Übungsblatt 4 – Cerberus

Aufgabe 1

a)

Die Differentialgleichung (DGL)

$$\ddot{x} + \alpha\dot{x} + x = 0 \tag{1}$$

beschreibt einen harmonischen Oszillator mit Dämpfung α. Gelöst wird die DGL über den Ansatz

$$x(t) = e^{\lambda t} \tag{2}$$

und führt zur Lösung

$$x(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} \tag{3}$$

mit

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\alpha}{2} \pm \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} - 1}. \tag{4}$$

Es ergeben sich folgende Fälle:

1. $\alpha = 0$: Harmonischer Oszialltor (Abbildung 1).
2. $\frac{\alpha^2}{4} > \omega^2 = 1$: Kriechfall (Abbildung 3).
3. $\frac{\alpha^2}{4} = \omega^2 = 1$: Aperiodischer Grenzfall (Abbildung 2).
4. $\frac{\alpha^2}{4} < \omega^2 = 1$: Gedämpfte Schwingung (Abbildung 4).

Zur Darstellung des Oszillationsverhaltens wurden dabei 3D-Scatter-Plots gewählt.

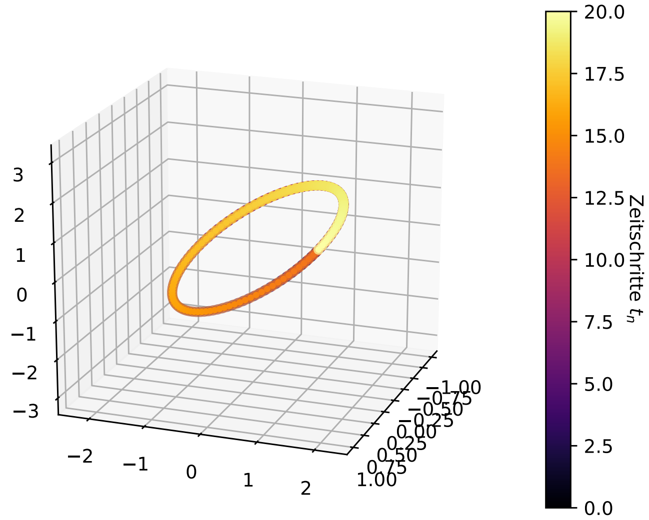

Abbildung 1: Trajektorie eines Harmonischen Oszilators ($\alpha = 0$).

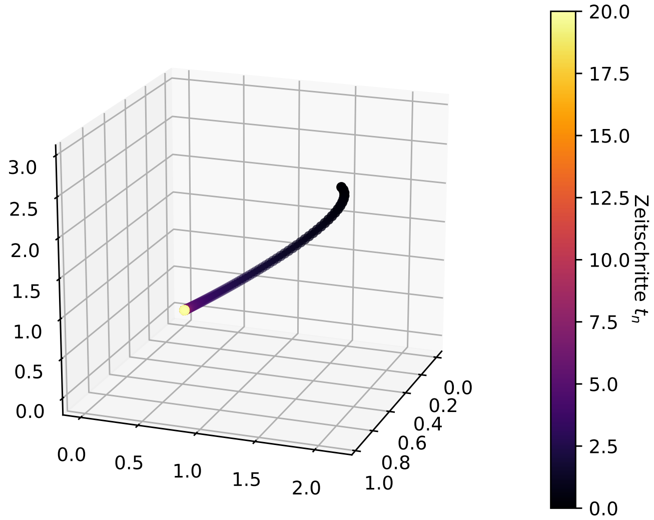

Abbildung 2: Trajektorie den aperiodischen Grenzfall für $\alpha = 2$.

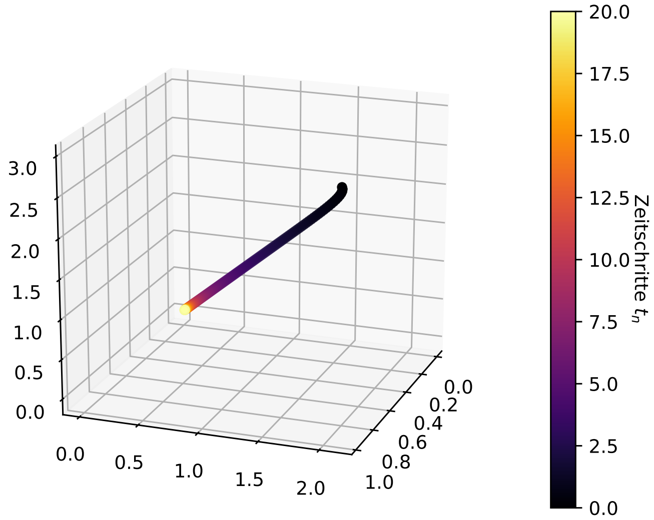

Abbildung 3: Trajektorie den Kriechfall für $\alpha = 4$.

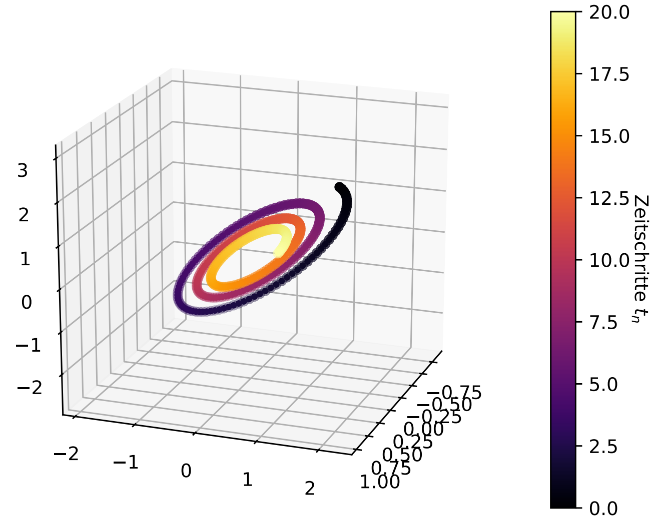

Abbildung 4: Trajektorie die gedämpfte Schwingung $\alpha = 0.1$.

b)

Die Gesamtenergie $E_{Ges} = E_{kin} + E_{pot}$ ist für einen harmoschen Oszialltor erhalten. Da wir hier jedoch einen Oszialltor mit Dämpfung betrachten, geht durch die Dämpfung imemr ein Teil der Gesamtenergie verloren. In Abbildung 5 ist die Gesamtenergie pro Zeit dargestellt.

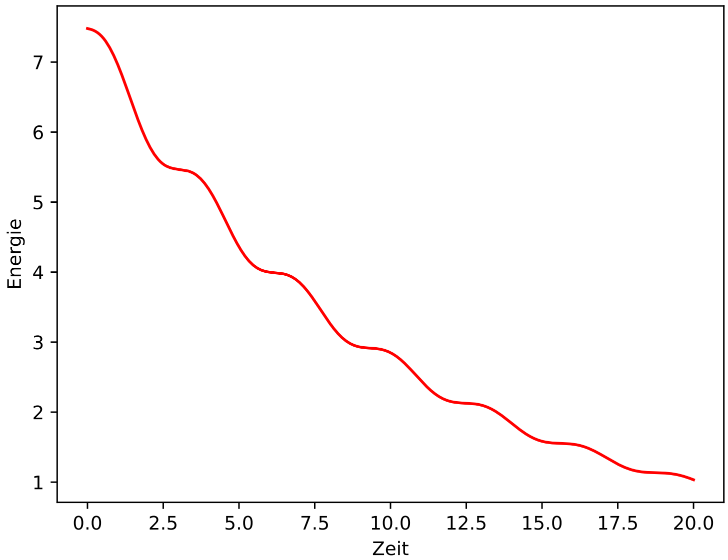

Abbildung 5: Verlauf der Gesamtenergie für ein harmonisches Potential.