

LISTA DE EXERCÍCIOS

2-3_Distribuicoes amostrais

DISTRIBUIÇÕES AMOSTRAIS

1. Sejam X_1 e X_2 variáveis aleatórias independentes tendo, cada uma delas, a seguinte distribuição

| X | 1 | 2 | 3 | 4 |
|------|-----|-----|-----|-----|
| p(x) | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,1 |

a) Obtenha a distribuição amostral da média $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$.

b) Construa o histograma relativo a essa distribuição indicando a tendência de formato quando aumenta o tamanho da amostra.

c) Obtenha a média e a variância da distribuição de \bar{X} e relacione os resultados com a distribuição de X.

d) Obtenha duas estimativas da variância populacional.

a)

| $\bar{X} = \bar{x}$ | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | Σ |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| P(\bar{X}) | 0,04 | 0,12 | 0,25 | 0,28 | 0,22 | 0,08 | 0,01 | 1 |

c) $E(\bar{X}) = 2,4$ $E(X) = \mu = 2,4$
 $V(\bar{X}) = 0,42$ $V(X) = \sigma^2 = 0,84$
 Relação $E(\bar{X}) = \mu$ $V(\bar{X}) = \sigma^2/n$

2. Uma loja de roupas vende três tipos de camisetas aos preços de 12, 15 e 20 reais. Baseado nos registros de vendas, pôde-se estabelecer as proporções de vendas de cada tipo:

| X=x | 12 | 15 | 20 |
|--------|-----|-----|-----|
| P(X=x) | 0,5 | 0,2 | 0,3 |

a) Obtenha as amostras de tamanho dois da variável X (valor recebido pelo lojista).

b) Obtenha a distribuição da média e da soma (total).

c) Calcule a média e a variância de cada distribuição.

d) Ao longo de uma semana, 20 consumidores adquiriram, independentemente, camisetas de um desses tipos. Obtenha a média e a variância da soma.

a) **k = 9 amostras**

(12, 12), (12, 15), ..., (20, 20)

b)

| $\bar{X} = \bar{x}$ | 12 | 13,5 | 15 | 16 | 17,5 | 20 | Σ |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|----------|
| P($\bar{X} = \bar{x}$) | 0,25 | 0,20 | 0,04 | 0,30 | 0,12 | 0,09 | 1 |

| $X_+ = x_+$ | 24 | 27 | 30 | 32 | 35 | 40 | Σ |
|------------------|------|------|------|------|------|------|----------|
| P($X_+ = x_+$) | 0,25 | 0,20 | 0,04 | 0,30 | 0,12 | 0,09 | 1 |

c) $E(X) = 15$ $E(\bar{X}) = 15$ $E(X_+) = 30$
 $V(X) = 12$ $V(\bar{X}) = 6$ $V(X_+) = 24$

d) Soma = $X_1 + X_2 + \dots + X_{20}$
 $E(X_+) = E(X_1 + X_2 + \dots + X_{20}) = 300$
 $V(X_+) = V(X_1 + X_2 + \dots + X_{20}) = 240$

3. Um sistema de sorteios vende três tipos de cartões que pagam 5, 10 ou 20 reais. Considerando que a chance de ganhar 5, 10 ou 20 reais é de 0,05, 0,03 e 0,02, respectivamente, como mostra a tabela abaixo:

| Valor pago ($X=x$) | 0 | 5 | 10 | 20 |
|----------------------|---|------|------|------|
| $P(X=x)$ | | 0,05 | 0,03 | 0,02 |

- a) Complete a tabela;
b) Obtenha a média e a variância do valor recebido por um jogador;
c) Considere duas amostras selecionadas com reposição de dois jogadores (0, 5) e (5, 10). Obtenha para cada amostra: a probabilidade de ocorrência e a estimativa da média e da variância. A média e a variância das amostras estimam quais valores da população?

a) $P(X=0) = 0,9$

b) $E(X_1) = 0,95$

$V(X_1) = 11,35$

c) Amostra 1: (0, 5); $\bar{X}_1 = 2,5$; $s_1^2 = 12,5$

Amostra 2: (5, 10); $\bar{X}_2 = 7,5$; $s_2^2 = 12,5$

As médias das amostras estimam a média da população μ (cujo valor é 0,95), enquanto as variâncias das amostras estimam a variância da população σ^2 (cujo valor é 11,35).

4. Suponha que o peso de 2.500 estudantes seja normalmente distribuído com média 61,5 kg e desvio padrão 12 kg. Que valores espera-se encontrar para a média e o desvio padrão da distribuição amostral da média na hipótese de se utilizar amostras de tamanho $n = 36$, supondo que a amostragem seja feita com reposição.

$E(\bar{X}) = 61,5 \text{ kg}$; $\sigma_{\bar{X}} = 2 \text{ kg}$