

Estudo da Transmissão e Reflexão de Campo Elétrico Através de uma Interface Formada por Dois Guias de Ondas Planares

Humberto Filomeno da Silva

Instituto de Física de São Carlos - Grupo de Ótica - USP

humbe@ultra3000.ifsc.sc.usp.br

Recebido em 1 de Março, 1998

Estudaremos a transmissão e reflexão de um campo elétrico através da interface entre dois guias de ondas planares. Este problema é interessante pelo fato de ser uma generalização daquele que envolve o estudo da transmissão e reflexão de uma onda linearmente polarizada através de uma interface dielétrica.

We will study the transmission and reflection of an electric field through the interface among two planar wave guides. This problem is interesting because it is a generalization of that involving the study of the transmission and reflection of a wave linearly polarized through a dielectric interface.

I Introdução

O guia de ondas é um dispositivo que permite conduzir de forma controlada, a luz. De forma geral, um guia de ondas é formado sempre que o índice de refração de uma determinada região de um material é aumentado em relação ao restante. Como exemplo, a difusão de Titânio em Niobato de Lítio tem sido usada para formar guias que são muito comuns em telecomunicações. O processo de fabricação deste dispositivo consiste na deposição de uma camada de Titânio metálico através de técnicas de litografia. Com isso ocorre o controle da espessura do filme depositado sobre a superfície do cristal de LiNbO_3 (Niobato de Lítio). Todo o sistema é aquecido a temperaturas da ordem de 1100°C em atmosfera inerte ou de Oxigênio. Em temperaturas desta ordem, ocorre um processo de oxidação do Ti metálico que se transforma em Óxido de Titânio (TiO_2). Na forma de Ti^{+4} , ocorre a difusão do íon para o interior do Niobato de Lítio, que substitui os íons de Nb^{+5} ou Li^{+1} , dependendo da quantidade disponível de Ti^{+4} . A substituição dos íons de Níobio ou Lítio na rede cristalina por Titânio, leva a uma mudança no índice de refração que é proporcional ao perfil de difusão do Ti. Assim guia de ondas está formado, pois o índice de refração em uma região limitada do espaço, foi alterado para um valor maior em relação ao todo.

Este trabalho descreve o processo de transmissão do campo elétrico através da interface formada por dois diferentes guias planares. Na seção II é feita uma breve introdução sobre como descrever a propagação de ondas eletromagnéticas em guias de ondas. Na seção III abor-

daremos o problema de como estudar a transmissão de um campo elétrico através da interface entre dois guias usando os resultados da seção II. Este problema é uma generalização daquele discutido nos cursos de eletromagnetismo da graduação e que envolve a incidência normal de uma onda linearmente polarizada, que propaga inicialmente em um meio com índice de refração n_1 em uma interface com um outro dielétrico de índice de refração n_2 . A situação que será analisada neste artigo é um pouco mais complicada pelo fato de que nem todo campo elétrico é possível propagar em um guia de ondas e os índices de refração variarem com uma das coordenadas transversais. Em ambas as seções será enfatizado como o leitor poderá fazer programas, em uma linguagem de sua preferência, para resolver os problemas aqui propostos.

II Propagação de ondas em meios dielétricos

Um requisito para o entendimento da propagação de ondas eletromagnéticas em guias é conhecer as propriedades dos modos guiados. Um modo de um guia de ondas é uma solução da equação de ondas obtida a partir da manipulação das equações de Maxwell [1]

$$\Delta^2 E(r, t) - \epsilon \mu \frac{\partial^2 E(r, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

onde ϵ é a constante dielétrica que é assumida não depender das coordenadas espaciais e do tempo. Quando a Eq. (1) é resolvida em um meio dielétrico, as soluções

obtidas devem satisfazer as condições de continuidade das componentes tangenciais dos campos elétrico e magnético em todas as interfaces do meio dielétrico.

Em um meio onde existe um eixo de propagação bem definido (no caso do guia de ondas, o eixo do guia é a direção de propagação), é conveniente procurar soluções da Eq.(1) que apresentem a seguinte forma

$$E(x, y, z, t) = \xi(x, y)e^{i(\omega t - \beta z)}, \quad (2)$$

onde ω é chamado de frequência angular e β de constante de propagação.

Quando a Eq.(2) é substituída na Eq.(1), obtemos a seguinte equação para $\xi(x, y)$

$$\Delta_t^2 \xi(r, t) + (k^2 n^2 + \beta^2) \xi(x, y) = 0, \quad (3)$$

onde $k = \omega/c$ e n é o índice de refração, que está relacionado à constante dielétrica ϵ por $n^2 = \epsilon/\epsilon_0$. Δ_t^2 significa a parte transversal do operador Laplaciano.

Quando uma função do tipo apresentado na Eq. (2) é proposta como solução da equação de ondas, as equações de Maxwell admitem que sejam dois possíveis tipos diferentes de solução [1]. Um tipo é chamada de **TE** (**T**ransversal **E**létrica), onde é imposto que $E_z = 0$. O outro tipo é chamado de **TM** (**T**ransversal **M**agnética), onde $H_z = 0$. Neste trabalho focalizaremos nossa atenção apenas nas soluções do tipo TE. As soluções do tipo TM são tratadas de forma análoga.

As propriedades básicas de guias de ondas dielétricos, podem ser extraídas do modelo planar, conforme está desenhado na Fig. (1) para $z < 0$ ou $z > 0$. Esse modelo surge quando o campo elétrico transversal $\xi(x, y)$ não apresenta variação com uma das dimensões transversais. O caso mais realístico é o do guia de ondas canal, que apresenta dimensões finitas em ambas as direções x, y como no caso do guia formado pela difusão de Ti em LiNbO₃. Mas o guia-canal comporta-se como planar quando uma das dimensões é muito maior do que a outra. Devido à tremenda simplificação matemática que é obtida, trataremos aqui apenas do guia planar.

Considere um guia de ondas planar de acordo com o que está apresentado na Fig. 1 para $z < 0$ (para $z > 0$ a análise é a mesma). Ele consiste de um filme de espessura t_1 e índice de refração n_2 localizado entre dois meios com índices de refração n_1 e n_3 . Vamos impor que $\xi(x, y)$ não varie com y . Nesta condição, o guia poderá suportar um número finito de modos confinados TE, com componentes ξ_y , H_x e H_z . Os modos de radiação da estrutura, que não são confinados na camada central, não serão tratados aqui, mas são importantes na consideração de problemas onde ocorre acoplamento entre modos [2].

Impondo que $\xi(x, y)$ não tenha variação com y na Eq.(3), obtemos as seguintes equações diferenciais, válidas nas três regiões

$$\frac{d^2 \xi_y(x)}{dx^2} + (k^2 n_i^2 - \beta^2) \xi_y(x) = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

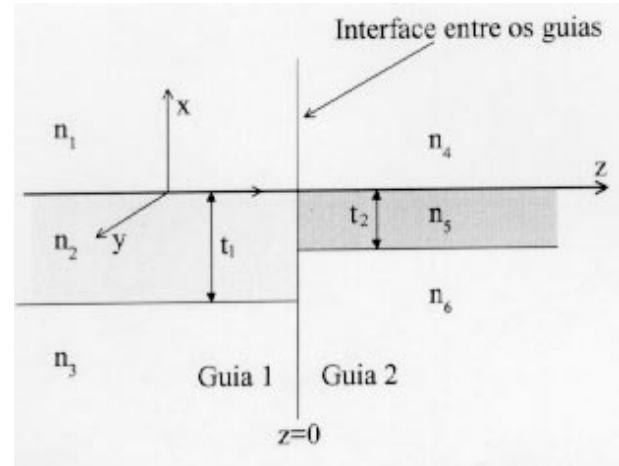


Figura 1. Geometria dos guias de ondas planares e sua interface.

Para que os modos sejam confinados, é necessário que a condição $n_1 k, n_3 k < \beta < n_2 k$ seja satisfeita pela constante de propagação. A Ref. (2) apresenta uma boa discussão sobre modos confinados e não-confinados.

Usando a condição imposta sobre a constante de propagação para modos confinados, obtemos uma equação diferencial para cada região do guia 1

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \xi_y(x)}{dx^2} - q^2 \xi_y(x) &= 0, \quad 0 < x < \infty \\ \frac{d^2 \xi_y(x)}{dx^2} + h^2 \xi_y(x) &= 0, \quad -t_1 < x < 0 \\ \frac{d^2 \xi_y(x)}{dx^2} - p^2 \xi_y(x) &= 0, \quad -\infty < x < -t_1. \end{aligned} \quad (5)$$

onde $q = (\beta^2 - k^2 n_1^2)^{1/2}$, $h = (k^2 n_2^2 - \beta^2)^{1/2}$, e $p = (\beta^2 - k^2 n_3^2)^{1/2}$. Isso permite escrever a seguinte solução para $\xi_y(x)$

$$\xi_y(x) = \begin{cases} Ae^{-qx}, & 0 < x < \infty \\ B \sin(hx) + C \cos(hx), & -t_1 < x < 0 \\ De^{px}. & -\infty < x < -t_1 \end{cases} \quad (6)$$

A partir de $\xi_y(x)$, a componente H_z está univocamente determinada e é dada por $H_z(x) = i \frac{\omega}{\mu} \frac{d \xi_y(x)}{dx}$. Impondo que ambos os campos sejam contínuos através das interfaces dielétricas localizadas em $x = 0$ e $x = -t_1$, encontramos um sistema de quatro equações lineares e homogêneas para A, B, C e D. Duas equações são obtidas pela continuidade de $\xi_y(x)$ em $x = 0$ e $x = -t_1$ e mais duas devido à continuidade de $H_z(x)$ nas mesmas interfaces. Como o sistema é homogêneo, a única possibilidade de ter os quatro parâmetros da Eq. (6) diferentes de zero, é impor que o determinante da matriz formada pelos coeficientes das variáveis (o chamado

determinante principal), seja nulo. Simplificando a expressão do determinante principal, obtemos a seguinte equação transcendental para a constante de propagação dos modos TE

$$\tan(ht_i) = \frac{p+q}{h(1-\frac{pq}{h^2})}, \quad (7)$$

onde q, h e p são os mesmos da Eq.(5).

Como o sistema linear torna-se indeterminado, admite um número infinito de soluções. De forma geral, $\xi_y(x)$ pode ser expresso por

$$\xi_y(x) = \begin{cases} Ae^{-qx}, & 0 < x < \infty \\ A \left(\cos(hx) - \frac{q}{h} \sin(hx) \right), & -t_1 < x < 0 \\ D \left(\cos(ht_1) + \frac{q}{h} \sin(ht_1) \right) e^{p(x+t_1)}, & -\infty < x < -t_1 \end{cases} \quad (8)$$

Podemos determinar A impondo alguma condição sobre $\xi_y(x)$. Para os propósitos deste artigo é conveniente determinar A de tal forma que $\int_{-\infty}^{+\infty} [\xi_y(x)]^2 dx = 1$. Fazendo a integração, obtemos para A o seguinte valor

$$A = \left(\frac{1}{2q} + \frac{(\cos(t_1h) + q \sin(t_1h)/h^2)}{2p} + \frac{q}{h^2} + \frac{t_1}{2} + \frac{(h^2 - q^2)\cos(ht_1)\sin(ht_1) - qh(2\cos^2(ht_1) - qt_1)}{2h^3} \right). \quad (9)$$

Para que os valores possíveis da constante de propagação sejam determinados, é preciso resolver numericamente a Eq. (7). Existem rotinas na Ref. [3], que permitem resolver, com facilidade, equações transcendentais deste tipo. No entanto, certos cuidados devem ser tomados com a aparente simplicidade da Eq. (7). Sem perda de generalidade, podemos supor que $n_3 > n_2$. Com isso, todos os valores possíveis da constante de propagação encontram-se no intervalo $k_0 n_3 < \beta < k_0 n_2$. Se o leitor fizer um programa para determinar todas as raízes da Eq. (7) no intervalo anterior, compatíveis com um determinado valor de t_1 , com certeza obterá mais soluções do que realmente correspondem os possíveis valores de β . Isso é devido a dois motivos. Primeiro, a função $\tan(x)$ é descontínua nos pontos onde $x = \pi/2 \pm n\pi$, onde n é um número inteiro. Assim, todos os valores de β onde o produto ht_1 satisfizer a condição anterior e a Eq. (7) for válida, serão considerados raízes. O segundo motivo é que também o lado direito da Eq. (7) apresenta uma descontinuidade quando $1 - pq/h^2 = 0$. Pela mesma razão, os valores da constante de propagação que satisfazem esta última condição e também a Eq. (7) serão consideradas raízes. Os verdadeiros valores de β são aqueles que restarem quando, de todas as possíveis soluções da Eq. (7) para um dado valor de t_1 , são excluídas aquelas que a tornam descontínua.

Na literatura especializada sobre guias de ondas é mais adequado trabalhar com o índice de refração efetivo que é a razão entre a constante de propagação e o vetor de onda $k_0 = 2\pi/\lambda$. Como exemplo, a Fig. 2 mostra como mudam os valores do índice de refração efetivo dos três primeiros modos ligados TE, em função do tamanho da região central dos guias 1 e 2, para a

escolha de índices de refração apresentados na Tab. 1.

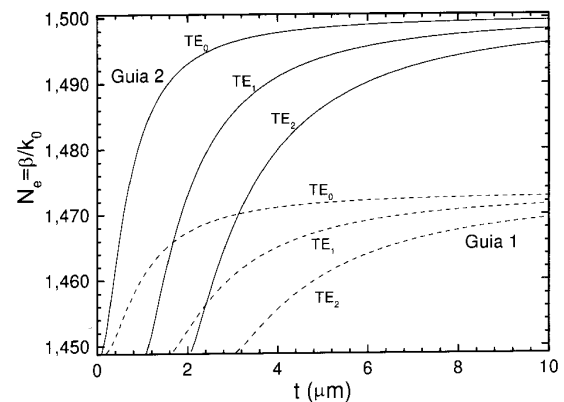


Figura 2. Variação do índice de refração efetivo em função do tamanho da região central dos guias. Linha contínua: $t = t_2$ e linha pontilhada: $t = t_1$ em $\lambda = 0.76 \mu\text{m}$.

Guia 1	$n_1 = 1.4445$	$n_2 = 1.4732$	$n_3 = 1.4489$
Guia 2	$n_4 = n_1$	$n_5 = 1.50$	$n_6 = n_3$

Tabela 1. Índices de refração usados nos dois guias.

As soluções da Eq. (7) apresentam interessantes propriedades. Apenas alguns valores da constante de propagação são possíveis para um dado conjunto de valores de índice de refração, comprimento de onda e comprimento da região central. As possíveis soluções são classificadas em ordem decrescente. Assim, para uma dada configuração do guia, a maior constante de

propagação estará associado ao modo fundamental, designado por TE_0 . A mais próxima constante de propagação, estará associada ao modo chamado de TE_1 , etc. Quando os valores de β_n , $n=1,2,3,\dots$, são substituídos na Eq. (8), encontramos a correspondente distribuição espacial do modo TE. A Fig. 3 ilustra essa distribuição do campo elétrico normalizado para os três primeiros modos do guia 1. A constante de normalização é o valor de A dado pela Eq. (9) e os índices de refração são dados na Tab. 1.

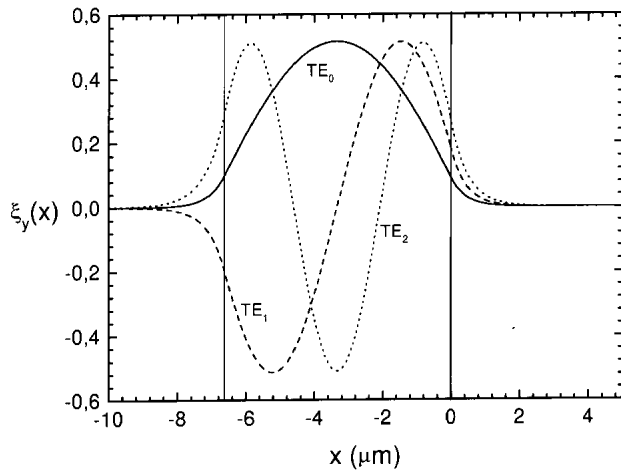


Figura 3. Distribuição de campo para os três primeiros modos do guia 1 onde $t_1=6.634 \mu\text{m}$ e $\lambda=0.76 \mu\text{m}$. As linhas verticais indicam a extensão da região central do guia.

Por fim, a equação de ondas na forma dada pela Eq. (4), pertence a uma classe especial de equações diferenciais chamadas de auto-adjuntas [4]. Esse tipo de equação apresenta a seguinte propriedade: se ψ_1 e ψ_2 são duas de suas soluções, elas são ortogonais. Pelo fato de A ter sido escolhido impondo que a integração do campo ao quadrado no domínio seja igual a um (1), as soluções TE são ortonormalizadas, satisfazendo a seguinte condição

$$\int_{-\infty}^{\infty} \xi_{y,i}(x) \xi_{y,j}(x) dx = \delta_{i,j}, \quad (10)$$

onde i, j representam os modos envolvidos. Como funções que satisfazem a propriedade apresentada na Eq. (10) são linearmente independentes, o conjunto formado por todos os modos TE formam uma base.

Observando a Fig. 2, vemos que todos os modos, com exceção do fundamental, deixam de se propagar a partir de um certo valor crítico de t . Dizemos que o modo está cortado. Para o guia 1, por exemplo, o modo fundamental é o único que pode ser excitado quando $t_1 < 1.6 \mu\text{m}$. Nesta condição dizemos que esse guia é monomodo.

A partir da breve introdução feita, vamos usar o conceito de base formada pelos modos TE para entender o problema da transmissão do campo elétrico através da interface entre os guias 1 e 2.

III O problema da transmissão através da interface dielétrica

As soluções do tipo apresentado na Eq. (2) para a equação de ondas, são convenientes pela seguinte razão. Se de alguma forma excitamos apenas um dos modos do guia 1, por exemplo o fundamental, suas propriedades estarão determinadas em qualquer posição do guia de ondas. O fator de fase $e^{i(\omega t - \beta z)}$ não afeta a energia do modo e se as perdas de energia durante a propagação forem desprezíveis, o campo manterá sua forma espacial. No entanto, de forma geral, um campo elétrico propagando-se neste guia pode ser representado como uma combinação linear de todos os modos TE compatíveis com os índices de refração, comprimento de onda e dimensão da camada central. Os coeficientes da combinação devem ser complexos e depender de z . Essa dependência com z é necessária pelo fato de que cada modo TE propaga-se com uma velocidade de grupo diferentes, levando a efeitos de dispersão. Como podem existir uma quantidade muito grande de modos se t_1 ou t_2 forem grandes, é conveniente uma escolha apropriada do comprimento da camada central de ambos os guias para que a descrição não fique muito complicada.

Consideremos dois guias planares, conforme mostrado na Fig. 1. Eles são unidos através da interface em $z = 0$ e apresentam os valores de índices de refração apresentados na Tab. 1. Escolhemos as dimensões t_1 e t_2 de tal forma que apenas seja possível a excitação dos dois primeiros modos TE (TE_0 e TE_1) de ambos os guias. A pergunta que fazemos é a seguinte: como descrever o processo de transmissão através da interface dielétrica de um campo elétrico excitado originalmente no guia 1 e que se propaga em direção ao guia 2? De forma geral, o campo excitado no guia 1 pode ser representado da seguinte forma

$$E(x, z, t) = [a(z)\xi_{y,1}(x) + b(z)\xi_{y,2}(x)]e^{i\omega t}, \quad (11)$$

onde $a(z) = a_0(z)e^{i\beta_1 z}$, e $b(z) = b_0(z)e^{i\beta_2 z}$ e $\xi_{y,j}(x) = 1, 2$ representam os modos TE_0 e TE_1 , respectivamente. Como a interface está localizada em uma posição fixa ($z = 0$), o campo poderá ser descrito por uma combinação linear de coeficientes reais e independentes do tempo nas proximidades da interface.

A escolha de apenas dois modos TE em ambos os guias visa uma simplificação no procedimento a ser seguido. No entanto, ficará claro com o decorrer da discussão, que a inclusão de outros modos pode ser feita sem muitos problemas.

Com a condição anterior válida, podemos tratar o problema da transmissão do campo elétrico através da interface, aplicando as condições de contorno para

os campos elétrico e magnético[5]. Para que essas condições de contorno sejam válidas, devemos supor que existe uma componente refletida e outra transmitida. No entanto, como supomos que é possível a excitação dos dois modos TE de mais baixa ordem em ambos os guias, de forma geral, essas componentes devem ser representadas como uma combinação linear dos respectivos modos do guia. Assim, o campo transmitido imediatamente após a interface deve ser uma combinação linear dos dois modos TE do guia 2 enquanto o campo refletido tem que ser representado como uma combinação linear dos modos do guia 1.

Uma das perguntas que podemos fazer agora é a que segue. Em quais condições o modo transmitido será representado apenas pelo modo fundamental do guia 2? Uma das possíveis respostas seria escolher o comprimento t_2 de tal forma que apenas o modo fundamental seja excitado. Observando a Fig. 2, concluímos que precisamos escolher t_2 de tal forma que o modo TE_1 esteja na condição de corte. Para os valores de índices de refração listados na Tab. 2, $t_2 < 1.08 \mu m$ deverá excitar apenas o modo fundamental.

Será que existe possibilidade de excitação do modo fundamental do guia 2 quando o comprimento t_2 ainda comporta o modo TE_1 ? Sim, existe. Dependendo da combinação linear dos modos TE do campo incidente na interface, é possível a excitação apenas do modo fundamental. Para mostrar isso, seguiremos o procedimento detalhado abaixo.

Consideremos que E_0 é o campo elétrico incidente na interface, de acordo com o que foi discutido nos parágrafos anteriores. Sejam E_R e E_T os campos refletido e transmitido, respectivamente. Podemos representar estes campos da seguinte forma

$$E_R = \sum_{j=1}^2 a_j \xi_{j,R} \quad (12)$$

$$E_T = \sum_{j=1}^2 b_j \xi_{j,T},$$

onde $\xi_{j,R}$ e $\xi_{j,T}$, $j = 1, 2$ representam os dois primeiros modos TE dos guias 1 e 2 respectivamente, enquanto que a_j e b_j são constantes independentes de z . Devemos reforçar que as Eqs.(12) são válidas apenas nas proximidades da interface, conforme justificamos anteriormente. As condições de contorno que os campos incidente, refletido e transmitido têm que satisfazer na interface, impõem que [5]

$$E_0 - E_R = E_T \quad (13)$$

$$N_1(x)(E_0 + E_R) = N_2(x)E_T,$$

onde a indicação de vetores foi retirada, pelo fato dos campos terem a mesma direção. $N_1(x)$ e $N_2(x)$ reforçam o fato de que os índices de refração dos guias

1 e 2 dependem da coordenada transversal x (ver Fig. 1).

Substituindo E_R e E_T dados pela Eq. (12) na Eq. (13), obtemos

$$E_0 \sum_{j=1}^2 a_j \xi_{j,R} = \sum_{j=1}^2 b_j \xi_{j,T}, \quad (14.1)$$

$$N_1(x) \left(E_0 + \sum_{j=1}^2 a_j \xi_{j,R} \right) = N_2(x) \sum_{j=1}^2 b_j \xi_{j,T}. \quad (14.2)$$

Para determinar os coeficientes a_j e b_j , $j = 1, 2$, vamos utilizar a condição de ortonormalidade dos campos nos dois guias. Devemos lembrar que o conjunto de funções de base do guia 1, em geral, não são ortogonais ao conjunto de funções de base do guia 2. Multiplicando a Eq. (14.1) por $\xi_{k,T}$ e a Eq. (14.2) por $\xi_{k,R}$ e integrando em x no intervalo $(-\infty, +\infty)$, encontramos o seguinte conjunto de quatro equações lineares

$$D_k - \sum_{j=1}^2 a_j C_{kj} = b_k, \quad k = 1, 2 \quad (15)$$

$$S_k - \sum_{j=1}^2 a_j U_{kj} = \sum_{j=1}^2 b_j V_{kj}, \quad (16)$$

onde

$$D_k = \int_{-\infty}^{+\infty} E_0 \xi_{k,T} dx,$$

$$C_{kj} = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi_{k,T} \xi_{j,R} dx,$$

$$U_{kj} = \int_{-\infty}^{+\infty} N_1(x) \xi_{k,R} \xi_{j,R} dx,$$

$$V_{kj} = \int_{-\infty}^{+\infty} N_2(x) \xi_{k,R} \xi_{j,T} dx,$$

e

$$S_k = \int_{-\infty}^{+\infty} N_1(x) E_0 \xi_{k,R} dx.$$

Como $\xi_{k,R}$ e $\xi_{k,T}$ são funções bem determinadas para uma dada configuração dos guias de acordo com todas as hipóteses feitas, as integrais D_k , C_{kj} , U_{kj} , V_{kj} e S_k fornecem números. Portanto, a solução do sistema linear dado pelas Eqs. (15) e (16), fornecem todos os valores de a_j e b_j , $j=1,2$. Observe que U_{kj} satisfaz a seguinte condição de simetria: $U_{kj} = U_{jk}$.

Isolando b_k na Eq. (15), substituindo na Eq. (16) e resolvendo o sistema de duas equações lineares para a_j , $j=1,2$, encontramos

$$a_1 = \frac{Z_1 T_{22} - Z_2 T_{12}}{T_{11} T_{22} - T_{12} T_{21}}, \quad (17)$$

$$a_2 = \frac{Z_2 T_{11} - Z_1 T_{21}}{T_{11} T_{22} - T_{12} T_{21}}, \quad (18)$$

onde

$$T_{kj} = U_{kj} + \sum_{\lambda=1}^2 V_{k\lambda} C_{\lambda j},$$

e

$$T_k = \sum_{\lambda=1}^2 V_{k\lambda} D_j - S_k,$$

com $j = 1, 2$ e $k = 1, 2$.

Retornando à Eq. (15) e substituindo os valores de a_1 e a_2 determinamos b_1 e b_2 como

$$b_1 = D_1 - (a_1 C_{11} + a_2 C_{12}), \quad (19)$$

$$b_2 = D_2 - (a_1 C_{21} + a_2 C_{22}). \quad (20)$$

Com isso, o problema da determinação dos coeficientes dos campos refletidos e transmitidos foi resolvido formalmente. Se, por alguma razão, $T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}$ for igual a zero, teremos sérios problemas para contornar essa singularidade. No entanto, para as situações que iremos tratar a seguir, o denominador de a_1 e a_2 sempre fornece valores diferentes de zero.

Consideremos que o campo incidente E_0 seja normalizado. Sua expansão em termos dos campos TE do guia 1 na posição da interface será

$$E_0 = a_0 \xi_{1,R} + (1 - a_0^2)^{1/2} \xi_{2,R}, \quad (21)$$

onde $a_0 \in [0, 1]$. Vamos estudar como varia a transmissão deste campo elétrico através da interface em função de a_0 .

A reflectância (R_n) e a transmitância (T_n) através da interface são definidas como a razão entre as intensidades dos campos refletidos e transmitidos e a intensidade do campo incidente [5]. Usando essas definições, teremos

$$T_n = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} N_2(x) E_T^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} N_1(x) E_0^2 dx}, \quad (22)$$

$$R_n = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} N_1(x) E_R^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} N_1(x) E_0^2 dx}. \quad (23)$$

Vamos definir a seguinte integral: $X_{ij} = \int_{-\infty}^{+\infty} N_2(x) \xi_{i,T} x_{j,T} dx$. É evidente de sua definição que $X_{ij} = X_{ji}$. Usando a definição anterior e a das integrais que aparecem nas Eqs. (15) e (16), T_n e R_n podem ser reescritos como

$$T_n = \frac{b_1^2 X_{11} + 2b_1 b_2 X_{12} + b_2^2 X_{22}}{a_0^2 U_{11} + 2a_0(1 - a_0^2)^{1/2} U_{12} + (1 - a_0^2) U_{22}}, \quad (24)$$

$$R_n = \frac{a_1^2 U_{11} + 2a_1 a_2 U_{12} + a_2^2 U_{22}}{a_0^2 U_{11} + 2a_0(1 - a_0^2)^{1/2} U_{12} + (1 - a_0^2) U_{22}}. \quad (25)$$

As Eqs. (24) e (25) são difíceis de analisar no caso geral, pois envolvem os quatro parâmetros do guia 1

(t_1, n_1, n_2 e n_3), os quatro do guia 2 (t_2, n_4, n_5 e n_6) e o comprimento de onda. Vamos então escolher os índices de refração de acordo com a Tab. 1 e as dimensões centrais dos guias planares de forma a satisfazer as Eqs. (12) de acordo com a Tab. 2. O comprimento de onda usado é o de um laser de diodo de AlGaAs em $0.78 \mu\text{m}$ que é muito usado em laboratório. Escolhidos t_1 e t_2 , as constantes de propagação dos dois modos nos guias estão automaticamente determinadas e apresentam os valores mostrados na Tab. 2.

Guia 1	Guia 2
$t_1 = 2.77 \mu\text{m}$	$t_2 = 1.29 \mu\text{m}$
$\beta_1/k_0 = 1.4695037$	$\beta_1/k_0 = 1.486987$
$\beta_2/k_0 = 1.4591657$	$\beta_2/k_0 = 1.4544296$

Tabela 2. Escolha dos parâmetros dos guias 1 e 2.

Com as escolhas acima, as distribuições de campo elétrico dos modos TE nos dois guias estão univocamente determinadas e dadas de acordo com a Eq. (8). Todas as integrais que aparecem no cálculo de T_n e R_n podem ser calculadas analiticamente, pois envolvem funções elementares. Para que o problema fique completamente determinado, a variação dos índices de refração são dadas abaixo

$$N_1(x) = \begin{cases} n_1, & 0 < x < \infty \\ n_2, & -t_1 > x > 0 \\ n_3, & -\infty < x < -t_1, \end{cases} \quad (26)$$

$$N_2(x) = \begin{cases} n_1, & 0 < x < \infty \\ n_2, & -t_2 > x > 0 \\ n_3, & -\infty < x < -t_2. \end{cases} \quad (27)$$

A Fig. 4 mostra a variação da T_n e R_n em função de a_0 . Como era esperado $T_n + R_n = 1$.

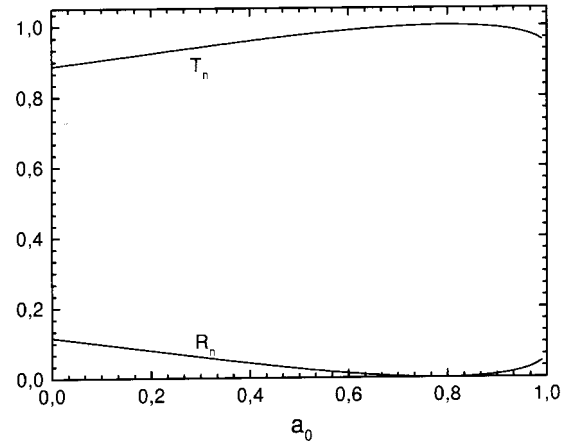


Figura 4. Variação da T_n (transmitância) e R_n (refletância) em função de a_0 para os parâmetros escolhidos de acordo com a Tab. 1.

Como está mostrado na Fig. 4, a energia contida no campo incidente é totalmente transmitida através

da interface quando o parâmetro a_0 está no intervalo (0.72,0.84) para um erro cometido no cálculo de T_n e R_n menor do que 0.1%. Esse erro foi motivado pelo fato de termos optado pelo cálculo numérico de todas as integrais deve-se ao fato de que as rotinas que fazem o cálculo de integrais impróprias devem ser truncadas em um valor finito de x , convenientemente escolhido para minimizá-lo. Como são envolvidas várias integrações, existe uma propagação de erros. No entanto, a precisão obtida é suficiente para a análise que segue.

A Fig. 5 ilustra melhor o que está ocorrendo com o campo refletido e transmitido.

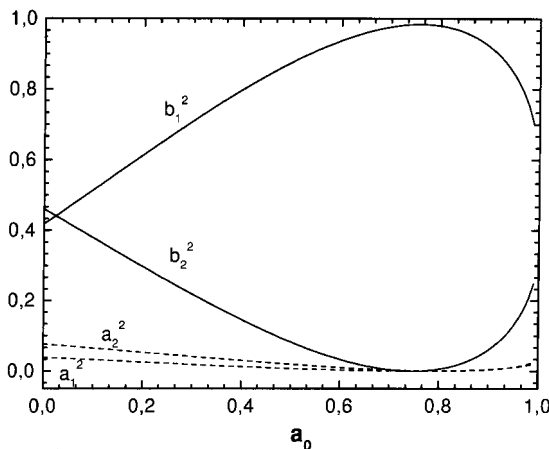


Figura 5. Variação do quadrado dos coeficientes das expansões apresentados na Eq. (12) em função de a_0 para os parâmetros da Tab.1.

Vemos que na região onde ocorre o máximo de transmissão, o modo excitado no guia 2 é predominantemente o fundamental. Observe que para $a_0 < 0.72$ e $a_0 > 0.80$, sempre irá ocorrer uma componente de campo refletida. Mesmo na situação onde o campo incidente está completamente descrito pelo modo fundamental do guia 1 ($a_0 = 1$), ocorre uma componente refletida. A maior reflexão ocorre quando $a_0 = 0$, ou seja, o campo incidente está distribuído apenas no modo TE_1 do guia 1.

Os coeficientes de transmissão e reflexão dependem das dimensões t_1 e t_2 se o comprimento de onda e os índices de refração são mantidos constantes. Várias configurações de campo elétrico no guia 2 são possíveis mudando os valores das dimensões da camada interna dos guias. O leitor é convidado a fazer $t_1 = t_2 = 1.962 \mu\text{m}$, $\lambda = 0.76 \mu\text{m}$, índices de refração de acordo com a Tab. 1 e mostrar que quando $a_0 = 0$ o modo transmitido é representado por TE_1 . Quando $a_0 = 1$, o modo transmitido é representado TE_0 . Se $0 < a_0 < 1$, sempre o campo transmitido será uma combinação linear de TE_0 e TE_1 do guia 2. O leitor pode também mostrar que na situação anterior a componente refletida é quase nula para qualquer valor de a_0 , dentro do erro anterior de 0,1%. Os valores dos índices de refração efetivos dos modos nos guias são dados na Tab. 3.

Devemos enfatizar que a importância de controlar o

processo de excitação modal no guia 2 está no seguinte fato. Se apenas o modo TE_0 ou TE_1 for excitado, saberemos como esse campo se propaga na região $z > 0$. Isso será dado pela Eq. (2), onde $\beta = \beta_i$, $i = 1$ ou 2 se o modo for TE_0 ou TE_1 , respectivamente. Se o campo excitado no guia 2 for uma combinação linear dos dois primeiros modos com $b_1, b_2 \neq 0$ em $z = 0$, a descrição da propagação do campo para $z > 0$ será mais complicada, pois efeitos de dispersão devem ser considerados.

Guia 1	Guia 2
$\beta_1/k_0 = 1.4671983068$	$\beta_1/k_0 = 1.49279510$
$\beta_2/k_0 = 1.4519679092$	$\beta_2/k_0 = 1.4722356429$

Tabela 3. Índices de refração efetivos para $t_1 = t_2 = 1.962 \mu\text{m}$.

IV Conclusão

Desenvolvemos um procedimento para entender o processo de transmissão e reflexão de campo elétrico através da interface entre dois guias de ondas planares. Foi mostrado que dependendo dos coeficientes da expansão do campo incidente em $z = 0$, onde a interface está localizada, o campo transmitido pode ser representado apenas pelo modo fundamental do guia 2. Todo o procedimento pode ser generalizado para incluir mais modos ou outros guias de ondas com geometrias diferentes.

Agradecimentos

O autor deseja agradecer ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ), pelo suporte financeiro e ao grupo de Ótica, nas pessoas do Prof. Vanderlei Salvador Bagnato e José Joatan Rodrigues Junior pelas sugestões.

References

- [1] Dietrich Marcuse, *Light Transmission Optics*, 2nd Ed. Cap. 1, 1982, Van Nostrand Reinhold Company.
- [2] Amnon Yariv, *Quantum Electronics*, 3rd Ed. Cap. 22, 1989, John Wiley & Sons, Inc.
- [3] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling e Brian P. Flannery, *Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing*, 2nd Ed. Cap. 9, 1992, Cambridge University Press.
- [4] George Arfken, *Mathematical Methods for Physicists*, 3rd Ed. Cap. 9, 1985, Academic Press, Inc.
- [5] John R. Reitz, Frederick J. Milford e Robert W. Christy, *Fundamentos da Teoria Eletromagnética*, terceira edição, Cap. 9, 1982, Editora Campus Ltda.