## Contenidos y Modos de Razonamiento en el Cálculo de Errores Experimentales

(Contents and ways of reasoning in experimentasl error calculus)

Julia Salinas, César Medina
Instituto de Física, FCEyT
Universidad Nacional de Tucumán
Av. Independencia 1800
4000 Tucumán, Argentina

Trabalho recebido em 15 de abril de 1996

Se analiza la presencia de modos de razonar no científicos en estudiantes de ingeniería que cursan un laboratorio de física de segundo año.

Se discute la relación entre:

- estos modos de razonar no científicos, y
- actitudes y estrategias de tratamiento de problemas habituales en este nivel educativo.

The presence of non cientific ways of reasoning in engineering students which attend to a second year physics laboratory is analyzed.

The relationship between:

- these non cientific ways of reasoning, and
- habitual actitudes and problem treatment strategies in this educative level, is discussed.

### I. Introducción

Nuestra práctica docente, anteriores investigaciones que hemos realizado, y resultados reportados por otros autores, muestran que las estrategias utilizadas por los alumnos para enfrentar situaciones problemáticas en física, son inseparables de:

- valoraciones y actitudes,
- conocimientos y comprensiones,
- capacidades y habilidades,

que, juntos, son necesarios para entender y utilizar correctamente el sistema conceptual de la disciplina (Villani y Pacca 1990; Rozier y Viennot 1991; Salinas et al. 1993).

En este trabajo nos propusimos evaluar en particular dos tipos de dificultades de razonamiento que encontramos con mucha frecuencia en la práctica docente, y que se conocen en la literatura como:

- razonamiento irreversible;
- razonamiento monoconceptual.

### II. Hipótesis de trabajo

Nuestras hipótesis de trabajo fueron dos:

- H1: Los estudiantes no integran las estrategias inversas. Por ello, tratan como problemas nuevos, de solución desconocida a enunciados en los que sólo se ha practicado una inversión entre los datos y las incógnitas (razonamiento irreversible).
- **H2**: Los estudiantes simplifican acríticamente un problema que depende de diversas variables, y consideran arbitrariamente que sólo una de ellas es significativa (razonamiento monoconceptual).

### III. Metodología de investigación

El tema elegido fue la teoría de errores al azar (Gauss).

El estudio fue realizado con 68 estudiantes de ingenierías, en un laboratorio de física de segundo año J. Salinas, C. Medina

en la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología de la Universidad Nacional de Tucumán (Argentina).

Para la recolección de los datos:

- seleccionamos algunos enunciados que parecían aptos para controlar las hipótesis, a partir de un archivo de problemas utilizados en las evaluaciones de la cátedra;
- incluímos esos problemas en cuestionarios escritos que fueron respondidos por los estudiantes individualmente, por escrito y a libro abierto, como parte de una evaluación habitual en el laboratorio.

Los cuestionarios fueron presentados a los alumnos luego de diez sesiones semanales de trabajo en el laboratorio, de cuatro horas de duración cada una. En esas sesiones se habían desarrollado:

- un taller teórico-experimental sobre errores de medición;
- experiencias introductorias (de complejidad creciente);
- prácticas de mecánica, calorimetría, termodinámica.

En evaluaciones previas a la administración de los cuestionarios, todos los estudiantes de la muestra habían respondido satisfactoriamente a cuestiones como las planteadas en la bibliografia habitual para cálculo de errores experimentales en este nivel educativo (Cemuschi y Greco 1968; Squires 1972; Cudmani 1976).

### IV. Instrumentos de medición

IV.I. Para controlar el razonamiento irreversible en los estudiantes, les planteamos situaciones inversas a otras que ellos habían tratado satisfactoriamente en evaluaciones escritas individuales previas.

En particular, todos habían mostrado que sabían resolver problemas que, para distintos casos prácticos, planteaban interrogantes del tipo: "Dados el mejor valor (m) y la desviación estandar  $(\sigma)$ , calcular la probabilidad (P) de obtener valores comprendidos entre a y b".

De acuerdo con nuestra hipótesis **H1**, los alumnos no sabrían, por ejemplo, en esas situaciones, calcular  $\sigma$  dados m y P.

IV.II. Para controlar el razonamiento monoconceptual en los estudiantes, les planteamos cuestiones donde era necesario considerar la incidencia de distintos factores sobre P y sobre  $E_L$  (límite de confidencia). Sobre P influyen  $\sigma$ , a, b, la relación entre m, a y b, etc.. Sobre  $E_L$  influyen  $\sigma$ , el número n de mediciones realizadas, etc..

De acuerdo con nuestra hipotesis  $\mathbf{H2}$ , los alumnos no tendrían en cuenta el interjuego entre esos factores, y considerarían solo la dependencia de P (o  $E_L$ ) con uno de ellos.

### V. Enunciados propuestos

- V.I. Para detectar razonamiento irreversible utilizamos dos enunciados, que fueron administrados a diferentes estudiantes:
- 1.- Un grupo de estudiantes informa que se ha medido 65 veces la masa de un cuerpo usado en una experiencia de caída libre. Agrega que el promedio vale 2,25 g y que un ajuste gaussiano predice una probabilidad del 28% de medir valores entre 2,19 g y 2,31 g. ¿Cuánto vale la dispersión de las mediciones realizadas?
- 2.- En un control de calidad un asistente mide el espesor de 85 láminas de acetato. Informa luego que el espesor promedio mide 0, 85 mm y que con un ajuste gaussiano se prevé que el 32% de las láminas producidas tienen espesores comprendidos entre 0,85 mm y 1,00 mm. ¿ Cuánto vale <u>la desviación estandar</u> del espesor de las láminas controladas?
- V.II.- Para detectar razonamiento monoconceptual utilizamos tres enunciados, que fueron administrados a diferentes estudiantes:
- 3.- Un grupo de estudiantes mide 40 veces una longitud. Aproximan la distribución a la función de Gauss y calculan que la probabilidad de tener mediciones entre 14,5 cm y 14,7 cm es del 15%.

Uno de los integrantes del grupo afirma que si las 40 mediciones hubieran sido realizadas con otro instrumento más preciso, entonces <u>habría sido menor el valor obtenido para la probabilidad</u> de tener mediciones entre 14,5 cm y 14, 7 cm. ¿Está Ud. de acuerdo? Explique.

4.- Un grupo de alumnos de este laboratorio ha medido 90 veces una masa utilizando una balanza. Obtienen un intervalo de confianza comprendido entre 14,55 g y 14,95 g.

Uno de los integrantes del grupo sostiene que si esas 90 mediciones se hubieran realizado con otra balanza más precisa, entonces <u>el tamaño del intervalo</u> <u>de confianza habría sido mayor</u>. ¿Está Ud. de acuerdo? Explique.

5.- Un grupo de alumnos de este laboratorio ha realizado 70 mediciones de una longitud con un instrumento y ha obtenido un intervalo de confianza comprendido entre los valores 2,60 mm y 2,90 mm.

Uno de los integrantes del grupo afirma que si se hicieran mas mediciones de esa longitud empleando el mismo instrumento, entonces <u>disminuiría el tamaño del intervalo de confianza</u>. ¿ Está Ud. de acuerdo? Explique.

#### VI. Resultados obtenidos

Fue interesante advertir que, aún cuando los cuestionarios se habían diseñado para medir manifestaciones de razonamiento monoconceptual e irreversible, en un porcentaje importante de las respuestas apareció una tercera dificultad:

- el razonamiento puramente algorítmico, consis-

tente en el uso estereotipado y acrítico de formalismos (ecuaciones, gráficas, tablas, etc.) que no son aplicables al problema que se considera.

# VI.I. Resultados obtenidos al contrastar la hipótesis H1

Los resutados son presentados en tablas y gráficos con porcentajes, así como mediante ejemplos que pueden ayudar a comprender las dificultades que los estudiantes ponen de manifiesto.

Razonamiento Irreversible

Tamaño total de la muestra: 35 alumnos

Responden correctamente: 11 (31%) Responden incorrectamente: 17 (49%)

No responden: 7 (20%)

Del 49% que responde incorrectamente:

Presentan razonamiento irreversible: 4 (24%)

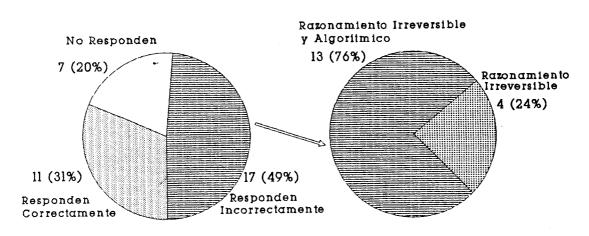
Presentan razonamiento irreversible y algorítmico:

13 (76%)

Ver Figura 1.

### Razonamiento Irreversible

Fig. 1



a) Muestra Total de Respuestas (35 alumnos)

b) Muestra de Respuestas Incorrectas (17 alumnos)

Pasemos a los ejemplos.

- Ejemplo de una respuesta que evidencia razonamiento irreversible:

Para el problema 2, un estudiante parte de la ex-

presión que le permite calcular la variable normalizada  $t_1$ . Reemplaza valores, lleva los resultados obtenidos para  $t_1$  y  $t_2$  al dibujo de una curva genérica de Gauss, sombrea el área representativa de la probabilidad

350 J. Salinas, C. Medina

y sobre ella escribe: 32%. A continuación reproduce la expresión matemática que le permite calcular  $\sigma$  cuando conoce las desviaciones de las mediciones respecto del mejor valor, y n.

- Ejemplo de una respuesta que además de razonamiento irreversible, evidencia razonamiento puramente algorítmico:

Al responder al problema 1, un estudiante sombrea sobre una curva genérica de Gauss, el area representativa de la probabilidad. Sobre el eje de las abscisas ubica, como extremos del intervalo, los valores 2,19 y 2,31. Al costado aclara: A=0,28. A continuación, escribe una regla de tres: a  $\sigma$  le hace corresponder 68%, y a "x", 28%. Y despeja "x".

Tiene especial interés el caso de un alumno que responde a la situación planteada en el problema 1, a través de dos respuestas "en paralelo":

Separadas nítidamente por una doble línea que divide a la hoja en dos sectores, aparecen dos argumentaciones:

- una, a la derecha, correcta, breve y con un mínimo de gráficas y cálculos;
- otra, a la izquierda, incorrecta, con aplicación acrítica

de procedimientos que no corresponden a la situación planteada en el enunciado.

El estudiante no privilegia ninguno de los dos desarrollos en su presentación.

### VI.II. Resultados obtenidos al contrastar la hipótesis H2

También en este caso, los resultados son presentados en tablas y gráficos con porcentajes, así como mediante ejemplos que pueden ayudar a comprender las dificultades que los estudiantes ponen de manifiesto.

Razonamiento monoconceptual

Tamaño total de la muestra: 33 alumnos

Responden correctamente: 5 (15%) Responden incorrectamente: 10 (30%)

No responden: 15 (46%)

Otros: 3 (9%)

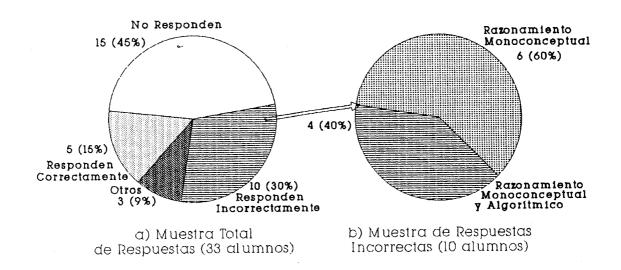
Del 30% que responde incorrectamente:

Presentan razonamiento monoconceptual: 6 (60%)

Presentan razonamiento monoconceptual y algorítmico: 4 (40%)

Ver Figura 2.

# Razonamiento Monoconceptual Fig. 2



Pasemos a los ejemplos.

- Ejemplo de una respuesta que evidencia razonamiento monoconceptual:

Para el problema 4, un estudiante afirma que "al utilizar una balanza más precisa, se lograría un número mayor de cifras signincativas en los resultados y la curva de Gauss se haría más estrecha y alta en el centro, pero como de acuerdo con el criterio de Chauvenet se desechan los valores con probabilidades menores que 1/(2n) y como n no cambia porque se siguen haciendo 90 mediciones, entonces el intervalo de confianza seguirá siendo el mismo."

- Ejemplo de una respuesta que además de razonamiento monoconceptual, evidencia razonamiento puramente algorítmico:

Como respuesta al problema 4, un estudiante escribe: "El criterio de Chauvenet demuestra que el tamaño del intervalo de confianza sólo depende del número de mediciones". A continuación, reemplaza valores numéricos del enunciado en expresiones matemáticas útiles para calcular el error cuadrático medio del promedio, y para estimar el número de mediciones que conviene hacer para reducir el error accidental al orden del error mínimo. Agrega como comentario final: "faltan datos para calcular".

### VI.III. Otros resultados de interés

- Los problemas destinados a medir razonamiento monoconceptual permitieron la manifestación de otros tipos de razonamientos incorrectos. En particular, de:
  - razonamientos contradictorios, y
  - razonamientos compensatorios.

Por ejemplo, al responder el problema 5, un estudiante afirma que "el tamaño del intervalo de confianza no cambiaría: lo que debe hacerse es aumentar el número de mediciones con el instrumento más preciso" (razonamiento contradictorio).

Otro alumno, en su respuesta al problema 5, añade un comentario: "Si se hacen más mediciones, el límite de confianza para la variable normalizada ( $t_L = E_L/\sigma$ ) aumenta, pero si ademas se utiliza un instrumento más preciso,  $\sigma$  disminuye, y entonces  $E_L$  seguramente será el mismo que antes de hacer los cambios" (razonamiento compensatorio).

- Cabe finalmente mencionar los casos de alumnos

que resuelven los problemas con procedimientos cuidadosos, dedicando tiempo y esfuerzo, mostrando un correcto hilo de razonamiento, pero llegan a conclusiones erradas porque tienen dificultades en la comprensión del tema. (Muchos, por ejemplo, consideran que la desviación estandar  $\sigma$  disminuye cuando aumenta n.)

### VII. Conclusiones

Nuestros resultados muestran que porcentajes importantes de estudiantes emplean razonamientos incorrectos. Cabría interpretar estos comportamientos como manifestaciones de desarrollos insatisfactorios o incompletos de las operaciones lógicas en los estudiantes, y pensar que no están dados <u>requisitos previos</u> necesarios para un adecuado aprendizaje de la teoría de Gauss. Sin embargo, pensamos que la cuestión admite otras lecturas.

Es posible visualizar al desarrollo de las capacidades intelectuales y al aprendizaje como procesos mutuamente dependientes e interactivos. En esta perspectiva, la maduración prepara y posibilita un proceso de aprendizaje, y el proceso de aprendizaje estimula y hace avanzar al proceso de maduración.

Así, además de un <u>nivel evolutivo real</u> (correspondiente a aquellas actividades que un estudiante puede hacer por sí solo), es posible distinguir un <u>nivel evolutivo potencial</u> (correspondiente a funciones mentales que todavía no han madurado pero se hallan en proceso de maduración, en estado embrionario, y que pueden favorecerse mediante la interacción del estudiante con el docente y/o con otros alumnos). Vygotsky (1989) llama zona de desarrollo próximo a este nivel evolutivo potencial.

En esta concepción, el aprendizaje no se orienta hacia los estadios evolutivos ya completados, sino que se aspira a favorecer mediante el aprendizaje un nuevo estadio en el proceso evolutivo.

Parece necesario que los docentes prestemos atención a ese interjuego entre desarrollo y aprendizaje, dado que la construcción del saber de la física requiere de cambios importantes en la forma de aproximarse a los fenómenos naturales (valoraciones y objetivos, criterios y modos de razonar) que son propios del conocimiento común (Salinas, Gil y Cudmani 1995).

Las respuestas y actitudes de los estudiantes luego de la devolución de los cuestionarios corregidos tienen, a nuestro entender, gran significación. Como es habitual a posteriori de todas las evaluaciones en el laboratorio donde se realizó la experiencia, a partir de ese momento participamos con ellos en diversas actividades (entrevistas, consultas, etc.) tendientes a realimentar el proceso de aprendizaje con la información obtenida con la aplicación de los cuestionarios. Salvo casos aislados, notamos que, adecuadamente orientados, los alumnos son capaces de enfrentar correctamente situaciones problemáticas como las planteadas en los cuestionarios.

En la mayoría de los casos, sus dificultades no parecen originarse tanto en una falta de capacidad intelectual, cuanto en fallas en sus actitudes y metodologías. Puede ser esclarecedor reproducir aquí el comentario, mezcla de sorpresa y reproche, con que un alumno caracterizó al cuestionario: "i En esta evaluacion ustedes nos quieren hacer pensar!".

Los docentes podemos preguntamos:

- ¿En qué medida los estudiantes necesitan recurrir a reflexiones cualitativas profundizadoras, a tratamientos críticos y rigurosos, para resolver las situaciones que les planteamos?. ¿Cuántos de los "problemas" que enfrentan en aulas y laboratorios, son resueltos mediante aplicaciones mecanizadas y acríticas de procedimientos "tipo"?. En pocas palabras, ¿qué necesidad tienen los alumnos de comprender, de saber, de razonar, de dedicarse, como condición para aprobar la materia?.
- ¿Qué estrategias educativas utilizamos para favorecer la superación de los conocimientos, actitudes y procedimientos propios del saber común por parte de los estudiantes, y su aproximación hacia conceptuaciones, valoraciones y metodologías mas científicas?. ¿Cómo favorecemos el desarrollo de las capacidades potenciales, latentes, de nuestros alumnos, para tratar más científicamente las cuestiones?.

El saber de la física es una amalgama inseparable de aspectos conceptuales, axiológicos y epistemológicos (Gil y Carrascosa 1985; Salinas 1991). Cssos como los mencionados en el segundo apartado del ítem "Otros resultados de interés" muestran que, por supuesto, las actitudes de compromiso y la capacidad de razonar correctamente son condiciones necesarias, pero no suficientes, para lograr aprendizajes correctos. Los docentes

tenemos en general conciencia acabada de la importancia de los contenidos. Lo que queremos enfatizar aquí es que las actitudes y estrategias de abordaje de problemas son también condiciones necesarias para aprender física, y merecen mayor atención de nuestra parte.

- 1. CERNUSCHI F., GRECO F.I., 1968, Teoría de errores de medición (EUDEBA, Buenos Aires)
- 2. CUDMANI L.C. de, 1976, Cálculo de errores experimentales (Ed. CUECET, UNT).
- GIL D., CARRASCOSA J., 1985, "Science learning as a conceptual and methodological change", European Journal of Science Education, 7(3), 231-236.
- 4. ROZIER S., VIENNOT L., 1991, "Students' reasonings in thermodynamics," International Journal of Science Education, 13(2), 159-170.
- 5. SALINAS J., 1991, "La unidad de metodo y contenido en la construcción histórica y en el aprendizaje de la física, Memoris de la Séptima Reunión Nacional de Educacion en la Física (REF VII) (Mendoza, Argentina), 181-194.
- 6. SALINAS J., CUDMANI L.C. de, PESA M., 1993, "Modos espontáneos de razonar: Un análisis de su incidencia sobre el aprendizaje del conocimiento físico", Memorias de la Octava Reunión Nacional de Educación en la Física, (REF VIII) (Rosario, Santa Fé, Argentina), 321-338.
- 7. SALINAS J., GIL D., CUDMANI L.C. de, 1995, "La elaboración de estrategias educativas acordes con un modo científico de tratar las cuestiones", Memorias de la Novena Reunión Nacional de Educación en la Física (REF IX) (Salta, Argentina), 336-349.
- 8. SQUIRES G.L., 1972, Física práctica (Mc Graw Hill, México).
- 9. VILLANI A., PACCA J., 1990, "Spontaneous reasoning of graduate students", International Journal of Science Education, 12(5), 589-600.
- VYGOTSKI L.S., 1989, El desarrollo de los procesos psicológicos superiores (Ed. Crítica, Barcelona).