

Übungsblatt 2 – Cerberus

Aufgabe 1

Im Folgenden soll das 512×512 Bild aus Abbildung 1a mithilfe der Singulärwertzerlegung

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{V}^T$$

und der Rang- k -Approximation komprimiert werden. Die Rekonstruktion und Approximation erfolgt mithilfe von

$$\tilde{\mathbf{A}} = \sum_{i=1}^k \sigma_i \vec{u}_i \vec{v}_i^T \quad \text{mit } k \leq 512.$$

$\sigma_i \hat{=}$ i-tes Diagonalelement von $\mathbf{\Sigma}$, $\vec{u}_i \hat{=}$ i-ter Spaltenvektor von \mathbf{U} , $\vec{v}_i \hat{=}$ i-ter Spaltenvektor von \mathbf{V} .

Die approximierten Bilder für $k = 10, 20, 50$ befinden sich in Abbildung 1. Die SVD

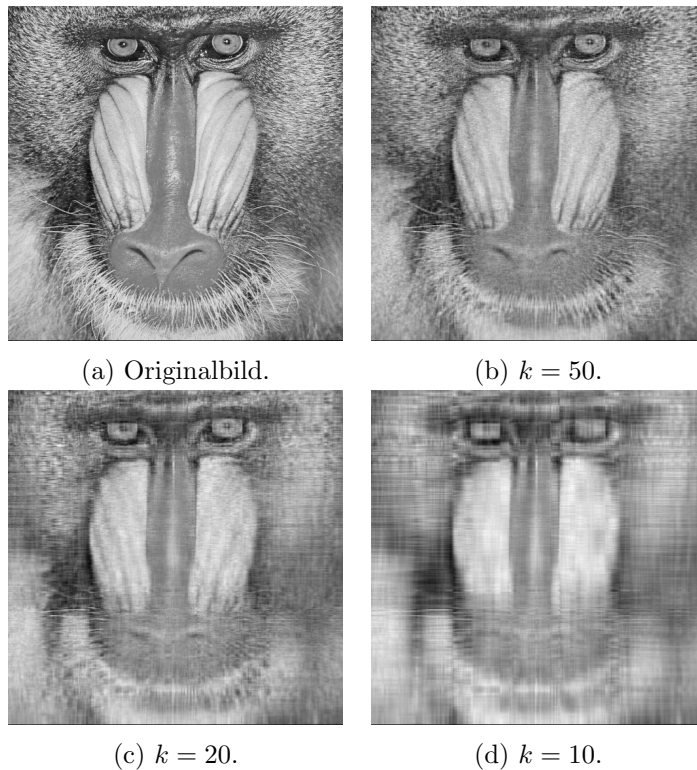


Abbildung 1: Approximation von Abbildung 1a für verschiedene k .

scheint sich gut zur Kompression zu eignen, da sich das Bild, wie in Abbildung 1b zu sehen, mit nur knapp 10 % der Singulärwerte schon sehr gut rekonstruieren lässt. Selbst bei einer so extremen Kompression wie in Abbildung 1d ist das Motiv noch ganz grob zu erkennen.

Aufgabe 2

Ein Profiler wird verwendet um die Geschwindigkeit verschiedener Abschnitte einer LU-Zerlegung zu überprüfen. Ein Timer überprüft die benötigte Zeit

1. eine $N \times N$ -Matrix M und einen N d-Vektor b mit zufälligen Einträgen zu erzeugen
2. eine LU-Zerlegung durchzuführen
3. das Problem $Mx = b$ zu lösen

Die Zeit t , die für die einzelnen Schritte benötigt wird, wird in Abhängigkeit von der Matrixgröße N doppelt-logarithmisch aufgetragen. Die LU-Zerlegung mithilfe der **eigen**-Library unterstützt Multithreading und kann somit abhängig vom verwendeten Prozessor beschleunigt werden (in diesem Fall bis zu 15%). Generell zeigt sich, dass die benötigte Zeit von der verwendeten CPU abhängt, jedoch lässt sich sowohl bei logarithmisch (2) wie auch linear (3) ansteigender Matrizengröße N ein Trend erkennen.

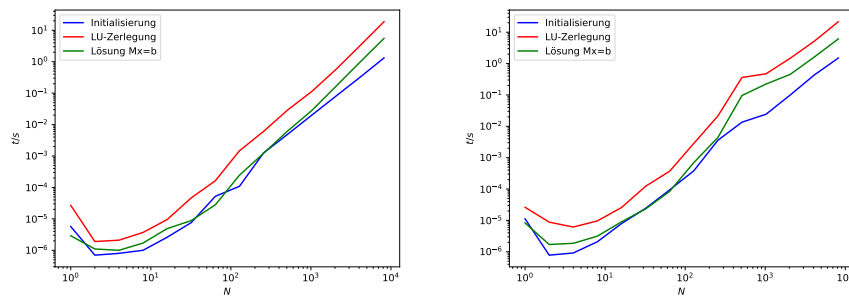
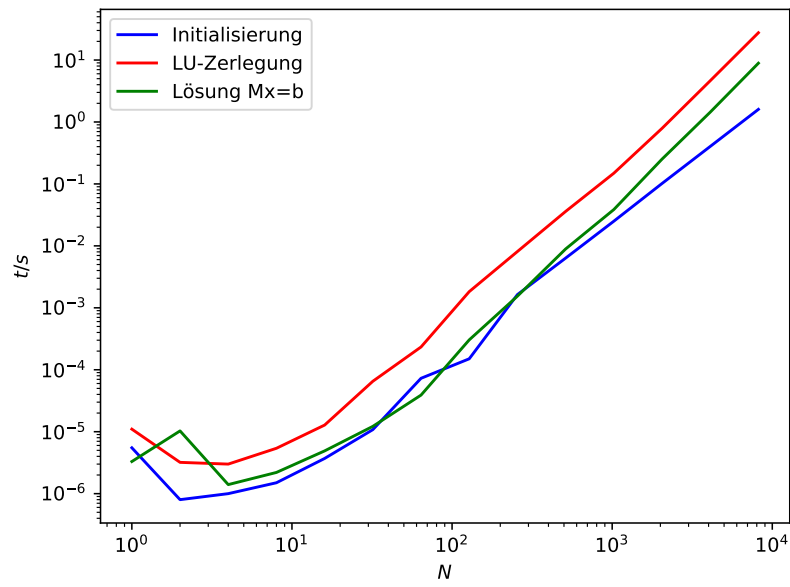


Abbildung 2: Die benötigte Zeit für Operationen bei logarithmisch ansteigendem N mit verschiedenen CPUs.

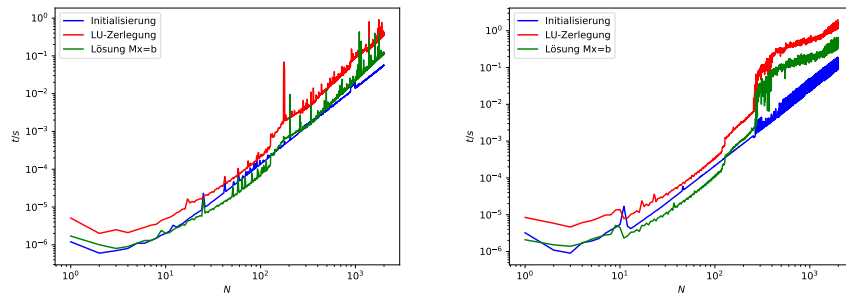
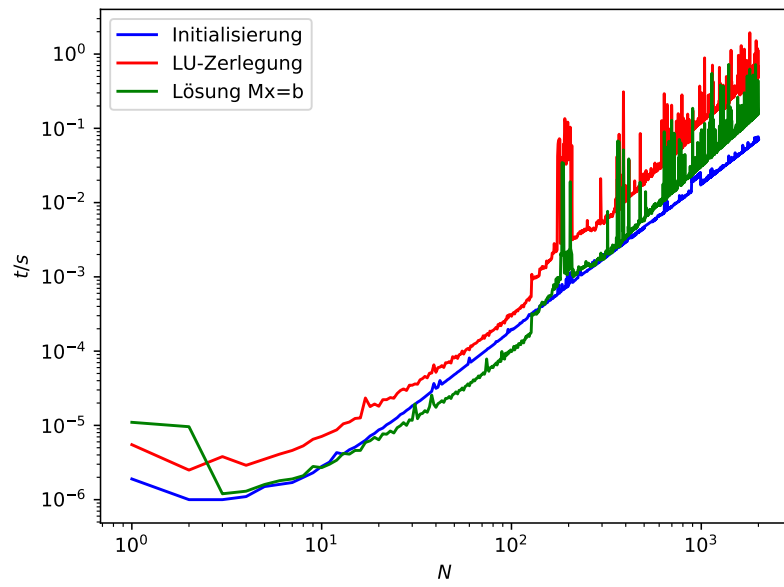


Abbildung 3: Die benötigte Zeit für Operationen bei linear ansteigendem N mit verschiedenen CPUs.