Übungsblatt 2 – Cerberus

Aufgabe 1

Im Folgenden soll das 512×512 Bild aus Abbildung 1a mithilfe der Singulärwertzerlegung

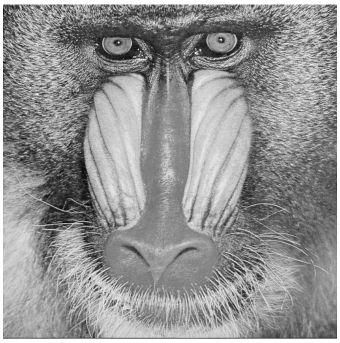
$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{V}^{\mathrm{T}}$$

und der Rang-k-Approximation komprimiert werden. Die Rekonstruktion und Approximation erfolgt mithilfe von

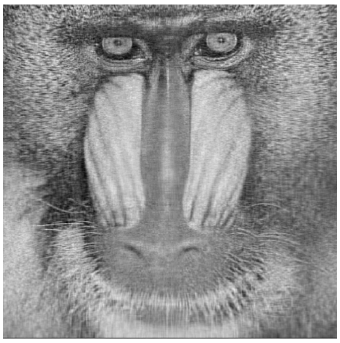
$$\tilde{\mathbf{A}} = \sum_{i=1}^{k} \sigma_i \vec{u}_i \vec{v}_i^{\mathrm{T}} \quad \text{mit } k \leq 512.$$

$\sigma_i \mathrel{\hat{=}}$ i-tes Diagonalelement von $\mathbf{\Sigma}$, $\vec{u}_i \mathrel{\hat{=}}$ i-ter Spaltenvektor von $\mathbf{U}$, $\vec{v}_i \mathrel{\hat{=}}$ i-iter Spaltenvektor von $\mathbf{V}$.

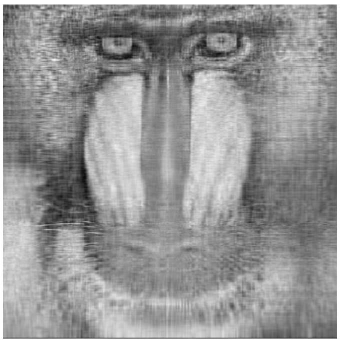
Die approximierten Bilder für $k = 10, 20, 50$ befinden sich in Abbildung 1. Die SVD



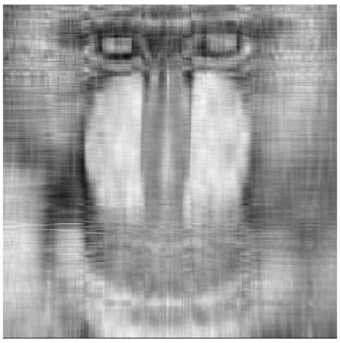
(a) Originalbild.



(b) $k = 50$.



(c) $k = 20$.



(d) $k = 10$.

Abbildung 1: Approximation von Abbildung 1a für verschiedene k.

scheint sich gut zur Kompression zu eignen, da sich das Bild, wie in Abbildung 1b zu sehen, mit nur knapp 10 % der Singulärwerte schon sehr gut rekonstruieren lässt. Selbst bei einer so extremen Kompression wie in Abbildung 1d ist das Motiv noch ganz grob zu erkennen.

Aufgabe 2

Ein Profiler wird verwendet um die Geschwindigkeit verschiedener Abschnitte einer LU-Zerlegung zu überprüfen. Ein Timer überprüft die benötigte Zeit

1. eine $N \times N$-Matrix M und einen Nd-Vektor b mit zufälligen Einträgen zu erzeugen
2. eine LU-Zerlegung durchzuführen
3. das Problem $Mx = b$ zu lösen

Die Zeit, die für die einzelnen Schritte benötigt wird, wird in Abhängigkeit von der Matrixgröße N doppelt-logarithmisch aufgetragen.