

V203

Verdampfungswärme und Dampfdruckkurve

Lukas Rolf

lukas.rolf@tu-dortmund.de

Yannik Brune

yannik.brune@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.01.2017

Abgabe: 17.01.2017

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Bedeutung des Zustandsdiagrammes	3
2.2 Vorgänge bei Verdampfung und Kondensation	4
2.3 Lösung der Clausius-Clapeyronschen Gleichung	4
3 Aufbau	5
4 Durchführung	6
5 Auswertung	7
5.1 Bestimmung des durchschnittlichen Wertes für die Verdampfungswärme für einen Druck von unter einen Bar mithilfe einer Ausgleichsrechnung . .	7
5.2 Berechnung der benötigten Energie zur Überwindung der molekularen Anziehungskräfte für ein Wassermolekül bei 373 Kelvin	10
5.3 Näherung der Funktion von der Verdampfungswärme	11
6 Diskussion	14
Literatur	15

1 Zielsetzung

Es sollen Dampfdruckkurven von Stoffen in verschiedenen Druckbereichen ermittelt werden.

2 Theorie

2.1 Bedeutung des Zustandsdiagrammes

Ein Stoff kann verschiedene Phasen annehmen. Der Begriff der "Phase" beschreibt einen räumlich begrenzten Bereich eines abgeschlossenen System, in dem sich ein Stoff in einem homogenem Zustand befindet. Wichtige Phasen sind die Aggregatzustände. Ein Wechsel des Aggregatzustandes ist daher ein Phasenwechsel. Die einzelnen Phasen und ihre Übergänge lassen sich mithilfe Zustandsdiagrammes wie in Abb. 1 darstellen. In ihnen werden Druck und Temperatur des Systems, in welchem sich der Stoff befindet, gegeneinander aufgetragen. Die Phase und das mögliche Verhalten des Stoffes hängen

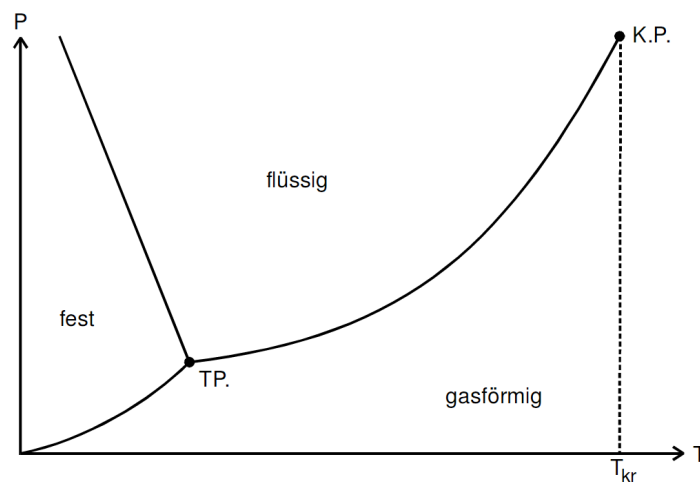


Abbildung 1: Eine qualitative Darstellung der einzelnen Aggregatzustände von Wasser[1].

nun von den Parametern P und T ab. In den Flächen der Aggregatzustände können alle P und T Kombinationen des jeweiligen Bereiches erreicht werden ohne das sich etwas an der Phase des Stoffes ändert. Liegen Die Koordinaten (T, P) hingegen auf einer der Grenzlinien zwischen zwei Phasen, koexistieren Teilchen in beiden Zuständen. Dementsprechend hat das System auf diesen Linien nur noch einen Freiheitsgrad. Am Knotenpunkt aller Grenzlinien, dem Tripelpunkt $T.P$, koexistieren zuletzt Teilchen aller drei Zustände. Das System ist an diesem daher fest bestimmt.

Im folgenden wird sich auf die Grenzkurve zwischen dem flüssigen und dem gasförmigen Zustand beschränkt. Diese heißt Dampfdruckkurve und wird hauptsächlich durch die Verdampfungswärme L festgelegt. An ihrem oberen Ende liegt der kritische Punkt $K.P$ vor. Bei dieser Kombination von Temperatur und Druck können den Teilchen keine

eindeutigen Phasen mehr zugeordnet werden. Es folgt ein näherer Blick auf die Vorgänge von Verdampfung und Kondensation im Vakuum.

2.2 Vorgänge bei Verdampfung und Kondensation

Wird eine Flüssigkeit in ein evakuiertes Gefäß gefüllt, so lässt sich eine Druckerhöhung im Bereich über der Flüssigkeit feststellen. Diese erfolgt, da ein Teil der Flüssigkeit in den gasförmigen Zustand wechselt. Die hierfür benötigte Energie L muss entweder extern hinzugefügt werden oder sie wird der übrigen Flüssigkeit in Form eines Temperaturverlustes entnommen. Umgekehrt wird Energie bei Rückwechsel in den flüssigen Zustand wieder hinzugefügt. Es zeigt sich also ein Kreislauf. Nach hinreichend langer Zeit stellt sich ein Gleichgewicht zwischen Dampf und Flüssigkeit ein. Der dann vorherrschende Sättigungsdampfdruck hängt von der Temperatur ab und ist invariant unter einer Volumenänderung des Raumes. Bei letzterer verdampft oder kondensiert die nötige Flüssigkeitsmenge, so dass sich das Gleichgewicht wieder einstellt. In mathematischer Darstellung lässt sich der

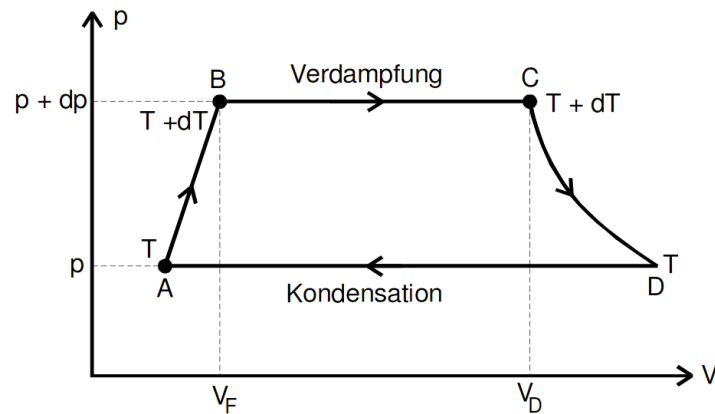


Abbildung 2: Eine mathematische Hilfsskizze zur Ermittlung der Funktion des Druckes auf der Verdampfungskurve[1].

Kreislauf wie in Abb. 2 darstellen. Aus ihm folgt die Clausius-Clapeyronsche Gleichung:

2.3 Lösung der Clausius-Clapeyronschen Gleichung

$$(V_D - V_F)dp = \frac{L}{T}dT \quad (1)$$

mit dem Flüssigkeitsvolumen V_F und dem Dampfvolmen V_D . Diese lässt sich zunächst nur mit Schwierigkeiten lösen. Liegen die verwendeten Temperaturen jedoch weit unterhalb von T_k können einige Annahmen getroffen werden, die die Lösung vereinfachen.

- V_F ist vernachlässigbar klein gegenüber V_D .
- V_D genügt der allgemeinen Gasgleichung $V_D(p, T) = R \frac{T}{p}$.
- Die molare Verdampfungswärme wird als konstant angenommen.

Mit diesen folgt für die Funktion des Druckes auf der Verdampfungskurve:

$$p = p_0 \cdot \exp\left(-\frac{L}{RT}\right) \text{ oder } \ln(p) = -\frac{L}{R} \cdot \frac{1}{T} + \text{const} \quad (2)$$

3 Aufbau

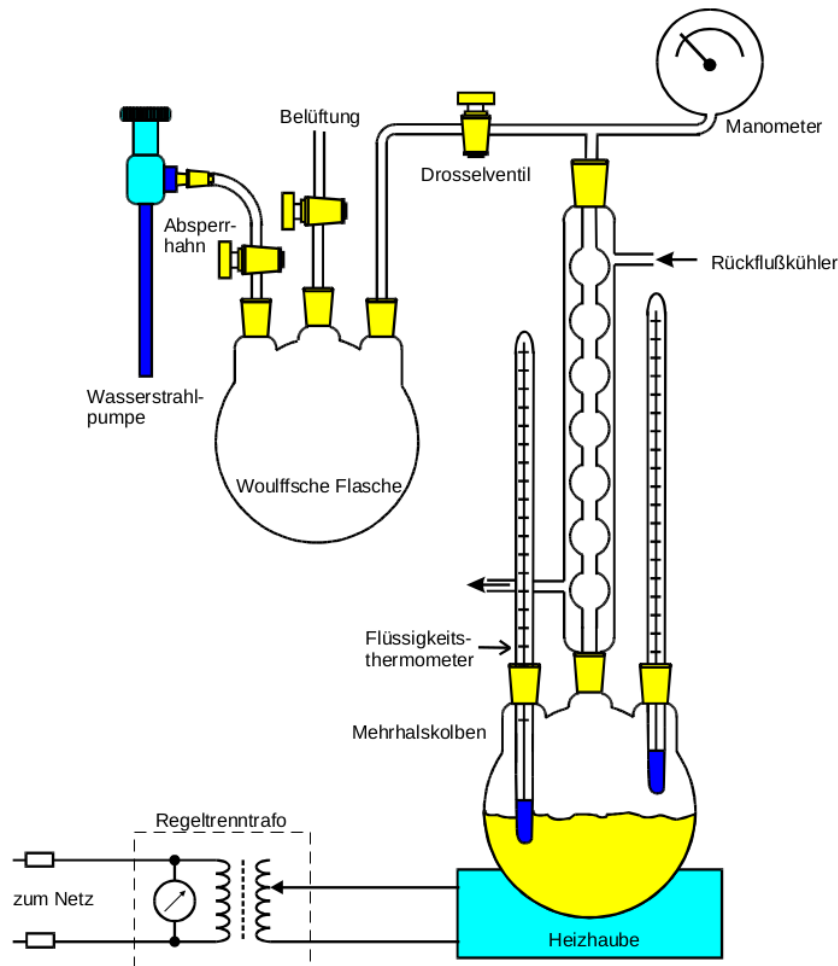


Abbildung 3: Messapparatur zur Aufnahme einer Dampfdruckkurve im Druckbereich von unter 1 bar^[1].

Zunächst folgt ein Versuchsaufbau zur Aufnahme einer Dampfdruckkurve im Druckbereich von unter 1 bar. Hierzu wird eine Apparatur der Form aus Abb. 3 verwendet. Im Zentrum befindet sich ein Mehrhalskolben, welcher mit etwas Wasser gefüllt ist. In den äußeren Hälsen befinden sich zwei Flüssigkeitsthermometer, eines um die Temperatur des Wassers zu messen und eines für den Raum oberhalb der Wasseroberfläche. Der Druck kann über einen elektronischen Druckmesser abgelesen werden. Das Wasser kann

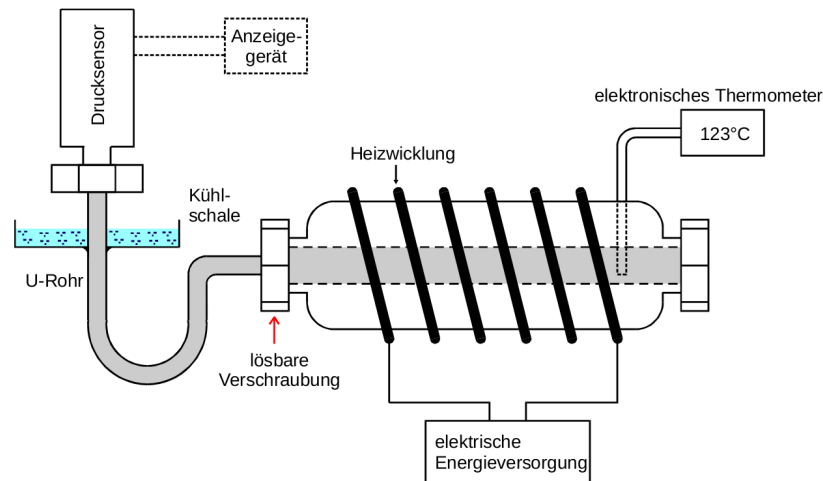


Abbildung 4: Messapparatur zur Aufnahme einer Dampfdruckkurve im Druckbereich von über 1 bar^[1].

über eine Heizhaube, welche über einen Trenntrafo mit Strom versorgt wird, erhitzt werden. Um ein entweichen des auftretenden Wasserdampfes zu verhindern wird ein Rückflusskühler oberhalb des Kolbens angebracht, welcher ständig von etwas Wasser durchflossen wird, sodass auftretender Dampf wieder kondensiert. Der Kolben wird mithilfe einer Wasserstrahlpumpe evakuiert. Damit kein Wasser aus dieser in die Apparatur gelangt ist eine Woulffsche Flasche zwischengeschaltet. Diese lässt sich über einen Absperrhahn in Richtung der Wasserstrahlpumpe und über ein Drosselventil in Richtung des Rückflusskühlers verriegeln. Zusätzlich besitzt sie ein Belüftungsventil.

Um im Anschluss auch eine Dampfdruckkurve im Druckbereich von über 1 bar aufzunehmen wird ein Aufbau nach Abb. 4 verwendet. Dieser besteht aus einem bereits evakuierten und mit etwas Wasser gefüllten Gefäß, welches von einer Heizwicklung umschlossen ist. Diese wird über eine elektrische Energieversorgung erwärmt. Aus Sicherheitsgründen ist das Gefäß mit einem Metallschutz ummantelt. Die Temperatur im Gefäß wird über ein elektronisches Thermometer abgelesen. Der Druck wird über einen elektronischen Drucksensor bestimmt. Dieser ist über ein U-Rohr mit dem Gefäß verbunden. Er wird über eine Kühlschale gekühlt.

4 Durchführung

- a) Zunächst wird die Druckkurve im Bereich von unter 1 bar aufgenommen. Es wird der Aufbau nach Abb. 3 verwendet. Hierzu wird der Mehrhalskolben als erstes solange evakuiert bis ein Druck von ca. 30 mbar angezeigt wird. Zur Evakuierung werden der Absperrhahn und das Drosselventil geöffnet, das Belüftungsventil geschlossen. Die Wasserstrahlpumpe wird geöffnet. Ist der gewünschte Druck erreicht, werden zunächst wieder der Absperrhahn, danach auch Drosselventil und Wasserstrahlpumpe geschlossen. Gleichzeitig werden die Wasserkühlung und die Heizhaube

eingeschaltet. Die Energieversorgung letzterer ist auf 60 % Leistung eingestellt. Sofort wird mit der Messung begonnen. Es wird der vorherrschende Druck P in Abhängigkeit der Temperatur T in Temperaturabständen von ca. $0,5 - 1\text{ }^{\circ}\text{C}$ aufgenommen. Im Verlaufe des Temperaturanstiegs muss die Rückflusskühlung immer weiter verringert um die nötigen Temperaturen zu erreichen. Es werden P und T Werte im Druckbereich von $30 - 1000\text{ mbar}$ aufgenommen.

- b) Anschließend wird die Druckkurve im Bereich von über 1 bar aufgenommen. Hierzu wird der Aufbau nach Abb. 4 verwendet. Die elektrische Energieversorgung wird eingeschaltet und auf ihr Leistungsmaximum eingestellt. Auch diesmal wird P in Abhängigkeit von T aufgenommen. Die Messung wird gestoppt, sobald entweder eine Temperatur von $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ oder ein Druck von 15 bar erreicht sind.

5 Auswertung

Die Graphen in Abbildung 5, 6 und 7 wurden sowohl mit Matplotlib [4] als auch NumPy [7] erstellt. Die Fehlerrechnung wurde mit Unterstützung von Uncertainties [6] durchgeführt.

5.1 Bestimmung des durchschnittlichen Wertes für die Verdampfungswärme für einen Druck von unter einen Bar mithilfe einer Ausgleichsrechnung

Abbildung 5: Der Logarithmus des Dampfdruckes p gegen die reziproke absolute Temperatur T^{-1} aufgetragen.

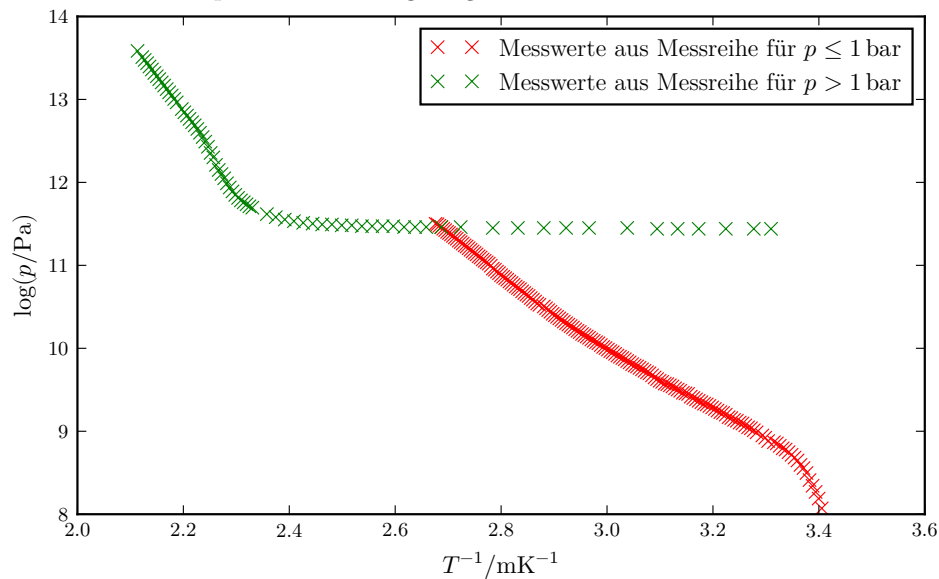


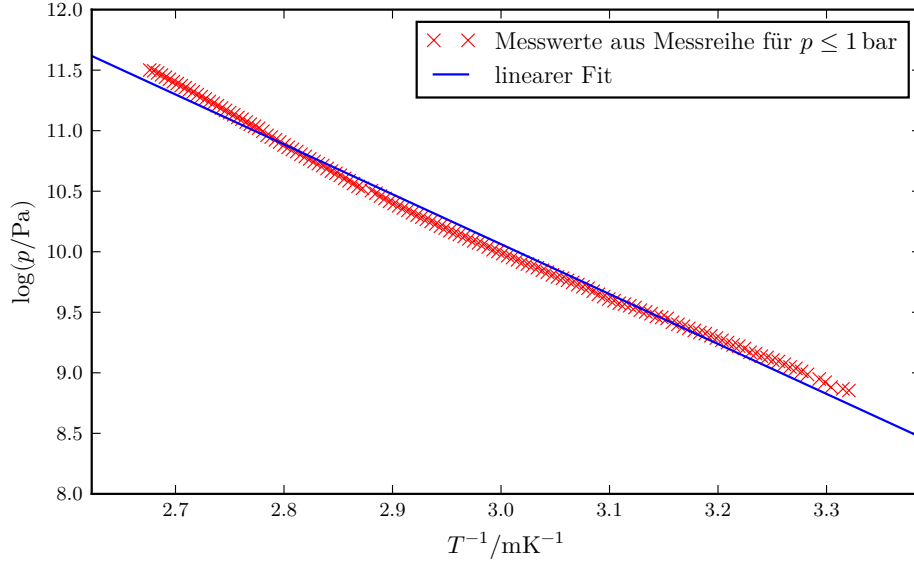
Tabelle 1: Die gemessene Temperatur T und der zugehörige Dampfdruck p aus der Messung im Bereich von 30 – 1000 mbar.

T/K	p/kPa	T/K	p/kPa	T/K	p/kPa	T/K	p/kPa
293,6	3,2	314,1	11,3	334,1	22,4	354,1	47,4
294,1	3,6	314,6	11,5	334,6	22,9	354,6	48,4
294,6	3,9	315,1	11,7	335,1	23,4	355,1	49,3
295,1	4,2	315,6	11,9	335,6	23,7	355,6	50,4
295,6	4,5	316,1	12,1	336,1	24,1	356,1	51,3
296,1	4,9	316,6	12,3	336,6	24,5	356,6	52,2
296,6	5,2	317,1	12,7	337,1	25,0	357,1	53,2
297,1	5,4	317,6	12,8	337,6	25,4	357,6	54,5
297,6	5,7	318,1	12,9	338,1	25,8	358,1	55,5
298,1	5,9	318,6	13,2	338,6	26,2	358,6	56,8
298,6	6,1	319,1	13,4	339,1	26,8	359,1	57,6
299,1	6,3	319,6	13,6	339,6	27,2	359,6	59,6
299,6	6,5	320,1	13,9	340,1	27,7	360,1	61,1
300,1	6,6	320,6	14,1	340,6	28,3	360,6	62,1
300,6	6,8	321,1	14,3	341,1	28,8	361,1	63,2
301,1	7,0	321,6	14,4	341,6	29,3	361,6	64,3
301,6	7,1	322,1	14,7	342,1	29,8	362,1	65,8
302,6	7,2	322,6	14,9	342,6	30,4	362,6	66,8
303,1	7,5	323,1	15,2	343,1	31,0	363,1	68,3
303,6	7,7	323,6	15,5	343,6	31,6	363,6	69,5
304,6	8,0	324,1	15,9	344,1	32,2	364,1	70,8
305,1	8,2	324,6	16,3	344,6	32,8	364,6	72,2
305,6	8,4	325,1	16,5	345,1	33,4	365,1	73,6
306,1	8,5	325,6	16,8	345,6	34,2	365,6	75,1
306,6	8,7	326,1	17,1	346,1	34,9	366,1	76,2
307,1	8,9	326,6	17,4	346,6	35,7	366,6	77,8
307,6	9,0	327,1	17,7	347,1	36,5	367,1	79,3
308,1	9,2	327,6	17,9	348,1	37,2	367,6	80,6
308,6	9,3	328,1	18,2	348,6	37,8	368,1	82,5
309,1	9,5	328,6	18,6	349,1	38,7	368,6	83,8
309,6	9,6	329,1	18,9	349,6	39,6	369,1	85,4
310,1	9,9	329,6	19,3	350,1	40,4	369,6	86,9
310,6	10,1	330,1	19,6	350,6	41,4	370,1	88,4
311,1	10,2	330,6	19,9	351,1	42,1	370,6	89,7
311,6	10,4	331,1	20,2	351,6	42,9	371,1	91,5
312,1	10,6	331,6	20,6	352,1	43,8	371,6	93,1
312,6	10,8	332,1	21,0	352,6	44,9	372,1	94,9
313,1	11,0	332,6	21,3	353,1	45,6	372,6	96,5
313,6	11,2	333,1	21,7	353,6	46,4	373,1	98,2
		333,6	22,1			373,6	98,8

Tabelle 2: Die gemessene Temperatur T und der zugehörige Dampfdruck p aus der Messung im Bereich von 1 – 8 bar.

T/K	p/kPa	T/K	p/kPa
302	93	435	140
305	93	436	146
310	93	437	153
315	93	438	161
319	93	439	171
323	93	440	180
329	94	441	189
337	94	442	201
342	94	443	220
347	94	444	232
353	94	445	250
359	94	446	266
367	95	447	281
372	95	448	296
376	95	449	310
379	95	450	324
382	95	451	336
385	96	452	350
388	96	453	364
391	96	454	379
394	96	455	394
397	97	457	427
400	97	458	445
403	98	459	464
406	98	460	482
409	99	461	501
412	100	462	523
415	102	463	543
418	104	464	565
421	107	465	585
424	111	466	609
429	120	467	635
430	122	468	658
431	125	469	685
432	128	470	712
433	131	471	737
434	135	473	794

Abbildung 6: Der Logarithmus des Dampfdruckes p gegen die reziproke absolute Temperatur T^{-1} aufgetragen mit den Messwerten aus der Messreihe für $p \leq 1$ bar ohne die ersten 14 Messwertepaare und deren linearer Fit.



Der Fit in Abbildung 6 besitzt die Form $y = ax + b$. Eine lineare Ausgleichsrechnung der Form $y = ax + b$ mittels SciPy [5] liefert mit den Wertepaaren aus Tabelle 1 und mit $R = (8,314\,459\,8 \pm 0,000\,004\,8) \text{ J K/mol}$ [8] nach Formel (2):

$$L = -aR = (3,43 \pm 0,02) \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{mol}}.$$

5.2 Berechnung der benötigten Energie zur Überwindung der molekularen Anziehungskräfte für ein Wassermolekül bei 373 Kelvin

Nach der allgemeinen Gasgleichung gilt:

$$pV = RT = W, \quad (3)$$

wobei W eine Energie ist. Für die Energie um ein Mol von V_1 auf V_2 isobar auszudehnen folgt:

$$W_{1,2} = p(V_2 - V_1). \quad (4)$$

Da bei einer Temperatur von $T = 373 \text{ K}$ bei Wasser $V_F \ll V_D$ gilt, folgt:

$$L_a = W_{F,D} \approx pV_D = RT = (3101,294 \pm 0,002) \frac{\text{J}}{\text{mol}} \quad (5)$$

um ein Mol von V_F auf V_D auszudehnen. Für die benötigte Energie um die molekularen Anziehungskräfte zu überwinden gilt:

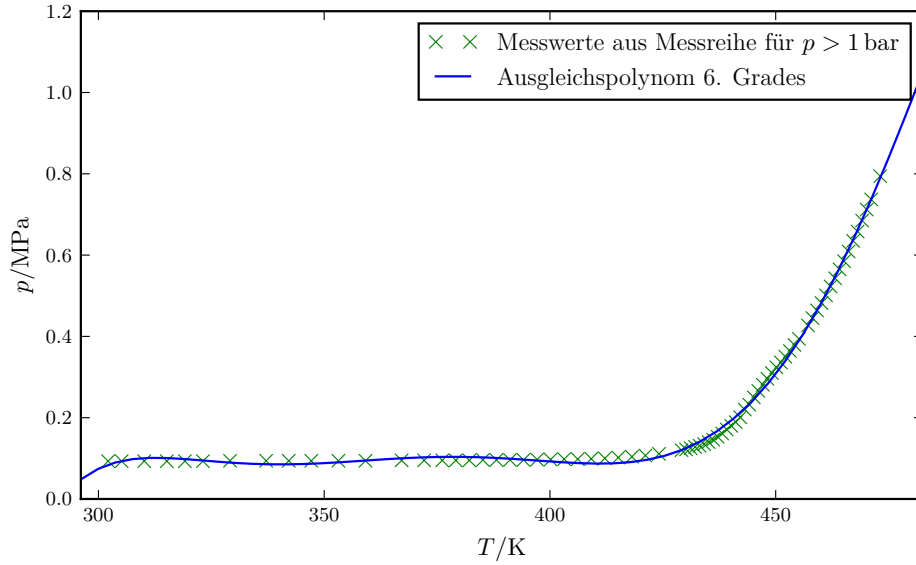
$$L_i = L - L_a = (3,12 \pm 0,02) \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{mol}}. \quad (6)$$

Für ein Molekül ergibt sich mit $N_A = (6,022\,140\,857 \pm 0,000\,000\,074) \cdot 10^{23}/\text{mol}$ [9] und $1\,\text{eV} = (1,602\,176\,620\,8 \pm 0,000\,000\,009\,8) \cdot 10^{-19}\,\text{J}$ [10]:

$$\frac{L_i}{N_A} = (0,323 \pm 0,003)\,\text{eV}. \quad (7)$$

5.3 Näherung der Funktion von der Verdampfungswärme

Abbildung 7: Der Dampfdruck p gegen die absolute Temperatur T aufgetragen mit den Messwerten aus der Messreihe für $p > 1\,\text{bar}$ und deren Ausgleichspolynom vom 6. Grades.



Durch Umformen der Formel (1) ergibt sich:

$$L = (V_D - V_F) \cdot T \cdot \frac{dp}{dT}. \quad (8)$$

Da weiterhin $V_F \ll V_D$ gilt, kann V_F vernachlässigt werden. Nach den Hinweisen zur Auswertung des Versuches V203 [1] kann V_D durch folgende Formel besser genähert werden:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right) V = RT \text{ mit } a = 0,9 \frac{\text{J m}^3}{\text{mol}^2}. \quad (9)$$

Umgestellt nimmt diese folgende Gestalt an:

$$V_D \approx \frac{RT}{2p} \pm \sqrt{\left(\frac{RT}{2p}\right)^2 - \frac{a}{p}} \text{ mit } a = 0,9 \frac{\text{J m}^3}{\text{mol}^2}, \quad (10)$$

wobei die Lösung mit der positiven Wurzel die physikalisch sinnvolle ist, da diese sich ähnlich zu der Beziehung für V_D aus der allgemeinen Gasgleichung verhält und die andere

Lösung nicht. Das Ausgleichspolynom 6. Grades in Abbildung 7 wurde mir SciPy [5] ermittelt und besitzt die Form:

$$p \approx -9 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Pa}}{\text{K}^6} \cdot T^6 + 2,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Pa}}{\text{K}^5} \cdot T^5 - 2,1 \frac{\text{Pa}}{\text{K}^4} \cdot T^4 + 1,1 \cdot 10^3 \frac{\text{Pa}}{\text{K}^3} \cdot T^3 - 3,1 \cdot 10^5 \frac{\text{Pa}}{\text{K}^2} \cdot T^2 + 4,8 \cdot 10^7 \frac{\text{Pa}}{\text{K}} \cdot T - 3,0 \cdot 10^9 \text{Pa}. \quad (11)$$

Damit folgt für die Ableitung nach T :

$$\frac{dp}{dT} \approx -5,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Pa}}{\text{K}^5} \cdot T^5 + 1,1 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Pa}}{\text{K}^4} \cdot T^4 - 9 \frac{\text{Pa}}{\text{K}^3} \cdot T^3 + 3,3 \cdot 10^3 \frac{\text{Pa}}{\text{K}^2} \cdot T^2 - 6,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Pa}}{\text{K}} \cdot T + 4,8 \cdot 10^7 \text{Pa}. \quad (12)$$

Somit kann nach (8) und (10) die Verdampfungswärme folgendermaßen genähert werden:

$$L \approx \left(\frac{RT}{2p} + \sqrt{\left(\frac{RT}{2p} \right)^2 - \frac{a}{p}} \right) T \frac{dp}{dT} \text{ mit } a = 0,9 \frac{\text{J m}^3}{\text{mol}^2},$$

wobei für p die Näherung (11) und für $\frac{dp}{dT}$ die Näherung (12) verwendet wird.

Abbildung 8: Die genäherte Funktion $L(T)$ und die Literaturwerte aus Tabelle 3 in ein TL -Diagramm eingetragen.

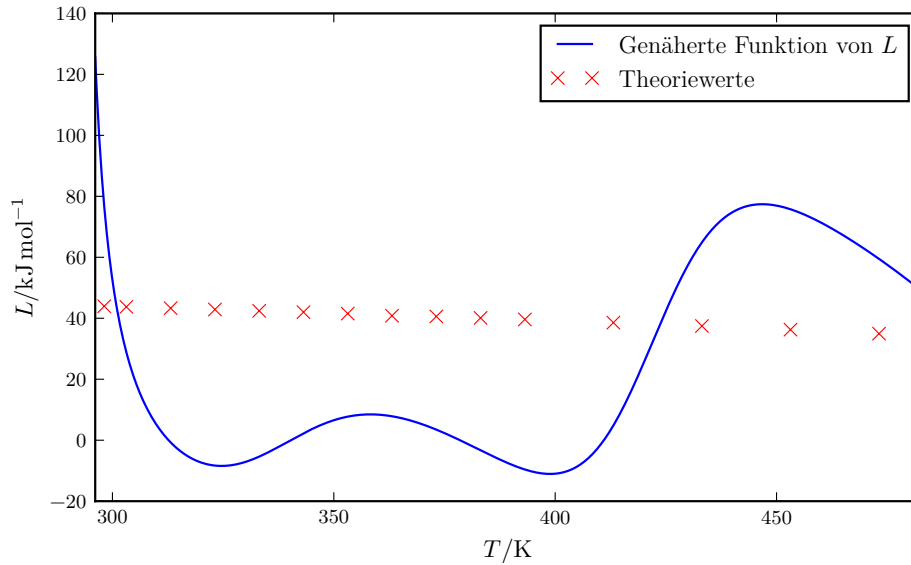


Tabelle 3: Die Literaturwerte der molaren Verdampfungswärme L_{Lit} und die Werte der molaren Verdampfungswärme aus der genäherten Funktion L_{App} mit den zugehörigen Temperaturen T [3].

T/K	$L_{\text{Lit}}/\text{kJ mol}^{-1}$	$L_{\text{App}}/\text{kJ mol}^{-1}$
273	45,009	5,129
278	44,795	3,852
283	44,584	2,778
288	44,372	1,907
293	44,161	421,052
298	43,951	76,593
303	43,738	28,808
313	43,312	-0,727
323	42,880	-8,326
333	42,442	-5,379
343	41,996	2,279
353	41,540	7,744
363	40,838	7,860
373	40,599	3,480
383	40,113	-3,298
393	39,613	-9,610
413	38,572	4,843
433	37,463	64,908
453	36,268	75,760
473	34,954	59,484
493	33,487	35,584

6 Diskussion

Zunächst wird die Messreihe im Druckbereich von unter 1 bar behandelt. Bereits in Abbildung 5 ist zu erkennen, dass deren Messwerte im rechten Bereich, im Niederdruckbereich, starke Abweichungen zu einer Geraden zeigen. Eine mögliche Ursache hierfür können undichte Stellen in der Apparatur sein, aufgrund dessen es zu einem Druckausgleich kommt. Dieser Effekt macht sich am stärksten im Niederdruckbereich bemerkbar. In der nachfolgenden linearen Ausgleichsrechnung werden die ersten 14 Werte daher ausgeschlossen. Anhand von Abb. 6 zeigt sich, dass sich die Verdampfungswärme im betrachteten Temperaturbereich gut durch einen linearen Zusammenhang nähern lässt. Es zeigt sich jedoch, dass der ermittelte Mittelwert der Verdampfungswärme von $34,3 \text{ kJ/mol}$ unterhalb der Verdampfungswärme bei einer Temperatur von $102,32^\circ\text{C}$ von $40,51 \text{ kJ/mol}$ [2] liegt. Da die benötigte Verdampfungswärme den Literaturwerten in Abb. 3 nach unter geringeren Temperaturen zunimmt, liegt der Wert daher unterhalb des zu Erwartenden. Die Messkurven beider Messreihen sollten im Idealfall in Abbildung 5 ohne Auffälligkeiten ineinander übergehen. Es ist jedoch ein Knick zu erkennen und die weiteren Messwertepaare lassen vermuten, dass die zweite Messreihe um ca. $0,4/\text{mK}$ zur ersten verschoben ist. Dies lässt auf einen systematischen Fehler schließen. Es ist zu erwarten, dass eine mögliche Fehlerquelle im Aufbau der zweiten Messung existiert. Aufgrund der uneinsichtigen Bauweise kann diese jedoch nicht konkretisiert werden. Es ist jedoch zu vermuten, dass Wackelkontakte die Messung verfälscht haben könnten. Zusätzlich ist bei der Datenübertragung ein Wert verlorengegangen. Eine mögliche Stelle von diesem ist zwar lokalisiert worden, ob diese jedoch die richtige ist, ist unsicher. Die Abweichungen sind jedoch nicht allein hierdurch zu erklären. Die erstellte Näherung der Funktion der Verdampfungswärme in Abb. 8 zeigt deutliche Abweichungen bezüglich der Literaturwerte nach 3 und stellt deren Verlauf zu keinem Temperaturpunkt hinreichend gut dar. Eine Ursache dieses Verhaltens ist der Näherung durch Polynome geschuldet. Ein weiterer sind die Abweichungen der Messkurve, deren Gewichtung durch das verwendete Verfahren noch verstärkt wird.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V203 Verdampfungswärme und Dampfdruck-Kurve*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V203.pdf> (besucht am 15.01.2017).
- [2] GEA Wiegand GmbH. *Wasserdampf tafel (1-70 bar/100-300°C)*. URL: http://produkte.gea-wiegand.de/GEA/GEACategory/145/index_de.html (besucht am 15.01.2017).
- [3] Dr.-Ing. Heiner Grimm. *Verdampfungswärme von Wasser*. URL: http://wissenschaft-technik-ethik.de/wasser_eigenschaften.html (besucht am 12.01.2017).
- [4] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [5] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.18.1. URL: <http://www.scipy.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [6] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 09.12.2016).
- [7] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [8] National Institute of Standards and Technology. *Fundamental Physical Constants*. URL: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?r> (besucht am 13.01.2017).
- [9] National Institute of Standards and Technology. *Fundamental Physical Constants*. URL: http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?na%7Csearch_for=avogadro (besucht am 13.01.2017).
- [10] National Institute of Standards and Technology. *Fundamental Physical Constants*. URL: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?tevj> (besucht am 13.01.2017).