

ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20181

Mã HP: MI1112, Khóa: 63, Nhóm ngành 2, Thời gian: 90 phút
 Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1 (1đ). Tìm a để hàm số sau liên tục tại điểm $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{a-x} & \text{khi } x > 1, \\ \arccos x & \text{khi } 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

Câu 2 (1đ). Tìm hàm ngược của hàm số $y = 2^x - 2^{-x}$.

Câu 3 (1đ). Cho hai hàm số $f(x) = x^3$, $g(x) = x^2$, $-1 \leq x \leq 3$.

Tìm số $c \in (-1, 3)$ sao cho $\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(3)-f(-1)}{g(3)-g(-1)}$. Điều này có mâu thuẫn với định lý Cauchy hay không? Giải thích?

Câu 4 (1đ). Cho hai hàm số $f(x), g(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) \leq g(x)$ với mọi x . Chứng minh rằng nếu $f(x)$ là hàm đơn điệu tăng thì $f(f(x)) \leq g(g(x))$.

Câu 5 (1đ). Tính tích phân $\int_0^{+\infty} \frac{3x+1}{(x+1)(x^2+1)} dx$.

Câu 6 (1đ). Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \ln \left(\frac{1+2\sin x}{1+\sin 2x} \right)$.

Câu 7 (1đ). Tính độ dài cung $y = \ln(\cos x)$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.

Câu 8 (1đ). Tìm tiệm cận xiên của đường cong

$$x = \frac{t^3}{1-t^3}, \quad y = \frac{t^2}{1-t}.$$

Câu 9 (1đ). Tính giới hạn

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} \left(\frac{1}{\sqrt{4n^2+1}} + \frac{2}{\sqrt{4n^2+2^2}} + \dots + \frac{n-1}{\sqrt{4n^2+(n-1)^2}} \right).$$

Câu 10 (1đ). Cho hàm số $f(x)$ lồi, khả tích trên đoạn $[a, b]$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \leq \frac{f(a) + f(b)}{2}.$$

ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN GIẢI TÍCH 1 - Học kì 20181

Mã HP: MI1112, Khóa: 63, Nhóm ngành 2, Thời gian: 90 phút
 Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1 (1đ). Tìm a để hàm số sau liên tục tại điểm $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{a+x} & \text{khi } x > 1, \\ \arccos x & \text{khi } 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

Câu 2 (1đ). Tìm hàm ngược của hàm số $y = 3^x - 3^{-x}$.

Câu 3 (1đ). Cho hai hàm số $f(x) = x^3$, $g(x) = x^2$, $-3 \leq x \leq 1$.

Tìm số $c \in (-3, 1)$ sao cho $\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(1)-f(-3)}{g(1)-g(-3)}$. Điều này có mâu thuẫn với định lý Cauchy hay không? Giải thích?

Câu 4 (1đ). Cho hai hàm số $f(x), g(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) \leq g(x)$ với mọi x . Chứng minh rằng nếu $g(x)$ là hàm đơn điệu tăng thì $f(f(x)) \leq g(g(x))$.

Câu 5 (1đ). Tính tích phân $\int_0^{+\infty} \frac{x+3}{(x+1)(x^2+1)} dx$.

Câu 6 (1đ). Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \ln \left(\frac{1-2\sin x}{1-\sin 2x} \right)$.

Câu 7 (1đ). Tính độ dài cung $y = \ln(\sin x)$, $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

Câu 8 (1đ). Tìm tiệm cận xiên của đường cong

$$x = \frac{t^2}{1-t}, \quad y = \frac{3t^3}{1-t^3}.$$

Câu 9 (1đ). Tính giới hạn

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} \left(\frac{1}{\sqrt{4n^2-1}} + \frac{2}{\sqrt{4n^2-2^2}} + \dots + \frac{n-1}{\sqrt{4n^2-(n-1)^2}} \right).$$

Câu 10 (1đ). Cho hàm số $f(x)$ lõm, khả tích trên đoạn $[a, b]$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \geq \frac{f(a) + f(b)}{2}.$$

ĐỀ 7: ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN GIẢI TÍCH 1 – Học kì 20181

Khóa: 63- Nhóm ngành 3-Mã học phần MI1113. Thời gian: 90 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1. Tính $\int \frac{x}{x^2+3x+2} dx$

Câu 2. Xét sự hội tụ, phân kỳ của tích phân suy rộng $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3-x+1}+\sqrt{x+1}}$

Câu 3. Tính thể tích vật tròn xoay tạo bởi elip: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ quay quanh trục Ox.

Câu 4. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 4x}{x^2}$

Câu 5. Tìm và phân loại điểm gián đoạn của hàm số $y = \frac{x}{x^3-2x^2+x-2}$

Câu 6. Cho hàm số $z = x^3y^2 + x^2y^2 - 3xy + 2$. Tính $dz(1,1)$.

Câu 7. Tìm cực trị của hàm số $z = xy + (\alpha - x - y)(2x + 3y)$; α là tham số thực.

Câu 8. Tính tích phân kép $\iint_D (x+y) dx dy$; với $D: \begin{cases} 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \\ x \leq y \leq \sqrt{3}x \end{cases}$

Câu 9. Tồn tại hay không hàm f sao cho $f(1) = -f(-1)$, $f(0) = 0$ và $f''(x) < 0 \forall x \in (-2,2)$.

Câu 10. Cho hàm số

$$z = x[\sin(x^2 - y^2) + (x^2 - y^2)^{2018} + 100((x^2 - y^2)^{2019})]$$

Chứng minh $x^2 \frac{\partial z}{\partial y} + xy \frac{\partial z}{\partial x} = zy$.

Thang điểm: Mỗi câu 1 điểm.

-----HẾT-----

ĐỀ 8: ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN GIẢI TÍCH 1 – Học kì 20181

Khóa: 63-Nhóm ngành 3-Mã học phần MI1113- Thời gian: 90 phút

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải ký xác nhận số đề vào bài thi

Câu 1. Tính $\int \frac{x}{x^2+5x+6} dx$

Câu 2. Xét sự hội tụ, phân kỳ của tích phân suy rộng $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3+x+1}+\sqrt{x+1}}$

Câu 3. Tính thể tích vật tròn xoay tạo bởi elip: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ quay quanh trục Ox.

Câu 4. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos x}{x^2}$

Câu 5. Tìm và phân loại điểm gián đoạn của hàm số $y = \frac{x}{x^3+2x^2+x+2}$

Câu 6. Cho hàm số $z = x^2y^3 + x^2y^2 - 3xy + 2$. Tính $dz(1,1)$.

Câu 7. Tìm cực trị của hàm số $z = xy + (-\alpha - x - y)(2x + 3y)$; α là tham số thực.

Câu 8. Tính tích phân kép $\iint_D (x+y) dx dy$; với $D: \begin{cases} 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \\ \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq x \end{cases}$

Câu 9. Tồn tại hay không hàm f sao cho $f(1) = -f(-1)$, $f(0) = 0$ và $f''(x) > 0 \forall x \in (-2,2)$.

Câu 10. Cho hàm số

$$z = x[\sin(x^2 - y^2) + (x^2 - y^2)^{2018} + 100((x^2 - y^2)^{2019})]$$

Chứng minh $x^2 \frac{\partial z}{\partial y} + xy \frac{\partial z}{\partial x} = zy$.

Thang điểm: Mỗi câu 1 điểm.

-----HẾT-----