CÁC DẠNG BÀI TẬP CHƯƠNG 5

TÍCH PHÂN MẶT LOẠI I

DẠNG 1: KHI S CHO BỞI PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ

Câu 1: Tính $I = \iint\limits_S (x + yz)dS$, với S được xác định bởi $\begin{cases} x = uv \\ y = u + v \\ z = u - v \end{cases}$ và $\begin{cases} u^2 + v^2 \le 1 \\ u \ge 0; v \ge 0 \end{cases}$.

Câu 2: Tính tích phân $\iint\limits_S zdS$, ở đó S là phần của mặt Helicoid $\begin{cases} x = u\cos v \\ y = u\sin v \\ z = v \end{cases}$ với $\begin{cases} 0 \le u \le a \\ 0 \le v \le 2\pi \end{cases}$.

Câu 3: Tính tích phân $\iint\limits_S z^2dS$, ở đó S là phần của mặt nón $\begin{cases} x = r.\cos\varphi.\sin\alpha \\ y = r.\sin\varphi.\sin\alpha \\ z = r.\cos\alpha \end{cases}$

với $(0 \le r \le \alpha; 0 \le \varphi \le 2\pi)$ và α là hằng số $(0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$.

DẠNG 2: KHI S CHO BỞI $z = z(x; y)$

Câu 1: Tính các tích phân sau:

a) $I = \iint\limits_S xydS$ với S là mặt $z = 2\sqrt{6}.x + 3y^2;\quad 0 \le x \le 2;\quad 0 \le y \le 2.$

b) $I = \iint\limits_S (x^2 + y^2)dS$ với S là mặt $z = x^2 + y^2;\quad x^2 + y^2 \le 4.$

c) $I = \iint\limits_S xdS$ với S là mặt $y = x^2 + 4z;\quad 0 \le x \le 2;\quad 0 \le z \le 2.$

Câu 2: Tính tích phân $I = \iint\limits_S (6x+4y+3z)dS$, trong đó S là phần mặt phẳng $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1 \\ x \ge 0; y \ge 0; z \ge 0 \end{cases}$.

Câu 3: Tính tích phân $I = \iint\limits_S (x^2 + y^2 + z^2)dS$, trong đó S là phần mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ nằm giữa hai mặt phẳng $z = 0; z = 3$.

Câu 4: Tính tích phân $I = \iint\limits_S \frac{1}{r^2}dS$, ở đó S là mặt trụ $x^2 + y^2 = R^2$, bị chắn bởi các mặt phẳng $z = 0; z = h$ còn r là khoảng cách từ một điểm của mặt trụ tới gốc tọa độ.

TÍCH PHÂN MẶT LOẠI II

Tính các tích phân sau:

1) $\iint\limits_S x^3dydz + y^3dzdx + z^3dxdy$, trong đó S là phía ngoài mặt cầu $S: x^2+y^2+z^2=R^2$.

2) $\iint\limits_S (y+z)dxdy$, trong đó S là phía trên mặt $z=4-4x^2-y^2$, $z \geq 0$.

3) $\iint\limits_S x^2y^2zdxdy$, trong đó S là mặt trên của nửa mặt cầu: $x^2+y^2+z^2=R^2$, $z \leq 0$.

4) $\iint\limits_S ydzdx + z^2dxdy$, trong đó S là phía ngoài mặt ellipsoid: $x^2+\dfrac{y^2}{4}+z^2=1$.

5) $\iint\limits_S y^2zdxdy + xzdydz + x^2ydzdx$, trong đó S là phía ngoài của miền $\begin{cases} x^2+y^2 \leq 1,\ 0 \leq z \leq x^2+y^2 \\ x \geq 0,\ y \geq 0 \end{cases}$.

6) Dùng công thức Stokes tính tích phân:

$$\int\limits_C (x+y^2)dx + (y+z^2)dy + (z+x^2)dz$$

Trong đó C là biên của tam giác với các đỉnh $(1;0;0)$; $(0;1;0)$; $(0;0;1)$ hướng ngược chiều kim đồng hồ khi nhìn từ trên xuống.

7) $\iint\limits_S (3x+2y+z)^3(dydz+dzdx+dxdy)$, trong đó S là mặt $9x^2+4y^2+z^2=1$ hướng ra ngoài.

8) Tính $\iint\limits_S (x-y+2z)^3(dydz+dzdx+dxdy)$, trong đó S là mặt ellipsoid $x^2+y^2+4z^2=1$ hướng ra ngoài.

9) Cho $O(0;0;0)$; $A(1;0;0)$; $B(0;1;0)$; $C(0;0;1)$. Tính tích phân mặt:

$$\iint\limits_S xydydz + yzdydx + zxdxdy$$

Trong đó S là mặt ngoài của tứ diện $OABC$.