-1}, & 0 \leq n \leq \frac{M-1}{2} \\ 2 - \frac{2n}{M-1}, & \frac{M-1}{2} \leq n \leq M-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



Một số cửa sổ thường dùng

- Cửa sổ Hanning

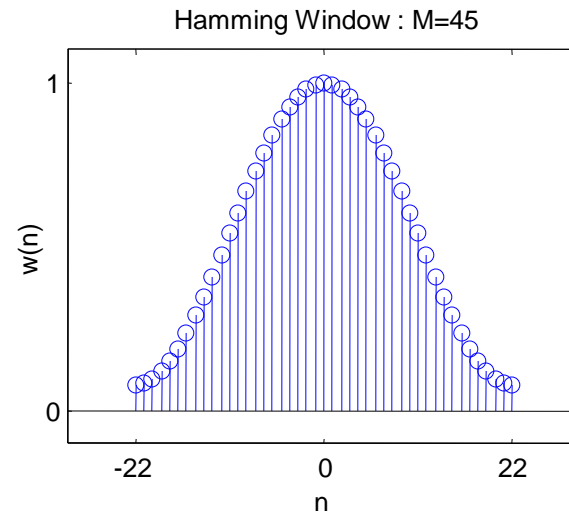
$$w(n) = \begin{cases} 0,5 \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi n}{M-1} \right) \right], & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



Một số cửa sổ thường dùng

- Cửa sổ Hamming

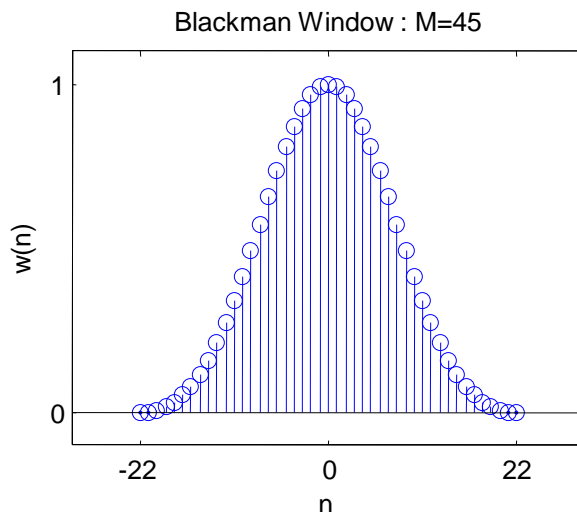
$$w(n) = \begin{cases} 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\right), & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



Một số cửa sổ thường dùng

- Cửa sổ Blackman

$$w(n) = \begin{cases} 0,42 - 0,5 \cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\right) + 0,08 \cos\left(\frac{4\pi n}{M-1}\right), & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



Thiết kế FIR dùng cửa sổ

Cửa sổ	Độ rộng dải quá độ $\Delta\omega$		Suy giảm dải chắn nhỏ nhất
	Gía trị gần đúng	Gía trị chính xác	
Chữ nhật	$\frac{4\pi}{M}$	$\frac{1.8\pi}{M}$	21 dB
Barlett	$\frac{8\pi}{M}$	$\frac{6.1\pi}{M}$	25 dB
Hanning	$\frac{8\pi}{M}$	$\frac{6.2\pi}{M}$	44 dB
Hamming	$\frac{8\pi}{M}$	$\frac{6.6\pi}{M}$	53 dB
Blackman	$\frac{12\pi}{M}$	$\frac{11\pi}{M}$	74 dB

Ví dụ MATLAB

Thiết kế bộ lọc thông thấp FIR có các tham số sau:

$$\omega_p = 0,2\pi, R_p = 0,25 \text{ dB}, \omega_s = 0,3\pi, A_s = 50\text{dB}$$

Cửa sổ Hamming thoả mãn suy giảm lớn hơn 50 dB. R_p không dùng cho thiết kế nhưng sẽ phải kiểm tra có thoả mãn tham số này không

```
>> wp = 0.2*pi; ws = 0.3*pi;
>> tr_width = ws - wp;
>> M = ceil(6.6*pi/tr_width) + 1
% B = ceil(A) rounds the elements of A to the nearest
% integers greater than or equal to A
M = 67
>> n = [0:1:M-1]
>> wc = (ws+wp)/2;           % Ideal LPF cutoff frequency
>> alpha = (M-1)/2;
>> m = n - alpha + eps;      % add smallest number to avoid
                             % divide by zero
>> hd = sin(wc*m)/(pi*m); % Ideal Impulse response
>> w_ham = (hamming(M))';
>> h = hd.* w_ham;
```

```

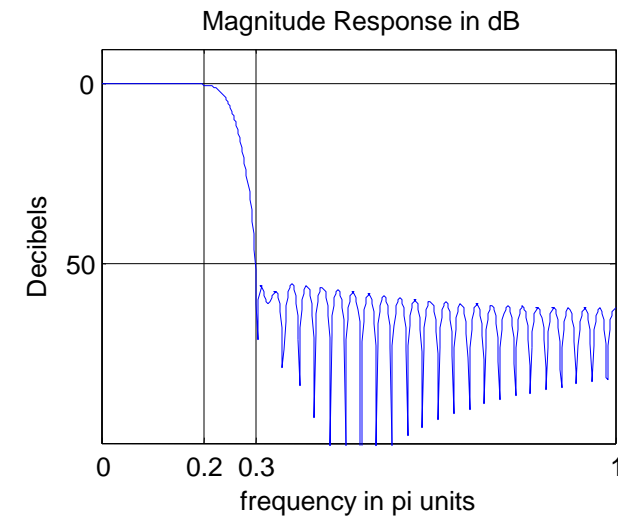
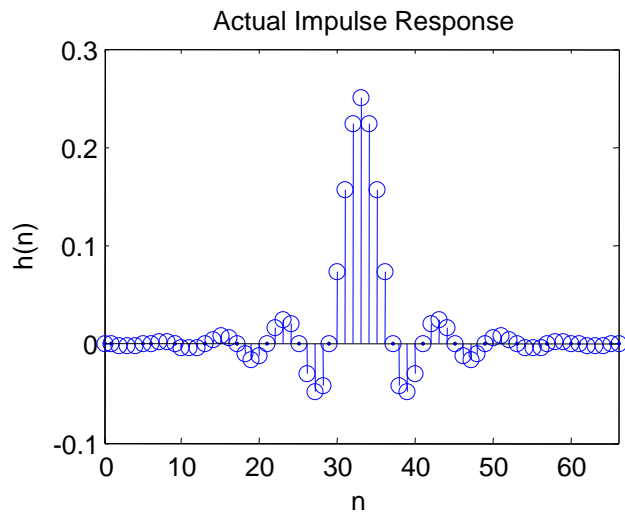
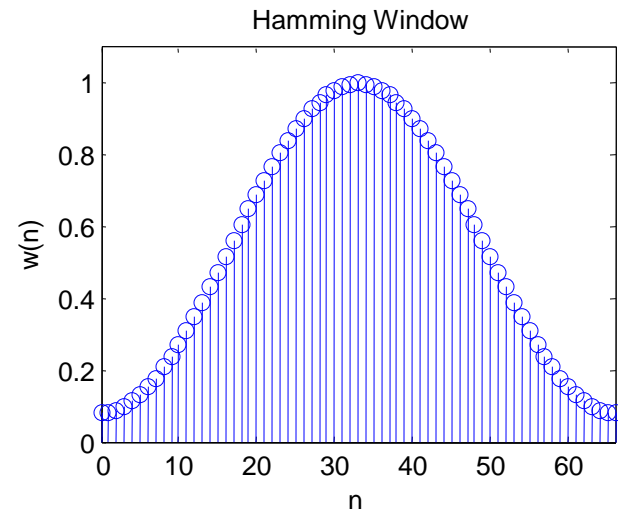
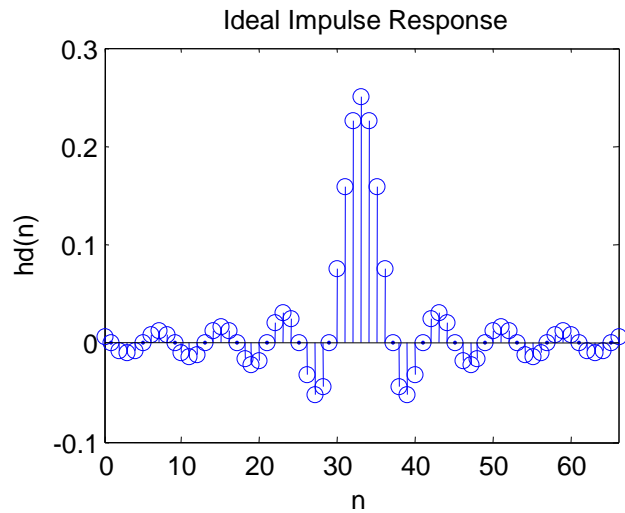
[H,w] = freqz(h,[1],1000,'whole');
H = (H(1:1:501))'; w = (w(1:1:501))';
mag = abs(H);
db = 20*log10((mag+eps)/max(mag));
pha = angle(H);
% pha = unwrap(angle(H));
grd = grpdelay(h,[1],w);
delta_w = 2*pi/1000;
>> delta_w = 2*pi/1000;
>> Rp = -(min(db(1:1:wp/delta_w+1))) %Actual Passband Ripple
Rp = 0.0394
>> As = -round(max(db(ws/delta_w+1:1:501))) % Min stop attenuation
As = 52

```

```

% plot
subplot(1,1,1)
subplot(2,2,1); stem(n,hd); title('Ideal Impulse Response')
axis([0 M-1 -0.1 0.3]); xlabel('n'); ylabel('hd(n)')
subplot(2,2,2); stem(n,w_ham);title('Hamming Window')
axis([0 M-1 0 1.1]); xlabel('n'); ylabel('w(n)')
subplot(2,2,3); stem(n,h);title('Actual Impulse Response')
axis([0 M-1 -0.1 0.3]); xlabel('n'); ylabel('h(n)')
subplot(2,2,4); plot(w/pi,db);title('Magnitude Response in
dB');grid
axis([0 1 -100 10]); xlabel('frequency in pi units');
ylabel('Decibels')
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.2,0.3,1])
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-50,0])
set(gca,'YTickLabelMode','manual','YTickLabels',['50';' 0'])

```

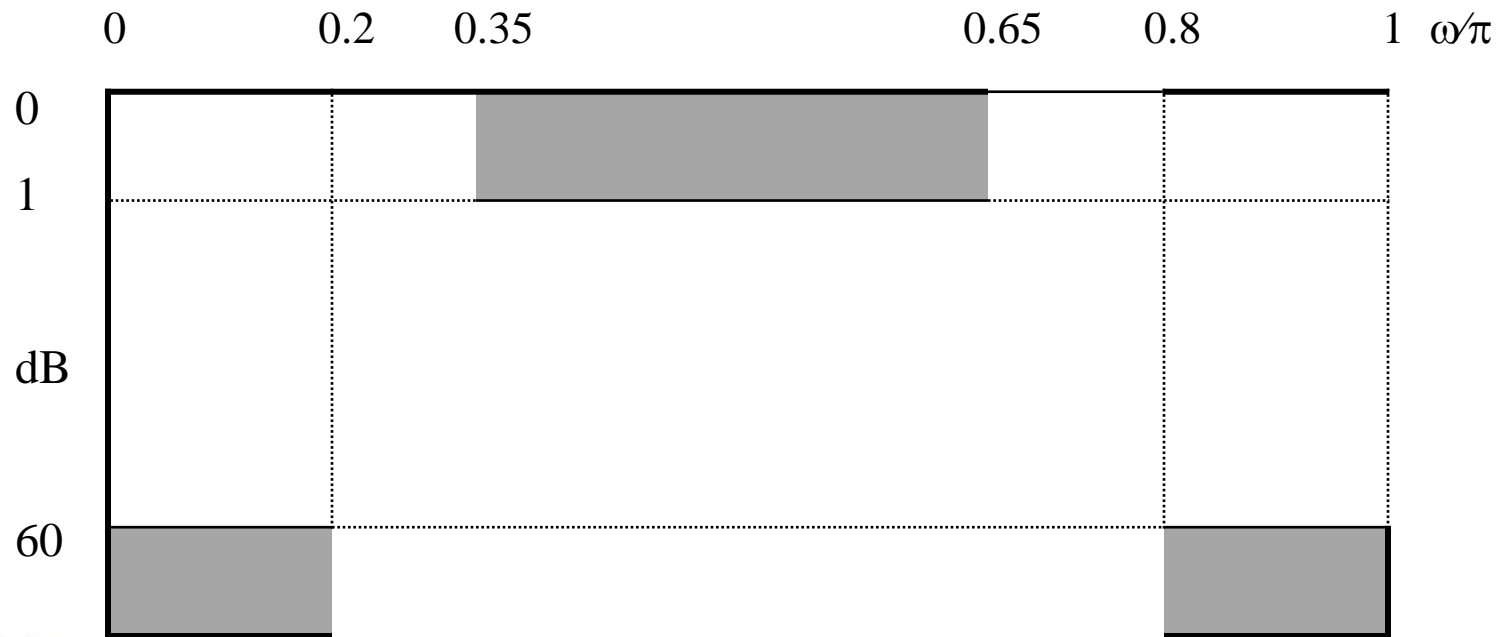



Thiết kế bộ lọc thông dải

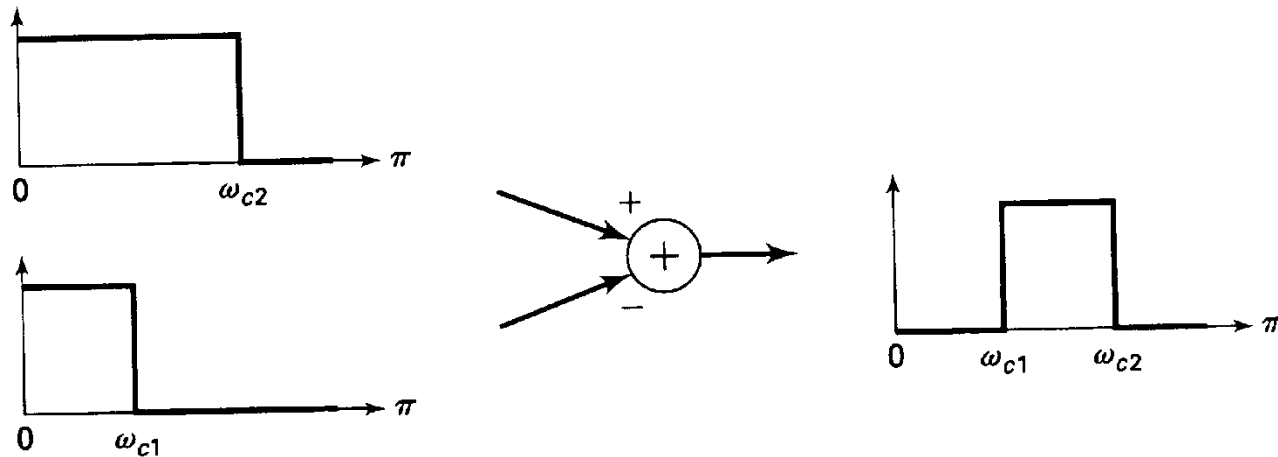
Thiết kế bộ lọc số thông dải có các tham số:

Tần số cắt dưới: $\omega_{1s} = 0,2\pi$, $A_s = 60$ dB. Tần số thông dưới: $\omega_{1p} = 0,35\pi$, $R_p = 1$ dB

Tần số thông trên: $\omega_{2p} = 0,65\pi$, $R_p = 1$ dB. Tần số cắt trên: $\omega_{2s} = 0,8\pi$, $A_s = 60$ dB



- Có 2 dải quá độ: $\Delta\omega_1 = \omega_{lp} - \omega_{ls}$, $\Delta\omega_2 = \omega_{2p} - \omega_{2s}$
- Chọn 2 dải này như nhau $\Delta\omega_1 = \Delta\omega_2 = \Delta\omega$
- Sử dụng cửa sổ Blackman
- Dùng 2 bộ lọc thông thấp lý tưởng tạo ra (2 bộ lọc này có cùng đáp ứng pha)



```

% Good version for bandpass design
% w1s = 0.2pi, As=60 dB
% w1p = 0.35pi, Rp=1 dB
% w2p = 0.65pi, Rp= 1 dB
% w2s = 0.8 pi, As= 60 dB
clear all
ws1 = 0.2*pi; wp1=0.35*pi;
wp2 = 0.65*pi; ws2=0.8*pi;
Tr_width = min((wp1 - ws1), (ws2-wp2));
M = ceil(11*pi/Tr_width) +1;
n= [0:1:(M-1)];
wc1 = (ws1+wp1)/2;
wc2 = (ws2+wp2)/2;
alpha=(M-1)/2;
m=n-alpha+eps;
hd=sin(wc2*m) ./ (pi*m) -sin(wc1*m) ./ (pi*m);
[Y,i]=max(abs(hd));
% Replace just one value
hd(i)=(wc2-wc1)/pi;
w_bla=(blackman(M))';
h=hd.*w_bla;
[H,W]=freqz(h,[1],1000,'whole');
mag=abs(H);

```

```

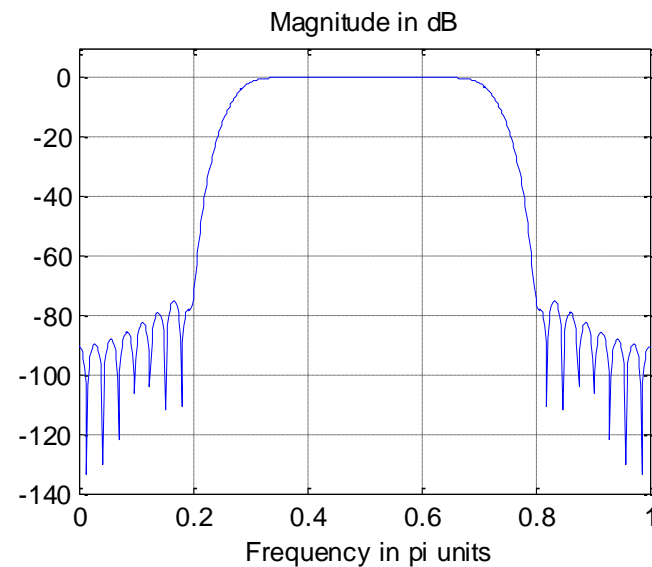
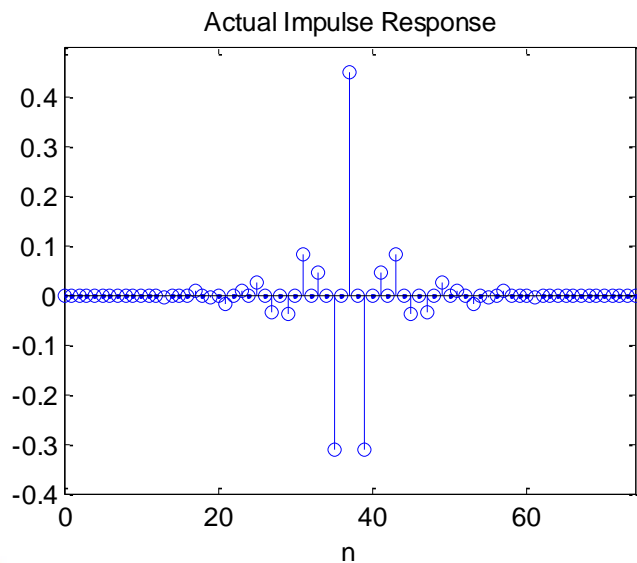
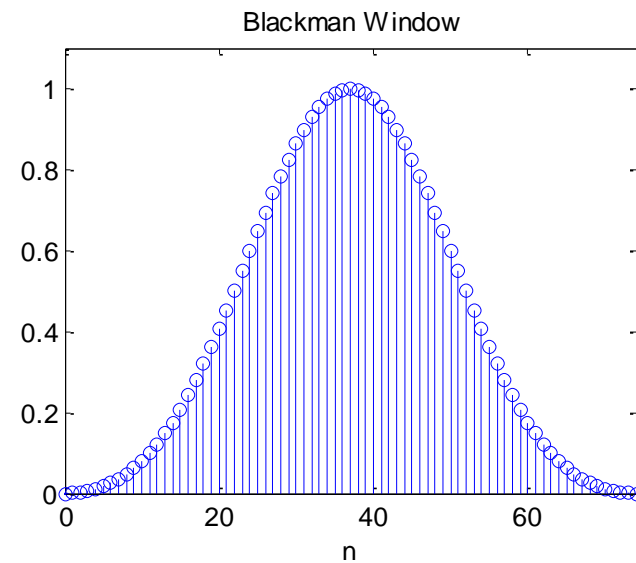
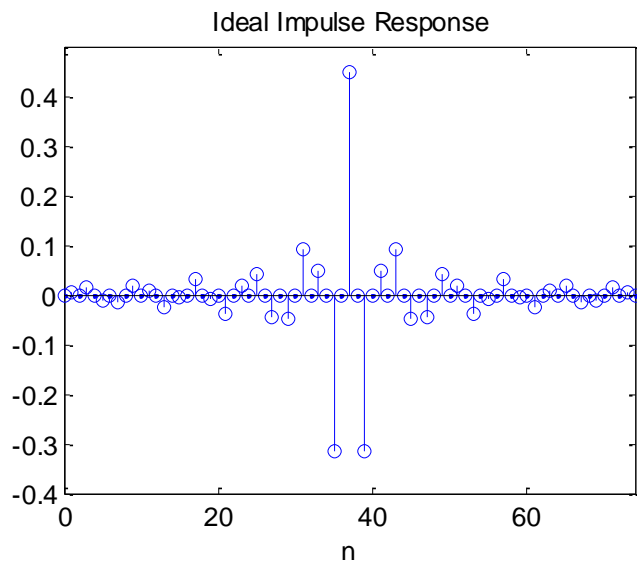
HdB=20*log10((mag+eps)/max(mag));
delta_w=2*pi/1000;
Rp=-(min(HdB(wp1/delta_w+1:1:wp2/delta_w)))
As=-round(max(HdB(ws2/delta_w+1:1:501)))
subplot(2,2,1);
stem(n,hd);
axis([0 M-1 -0.4 0.5]);

subplot(2,2,2);
stem(n,w_bla);
axis([0 M-1 0 1.1]);

subplot(2,2,3);
stem(n,h);
title('Actual Impulse Response');
axis([0 M-1 -0.4 0.5]);

subplot(2,2,4);
plot(W/pi,HdB);
title('Magnitude in dB');grid
axis([0 1 -140 10]);
set(gca,'ytick',[-140:20:10]);
xlabel('Frequency in pi units');

```



Bài tập Chương 3

1. Hệ TT-BB có quan hệ vào ra:

$$y(n) = \frac{1}{3}(x(n-1) + x(n) + x(n+1))$$

a) Xác định đáp ứng tần số

b) Xác định và vẽ dạng đáp ứng biên độ. Nhận xét tính chất lọc của hệ.

2. Hàm truyền đạt của bộ lọc số có dạng:

$$H(z) = 1 + 2z^{-1} + 4z^{-3}$$

a) Xác định PT-SP biểu diễn quan hệ vào-ra

b) Vẽ sơ đồ khối thực hiện bộ lọc