Giải bài tập các buổi: https://tinyurl.com/y55p8r8q

Lưu ý trước khi thi:

- Có thể thi vào bất kỳ phần nào đã học, nên tốt nhất là học đều chứ đừng tập trung phần nào cả.
- Phần hàm mật độ XS phải nhớ hết các công thức tính Mod, Med, E, V; nhớ các công thức xấp xỉ từ phân phối này sang phân phối kia.
- Phần phân phối đều, xác suất hình học lâu rồi không thi nhưng cũng phải đọc qua cho chắc.
- Phần nhóm đầy đủ hay bảng phân phối phải nhớ đếm đủ số trường hợp.

.

BÀI TẬP BUỔI 4

1 Phân phối Bernoulli, nhị thức

1. Tỷ lệ một loại bệnh bẩm sinh trong dân số là $p = 0.01$. Bệnh này cần sự chăm sóc đặc biệt lúc mới sinh. Một nhà bảo sinh thường có 20 ca sinh trong một tuần. Tính xác suất để:

   (a) Không có trường hợp nào cần chăm sóc đặc biệt

   (b) Có đúng một trường hợp cần chăm sóc đặc biệt

   (c) Có nhiều hơn một trường hợp cần chăm sóc đặc biệt

   Tính bằng quy luật nhị thức rồi dùng quy luật Poisson để so sánh kết quả.

2. Tỷ lệ cử tri ủng hộ ứng cử viên A trong một cuộc bầu cử là 60%. Người ta hỏi ý kiến 20 cử tri được chọn một cách ngẫu nhiên. Gọi X là số người bỏ phiếu cho A trong 20 người đó.

   (a) Tìm giá trị trung bình, độ lệch chuẩn và Mod của X.

   (b) Tìm $P(X \leq 10)$

   (c) Tìm $P(X > 12)$

   (d) Tìm $P(X = 11)$

3. Giả sử tỷ lệ dân cư mắc bệnh A trong vùng là 10%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhóm 400 người.

   (a) Viết công thức tính xác suất để trong đó có nhiều nhất 50 người mắc bệnh A.

   (b) Tính xấp xỉ xác suất đó bằng phân phối chuẩn.

4. Một máy sản xuất ra sản phẩm loại A với xác suất 0.485. Tính xác suất sao cho trong 200 sản phẩm do máy sản xuất ra có ít nhất 95 sản phẩm loại A.

5. Xác suất trúng số là 1%. Mỗi tuần mua một vé số. Hỏi phải mua vé số liên tiếp trong tối thiểu bao nhiêu tuần để có không ít hơn 95% hy vọng trúng số ít nhất 1 tuần.

6. Một bài thi trắc nghiệm gồm có 10 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có 1 phương án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm và câu trả lời sai bị trừ 2 điểm. Một sinh viên kém làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên một phương án cho mỗi câu hỏi.

   (a) Tính xác suất để học sinh này được 4 điểm.

(b) Tính xác suất để học sinh này bị điểm âm.

(c) Gọi X là số câu trả lời đúng, tính $E(X)$ và $V(X)$.

(d) Tính số câu sinh viên này có khả năng trả lời đúng lớn nhất.

7. Có 3 lọ giống nhau: hai lọ loại I, mỗi lọ có 3 bi trắng và 7 bi đen; một lọ loại II có 4 bi trắng và 6 bi đen. Một trò chơi được đặt ra như sau: Mỗi ván, người chơi chọn ngẫu nhiên một lọ và lấy ra hai bi từ lọ đó. Nếu lấy được đúng hai bi trắng thì người chơi thắng, ngược lại người chơi thua.

   (a) Người A chơi trò chơi này, tính xác suất người A thắng ở mỗi ván.

   (b) Giả sử người A chơi 10 ván, tính số ván trung bình người chơi thắng được và số ván người A thắng tin chắc nhất.

   (c) Người A phải chơi ít nhất bao nhiêu ván để xác suất thắng ít nhất một ván không dưới 0.99

2 Phân phối Poisson

1. Một trung tâm bưu điện nhân được trung bình 3 cuộc gọi điện thoại trong mỗi phút. Tính xác suất để trung tâm này nhận được 1 cuộc, 2 cuộc, 3 cuộc gọi trong 1 phút, biết rằng số cuộc gọi trong một phút có phân phối Poisson.

2. Một cửa hàng cho thuê xe car nhận thấy rằng số người đến thuê xe car vào ngày thứ bảy cuối tuần là một đại lượng ngẫu nhiên X có phân phối Poisson với tham số $\lambda = 2$. Giả sử cửa hàng có 4 chiếc car.

   (a) Tìm xác suất không phải tất cả 4 chiếc car đều được thuê.

   (b) Tìm xác suất tất cả 4 chiếc car đều được thuê.

   (c) Tìm xác suất cửa hàng không đáp ứng được nhu cầu.

   (d) Trung bình có bao nhiêu car được thuê

   (e) Cửa hàng cần có ít nhất bao nhiêu car để xác suất không đáp ứng được nhu cầu thuê bé hơn 2%.

3. Một tổng đài bưu điện có các cuộc điện thoại gọi đến xuất hiện ngẫu nhiên, độc lập với nhau và có tốc độ trung bình 2 cuộc gọi trong 1 phút. Tính xác suất để:

   (a) Có đúng 5 cuộc gọi điện thoại trung 2 phút.

   (b) Không có cuộc điện thoại nào trong khoảng thời gian 30 giây.

   (c) Có ít nhất 1 cuộc điện thoại trong khoảng thời gian 10 giây.

4. Tại một điểm bán vé máy bay, trung bình trong 10 phút có 4 người đến mua vé. Tính xác suất để:

   (a) Trong 10 phút có 7 người đến mua vé.

   (b) Trung 10 phút có không quá 3 người đến mua vé.

5. Các khách hàng đến quần thu ngân, theo phân phối Poisson, với số lượng trung bình 5 người mỗi phút. Tính xác suất xuất hiện ít nhất 10 khách hàng trong khoảng thời gian 3 phút.

6. Ta có 10 máy sản xuất (độc lập nhau), mỗi máy sản xuất ra 2% thứ phẩm không đạt chuẩn.

(a) Trung bình có bao nhiêu sản phẩm được sản xuất bởi máy đầu tiên trước khi nó có thứ phẩm đầu tiên?

(b) Ta lấy ngẫu nhiên một sản phẩm từ mỗi máy sản xuất. Hỏi xác suất nhiều nhất hai thứ phẩm trong 10 sản phẩm này là bao nhiêu?

(c) Làm lại câu (b) bằng cách sử dụng xấp xỉ Poisson.

(d) Phải lấy ra ít nhất bao nhiêu sản phẩm được sản xuất bởi máy đầu tiên để xác suất đạt được ít nhất một thứ phẩm không nhỏ hơn 1/2 (giả sử rằng các sản phẩm là độc lập nhau)?

3 Phân phối chuẩn

1. Các kết quả của bải kiểm tra chỉ số thông minh (IQ) cho các học sinh của một trường tiểu học cho thấy điểm IQ của các học sinh này tuân theo phân phối chuẩn với các tham số là $\mu = 100$ và $\sigma^2 = 225$. Tỉ lệ học sinh có điểm IQ nhỏ hơn 91 hoặc lớn hơn 130 là bao nhiêu?

2. Trọng lượng X (tính bằng gam) một loại trái câu có phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$, với $\mu = 500$ (gam) và $\sigma^2 = 16\ gam^2$. Trái cây thu hoạch được phân loại theo trọng lượng như sau:

   (a) Loại 1: trên 505 gam

   (b) Loại 2: từ 495 đến 505 gam,

   (c) Loại 3: dưới 495 gam.

   Tính tỉ lệ mỗi loại.

3. Cho một biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ $f(x) = Ae^{\frac{-(x+2)^2}{18}}$

   (a) Tìm hằng số A, hỏi X có phân phối gì?

   (b) Tính $P(-5 < X < -2)$

   Cho hàm Laplace $\Phi(0) = 0; \Phi(1) = 0.3413$.

4 Phân phối mũ

1. Một linh kiện điện tử có thời gian hoạt động X là biến ngẫu nhiên có phân phối mũ với hàm mật độ X là: $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0$. (Đề 20181, giải ở link CLB đăng thứ 6 tuần nào đó gần đây)

   (a) Xác định phân phối xác suất cho thời gian hoạt động của một mạng gồm 2 linh kiện loại trên mắc song song.

   (b) Tính kỳ vọng và phương sai của thời gian hoạt động của mạng đó.

2. Tuổi thị X (đơn vị: năm) của sản phẩm do nhà máy M sản xuất là biến ngẫu nhiên có phân phối mũ với tham số $\lambda = 0.2$. Mua một sản phầm của nhà máy M. Tính xác suất sản phẩm có tuổi thọ từ 2 đến 4 năm.

3. Tuổi thị X (đơn vị: năm) của sản phẩm do nhà máy M sản xuất là biến ngẫu nhiên có phân phối mũ với tham số $\lambda = 0.1$. Mua một sản phẩm của nhà máy M đã sử dụng rồi. Tính xác suất sử dụng sản phẩm được thêm 10 năm nữa.