

V408

Geometrische Optik

Lukas Rolf

lukas.rolf@tu-dortmund.de

Yannik Brune

yannik.brune@tu-dortmund.de

Durchführung: 04.07.2017

Abgabe: 11.07.2017

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Aufbau	6
4 Durchführung	6
5 Auswertung	7
5.1 Überprüfung der pyhsikalischen Gesetze der geometrischen Optik	7
5.2 Bestimmung der Brennweite einer Wasserlinse bei festem Wasserdruck . .	9
5.3 Bestimmung der Brennweite nach Bessel	10
5.4 Betrachtung der Effekte aufgrund von chromatischen Abberation	10
5.5 Brennweitenbestimmung eines Linsensystems mit der Methode nach Abbe	12
6 Diskussion	12
Literatur	14

1 Zielsetzung

Es sollen Linsensysteme untersucht werden. Es soll insbesondere die Linsengleichung und das Abbildungsgesetz verifiziert, als auch die Brennweite von Linsensysteme bestimmt werden.

2 Theorie

Geometrische Optik bezeichnet ein Teilgebiet der Physik, in welchem die Ausbreitung des Lichtes durch Strahlen beschrieben wird. Diese werden beim Übergang zwischen zwei Medien mit verschiedenen Brechungsindizes nach dem Brechungsgesetz gebrochen. In der geometrischen Optik werden Linsen verwendet. Es wird zwischen Sammellinsen und Zerstreuungslinsen unterschieden. Eine Sammellinse bündelt einfallende parallel zur optischen Achse verlaufende Lichtstrahlen in einem Punkt, dem Brennpunkt in der Brennweite f . Bei der Zerstreuungslinse werden die parallelen Lichtstrahlen gestreut, sodass die Verlängerungen der gestreuten Strahlen sich vor der Linse in einem Punkt kreuzten. Die Brennweite ist somit negativ. Ist die Linse sehr dünn, sodass die Brechung annähernd in einer Mittelebene stattfindet, wird von einer dünnen Linse ansonsten von einer dicken Linse gesprochen. Eine dicke Linse kann angenähert werden, indem die Mittelebene durch zwei Hauptebenen ersetzt wird, an welchen die Strahlen gebrochen werden. Um das Bild eines Gegenstandes zu konstruieren werden meistens drei Strahlen betrachtet. Der Parallelstrahl P verläuft vom Gegenstand aus parallel zur optischen Achse und wird anschließend an der Linse entsprechend gebrochen. Der Mittelpunktstrahl M geht durch die Mitte der Linse, ohne dass sich die Richtung des Strahles außerhalb der Linse ändert. Der Brennpunktstrahl B geht durch den Brennpunkt vor der Linse und wird an der Linse gebrochen, sodass er anschließend parallel zur optischen Achse verläuft. Dort, wo sich die (verlängerten) Strahlen schneiden wird der Punkt, von welchem die drei Strahlen am Gegenstand ausgingen scharf abgebildet. Alle Punkte zusammen ergeben ein Bild, welches reelles Bild genannt wird, falls die Strahlen zur Konstruktion nicht verlängert werden müssen ansonsten virtuelles Bild. Die Konstruktion des Bildes ist in den Abbildungen 1, 2 und 3 für eine dünne Sammellinse, eine dünne Zerstreuungslinse und eine dicke Sammellinse dargestellt. Das Verhältnis der Bildgröße B zur Gegenstandsgröße G heißt Abbildungsmaßstab V und es folgt aus den Konstruktionsregeln

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}, \quad (1)$$

wobei b der Abstand des Bildes und g der Abstand des Gegenstandes zur nächsten Mittelebene bzw. Hauptebene ist. Für dünne Linsen folgt auch die Linsengleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \quad (2)$$

Nun gibt es allerdings Effekte, welche die tatsächlichen Verläufe von den theoretischen abweichen lassen. So gilt stellt die Brechung ein der Mittelebene bzw. Hauptebene

Abbildung 1: Die schematische Darstellung der Strahlenverläufe bei einer dünnen Sammellinse [1].

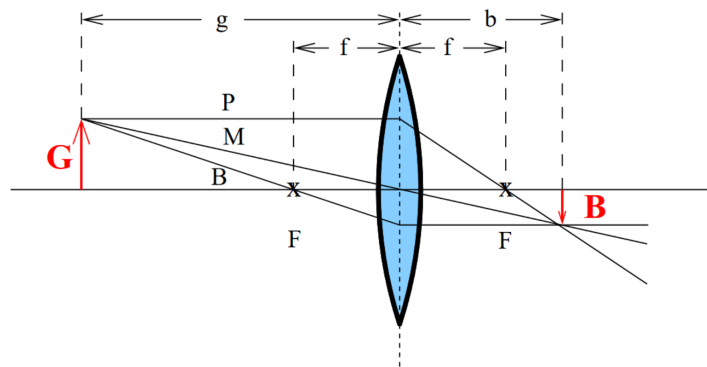


Abbildung 2: Die schematische Darstellung der Strahlenverläufe bei einer dünnen Zerstreuungslinse [1].

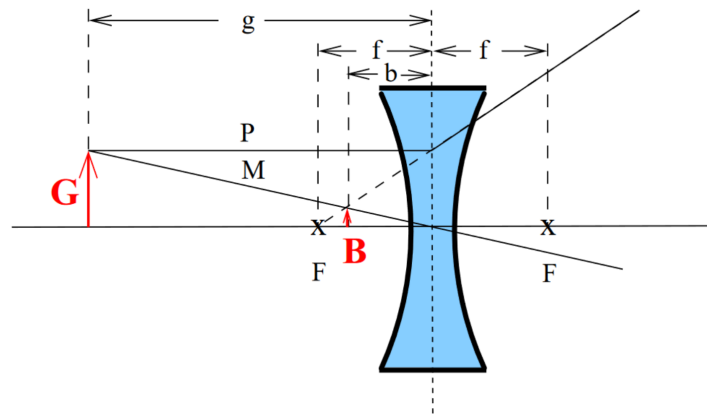
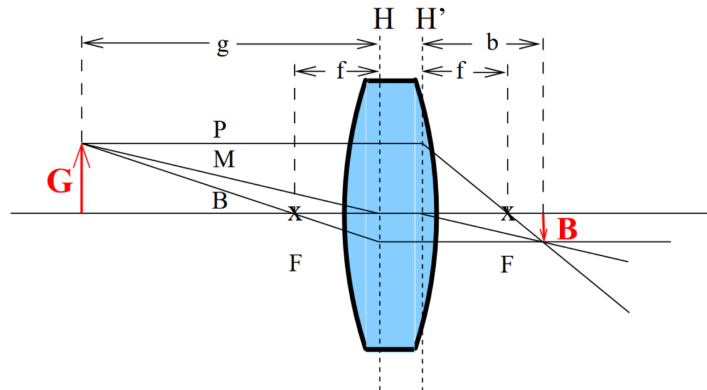


Abbildung 3: Die schematische Darstellung der Strahlenverläufe bei einer dicken Sammellinse [1].



eine Näherung für achsennahe Strahlen dar. Bei der sphärischen Aberration werden die achsennahen Strahlen weniger stark gebrochen als die achsenfernen, sodass die Brennweite für achsenferne Strahlen geringer ist als für achsennahe. Zudem tritt bei Licht mit unterschiedlichen Wellenlängen auch chromatische Abberation auf, wenn das Licht mit unterschiedlichen Wellenlängen verschieden stark gebrochen wird und somit sich die Brennweite Abhängig von der Wellenlänge des Lichtes ändert. Diese Effekte führen dazu, dass sich das Bild nicht vollkommen scharf stellen lässt.

Um die Brennweite einer Linse experimentell zu bestimmen gibt es mehrere Möglichkeiten. Eine ist die Methode nach Bessel. Hierbei wird der Abstand zwischen Gegenstand und Bild konstant gehalten und die zwei Positionen der Linse gesucht. Durch Einsetzen von der Beziehungen $e = g_1 + b_1 = g_2 + b_2$ und $d = g_1 - b_1 = g_2 - b_2$ in die Linsengleichung (2) ergibt sich

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e}. \quad (3)$$

Um die Brennweite eines Linsensystems oder einer dicken Linse und die Lage deren Hauptebenen zu bestimmen, kann die Methode von Abbe verwendet werden. Hierbei wird Referenzpunkt A gewählt, welcher sich immer im selben Abstand zum Linsensystem befindet. Zu diesem wird der Abstand vom Gegenstand g' und vom Bild b' gemessen. Aus der Linsengleichung (2) und dem Abbildungsmaßstab V folgt mit den Abständen h bzw. h' der Hauptebenen zu dem Referenzpunkt

$$g' = g + h = f \cdot \left(1 + \frac{1}{V}\right) + h \quad (4)$$

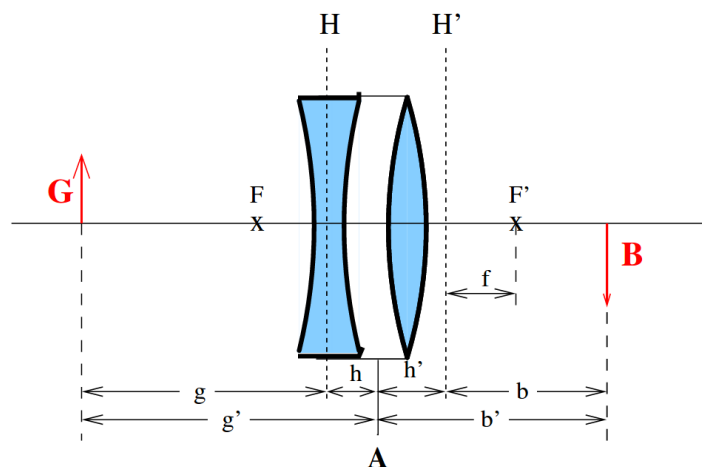
und

$$b' = b + h' = f \cdot (1 + V) + h'. \quad (5)$$

Da f , h und h' konstant sind kann z.B durch eine Ausgleichsrechnung die Steigung der Geraden bezüglich $1 + 1/V$ bzw. $1 + V$ bestimmt werden, welche der gesuchten Brennweite entspricht. Der Achsenabschnitt entspricht dann h bzw. h' . Für die theoretische Brennweite zweier Linsen im Abstand von d gilt:

$$\frac{1}{f_{\text{theo}}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad (6)$$

Abbildung 4: Die exemplarische Darstellung eines Linsensystems das mit der Methode nach Abbe vermessen werden soll mit eingezeichneten relevanten Größen [1].



3 Aufbau

Die Versuchsanordnung besteht aus einer optischen Bank, auf welcher eine Halogenlampe als Lichtquelle, ein Gegenstand, das zu untersuchende Linsensystem und ein Schirm auf verschiebbaren Reitern befestigt sind.

4 Durchführung

Die Halogenlampe, der Gegenstand, eine Sammellinse mit bekannter Brennweite ($f = 100$) und der Schirm werden in dieser Reihenfolge auf der optischen Bank angeordnet. Der Schirm wird nun verschoben, bis das Bild des Gegenstandes möglichst scharf auf dem Schirm abgebildet wird. Es wird der Abstand des Gegenstandes zur Linse und der Abstand zwischen Linse und Schirm notiert. Diese Messung wird für 10 verschiedene Abstände zwischen Gegenstand und Linse durchgeführt, dabei wird 5 Mal auch die Größe des Bildes notiert.

Anschließend wird diese Messreihe noch einmal mit einer mit Wasser gefüllten Linse unbekannter Brennweite durchgeführt (die Größe des Bildes wird hier nicht gemessen).

Nun soll die Brennweite nach der Methode von Bessel bestimmt werden. Hierzu wird der selbe Aufbau wie bei der ersten Messung verwendet, wobei nun jedoch nicht das Bild durch verschieben des Schirmes für verschiedene Abstände zwischen Gegenstand und Linse scharfgestellt wird, sondern der Abstand zwischen Gegenstand und Schirm jeweils gleich bleibt und nur die Linse verschoben wird. Es gibt für jeden Abstand zwischen Gegenstand und Schirm zwei Positionen der Linse, an welchen das Bild scharf wird. Diese Positionen, sowie der Abstand zwischen Gegenstand und Schirm werden jeweils notiert. Diese Messungen werden für 10 verschiedene Abstände zwischen Gegenstand

und Schirm durchgeführt. Es sollte darauf geachtet werden, dass der Abstand zwischen Gegenstand und Schirm mindestens vier mal so groß ist, wie die Brennweite der Linse. Diese Messreihe wird mit jeweils 5 verschiedenen Abständen zwischen Gegenstand und Schirm mit blauen bzw. roten Licht wiederholt. Das blaue bzw. rote Licht wird durch einen blauen bzw. roten Filter vor dem Gegenstand erreicht.

Zum Schluss soll die Brennweite und die Lage der Hauptebenen eines Linsensystems nach der Methode von Abbe bestimmt werden. Dafür wird erste Messreihe durchgeführt, diesmal jedoch mit einer Zersreuungslinse mit bekannter Brennweite ($f = -100$) in festem Abstand vor der Sammellinse. Zudem wird jedes mal die Größe des Bildes notiert.

5 Auswertung

Die Graphen wurden sowohl mit Matplotlib [2] als auch NumPy [4] erstellt. Die Fehlerrechnung wurde mithilfe von Uncertainties [3] durchgeführt. Die Größe des betrachteten Gegenstandes beträgt 2,8 cm.

5.1 Überprüfung der physikalischen Gesetze der geometrischen Optik

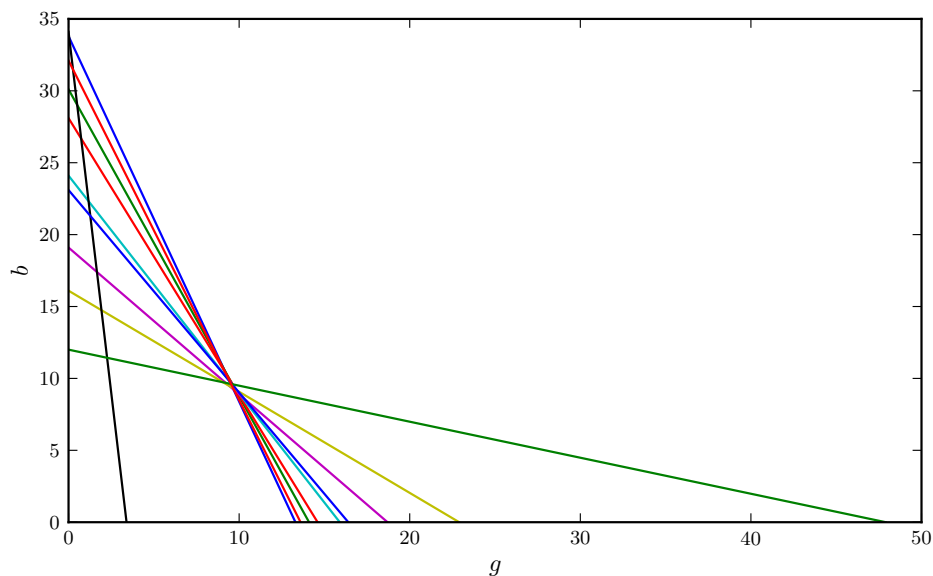


Abbildung 5: Darstellung von Gegenstandsweite und Brennweite der Sammellinse mit $f = 10$ cm

Zunächst wird die Wirksamkeit der Formeln (2) und (1) überprüft. Mit den Daten aus Tabelle 1 ergibt sich der Graph in Abb. 5. Nach Formel (2) folgen die Brennweiten in Tabelle 1, welche einen Mittelwert von $(9,55 \pm 0,02)$ cm liefern. Der siebte Wert wurde aufgrund zu hoher Abweichungen bei der Mittelwertbildung nicht berücksichtigt. Im Vergleich mit dem Graphen erscheint der aus der Linsenformel berechnete Wert realistisch. Ein Vergleich mit dem Theoriewert von $f = 10$ cm zeigt jedoch Abweichungen von ca.

Tabelle 1: Die gemessenen Daten der Sammellinse mit $f = 10$ cm

b/cm	b/cm	B/cm	f_{100}/cm
33,8	13,3	1,3	9,5
30,1	14,1	1,5	9,6
28,1	14,6	1,6	9,6
24,1	15,9	2,0	9,6
19,1	18,7	3,9	9,4
16,1	22,9	5,1	9,5
34,1	3,4	-	3,1
23,1	16,4	-	9,6
12,0	47,9	-	9,6
32,1	13,6	-	9,6

Tabelle 2: Die experimentellen Verhältnisse

b/g	B/G
0,39	0,46
0,47	0,54
0,52	0,57
0,66	0,71
0,98	1,39
1,42	1,82

5 %. Für die Formel (1) ergeben sich die experimentellen Werte in Tabelle 2. Diese liefern für $\frac{b}{g}$ den Mittelwert $0,7 \pm 0,2$, für $\frac{B}{G}$ den Mittelwert $0,9 \pm 0,2$.

5.2 Bestimmung der Brennweite einer Wasserlinse bei festem Wasserdruck

Tabelle 3: Die gemessenen Daten der Wasserlinse

b/cm	b/cm	$f_{\text{Wasser}}/\text{cm}$
34,1	11,3	8,5
26,6	12,5	8,5
22,1	14,0	8,6
19,1	15,5	8,6
16,7	16,9	8,4
34,6	11,2	8,5
32,1	11,4	8,4
28,1	12,2	8,5
12,7	24,5	8,4
9,8	50,9	8,2

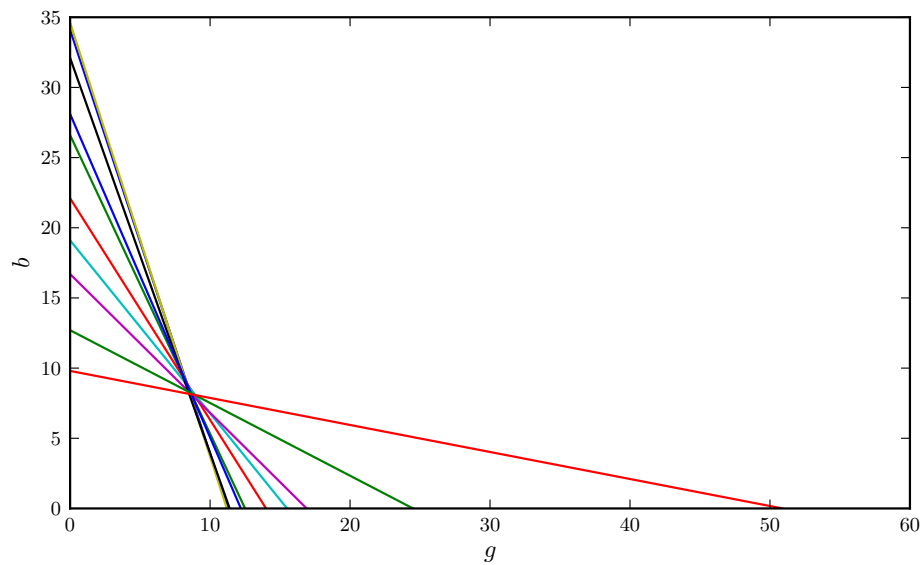


Abbildung 6: Darstellung der Brennweite der Sammellinse mit unbekannter Brennweite.

Nun wird die Brennweite einer unbekannten Linse bestimmt. Mit den bestimmten Werten in Tabelle 3 folgt der Graph in Abb. 6. Nach Formel (2) ergeben sich zudem die Brennweiten in Tabelle 3. Damit ergibt sich eine mittlere Brennweite von $(8,45 \pm 0,02) \text{ cm}$.

5.3 Bestimmung der Brennweite nach Bessel

Tabelle 4: Die gemessenen Daten zur Bestimmung der Brennweite nach Bessel

e/cm	g_1/cm	g_2/cm	d/cm
114,00	10,20	103,20	93,00
99,70	10,80	88,70	77,90
93,20	10,80	82,10	71,30
89,00	11,00	77,80	66,80
74,60	11,40	63,00	51,60
65,90	11,70	54,10	42,40
57,60	12,30	45,20	32,90
52,30	12,60	39,40	26,80
46,00	14,00	32,00	18,00
44,00	14,20	29,70	15,50

Als nächstes wird die Brennweite über die Methode nach Bessel bestimmt. Mit den Messungen ergeben sich die Daten in Tabelle 4. Mithilfe von Formel von (3) folgen zusätzlich die zugehörigen Brennweiten. Diese liefern eine mittlere Brennweite von $(9,67 \pm 0,02)$ cm. Das Ergebnis dieser Methode liegt damit näher am Theoriewert von $f = 10$ cm, als die nach Formel (2) berechnete.

5.4 Betrachtung der Effekte aufgrund von chromatischen Abberation

Tabelle 5: Die gemessenen Daten zur Bestimmung der chromatischen Abberation unter rotem und blauem Licht.

e/cm	$g_{\text{rot},1}/\text{cm}$	$g_{\text{rot},2}/\text{cm}$	d_{rot}/cm	$g_{\text{blau},1}/\text{cm}$	$g_{\text{blau},2}/\text{cm}$	$d_{\text{blau}}/\text{cm}$
81,90	11,40	70,40	59,00	11,20	70,50	59,30
76,90	11,50	65,30	53,80	11,50	65,50	54,00
71,90	11,80	60,10	48,30	11,80	60,10	48,30
66,90	12,10	55,00	42,90	12,00	55,00	43,00
61,90	12,30	49,60	37,30	12,20	49,80	37,60

Die Methode nach Bessel wird nun nochmals jeweils für blaues und rotes Licht wiederholt. Mit den gemessenen Daten ergeben sich die Brennweiten in Tabelle 5. Daraus folgt für das rote Licht eine mittlere Brennweite von $(9,85 \pm 0,01)$ cm, für das blaue hingegen eine von $(9,78 \pm 0,02)$ cm. Dies lässt darauf schließen, dass die Brennweite bei rotem Licht größer ausfällt als bei blauem.

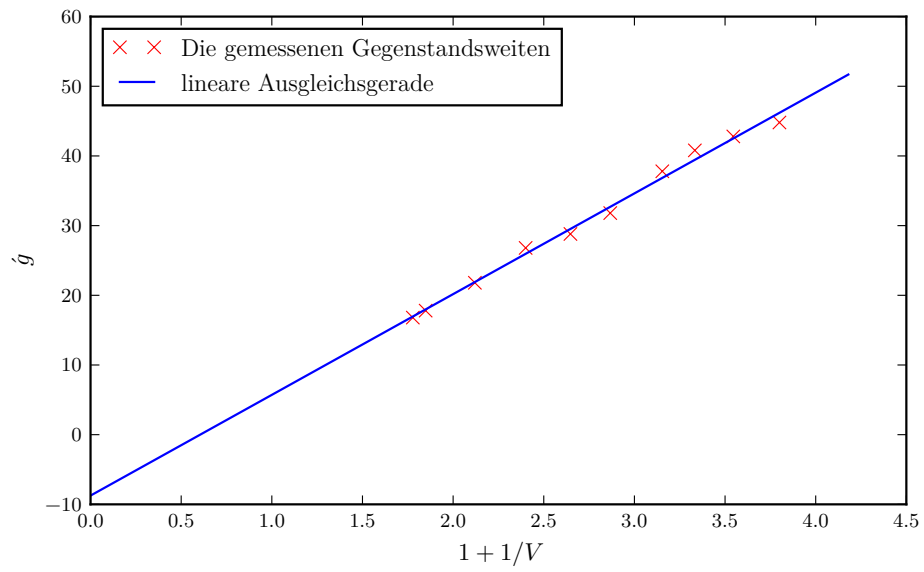


Abbildung 7: Die Gegenstandsweite aufgetragen gegen $1 + \frac{1}{V}$.

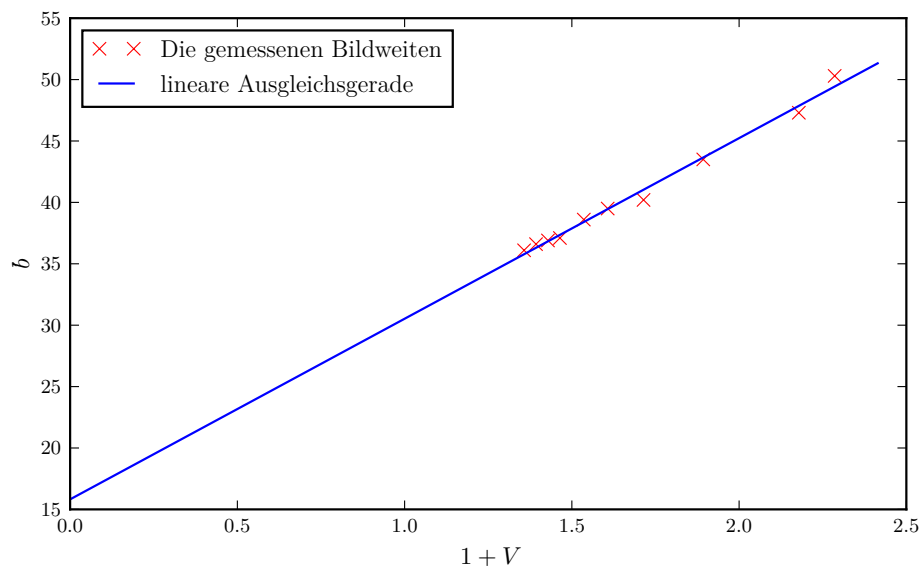


Abbildung 8: Die Bildweite aufgetragen gegen $1 + V$.

Tabelle 6: Die gemessenen Daten zur Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems.

g/cm	b/cm	B/cm	V
16,8	50,3	1,3	0,5
17,8	47,3	1,2	0,4
21,8	43,5	0,9	0,3
26,8	40,2	0,7	0,3
28,8	39,5	0,6	0,2
31,8	38,6	0,5	0,2
37,8	37,1	0,5	0,2
40,8	36,9	0,4	0,2
42,8	36,6	0,4	0,1
44,8	36,1	0,4	0,1

5.5 Brennweitenbestimmung eines Linsensystems mit der Methode nach Abbe

Zur Bestimmung der Brennweite eines Linsensystems wird nun die Methode nach Abbe verwendet. Da die benötigten Hauptebenen nicht bekannt sind, wird zur Bestimmung von Bildweite und Gegenstandsweite ein Punkt A gewählt. Dieser wurde auf der Mitte der Zerstreuungslinse festgesetzt. Damit ergeben sich die Weiten in Tabelle 6. Mit den Formeln (4) und (5) folgen die Graphen in Abb. 7 und 8. Mithilfe einer linearen Ausgleichsrechnung ergibt sich aus den Gegenstandsweiten eine Brennweite von $(14,5 \pm 0,4)$ cm, aus den Bildweiten eine Brennweite von $(14,7 \pm 0,5)$ cm. Gemittelt folgt eine Brennweite von $(14,6 \pm 0,3)$ cm. Mit Formel (6) lässt sich die theoretische Brennweite des Linsensystems ermitteln. Bei einer Brennweite der Zerstreuungslinse von $f_Z = -10$ cm, einer von $f_S = 10$ cm bei der Sammellinse sowie einem Linsenabstand von 6 cm liefert sie eine theoretische Gesamtbrennweite von 16,7 cm. Im Vergleich liegt der experimentelle Wert damit um $(2,1 \pm 0,3)$ cm oder (12 ± 2) % neben dem Theoriewert. Die Gründe hierfür müssen in der Diskussion geklärt werden. Die Hauptachsen lassen sich aus den Y-Abschnitten der Graphen bestimmen. Für die Hauptachse der Zerstreuungslinse ergibt sich ein Abstand zum gewählten Punkt A von (-8 ± 1) cm, für die der Sammellinse einer von $(15,8 \pm 0,9)$ cm. Auch diese Ergebnisse müssen in der Diskussion erörtert werden.

6 Diskussion

Die Auswertung hat einige Ergebnisse gebracht, welche nun noch zu diskutieren sind. Die Bestimmung der Brennweite der ersten Linse zeigt Abweichungen von ca. 5 % bezüglich des Theoriewertes von $f = 10$ cm. Die Graphen zeigen eine ähnliche Abweichung. Ursache hierfür sind wahrscheinlich Messungenauigkeiten während des Messvorgangs, da sich das Bild insbesondere für größere Bildweiten nicht eindeutig scharf stellen lies. Da versucht wurde immer dieselbe Stelle scharf zu stellen, wird dies die Werte systematisch verändert haben. Die Auswirkungen dieses Messfehlers zeigen sich auch beim Vergleich der Verhält-

nisse von B/G und b/g , welche teilweise fast 50 % voneinander abweichen. Des Weiteren können die Werte zusätzlich durch eine leichte Neigung der Halogenleuchte verfälscht worden sein, da die überprüften Formeln nur für kleine Winkel gelten. Die Brennweitenbestimmung der Wasserlinse liefert einen Wert von $(8,45 \pm 0,02)$ cm. Im Vergleich mit dem zugehörigen Graphen in Abb. 6 erscheint dieses Ergebnis realistisch. Die bestimmte experimentelle Brennweite mit der Besselmethode von $(9,67 \pm 0,02)$ cm zeigt eine kleinere Abweichung bezüglich des Theoriewertes, als die mit der Linsengleichung bestimmte Brennweite von $(9,55 \pm 0,02)$ cm. Es ist jedoch nicht erkennbar, ob dies an einer besseren Fehlertoleranz der Formel liegt oder ob die neuen Messwerte besser bestimmt worden sind. Der Effekt der chromatische Abberation zeigt sich in den bestimmten Brennweiten in Form eines Unterschiedes von ca. 7 mm. Es ist jedoch davon auszugehen, dass die Hauptgründe hierfür nicht in der chromatischen Abberation liegen, sondern eher in der mangelnden Messgenauigkeit und in der sphärischen Abberation. Letztere wird durch die bereits genannte Neigung der Leuchte noch verstärkt. Auch die Brennweitenbestimmung mit der Methode nach Abbe zeigt einige Abweichungen. Da der Messvorgang analog zur ersten Messung verläuft, sind die gleichen Fehlerquellen für die Messung anzunehmen. Dementsprechend fällt Brennweite systematisch zu gering aus. Dies lässt sich jedoch auf die Messungenauigkeit zurückführen. Da die Messpunkte nicht in Nähe der Y-Achsen liegen, wirkt sich dies noch stärker auf die bestimmte Lage der Hauptebenen aus.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V408 Geometrische Optik*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V408.pdf> (besucht am 04.07.2017).
- [2] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 09.12.2016).
- [4] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 09.12.2016).