

ĐỀ THI GIỮA KỲ MÔN GIẢI TÍCH III - Học kì 20213**Nhóm ngành 1****Thời gian làm bài: 60 phút**

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và giám thị phải kí xác nhận số đề vào bài thi.

Câu 1. [2đ] Xét sự hội tụ, phân kỳ của các chuỗi số:

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n$

b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+2}{2^{n+2}}$

Câu 2. [1đ] Tìm miền hội tụ của chuỗi hàm số:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{\sqrt{n+1}}.$$

Câu 3. [3đ] Giải các phương trình vi phân sau:

a) $2x \cos 2y dy - (1 + \sin^2 2y) dx = 0, y(1) = \frac{1}{2}$

b) $2(1+x^2)y' - 4xy = (1+x^2)^2$

c) $2y^2 dx + (4xy - \tan(4xy^2)) dy = 0$

Câu 4. [1đ] Khai triển thành chuỗi Fourier hàm $f(x)$ tuần hoàn với chu kỳ 2π và

$$f(x) = \begin{cases} 4 & \text{nếu } -\pi \leq x < -\frac{\pi}{2}, \\ 2 & \text{nếu } -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2}, \\ 4 & \text{nếu } \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \end{cases}$$

Câu 5. [2đ] Xét sự hội tụ đều của chuỗi hàm số $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin\left(\frac{1}{4^n x}\right)$ trên các khoảng sau:

a) $(2, +\infty)$

b) $(0, \infty)$

Câu 6. [1đ] Có tồn tại hay không hai chuỗi số hội tụ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ và $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ sao cho chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 b_n^2$ phân kỳ? Tại sao?

————— **Chúc các bạn hoàn thành tốt bài thi** —————