

V206

Die Wärmepumpe

Lukas Rolf

lukas.rolf@tu-dortmund.de

Yannik Brune

yannik.brune@tu-dortmund.de

Durchführung: 24.01.2017

Abgabe: 31.01.2017

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Funktionsweise einer Wärmepumpe	3
2.2 Die Güteziffer	4
2.3 Der Massendurchsatz	5
2.4 Die mechanische Kompressorleistung	5
3 Aufbau	5
4 Durchführung	7
5 Auswertung	7
5.1 Approximation der Temperaturverläufe mithilfe quadratischer Polynome .	9
5.2 Approximationsparameter der zeitlichen Differenzenquotienten	11
5.3 Bestimmung der realen Güte und Vergleich mit der idealen Güte	11
5.4 Bestimmung des Massendurchsatzes	11
5.5 Bestimmung der Leistung mithilfe des Massendurchsatzes	12
6 Diskussion	13
Literatur	14

1 Zielsetzung

Eine Wärmepumpe wird auf ihre technischen Daten hin untersucht. Insbesondere wird die Gütezahl, der Massendurchsatz und der Wirkungsgrad des Kompressors bestimmt.

2 Theorie

In einem geschlossenen System mit zwei Wärmereservoirien unterschiedlicher Temperatur geht Wärmeenergie immer vom wärmeren zum kälteren Reservoir über, bis ein Temperaturausgleich zwischen beiden erfolgt ist. Um den Prozess umzukehren wird zusätzliche Energie benötigt. Ein Gerät, welches dies leistet, heißt Wärmepumpe.

2.1 Funktionsweise einer Wärmepumpe

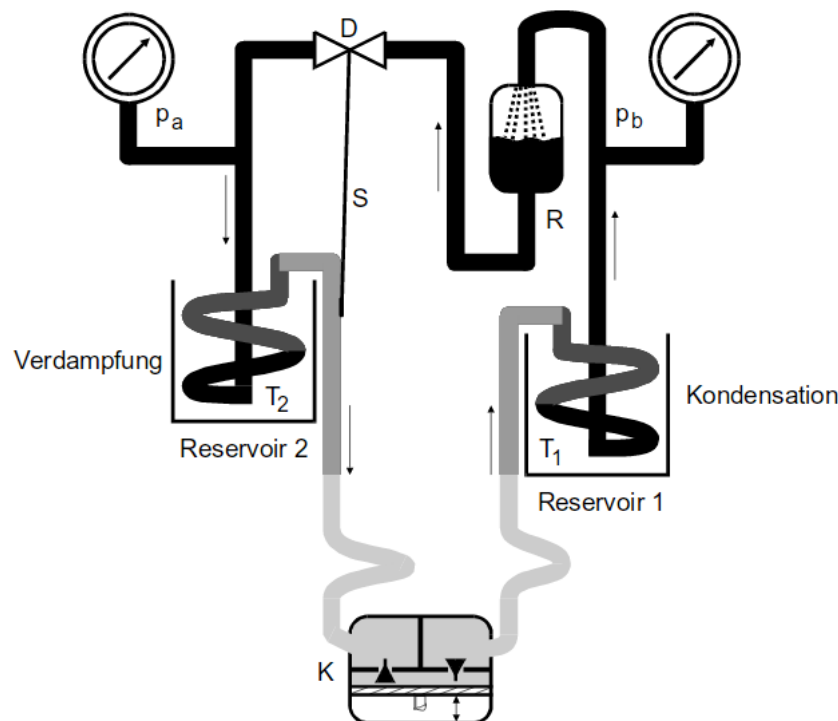


Abbildung 1: Darstellung einer Wärmepumpe [1].

In Abbildung 1 ist eine Wärmepumpe schematisch dargestellt. Zum Wärmetransport wird ein reales Gas verwendet, welches verdampft, wenn es die Verdampfungswärme L pro Gramm im Reservoir 2 aufnimmt. Im Kompressor wird es dann nahezu adiabatisch komprimiert, sodass sich der Druck von p_a auf p_b erhöht und die Temperatur stark steigt. In Reservoir 1 verflüssigt sich das Gas aufgrund des größeren Druckes wieder, wobei es die Kondensationswärme L pro Gramm wieder abgibt. Zuletzt durchströmt das flüssige Gas

das Drosselventil D , wobei der Druck von p_b wieder auf p_a abfällt. Danach wiederholt sich der gesamte Prozess. Damit keine Gasblasen durch das Drosselventil D gelangen, wird das flüssige Gas von den Gasbläschen in R getrennt. Es muss zusätzlich noch der Massenstrom durch eine Steuervorrichtung S am Drosselventil D reguliert werden, damit keine Flüssigkeit in den Kompressor gelangt.

2.2 Die Güteziffer

Für eine solche Wärmepumpe gilt nach dem 1. Hauptsatz der Wärmelehre die Bedingung

$$Q_1 = Q_2 + A, \quad (1)$$

mit der an das wärmere Reservoir abgegebene Energie Q_1 , der dem kälteren Reservoir entnommenen Energie Q_2 und der zusätzlich benötigten Arbeit A . Mithilfe dieses Zusammenhangs folgt die Güteziffer

$$v = \frac{Q_1}{A}. \quad (2)$$

Da es sich im Idealfall um einen reversiblen Prozess handelt, folgt nach dem zweitem Hauptsatz für eine idealisierte Wärmepumpe

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (3)$$

Damit folgt für die maximal erreichbare Güte

$$v = \frac{T_1}{T_1 - T_2}, \quad (4)$$

mit den Temperaturen T_1 für das wärmere und T_2 für das kältere Reservoir. Da im realistischen Fall der Prozess nicht irreversibel ist, ist der Gütefaktor einer realen Wärmepumpe geringer.

Im folgendem wird die Güteziffer v , der in der späteren Messung verwendeten Wärmepumpe, die in Abbildung 2 dargestellt ist, betrachtet.

Für die momentane im Reservoir 1 pro Zeiteinheit zugeführte Wärmemenge gilt, mit der Wärmekapazität des Wassers $m_1 c_w$ und des Kupferrohrs und Eimers $m_k c_k$

$$\frac{dQ_1}{dt} = (m_1 c_w + m_k c_k) \frac{dT_1}{dt}. \quad (5)$$

Es folgt die Beziehung

$$v = \frac{dQ_1}{dA} = \frac{dT_1}{dN_{\text{mech}}}, \quad (6)$$

wobei N_{mech} die momentane mechanische Kompressorleistung ist.

2.3 Der Massendurchsatz

Es wird der Massendurchsatz, der in der späteren Messung verwendeten Wärmepumpe, die in Abbildung 2 dargestellt ist, betrachtet.

Analog zu Formel (5) gilt für die momentane im Reservoir 2 pro Zeiteinheit entnommene Wärmemenge, mit der Wärmekapazität des Wassers $m_2 c_w$ und des Kupferrohrs und Eimers $m_k c_k$

$$\frac{dQ_2}{dt} = (m_2 c_w + m_k c_k) \frac{dT_2}{dt}. \quad (7)$$

Es wird die Wärmemenge dQ_2 durch verdampfen der Masse dm des Gases entnommen. Es gilt mit der Verdampfungswärme L

$$dQ_2 = L dm \Leftrightarrow \frac{dQ_2}{dt} \frac{1}{L} = \frac{dm}{dt}, \quad (8)$$

wobei $\frac{dm}{dt}$ der momentane Massendurchsatz ist.

2.4 Die mechanische Kompressorleistung

Es wird die mechanische Kompressorleistung N_{mech} , des Kompressors aus der, in der späteren Messung verwendeten Wärmepumpe, die in Abbildung 2 dargestellt ist, betrachtet.

Um ein Volumen V_a auf ein Volumen V_b zu komprimieren gilt für die benötigte Energie

$$A = - \int_{V_a}^{V_b} p dV. \quad (9)$$

Bei einer adiabatischen Kompression gilt die Poissonsche Gleichung und es ergibt sich

$$N_{\text{mech}} = \frac{dA}{dt} = \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \sqrt{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\rho} \frac{dm}{dt}, \quad (10)$$

wobei κ das Verhältnis der Wärmekapazitäten $\frac{C_p}{C_v}$, mit der Wärmekapazität C_p bei konstantem Druck und C_v bei konstantem Volumen, bezeichnet. Die Dichte des Transportgases bei dem Druck p_a wird mit ρ bezeichnet.

3 Aufbau

Die in der Messung verwendete Wärmepumpe ist gemäß Abbildung 2 aufgebaut. Sie besteht aus zwei thermisch isolierten Wasserbehältern, durch die jeweils ein Kupferrohr, durch welches das Transportgas strömt, spiralförmig verläuft. Im Innerem der Kupferrohrspirale befindet sich jeweils ein Rührer, der von einem Rührmotor angetrieben wird. Zusätzlich befindet sich jeweils ein Temperatursensor in den Wasserbehältern, sodass T_1 im Reservoir 1 und T_2 im Reservoir 2 an dem jeweiligen digitalen Thermometer abgelesen werden kann. Auch befindet sich jeweils ein Manometer an jedem der zwei Kupferrohre, um den Druck des Gases p_b im Reservoir 1 und p_a im Reservoir 2 messen zu können. Die beiden Kupferrohre sind auf der einen Seite mit einem Drosselventil verbunden und auf der anderen mit einem Kompressor. Die vom Kompressor aufgenommene Leistung wird am Wattmeter angezeigt.

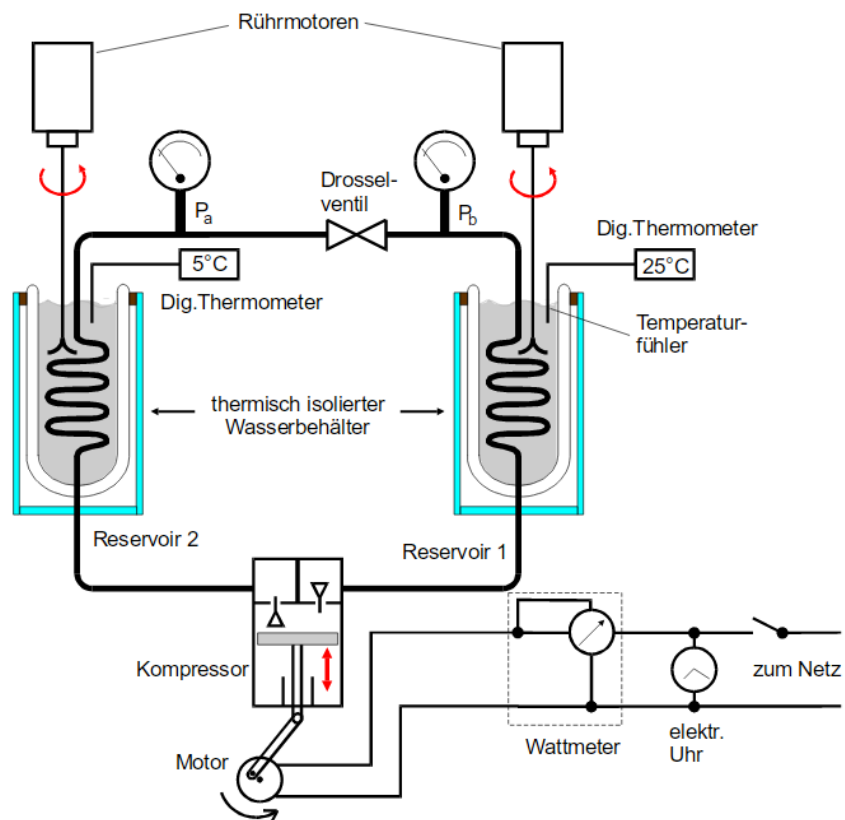


Abbildung 2: Expliziter Aufbau der verwendeten Wärmepumpe mit Messapparaturen [1].

4 Durchführung

Die Wasserbehälter, der im Aufbau 3 dargestellten Wärmepumpe, werden jeweils mit 3 L Wasser gefüllt. Dazu werden Messkolben verwendet. Die gefüllten Wasserbehälter werden dann an den, an der Wärmepumpe vorgesehenen, Stellen fixiert. Es ist dabei darauf zu achten, dass keine größere Lücken zwischen dem Wasserbehälter und dem, an der Wärmepumpe befestigten, Deckel existieren. Um eventuelle Lücken zu schließen, können Keile unter dem Wasserbehälter geschoben werden. Bevor die Wärmepumpe in Betrieb genommen wird, werden das erste Mal Messwerte entnommen. Nachdem die Wärmepumpe in Betrieb genommen wurde, wobei noch darauf zu achten ist, dass sich die Rührmotoren wirklich drehen, werden die nächsten Messwerte jeweils nach einem Zeitintervall von 1 min entnommen. Entnommen werden jeweils die Temperaturen T_1 und T_2 an den digitalen Thermometern, der Druck p_a und p_b an den Manometern, wobei auf den abgelesenen Wert 1 bar addiert werden muss und die Leistungsaufnahme des Kompressors am Wattmeter. Die Messung wird fortgesetzt bis am Reservoir 1 eine Temperatur von 50 °C erreicht wird.

5 Auswertung

Die Graphen wurden sowohl mit Matplotlib[3] als auch Numpy[6] erstellt. Die Fehlerrechnung wurde mithilfe von Uncertainties[5] durchgeführt.

Tabelle 1: Die Daten, welche während der Versuchsdurchführung aufgenommen worden sind.

$T_1/^{\circ}\text{C}$	$T_2/^{\circ}\text{C}$	p_a/bar	p_b/bar	N_{mech}/W
21,0	21,3	20,00	52,50	0
22,2	22,3	24,00	67,50	165
23,0	21,2	26,00	70,00	175
24,3	20,2	28,00	70,00	180
26,0	18,7	30,00	77,50	195
27,9	16,8	31,00	80,00	200
29,9	15,0	32,00	85,00	202
31,9	13,0	32,00	90,00	205
33,9	11,2	32,00	92,50	205
35,8	9,4	32,00	97,50	205
37,6	7,7	32,00	100,00	210
39,4	6,1	32,00	105,00	210
41,2	4,5	32,00	110,00	210
42,9	2,9	32,00	112,50	212
44,4	1,6	32,00	117,50	212
46,0	0,7	32,00	120,00	212
47,5	0,1	32,50	125,00	212
48,9	-0,3	32,00	130,00	210
50,0	-0,8	32,00	132,50	207
51,3	-1,1	32,00	135,00	205

5.1 Approximation der Temperaturverläufe mithilfe quadratischer Polynome

Ein Graph der beiden Messreihen (t, T_1) und (t, T_2) ist in Abb. 3 dargestellt. Zur Approximation der Temperaturverläufe in beiden Reservoirs wird ein quadratischer Fit der Form $y = At^2 + Bt + C$ verwendet, dargestellt in Abb. 4 und 5. Eine nichtlineare Ausgleichsrechnung der Form $y = At^2 + Bt + C$ mittels SciPy [4] liefert mit den im Minutentakt aufgenommenen Temperaturdaten vom ersten Reservoir aus Tabelle 1 die Parameter:

$$\begin{aligned} A &= (-2 \pm 1) \cdot 10^{-6} \\ B &= (3,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-2} \\ C &= 292,9 \pm 0,4 \end{aligned}$$

Für den Verlauf der Temperatur im zweiten Reservoir folgt dementsprechend:

$$\begin{aligned} A &= (6 \pm 2) \cdot 10^{-6} \\ B &= (-3,1 \pm 0,3) \cdot 10^{-2} \\ C &= 297,4 \pm 0,7 \end{aligned}$$

Abbildung 3: Die Temperaturverläufe des Wassers in den Wärmereservoirs 1 und 2 in Abhängigkeit der Zeit.

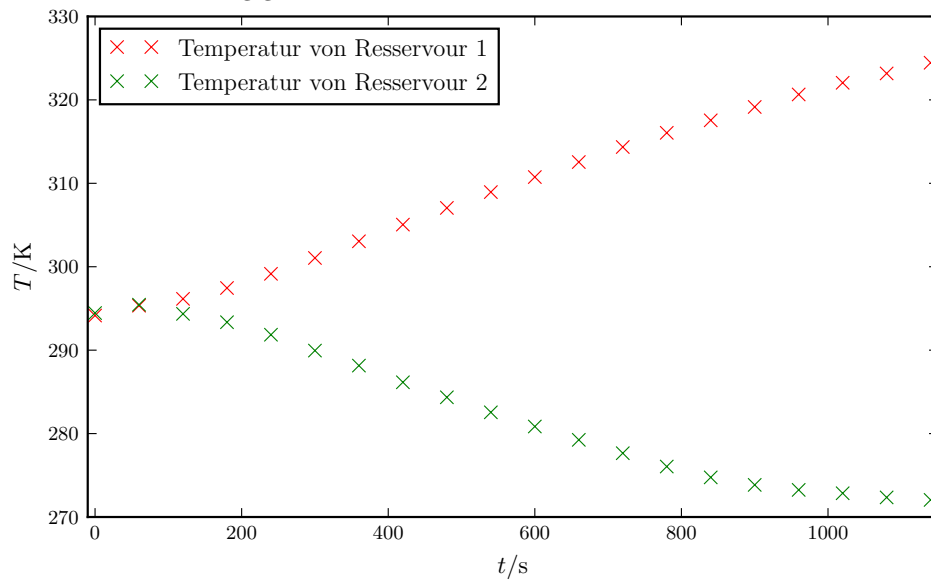


Abbildung 4: Der Temperaturverlauf im ersten Reservoir und seine Approximation durch ein Polynom 2. Grades in Abhängigkeit der Zeit.

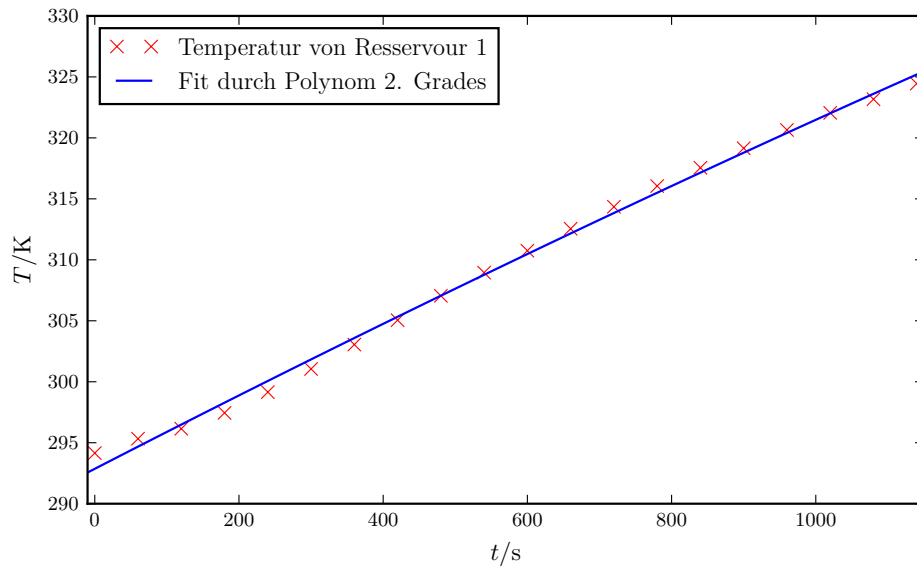
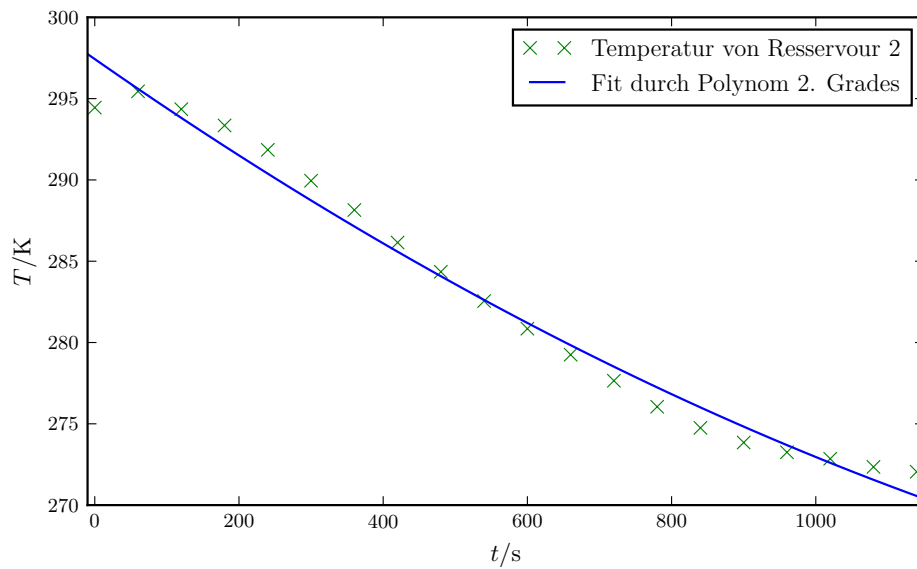


Abbildung 5: Der Temperaturverlauf im zweiten Reservoir und seine Approximation durch ein Polynom 2. Grades in Abhängigkeit der Zeit.



5.2 Approximationsparameter der zeitlichen Differenzenquotienten

Durch Differentiation folgen die Differenzenquotienten $\frac{dT_1}{dt}$ und $\frac{dT_2}{dt}$ der Form $y = Ax + B$ in Tabelle 2.

Tabelle 2: Die Differenzenquotienten $\frac{dT_1}{dt}$ und $\frac{dT_2}{dt}$ zu 4 verschiedenen Zeiten.

t/s	$\frac{dT_1}{dt}/\text{K s}^{-1}$	$\frac{dT_2}{dt}/\text{K s}^{-1}$
240	$0,030 \pm 0,002$	$-0,028 \pm 0,002$
480	$0,029 \pm 0,002$	$-0,025 \pm 0,003$
720	$0,028 \pm 0,002$	$-0,022 \pm 0,004$
960	$0,027 \pm 0,003$	$-0,019 \pm 0,005$

5.3 Bestimmung der realen Güte und Vergleich mit der idealen Güte

Die Güte einer Wärmepumpe beschreibt, wie bereits in der Theorie beschrieben, wie gut diese unter bestehenden Temperaturdifferenzen einen Wärmetransport zwischen beiden Reservoirs durchführen kann. Mit Formel 4 folgt die ideale Güte. Die reale Güte berechnet sich mit den Formeln 5 und 6. Die Wärmekapazität des Wassers liegt bei $4183 \text{ J}/(\text{kg K})$ [2] bei einer Wassermenge von 3 kg, den verwendeten Kupferröhren und sonstigen Einrichtungen wird dem Aufbau [1] nach eine Wärmekapazität von 660 J/K zugeschrieben. Zu den vier bereits verwendeten Zeitpunkten folgen die Gütewerte nach Tabelle 3.

Tabelle 3: Die zu 4 Zeiten bestimmte, reale Güte und ihr zugehöriger, idealer Wert.

t/s	v_{real}	v_{ideal}
240	$2,0 \pm 0,1$	41,0
480	$1,8 \pm 0,1$	13,5
720	$1,7 \pm 0,2$	8,6
960	$1,7 \pm 0,2$	6,8

Es ist zu erkennen, dass die realen Gütewerte weit unterhalb der idealen Gütewerte liegen. Mögliche Ursachen hierfür werden in der Diskussion besprochen.

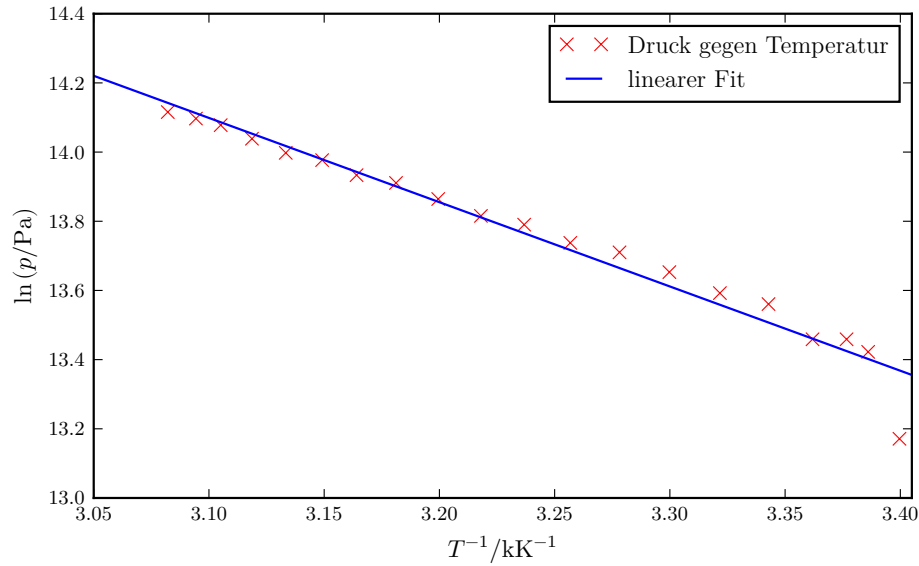
5.4 Bestimmung des Massendurchsatzes

Die Bestimmung des Massendurchsatzes erfolgt mit Formel 7 und 8. Hierzu wird die Verdampfungswärme L des Dichlordifluormethans benötigt. Für diese folgt:

$$L = -\ln(p) \cdot R \quad (11)$$

Daher wird $\ln(Pa)$ gegen die reziproke Temperatur T_2 aufgetragen, wie in Abb. 6

Abbildung 6: Der Verlauf der Dampfdruckkurve des Transportgases Dichlordifluormethan in Abhängigkeit der reziproken Temperatur.



dargestellt. Das gesuchte L ist proportional zur Steigung des Graphen. Mithilfe einer linearen Ausgleichsrechnung der Form $y = Ax + b$ mittels scipy berechnet sich nun die Steigung. Für L folgt dann:

$$L = -A \cdot R. \quad (12)$$

Mit einem $R = 8,314\,459\,8 \pm 0,000\,004\,8$ [7] folgt eine Verdampfungswärme von $L = (1,13 \pm 0,05) \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ Unter Verwendung der bereits bei der Güte verwendeten Wärmekapazitäten und der gleichen Menge Wasser sowie dem nun bestimmten L berechnet sich der Massendurchsatz. Dieser ist in Tabelle 4 dargestellt.

Tabelle 4: Der bestimmte Massendurchsatz zu 4 verschiedenen Zeitpunkten.

t/s	$\frac{dm}{dt}/\text{g s}^{-1}$
240	$0,33 \pm 0,03$
480	$0,29 \pm 0,04$
720	$0,25 \pm 0,05$
960	$0,22 \pm 0,06$

5.5 Bestimmung der Leistung mithilfe des Massendurchsatzes

Zuletzt wird auch die bestehende Leistung aus den bereits errechneten Daten zu den 4 Zeitpunkten bestimmt. Dies geschieht mithilfe von Formel 10. Daher muss zunächst die Temperatur und Druckabhängige Dichtefunktion bestimmt werden. Diese folgt aus der

allgemeinen Gasgleichung:

$$p \cot V = n \cdot R \cdot T. \quad (13)$$

Durch Umformung ergibt sich:

$$\rho(p, T) = \frac{p \cdot \rho_0 \cdot T_0}{p_0 \cdot T} \quad (14)$$

Mit einem $\rho_0 = 5,51 \text{ g/l}$ [1] bei einem Normaldruck $p_0 = 1 \text{ bar}$ und einer Normaltemperatur $T_0 = 273,15 \text{ K}$ sowie einem $\kappa = 1.44$ [1] ergeben sich die Leistungen in Tabelle 5.

Tabelle 5: Die bestimmte Leistung zu 4 verschiedenen Zeitpunkten.

t/s	N_{mech} W
240	$5,6 \pm 0,5$
480	$5,5 \pm 0,7$
720	$5,5 \pm 1,0$
960	$5,1 \pm 1,4$

6 Diskussion

Die Auswertungsergebnisse deuten einige Punkte an, welche zu diskutieren sind. Beim Vergleich der bestimmten, realen Gütewerte fällt auf, dass diese weit unterhalb ihrer theoretisch möglichen liegen. Es zeigt sich, dass sich die Verhältnisse Im Verlauf der Versuchsdurchführung annähern. So liegt der reale Wert nach 16 min bei ca. 25 % des idealen, nach 4 min noch bei ca. 5 %. Dies liegt jedoch hauptsächlich daran, dass die idealen Werte nach Formel 4 bei größeren Temperaturdifferenzen zwischen den Reservoirs stark sinken. In die Nähe der idealen Werte kommen sie aber trotzdem nicht. Ein Grund liegt in der Isolierung des Systems. In der Theorie wird ein geschlossenes System betrachtet, in der Realität liegt dieses jedoch nicht vor. Die verwendete Isolierung kann die Effekte der Umgebungstemperatur zwar verringern, sie bleiben jedoch bestehen und verschlechtern die Güte. Bei Betrachtung des Massendurchsätze ergeben sich geringe Werte von ca. 0,2 bis 0,3 g. Mögliche Ursachen hierfür sind ein schlechter Wirkungsgrad des Kompressors und ein schlechter Wert der Verdampfungswärme für Dichlordifluormethan. Aufgrund mangelnder Literaturwerte bezüglich der Verdampfungswärme kann dies jedoch nur vermutet werden. Der schlechte Wirkungsgrad wird zuletzt in den bestimmten Leistungen deutlich. Die in Tabelle 5 bestimmten mechanischen Leistungen betragen alle ca. 5 % der am Netzanschluss abgelesenen Leistungswerten. Hauptursachen hierfür sind der Kompressor sowie die mangelnde Isolierung. Die kleinen Werte für die verrichtete mechanische Arbeit N_{mech} könnten auch durch falsche Werte für den Druck p_a zustande kommen.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V206 Die Wärmepumpe*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V206.pdf> (besucht am 27.01.2017).
- [2] CHEMIE.DE Information Service GmbH. *Spezifische Wärmekapazität*. URL: http://www.chemie.de/lexikon/Spezifische_W%C3%A4rmekapazit%C3%A4t.html (besucht am 27.01.2017).
- [3] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.18.1. URL: <http://www.scipy.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 09.12.2016).
- [6] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [7] National Institute of Standards and Technology. *Fundamental Physical Constants*. URL: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?r> (besucht am 13.01.2017).