

Construção de um Conjunto Experimental Destinado à Execução de Práticas de Rotação e Oscilação de Corpos Rígidos

(Construction of an experimental apparatus for use in rigid body rotation and oscillation practicals)

Tito José Bonagamba, Ercio Santoni, Paulo Renato Orlandi Lasso,
Cláudio Boense Bretas e Amauri Gentil

Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo

Laboratórios de Ensino de Física

São Carlos, SP, Caixa Postal 369 - CEP 13.560-970

Trabalho recebido em 19 de janeiro de 1994

Resumo

Neste trabalho apresentamos a construção e a utilização de um conjunto experimental destinado à execução de práticas com corpos rígidos. Em particular, mostraremos sua aplicação em práticas de conservação de momento angular e oscilações de corpo rígido.

Abstract

This work describes the construction of an experimental apparatus used to perform experiments with rigid bodies. In particular, we show its application in experiments to analyse conservation of angular momentum and rigid body oscillation.

I. Introdução

Este conjunto experimental consta basicamente de dois instrumentos. Um já bem conhecido dos laboratórios de ensino de Física, denominado Roda de Maxwell, e outro, por nós desenvolvido, que consiste de um sistema de rolamentos que permite fazer girar corpos rígidos, com formato adequado, em frequências da ordem de 20Hz, durante os intervalos de tempo necessários para adquirir os dados físicos relativos ao problema analisado.

Trata-se de um conjunto compacto, que nos permite desenvolver várias práticas de corpos rígidos relacionadas com conservação de momento angular e oscilações de corpo rígido.

Descrição dos Instrumentos

I. Roda de Maxwell

Este sistema consta de um disco de raio R , sustentado por um eixo cilíndrico de raio r e comprimento ℓ , tendo o conjunto massa m , e dois fios de suspensão

como indicados na fig. 1a, o qual funciona na forma de um "ioiô". O corpo rígido utilizado na Roda de Maxwell tem seu formato esquematizado na fig. 1b, o qual denominaremos de agora em diante por rotor.

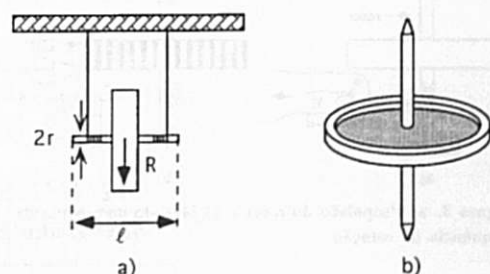


Figura 1. a) Roda de Maxwell e b) rotor.

II. Sistema de rotação vertical do corpo rígido

O sistema de rotação utiliza o rotor empregado na Roda de Maxwell. Neste caso, ele é colocado para girar

na vertical e as extremidades de seu eixo, confeccionadas em formato cônico e superfícies polidas, são sustentadas por rolamentos, tal como esquematizado na fig. 2. O mecanismo de sustentação do rotor é mantido sempre lubrificado.

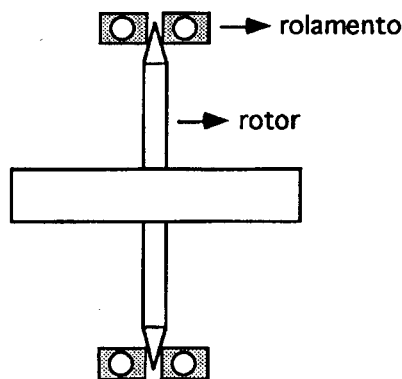


Figura 2. Sistema de rotação.

Para colocar este corpo rígido em rotação utilizamos um barbante que é enrolado em seu eixo e depois puxado, como apresentado na fig. 3a. Para se alcançar maiores frequências de rotação utilizamos uma furadeira elétrica para impulsionar o rotor. Para isto, instalamos um tarugo de borracha no eixo da furadeira, o qual é colocado em contato com o rotor. A medida de sua frequência de rotação é feita utilizando-se um sistema de transmissão e detecção de luz infravermelha, a qual inside sobre um conjunto de marcas brancas e pretas existentes na extremidade externa do disco, fig. 3b.

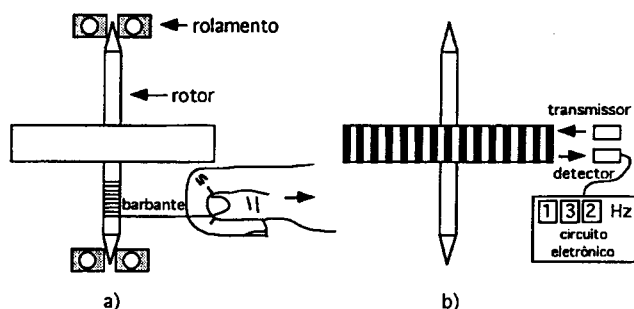


Figura 3. a) Propulsão do rotor e b) Método de medida da frequência de rotação.

O sinal de variação de intensidade luminosa é enviado pelo detector a um circuito eletrônico, o qual o converte em forma de leitura de frequência de rotação em Hz, apresentada em um mostrador digital. A curva de decaimento da frequência de rotação deste sistema de rotação em função do tempo está apresentada na fig. 4. Tipicamente, este sistema apresenta uma taxa

de diminuição na frequência de rotação da ordem de 0.01Hz/s. A partir deste gráfico podemos verificar que a força de atrito presente no mecanismo de sustentação do rotor deverá produzir interferências desprezíveis nos experimentos a serem realizados.

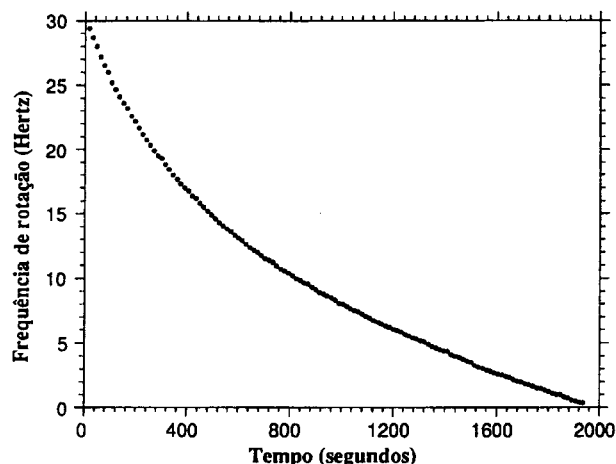


Figura 4. Curva de decaimento da frequência de rotação.

III. Circuito eletrônico do sensor

O sensor, constituído por um diodo emissor de luz infravermelha (transmissor) e um foto-transistor sensível a esta luz (receptor), produz um sinal oscilatório de tensão com frequência determinada pela alternância de faixas brancas e pretas.

O circuito eletrônico realiza a integração deste sinal, resultando em um nível de tensão proporcional a frequência do mesmo. Esta tensão analógica é convertida para digital e exibida em um "display" de três dígitos.

Com o auxílio de um frequencímetro padrão, é feita a calibração do sistema de modo a obter 1mV/Hz. Assim, obtém-se uma leitura digital diretamente em Hertz. O diagrama elétrico do circuito é mostrado na fig. 5.

O circuito integrado LM 2917 é um conversor de frequência para tensão, responsável por realizar a integração do sinal proveniente do sensor. A relação entre a frequência de entrada ν_{in} e a tensão de saída V_0 é dada pela expressão:

$$V_0 = V_{cc} \cdot \nu_{in} \cdot R_1 \cdot C_1 \quad (1)$$

O circuito integrado ICL7107 é um conversor A/D com decodificador e "driver" para "display" de três e meio dígitos. Este integrado encarrega-se de mostrar o nível de tensão analógico da saída do LM 2917 de forma digital no "display".

Embora a saída seja digital, o processo de medida de frequência é analógico e instantâneo. Isto representa uma vantagem em relação aos freqüencímetros digitais

nos quais a leitura é sempre feita com atraso em função da base de tempo que, para baixas freqüências, pode ser da ordem de alguns segundos.

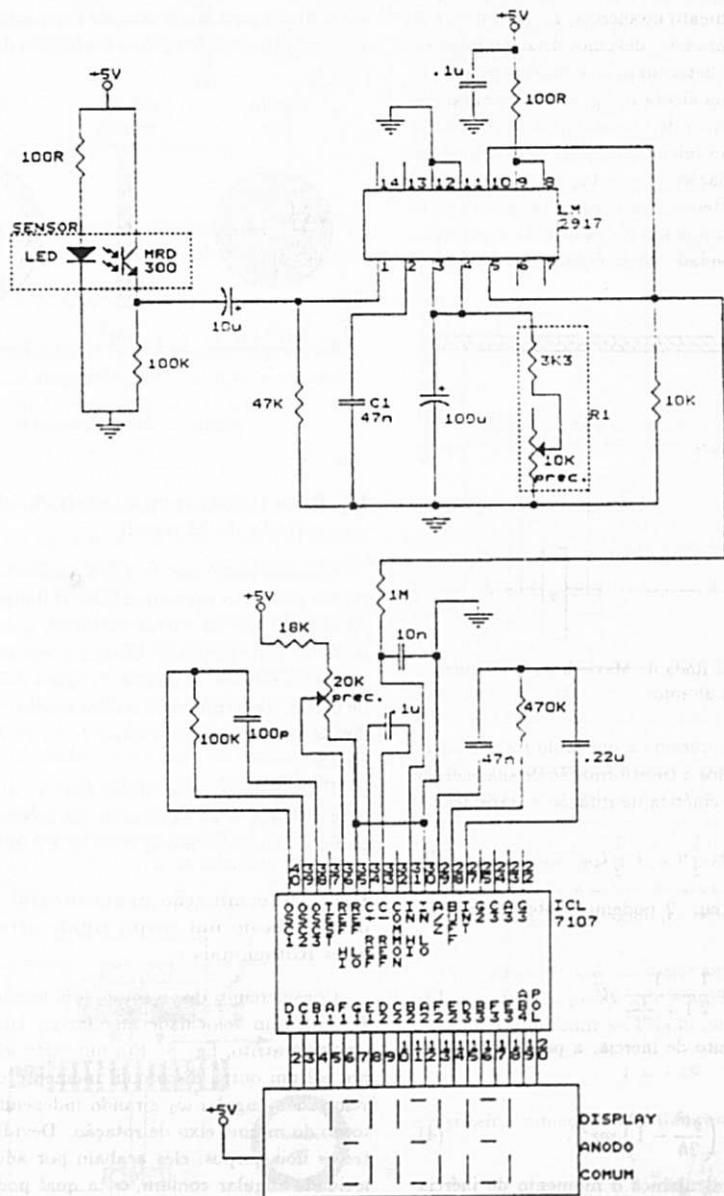


Figura 5. Diagrama elétrico do circuito.

Exemplos de utilização deste conjunto experimental

I.a. Determinação experimental do momento de inércia do rotor utilizado na Roda de Maxwell

Um dos métodos utilizados para determinar experimentalmente o momento de inércia, I_1 , do rotor, é a Roda de Maxwell. Para isto, devemos deixar o rotor se deslocar na vertical e determinar o tempo necessário, t , para ele percorrer uma altura h , fig. 6. Representamos por h a altura do centro de massa do rotor, medido a partir de uma posição inicial qualquer, para a qual as velocidades de translação, \underline{v} , e rotação, $\underline{\omega}$, são nulas. Para analisar este sistema consideraremos que o movimento do mesmo é composto de translação e rotação, que o efeito da viscosidade do ar é desprezível e que o fio é inextensível.

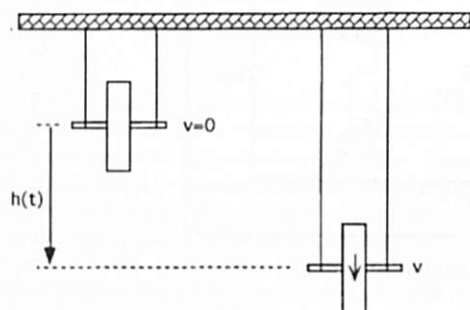


Figura 6. Utilização da Roda de Maxwell na determinação do momento de inércia do rotor.

Considerando que durante a queda do rotor a energia se conserva, teremos a transformação de sua energia potencial em energia cinética de rotação e translação

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_1\omega^2. \quad (2)$$

Desenvolvendo a eq. 2 podemos obter a equação horária entre h e t

$$h = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \frac{I_1}{mr^2}} gt^2. \quad (3)$$

Isolando o momento de inércia, a partir da eq. 3, obtemos finalmente

$$I_1 = \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) mr^2. \quad (4)$$

Posteriormente, calculamos o momento de inércia do mesmo rotor a partir de suas características geométricas e comparamos com o resultado obtido na roda de Maxwell. Para facilitar os cálculos do momento

de inércia construímos um segundo rotor, com as mesmas dimensões do primeiro, desmontável em três partes, fig. 7, as quais possuem momentos de inércia tabelados. Desprezamos a contribuição dos encaixes cônicos presentes nas extremidades do eixo do rotor ao momento de inércia do mesmo. Um cuidado especial deve ser tomado para que o eixo do rotor seja mantido sempre na horizontal durante a realização do experimento.

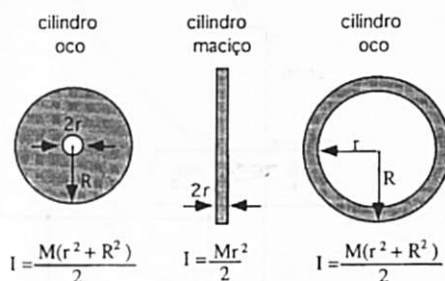


Figura 7. Rotor desmontado.

I.b. Resultados experimentais obtidos utilizando-se a Roda de Maxwell

Considerando que a única variável afetada fortemente pelo erro experimental é o tempo de queda do rotor, t , já que as outras variáveis, h e m , podem ser medidas com pequenos erros percentuais, calculamos vários momentos de inércia, I_1 , para diferentes tempos de queda. Determinando o valor médio e o desvio médio destas medidas encontramos $I_1 = (5.3 \pm 0.4) \cdot 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$.

Utilizando o rotor desmontável, um paquímetro, uma balança e as expressões de momento de inércia da fig. 7, encontramos $I_1 = (5.38 \pm 0.02) \cdot 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$.

II.a. Determinação experimental do momento de inércia de um corpo rígido através de Choques Rotacionais

Consideremos que o rotor, com momento de inércia I_1 , gira com velocidade angular ω_1 em torno de um eixo sem atrito, fig. 8. Em um certo instante, cai sobre ele um outro disco com momento de inércia I_2 e velocidade angular ω_2 girando independentemente em torno do mesmo eixo de rotação. Devido ao atrito entre os dois corpos, eles acabam por adquirir uma velocidade angular comum, ω , a qual pode ser definida pelo princípio de conservação do momento angular, já que os dois discos constituem um sistema isolado de torques externos.

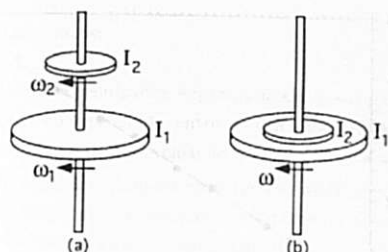


Figura 8. Choque rotacional.

Logo, podemos escrever a equação de conservação do momento angular na forma

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = (I_1 + I_2)\omega \quad (5)$$

Portanto, conhecida experimentalmente a velocidade angular final adquirida pelo conjunto, o momento de inércia do segundo corpo rígido será dado por

$$I_2 = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega - \omega_2} I_1 \quad (6)$$

Posteriormente, calculamos o momento de inércia do mesmo disco a partir de suas características geométricas e comparamos com o resultado obtido através do choque rotacional.

Para realizar o experimento de choques rotacionais utilizamos o mesmo equipamento descrito na fig. 3. Para isto dispomos de uma presilha que, quando desativada, deixa cair o segundo corpo rígido sobre o rotor que já está girando, fig. 9. Este segundo corpo rígido se encontra inicialmente em repouso, de modo a evitar a utilização de dois frequencímetros, e tem um formato que se encaixa perfeitamente sobre o rotor. Além disso, ele tem colada na superfície que vai entrar em contato com o rotor, uma faixa de borracha aderente para tornar o choque plástico.

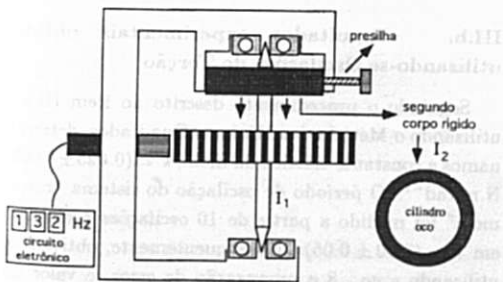


Figura 9. Sistema utilizado para choques rotacionais.

II.b. Resultados experimentais obtidos utilizando-se choques rotacionais

Neste experimento, realizamos vários choques rotacionais e determinamos para cada um deles o momento de inércia do segundo corpo, I_2 . A fig. 10 representa o resultado de um experimento típico realizado para a medida da frequência de rotação do rotor antes do choque e a frequência de rotação dos dois corpos juntos após o choque. Determinando o valor médio e o desvio médio absoluto destas medidas obtivemos $I_2 = (5.3 \pm 0.2) \cdot 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$.

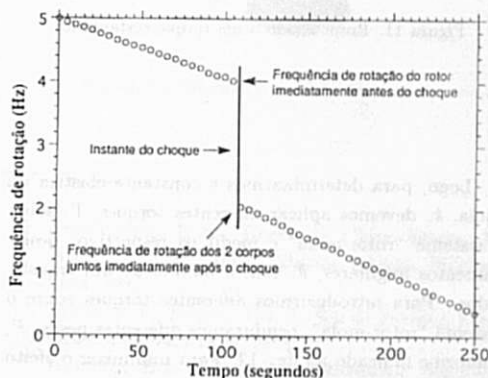


Figura 10. Curva típica da medida de frequência de rotação em choques rotacionais.

Utilizando o segundo rotor, um paquímetro, uma balança e as expressões de momento de inércia da fig. 7, encontramos $I_2 = (5.12 \pm 0.02) \cdot 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$.

III.a. Determinação experimental do momento de inércia do rotor através de Oscilações de Torção

Consideremos que o rotor pode girar em torno de um eixo fixo e que sobre ele atua um torque restaurador Γ , devido à uma mola que se encontra ligada a ele, fig. 11.

Ao introduzirmos um deslocamento angular, θ , medido a partir da posição de equilíbrio do corpo rígido, o torque restaurador será dado por

$$\Gamma = -k\theta \quad (7)$$

e o sistema começará a oscilar com período

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{k}} \quad (8)$$

onde k é a constante elástica da mola e I_1 é o momento de inércia do rotor.

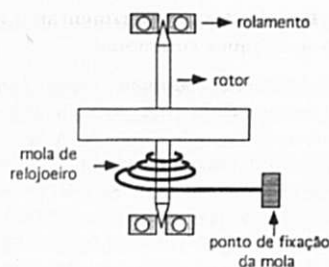


Figura 11. Rotor ligado a um torque restaurador.

Logo, para determinarmos a constante elástica da mola, k , devemos aplicar diferentes torques, Γ , sobre o sistema "rotor-mola" e medir os respectivos deslocamentos angulares, θ , com o auxílio de um transferidor. Para introduzirmos diferentes torques sobre o sistema "rotor-mola", penduramos diferentes pesos, P , conforme indicado na fig. 12. Para minimizar o efeito do atrito, a roldana foi construída utilizando-se os mesmos princípios de sustentação usados na confecção do rotor, porém, sem os rolamentos. A fig. 13 representa o resultado de um experimento típico realizado para a determinação da constante elástica da mola.

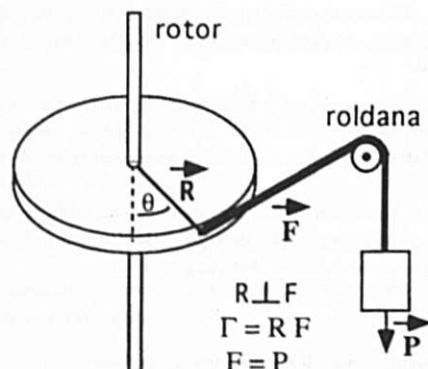


Figura 12. Aplicação de um torque sobre o sistema "rotor-mola."

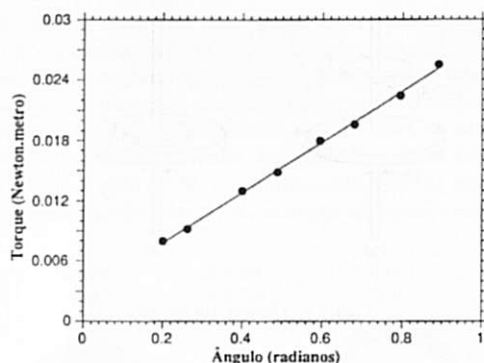


Figura 13. Resultado de um experimento típico realizado para a determinação da constante elástica da mola.

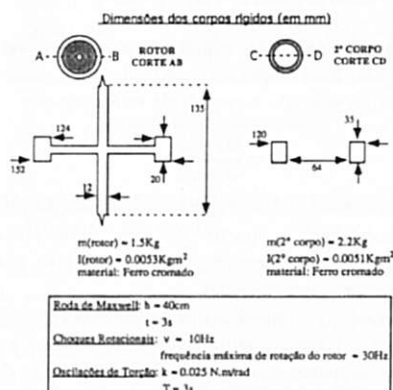


Figura 14. Características gerais e dimensões do conjunto.

Conhecida a constante elástica da mola, colocamos o sistema "rotor-mola" para oscilar e, conhecido o período de oscilação, T , podemos determinar novamente o momento de inércia do rotor utilizando a eq.8.

III.b. Resultados experimentais obtidos utilizando-se Oscilações de Torção

Seguindo o procedimento descrito no item III.a e utilizando o Método dos Mínimos Quadrados, determinamos a constante elástica da mola, $k = (0.025 \pm 0.003) \text{ N.m.rad}^{-1}$. O período de oscilação do sistema "rotor-mola" foi medido a partir de 10 oscilações e resultou em $T = (2.90 \pm 0.05) \text{ s}$. Consequentemente, obtivemos, utilizando a eq. 8 e propagação de erros, o valor do momento de inércia do rotor, $I_1 = (5.3 \pm 0.8) \cdot 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$.

IV. Discussão

Todos os resultados experimentais mostraram uma concordância excelente entre os diferentes métodos de determinação do momento de inércia dos dois corpos.

No caso dos choques rotacionais, mesmo que o segundo corpo não se encaixe perfeitamente sobre o rotor e comece a girar excentricamente, o erro na determinação de seu momento de inércia ainda será pequeno e pode ser determinado pelo teorema dos eixos paralelos. Em nosso sistema, o segundo corpo rígido gira deslocado do eixo de rotação da ordem de 2mm. Sendo sua massa igual a 2.2 Kg, o erro no seu momento de inércia resulta 1000 vezes menor que o próprio valor de I_2 .

O conjunto experimental elaborado para a execução de práticas de corpo rígido pode ser utilizado de diversas formas, permitindo a obtenção de outras variáveis físicas além do momento de inércia, dependendo da necessidade e da criatividade do usuário. Naturalmente, o frequencímetro pode ser conectado a um computador para facilitar o procedimento de medida durante o experimento.

As características técnicas e dimensões típicas do conjunto estão apresentadas na fig. 14 e uma fotografia geral do mesmo está apresentada na fig. 15.

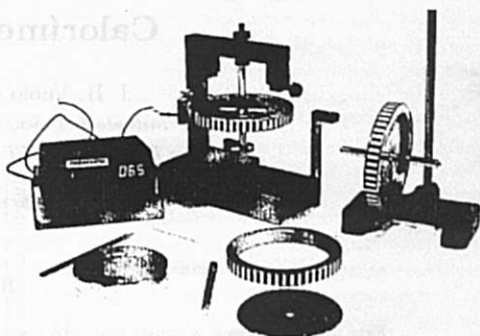


Figura 15. Fotografia geral do conjunto.

Referências

1. Nussenzveig, H.M., *Curso de Física Básica*, 1-Mecânica, São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda, 1981.
2. Tipler, P.A., *Física*, Vol. 1, Rio de Janeiro, Editora Guanabara Dois, 1978.
3. Worsnop, B.L., Flint, H.T., *Advanced Practical Physics for Students*, London, Methuen & Co. LTD., 1950.