

BÀI 19
BỘ LỘC SỐ FIR
PHA TUYẾN TÍNH

TS. Nguyễn Hồng Quang

PGS. TS. Trịnh Văn Loan

TS. Đoàn Phong Tùng

Khoa Kỹ thuật máy tính

❑ Nội dung bài học

1. Mục tiêu thiết kế bộ lọc số
2. Đặc điểm đáp ứng xung $h(n)$ của bộ lọc FIR pha tuyến tính

❏ Mục tiêu bài học

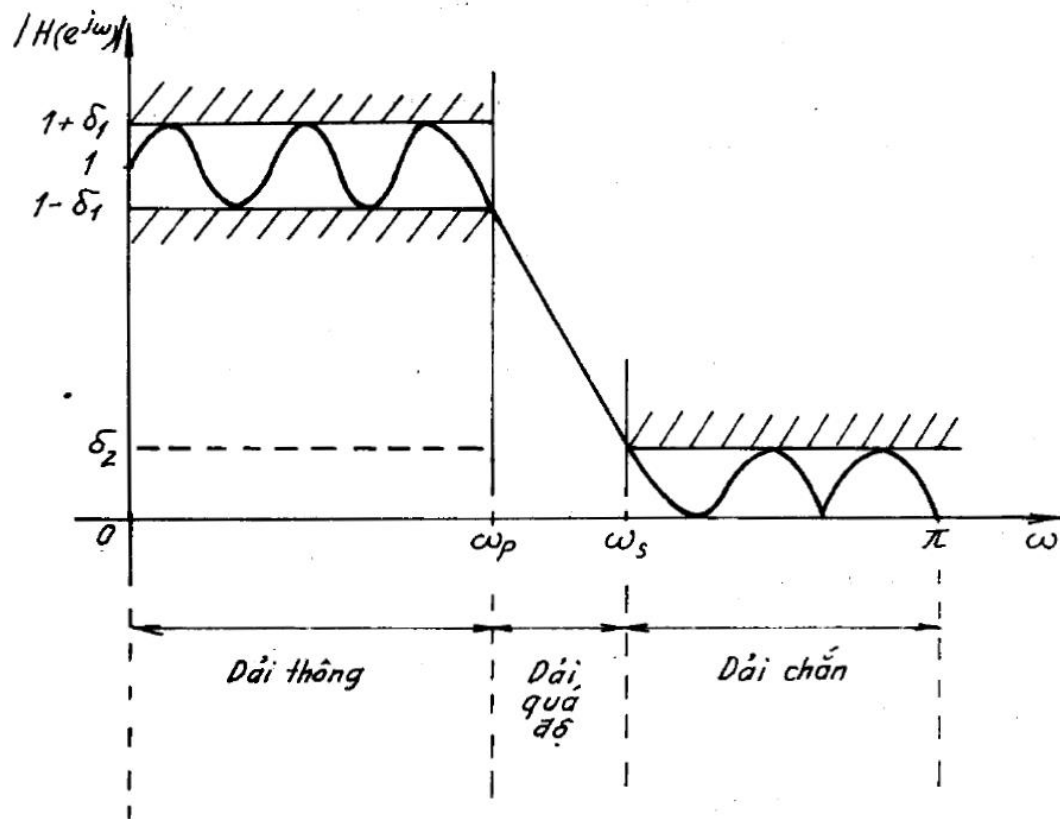
Sau khi học xong bài này, các em sẽ nắm được những vấn đề sau:

- Mục tiêu thiết bộ lọc số FIR pha tuyến tính, các giai đoạn tổng hợp cũng như ưu và nhược điểm của bộ lọc FIR.
- Điều kiện của đáp ứng xung để bộ lọc FIR có pha tuyến tính.

1. Mục tiêu thiết kế

Bước 1. Xác định các hệ số của bộ lọc thoả mãn chỉ tiêu kỹ thuật đã cho:

$$\delta_1, \delta_2, \omega_p, \omega_s$$



- δ_1 : độ gợn sóng ở dải thông
- δ_2 : độ gợn sóng ở dải chắn
- ω_p : tần số giới hạn (biên tần) dải thông
- ω_s : tần số giới hạn (biên tần) dải chắn

Các giai đoạn tổng hợp bộ lọc số FIR

Bước 2. Chọn cấu trúc lượng tử hoá các hệ số của bộ lọc theo số bit hữu hạn cho phép

Bước 3. Lượng tử hoá các biến của bộ lọc, nghĩa là chọn chiều dài từ đối với: đầu vào, đầu ra, các bộ nhớ trung gian

Bước 4. Kiểm tra bằng cách mô phỏng trên máy tính bộ lọc cuối cùng thoả mãn các tiêu chí kỹ thuật.

Ưu và nhược điểm của bộ lọc FIR

- Ưu điểm: bộ lọc luôn nhân quả, ổn định, thoả mãn pha tuyến tính, có khả năng nhận được nhiều tính toán khá nhỏ.
- Nhược điểm: bậc của bộ lọc khá cao so với bộ lọc IIR có cùng chỉ tiêu kỹ thuật.

2. Điều kiện đáp ứng xung để bộ lọc FIR có pha tuyến tính

- Bộ lọc FIR:

- Phương trình sai phân: $y(n) = h(0).x(n) + h(1).x(n-1) + \dots + h(N-1).x(n-N+1)$
- Hàm truyền đạt $H(z)$:

$$H(Z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)Z^{-n} = h(0) + h(1)Z^{-1} + \dots + h(N-1)Z^{-(N-1)}$$

- Đáp ứng tần số (tuần hoàn với chu kỳ 2π):

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\cos \omega n + j \left[- \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin \omega n \right]$$

- Đáp ứng biên độ: $H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|e^{j\varphi(\omega)}$
- Đáp ứng pha: $\varphi(\omega) = \arg[H(e^{j\omega})]$

Trễ nhóm và bộ lọc FIR pha tuyến tính

- Phép trễ:

$$x(n) \xrightarrow{F} X(e^{j\omega})$$

$$x(n - n_0) \xrightarrow{F} ?$$

$$\begin{aligned} F\{x(n - n_0)\} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n - n_0) e^{-j\omega n} \\ &= e^{-j\omega n_0} X(e^{j\omega}) \end{aligned}$$

- Nhận xét: Tín hiệu trễ có phổ biên độ không thay đổi còn phổ pha dịch đi một lượng $-\omega n_0$
- Định nghĩa trễ nhóm: $\tau(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$, $\varphi(\omega)$: đáp ứng pha
- Bộ lọc muốn có trễ nhóm là hằng số thì bộ lọc phải có pha tuyến tính
- Khi đó tín hiệu qua dải thông của bộ lọc sẽ xuất hiện chính xác ở đầu ra với độ trễ đã cho.

Điều kiện $h(n)$ để FIR pha tuyến tính

- Đáp ứng tần số:

$$H(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega})e^{-j\alpha\omega+j\beta}$$

- Trong đó:

- α, β : hằng số
- $A(e^{j\omega})$: hàm thực của ω
- $\arg[H(e^{j\omega})] = \beta - \alpha\omega, 0 < \omega < \pi$

- Định nghĩa trễ nhóm: $\tau = -\frac{d\varphi}{d\omega}$, φ : đáp ứng pha

Điều kiện $h(n)$ để FIR pha tuyến tính

$$H(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega})e^{-j\alpha\omega+j\beta}$$

$$H(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega})\cos(\beta - \omega\alpha) + jA(e^{j\omega})\sin(\beta - \omega\alpha)$$

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)\cos \omega n - j \sum_{n=-\infty}^{-\infty} h(n)\sin \omega n$$

- Giả thiết $h(n)$ thực:



$$A(e^{j\omega})\cos(\beta - \omega\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)\cos \omega n$$

$$A(e^{j\omega})\sin(\beta - \omega\alpha) = - \sum_{n=-\infty}^{-\infty} h(n)\sin \omega n$$

$$\frac{\sin(\beta - \omega\alpha)}{\cos(\beta - \omega\alpha)} = \frac{-\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)\sin \omega n}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)\cos \omega n}$$



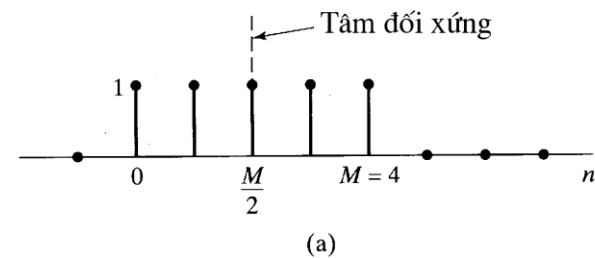
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)[\cos \omega n \cdot \sin(\beta - \omega\alpha) + \sin \omega n \cdot \cos(\beta - \omega\alpha)] = 0$$



$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)\sin[\omega(n - \alpha) + \beta] = 0 \quad \forall \omega$$

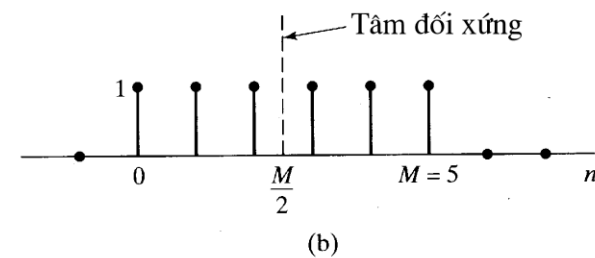
4 loại bộ lọc FIR pha tuyến tính

❖ Với $\beta = 0$: $\alpha = \frac{N-1}{2}$, $h(n) = h(N-1-n)$



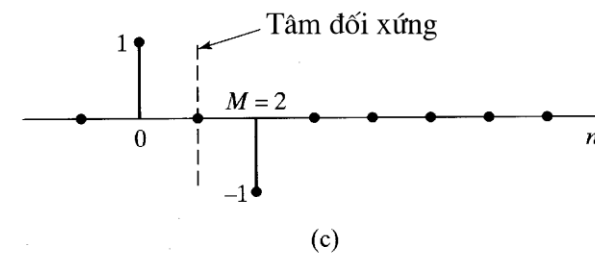
1. Bộ lọc loại 1: $h(n)$ đối xứng, N lẻ

2. Bộ lọc loại 2: $h(n)$ đối xứng, N chẵn

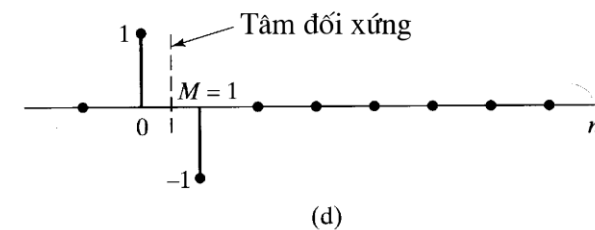


❖ Với $\beta \neq 0$: $\alpha = \frac{N-1}{2}$, $\beta = \pm \frac{\pi}{2}$, $h(n) = -h(N-1-n)$

3. Bộ lọc loại 3: $h(n)$ phản đối xứng, N lẻ



4. Bộ lọc loại 4: $h(n)$ phản đối xứng, N chẵn



4. Tổng kết

- Bộ lọc FIR luôn nhân quả, ổn định, thoả mãn pha tuyến tính. Tuy nhiên bậc của bộ lọc khá cao so với các bộ lọc IIR có cùng chỉ tiêu kỹ thuật.
- Bộ lọc FIR có pha tuyến tính sẽ cho tín hiệu qua dải thông ở đầu ra có độ trễ chính xác cho trước.
- Có 4 loại bộ lọc FIR thoả mãn điều kiện pha tuyến tính, đó là các bộ lọc loại 1, 2, 3, 4.

5. Bài tập

- Bài tập 1

□ Hãy chứng minh khi $h(n)$ đối xứng, $N = 6$, $\alpha = 2.5$ và $\beta = 0$ thì:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) \sin[\omega(n - \alpha) + \beta] = 0 \quad \forall \omega$$

Bài tập về nhà

- Bài tập 2
 - Hãy chứng minh khi $h(n)$ đối xứng, $N = 5$, $\alpha = 2$ và $\beta = 0$ thì:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) \sin[\omega(n - \alpha) + \beta] = 0 \quad \forall \omega$$

Bài tập về nhà

- Bài tập 3

□ Hãy chứng minh khi $h(n)$ phản đối xứng, $N = 5$, $\alpha = 2$ và $\beta = \frac{\pi}{2}$ thì:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) \sin[\omega(n - \alpha) + \beta] = 0 \quad \forall \omega$$

Bài tập về nhà

- Bài tập 4

□ Hãy chứng minh khi $h(n)$ phản đối xứng, $N = 6$, $\alpha = 2.5$ và $\beta = \frac{\pi}{2}$ thì:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) \sin[\omega(n - \alpha) + \beta] = 0 \quad \forall \omega$$

Bài học tiếp theo. BÀI 20

ĐẶC ĐIỂM VÀ ỨNG DỤNG CỦA TỪNG LOẠI BỘ LỌC FIR

Tài liệu tham khảo:

- **Nguyễn Quốc Trung (2008), Xử lý tín hiệu và lọc số, Tập 1, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Chương 1 Tín hiệu và hệ thống rời rạc.**
- **J.G. Proakis, D.G. Manolakis (2007), Digital Signal Processing, Principles, Algorithms, and Applications, 4th Ed, Prentice Hall, Chapter 1 Introduction.**



TRƯỜNG CÔNG NGHỆ THÔNG
TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

Chúc các bạn học tốt!