

肖国郑

研究背景

不一致度量

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测评

总结展望

基于多值语义的不一致度量

肖国辉

指导老师: 林作铨 教授

北京大学 数学科学学院 信息科学系

二〇一〇年五月



圳九月京

「一致度」

不同度量之[的关系

不一致度量的 计算

实现和测评

总结展望

1 研究背景

② 不一致度量

③ 不同度量之间的关系

4 不一致度量的计算

5 实现和测评

6 总结展望



- 不一致的知识库, 经典逻辑平凡化
- 不一致处理
 - 超协调推理
 - 知识库诊断和修复
 - 如何选择?
 - → 不一致度量 量化知识库的不一致程度
- 问题:
 - 多种度量间的关系
 - 有效的算法



研究背

个一致 度 室

不一致度量的

计算

实现和测评

总结展望

- 多值语义
 - 四值语义(4), 三值语义(3), LPm语义(LPm), 准经典语义(Q), ...
 - $I: Var(K) \rightarrow \{t, f, Both, None\}$
- i-语义 $(i=3,4,LP_m,Q)$ 下,知识库 K相对于模型 I的不

$$ID_i(K,I) = \frac{|\{p \mid p^I = \mathbf{B}, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}, \text{ if } I \models_i K$$

• i-语义 $(i = 3, 4, LP_m, Q)$ 下,知识库 K的不一致度

$$ID_i(K) = \min_{I \models K} ID_i(K, I)$$

研究背

不一致度:

不同度量之间

不一致度量的 计算

实现和测评

ム / L 同 2日

• 多值语义

- 四值语义(4), 三值语义(3), LP_m语义(LPm), 准经典语义(Q), ...
- $I: Var(K) \rightarrow \{t, f, Both, None\}$
- i-语义($i = 3, 4, LP_m, Q$)下,知识库 K相对于模型 I的不一致度

$$ID_i(K,I) = \frac{|\{p \mid p^I = \mathbf{B}, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}, \text{ if } I \models_i K$$

• i-语义($i = 3, 4, LP_m, Q$)下,知识库 K的不一致度

$$ID_i(K) = \min_{I \vdash K} ID_i(K, I)$$

多值语义

- 四值语义(4), 三值语义(3), LP_m语义(LPm), 准经典语 义(Q), . . .
- $I: Var(K) \rightarrow \{t, f, Both, None\}$
- i-语义 $(i = 3, 4, LP_m, Q)$ 下,知识库 K相对于模型 I的不 一致度

$$ID_i(K, I) = \frac{|\{p \mid p^I = \mathbf{B}, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}, \text{ if } I \models_i K$$

$$ID_i(K) = \min_{I \models K} ID_i(K, I)$$

- 多值语义
 - 四值语义(4), 三值语义(3), LP_m语义(LPm), 准经典语 义(Q), . . .
 - $I: Var(K) \rightarrow \{t, f, Both, None\}$
- i-语义 $(i = 3, 4, LP_m, Q)$ 下,知识库 K相对于模型 I的不 一致度

$$ID_i(K, I) = \frac{|\{p \mid p^I = \mathbf{B}, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}, \text{ if } I \models_i K$$

• i-语义($i = 3, 4, LP_m, Q$)下,知识库 K的不一致度

$$ID_i(K) = \min_{I \models K} ID_i(K, I)$$



基于四值语义的不一致度量

真值: $\{t, f, B, N\}$ 四值模型I: $K \to \{t, B\}$

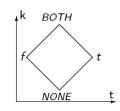


Figure: FOUR

•
$$ID_4(K, I) = \frac{|\{p|p^I = B, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}$$

 $ID_4(K) = min_{I \models_4 K} ID_4(K),$

$$I_1: p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t, s^{I_1} = t,$$
 $I_2: p^{I_2} = B, q^{I_2} = B, r^{I_2} = t, s^{I_2} = t,$
 $I_3: p^{I_3} = B, q^{I_3} = B, r^{I_3} = t, s^{I_3} = N$

$$ID_4(K, I_1) = \frac{1}{4}, ID_4(K, I_2) = \frac{2}{4}$$
 $ID_4(K, I_3) = \frac{2}{4}$
 $ID_4(K) = \frac{1}{4}$

$$ID_4(K) = \frac{1}{4}$$



基于三值语义的不一致度量

肖国辉

研究背景

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

头现和测闭 总结展望 真值: $\{t, f, B\}$ 三值模型I: $K \to \{t, B\}$

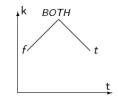


Figure: Three

•
$$ID_3(K,I) = \frac{|\{p|p^I = B, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}$$

 $ID_3(K) = min_{I \models_3 K} ID_3(K),$

$$I_1: p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t, s^{I_1} = t$$

$$I_2: p^{I_2} = B, q^{I_2} = B, r^{I_2} = t, s^{I_2} = t$$

$$I_3: p^{I_3} = B, q^{I_3} = B, r^{I_3} = t, s^{I_3} = N$$

$$ID_3(K, I_1) = \frac{1}{4}, ID_3(K, I_2) = \frac{2}{4}$$
 $ID_3(K, I_3) = \frac{2}{4}$
 $ID_3(K) = \frac{1}{4}$



基于极小不一致语义的不一致度量

肖国郑

不一致度

不同度量之间的关系

不一致度量的 计算

实现和测讯 总结展望 LP_m 解释:

- 三值解释
- 只考虑极经典 模型

•
$$ID_{LP_m}(K, I) = \frac{|\{p|p^I = B, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}$$

 $ID_{LP_m}(K) = min_{I \models_{LP_m} K} ID_{LP_m}(K),$

$$I_1: p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t, s^{I_1} = t,$$

$$I_2: p^{I_2} = B, q^{I_2} = B, r^{I_2} = t, s^{I_2} = t$$

$$I_3: p^{I_3} = B, q^{I_3} = B, r^{I_3} = t, s^{I_3} = N$$

$$ID_{LP_m}(K, I_1) = \frac{1}{4}, ID_{LP_m}(K, I_2) = \frac{2}{4}$$
 $ID_{LP_m}(K, I_3) = \frac{2}{4}$
 $ID_{LP_m}(K) = \frac{1}{4}$



基于准经典语义的不一致度量

肖国辉

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测记 总结展望 • $ID_Q(K,I) = \frac{|\{p|p^I = B, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}$ $ID_Q(K) = min_{I \models_Q K} ID_Q(K),$

准经典解释

- 四值解释
- 满足消解原理 $I \models_{Q} \alpha \vee \beta,$ $I \models_{Q} \neg \beta \vee \gamma$ $\Rightarrow I \models_{Q} \alpha \vee \gamma$

$$\rightsquigarrow K = \{p, \neg q, \neg p \lor q, r \lor s\}$$

$$\begin{array}{l} \leadsto \ I_1:p^{I_1}=B,q^{I_1}=f,r^{I_1}=t,s^{I_1}=t\\ I_2:p^{I_2}=B,q^{I_2}=B,r^{I_2}=t,s^{I_2}=t\\ I_3:p^{I_3}=B,q^{I_3}=B,r^{I_3}=t,s^{I_3}=N \end{array}$$

$$ID_Q(K, I_1) = \frac{1}{4}, ID_Q(K, I_2) = \frac{2}{4}$$
 $ID_Q(K, I_3) = \frac{2}{4}$
 $ID_Q(K) = \frac{2}{4}$



不同度量之间的关系

自国が

9月几月尽

下一致度

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测评

不同的度量分别在不同的文献中提出

定理

给定一个知识库K,那么

$$ID_3(K) = ID_4(K) = ID_{LP_m}(K) \le ID_Q(K)$$
.



部分可满足问题

自国海

研究背景

<一致度量

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测评 总结展望

- 部分可满足问题P = (H, S)
- H 子句集, 必须全满足
- S 子句集,尽可能多满足
- 目标: 寻找一个经典解释,满足H中的所有子句,同时尽可能多地满足S中的子句
- \mathbb{P} : $\hat{I} = \arg \max_{I} |\{ \gamma \mid \gamma \in S, I \models \gamma, I \models H \}|$.
- 求解器: SAT4j MaxSAT, MSUnCore, Clone, MiniMaxSAT, ...
- Max-SAT竞赛: http://www.maxsat.udl.cat/09/.



不一致度量的计算

月四月

T The riv

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测评

总结展望

● 只考虑子句集(CNF)

• 因为 $ID_3(K) = ID_4(K) = ID_{LP_m}(K) \le ID_Q(K)$, 只考虑 ID_4 和 ID_Q

思路

- 1 多值语义⇒二值语义
- 2 用二值语义表示ID
- 3 ID_i ⇒ 部分可满足问题



不一致度量的计算

月四ル

プ Zh 眸

下 玖汉

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测讯总结展望

• 只考虑子句集(CNF)

• 因为 $ID_3(K) = ID_4(K) = ID_{LP_m}(K) \le ID_Q(K)$, 只考虑 ID_4 和 ID_Q

思路

- 1 多值语义⇒二值语义
- 2 用二值语义表示IDi
- 3 ID_i ⇒ 部分可满足问题



变换

 $K = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\}$

 $\gamma = l_1 \vee \ldots \vee l_k \Rightarrow 4(\gamma) = 4(l_1) \vee \ldots \vee 4(l_k)$

 $l = \neg p$

= p

 $4(\neg p) = -p$

4(p) = +p

 $4(K) = \{4(\gamma_1), 4(\gamma_2), \dots, 4(\gamma_n)\}\$



变换

 $K = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\}$

l = p

 $l = \neg p$

 $4(K) = \{4(\gamma_1), 4(\gamma_2), \dots, 4(\gamma_n)\}\$

 $\gamma = l_1 \vee \ldots \vee l_k \Rightarrow 4(\gamma) = 4(l_1) \vee \ldots \vee 4(l_k)$

4(p) = +p

 $4(\neg p) = -p$

例

 $K = \{\neg p, p \lor q, \neg q, r\} \Rightarrow 4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$



 $l = \neg p$

例

注

释

变换

l = p

 $\gamma = l_1 \vee \ldots \vee l_k \Rightarrow 4(\gamma) = 4(l_1) \vee \ldots \vee 4(l_k)$

 $K = \{ \neg p, p \lor q, \neg q, r \} \Rightarrow 4(K) = \{ -p, +p \lor +q, -q, +r \}$

• 4(K) 是变元集 $\{+p, -p \mid p \in Var(K)\}$ 上的知识库

• 四值解释I 也可看作 $\{+p,-p \mid p \in Var(K)\}$ 上的二值解

4(p) = +p

 $4(\neg p) = -p$

 $K = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\}$ $4(K) = \{4(\gamma_1), 4(\gamma_2), \dots, 4(\gamma_n)\}$



肖国辉

研究背:

一致度量

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测评

总结展望

定理

$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$

例

• $K = \{\neg p, p \lor q, \neg q, r\} \Rightarrow 4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$

- $\bullet I_1 = \{+p, -p, -q, +r\}$
- 。∫n α τ ὶ 上的 四 值 解释·
- $n^{I_1} R \quad n^{I_1} f \quad r^{I_1} f$
- $p^{r_1} = B, q^{r_1} = f, r^{r_1} = t$
- $\{+p, -p, +q, -q, +r, -r\}$ 上的二值解释
 - $+p^{r_1} = t, -p^{r_1} = t, -q^{r_1} = t, +r^{r_1} = t, +q^{r_1} = f$
- $\bullet I_1 \models_4 K \coprod I_1 \models 4(K)$



定理

$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$

肖国郑

研究背景

下一致度

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测评

总结展望

定理

$$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$$

例

•
$$K = \{ \neg p, p \lor q, \neg q, r \} \Rightarrow 4(K) = \{ -p, +p \lor +q, -q, +r \}$$

•
$$I_1 = \{+p, -p, -q, +r\}$$

•
$$\{p, q, r\}$$
上的四值解释:
 $p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t.$

•
$$\{+p, -p, +q, -q, +r, -r\}$$
上的二值解释: $+p^{I_1} = t, -p^{I_1} = t, -q^{I_1} = t, +r^{I_1} = t, +q^{I_1} = f, -r^{I_1} = f.$

• $I_1 \models_4 K \coprod I_1 \models 4(K)$



肖国郑

研究背景

下一致度

不同度量之[的关系

不一致度量的 计算

实现和测评

单结展组

定理

$$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$$

例

•
$$K = \{ \neg p, p \lor q, \neg q, r \} \Rightarrow 4(K) = \{ -p, +p \lor +q, -q, +r \}$$

• $I_1 = \{+p, -p, -q, +r\}$

• $\{p, q, r\}$ 上的四值解释: $p^{I_1} = B \ q^{I_1} = f \ r^{I_1} = t$

•
$$\{+p, -p, +q, -q, +r, -r\}$$
上的二值解释: $+p^{I_1} = t, -p^{I_1} = t, -q^{I_1} = t, +r^{I_1} = t, +q^{I_1} = f, -r^{I_1} = f$.

• $I_1 \models_4 K \exists I_1 \models 4(K)$



肖国短

研究背景

一致度

不同度量之的 的关系

不一致度量的 计算

实现和测评

V / L = 1.5m

定理

$$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$$

例

$$\bullet \ K = \{\neg p, p \lor q, \neg q, r\} \ \Rightarrow \ 4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$$

•
$$I_1 = \{+p, -p, -q, +r\}$$

•
$$\{p,q,r\}$$
上的四值解释: $p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t.$

•
$$\{+p, -p, +q, -q, +r, -r\}$$
上的二值解释: $+p^{I_1} = t, -p^{I_1} = t, -q^{I_1} = t, +r^{I_1} = t, +q^{I_1} = f, -r^{I_1} = f$.

• $I_1 \models_4 K \exists I_1 \models 4(K)$



肖国超

研九百京

一致度

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测评

A 社员组

定理

$$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$$

例

$$\bullet \ K = \{\neg p, p \lor q, \neg q, r\} \ \Rightarrow \ 4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$$

•
$$I_1 = \{+p, -p, -q, +r\}$$

•
$$\{p,q,r\}$$
上的四值解释: $p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t.$

•
$$\{+p, -p, +q, -q, +r, -r\}$$
上的二值解释: $+p^{I_1}=t, -p^{I_1}=t, -q^{I_1}=t, +r^{I_1}=t, +q^{I_1}=f, -r^{I_1}=f.$

• $I_1 \models_4 K \exists I_1 \models 4(K)$



定理

$$I \models_4 K \Leftrightarrow I \models 4(K)$$

例

$$\bullet \ K = \{\neg p, p \lor q, \neg q, r\} \ \Rightarrow \ 4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$$

•
$$I_1 = \{+p, -p, -q, +r\}$$

•
$$\{p,q,r\}$$
上的四值解释: $p^{I_1} = B, q^{I_1} = f, r^{I_1} = t.$

•
$$\{+p, -p, +q, -q, +r, -r\}$$
上的二值解释: $+p^{I_1}=t, -p^{I_1}=t, -q^{I_1}=t, +r^{I_1}=t, +q^{I_1}=f, -r^{I_1}=f.$

• $I_1 \models_4 K \coprod I_1 \models_4 (K)$.



用二值逻辑表示 ID4

自国加

研究計

不一数度是

不同度量之间

不一致度量的 计算

实现和测评

总结展望

$$\begin{split} ID_4(K,I) &= \frac{|\{p \mid p^I = B, p \in \mathit{Var}(K)\}|}{|\mathit{Var}(K)|}, \\ ID_4(K) &= \min_{I \models_4 K} \ ID_4(K,I) \end{split}$$

$$\downarrow$$

$$ID_4(K, I) = \frac{|\{p \mid +p^I = t \land -p^I = t, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|};$$

 $ID_4(K) = \min_{I \models 4(K)} ID_4(K, I).$



用二值逻辑表示 ID4

肖国辉

研究背

不一劲度長

不同度量之间

不一致度量的

实现和测评

总结展望

$$ID_4(K,I) = \frac{|\{p \mid p^I = B, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|},$$
$$ID_4(K) = \min_{I \models_4 K} ID_4(K,I)$$



$$ID_{4}(K,I) = \frac{|\{p \mid +p^{I} = t \land -p^{I} = t, p \in Var(K)\}|}{|Var(K)|}$$

$$ID_{4}(K) = \min_{I \models 4(K)} ID_{4}(K,I) .$$

用二值逻辑表示 ID_4

$$\begin{split} ID_4(K,I) &= \frac{|\{p \mid p^I = B, p \in \mathit{Var}(K)\}|}{|\mathit{Var}(K)|}, \\ ID_4(K) &= \min_{I \models_4 K} \ ID_4(K,I) \end{split}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{split} ID_4(K,I) = \ & \frac{|\{p \mid +p^I = t \land -p^I = t, p \in \mathit{Var}(K)\}|}{|\mathit{Var}(K)|} \ ; \\ ID_4(K) = \ & \min_{I \models 4(K)} ID_4(K,I) \ . \end{split}$$



$ID_4 \Rightarrow$ 部分可满足问题

自国)

研究背

一致度是

不同度量之间

不一致度量的

空现和测评

头塊种侧订

$$\begin{split} & \min_{I\models 4(K)}|\{p\mid p\in \mathit{Var}(K), +p^I=t \land -p^I=t\}| \\ = & \max_{I\models 4(K)}|\{p\mid p\in \mathit{Var}(K), (\lnot+p \lor \lnot-p)^I=t\}|. \end{split}$$

$$I \models 4(K) \Rightarrow$$
 硬约束 $max|...| \Rightarrow$ 软约束

定义

$$H_4(K) = \{4(\gamma) \mid \gamma \in K\};$$

$$S_4(K) = \{\neg + p \lor \neg - p \mid p \in Var(K)\}$$



研究背景

不一致度量

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测评

总结展望

$$\begin{split} & \min_{I\models 4(K)}|\{p\mid p\in \textit{Var}(K), +p^I=t \land -p^I=t\}| \\ &= \max_{I\models 4(K)}|\{p\mid p\in \textit{Var}(K), (\neg+p \lor \neg-p)^I=t\}|. \end{split}$$

$$I \models 4(K) \Rightarrow$$
 硬约束 $max|...| \Rightarrow$ 软约束

定义

$$H_4(K) = \{4(\gamma) \mid \gamma \in K\};$$

$$S_4(K) = \{\neg + p \lor \neg - p \mid p \in Var(K)\}.$$



$ID_4 \Rightarrow \mathsf{Partial} \mathsf{\ Max\text{-}SAT} \mathsf{\ Problem}$

当国辉

研究育京

一致度量

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测讯

总结展望

定理

例

 $\bullet \ K = \{\neg p, p \lor q, \neg q, r\}$

 $\bullet \ 4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$

 $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$

 $H_4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$

 $S_4(K) = \{\neg + p \lor \neg - p, \neg + q \lor \neg - q, \neg + r \lor \neg - q\}$

o 最优解I: $+p^{I} = t, -p^{I} = t, +q^{I} = f, -q^{I} = t, +r^{I} = t$

对应的拥有横刑: $\mathfrak{p}^I = R \mathfrak{g}^I = f$

● 利应的四值快望: $p^* = B, q^* = f, r^* = t$.

 $\bullet \ 1D_4(\mathbf{A}) = 1/5$



定理

 $+p^I=t \wedge -p^I=t\}$, m=|Var(K)|, 则 $ID_4(K)=b/m$ 。

$$H_4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$$

• 最优解
$$I$$
: $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I = f$



定理

 $+p^I = t \wedge -p^I = t\}$, m = |Var(K)|, $\square ID_4(K) = b/m$.

- $K = \{\neg p, p \lor q, \neg q, r\}$

$$H_4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$$

• 最优解
$$I$$
: $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I = f$



定理

 $+p^I = t \wedge -p^I = t\}$, m = |Var(K)|, $\square ID_4(K) = b/m$.

- $K = \{\neg p, p \lor q, \neg q, r\}$
- $4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$

$$H_4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$$

$$S_4(K) = \{ \neg + p \lor \neg - p, \neg + q \lor \neg - q, \neg + r \lor \neg - r \}$$



定理

若I 是部分可满足问题 $P_4(K)$ 的一个最优解。令 $b = |\{p \mid$ $+p^I = t \wedge -p^I = t\}$, m = |Var(K)|, $\square ID_4(K) = b/m$.

- $K = \{\neg p, p \lor q, \neg q, r\}$
- $4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$
- $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$

$$H_4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$$

$$S_4(K) = \{\neg + p \lor \neg -p, \neg +q \lor \neg -q, \neg +r \lor \neg -r\}$$

• 最优解
$$I$$
: $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I = f$



$ID_4 \Rightarrow \mathsf{Partial} \mathsf{\ Max-SAT} \mathsf{\ Problem}$

月国府

训儿日尔

一致度量

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测评

並結展组

定理

- $\bullet \ K = \{\neg p, p \lor q, \neg q, r\}$
- $4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$
- $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$

$$H_4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$$

$$S_4(K) = \{ \neg + p \lor \neg - p, \neg + q \lor \neg - q, \neg + r \lor \neg - r \}$$

- 最优解I: $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I = t, -r^I = f$.
- 对应的四值模型: $p^I = B$, $q^I = f$, $r^I = t$.
- $ID_4(K) = 1/3$



$ID_4 \Rightarrow \mathsf{Partial} \mathsf{\ Max-SAT} \mathsf{\ Problem}$

日四件

一致度量

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测记

例

定理

 $K = \{\neg p, p \lor q, \neg q, r\}$

•
$$4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$$

•
$$P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$$

$$H_4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$$

$$S_4(K) = \{\neg + p \lor \neg -p, \neg +q \lor \neg -q, \neg +r \lor \neg -r\}$$

• 最优解
$$I$$
: $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I = t, -r^I = f.$

 ΞI 是部分可满足问题 $P_4(K)$ 的一个最优解。 令 $b = |\{p \mid +p^I = t \land -p^I = t\}|$, m = |Var(K)| ,则 $ID_4(K) = b/m$ 。

• 对应的四值模型:
$$p^I = B$$
, $q^I = f$, $r^I = t$.

•
$$ID_4(K) = 1/3$$



$ID_4 \Rightarrow \mathsf{Partial} \; \mathsf{Max}\text{-}\mathsf{SAT} \; \mathsf{Problem}$

定理

若I 是部分可满足问题 $P_4(K)$ 的一个最优解。令 $b = |\{p \mid$ $+p^I = t \wedge -p^I = t\}$, m = |Var(K)|, $\square ID_4(K) = b/m$.

例

- $K = \{\neg p, p \lor q, \neg q, r\}$
- $4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$
- $P_4(K) = (H_4(K), S_4(K))$

$$H_4(K) = \{-p, +p \lor +q, -q, +r\}$$

$$S_4(K) = \{ \neg + p \lor \neg - p, \neg + q \lor \neg - q, \neg + r \lor \neg - r \}$$

- 最优解I: $+p^I = t, -p^I = t, +q^I = f, -q^I = t, +r^I =$ $t, -r^I = f.$
- 对应的四值模型: $p^{I} = B$, $q^{I} = f$, $r^{I} = t$.
- $ID_4(K) = 1/3$

Algorithm 1 $ID_4(K)$

```
1: procedure ID_4(K)
2:
    P \leftarrow \{\}
3: m \leftarrow |Var(K)|
4: for all Clause \gamma \in K do
            P.addHardClause(4(\gamma))
5:
       end for
6:
        for all Variable p \in Var(K) do
7:
            P.addSoftClause(\neg + p \lor \neg - p)
8:
       end for
9.
10:
       I \leftarrow \mathsf{PartialMaxSATSolver}(P)
    b = |\{p| + p^I = t \land -p^I = t\}|
11:
        return b/m
12:
13: end procedure
```

1 准经典语义⇒ 二值语义

$$Q(l_1 \vee \ldots \vee l_n) = \bigvee_{i=1}^n (+l_i \wedge \neg - l_i) \vee \bigwedge_{i=1}^n (+l_i \wedge - l_i)$$

- 2 用二值语义表示IDa
- 3 ID_Q ⇒ 部分可满足问题



1 准经典语义⇒ 二值语义 $Q(l_1 \vee \ldots \vee l_n) = \bigvee_{i=1}^n (+l_i \wedge \neg - l_i) \vee \bigwedge_{i=1}^n (+l_i \wedge - l_i)$

2 用二值语义表示IDa

3 ID_Q ⇒ 部分可满足问题



1 准经典语义⇒ 二值语义 $Q(l_1 \vee \ldots \vee l_n) = \bigvee_{i=1}^n (+l_i \wedge \neg - l_i) \vee \bigwedge_{i=1}^n (+l_i \wedge - l_i)$

2 用二值语义表示IDa $ID_Q(K) = \min_{I \models Q(K)} ID_Q(K, I)$.

 $3 ID_O \Rightarrow 部分可满足问题$

肖国郑

研九百京

下一致度

不同度量之[的关系

不一致度量的 计算

实现和测评

1 准经典语义 二值语义 $Q(l_1 \vee \ldots \vee l_n) = \bigvee_{i=1}^n (+l_i \wedge \neg - l_i) \vee \bigwedge_{i=1}^n (+l_i \wedge -l_i)$

2 用二值语义表示 ID_Q $ID_Q(K) = \min_{I \models Q(K)} ID_Q(K, I) .$

 $3ID_Q \Rightarrow$ 部分可满足问题 问题: $Q(l_1 \lor ... \lor l_n)$ 不能保持子句形式!

解决方法:引入新变元,变换为子句集形式

1 准经典语义⇒ 二值语义 $Q(l_1 \vee \ldots \vee l_n) = \bigvee_{i=1}^n (+l_i \wedge \neg - l_i) \vee \bigwedge_{i=1}^n (+l_i \wedge -l_i)$

2 用二值语义表示IDa $ID_Q(K) = \min_{I \models Q(K)} ID_Q(K, I)$.

3 ID_Q ⇒ 部分可满足问题 问题: $Q(l_1 \vee \ldots \vee l_n)$ 不能保持子句形式!

解决方法: 引入新变元, 变换为子句集形式

Algorithm 2 $ID_O(K)$

```
1: procedure ID_O(K)
       P \leftarrow \{\}
      m \leftarrow |Var(K)|
4:
      for all Clause \gamma = \{l_1, \ldots, l_n\} \in K do
         P.addHardClause(y_1 \lor ... \lor y_n \lor z)
5:
          for i = 1 to n do
6:
7:
               P.addHardClause(\neg y_i \lor +l_i)
               P.addHardClause(\neg y_i \lor \neg - l_i)
8:
9:
               P.addHardClause(\neg z \lor +l_i)
                P.addHardClause(\neg z \lor -l_i)
10:
11:
12:
13:
           end for
        end for
        for all p \in Var(K) do
14:
           P.addSoftClause(\neg + p \lor \neg - p)
15:
16:
        end for
       I \leftarrow \mathsf{PartialMaxSATSolver}(P)
17:
        b = |\{p \mid +p^I = t \land -p^I = t\}|
18:
        return b/m
19: end procedure
```



研究背景 不一致度量

不同度量之的关系

不一致度量| 计算

头现和测计

总结展望

数据集:

- SATLIB http://www.satlib.org
- 自动装配问题

部分极大可满足问题求解器:

- SAT4j MaxSAT
- MsUncore
- Clone



归约算法 实例 文件名 #V #C ID_4 sat4j clone msuncore muf50-0101 50 218 0.02000 0.396 0.026 1.119 uuf50-0102 50 218 0.02000 0.398 0.020 1.121 uuf50-0103 50 218 0.02000 0.450 0.044 1 142 uuf50-0104 50 218 0.02000 0.397 0.027 1.279 uuf75-011 75 325 0.01330 0.496 0.031 1.379 uuf75-012 325 0.01330 0.447 0.030 1.355 75 75 325 0.01330 0.443 0.033 1.333 uuf75-013 uuf75-014 75 325 0.01333 0.494 0.029 1.372 uuf100-0101 100 430 0.01000 0.545 0.045 1.748 uuf100-0102 100 430 0.01000 0.918 0.053 2.088 3.951 uuf100-0103 100 430 0.02000 2.592 C168 FW SZ 107 1698 5401 0.00059 0.698 0.120 * C168 FW SZ 128 1698 5422 0.00059 0.601 0.090 13.191 C168 FW SZ 41 1698 7489 0.00059 0.849 0.085 11.939

计算 $ID_4(K)$



实例				归约算法		
文件名	#V	#C	ID_Q	sat4j	msuncore	clone
uuf50-0101	50	218	1.000	0.445	*	0.428
uuf50-0102	50	218	1.000	0.444	*	0.446
uuf50-0103	50	218	1.000	0.449	*	0.246
uuf50-0104	50	218	1.000	0.494	*	0.433
uuf75-011	75	325	1.000	0.544	*	0.434
uuf75-012	75	325	1.000	0.548	*	0.435
uuf75-013	75	325	1.000	0.455	*	1.338
uuf75-014	75	325	1.000	0.646	*	0.437
uuf100-0101	100	430	1.000	0.709	*	0.478
uuf100-0102	100	430	1.000	0.803	*	0.438
uuf100-0103	100	430	1.000	0.749	*	0.445
C168_FW_SZ_107	1698	5401	0.124	9.269	*	1.487
C168_FW_SZ_128	1698	5422	0.107	9.916	*	0.792
C168_FW_SZ_41	1698	7489	0.117	13.627	*	0.738

计算ID_Q

总结和展望

肖国郑

研究背景

不一致度量

不同度量之间 的关系

不一致度量的 计算

实现和测评

总结:

- $ID_4(K) = ID_{LP_m}(K) = ID_3(K) \le ID_Q(K)$
- $ID_4 \Rightarrow$ 部分可满足问题
- $ID_Q \Rightarrow$ 部分可满足问题

展望:

- 近似计算
- 其它的归约: 对IDQ, 可使用伪布尔问题(0-1规划问题)
- 度量其它的逻辑系统: 描述逻辑和逻辑程序



当国超

一劲度是

不同度量之间的关系

不一致度量的

空取和测评

总结展望

谢谢!