# Demonstração das Oscilações Forçadas e da Curva da Ressonância em Classe

Klaus Weltner, Paulo Miranda e Sérgio Esperidião

Instituto de Física

Universidade Federal da Bahia

Rua Caetano Moura 123, Campus Universitário de Ondina

40210-340, Salvador, Bahia, Brasil

Recebido 26 de abril, 1997

Oscilações forçadas podem ser demonstradas com todas as suas propriedades em classe e em laboratórios introdutórios usando um pêndulo gravitacional pesado como excitador externo.

Forced oscillations can be demonstrated and investigated in classroom experiments showing detailed properties including the tuning curve using a heavy gravitational pendulum as external excitator.

### 1. Introdução

Oscilações forçadas e ressonôncia são fundamentais na física seja na mecânica, na acústica, na ótica e na física quântica. Por causa disso um tratamento qualitativo e quantitativo desses fenômenos é necessário nas escolas do segundo grau. Para uma boa compreensão por parte do aluno é sempre desejável que se demonstre os fenômenos em classe.

A força externa presente em qualquer oscilação forçada, deve ser variável para que se faça uma varredura de freqüência do sistema oscilante. Comumente se usa um motor elétrico acoplado a algum dispositivo que propicie tal variação. Se não existe na escola um motor deste tipo, pode-se fazer demonstrações viáveis usando um pêndulo físico de grande massa como agente excitador externo. Este pêndulo deve oscilar um tempo suficiente para funcionar como excitador. Este experimento é destinado a docentes em física que desejarem demonstrar em classe o fenômeno de ressonância com um arranjo experimental simples e barato.

Uma forte característica deste experimento é que tudo pode ser observado facilmente inclusive a fase das oscilações.

## 2. Arranjo experimental

A fig. 1 mostra o arranjo experimental que será descrito em seguida.

O sistema oscilante é um pêndulo físico gravitacional constituído por uma haste leve de alumínio, madeira ou outro material qualquer, cujo comprimento deve ser de aproximadamente 70cm e cuja massa deve estar na faixa de 30-50g e será designado daqui em diante por pêndulo de prova. A haste é pendurada num suporte horizontal por um fio de modo que ela oscile em um único plano. Por isso o fio que liga as hastes (os pêndulos) ao suporte horizontal deve ser preso nas bordas dos pêndulos para permitir aos mesmos um movimento livre no plano das oscilações e não no plano perpendicular a este. O agente externo é também um pêndulo físico, formado por uma haste semelhante a primeira mas acrescida de uma massa de pelo menos 300g que pode ser instalada em qualquer ponto da haste e será daqui em diante designado por pêndulo excitador. O acoplamento é feito por um barbante e uma massa de aproximadamente 30g como mostra a figura 1, as extremidades do fio devem ser presas às hastes em pontos de mesma cota, observando-se que o ângulo entre o fio e a haste quando na posição vertical não deve exceder 45°. Para variar o acoplamento é aconselhável perfurar adequadamente as hastes de ambos os pêndulos. Para medir as amplitudes das oscilações forçadas deve-se colocar atrás do oscilador, e do pêndulo de prova um pedaço de papel, isopor ou madeira, com escala bem nítida. Para variar e analisar o efeito do atrito usa-se um cartão postal ou metade dele preso a extremidade inferior da haste do pêndulo de prova. K. Weltner et al. 435

Este cartão funciona como um freio de ar quando for colocado perpendicularmente à direção do movimento.

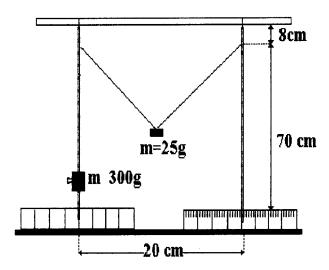


Figura 1. Arranjo experimental esquerda: agente externo (pêndulo excitador) direita: sistema oscilante (pêndulo de prova.

#### 3. Experimentos

## 3.1 Experimentos qualitativos

Num primeiro passo coloca-se a massa do pêndulo excitador nas posições mais alta e mais baixa da haste e observa-se que a freqüência depende da posição da massa. Colocada a massa na extremidade da haste do pêndulo excitador suas oscilações serão de freqüência bem abaixo da freqüência natural do pêndulo de prova. Se a massa for colocada num ponto alto da haste a freqüência do pêndulo excitador será bem acima da frequência natural do pêndulo de prova. As amplitudes das oscilações forçadas no nosso caso são em torno de 1 cm, se o pêndulo excitador tem amplitudes em torno de 10cm. Isso depende sobretudo do acoplamento, quer dizer, da massa e da distância do fio de acoplamento em relação aos pontos de fixação dos pêndulos. Observa-se também o fato, de que o pêndulo de prova oscila exatamente com a freqüência do pêndulo excitador e não com a sua frequência natural. Existe uma diferença entre oscilações acima e abaixo da freqüência natural do pêndulo de prova. Com freqüências bem acima da freqüência natural a fase entre o excitador e o de prova é quase 180°. Os pêndulos oscilam em contra fase. Com freqüências bem abaixo da freqüência natural do pêndulo de prova ambos os pêndulos oscilam em fase. A fase é aproximadamente 0°. Num segundo passo buscase uma posição adequada da massa na haste do pêndulo excitador para que ambos os pêndulos tenham a mesma

freqüência. Observa-se como a amplitude do pêndulo de prova aumenta significativamente.

## 3.2 Experimentos quantitativos

A primeira tarefa é a calibrar o pêndulo excitador em função da freqüência. Mede-se as freqüências do pêndulo excitador fixando a massa móvel nas distâncias de  $10\,\mathrm{cm}$ ,  $20\,\mathrm{cm}$ ,  $30\,\mathrm{cm}$ ,  $40\,\mathrm{cm}$ ,  $50\,\mathrm{cm}$ ,  $60\,\mathrm{cm}$ , e  $70\,\mathrm{cm}$ , do ponto de fixação do pêndulo. Depois mede-se o tempo de 20 oscilações para determinar o período T de uma oscilação. A freqüência é f=1/T. Com estes dados se faz um gráfico de freqüência versus distância (d). A figura 2 mostra um exemplo deste gráfico. Com o auxílio do gráfico é possível então encontrar a freqüência associada a qualquer posição. As distâncias para a determinadas freqüências devem ser marcados em intervalos de  $0.02\,\mathrm{Hz}$ . Para marcar é aconselhável colocar uma fita crepe na haste do excitador pêndulo e fazer as marcas com um lápis ou caneta.

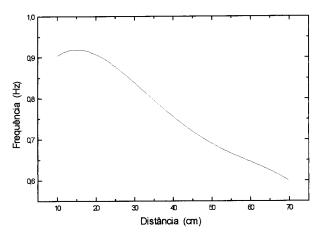


Figura 2: Exemplo de um gráfico freqüência em função da distância (d) da massa móvel do ponto de fixação.

Estamos prontos para medir as amplitudes das oscilações forçadas em intervalos de 0,02 Hz. As amplitudes do excitador devem ficar sempre em torno de 10cm. Pôr causa das perdas esta amplitude diminui paulatinamente. Por isso devemos começar com uma amplitude bem maior e esperá-la diminuir até atingir 10cm. A medida é então feita quando a amplitude atingir exatamente 10cm. A vantagem deste procedimento é que assim as oscilações forçadas têm tempo bastante para atingir o estado estacionário sem a contribuição das condições iniciais, pois no inicio sempre existem oscilações iniciais com um certo batimento e que diminuem com o correr do tempo. Para que desapareçam mais rapidamente se usa um freio de ar. Além disso é possível dar toques leves no pêndulo excitador de vez em quando para compensar as perdas ( se for necessário), observando atenciosamente a fase

do pêndulo excitador e tendo o cuidado para não afetála. Com os dados obtidos pode ser feito um gráfico da amplitude versus freqüência. Esta curva é a curva da ressonância.

A figura 3 mostra um exemplo deste gráfico. O nosso arranjo só pode medir as frequências em determinada faixa. Porém esta faixa é suficientemente ampla para mostrar as propriedades importantes da curva da ressonância, isto é, a parte em torno da ressonância com a brusca variação das amplitudes em função da frequência do excitador. Esta faixa contém sempre a frequência natural do pêndulo da prova.

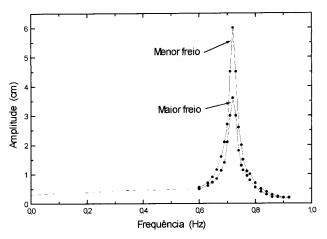


Figura 3. Amplitudes de oscilações forçadas em função da freqüência. As linhas pontilhadas não são atingíveis com o nosso arranjo experimental.

Os mesmos experimentos podem ser feitos com um arranjo experimental ainda mais simples como mostrado na figura 4. O pêndulo de prova é uma haste de bambu ou qualquer material. Só tem que ter uma massa entre 30 e 50g e um comprimento de em torno de 70cm. O pêndulo excitador pode ser feito com um fio e uma pedra cuja massa tem que ser acima de 300g. A acoplagem é feita com um fio e uma pedra pequena.

A varredura das freqüências é feita pela variação do comprimento do fio do pêndulo excitador. Para facilitar isso deve-se fazer uma alça no fio de acoplagem que deve ser preso ao suporte horizontal de modo que as cotas da alça e do ponto de fixação da acoplagem ao pêndulo da prova sejam a mesma. Pela alça o fio do pêndulo excitador deve correr livremente para baixo e para acima. Este fio pode envolver a haste horizontal com uma ou duas voltas para facilitar a sua sustentação com a mão. Este experimento pode ser executado em classe ou em qualquer lugar a custo zero.

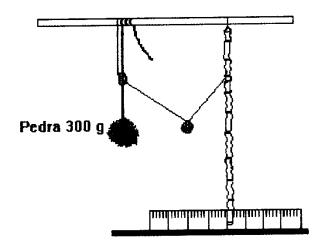


Figura 4: Arranjo experimental com material de custo zero. A freqüência do pêndulo excitador é variável em função do comprimento do seu fio.

Agradecemos a ajuda do GtZ (Gesellschaft fuer technische Zusammenarbeit, Eschborn, Alemanha).

#### Referência

Goldstein, Herbert: Mecânica Clássica, Madrid, 1979. Simon, Keith, R.: Mechanics, Reading, Massachusetts, 1960.