

LISTA DE EXERCÍCIOS

2-2_Variáveis aleatórias contínuas e distribuições

Variáveis contínuas

1. Considere a seguinte função e responda os itens a e b.

$$f(x) = kx^2 \quad \text{se} \quad -1 \leq x \leq 0$$

- a) Qual o valor k para que a função seja uma densidade de probabilidade
b) Determinar a média e a variância da variável

a) k = 3 b) Média = -3/4 Variância = 3/80

Distribuições de variáveis contínuas

2. Suponha que X seja uniformemente distribuída entre $[-\alpha, \alpha]$, onde $\alpha > 0$. Determinar o valor de α de modo que as seguintes relações estejam satisfeitas:

- a) $P(X > 1) = 1/3$
b) $P(X < 1/2) = 0,7$

a) $\alpha = 3$ b) $\alpha = 5/4$

3. Uma lâmpada tem duração de acordo com a seguinte densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} 0,001e^{-0,001x}, & \text{para } x > 0 \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

Determinar

- a) A probabilidade de que uma lâmpada dure mais do que 1200 horas.
b) A probabilidade de que uma lâmpada dure menos do que sua duração média.
c) A duração mediana.

a) $P(X > 1200) = 0,3012$ b) $P(X < 1000) = 0,6321$ c) Md = 693,15

4. Se as interrupções no suprimento de energia elétrica ocorrem segundo uma distribuição de Poisson com a média de uma por mês (quatro semanas), qual a probabilidade de que entre duas interrupções consecutivas haja um intervalo de:

- a) Menos de uma semana.
b) Mais de três semanas.

a) $P(X < 0,25) = 0,2212$ b) $P(X > 0,75) = 0,4724$

5. O tempo até a venda de um certo modelo de eletrodoméstico, que é regularmente abastecido em um supermercado, segue uma distribuição exponencial, com parâmetros $\lambda=0,4$ aparelhos/dia. Indique a probabilidade de um aparelho indicado ao acaso ser vendido logo no primeiro dia.

$P(X < 1) = 0,3297$

6. Sendo Z uma variável aleatória contínua com distribuição normal padrão, determine:

- a) $P(0 < Z < 2,1)$ d) $P(-2,84 < Z < 1,4)$
b) $P(0 < Z < 0,65)$ e) $P(1,32 < Z < 2,35)$
c) $P(-1,78 < Z < 0)$ f) $P(Z > -1,75)$

**a) $P(0 < Z < 2,1) = 0,4821$ b) $P(0 < Z < 0,65) = 0,2422$
c) $P(-1,78 < Z < 0) = 0,4625$ d) $P(-2,84 < Z < 1,4) = 0,9170$
e) $P(1,32 < Z < 2,35) = 0,084$ f) $P(Z > -1,75) = 0,9599$**

7. Determine o valor de Z nos itens a seguir:
- a) a probabilidade entre 0 e Z é igual a 39,25%;
 - b) a probabilidade à direita de Z é igual a 91,31%;
 - c) a probabilidade à esquerda de Z é igual a 13,79%;
 - d) a probabilidade entre Z e 1,8 é igual a 13,77%.

a) Z = 1,24 b) Z = -1,36 c) Z = -1,09 d) Z = 0,94

8. Na seleção de provadores de café são dadas 10 amostras, nas quais o degustador deve diferenciar o tipo de café. Sabe-se que a média de acertos é de 4,5 com desvio padrão 1,0. Uma empresa deseja selecionar provadores que acertem o tipo de café em, pelo menos, 7 amostras. Supondo que o número de acertos seja normalmente distribuído e que num determinado concurso se apresentem 500 candidatos, quantos poderão ser selecionados?

Poderão ser selecionados aproximadamente 3 candidatos.

9. Dois estudantes foram informados de que alcançaram as variáveis reduzidas de 0,8 e -0,4, respectivamente, em um exame de múltipla escolha de inglês. Se seus graus foram 88 e 64, determine a média e o desvio padrão dos graus do exame.

$\mu = 72$ $\sigma = 20$

10. A taxa de respiração X em diafragmas de ratos (em microlitros/mg de peso seco/hora) sob condições normais é normalmente distribuída com média 2,03 e variância 0,44. Calcule a probabilidade de que, observado um valor de X, ele fique fora do intervalo (1,59; 2,47).

$P(X < 1,59 \text{ ou } X > 2,47) = 0,5071$

11. Supondo que em indivíduos sadios ou normais, a taxa de albumina no sangue tenha distribuição normal com média 4,4g/100cc e desvio padrão 0,6g/100cc, então, para uma população de indivíduos sadios ou normais, calcule:

- a) a probabilidade de se ter uma taxa de albumina menor do que 3g/100cc;
- b) a probabilidade de se ter uma taxa de albumina maior do que 4,9g/100cc;
- c) a probabilidade de se ter uma taxa de albumina entre 3,2g/100cc e 5,2g/100cc;
- d) a probabilidade de se ter uma taxa de albumina não compreendida entre 2,9g/100cc e 5g/100cc;
- e) a taxa de albumina que é ultrapassada por 5% da população;
- f) a taxa de albumina que é ultrapassada por 2,5% da população;
- g) a taxa de albumina que não é ultrapassada por 10% da população;
- h) as taxas de albumina, simétricas em relação a taxa média, entre as quais estão compreendidas 99% das taxas da população.

**a) $P(X < 3) = 0,0098$ b) $P(X > 4,9) = 0,2023$ c) $P(3,2 \leq X \leq 5,2) = 0,8860$
d) $P(X < 2,9 \text{ ou } X > 5) = 0,1649$ e) $x = 5,39$ f) $x = 5,58$
g) $x = 3,63$ h) $x_1 = 2,85$ e $x_2 = 5,95$**

12. Suponha que X, a carga de ruptura de um cabo (em kg), tenha distribuição normal com $\mu = 100$ e $\sigma^2 = 16$. Cada rolo de 100 m de cabo dá um lucro de R\$ 4.250,00 desde que $X > 95$. Se $x < 95$, o cabo deverá ser utilizado para uma finalidade diferente e um lucro de R\$ 1700,00 será obtido. Determinar o lucro esperado por rolo.

R\$ 3.980,59

13. Suponha que as notas de uma prova sejam normalmente distribuídas, com média $\mu=72$ e desvio padrão $\sigma=1,3$. Considerando que 18% dos alunos mais adiantados receberam conceito "A" e 10% dos mais atrasados o conceito "R", encontre a nota mínima para receber "A" e a máxima para receber "R".

73,19 e 70,33