

Chương 2. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

Câu 1. Cho biết một phương trình vi phân nào đó có nghiệm tổng quát là $y = Cx$. Đường cong tích phân nào sau đây của phương trình trên đi qua điểm $A(1, 2)$?

- a) $y = 2$ b) $y = 3x$ c) $y = 2x$ d) $y = x/2$

Câu 2. Hàm số $y = 2x + Ce^x$, C là hằng số tùy ý, là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân nào sau đây ?

- a) $y' - y = (1+x)^2$ b) $y' - y = 2(1-x)$ c) $y' + y = (1+x)^2$ d) $y' + y = 2(1-x)$

Câu 3. Phương trình vi phân nào sau đây được đưa về dạng phương trình tách biến ?

- a) $x^2(x+1)\arctgy dx + x(1+y^2)dy = 0$ b) $x^2(x+y)\ln y dx + (1+y^2)(x-1)dy = 0$
c) $x^2(x+1)\ln y dx + (x+y^2)(x-1)dy = 0$ d) $[x^2 + (x+y)^2]\ln y dx + (1+y^2)(x-1)dy = 0$

Câu 4. Phương trình vi phân nào sau đây được đưa về dạng phương trình tách biến ?

- a) $x^2(x+1)\ln y dx + (x+y^2)(x-y)dy = 0$ b) $x^2(x+y)\ln y dx - (1+y^2)(x-1)dy = 0$
c) $x^2(x+y)\ln y dx + (x+y^2)(x-1)dy = 0$ d) $[x^2 + (x+1)^2]\ln y dx - (1+y^2)(x+1)dy = 0$

Câu 5. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $y' + \frac{y}{x+1} = 0$

- a) $(x+1)y = C$ b) $(x+1) + y = C$ c) $C_1(x+1) + C_2y = 0$ d) $(x+1)^2 + y^2 = C$

Câu 6. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $\frac{dx}{\sin y} + \frac{dy}{\cos x} = 0$

- a) $\sin x + \cos y = C$ b) $\sin x - \cos y = C$ c) $C_1 \sin x + C_2 \cos y = 0$ d) $C_1 \cos x + C_2 \sin y = 0$

Câu 7. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $\frac{dx}{1+x^2} + \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = 0$

- a) $\arcsin x + \arctgy = C$ b) $\arcsin x - \arctgy = C$
c) $\arctgx + \arcsin y = C$ d) $\arctgx + \ln |y + \sqrt{1-y^2}| = C$

Câu 8. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $2xy dx + dy = 0$

- a) $x^2y + y = C$ b) $xy^2 + y = C$ c) $2xy + 1 = C$ d) $x^2 + \ln |y| = C$

Câu 9. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $(1+y^2)dx + x \ln x dy = 0$

- a) $(1+y^2)x + x \ln x = C$ b) $\ln |\ln x| + \arcsin y = C$
c) $\ln |\ln x| + \sqrt{1+y^2} = C$ d) $\ln |\ln x| + \arctgy = C$

Câu 10. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $\sqrt{1-y^2}dx + x \ln x dy = 0$

- a) $x\sqrt{1+y^2} + xy \ln x = C$ b) $\ln |\ln x| + \arcsin y = C$
c) $\ln |\ln x| + \sqrt{1-y^2} = C$ d) $\ln |\ln x| + \arctgy = C$

Câu 12. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $\sqrt{1+y^2}dx + xy \ln x dy = 0$

a) $x\sqrt{1+y^2} + xy \ln x = C$

b) $\ln |\ln x| + \arcsin y = C$

c) $\ln |\ln x| + \sqrt{1+y^2} = C$

d) $\ln |\ln x| + \operatorname{arctg} y = C$

Câu 13. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $x(y^2+1)dx + y(x^2+1)dy = 0$

a) $\operatorname{arctg}(x^2+1) + \operatorname{arctg}(y^2+1) = C$

b) $\operatorname{arctg}(x+y) = C$

c) $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y = C$

d) $\ln(x^2+1) + \ln(y^2+1) = C$

Câu 14. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $xdy - 2y \ln x dx = 0$

a) $y = \ln^2 x + C$

b) $y = \frac{\ln x}{x} + C$

c) $\ln |y| = x(1 + \ln x) + C$

d) $\ln |y| = \ln x^2 + C$

Câu 15. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $x(y^2-1)dx + y(x^2-1)dy = 0$

a) $\operatorname{arctg}(x^2-1) + \operatorname{arctg}(y^2-1) = C$

b) $\operatorname{arccotg}(x^2-1) + \operatorname{arccotg}(y^2-1) = C$

c) $\ln |x^2-1| + \ln |y^2-1| = C$

d) $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y = C$

Câu 16. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $\sqrt{1+y^2}dx + xy \ln x dy = 0$

a) $(1+y^2)x + xy \ln x = C$

b) $\ln |\ln x| + \arcsin y = C$

c) $\ln |\ln x| + \sqrt{1+y^2} = C$

d) $\ln |\ln x| + \operatorname{arctg} y = C$

Câu 17. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $x\sqrt{y^2+1}dx + y\sqrt{x^2+1}dy = 0$

a) $\frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{y^2+1}} = C$

b) $\ln(x + \sqrt{x^2+1}) - \ln(y + \sqrt{y^2+1}) = C$

c) $\ln(x + \sqrt{x^2+1}) + \ln(y + \sqrt{y^2+1}) = C$

d) $\sqrt{x^2+1} + \sqrt{y^2+1} = C$

Câu 18. Phương trình vi phân nào sau đây là phương trình đẳng cấp?

a) $\frac{dy}{dx} = \frac{2x+3y+5}{x+5}$

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+y^2}{x+y}$

c) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+y^2}{xy}$

d) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2y+y^2x}{x^2+y^2}$

Câu 26. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân toàn phần $(e^y + 1)dx + (xe^y + 1)dy = 0$

- a) $xy - xe^y = C$ b) $xy + xe^y = C$ c) $x + y + xe^y = C$ d) $x - y + xe^y = C$.

Câu 27. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân toàn phần $(1 + \cos y)dx - (1 + x \sin y)dy = 0$

- a) $xy - x \cos y = C$ b) $xy + x \cos y = C$ c) $y - x + x \cos y = C$; d) $x - y + x \cos y = C$

Câu 28. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân toàn phần $\left(x - \frac{x}{y}\right)dy + (y - \ln y)dx = 0$

- a) $x \ln y + xy = C$ b) $x \ln y - xy = C$ c) $y \ln x + xy = C$ d) $y \ln x - xy = C$.

Câu 29. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân toàn phần $(\cos y - 2y \sin 2x)dx - (x \sin y - \cos 2x)dy = 0$

- a) $x \cos y - y \cos 2x = C$ b) $x \cos y + y \cos 2x = C$.
c) $x \sin y - y \sin 2x = C$ d) $x \sin y + y \sin 2x = C$.

Câu 30. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $y' + 2\frac{y}{x} = 0$

- a) $y = \frac{C}{x^2}$. b) $y = \frac{2C}{x^3}$. c) $y = \frac{C}{x}$ d) $y = -\frac{C}{x}$.

Câu 31. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $(1 + x^2) \arctg x \cdot y' - y = 0$

- a) $y \left(x + \frac{x^3}{3} \right) - \frac{y^2}{2} = C$ b) $y = C \cdot e^{\frac{1}{\arctg x}}$
c) $y = C \cdot \arctg x$ d) $y = \frac{C}{\arctg x}$.

Câu 32. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $y' \cos^2 x + y = 0$

- a) $y = Ce^{-\tg x}$ b) $y = Ce^{\tg x}$ c) $y = C + e^{\tg x}$ d) $y = e^{C \cdot \tg x}$.

Câu 33. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $y' - 3y = 0$

- a) $y = Ce^{-3x}$ b) $y = C - e^{3x}$ c) $y = Ce^{3x}$ d) $y = C + e^{3x}$.

Câu 34. Phương trình $y' - y \cos x = 0$ có nghiệm tổng quát là:

- a) $y = Cxe^{-\cos x}$ b) $y = Cx + e^{\sin x}$ c) $y = C + e^{-\sin x}$ d) $y = C \cdot e^{-\sin x}$.

Câu 35. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $(1 + \sin x)y' - y \cos x = 0$

- a) $y(x + \cos x) - \frac{y^2}{2} \sin x = C$ b) $y = \frac{C}{1 + \sin x}$
c) $y = C \cdot (1 + \sin x)$ d) $y = C \ln(1 + \sin x)$.

Câu 57. Xét phương trình vi phân $(2x^3 + x)y^2 dx + y^3 x^3 dy = 0$ (1). Khẳng định nào sau đây đúng?

- a) (1) là phương trình vi phân đẳng cấp; b) (1) là phương trình vi phân đưa được về dạng tách biến;
c) (1) là phương trình vi phân tuyến tính cấp 1; d) (1) là phương trình vi phân Bernoulli.

Câu 58. Xét phương trình vi phân $(y^2 + 3xy)dx + (7x^2 + 4xy)dy = 0$ (1). Khẳng định nào sau đây đúng?

- a) (1) là phương trình vi phân đẳng cấp; b) (1) là phương trình vi phân tách biến;
c) (1) là phương trình vi phân Bernoulli; d) (1) là phương trình vi phân tuyến tính cấp 1.

Câu 59. Xét phương trình vi phân $(y^2 - 2xy)dx + (x^2 - 5xy)dy = 0$ (1). Khẳng định nào sau đây đúng?

- a) (1) là phương trình vi phân đẳng cấp; b) (1) là phương trình vi phân tách biến;
c) (1) là phương trình vi phân Bernoulli; d) (1) là phương trình vi phân tuyến tính cấp 1.

Câu 60. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $y'' - 2y' + 5y = 0$

- a) $y = e^{2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$ b) $y = e^x(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
c) $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$ d) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$

Câu 61. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $y'' + 4y = 0$

- a) $y = e^{2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$ b) $y = e^x(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
c) $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$ d) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$

Câu 62. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $y'' - 3y' + 2y = 0$

- a) $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$ b) $y = e^x(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
c) $y = e^x(C_1 e^x + C_2 e^{2x})$ d) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$

Câu 63. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $y'' - y = 0$

- a) $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$ b) $y = (C_1 x + C_2) e^x$ c) $y = C_1 + C_2 e^x$ d) $y = C_1 + C_2 \sin x$

Câu 64. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $y'' - 8y' + 41y = 0$

- a) $y = C_1 e^{4x} + C_2 e^{5x}$ b) $y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-5x}$
c) $y = e^{4x}(C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x)$ d) $y = e^{5x}(C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$

Câu 65. Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân $y'' - 6y' + 9y = 0$

- a) $y = e^{3x}(xC_1 + C_2)$ b) $y = e^{-3x}(xC_1 + C_2)$
c) $y = C_1 e^{3x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$ d) $y = (C_1 + C_2) e^{3x}$