

O Conceito de Massa. II. Análise do Conceito

(The concept of mass. II. Analysis of the concept)

Jorge António Valadares

Universidade Aberta, 1000 Lisboa, Portugal

Recebido para publicação em 20 de Janeiro de 1993; Aceito para publicação em 30 de Agosto de 1993

Resumo

Neste artigo defendemos a *abolição da massa relativista* ou massa dependente da velocidade, que consideramos uma "misconception" que a história da evolução das idéias relativistas, mais do que o próprio Einstein, ajudou a estabelecer. Uma partícula, para sofrer um dado aumento de velocidade num certo intervalo de tempo, exige uma força cada vez maior, quando a sua velocidade se aproxima da velocidade da luz. Este fato induziu a idéia de que a estrutura da partícula, a sua energia e a sua massa, foram afetadas, quando, na realidade, isso é uma consequência da dilatação temporal relativista. A *massa e a energia* de uma partícula são *grandezas diferentes* sendo a primeira a grandeza do quadrivetor momento-energia e a segunda uma componente, apenas, desse quadrivetor. A massa não varia de referencial de inércia para referencial de inércia e a energia varia. Partículas há que possuem energia mas não possuem massa. A massa de um sistema *equivale à sua energia em repouso*, isto é, à energia das suas partículas constituintes *medida no referencial próprio* (referencial em que o momento linear total é nulo), já que apenas quando o momento é nulo o quadrivetor momento-energia se reduz à componente energia. Uma parte, e só uma parte, desta energia em repouso equivale à soma das massas das partículas. Por conseguinte, *a massa de um sistema excede a soma das massas das suas partículas* numa quantidade igual à energia que essas partículas possuem no referencial próprio. Se a energia em repouso do sistema se mantém, mantém-se a massa. Se o sistema perde energia para o exterior, a massa diminui; se recebe energia do exterior a massa aumenta. Trata-se de variações concomitantes ou correlativas da massa e energia do sistema, e não de conversão de massa em energia ou de energia em massa.

Abstract

In this paper, we propose the *abolishment of the relativistic mass* or velocity dependent mass, which we consider a misconception established more by the evolution of the relativistic ideas than by Einstein himself. In order to get a certain speed increase in a given time interval, a particle requires an always increasing force when its speed nears the speed of light. This fact induced the idea that the structure of the particle, its energy and its mass, are affected when, in fact, this is a consequence of the relativistic time dilation. The *mass* and the *energy* of a particle are *different magnitudes*, in which the first is the magnitude of the momentum-energy quadrvector and the second is just a component of this quadrvector. The mass do not change from one inertial frame of reference to another whereas the energy do vary. There are particles that have energy but no mass. The *mass* of a system is *equivalent to its rest energy*, that is, the energy of its constituent particles as measured in *their own frame of reference* (frame of reference in which the total linear momentum is zero), since only when the momentum is zero the momentum-energy quadrvector reduces itself to the energy component. A part, and just a part, of this rest energy is equivalent to the sum of the masses of the particles. Consequently, *the mass of a system exceeds the sum of the masses of its particles* by an amount equal to the energy that these particles have in their own frame of reference. If the rest energy of the system is conserved, the mass is conserved. If the system loses energy to the environment, the mass decreases; if it receives energy from the environment, the mass increases. These are concomitant or correlative variations of the mass and of the energy of the system, not the conversion of mass into energy or energy into mass.

O significado de um conceito é construído por cada ser humano com base nas interligações que são feitas com outros conceitos já existentes na sua estrutura cognitiva. O fato de o mesmo significado ser compartilhado por muitos seres humanos significa apenas que são idênticas as associações que são feitas entre esse conceito e os outros, e não que esse significado está certo ou errado. Com outro tipo de interligações, ou através de uma nova definição das interligações já existentes, chegar-se-á a um significado diferente do conceito. O presente artigo pretende “negociar” (Novak e Gowin, 1991, p. 20) um significado do conceito de massa (com quem, de entre os seus leitores, quiser ou necessitar de o fazer), em que é abolida a ligação massa-velocidade e repensada a ligação massa-energia. Se esse significado for aceito, tornar-se-á transparente a necessidade de eliminar “misconceptions” como a de que “a massa se converte em energia e a energia em massa”.

II.1. Massa relativista, massa em repouso e massa própria de uma partícula

Uma das leis físicas mais importantes que se verificam no Universo é a lei da conservação do momento linear. Essa lei está intimamente relacionada com a existência de uma determinada simetria no espaço físico, a simetria no que se refere à translação nesse mesmo espaço. A validade dessa lei em todos os referenciais inerciais exige que o momento linear de uma partícula, definido na Mecânica newtoniana por $\vec{p} = m\vec{v}$, passe a ser definida, no contexto da teoria da relatividade restrita, por $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$. Nesta definição relativista do momento linear, à clássica massa inercial da partícula, m , definida conceptualmente por Newton e operacionalmente por Euler (conforme vimos na primeira parte deste trabalho, e à velocidade da partícula, é acrescentado o fator adimensional de Lorentz.

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$$

Este fator γ pode, em princípio, ser associado à massa ou à velocidade.

Se pretendermos manter a definição newtoniana de momento, teremos de integrar o fator na massa. Temos, então

$$\vec{p} = M\vec{v} \quad \text{com} \quad M = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

O coeficiente M , que cresce com a velocidade da partícula, e tende para infinito quando essa velocidade se aproxima da da luz, designa-se vulgarmente por *massa relativista* da partícula.

Particularizando para um referencial inercial ligado à partícula (vulgarmente designado por *referencial próprio*) e em que, portanto, a *partícula está em repouso* ($v = 0$), vem $M = m$. A massa m costuma-se, portanto, chamar, *massa em repouso* da partícula. Independentemente do novo significado que com Einstein esta massa adquiriu, e de que trataremos a seguir, ela acaba por ser igual à clássica massa de Euler, quantificando a inércia da partícula. Para a medirmos, basta aplicar uma força à partícula e determinar o quociente da força pela aceleração “enquanto o movimento for lento” (Einstein, p. 81).

Uma outra lei fundamental da natureza é a *lei da conservação da energia*. Para que esta lei seja válida para todas as velocidades possíveis, a energia de uma partícula terá de ser definida por

$$E = \gamma mc^2 = mc^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$$

Desenvolvendo em série a potência do último membro e considerando desprezáveis as parcelas de segunda ordem em v/c e ordens superiores, vem

$$E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

Estando a partícula em repouso ($v = 0$), vem

$$E_0 = mc^2$$

Esta equação traduz a equivalência massa-energia de Einstein, e permite-nos concluir que a *massa em repouso de uma partícula equivale* à sua energia em repouso. Como a velocidade da luz no vácuo, c , é uma constante universal, poderemos considerar sistemas de unidades em que a velocidade da luz é unidade fundamental, $c = 1$, resultando a energia em repouso da partícula e a sua massa em repouso como grandezas iguais. No SI, e em todos os sistemas em que $c \neq 1$, a *massa em repouso e a energia em repouso* são diferentes, mas a sua diferença não é fundamental, sendo

antes o resultado da existência de um fator de conversão de unidades diferente da unidade. A massa em repouso de uma partícula e a energia que ela contém podem considerar-se os dois aspectos, as duas manifestações de um atributo, uma mesma entidade referida à partícula, e que tem que ver com a sua natureza bem como com o nível energético interno em que ela se encontra. A essa entidade chama-se muitas vezes *massa-energia* da partícula. Tanto se pode exprimir em unidades de massa como de energia. Quando esse atributo varia, variam concomitantemente a massa em repouso e o conteúdo de energia da partícula. São variações paralelas ou correlativas das duas manifestações quantitativas do mesmo atributo e *não se trata de conversão de uma noutra*.

A massa em repouso de uma partícula é uma propriedade intrínseca da partícula, fundamentalmente equivalente à sua energia medida no referencial próprio. Para uma partícula material qualquer com estrutura, tem que ver com a sua natureza e com o nível energético interno em que se encontra. No caso de um átomo no estado fundamental, por exemplo, a massa em repouso equivale à energia que possui pelo fato de se encontrar nesse estado. Se o átomo receber energia e passar a um estado excitado, a sua massa em repouso aumenta, pois a energia contida no átomo é agora maior. A energia em repouso do átomo, quando ele está no seu estado fundamental ou de menor energia, costuma chamar-se *energia própria* e a massa que lhe corresponde segundo a equação de equivalência é a *massa própria*.

A massa própria de uma partícula material com estrutura corresponde, pois, a um caso particular da sua massa em repouso: equivale à energia do átomo, não só quando está em repouso, mas também quando se encontra no estado fundamental. Note-se, porém, que sendo a energia contida em qualquer corpo medida a menos de uma constante arbitrária, a sua massa própria, correspondente ao conteúdo de energia mínimo, também o será. Este fato retira validade prática ao conceito de massa própria, mas não lhe retira interesse teórico, mormente no domínio das partículas materiais. É a massa própria que verdadeiramente caracteriza uma partícula elementar, pois só ela tem que ver exclusivamente com a sua existência. A chamada massa relativista também tem que ver com o referencial em que a partícula é observada, e as outras massas em repouso, corresponden-

tes aos diversos níveis de excitação, também dependem da energia que foi fornecida à partícula.

II.2. A massa relativista é um conceito confuso, pelo que deve ser abolido

A associação que fizemos do fator de Lorentz à massa, e o conseqüente aparecimento da massa dependente da velocidade, ou massa relativista, ainda que historicamente tenha conduzido a estratégias simples para abordar alguns temas de relatividade, é atualmente posta em causa. (Adler, 1987, p. 739). Muitos livros clássicos têm vindo a abandonar o conceito de massa relativista por várias razões, algumas das quais passamos a apresentar.

Em primeiro lugar, porque ao alargar-se a expressão newtoniana do momento ao domínio relativista, escrevendo $\vec{p} = M\vec{v}$, pretende-se muitas vezes estender o significado físico da massa inercial clássica à massa relativista, considerando esta como uma propriedade característica da partícula que mede a sua inércia. É vulgar, por exemplo, ver-se desenvolver um raciocínio deste tipo: "é cada vez mais difícil aumentar-se a velocidade de uma partícula, quando a sua velocidade se aproxima da da luz no vácuo, porque a inércia da partícula, dada pela massa relativista, $M = m/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ é cada vez maior, pelo que ela resiste cada vez mais à ação das forças. Este tipo de raciocínio é falacioso, como vamos ver.

Quando aplicamos uma força a uma partícula, e a sua velocidade se mantém relativamente pequena, esta acelera sempre na direção e sentido da força e de modo proporcional a esta. A sua velocidade apresenta, pois, uma taxa de variação que manifesta sempre as mesmas características: é proporcional à força e ocorre no sentido para onde a força aponta. Nestas condições é legítimo afirmarmos que existe uma propriedade, um atributo do corpo que mede a inércia. Essa propriedade é a *massa em repouso*, cujo valor coincide com o da *massa inercial*, definida operacionalmente por Euler com base na equação $m = F/a$ (quanto maior for m , menos acelera a partícula sob a ação de uma força).

Passar-se-á o mesmo quando a partícula atinge altas velocidades?

A lei fundamental da dinâmica $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ mantém-se válida no domínio relativista desde que se adote a definição de momento $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$.

Substituindo esta expressão do momento na equação da lei fundamental e efetuando a derivação, obtém-se a seguinte relação

$$\vec{a} = \frac{\vec{F} - (\vec{F} \cdot \vec{\beta}) \cdot \vec{\beta}}{\gamma m}$$

onde \vec{a} representa a aceleração, dada por $\vec{a} = d\vec{v}/dt$, e $\vec{\beta} = \vec{v}/c$.

Esta expressão mostra que, em geral, a aceleração de uma partícula depende do ângulo que a força faz com a velocidade, e não tem a direcção e o sentido da força. A aceleração e a força são colineares apenas nos seguintes casos:

- 1º - Quando a força \vec{F} é transversal, isto é, atua perpendicularmente à velocidade. Nesta situação particular, temos:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{\gamma m} \Rightarrow \gamma m = \frac{F}{a}$$

O produto γm é a *massa transversal* e tem uma equação de definição igual à da massa inercial de Euler. Tal como esta, poderá de fato medir a inércia, mas apenas nesta situação em que a força é transversal, e em que só há, portanto, alteração da direcção da velocidade.

- 2º - Quando a força \vec{F} é *longitudinal*, ou seja quando atua na direcção da velocidade. Neste caso, temos:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{\gamma^3 m} \Rightarrow \gamma^3 m = \frac{F}{a}$$

Agora é o produto $\gamma^3 m$, a chamada *massa longitudinal*, que é igual ao quociente da força pela aceleração e que, portanto, mede a inércia, mas apenas nesta situação em que a velocidade só varia em módulo.

Tal como vimos na primeira parte deste trabalho, estas massas transversal e longitudinal foram pela primeira introduzidas na Física antes de Einstein, no quadro conceitual da Física clássica. Para tal, foi utilizado um modelo de elétron com estrutura. As propriedades decorrentes do modelo, e entre elas as dependências entre a massa e a velocidade, foram consideradas extensíveis a todos os outros corpos. No final do século passado, muitos físicos, tais como Abraham, Bucherer, Fermi, Kaufman, Langevin, von Laue, Lorentz, Planck, Poincaré, entre outros, envolveram-se apaixonadamente

no problema da massa transversal e longitudinal (Adler, 1987, p.741). Não admira, pois, que Einstein sentisse a necessidade de estabelecer, com base na TRR, as expressões dessas massas, mas pouca ou nenhuma importância lhes atribuiu. E, acima de tudo, não considerou no seu trabalho original a massa relativista, $M = m/\sqrt{1 - v^2/c^2} = \gamma m$ como uma medida da inércia da partícula. É fácil concluir por que motivo esta massa dependente da velocidade não se pode considerar uma propriedade da partícula capaz de medir a sua inércia.

Com efeito, para ser uma propriedade da partícula medidora da inércia, a massa deverá ser univocamente determinada, depender apenas da partícula e não de outras e medir a inércia em todas as condições. Ora, vimos que não há, afinal, uma só massa dependente da velocidade (isto é, no fundo há mais do que uma massa relativista...). Além disso, a chamada massa relativista, $M = \gamma m$, atrás referida só é o quociente da força pela aceleração quando a força atua transversalmente. Apenas nesse caso particular poderá servir como uma medida da inércia. No caso da força atuar longitudinalmente, já é outra a expressão da massa medidora da inércia.

Em suma: só há uma propriedade de uma partícula (dependente, portanto, apenas dela, e não do referencial ou do modo como a força atua) e que pode medir a inércia - ela é a *massa em repouso* da partícula e o seu valor coincide com o da sua massa newtoniana. (Alcaine, p.60, Adler, p.740).

O fato de se usar indevidamente (quanto a nós!) a massa relativista como uma medida da inércia é um motivo razoável para ela ser abolida. Mas vamos ver outros motivos.

Como sabemos, um dos dois grandes pilares em que a TRR assenta é o princípio da relatividade de Einstein: **as leis da Física são as mesmas em todos os referenciais de inércia.**

Este princípio impõe que as leis da Física sejam traduzidas por equações covariantes, isto é, que se transformam do mesmo modo ao passar de um referencial inercial para outro. Só assim as equações terão a mesma estrutura formal nos dois referenciais inerciais e, sendo válidas num, também o serão no outro. Ora, é um fato que a equação $\vec{p} = M\vec{v}$ não é covariante, mas já o é a equação que corresponde a esta no espaço-tempo a

quatro dimensões. Nessa equação, referente ao espaço-tempo de Minkowski, em lugar da massa relativista, M , aparece a massa em repouso, m , que é um duplo invariante de Lorentz: invariante no caso dos sistemas isolados, e invariante na passagem de um referencial inercial para outro.

Por outro lado, a massa relativista de uma partícula, M , dada por

$$M = \frac{E}{c^2}$$

acaba por ser fundamentalmente idêntica à sua energia total (pois é-lhe proporcional, sendo a constante de proporcionalidade universal). Porque não falar apenas na energia total da partícula e esquecer a massa relativista?

Finalmente, ainda podemos apresentar outro argumento. A massa relativista transporta consigo a conotação histórica que lhe foi atribuída pelos trabalhos de vários físicos anteriores a Einstein. Todos esses físicos procuravam ver na massa de uma partícula, quando a sua velocidade aumenta, uma variação produzida por uma alteração estrutural de qualquer tipo, uma modificação interna. Tem-se detectado, em muitas investigações educativas efetuadas na sala de aula, uma grande homogeneidade entre as concepções confusas e incorretas em que a história da ciência é fértil, e as concepções reveladas por muitos alunos e professores, independentemente do lugar, da escola e do meio sócio-económico em que trabalham.

Ainda hoje muitos alunos e professores são induzidos a pensar que, quando um corpo passa de uma baixa velocidade até uma velocidade próxima da que a luz apresenta no vácuo, alguma alteração se produziu na sua estrutura que fez com que a sua inércia aumentasse.

Suponhamos, por exemplo, um elétron em movimento lento. Se lhe aplicarmos uma força de $9,10 \cdot 10^{-31}$ N, na direção e sentido do seu movimento, ele leva 1 segundo para sofrer um aumento da sua velocidade de 1,00 m/s. Se ele se mover com uma velocidade de 99,5% da da luz, já vai levar quase 10 segundos para sofrer o mesmo aumento de velocidade em idênticas condições. Será isto devido ao fato de a inércia do elétron ter aumentado 10 vezes? Não. O elétron é considerado hoje uma partícula sem estrutura, e não se aceita que a energia a ele fornecida, para o colocar àquela alta ve-

locidade, tenha provocado qualquer tipo de alterações internas capazes de afetar a sua massa inercial. O fato do intervalo de tempo necessário para se verificar o acréscimo de 1m/s na velocidade do elétron ter aumentado dez vezes é meramente cinemático, e consequência da relatividade do tempo. A medição do intervalo de tempo está a ser feita no referencial de laboratório onde o elétron se move a alta velocidade. O intervalo de tempo de 1 segundo continua a ser sempre o mesmo no referencial do elétron. Só que é observado dilatado no referencial de laboratório, como consequência da mudança de referencial (dilatação temporal relativista).

Em suma: Quando um corpo aumenta a sua velocidade, aparenta alterar a sua estrutura de modo a aumentar a inércia, isto é, resistir mais à ação das forças. E dizemos que aparenta porque, de fato, a mesma força continua sempre a produzir a mesma alteração de velocidade no mesmo intervalo de tempo próprio (intervalo de tempo medido no referencial próprio, ou referencial em que o corpo está em repouso). Só que, no referencial de laboratório, quanto maior é a velocidade, maior é o intervalo de tempo correspondente a um dado intervalo de tempo próprio e durante o qual se processa um determinado aumento de velocidade sob a ação da força atuante. Observa-se, pois, que a força tem de atuar cada vez durante mais tempo para produzir o mesmo aumento de velocidade, não porque a massa inercial aumentou, mas porque o intervalo de tempo aumentou. Trata-se, portanto, de uma consequência da dilatação temporal e não de uma alteração da natureza ou da estrutura do corpo.

II.3. A massa como propriedade dos corpos

Ao não considerarmos a chamada massa relativista e todas as massas dependentes da velocidade, ficamos apenas com a massa em repouso (a massa própria é, como vimos, um caso particular da massa em repouso). Torna-se então possível e até recomendável deixar cair o qualificativo "em repouso", até porque essa massa, determinada para cada corpo, acaba por ser igual à sua massa newtoniana. De agora em diante *falaremos apenas em massa* com o significado da massa em repouso, por considerarmos que, como medida da inércia, "massa só há uma, a massa em repouso e mais nenhuma".

Os conceitos de massa relativista e massa em repouso resultaram, como vimos, de se ter associado o

fator de Lorentz à massa newtoniana.

Mas, porque não associar o fator de Lorentz à velocidade, em vez de o ligar à massa? Não é um fato que este fator aparece na TRR através de considerações cinemáticas baseadas nos conceitos relativos de espaço e tempo e nos dois postulados da teoria? Não será mais legítima a associação do fator de Lorentz à velocidade, grandeza cinemática diretamente relacionada com o espaço e o tempo? Por tudo o que expusemos, entendemos que sim, e obtemos então para definição de momento

$$\vec{p} = \gamma m \frac{d\vec{r}}{dt} \Leftrightarrow \vec{p} = m \frac{d\vec{r}}{d\tau} \Leftrightarrow \vec{p} = m \frac{d\vec{r}}{d\tau}$$

onde $d\tau$ é o intervalo de tempo próprio.

O momento é o produto da massa pela velocidade própria. Esta não é mais do que o quociente do deslocamento elementar no RL (referencial de laboratório) pelo tempo elementar próprio, portanto medido no referencial próprio.

A massa que aparece nesta expressão e nas demais expressões relativistas, ainda que tenha o mesmo valor que a massa newtoniana, adquiriu com Einstein um significado que não possuía na Física clássica. A massa de um corpo, para além de medir a inércia do corpo, passou a ser uma grandeza fundamentalmente equivalente ao seu conteúdo de energia. Toda a energia associada às moléculas e aos átomos, aos elétrons e aos núcleons contidos no corpo, contribui para a sua massa. Se essa energia for alterada, altera-se a massa do corpo e, com ela a sua inércia. Diremos mesmo que a inércia de um corpo é uma propriedade da energia que ele contém. (Baierlein, 1991, p. 174)

Sempre que um corpo livre é observado em movimento, a sua energia total é dada por $E = mc^2 + E_c$ e difere da sua massa. A massa do corpo continua a ser equivalente à energia nele contida, mas o corpo possui agora uma outra energia, a energia cinética inerente ao seu movimento global e que depende do referencial em que é observado esse movimento. Esta energia cinética exterior não contribui para a massa do corpo. A massa do corpo e a sua energia passam agora a ser grandezas absolutamente distintas (Taylor e Wheeler, 1966, p. 137). Com efeito, enquanto que a massa é um invariante, a energia já depende do referencial em que o corpo é observado. Além disso, a massa corresponde

à grandeza do quadrvetor momento-energia¹ enquanto que a energia é só uma componente desse quadrvetor.

Tendo em conta a expressão da energia total de uma partícula, $E = \gamma mc^2$ podemos obter a expressão da sua energia cinética:

$$E_c = (\gamma - 1)mc^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) mc^2$$

A energia cinética, E_c , torna-se infinitamente grande quando a velocidade v atinge a da luz, c . Tal como afirmou Einstein quando pela primeira vez estabeleceu a expressão anterior (Einstein, p.84), velocidades superiores à da luz no vácuo, c , não têm, pois, possibilidade de existir.

Dividindo as expressões do momento e da energia temos:

$$\frac{p}{E} = \frac{\gamma m v}{\gamma m c^2} = \frac{v}{c^2} \quad (1)$$

Elevemos ao quadrado a expressão da energia para obter

$$E^2(1 - v^2/c^2) = m^2 c^4$$

Substituindo v tirado da expressão (1) e simplificando, obtemos finalmente

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$$

Esta relação fundamental mostra que as componentes do quadrvetor momento-energia se relacionam de modo a dar uma expressão invariante. Tal expressão permite-nos definir a massa m de uma partícula por meio da seguinte equação de definição:

$$m = \sqrt{E^2 - p^2 c^2} / c^2$$

A massa definida por esta expressão - *massa invariante de Lorentz* - é precisamente a raiz quadrada do quadrvetor momento-energia ao quadrado, dividido por c , e possui as seguintes características:

1ª - coincide com a massa-energia (medida da inércia) que temos vindo a defender, pois temos no referencial em repouso

¹ Generalização do vetor momento do espaço euclidiano ao espaço-tempo de Minkowski, em que as três componentes do momento é acrescentada uma quarta componente que é a energia.

$$m = \sqrt{E_0^2 - 0c^2/c^2} = E_0/c^2 = \text{massa em repouso}$$

2ª - Prevê massa nula para aquelas partículas que não têm massa em repouso, isto é, para as quais nem é legítimo falar em referencial em repouso (caso dos fótons, por exemplo), pois temos

$$m = \sqrt{(pc)^2 - p^2c^2/c^2} = 0$$

3ª - É invariante para as equações de transformação de Lorentz;

4ª - É ela que aparece em equações covariantes trazendo as leis mecânicas no espaço-tempo a quatro dimensões.

"Quando trabalham em Física relativista, os físicos das partículas usam apenas o termo massa" (Okun, 1989, p. 31). Muitos outros físicos também já só trabalham com um conceito de massa. Infelizmente no ensino ainda se verifica muitas vezes a utilização da massa relativista, e, o que é ainda pior, conotada com o conceito de inércia. Acreditamos que o ensino da Física ganhará em clareza se usarmos a *espada de Ockam*² e nos cingirmos a uma só massa. Se pretendermos defini-la conceitualmente, consideramo-la como uma grandeza equivalente à energia contida no corpo, de que depende a sua inércia. Se pretendermos defini-la operacionalmente, recorreremos à expressão $m = \sqrt{E^2 - p^2c^2}/c^2$ onde E é a energia do corpo e p a sua quantidade de movimento medidas no mesmo referencial. Dado o fato de esta expressão ser um invariante de Lorentz, a massa assim definida acaba por ser independente do referencial e uma autêntica propriedade intrínseca da partícula.

Baierlein é de opinião de que *se não podemos substituir a palavra massa pela palavra inércia na frase de um autor, então este está a usar de modo confuso a palavra massa e a afirmação é profundamente suspeita*. (1991, p. 170). Ora tal não sucede, se usarmos sempre a palavra massa, aplicada a um corpo, com um significado conotado com o da energia em repouso do corpo, através da relação $E_0 = mc^2$. É esta a relação que traduz verdadeiramente a famosa equivalência massa-energia de Einstein. (Okun, 1989, p. 31).

²O filósofo e teólogo do séc. XIII, Guilherme de Ockam, era adepto de que as entidades não devem ser multiplicadas sem necessidade, asserção esta que ficou conhecida como "a espada de Occam".

II.4. Algumas "misconceptions" relacionadas com a massa

Numa transformação que ocorre num sistema isolado o conteúdo de energia deste mantém-se e, portanto, também se mantém a massa do sistema. Temos assim que a massa nos sistemas isolados é duplamente invariante: não varia ao longo do tempo, e também não varia de RI para RI. Daí o fato de Einstein ter afirmado que o princípio da conservação da massa se identifica com o da conservação da energia.

Vamos considerar uma situação concreta, uma reação de desmaterialização ocorrida num sistema isolado. Imaginemos um elétron e um pósitron movendo-se tão lentamente que se pode desprezar a energia cinética e o momento do sistema por eles formado. Tem-se, então para o sistema *elétron-pósitron*, ambos com a mesma massa m ,

$$\vec{p}_i = 0$$

$$E_i = mc^2 + mc^2 = 2mc^2$$

Vamos agora supor que em determinado momento o elétron e o pósitron ficam a uma distância tal que são atraídos um para o outro acabando por colidir e originar dois fótons:

$$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$$

É correto falar-se em conversão de matéria e antimatéria em radiação, porque se trata de fato da transformação de "coisas" (o elétron e o pósitron) que existem com determinadas propriedades numa outra "coisa" (a radiação) que existe com outras propriedades. Mas já não achamos correto falar-se de conversão de matéria e antimatéria em energia. Como é que entidades tangíveis (o elétron e o pósitron) se podem converter num atributo ou propriedade, um "construto" que caracteriza as "coisas" (a energia)? Será legítimo falar-se na conversão de água do mar em densidade?

Mas, poder-se-á perguntar: sendo a massa e a energia duas propriedades de um sistema, já será correta a afirmação vulgar de que "na reação de desmaterialização do sistema *elétron-pósitron* há conversão de massa em energia"?

Vamos admitir a validade das leis da conservação da energia e da conservação do momento. A energia

total dos dois fótons é igual à energia total do elétron e pósitron:

$$E_f = 2h\nu = 2mc^2$$

Pela lei da conservação do momento temos:

$$\vec{p}_f = \vec{p}_i = \vec{0}$$

Se a energia foi sempre a mesma, como pode ter havido uma conversão de "algo" em energia? Mas ... e a massa do pósitron e do elétron? Afinal o elétron e o pósitron têm massa e os fótons, considerados como partículas isoladas, não têm massa mas têm energia. Não poderemos então falar numa conversão de massa (do elétron e do pósitron) em energia (dos fótons)? Em nossa opinião, não! Estamos perante, não um fóton, mas um sistema de dois fótons com energia total não nula e momento total nulo. Então tal sistema tem um conteúdo de energia no referencial em que o momento total é nulo, e portanto onde o respectivo CM (centro de massa) está em repouso. Assim sendo, tal sistema tem um conteúdo de energia em repouso, logo tem massa. (Alcain, 1989, p. 61; Baierlein, 1991, p. 174)

A equação da definição de massa permite-nos calcular a massa do sistema dos fótons que, como vimos, tem momento nulo:

$$\sqrt{E_f^2 - p_f^2 c^2} / c^2 = \sqrt{(2mc^2)^2 - 0/c^2} / c^2 = 2m$$

Vemos assim que a massa do sistema de fótons não é nula mas é igual a $2m$, ou seja igual à massa antes da ocorrência do processo. Não houve, pois, conversão de massa em energia. Houve, sim, conservação da massa e, portanto, da energia do sistema. A manifestação da energia mudou: deixou de estar associada ao elétron e pósitron na forma de energia em repouso (e de energia cinética que desprezamos apenas por simplicidade); passou a manifestar-se apenas na forma cinética, após a produção dos fótons. Mas o conteúdo de energia e a massa e, portanto, a inércia do sistema não mudaram: Mas... sendo a massa do fóton isolado nula, como pode ser não nula a massa do conjunto dos dois fótons? A massa total do sistema de fótons não é a soma das massas dos fótons?! Tal como muito bem realçam Taylor e Wheeler (1992, p.247), *o que é aditivo não é a massa, mas, sim, a energia e o momento*. Não só a energia

em repouso, equivalente à massa, de cada partícula de um sistema, contribui para o conteúdo energético do sistema, logo para a massa deste. Toda a energia (cinética ou potencial) das partículas do sistema, como já afirmamos, contribui para a massa do sistema. Se, por exemplo, tivermos um sistema de n partículas livres, a massa do sistema excederá a soma das massas das suas partículas numa quantidade equivalente à soma das energias cinéticas dessas partículas (quando medidas no referencial próprio, isto é, onde o momento total é nulo). No caso dos dois fótons, a soma das massas das duas partículas é zero, mas a massa do sistema dos fótons não é nula, porque eles têm energia cinética que contribui para a energia em repouso do sistema³. E, afinal, não é este caso o único em que o todo é algo mais que a soma das partes...

Bibliografia

- C. Adler, *Does mass really depend on velocity, dad?*, Am. J. Phys. **55** (8), August 1987.
- G. Alcaine, *Sobre masa y energía*, Revista Española de Física, **3**, 1, 1989.
- R. Baierlein, *Teaching $E = mc^2$* , The Physics Teacher, March 1991.
- A. Einstein, *Sobre la teoría de la relatividad especial y general*, Alianza Editorial, Madrid, 1984.
- A. Einstein, *Notas autobiográficas*, Alianza Editorial, Madrid, 1984.
- A. Einstein, *Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento*, in *TEXTOS FUNDAMENTAIS DA FÍSICA MODERNA, I volume - O PRINCÍPIO DA RELATIVIDADE*, Fund. Calouste Gulbenkian, 1972.
- A. Einstein, *A inércia de um corpo será dependente do seu conteúdo energético?*, in *TEXTOS FUNDAMENTAIS DA FÍSICA MODERNA, I volume - O PRINCÍPIO DA RELATIVIDADE*, Fund. Calouste Gulbenkian, 1972.

³É legítimo falarmos em energia em repouso e, portanto, em massa do sistema dos dois fótons, porque existe para esse sistema um referencial próprio, no qual o seu momento total é nulo (ainda que o momento de cada fóton não o seja).

- M. Jammer, *Concepts of mass*, Harvard University Press, Cambridge-Massachusetts, 1961.
- J. Novak, D. Gowin, *Learning how to learn*, Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
- L. Okun, *The concept of mass*, Physics Today, June 1989.
- A. Pais, *Subtil é o Senhor*, Edit. Gradiva, Lisboa, 1993.
- J. Ron, *El origen y desarrollo de la relatividad*, Alianza Universidad, Madrid, 1983.
- J. Stachel, R. Torretti, *Einstein's first derivation of mass-energy equivalence*, Am. J. Phys. 50 (8), Aug 1982.
- E. Taylor, J. Wheeler, *Spacetime physics, introduction to special relativity*, WHFreeman & Company Lim., 1992.