

Blatt 1 - Cerberus

Aufgabe 2

Für den Datensatz soll eine lineare Regression der Form

$$y = mx + n$$

durchgeführt werden, die den quadratischen Fehler minimiert.

Zunächst lässt sich das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ aufstellen als

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2.5 & 1 \\ -6.3 & 1 \\ 4 & 1 \\ -3.2 & 1 \\ 5.3 & 1 \\ 10.1 & 1 \\ 9.5 & 1 \\ -5.4 & 1 \\ 12.7 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4.3 \\ -3.9 \\ 6.5 \\ 0.7 \\ 8.6 \\ 13 \\ 9.9 \\ -3.6 \\ 15.1 \end{pmatrix}$$

Durch multiplizieren mit der Transponierten der Matrix A wird wandelt sich das System zu $A^T A \vec{x} = A^T \vec{b} = \vec{b}'$, mit der quadratischen Matrix

$$A^T A = \begin{pmatrix} 482.98 & 29.2 \\ 29.2 & 10 \end{pmatrix}$$

und dem neuen Ergebnisvektor

$$\vec{b}' = \begin{pmatrix} 541.22 \\ 54.6 \end{pmatrix}.$$

Eine numerische LU-Zerlegung $A^T A = PLU$ liefert die Pivotisierungs-Matrix

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

die L-Matrix

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.060458 & 1 \end{pmatrix}$$

und die U-Matrix

$$U = \begin{pmatrix} 482.98 & 29.2 \\ 0 & 8.23463 \end{pmatrix}.$$

Damit ergibt sich die Lösung für die lineare Regression zu

$$y = 0.959951 \cdot x + 2.65694.$$

In Abbildung ?? ist diese Ausgleichsgerade und die zugehörigen Daten zu sehen.

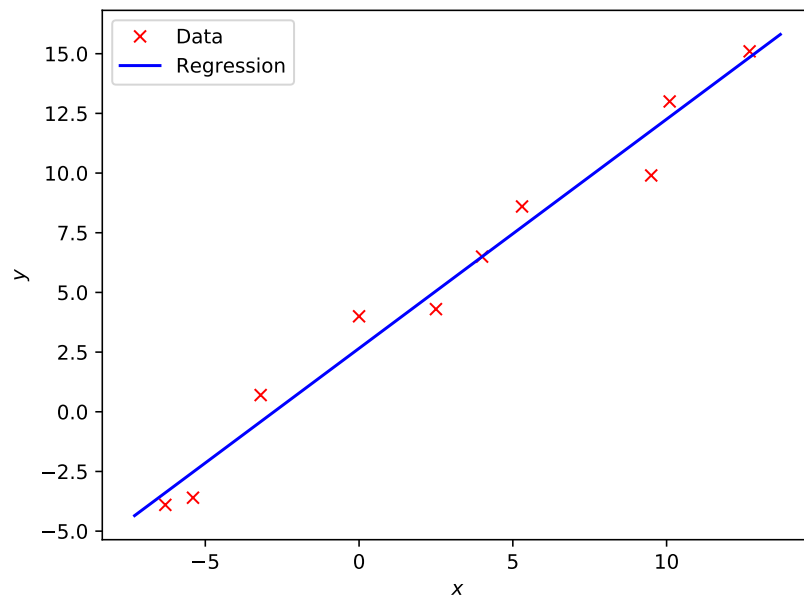


Figure 1: Lineare Regression zum Datensatz??.