

2020



CRUBA

Módulo

Matemática Financiera

Profa : Gilza De Oliveira
2023



Uno de los problemas del sistema actual de aprendizaje es que el estudiante intenta memorizar los ejercicios escritos a manera de introducir los datos en la calculadora y ésta resuelve la incógnita, así cuando el estudiante se enfrenta a un caso real se encuentra con la sorpresa de no haber aprendido a analizar y plantear los problemas, impidiéndole enfocar ese caso, por la sencilla razón de que "no sabe". Esto quiere decir, que la calculadora solo calcula no analiza. Por tanto, el estudiante deberá convertirse en un factor activo para el mejoramiento de la capacidad analítica, no limitándose a resolver los problemas por obligación, sino efectuándolos con el espíritu de contribuir al perfeccionamiento de los mismos.

PRESENTACIÓN:

Bienvenido(a) a este nuevo curso de *Matemática Financiera*, este módulo ha sido desarrollado poniendo especial énfasis en su sencillez, progresividad y amenidad.

Este módulo cuenta de dos lecciones, acompañadas de ejemplos y ejercicios, de los que se facilitan su resolución.

Esperamos que nuestros(as) alumnos(as) encuentren este material de interés, ya que estamos convencidos de que un seguimiento con dedicación del mismo les permitirá adquirir el dominio de esta materia.

Sin más preámbulo, les invitamos a comenzar (*¡¡Suerte y mucho ánimo!!!*)...



“ La verdadera educación consiste en obtener lo mejor de uno mismo. ¿Qué otro libro se puede estudiar mejor que el de la Humanidad?”

Mahatma Gandhi (1869-1948)

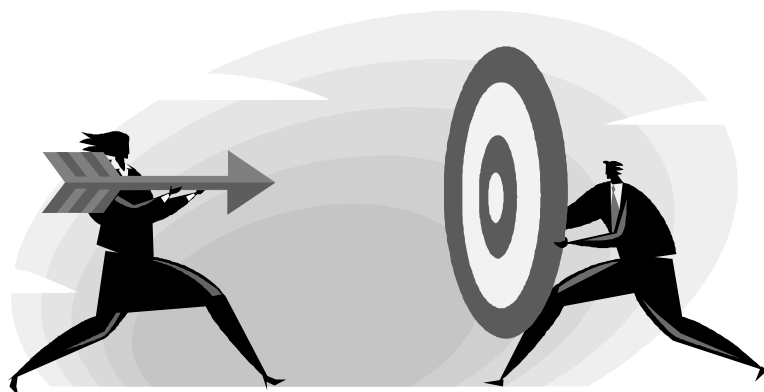
Político y pensador indio.

OBJETIVOS GENERALES:

- Familiarizar al estudiante con los conceptos, fórmulas y tablas que se desarrollen durante el curso y proporcionarles a través de la práctica, la confianza requerida para dominar con fluidez los conceptos y algoritmos fundamentales.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

1. Analizar los conceptos fundamentales de la matemática financiera.
2. Dominar los conceptos y fórmulas que se utilizan para calcular el interés simple y compuesto.
3. Establecer la diferencia entre cada uno de los tipos de descuentos y sus utilidades.



EVALUACIÓN DEL CURSO:

Talleres individuales y grupales desarrollados en clase,
participación activa, pruebas cortas, portafolios,
Reseñas críticas otros.

35%

Pruebas Parciales (dos como mínimo)

30%

Prueba Semestral

35%

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	6
Actividad N°1.....	7
1. El Dinero.....	7
2. Los Bancos.....	12
3. Crédito	11
4. El Interés.....	14
5. El Interés Simple.....	16
6. Actividad N°2.....	18
Actividad N°3.....	19
7. Pagarés.....	20
8. Valor Presente de una deuda.....	21
9. Actividad N°4	22
Actividad N°5.....	23
10. Descuento Simple.....	24
Actividad N°6.....	25
Actividad N°7.....	25
9. Interés Compuesto.....	26
Actividad N°8.....	27
Actividad N°9.....	28
BIBLIOGRAFÍA.....	29

INTRODUCCIÓN:

En toda empresa como en nuestra vida, se presentan ocasiones donde debemos tomar decisiones. Decisiones de distintos tipos. Para tomar una decisión, es necesario que se disponga de la mayor cantidad de información, además de conocer los métodos o herramientas que están relacionados con el problema y de esta manera tomar la mejor alternativa para dar solución al problema.

Frecuentemente, una empresa o persona se enfrenta ante el dilema: ¿Qué hacer con cierto capital o dinero?, ¿Qué opción elegir entre tantas alternativas?, ¿Cuál de todas las opciones genera mayor

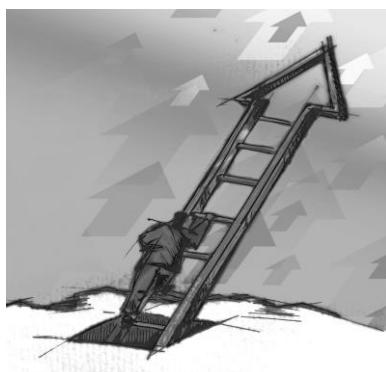
ganancia?, ¿Cuál alternativa de financiamiento es la más económica?, ¿Cómo saber que lo que me cobra una institución financiera es lo correcto?, etc.

Ante estas situaciones, las **Matemáticas Financieras** nos brindan un conjunto de herramientas, métodos y procedimientos que ayudan a la toma de decisiones, para la obtención y el uso del dinero.

Los conceptos, métodos y procedimientos que serán tratados en el presente módulo, tratan sobre Anualidades.

Para poder adquirir las herramientas que te permitan en algún momento resolver problemas relacionados con el tema, es recomendable que vayas analizando los contenidos paulatinamente. Si a medida que avanzas, te das cuenta que no dominas ciertos conceptos o has respondido en forma errónea, *vuelve a repasar el tema. No cometas el error de seguir avanzando, porque el vacío que puedas tener se convertirá en un gran hoyo posteriormente.*

¿COMENCEMOS?



ACTIVIDAD N°1 (Individual)

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es el dinero?
2. ¿Para qué nos sirve el dinero?
3. ¿Qué es un Banco?
4. ¿Qué tipo de créditos existen?
5. ¿Qué entiende por interés?

1. EL DINERO

"El dinero es el equivalente general, la mercancía donde el resto de las mercancías expresan su valor, el espejo donde todas las mercancías reflejan su igualdad y su proporcionalidad cuantitativa"

Según la economía habitual, dinero es cualquier cosa que los miembros de una comunidad estén dispuestos a aceptar como pago de bienes y deudas, cuya función específica estriba en desempeñar la función de equivalente general. El dinero surgió espontáneamente en la remota antigüedad, en el proceso de desarrollo del cambio y de las formas del valor. A diferencia de las otras mercancías, el dinero posee la propiedad de ser directa y universalmente cambiable por cualquier otra mercancía.

1.1. FUNCIONES DEL DINERO

Formas concretas en que se manifiesta la esencia del dinero como equivalente general. En la economía mercantil desarrollada, el dinero cumple las cinco funciones siguientes:

- 1) medida del valor “Con el dinero podemos medir, por ejemplo, el patrimonio que tiene cada ciudadano. Y también podemos medir el precio de cada hora de trabajo social medio. De manera que si expresamos el valor del patrimonio personal en dinero, después debemos expresar este dinero en horas de trabajo...”
- 2) medio de circulación,
- 3) medio de acumulación o de atesoramiento,
- 4) medio de pago y
- 5) dinero mundial.

Siendo su función elemental la de intermediación en el proceso de cambio. El hecho de que los bienes tengan un precio proviene de los valores relativos de unos bienes con respecto a otros.

1.2. TIPOS DE DINERO

Dinero – mercancía: Consiste en la utilización de una mercancía (oro, sal, cueros) como medio para el intercambio de bienes. La mercancía elegida debe ser: duradera, transportable, divisible, homogénea, de oferta limitada.

Dinero – signo: Billetes o monedas cuyo valor extrínseco, como medio de pago, es superior al valor intrínseco. El dinero signo es aceptado como medio de pago por imperio de la ley que determina su circulación (curso legal). El dinero signo descansa en la confianza que el público tiene en que puede utilizarse como medio de pago generalmente aceptado.

Dinero – giral: Representado por los depósitos bancarios.

LA TRANSFORMACIÓN DEL DINERO EN CAPITAL

“El dinero se transforma en capital cuando con él compramos los factores objetivos y los factores subjetivos para producir riqueza. Los factores objetivos son los medios de producción y los factores subjetivos son la fuerza de trabajo. Por lo tanto, el dinero como capital se diferencia del dinero como simple dinero por la clase peculiar de mercancías que compra: medios de producción y fuerza de trabajo. La economía convencional sólo capta el dinero como medio de cambio, y el dinero que funciona como capital igualmente lo capta como medio de cambio. Y es cierto que el dinero que circula como capital funciona como medio de cambio. La diferencia no estriba, por lo tanto, en la función que desempeña en el mercado, sino en la clase de mercancías que se compra con él. El dinero como simple dinero se emplea como medio de cambio de medios de consumo personal, mientras que el dinero como capital se emplea como medio de cambio de medios de producción y de fuerza de trabajo”...

1.3. SISTEMAS MONETARIOS

Un sistema monetario es un conjunto de disposiciones que reglamentan la circulación de la moneda de un país.

Tradicionalmente, los países eligieron el oro y la plata como la base de un sistema monetario mono metalista. Cuando adoptaron ambos metales a la vez, se trataba de un sistema bi-metalista. Actualmente todas las divisas (dólar, Euro, yen, etc.) son dinero fiduciario.

En épocas de inflación, la gente trata de desprenderse inmediatamente del dinero que se desvaloriza y de retener aquellos bienes que conservan su valor.

1.4. LOS BANCOS Y EL DINERO BANCARIO

El dinero bancario está constituido por los depósitos en los bancos, cajas de ahorro, compañías financieras o cajas de crédito.

Los bancos reciben depósitos de sus clientes y conceden préstamos a las familias y a las empresas. El volumen de los préstamos concedidos es superior al de los depósitos que mantienen sus clientes.

2. LOS BANCOS

Al parecer, la palabra "banco" procede de los que utilizaban los cambistas para trabajar en las plazas públicas en las ciudades italianas medievales. El oficio de cambista era entonces una profesión muy especializada que requería amplios conocimientos ya que las docenas de pequeños Estados existentes entonces mantenían en circulación centenares de diferentes monedas que eran aceptadas para el comercio, no por su valor facial, sino por el peso y ley del metal en que se acuñaban y que sólo un experto discernimiento podía establecer.

Evolución histórica. Estas instituciones nacen en la Europa medieval, en las Repúblicas aristocráticas italianas, Venecia, Génova, Florencia, a mediados del siglo XII con la finalidad de prestar servicios de depósito. Al multiplicarse los bancos, amplían sus operaciones, agregan la emisión de certificados, antecedentes de nuestros actuales billetes.

Juan Fugger fue el iniciador en Alemania de una familia de banqueros y comerciantes que unió su destino empresarial a la corona. Se constituyó en el prestamista de Carlos V. Desde Italia la prominencia comercial y bancaria pasó a Holanda y al norte de Europa.

En 1605 nace el Banco de Amsterdam, primer banco moderno que no tuvo como todos los bancos italianos carácter de sociedad familiar o personal. Integrado por comerciantes a causa de la ubicación geográfica de su ciudad y puerto, fue un factor de primer orden para la economía de Holanda y Alemania.

El Banco de Inglaterra fundado en 1694, como consecuencia de los préstamos que otorga, el gobierno le autorizó a emitir billetes.

2.1. CLASES DE BANCOS

2.1.1. Según el origen del capital

Bancos públicos: El capital es aportado por el estado.

Bancos privados: El capital es aportado por accionistas particulares.

Bancos mixtos o Banca Asociada: Su capital proviene de aportes privados y estatales.

2.1.2. Según el tipo de operación

Bancos corrientes: Los más comunes, sus operaciones habituales incluyen depósitos en cuenta corriente, caja de ahorro, préstamos, cobranzas, pagos y cobranzas por cuentas de terceros, custodia de títulos y valores, alquileres de cajas de seguridad, financiación, etc.

Bancos especializados: Tienen una finalidad crediticia específica (Bancos Hipotecarios, Banco Industrial, Banco Agrario).

Bancos de emisión: Actualmente representados por bancos oficiales.

Bancos Centrales: Son las casas bancarias de categoría superior que autorizan el funcionamiento de entidades crediticias, las supervisan y controlan.

2.2. SISTEMA BANCARIO

2.2.1. Banco Central

Es la autoridad monetaria por excelencia en cualquier país que tenga desarrollado su sistema financiero. Es una institución casi siempre estatal que tiene la función y la obligación de dirigir la política monetaria del gobierno.

Funciones.

- Emisión de moneda de curso legal con carácter exclusivo.
- Es el «banco de los bancos». Los bancos comerciales tienen una cuenta corriente en el Banco Central de igual forma que los individuos tienen las suyas en los comerciales.
- Es el asesor financiero del gobierno y mantiene sus principales cuentas.
- Es el encargado de custodiar las reservas de divisas y oro del país.
- Es el prestamista en última instancia de los bancos comerciales.
- Determina la relación de cambio entre la moneda del país y las monedas extranjeras.
- Maneja la deuda pública.
- Ejecuta y controla la política financiera y bancaria del país.

2.2.2. Bancos Comerciales

Dedicados al negocio de recibir dinero en depósito, los cuales los presta, sea en forma de mutuo, de descuento de documentos o de cualquier otra forma. Son considerados además todas las operaciones que natural y legalmente constituyen el giro bancario.

Funciones.

- Aceptar depósitos.
- Otorgar adelantos y préstamos.

Los depósitos (pasivos) son deudas del banco hacia el público, por las cuales el banco paga un interés. Los préstamos (activos) son deudas del público al banco, por ellos el banco recibe un interés, la diferencia entre ambos constituye la ganancia (spread) que les otorga la actividad de intermediarios financieros.

2.3. COMPONENTES DEL DINERO Y CREACIÓN MONETARIA

Dinero son los billetes y monedas de circulación legal en un país, en poder del público, más los depósitos bancarios en cuenta corriente movilizables mediante el cheque.

O sea, el primer componente es el dinero en efectivo, el segundo es el denominado «dinero bancario» originado en la práctica de los negocios.

Los depósitos en cuenta corriente son denominados «depósitos a la vista» y son los que guardan mayor relación con el dinero en efectivo. En los países de elevado desarrollo económico-financiero, la masa de cheques en circulación representa una proporción muy significativa respecto del total monetario.

Los depósitos «a plazo» (cajas de ahorro, cuentas especiales, plazo fijo) poseen distintos grados de convertibilidad líquida.

Desde el punto de vista de la creación monetaria, existen dos tipos de dinero:

- Base monetaria o dinero primario (emitido por la autoridad financiera, BCR).
- Dinero secundario (inyectado por los bancos a través del poder adquisitivo generado por los préstamos).

Las entidades financieras tienen facultad de dar créditos hasta un determinado porcentaje de los depósitos captados. La autoridad monetaria establece una reserva obligatoria (efectivo mínimo o encaje), el resto puede ser afectado a operaciones de crédito.

Un cheque **no es dinero**, sino simplemente una orden a un banco para transferir una determinada cantidad de dinero, que estaba depositada en él.

Los depósitos no son una forma visible o tangible de dinero, sino que consisten en un asiento contable en las cuentas de los bancos.

En los países con un sistema financiero desarrollado, los billetes y las monedas representan una pequeña parte del total de la oferta monetaria.

2.4. LA CREACIÓN DEL DINERO BANCARIO

El dinero otorga a su poseedor capacidad de compra. Ese dinero puede ser creado de dos maneras:

- Por emisión, dispuesta por la entidad autorizada en cada país (BCR).

- Por los préstamos que otorgan las entidades financieras.

Dado que los depósitos bancarios son convertibles en dinero líquido, los bancos tienen que asegurarse de que en todas las circunstancias se encuentren en posición de hacer frente a las demandas de liquidez (billetes y monedas) por parte de sus depositantes.

La práctica bancaria muestra que el uso generalizado de cheques significa que cada día sólo un pequeño porcentaje de los depósitos bancarios son convertidos en dinero efectivo y esos retiros son compensados con los ingresos de efectivo que otras personas realizan. De esta forma, los banqueros han comprobado que pueden crear depósitos bancarios por encima de sus reservas líquidas.

Las **reservas líquidas legalmente requeridas** o **encaje bancario** es la fracción de depósitos que los bancos deben mantener como reservas.

Si en un determinado momento todos los clientes de un banco quisieran a la vez retirar sus depósitos, el banco no podría atender todas las peticiones.

Activos financieros

Los activos pueden ser:

- **Reales:** tienen valor por sí mismos (mercaderías, muebles).
- **Financieros:** tienen valor por lo que representan (billetes, depósitos bancarios).

a. Efectivo: activo financiero líquido por excelencia.

b. Depósitos bancarios: tienen mayor o menor liquidez según sean a la vista o a término.

c. Títulos valores:

- Acciones: títulos emitidos por las sociedades de capital a favor de sus socios, para acreditar su condición de tales.
- Pagarés: promesas de pago emitidas por una persona (librador) a favor de otra (beneficiario).
- Letras de cambio: órdenes de pago emitidas por un librador a favor de un beneficiario y a cargo de otra persona.
- Títulos de deuda, públicos y privados: sus titulares pasan a ser acreedores del ente emisor de aquellos. Reciben una renta fija.

3. CRÉDITO

Término utilizado en el comercio y finanzas para referirse a las transacciones que implican una transferencia de dinero que debe devolverse transcurrido cierto tiempo. Por tanto, el que transfiere el dinero se convierte en acreedor y el que lo recibe en deudor; los términos crédito y deuda reflejan pues una misma transacción desde dos puntos de vista contrapuestos. Finalmente, el crédito implica el cambio de riqueza presente por riqueza futura.

3.1. CLASES DE CRÉDITO

3.1.1. Según el origen:

- a. Créditos comerciales, son los que los fabricantes conceden a otros para financiar la producción y distribución de bienes; créditos a la inversión, demandados por las empresas para financiar la adquisición de bienes de equipo, las cuales también pueden financiar estas inversiones emitiendo bonos, pagarés de empresas y otros instrumentos financieros que, por lo tanto, constituyen un crédito que recibe la empresa;
- b. Créditos bancarios, son los concedidos por los bancos como préstamos, créditos al consumo o créditos personales, que permiten a los individuos adquirir bienes y pagarlos a plazos;
- c. Créditos hipotecarios, concedidos por los bancos y entidades financieras autorizadas, contra garantía del bien inmueble adquirido;
- d. Créditos contra emisión de deuda pública. Que reciben los gobiernos centrales, regionales o locales al emitir deuda pública;
- e. Créditos internacionales, son los que concede un gobierno a otro, o una institución internacional a un gobierno, como es el caso de los créditos que concede el Banco Mundial.

3.1.2. Según el destino:

De producción: Crédito aplicado a la agricultura, ganadería, pesca, comercios, industrias y transporte de las distintas actividades económicas.

De consumo: Para facilitar la adquisición de bienes personales.

Hipotecarios, destinados a la compra de bienes inmuebles,

3.1.3. Según el plazo:

A corto y mediano plazo: Otorgados por Bancos a proveedores de materia prima para la producción y consumo.

A largo plazo: Para viviendas familiares e inmuebles, equipamientos, maquinarias, etc.

3.1.4. Según la garantía:

Personal. Créditos a sola firma sobre sus antecedentes personales y comerciales.

Real (hipotecas). Prendarias cuando el acreedor puede garantizar sobre un objeto que afecta en beneficio del acreedor.

3.2. ¿CÓMO ESTÁ DIVIDIDO Y CUÁL ES LA FINALIDAD DE UNA CARTERA DE CRÉDITOS?

La cartera de créditos está dividida en: créditos comerciales, créditos a micro empresas (MES), créditos de consumo y créditos hipotecarios para vivienda. Los créditos comerciales y de micro empresas son otorgados a personas naturales o personas jurídicas y los créditos de consumo y créditos hipotecarios para vivienda son sólo destinados a personas naturales. Por lo demás los créditos comerciales, de micro empresas y de consumo, incluyen los créditos otorgados a las personas jurídicas a través de

tarjetas de créditos, operaciones de arrendamiento financiero o cualquier otra forma de financiamiento que tuvieran fines similares a los de estas clases de créditos.

- Créditos comerciales: Son aquellos que tienen por finalidad financiar la producción y comercialización de bienes y servicios en sus diferentes fases.
- Créditos a las Micro Empresas MES): Son aquellos créditos destinados al financiamiento de actividades de producción, comercio o prestación de servicios siempre que reúnan éstas dos características:

- Que el cliente cuente con un total de activos que no supere o sea equivalente a los US \$ 20,000. Para éste cálculo no toman en cuenta los inmuebles del cliente.

- El endeudamiento del cliente en el sistema financiero no debe exceder de US \$ 20,000 o su equivalente en moneda nacional.

Cuando se trate de personas naturales su principal fuente de ingresos deberá ser la realización de actividades empresariales, por lo que no consideran en ésta categoría a las personas cuya principal fuente de ingresos provienen de rentas de quinta categoría.

- Créditos de consumo: Son créditos que tienen como propósito atender el pago de bienes, servicios o gastos no relacionados con una actividad empresarial.
- Créditos hipotecarios para vivienda: Son aquellos créditos destinados a la adquisición, construcción, refacción, remodelación, ampliación, mejoramiento y subdivisión de vivienda propia, siempre que tales créditos sean otorgados amparados con hipotecas debidamente inscritas, pudiendo otorgarse los mismos por el sistema convencional de préstamo hipotecario, de letras hipotecarias o por cualquier otro sistema de similares características.

3.3. ¿CÓMO ES CLASIFICADO UN DEUDOR?

La clasificación del deudor está determinada principalmente por su capacidad de pago, definida por el flujo de fondos y el grado de cumplimiento de sus obligaciones. Si un deudor es responsable de varios tipos de créditos con una misma empresa, la clasificación estará basada en la categoría de mayor riesgo. En caso que la responsabilidad del deudor en dos o más empresas financieras incluyen obligaciones que consideradas individualmente resulten con distintas clasificaciones, el deudor será clasificado a la categoría de mayor riesgo que le haya sido asignada por cualquiera de las empresas cuyas deudas representen mas del 20% en el sistema, considerándose para dicho efecto la última información disponible en la central de riesgo.

3.4. ¿EN QUE CATEGORÍAS ES CLASIFICADO UN DEUDOR DE LA CARTERA DE CRÉDITOS?

Cada deudor que es responsable de uno o varios tipos de créditos será clasificado de acuerdo a las siguientes categorías:

- Categoría Normal (0)
- Categoría con problemas Potenciales (1)

- Categoría Deficiente (2)
- Categoría Dudoso (3)
- Categoría Pérdida (4)

3.5. ¿QUÉ CRITERIOS SON ASIGNADOS EN CADA UNA DE LAS CATEGORÍAS AL CLASIFICARSE A UN DEUDOR DE UN CRÉDITO COMERCIAL?

Para determina la clasificación en éste tipo de crédito deberá considerarse fundamentalmente el análisis del flujo de fondos del deudor. Adicionalmente la empresa del sistema financiero considerará si el deudor tiene créditos vencidos y/o en cobranza judicial en la empresa y en otras empresas del sistema, así como la posición de la actividad económica del deudor y la competitividad de la misma, lo que en suma determinará las siguientes categorías:

- Si el deudor es clasificado en categoría Normal (0), esto significa que es capaz de atender holgadamente todos sus compromisos financieros, es decir, que presenta una situación financiera líquida, bajo nivel de endeudamiento patrimonial y adecuada estructura del mismo con relación a su capacidad de generar utilidades, cumple puntualmente con el pago de sus obligaciones, entendiéndose que el cliente los cancela sin necesidad de recurrir a nueva financiación directa o indirecta de la empresa.
- Si la clasificación está en la categoría con Problemas Potenciales (1), esto significa que el deudor puede atender la totalidad de sus obligaciones financieras, sin embargo existen situaciones que de no ser controladas o corregidas en su oportunidad, podrían comprometer la capacidad futura de pago del deudor. Los flujos de fondos del deudor tienden a debilitarse y se presentan incumplimientos ocasionales y reducidos.
- Si es clasificado en categoría Deficiente (2), esto quiere decir que el deudor tiene problemas para atender normalmente la totalidad de sus compromisos financieros, que de no ser corregidos pueden resultar en una pérdida para la empresa del sistema financiero. En este caso el deudor presenta una situación financiera débil y un nivel de flujo de fondos que no le permite atender el pago de la totalidad del capital y de los intereses de las deudas, pudiendo cubrir sólo estos últimos y además incumplimientos mayores a 60 días y que no exceden de 120 días.
- La categoría Dudoso (3), significa que es altamente improbable que el deudor pueda atender a la totalidad de sus compromisos financieros. El deudor no puede pagar ni capital ni intereses, presentando una situación financiera crítica y muy alto nivel de endeudamiento, con incumplimientos mayores a 120 días y que no exceden de 365 días.
- Si la clasificación es considerada en categoría Pérdida (4), esto quiere decir que las deudas son consideradas incobrables pese a que pueda existir un valor de recuperación bajo en el futuro. El deudor ha suspendido sus pagos, siendo posible que incumpla eventuales acuerdos de reestructuración. Además, se encuentra en estado de insolvencia decretada, ha pedido su propia quiebra, presentando incumplimientos mayores a 365 días.

4. EL INTERÉS

«El concepto de interés, sin ser intuitivo, está profundamente arraigado en la mentalidad de quienes viven en un sistema capitalista. No necesitamos formación académica para entender que cuando recibimos dinero en calidad de préstamo, es «justo» pagar una suma adicional al devolverlo. La aceptación de esta realidad económica, es común a todos los estratos socioeconómicos»

“El dinero puede convertirse en capital a base de la producción capitalista. Y gracias a esta transformación de un valor dado se transforma en un valor que se valoriza, que se incrementa a sí mismo...”

El interés es la cantidad pagada por el uso de dinero obtenido en préstamo o la cantidad producida por la inversión del capital.

El **interés**, tiene importancia fundamental en los movimientos de capitales, la colosal infraestructura financiera y crediticia descansa sobre este concepto básico de pagar por el uso del dinero tomado en préstamo. Sin el interés el mercado de capitales o simplemente los negocios no existirían.

El **interés** es el monto pagado por la institución financiera para captar recursos, así como el monto cobrado por prestar recursos (colocar). El interés es la diferencia entre la cantidad acumulada menos el valor inicial; sea que tratemos con créditos o con inversiones.

Actualmente, con mercados financieros complejos y ampliamente desarrollado, las economías domésticas y las empresas intermediarias del mercado, canalizan los fondos desde los agentes excedentarios o inversores, prestando dinero, al agente deficitario, el cual utiliza estos recursos, para satisfacer sus necesidades. Todo esto genera el traspaso de fondos desde los ahorristas, hasta quienes compran realmente los bienes de capital.

El **interés es un precio**, el cual expresa el valor de un recurso o bien sujeto a intercambio, es la renta pagada por el uso de recursos prestados, por período determinado.

El tipo de interés depende directamente de dos factores reales no monetarios: la preferencia por tener los recursos a la promesa de recursos futuros y la productividad de la inversión. El interés es el precio del dinero en el tiempo.

El concepto del **riesgo por incertidumbre**, tiene carácter muy importante dentro de la magnitud del interés. Conociendo la preferencia de los agentes por un valor seguro, pero no la productividad a obtenerse por la inversión del recurso, nos encontramos frente a variables distintas, a esta productividad la llamamos «tasa de beneficio esperado». De esta manera, la tasa de interés es el precio del tiempo, mientras la tasa de rentabilidad es el precio del tiempo cuando existe riesgo. La tasa de rentabilidad es el precio del tiempo más una prima por riesgo (precio del riesgo).

Ahora veamos los distintos tipos de interés utilizados por los mercados financieros.

Interés Fijo y Variable: Conocemos como tipo de **interés fijo**, a la tasa de interés constante en el tiempo. La **tasa variable**, es el tipo de interés donde una parte la calculamos sobre una base fija más un índice de referencia. El índice de referencia varía según las condiciones del mercado. En el Perú las entidades financieras utilizan diferentes tasas de interés.

Clasificamos los plazos de las tasas de interés de dos formas:

Interés de Corto Plazo: Referido a los intereses que devengan o liquidan intereses en un período inferior a 12 meses.

Interés de Largo Plazo: Son intereses devengados o liquidados en períodos superiores a un año.

Actualmente esta es la única clasificación utilizada para señalar los plazos de las operaciones, si bien antiguamente utilizaban el concepto de «Mediano Plazo», a la fecha este ha pasado a formar parte del largo plazo.

ACTIVIDAD N° 2 (Grupal)



- Compare sus respuestas a la Actividad N°1, con las definiciones y clasificaciones dadas. Qué significa que una anualidad sea ordinaria.
- Elabore un mapa conceptual sobre cada uno de los conceptos y clasificaciones de Dinero, Bancos, Crédito e Interés.

Fecha de Entrega: _____

5. EL INTERÉS SIMPLE

Cuando únicamente el capital gana intereses por todo el tiempo que dura la transacción, al interés vencido al final del plazo se el conoce como *interés simple*. El interés simple sobre el capital C , por t años, a la tasa i , está dado por la expresión

$$I = C i t$$

Donde:

C = *Capital*: Cantidad de dinero en una fecha dada cuyo valor aumenta a s en una fecha posterior.

i = *Tasa de interés*: es la razón del interés devengado al capital, en la unidad de tiempo.

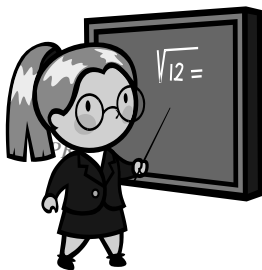
t = *Tiempo*: la unidad convenida es de un año.

El Monto simple está dado por:

$$S = C + I = C + Cit = C(1 + it)$$

EJEMPLO N°1. Determine el interés simple sobre B/. 750 al 4% durante $\frac{1}{2}$ año. ¿Cuál será el monto?

Datos:



LIVEIRA

$C =$

$i =$

$t =$

5.1 INTERÉS SIMPLE Y ORDINARIO

El interés simple exacto se calcula sobre la base del año de 365 días (366 en años bisiestos). *El interés simple ordinario* se calcula con base en un año de 360 días. El uso del año de 360 días simplifica los cálculos, sin embargo aumenta el interés cobrado por el acreedor.

EJEMPLO N°2. Determinar el interés exacto y ordinario sobre B/. 2000, al 5%, durante 50 días.

Interés simple exacto:

Datos:

Interés simple ordinario:

Datos:

5.2 CÁLCULO EXACTO Y APROXIMADO DEL TIEMPO

Conociendo las fechas, el número de días que ha de calcularse el interés, puede ser determinado de dos maneras:

Cálculo exacto del tiempo: Como su nombre lo indica, es el número exacto de días, tal como se encuentran en el calendario. Se acostumbra contar una de las dos fechas dadas.

Cálculo aproximado del tiempo: se hace suponiendo que cada mes tiene 30 días.

EJEMPLO N°3. Determinar en forma exacta y aproximada el tiempo transcurrido del 20 de junio de 2009 al 24 de agosto de 2009.

Tiempo exacto:

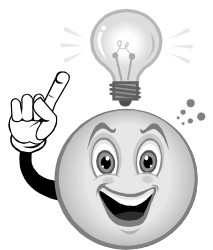
Tiempo aproximado:

EJEMPLO N°4. Determinar el interés exacto y ordinario sobre B/. 2000 al 6%, del 20 de abril al 01 de julio de 2009, calculando el tiempo: a) en forma exacta, y b) en forma aproximada.

Tiempo exacto: _____ Tiempo aproximado: _____

Interés exacto:

Interés Ordinario:

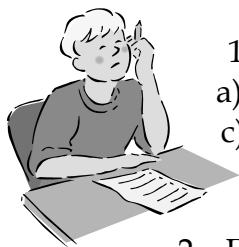


OBSERVACIÓN: De los cuatro métodos para calcular el interés simple, el más corriente es el del interés ordinario con el número exacto de días, siendo éste el sistema utilizado por las instituciones bancarias, el cual, de los cuatro, es el método que produce el mayor interés en cualquier transacción.

**¡LISTO(A) PARA INTENTARLO! ¡TÚ PUEDES! ...
MANOS A LA OBRA...**

ACTIVIDAD N° 2

Resuelva en forma grupal (grupo de dos personas), los siguientes problemas sobre Interés simple.
Fecha de entrega: _____



1. Encontrar el interés simple y el monto de B/. 1000, al:
a) 4 ½ %, durante 1 año. b) 5 ¼ %, durante 2 años.
c) 6% , durante 8 meses. d) 5 % , durante 10 meses

2. Determinar en forma exacta y aproximada el tiempo transcurrido entre el 25 de enero de 2008 y el 15 de mayo de 2008.

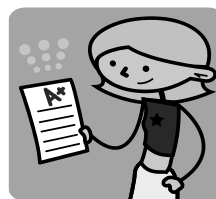
3. Calcule y compare el interés exacto y ordinario sobre B/. 2500 al 5%, del 25 de abril de 2009 al 25 de julio de 2009, con tiempo aproximado.

4. Determinar, de acuerdo al sistema bancario, el interés simple sobre B/. 4280, al 6%, del 21 de marzo al 25 de julio del mismo año.
5. Hallar el interés simple ordinario y exacto de:
 - a) B/. 900 durante 120 días al 5%
 - b) B/. 1200 durante 100 días al 6%
 - c) B/. 2500 del 21 de enero al 13 de agosto de 2009, al 4 ½ % (con tiempo exacto y aproximado)
 - d) B/. 4000 del 18 de octubre del 2008 al 18 de enero de 2009 (con tiempo exacto y aproximado)



¡Que tal los resultados...! Ante cualquier duda...vuelve a repasar el tema y consulta con tu facilitadora... Tú puedes hacerlo...vuelve a intentarlo...

¡Lo lograste! ¡Te felicito!... Continuemos



avanzando...

ACTIVIDAD N° 3

*Resuelva y entregue en forma individual, los siguientes problemas propuestos sobre Interés Simple.
Fecha de entrega: _____*

1. Determinar el monto y el interés simple de:
 - a) B/. 750 durante 9 meses al 5 ½ %.
 - b) B/. 600 durante 5 meses al 6%.
2. Hallar el interés simple ordinario y exacto de:
 - a) B/. 5500 durante 200 días al 9%.
 - b) B/. 10000 durante 72 días al 7 ½ %.
3. Determinar el interés simple exacto y ordinario sobre B/. 3500 al 4%, del 12 de enero al 12 de noviembre de 2009, calculando el tiempo en forma exacta y aproximada.
4. Determinar el interés simple exacto y ordinario sobre B/. 12900 al 6 ½ %, del 01 de octubre de 2008 al 01 de octubre de 2009, calculando el tiempo en forma exacta y aproximada.



¡Recuerda que la práctica constante, te garantizará el éxito!

¿Dudas? ¿Dificultades?... Anótalas y solicita a tu facilitadora que las aclare! Este es el mejor momento para hacer preguntas.

6 Pagares

El pagaré es una forma de pago, o forma de conseguir recursos financieros, consistente en un documento que especifica el acuerdo en el cual una persona o empresa, se compromete a realizar un pago en una determinada fecha. Los emisores o receptores de pagarés pueden ser empresas, particulares, u organismos de las administraciones.

Al igual que los cheques, los pagarés pueden ser al portador o nominales. Los pagarés pueden ser transferidos, es decir, transmisible la deuda o derecho de cobro.

Los pagarés son conceptos similares a las letras de cambio. La diferencia entre pagarés y las letras de cambio, está en que mientras en el pagaré el emisor es el deudor, en la letra de cambio el emisor es el acreedor.



PAGARÉ

Vencimiento _____ Capital \$ _____ Intereses \$ _____
 Total \$ _____

Por este PAGARÉ, yo _____ prometo
 incondicionalmente pagar a la orden de _____
 la cantidad de \$ _____ el día _____ de _____ de _____. La suma que
 ampara este título causará intereses a razón de _____ % y a razón de _____ % anual en caso
 de mora.

México, D. F., a _____ de _____ de _____

 (Nombre y firma del suscriptor)

Los agentes que intervienen en un pagaré son los siguientes:

- El que emite el pagaré. Es el deudor.
- El que recibe el pagaré, o tenedor. Es el beneficiario del pago.
- El avalista. El que garantiza el pago.

Los elementos de un pagaré son:

- ✓ Plazo: el tiempo especificado explícitamente en el documento (número de meses o número de días).
- ✓ Valor Nominal: es la suma estipulada en el documento.
- ✓ Fecha de Vencimiento: es la fecha en la cual debe ser pagada la deuda.
- ✓ Valor de Vencimiento: es la suma que debe ser pagada en la fecha de vencimiento.

Los datos obligatorios, que como mínimo, deben de figurar en el documento para que estos estén legalmente reconocidos como pagarés, son los siguientes:

- Indicar que el documento es un pagaré.
- La fecha en la que deberá abonarse la cantidad (Fecha de Vencimiento).
- Cantidad que deberá de pagarse.
- Lugar físico donde será realizará el pago.
- Nombre e identificación de la persona que debe de realizar el pago (El emisor del pagare o deudor).
- Fecha y lugar del libramiento.
- Firma del emisor del pagaré (el deudor).

En un pagare que no estipule interés, el valor nominal es igual al valor de vencimiento, en caso contrario, el valor de vencimiento es mayor que el valor nominal.

Para determinar la fecha de vencimiento de un pagare se procede de la siguiente manera:

- Si el plazo está dado en meses, el tiempo se determinara aproximadamente.
- Si el plazo está dado en días, el tiempo se determinará exactamente

EJEMPLO N°5

En un pagaré firmado el 15 de febrero, con vencimiento de tres meses, por \$5000 con un interés del 6%, ¿cuál es el valor de vencimiento?

Solución

Valor de Vencimiento es

$$5000 + 5000(0.06)(1/4) \\ 5000 \quad 75 = 5075$$

7 VALOR PRESENTE DE UNA DEUDA

El valor presente de una deuda es el valor de la deuda en una fecha anterior a su fecha de vencimiento y viene dada por la expresión

$$C = \frac{S}{1 + it}$$

es el valor presente a la tasa de interés simple i del monto S en t años

EJEMPLO N°6

Encontrar el valor presente, al 6% de interés simple, de \$1500 con vencimiento en 9 meses

SOLUCION:

$$\begin{aligned} S &= 1500 & C &= 1500 / (1 + 0.06 \times 3/4) \\ i &= 0.06 & C &= 1500 / 1.045 \\ t &= 9/12 = 3/4 & C &= \$1435.41 \end{aligned}$$

ACTIVIDAD N°4

Resuelva y entregue en forma individual, los siguientes problemas propuestos sobre pagaré y valor presente de la deuda.

Fecha de entrega: _____

- Determinar para cada uno de los siguientes pagarés la fecha de vencimiento y el valor al vencimiento

	Valor Nominal	Fecha	Plazo	Tasa de Interés
a)	\$2500	1 de marzo	4 meses	6%
b)	\$3000	15 de junio	150 días	4%

2. Un pagaré de \$1200 firmado el 1 de abril con vencimiento en 8 meses y con interés de 5% es vendido a Y el 14 de julio con la base de un rendimiento en la inversión de 6%. ¿Cuánto paga Y por el documento?

3. ¿Qué suma debe ser invertida al 5% para tener \$1000 después de 8 meses?

4. Un pagaré a 10 meses por \$3000, al 6%, es suscrito el día de hoy. Determinar su valor dentro de 4 meses, suponiendo un rendimiento de 5%



¡Recuerda que la práctica constante, te garantizará el éxito!

7 ECUACIONES DE VALOR

En algunas ocasiones es conveniente para un deudor cambiar el conjunto de sus obligaciones por otro conjunto. Para efectuar esta operación, tanto el deudor como el acreedor deben estar de acuerdo con la tasa de interés que ha de utilizarse en la transacción y en la fecha en se llevara a cabo (Fecha Focal).

En estas ecuaciones de valor se hace uso de un concepto "Fecha Focal", la cual significa la fecha en las cual se capitalizan o actualizan las viejas y nuevas obligaciones. Para ello, el deudor y acreedor tienen que convenir:

1. La nueva tasa de interés a la que se hará la sustitución de las deudas originales.
2. La fecha de valuación, conocida como la fecha focal.

Para resolver este tipo de ecuaciones de valor, se hace uso del diagrama de tiempo-valor, en donde en la parte de arriba se anotan las fechas y deudas originales y en la parte de abajo se colocan las nuevas deudas. Veamos un ejemplo:

En la fecha, B debe \$1000 por un préstamo con vencimiento en 6 meses, contratado originalmente a $1\frac{1}{2}$ años a la tasa de 4% y debe, además, \$2500 con 9 meses, sin intereses. El desea pagar \$2000 de inmediato y liquidar el saldo mediante un pago único dentro de un año. Suponiendo un rendimiento de 5% y considerando la fecha focal dentro de un año, determinar el pago único mencionado.

DESCUENTO: Es la disminución que se hace a una cantidad por pagarse antes de su vencimiento. Es el cobro anticipado de un valor que se vence en el futuro.

TIPOS DE DESCUENTO:

DESCUENTO SIMPLE A UNA TASA DE INTERÉS: El valor presente C de una cantidad M con vencimiento en una fecha posterior, puede ser interpretado como el valor descontado de M.

A este tipo de descuento se le conoce como descuento racional. $D_r = M - C$

DESCUENTO SIMPLE A UNA TASA DE DESCUENTO: La tasa de descuento se define como la razón del descuento dado en la unidad de tiempo (en este caso un año) al un porcentaje. Conocido también como descuento bancario.

FORMULA: $D = M - C$

FECHA FOCAL: Es la fecha que se elige para hacer coincidir el valor de las diferentes operaciones, dicho de otra manera es la fecha que se escoge para la equivalencia

ECUACIONES EQUIVALENTES: Es aquel que nos sirve para conocer el monto del capital, invertido en un tiempo específico y con una cierta tasa de interés.

El valor total de las operaciones de adeudo debe ser igual a las operaciones de pago.

De las cuales tres de las operaciones serán las que se conocerán su valor y uno permanecerá en incógnita la cual será despejada, después de esto se conocerá su valor y se equilibrará la ecuación.

INTERÉS COMPUESTO

PARTE II

TEMARIO

1. Conceptos Básicos
2. Monto o Valor Futuro a Interés Compuesto
3. Valor Actual a Interés Compuesto
4. Cálculo del Tiempo y la Tasa de Interés a partir de la Fórmula $S=P(1+i)^n$
5. Equivalencia entre Tasa de Interés Simple y Tasa de Interés Compuesto
6. Equivalencia entre Tasas de Interés Compuesto
7. Tasa de Interés Nominal y Tasa de Interés Efectiva
8. Elección entre varias Opciones de Pago o Alternativas de Inversión a Interés Compuesto
9. Descuento de Pagarés a Interés Compuesto
10. Ecuaciones de Valores Equivalentes a Interés Compuesto
11. Tiempo Equivalente
12. Pagos Parciales. Regla Comercial y Regla de los SalDOS
13. Resumen de Fórmulas Relativas al Interés Compuesto
14. Tabla para el Cálculo del Tiempo Exacto entre Dos Fechas

2.1 FUNDAMENTO TEÓRICO

El dinero y el tiempo son dos factores que se encuentran estrechamente ligados en la vida de las personas y de los negocios. Cuando se generan excedentes de efectivo, se ahorran durante un período determinado a fin de ganar un interés que aumente el capital original disponible; en otras ocasiones, en cambio se tiene necesidad de recursos financieros durante un tiempo y se debe pagar un interés por su uso (Díaz Mata & Aguilera Gómez, 2008).

En los problemas de interés simple el capital que genera los intereses permanece constante todo el tiempo de duración del préstamo.

Si en cada intervalo de tiempo convenido en una obligación, se agregan los intereses al capital formando un monto sobre el cual se calcularán los intereses en el siguiente intervalo o período de tiempo y así sucesivamente, se dice que los intereses se capitalizan y que la operación financiera es a interés compuesto. En estas operaciones, el capital no es constante a través del tiempo, pues aumenta al final de cada período por la adición de los intereses ganados de acuerdo a la tasa convenida (Díaz Mata & Aguilera Gómez, 2008).

En períodos cortos se utiliza generalmente, como ya se vio, el interés simple. En períodos largos, sin embargo, se utilizará casi exclusivamente el interés compuesto.

NOMENCLATURA

C= representa el capital inicial, es decir, la cantidad que se invierte.

M= representa el capital más los intereses, es el valor final de la cantidad depositada al principio del período.

I= es el interés que se cobra o paga por el uso del dinero, es la diferencia entre el monto y el capital.

i= representa la tasa de interés que se paga o cobra por cada unidad monetaria y siempre es anual, salvo que se indique lo contrario.

n = representa el tiempo que dura la transacción, años, meses, semestres, bimestres, días, etc.

CONCEPTOS BÁSICOS PARA EL CÁLCULO DEL INTERÉS COMPUESTO

Período de Capitalización: es el intervalo de tiempo convenido en la obligación para capitalizar los intereses. El interés puede ser convertido en capital anual, semestral, trimestral, mensual, etc.

Frecuencia de conversión: es el número de veces que el interés se capitaliza durante un año.

Monto: el monto compuesto es el valor del capital final o capital acumulado después de sucesivas adiciones de los intereses.

Fórmula:

$$M = C(1+i)^n$$

Capital: es el valor de un documento, bien o deuda, antes de la fecha de su vencimiento. Algunos sinónimos son: principal, valor actual, valor presente. Se expresa con la letra C .

Fórmula:

$$C = M(1+i)^{-n} \quad C = \frac{M}{(1+i)^n}$$

Tasa: es el interés fijado por período de capitalización

Fórmula:

$$i = (M/C)^{1/n} - 1 \quad i = \sqrt[n]{M/C} - 1$$

Tiempo: es el tiempo total que dura la transacción.

$$n = \frac{\log M/C}{\log(1+i)}$$

Tasa Nominal, Tasa efectiva y Tasas equivalentes:

Tasa Nominal: es aquella que puede ser capitalizable varias veces en un año y se denomina con la letra j .

Tasa efectiva: es la que realmente actúa sobre el capital una vez en el año y se denomina con la letra i .

Tasas equivalentes: Se dice que dos tasas anuales de interés con diferentes períodos de capitalización son equivalentes si producen el mismo interés compuesto al final de un año.

Ecuación de valores equivalentes: Una ecuación de valores equivalentes es la que se obtiene al igualar en una fecha de comparación o fecha focal los flujos distintos de efectivo.

Un flujo de efectivo puede estar constituido por una o más cantidades que se pagan o se reciben en distintos momentos de tiempo.

2.2 SABERES A REFORZAR

Interés Compuesto: Monto o valor futuro, capital o valor presente, tasa de interés, tasa nominal, tasa efectiva, tasas equivalentes, tiempo y ecuaciones de valores equivalentes.

En las transacciones financieras efectuadas a interés simple el capital permanece constante durante todo el lapso convenido, en cambio en las realizadas a interés compuesto el capital cambia al final de cada periodo, ya que a intervalos establecidos, el interés generado es agregado al capital, formando cada vez un nuevo capital. En este caso, se dice que el interés es capitalizable o convertible en capital y, en consecuencia, también gana interés. Si los intereses producidos en cada periodo se calculan sobre capitales cada vez mayores, dado que incluyen los intereses de periodos anteriores, se le denomina interés compuesto al que se paga sobre capitales que se incrementan de ese modo.

En el interés compuesto, se conoce como tasa nominal (j) a la tasa de interés cargada a una transacción, la cual es habitualmente considerada anual, aunque los intereses no siempre sean sumados anualmente al capital. Es común que el interés también se capitalice en forma semestral, trimestral, bimestral, mensual, semanal o diariamente. El periodo de capitalización o periodo de conversión es el intervalo de tiempo existente entre dos capitalizaciones sucesivas, y el número de veces por año en las que los intereses se capitalizan se conoce como frecuencia de capitalización o frecuencia de conversión (m). A continuación se muestran los valores de las frecuencias de capitalización o de conversión (m) más usuales. (Los periodos de capitalización pueden ser tan pequeños como se desee, pudiéndose llegar hasta una capitalización continua.)

CAPITALIZACIÓN DE INTERESES	FRECUENCIA DE CAPITALIZACIÓN (m)
Anual	1
Semestral	2
Cuatrimestral	3
Trimestral	4
Bimestral	6
Mensual	12
Quincenal	24
Semanal	52
Diaria	360 ó 365

Al trabajar a interés compuesto se hace referencia a una tasa de interés, y con ésta ordinariamente quedan definidas la tasa nominal “j” (tasa anual), el periodo de capitalización y la frecuencia de capitalización “m”. A seguidas se presentan varias formas de expresar la misma tasa de interés:

- 16% anual capitalizable trimestralmente
- 16% anual convertible trimestralmente
- 16% compuesto capitalizable trimestral
- 16% compuesto convertible trimestral
- 16% compuesto trimestral
- 16% nominal trimestral

En esta modalidad se usa la palabra *nominal* en vez de *anual* o *compuesto*, indicando con esto que esa es la *tasa nominal*, es decir, la tasa anual. Lo de *trimestral* se refiere a la forma de capitalización de los intereses.

Si la tasa de interés se indicara sin hacer referencia a la forma de capitalización, se asume que la misma se efectúe anualmente.

Es necesario que al realizar un cálculo a interés compuesto la tasa de interés de exprese en la misma unidad de tiempo que el periodo de capitalización. Es decir, debe obtenerse la denominada tasa de interés por periodo de capitalización (i). Si “ j ” representa la tasa de interés anual (tasa nominal) y “m” la frecuencia de capitalización, entonces la tasa de interés por periodo de capitalización “ i ” se calcula mediante la fórmula:

$$i = \frac{j}{m}$$

De la cual resulta que:

$$j = i * m$$

Otra variable importante es la cantidad de capitalizaciones que envuelve una transacción a interés compuesto. Se le denomina número total de periodos de capitalización (n) a la cantidad de veces que el interés se convierte en capital durante el plazo convenido. Si se simboliza con " t " el intervalo de tiempo (expresado en años) por el cual se planea la transacción y con "m" la frecuencia de capitalización, entonces el número total de periodos de capitalización "n" se obtiene mediante la fórmula

$$n = t_{(\text{años})} * m$$

De la cual resulta que:

$$t_{(\text{años})} = \frac{n}{m}$$

► Ejemplo 1

Para una inversión a un plazo de 3½ años a efectuarse al 15% anual capitalizable trimestralmente, determine:
a) periodo de capitalización; b) frecuencia de capitalización; c) tasa nominal; d) tasa de interés por periodo de capitalización; y e) número total de periodos de capitalización.

SOLUCIÓN:

a) Trimestre

b) $m = 4$

c) $j = 15\%$

d) $i = \frac{j}{m} = \frac{15\%}{4} = 3.75\%$

e) $n = 3.5 * 4 = 14 \text{ trimestres}$

► Ejemplo 2

Hallar el interés compuesto generado por un capital ³ de \$1,000.00 al 6% compuesto capitalizable anualmente al cabo de 3 años.

SOLUCIÓN:

$P = \$1,000.00$

$j = 6\%$

$m = 1$

$i = \frac{j}{m} = \frac{6\%}{1} = 6\%$

$t = 3 \text{ años}$

$n = 3 * 1 = 3 \text{ años}$

PERIODO DE CAPITALIZACIÓN	CAPITAL AL INICIO DEL PERIODO (\$)	INTERÉS GANADO EN EL PERIODO (\$)	MONTO COMPUESTO AL FINAL DEL PERIODO (\$)
1	1,000.00	60.00	1,060.00
2	1,060.00	63.60	1,123.60
3	1,123.60	67.42	1,191.02

Interés compuesto = 1,191.02 – 1000.00 = \$191.02

► Ejemplo 3

Resolver el Ejemplo 2 considerando una tasa del 6% compuesto capitalizable semestralmente.

SOLUCIÓN:

$P = \$1,000.00$ $j = 6\%$ $m = 2$ $i = \frac{j}{m} = 6/2 = 3\%$ $t = 3$ años
 $n = 3 * 2 = 6$ *semestres*

PERIODO DE CAPITALIZACIÓN	CAPITAL AL INICIO DEL PERIODO (\$)	INTERÉS GANADO EN EL PERIODO (\$)	MONTO COMPUESTO AL FINAL DEL PERIODO (\$)
1	1,000.00	30.00	1,030.00
2	1,030.00	30.90	1,060.90
3	1,060.90	31.83	1,092.73
4	1,092.73	32.78	1,125.51
5	1,125.51	33.76	1,159.27
6	1,159.27	34.78	1,194.05

Interés compuesto = 1,194.05 – 1000.00 = \$194.05

1. MONTO O VALOR FUTURO A INTERÉS COMPUESTO

El *monto* (S) a *interés compuesto* es igual al capital inicial (P) más los intereses (I) resultantes de las sucesivas capitalizaciones contempladas en la transacción de que se trate, o sea:

$$S = P + I$$

FÓRMULA MONTO COMPUESTO

Para deducir otra fórmula que permita obtener directamente el monto compuesto, se ejecuta el mismo proceso seguido en el cuadro anterior, pero trabajando con un capital inicial “P” invertido a la tasa de interés “i” por periodo de capitalización y por “n” periodos de capitalización. Se puede verificar que el monto compuesto al término del primer periodo es $P(1+i)$; el monto compuesto al final del segundo periodo es $P(1+i)^2$; el monto compuesto al final del tercer periodo es $P(1+i)^3$, y así sucesivamente. Esta sucesión de montos forma una progresión geométrica cuyo n -ésimo término corresponde al *monto compuesto* (S) al final de “n” periodos de capitalización, el cual se obtiene mediante la fórmula:

$$S = P (1 + i)^n$$

FÓRMULA MONTO COMPUESTO

donde “S” es el *monto compuesto* o *valor futuro* de un capital inicial “P”, “i” es la tasa de interés por periodo de capitalización y “n” es el número total de periodos de capitalización.

A la diferencia entre el monto compuesto (S) y el capital inicial (P) se le llama *interés compuesto* (I), el cual puede obtenerse despejando a “I” de la fórmula [5]:

$$I = S - P \quad \text{FÓRMULA INTERÉS COMPUESTO}$$

Sustituyendo en la fórmula anterior la expresión obtenida para el monto compuesto, obtenemos otra fórmula para calcular directamente el *interés compuesto*:

$$I = P (1 + i)^n - P$$

Factorizando se tiene:

$$I = P [(1 + i)^n - 1] \quad \text{FÓRMULA INTERÉS COMPUESTO}$$

Por otra parte, el *capital inicial* “P” (inversión o deuda) se puede obtener despejando a “P” de la fórmula :

$$P = S - I$$

También el *capital inicial* “P” (inversión o deuda) se deduce al despejar a “P” de la fórmula , resultando:

$$P = \frac{I}{[(1 + i)^n - 1]}$$

► Ejemplo 4

¿Cuánto se acumulará al cabo de 2 años si se depositan \$200,000.00 en una cuenta de ahorros que abona el 12.6% anual convertible mensualmente?

SOLUCIÓN:

$$\begin{array}{llll} P = \$200,000.00 & j = 12.6\% & m = 12 & i = 12.6/12 = 1.05\% \\ t = 2 \text{ años} & n = 2 * 12 = 24 \text{ meses} & S = ? & \end{array}$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [6], se obtiene:

$$S = 200,000 (1 + 0.0105)^{24} = \$256,981.36$$

► Ejemplo 5

Obtenga el valor futuro de un capital de \$50,000.00 invertido al 8% anual capitalizable cuatrimestralmente al cabo de 3 años y 5 meses.

SOLUCIÓN:

$$\begin{array}{llllll} P = \$50,000.00 & j = 8\% & m = 3 & i = 0.08/3 & t = 3 \text{ años } 5 \text{ meses} \\ n = \frac{3 * 12 + 5}{3} * 3 = 41 & & & & S = ? \end{array}$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [6], se obtiene:

$$S = 50,000 (1 + 0.083)^{10.25} = \$65,482.01^5$$

► Ejemplo 6

Hallar el monto compuesto de \$426,500.00 al cabo de 6 años y 7 meses, si los dos primeros años generan intereses al 6% compuesto convertible quincenal y el tiempo restante al 2¾% semestral.

SOLUCIÓN:

1ER. TRAMO

$$P = \$426,500.00 \quad j = 6\% \quad m = 24 \quad i = 6/24 = 0.25\% \text{ quincenal} \quad t = 2 \text{ años}$$

$$n = 2 * 24 = 48 \text{ quincenas} \quad S_1 = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [6], se obtiene:

$$S_1 = 426,500 (1 + 0.0025)^{48} = \$480,805.40$$

2DO. TRAMO

$$P = S_1 = \$480,805.40 \quad i = 2.75\% \text{ semestral} \quad m = 2 \quad t = 4 \text{ años } 7 \text{ meses}$$

$$n = \frac{4 * 12 + 7}{12} * 2 = \frac{55}{6} * 2 = \frac{55}{3} \text{ semestres} \quad S = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [6], se obtiene el valor del monto compuesto pedido:

$$S = 480,805.40 (1 + 0.0275)^{55/6} = \$616,551.63$$

OBSERVACIONES :

Esta vez “j” entre “m” se deja expresado, ya que, de dicho cociente, resulta un número con infinitas cifras decimales que no se debe redondear.

Aunque la fórmula del monto compuesto se obtuvo considerando un número entero de periodos de capitalización, dicha fórmula también puede

usarse cuando se tienen fracciones de periodo. Al trabajar de esta forma (que es la que aquí se empleará), se dice que se calcula con el método teórico o exacto. Otra manera de hacerlo es con la llamada regla comercial, que consiste en obtener el monto compuesto para los periodos enteros de capitalización y luego el monto simple para la fracción de periodo, utilizando como capital el monto compuesto previamente obtenido.

► Ejemplo 7

Calcule el interés compuesto que generará una deuda por \$320,000.00 contraída al 18.4% anual capitalizable trimestralmente pagadera en un plazo de 1½ años.

SOLUCIÓN:

$P = \$320,000.00$ $j = 18.4\%$ $m = 4$ $i = 18.4/4 = 4.6\%$ trimestral $t = 1\frac{1}{2}$ años
 $n = 1.5 * 4 = 6$ trimestres $I = ?$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [8], se obtiene:

$$I = 320,000[(1 + 0.046)^6 - 1] = \$99,121.64$$

► Ejemplo 8

El 10/08/2009 se efectuó una inversión en un certificado financiero que abonaba el 36% anual capitalizable diariamente.
 Determine el capital invertido si al día 19/10/2020 se habían generado intereses ascendentes a \$9,711.07.
 Use año comercial.

SOLUCIÓN:

$I = \$9,711.07.00$ $j = 36\%$ $m = 360$ $i = 36/360 = 0.1\%$ diario
 $t = n = 292 - 222 = 70$ días ⁶ (tiempo exacto entre las dos fechas) $P = ?$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [10], se obtiene:

$$P = \frac{9,711.07}{[(1 + 0.001)^{70} - 1]} = \$134,000.00$$

2. VALOR ACTUAL A INTERÉS COMPUESTO

El *valor actual* o *valor presente* a interés compuesto es el valor en una fecha determinada de una suma de dinero que se recibirá o pagará en una fecha posterior. También por *valor actual* se entiende el capital que, invertido ahora a una tasa de interés dada, alcanza un monto determinado al cabo de cierto tiempo.

Para obtener el valor actual de un monto compuesto conocido "S", se despeja a "P" de la fórmula], resultando:

$$P = \frac{S}{(1 + i)^n} = S(1 + i)^{-n} \quad \text{FÓRMULA VALOR ACTUAL}$$

► Ejemplo 9

Determine el valor actual de \$180,000.00 que vencen dentro de 2½ años, si la tasa de interés es del 22% anual convertible trimestralmente.

SOLUCIÓN:

$S = \$180,000.00$ $j = 22\%$ $m = 4$ $i = 22/4 = 5.5\%$ trimestral $t = 2\frac{1}{2}$ años
 $n = 2.5 * 4 = 10$ trimestres $P = ?$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [11], se obtiene:

$$P = 180,000 (1 + 0.055)^{-10} = \$105,377.50$$

► Ejemplo 10

¿Qué depósito debe ser efectuado en una cuenta de ahorros que abona una tasa del 13.5% anual capitalizable bimestralmente, si se desea tener disponibles \$310,500.00 al cabo de 17 meses?

SOLUCIÓN:

$$S = \$310,500.00 \quad j = 13.5\% \quad m = 6 \quad i = 13.5/6 = 2.25\% \text{ bimestral} \quad t = 17 \text{ meses}$$

$$n = \frac{17}{6} = 2.83 = 8.5 \text{ bimestres} \quad P = ?$$

$$\frac{17}{12} = 1.42$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [11], se obtiene:

$$P = 310,500 (1 + 0.0225)^{-8.5} = \$256,994.25$$

► Ejemplo 11

¿Cuánto debe invertirse ahora al 1.8% mensual para tener \$408,340.11 en 2 años y 3 meses? ¿Cuánto se gana por concepto de intereses?

SOLUCIÓN:

$$S = \$408,340.11 \quad i = 1.8\% \text{ mensual} \quad m = 12 \quad t = 2 \text{ años y 3 meses}$$

$$n = \frac{2 * 12 + 3}{12} = 2.25 \text{ años} \quad P = ? \quad I = ?$$

$$\frac{27}{12} = 2.25$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [11], se obtiene el valor de la inversión:

$$P = 408,340.11(1 + 0.018)^{-27} = \$252,250.50$$

Sustituyendo los valores de "S" y "P" en la fórmula [7], se obtiene el interés generado:

$$I = 408,340.11 - 252,250.50 = \$156,089.61$$

OBJETIVO

El estudiante analizará y comprenderá la teoría del Interés Compuesto; aplicará correctamente las fórmulas en la solución de ejercicios que le permitan calcular: monto, capital, tasa, tiempo, tasas, nominal, tasa efectiva, tasas equivalentes y ecuaciones de valores equivalentes, con la finalidad de evaluar los resultados que le servirá de base para una correcta toma de decisiones.

ESTRATEGIA METODOLÓGICA PROPUESTA

Se proponen las siguientes estrategias:

- 1.- Investigación en libros y apoyándose en la Biblioteca Virtual de la Universidad Unachi de los conceptos: Interés Compuesto, Monto, Capital, Tasa, Tasa Nominal, Tasa Efectiva y Tasas Equivalentes; Ecuaciones de Valores Equivalentes.
- 2.- Discusión en plenaria sobre la diferencia entre Interés Simple e Interés Compuesto.
- 2.- Análisis en equipos de trabajo acerca de las fórmulas para determinar cuál se aplicará en cada caso que se presenta en Interés Compuesto.
- 3.- Resolución de los ejercicios que ofrece esta guía en forma individual y por equipos.
- 4.- Socialización de los resultados con el resto de los compañeros de la clase, con la finalidad de que el docente detecte y disipe las dudas que pudieran surgir.

BIBLIOGRAFÍA

- Cantú Treviño, J. (2005). Matemáticas Financieras (Tercera ed.). México, México: Banca y comercio.
- Díaz Mata, A., & Aguilera Gómez, V. M. (2008). Matemáticas Financieras. México, México: Mc Graw Hill.
- Hernández Hernández, A., Hernández Villalobos, A., & Hernández Suárez, A. (2006). Problemario de Matemáticas Financieras. (A. A. Gómez Ruiz, Ed.) México, México: Thomson.
- Lincoyán Portus, G. (2002). Matemáticas Financieras (Cuarta edición ed.). (E. A. Herrera, Ed.) Santafé, Bogotá, Colombia: Mc Graw Hill.
- Mora Zambrano, A. (2010). Matemáticas Financieras (Tercera Edición ed.). (L. J. Buitrago D., Ed.) México, México: Alfaomega.

Villalobos, J. L. (2001). Matemáticas Financieras (Segunda ed.). (G. Trujano Mendoza, Ed.) México, México: Prentice Hall.

2.3 EJERCICIOS PRÁCTICOS

1.- Se depositan \$500 en un banco a una tasa de interés de 18% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál será el monto acumulado en 2 años?

R= \$ 714.75

2.- Determine el monto acumulado de \$50,000 que se depositan en una cuenta de valores que paga 15% anual convertible mensualmente:

Al cabo de 1 año

Al cabo de 2 años

Al cabo de 3 años

Al cabo de 5 años

R= a) \$58,037.72; b) \$67,367.55; c) \$78,197.19; d) \$105,359.06

3.- Obtenga el monto que se acumula en 2 años si un capital de \$65,000 se invierte al 40% compuesto por semestres.

R= \$134,784

4.- ¿Cuánto se acumula en una cuenta de ahorros que reditúa el 18.6% anual capitalizable por bimestres en un plazo de 2 años, si se invierten \$35,000?

R= \$50,486.12

5.- El señor Patricio Ramos depositó \$20 000.00, en un banco que paga una tasa de interés de 8%. ¿Cuánto tendrá el señor Ramos dentro de 10 años, si la capitalización es anual?

R= \$43,178.49

6.- ¿Cuánto dinero debe pagarse a un banco que realizó un préstamo de \$300,000.00 si al cabo de un año se reembolsa el capital e interés y la tasa aplicada es de 24% anual convertible trimestralmente?

R= \$378,743.09

7.- ¿Qué capital debe invertirse en una cuenta que paga 33.6% anual capitalizable por meses, para disponer de \$13000 en 7 meses?

R= \$10,714.98

8.- ¿En cuánto tiempo se triplica un capital que se invierte al 31.2% anual compuesto por semanas?

R= 183.6508 semanas

9.- ¿Con qué tasa de interés anual compuesto por quincenas se triplica un capital en dos años?

R = 55.46 % anual cap. Quincenal

10.- ¿Cuánto debe invertir una persona ahora al 4.6% anual capitalizable trimestralmente para tener \$150,000.00 en su cuenta dentro de 2 años?

R= \$136,887.62

11.- Lupe desea adquirir un terreno con valor de \$350,000.00, le pidieron que entregue 40% de anticipo y el resto a dos años y medio. ¿Cuánto debe depositar Lupe en el banco el día de hoy para poder garantizar la liquidación de su adeudo, si la tasa de interés vigentes es de 30% anual convertible trimestralmente?

R= \$101,890.72

12.- ¿Cuánto debe depositar una persona el día de hoy si desea tener un monto de \$500,000.00 dentro de 3 años, si la tasa vigente del mercado es 13% anual capitalizable semestralmente?

R= \$342,667.06

13.- Una persona tiene una deuda de \$300,000.00 con intereses al 5% anual convertible semestralmente pagadero a 3 años. Suponiendo una tasa del 4%, encontrar el valor actual de la deuda.

R= \$309,288.97

14.- Calcular el monto de un capital de \$150,000.00 depositado al 3.8% trimestral durante seis trimestres y calcular los intereses ganados.

R= \$ 187,618.35; \$ 37, 618.35

15.- El Sr. Ramos, depositó \$20,000.00 en un banco que paga una tasa de interés de 8%. ¿Cuánto tendrá Ramos de 10 años, si la capitalización es anual?

R= \$ 43, 178.50

16.- El Sr. Miramón, depositó en una cuenta de inversión \$ 50,000.00, a 6 años, si el banco paga una tasa de interés de 12% y la capitalización es semestral, ¿ Cuánto tendrá el señor Miramón dentro de 6 años?

R= \$100 609.82

17.- Calcular el importe de las ventas que tendrá dentro de cuatro años una compañía que actualmente vende \$ 120 000,000.00 anuales, si programa los siguientes incrementos. Calcular el aumento total de la venta anual al final del cuarto año con respecto al año base.

AÑO	%
1	10
2	12
3	15
4	19

R= 202,319.04

18.- El señor Raymundo debe \$50,000.00, cantidad que tendrá que pagar dentro de 3 años, si la tasa de interés es de 12% y la capitalización es anual. ¿Cuál es el valor presente de la deuda, es decir, su valor al día de hoy?

R= 35,589.01

19.- ¿Cuál era la población de un país hace 10 años si en la actualidad tienen 81, 765,000 habitantes y su tasa de crecimiento se estima en 3.2% anual?

R= 59, 671,983

20.- ¿Cuál fue la tasa de interés a la que se pactó una inversión por \$50,000.00 si al cabo de 6 años se recibieron \$100 609.82, tomando en cuenta que la capitalización fue semestral?

R= 6% semestral

21.- Por un documento de \$600,000.00 con vencimiento a 2 años, 4 meses de la fecha, nos ofrecen pagar \$350,000.00. ¿Cuál es la tasa de interés bimestral que nos resulta?

R= 3.92505% bimestral

22.- ¿Cuál fue el tiempo en que se pactó una inversión por \$80,000.00, si la tasa de interés fue de 15%, con capitalización trimestral, si al final se recibieron \$167,052.16?

R= 5 años

23.- ¿Cuánto tiempo debe estar invertido un capital de \$160,000.00 para que junto con sus intereses sea de \$ 500,000.00 si acumula intereses al 9% semestral?

R= 13.2219 semestres

24.- ¿En qué tiempo se duplica una inversión que acumula intereses al 17% anual?

R= 4.4148 años o 4años 4 meses 29 días

25.- ¿Qué tasa nominal es capitalizable semestralmente, es equivalente la tasa efectiva del 8%?

R= 7,846% anual capitalizable semestralmente

26.- ¿Cuál es la tasa efectiva que se recibe de un depósito bancario de \$130,000.00 pactado al 14.4 % de interés anual convertible mensualmente?

R= 15.38% tasa efectiva anual.

27.- ¿A qué tasa nominal convertible trimestralmente, un capital de \$60,000.00 crecerá hasta \$200,000.00 en 5 años?

R= 24.82% anual convertible trimestralmente

28.- ¿Dentro de cuánto tiempo un capital de \$20,000.00 a la tasa del 4% anual convertible semestralmente valdrá \$ 36,500.00?

R= 30 semestres 2 meses 8 días

29.- ¿Qué cantidad debe pagarse para saldar una deuda de 4 pagos anuales de \$25,000.00 cada uno, con una tasa de interés del 5%?

a) Fecha focal: al cabo de 4 años

b) Fecha focal al cabo de 2 años

R= 107,753.13

30.- Una persona le debe al banco \$150,000.00 pagaderos en un año y \$200,000.00 pagaderos en 6 años. Acuerda con el banco liquidar sus deudas mediante un pago único al cabo de 4 años sobre la base de un rendimiento de 6% anual convertible mensualmente. ¿Cuál es el valor de ese pago? Fecha focal: al cabo de 4 años

R= \$356,939.21

31.- Suponiendo una tasa efectiva del 7% anual. ¿Con qué pagos iguales X al cabo de 3 años y al cabo de 6 años, es posible reemplazar las siguientes obligaciones: \$125,000.00 con vencimiento a 4 años sin intereses y \$225,000.00 con interés del 8% anual convertible semestralmente con vencimiento a 6 años? Fecha focal: al cabo de 6 años.

R= \$226,217.99

32.- Se descuenta en el banco un documento por \$250,000.00 con vencimiento a 3 meses y que devenga 4% de interés mensual. El banco lo descuenta a una tasa del 11% anual. ¿Cuál es la cantidad que se recibe?

R= \$273,973.96

33.- ¿Qué cantidad se debe depositar para que, junto con sus intereses, al 1 1/8% mensual nos dé en 5 años un monto de \$ 1, 250,000.00?

R= \$ 638,848.58

34.- ¿Cuánto vendía una compañía hace dieciocho meses si las incrementó en 7% al trimestre y actualmente vende \$4, 580,000.00?

R= \$3, 051,847.38

35.- ¿Qué tasa anual promedio de incremento poblacional tiene un país que en siete años paso de 16,525,000 habitantes a 21,024,415?

R= 0.035 anual; 3.5% anual

36.- ¿A qué tasa efectiva se convertirá un capital de \$30,000 en un monto de \$45,000, en 6 años?

R= 6,99132% anual

37.- ¿En cuánto tiempo la población de un país de 40, 000,000 de habitantes llegará a 44, 500,000 si su tasa de crecimiento es de 2.8% anual?

R= 3.86055 años (3 años 10 meses 9 días)

38.- ¿En qué tiempo expresado en años, meses y días, un capital de \$1000 se convierta en \$1500 a una tasa de interés del 18% efectiva?

R= 2 años, 5 meses y 11 días

39.- ¿Qué cantidad debe pagarse trimestralmente para saldar una deuda de 3 pagos mensuales de \$100 dada una tasa de interés de 2% mensual?

R= \$306.04

40.- Se tiene una deuda bancaria de \$500,000 pagaderos en dos abonos de \$250,000 c/uno, a 3 y 6 meses. Se desea liquidarla en 3 pagos bimestrales, si el primero es de \$100,000 y el segundo es de \$200,000 ¿Cuánto importará el tercero considerando una tasa del 36% anual convertible mensualmente?

R= \$198,450.87

41.- ¿Qué tasa de interés trimestral resulta equivalente a una tasa mensual del 2%?

R= 6.12% trimestral

42.- Un prestamista desea ganar el 8% efectivo anual sobre un préstamo, con intereses capitalizables trimestralmente. Hallar la tasa nominal que debe cobrar.

R= 7.77% capitalizable trimestralmente

43.- ¿Cuál es la tasa anual capitalizable por semestres equivalente al 39% anual compuesto por meses?

R= 42.30% capitalizable semestralmente

44.- ¿Qué tasa de interés mensual resulta equivalente a una tasa del 25% semestral?

R= 3.78% mensual

45.- ¿Qué tasa de interés anual resulta equivalente a una tasa del 8% trimestral?

R= 36.04% anual

46.- M debe \$1,000.00 pagadero en 2 años y \$3,000.00 pagaderos en 5 años. Acuerdan que M liquide sus deudas mediante un pago único al final de 3 años sobre la base de un rendimiento de 6% convertible semestralmente

R= \$3,726.36

47.- M debe \$1,000.00 pagadero en 1 año y \$3,000.00 pagaderos en 4 años. Acuerda pagar \$2,000.00 de inmediato y el resto en 2 años ¿cuánto tendrá que pagar al final del segundo año suponiendo un rendimiento de 5% convertible semestralmente?

R= \$1,560.85

48.- ¿Qué cantidad de dinero recibe una empresa en calidad de préstamo si ha firmado un documento por \$65,000.00 que incluye capital e intereses al 30% convertible trimestralmente y tiene vencimiento en 18 meses?

R= \$42,117.49

49.- En cuánto tiempo se duplica un capital si la tasa de interés es del 30% y se compone: a) Mensualmente

b) Trimestralmente

c) Semestralmente

d) Anualmente

R= a) 28.07119 meses; b) 9.58435 trimestres; c) 4.95948 semestre; d) 2,641922 años

50.- El señor Suárez invirtió \$40,000 a 2 años a una tasa de interés del 12% con capitalización diaria ¿Cuánto tendrá dentro de 2 años?

R= \$50847.93