Inferência Estatística – Testes de Hipóteses

- Introdução: hipóteses e erros de conclusão
- Testes de hipóteses para uma e duas médias
- Testes de hipóteses para uma e duas variâncias
- **Testes de hipóteses para uma e duas proporções**

Teste para proporções

O teste para a proporção populacional, em geral, é utilizado para verificar se a proporção π de elementos da população que possuem uma determinada característica é igual a um determinado valor π_0.

As hipóteses estatísticas são:

$$H_0 : \pi = \pi_0$$

$$H_A : \pi \neq \pi_0$$

$$\pi > \pi_0$$

$$\pi < \pi_0$$

Usa-se a estatística:

$$\boxed{Z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}}} \sim N(0,1)$$

O teste se baseia na **aproximação** da distribuição Normal.

Pressuposição: n é grande $\Rightarrow np > 5$ e $n(1-p) > 5$

$p \rightarrow$ estimador de π $\qquad p = \frac{x}{n}$

Exemplo: As condições de mortalidade de uma região são tais que a proporção de nascidos que sobrevivem até 70 anos é de 0,60. Testar esta hipótese ao nível de 5% de significância se em 1000 nascimentos amostrados aleatoriamente, verificou-se 530 sobreviventes até os 70 anos.

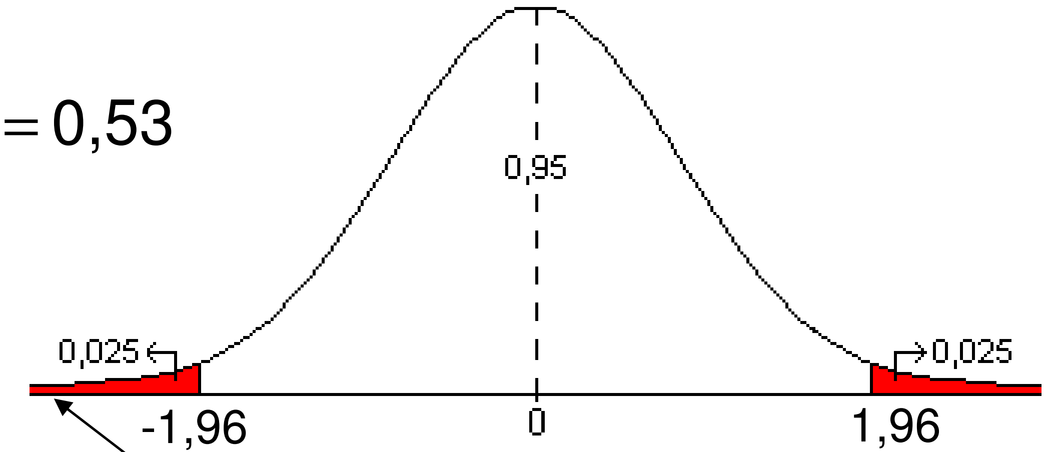
Solução:

$$p = 530/1000 = 0,53$$

$$H_0 : \pi = 0,60$$

$$H_A : \pi \neq 0,60$$

$$\alpha = 0,05$$



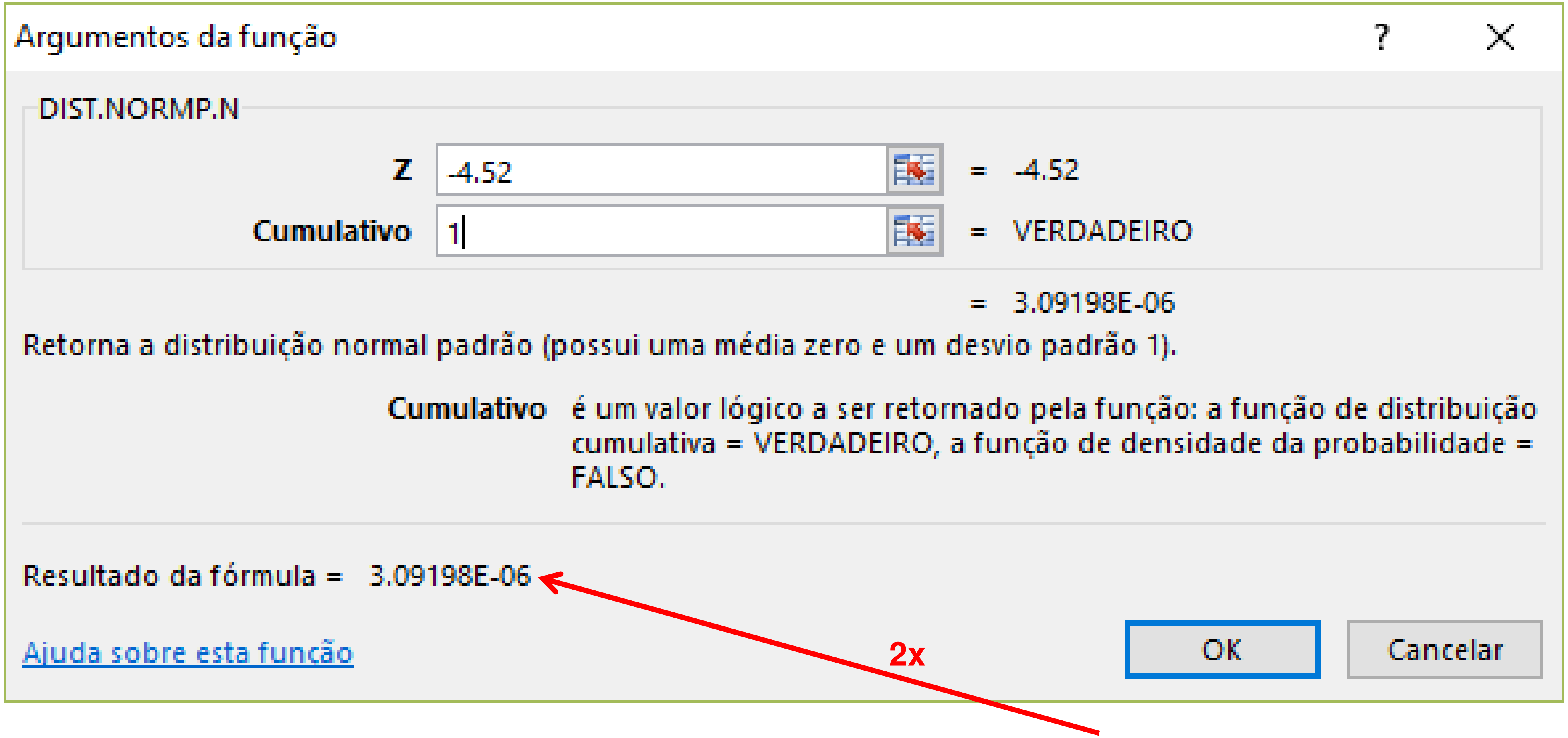
$$z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}} = \frac{0,53 - 0,60}{\sqrt{\frac{0,60(1-0,60)}{1000}}} = -4,52$$

Decidi-se rejeitar H_0, ao nível de 5% de significância.

Neste caso, pode-se afirmar que a taxa dos que sobrevivem até os 70 anos é menor do que 60%.

Utilizando o Excel para obter o valor p:

$z_c = -4{,}52 \qquad \alpha = 0{,}05$ (bilateral)



Conclusão: Como a significância do resultado (0,0006%) é menor que a significância do teste (5%), é possível rejeitar a hipótese nula.

Exercícios:

1) Um fabricante garante que 90% dos equipamentos que fornece a uma fábrica estão de acordo com as especificações exigidas. O exame de uma amostra de 200 peças desse equipamento revelou 25 defeituosas. Teste a afirmativa do fabricante, nos níveis de 5% e 1%.

$Z_c=1,18$

2) Um engenheiro deseja testar a hipótese de que seu fornecedor entrega lotes com 10% de não conformes. Um lote de 180 unidades revelou 14 não conformes. Use $\alpha = 5\%$ e conclua a respeito.

$Z_c=-0,98$

A aproximação Normal também pode ser usada para testar a hipótese que dois parâmetros de Binomiais sejam iguais, ou seja, para testar:

$$H_0: \pi_1 = \pi_2$$

$$H_A: \pi_1 \neq \pi_2$$

$$\pi_1 > \pi_2$$

$$\pi_1 < \pi_2$$

Nesse caso, amostras de tamanho n_1 e n_2 são retiradas de cada população, gerando x_1 e x_2 itens pertencentes à classe associada com p e calcula-se os estimadores de π para cada população como:

$$p_1 = \frac{x_1}{n_1} \qquad p_2 = \frac{x_2}{n_2}$$

A estatística para o teste é: $\boxed{Z = \dfrac{p_1 - p_2}{\sqrt{\dfrac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \dfrac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}} \sim N(0,1)$

Exemplo: Em uma pesquisa de opinião, 32 dentre 80 homens declararam apreciar certa revista, acontecendo o mesmo com 26 dentre 50 mulheres. Ao nível de 5% de significância os homens e as mulheres apreciam igualmente a revista?

Solução: $H_0: \pi_H = \pi_M$

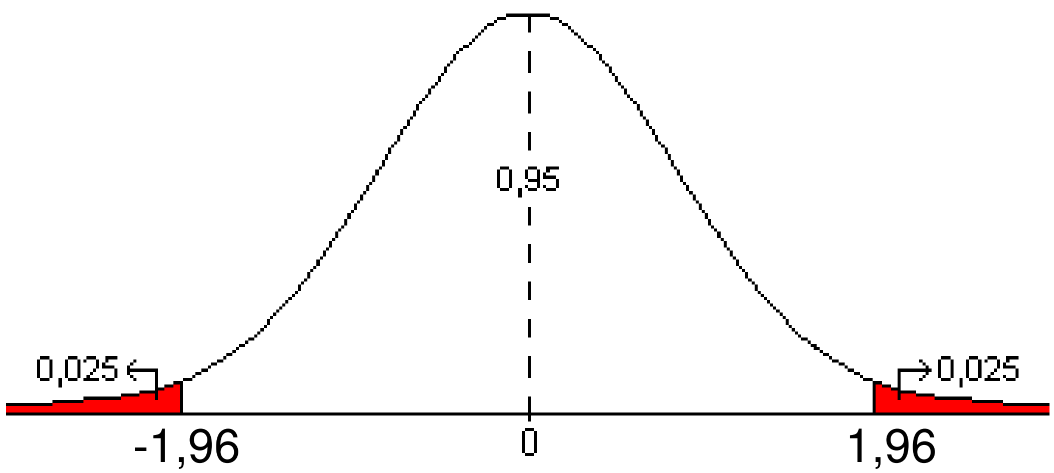
$H_A: \pi_H \neq \pi_M$

$\alpha = 0,05$

$p_H = 32 / 80 = 0,40$

$p_M = 26 / 50 = 0,52$

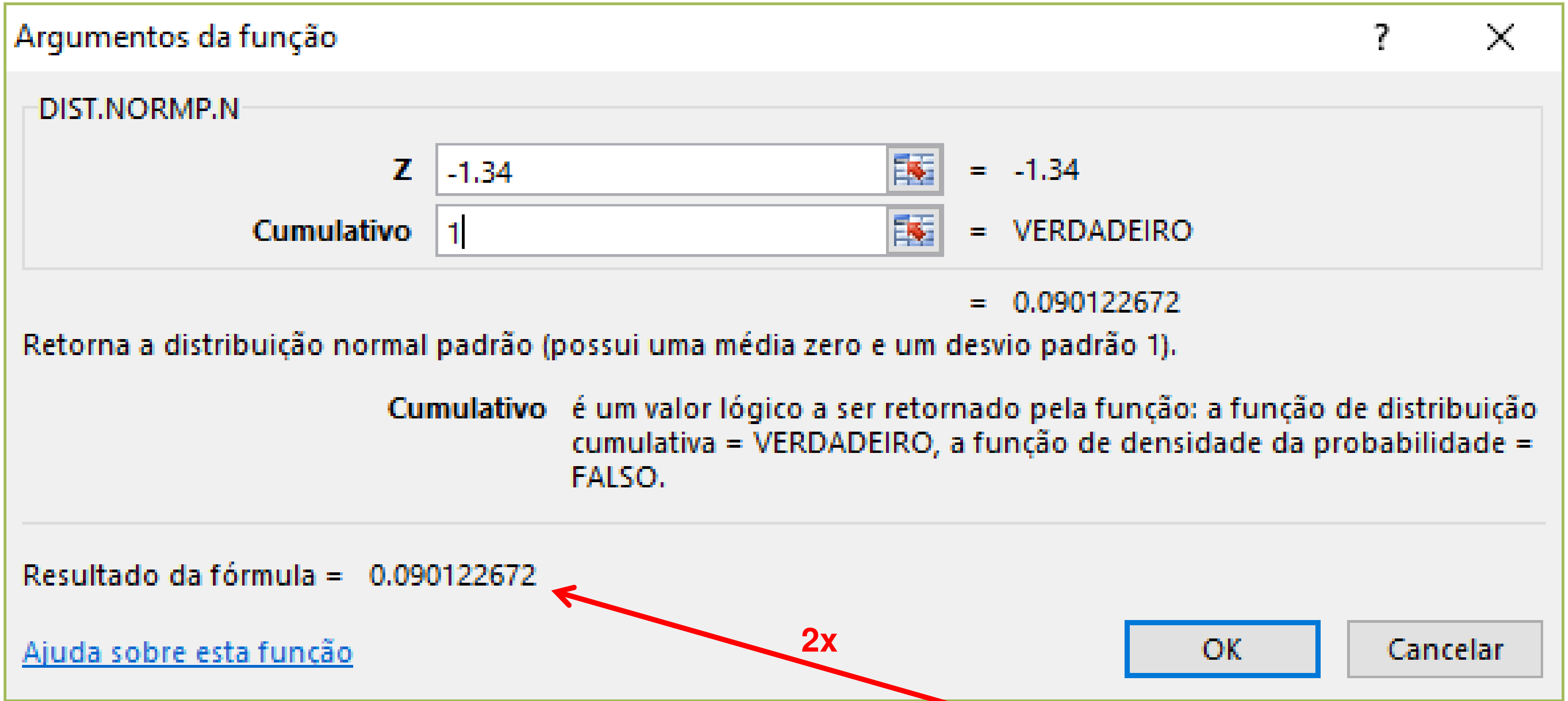
$$Z = \frac{p_H - p_M}{\sqrt{\frac{p_H(1-p_H)}{n_H} + \frac{p_M(1-p_M)}{n_M}}} = \frac{0,40 - 0,52}{\sqrt{\left(\frac{0,40.(1-0,40)}{80} + \frac{0,52.(1-0,52)}{50}\right)}} = -1,34$$



Não se rejeita H_0, isto é, a 5% de significância, não é possível afirmar que exista diferença entre as preferências de homens e mulheres quanto à revista.

Utilizando o Excel para obter o valor p:

$z_c = -1{,}34 \qquad \alpha = 0{,}05$ (bilateral)



Conclusão: Como a significância do resultado (18,02%) é maior que a significância do teste (5%), não é possível rejeitar a hipótese nula.

Exercício: Um empresário deseja saber se os percentuais de satisfação de seus clientes em relação a dois produtos oferecidos por sua empresa são similares. Para isso entrevistou 150 pessoas, das quais 80 disseram estar satisfeitas com o produto A e 100 com o produto B. Use α = 5% e conclua a respeito.

$$H_0 : \pi_1 = \pi_2$$
$$H_A : \pi_1 \neq \pi_2$$

$$p_1 = \frac{80}{150} = 0{,}53 \qquad p_2 = \frac{100}{150} = 0{,}67$$

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} = \frac{0{,}53 - 0{,}67}{\sqrt{\left(\frac{0{,}53.0{,}47}{150} + \frac{0{,}67.0{,}33}{150}\right)}} = \frac{-0{,}14}{0{,}0567} = -2{,}47$$

$$|z| = 2{,}47 > \left| \ z_{\alpha/2} \ \right| = 1{,}96 \qquad \Rightarrow \qquad \textbf{Rejeita-se } \mathbf{H_o}$$