Inferência Estatística – Testes de Hipóteses

- **Introdução: hipóteses e erros de conclusão**
- Testes de hipóteses para uma e duas médias
- Testes de hipóteses para uma e duas variâncias
- Testes de hipóteses para uma e duas proporções

Testes de hipóteses

⇨ Problema a ser resolvido pela Inferência Estatística

$\rightarrow$ **testar uma hipótese**

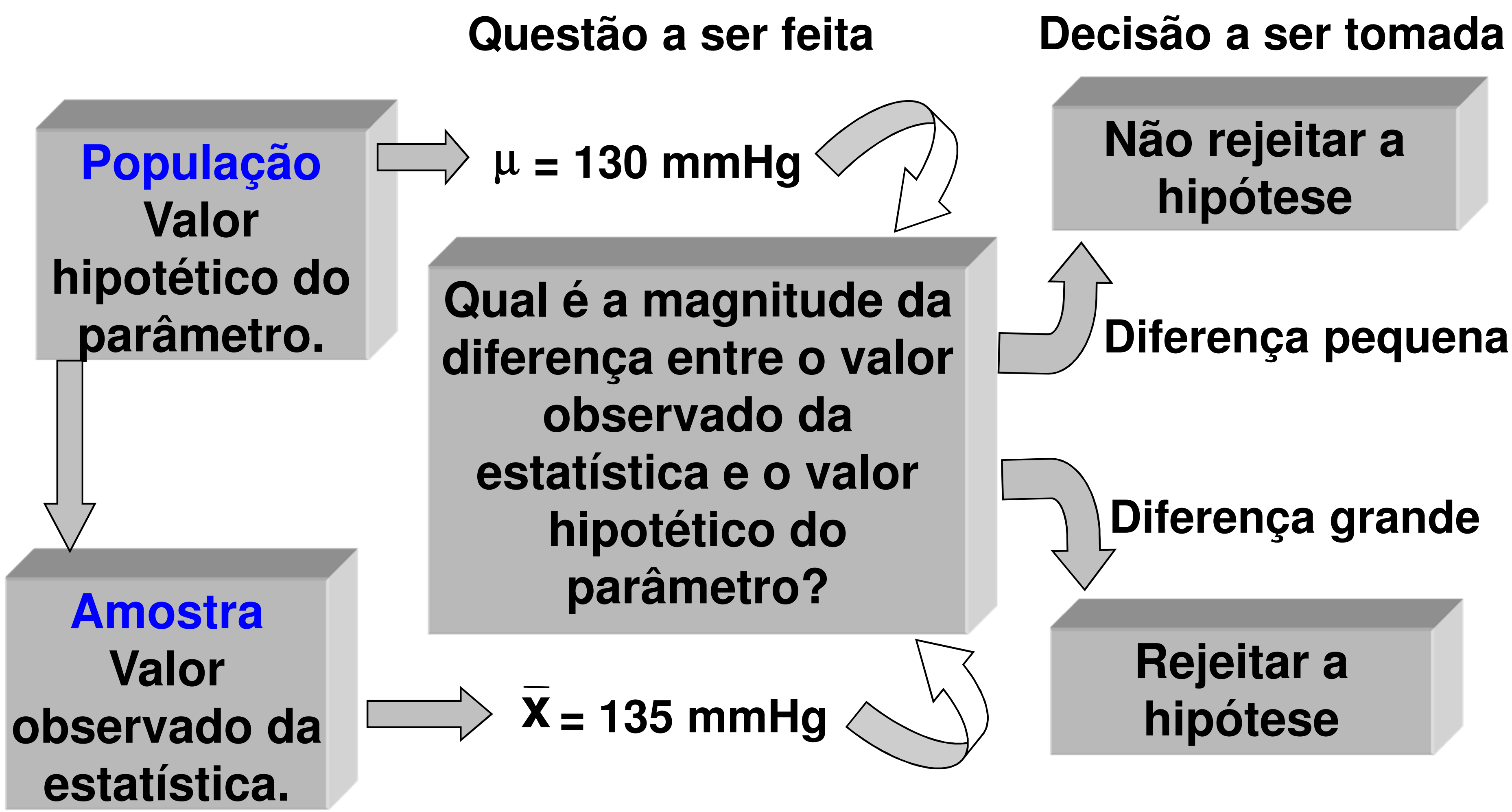
⇨ Feita uma afirmação a respeito de uma população (parâmetro)

$\rightarrow$ **saber se os resultados amostrais contrariam tal afirmação**

Definição: o teste de hipóteses é um procedimento estatístico onde se busca verificar uma hipótese a respeito da população, tendo por base dados amostrais.

Lógica dos Testes de Hipóteses

<u>Hipótese</u>: um novo medicamento é eficaz no controle da pressão arterial



Hipótese estatística

A hipótese estatística é uma suposição feita a respeito de um ou mais parâmetros (μ, σ^2, π, etc.).

Existem dois tipos básicos de hipóteses estatísticas:

⇨ **Hipótese de nulidade (H_0):** hipótese sob verificação que supõe a **igualdade** dos parâmetros que estão sendo comparados.

⇨ **Hipótese alternativa (H_A):** hipótese considerada caso a hipótese de nulidade seja rejeitada e supõe que os parâmetros comparados são **diferentes**.

Exemplo: Para verificar se uma nova droga é eficaz no tratamento da pressão alta, a pressão média de um grupo de pacientes submetidos a esta droga (amostra) é comparada com um valor que é considerado normal (valor padrão).

Uma população

⇩

Uma amostra

⇩

Uma estimativa ($\bar{x}$) do parâmetro de interesse (μ)

⇕

Um valor conhecido e comprovado (μ_0)

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

Escolher uma das três →

$$H_A : \mu \neq \mu_0 \quad \leftarrow \text{Bilateral}$$

$$\mu > \mu_0 \quad \leftarrow \text{Unilateral direita}$$

$$\mu < \mu_0 \quad \leftarrow \text{Unilateral esquerda}$$

Exemplo: Para verificar, entre métodos de ensino, qual dá melhor desempenho quanto ao aprendizado dos alunos, comparamos as notas dos alunos de duas turmas (duas amostras), cada uma submetida a um método de ensino.

População 1		População 2
⇓		⇓
Amostra 1		Amostra 2
⇓		⇓
Estimativa de μ_1	⇔	Estimativa de μ_2
$\bar{x}_1$		$\bar{x}_2$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

Escolher uma das três →

$$H_A: \mu_1 \neq \mu_2$$ ← Bilateral

$$\mu_1 > \mu_2$$ ← Unilateral direita

$$\mu_1 < \mu_2$$ ← Unilateral esquerda

Exemplo 1: Teste unilateral

Problema científico: Um novo medicamento é eficaz no controle da pressão arterial?

População C – hipertensos com uso do medicamento $\longrightarrow \mu_C$

População S – hipertensos sem uso do medicamento $\longrightarrow \mu_S$

Variável em estudo $\rightarrow$ X: pressão arterial

Hipóteses estatísticas:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_C = \mu_S \\ H_A : \mu_C < \mu_S \end{cases}$$

$\leftarrow$ $\boxed{\text{Unilateral}}$

Quando **temos motivos** suficientes para supor que uma das médias será maior que a outra, podemos formular uma hipótese alternativa unilateral (**mais específica**).

Exemplo 2: Teste bilateral

Problema científico: O método de ensino A é melhor que o método de ensino B?

População A – alunos ensinados pelo método A $\longrightarrow \mu_A$

População B – alunos ensinados pelo método B $\longrightarrow \mu_B$

Variável em estudo $\rightarrow$ X: notas dos alunos

Hipóteses estatísticas:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_A = \mu_B \\ H_A : \mu_A \neq \mu_B \end{cases} \longleftarrow \boxed{\text{Bilateral}}$$

Quando **não temos motivos** suficientes para supor que uma das médias será maior que a outra, formulamos uma hipótese alternativa bilateral (**mais genérica**).

Objetivo: verificar a hipótese

Podemos verificar a hipótese de duas formas:

⇨ **avaliar as populações inteiras** (todos os alunos ensinado pelos dois métodos ou todas os hipertensos com e sem uso do medicamento) e comparar suas médias

⇨ **avaliar amostras** retiradas das populações e utilizar um **teste estatístico** que compare as médias das amostras

Devemos considerar:

⇨ seria impossível avaliar todos os alunos ou todos os hipertensos

⇨ o processo de amostragem pode fornecer precisão suficiente

Será muito mais econômico e menos trabalhoso utilizar amostras das populações.

Erros de conclusão

Exemplo: Suponha que um grupo econômico queira financiar a campanha do candidato X, se esse tiver condições de se eleger no primeiro turno.

O grupo econômico deve financiar a campanha do candidato X?

Hipótese O candidato se elege no primeiro turno	Decisão Investir na campanha	 Não investir na campanha
Hipótese Verdadeira	Decisão correta Investe e ganha	Erro 1 Não investe e se elege
Hipótese Falsa	Erro 2 Investe e perde	Decisão correta Não investe e não ganha

Erros de conclusão

H_0 : réu inocente
H_A : réu culpado

Réu	Decisão do juiz	
	Não condenar	Condenar
Inocente	**Acerto**	**Erro 1**
Culpado	**Erro 2**	**Acerto**

$H_0 : \mu_A = \mu_B$
$H_A : \mu_A \neq \mu_B$

H_0	Decisão	
	Não rejeitar	Rejeitar
Verdadeira	**Acerto**	**Erro Tipo I**
Falsa	**Erro Tipo II**	**Acerto**

α = Erro Tipo I: Declarar diferença quando ela não existe

β = Erro Tipo II: Não declarar diferença quando ela existe

Importante!!!

⇨ As duas taxas de erro α e β estão relacionadas negativamente, de modo que a redução de α implica no aumento de β e vice-versa.

⇨ O único meio de reduzir ambos os tipos de erro é aumentando o tamanho da amostra, o que nem sempre é viável.

⇨ Em geral, a preocupação está voltada para o erro tipo I (α - nível de significância), pois na maioria dos casos ele é considerado o mais grave.

REALIDADE	DECISÃO	
	Aceitar H_0	**Rejeitar H_0**
H_0 é verdadeira	**Decisão correta** $1 - \alpha = P(\text{Aceitar } H_0 / H_0 \text{ é V})$ $= P(H_0 / H_0)$	**Erro do Tipo I** $\alpha = P(\text{Rejeitar } H_0 / H_0 \text{ é V})$ = Nível de significância do teste $= P(H_1 / H_0)$
H_0 é falsa	**Erro do Tipo II** $\beta = P(\text{Aceitar } H_0 / H_0 \text{ é falsa})$ $= P(\text{Aceitar } H_0 / H_1 \text{ é V}) = P(H_0 / H_1)$	**Decisão correta** **$1 - \beta$** $= P(\text{Rejeitar } H_0 / H_0 \text{ é falsa})$ $= P(H_1 / H_1)$ = Poder do teste.

Passos para construção de um teste de hipóteses

1. Definir as hipóteses estatísticas.

2. Fixar a taxa de erro aceitável (α - nível de significância).

3. Escolher a estatística para testar a hipótese e verificar as pressuposições para o seu uso.

4. Usar as observações da amostra para calcular o valor da estatística do teste.

5. Decidir sobre a hipótese testada e concluir.