

V104

# Der Doppler-Effekt

Lukas Rolf

[lukas.rolf@tu-dortmund.de](mailto:lukas.rolf@tu-dortmund.de)

Yannik Brune

[yannik.brune@tu-dortmund.de](mailto:yannik.brune@tu-dortmund.de)

Durchführung: 20.12.2016

Abgabe: 10.01.2017

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3 Aufbau</b>	<b>3</b>
<b>4 Durchführung</b>	<b>6</b>
<b>5 Auswertung</b>	<b>7</b>
5.1 Bestimmung des Proportionalitätsfaktors mithilfe der Wellenlängenmessungen . . . . .	7
5.2 Bestimmung des Proportionalitätsfaktors mithilfe einer linearen Ausgleichsrechnung . . . . .	7
5.3 Vergleich zwischen den Ergebnissen mithilfe eines Studentschen t-Testes .	11
<b>6 Diskussion</b>	<b>12</b>
<b>Literatur</b>	<b>13</b>

## 1 Zielsetzung

Der akustische Dopplereffekt soll experimentell nachgewiesen werden.

## 2 Theorie

Eine ausbreitende Welle beschreibt eine Orts- und zeitabhängige Schwingung, welche sich von einem Sender ausgehend im Raum ausbreitet. Sie besitzt eine Frequenz  $f_0$  und eine Wellenlänge  $\lambda_0$ . Über

$$c = f_0 \lambda_0 \quad (1)$$

folgt die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  der Welle. Der Dopplereffekt ist ein Phänomen, welches auftritt, wenn sich Sender und Empfänger relativ zueinander bewegen. Er äußert sich in einer für den Empfänger veränderten Wellenfrequenz gegenüber der ursprünglich Ausgesendeten. An diesem Punkt muss zwischen Wellenausbreitungen im Vakuum und denen in Materie unterschieden werden. Im Folgenden wird nur der letzte Fall behandelt. Breitet sich die Welle in einem Medium aus, wird zwischen einem bewegten Empfänger oder einem bewegten Sender separiert.

- Bewegt sich der Empfänger relativ zu einem ruhenden Sender mit der Geschwindigkeit  $v$  folgt für die Frequenz  $f_E$  am Empfänger:

$$f_E = f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad \text{Mit der Frequenzänderung } \Delta f = f_0 \frac{v}{c}. \quad (2)$$

- Bewegt sich hingegen der Sender relativ zu einem ruhenden Empfänger mit der Geschwindigkeit  $v$  folgt in Näherung für die Frequenz  $f_S$  am Sender:

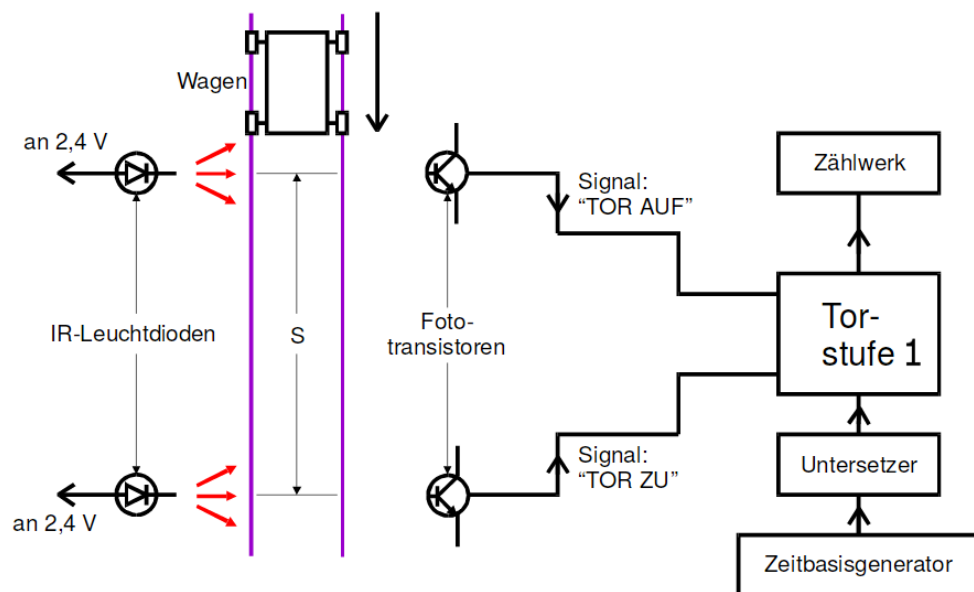
$$f_S = f_E + f_0 \left(\frac{v}{c}\right)^2. \quad (3)$$

Für die Frequenzen bei einem  $v > 0$  gilt daher  $f_S > f_E > f_0$ .

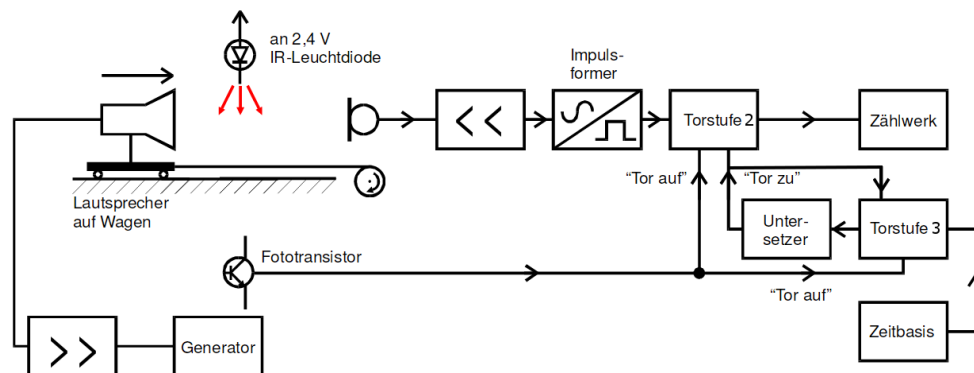
Ist die Geschwindigkeit des Senders betragsmäßig jedoch viel kleiner als die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle nähern sich die Ergebnisse von (2) und (3) beliebig nah an.

## 3 Aufbau

Um die Geschwindigkeitsabhängigkeit einer Schallfrequenz zu ermitteln werden mehrere Aufbauten verwendet. Der erste Aufbau nach Abb. 1 dient einer anfänglichen Geschwindigkeitsmessung. Dieser besteht aus einem Wagen, welcher auf einer Schiene montiert ist und sich auf dieser bewegen kann. Der Wagen ist an beiden Seiten über Seile mit einem Motor verbunden, mit welchem sich der Wagen mit einer konstanten Geschwindigkeit über die Schiene bewegen lässt. Der Motor besitzt Zehn Geschwindigkeitsstufen. Zusätzlich sind zwei Lichtsensoren, bestehend aus einer Infrarot-Lichtquelle und einer Photodiode,



**Abbildung 1:** Messapparatur zur Geschwindigkeitsbestimmung der einzelnen Motor-gänge [1].



**Abbildung 2:** Messapparatur zur Frequenzbestimmung von monofrequenten Schall- wellen [1].

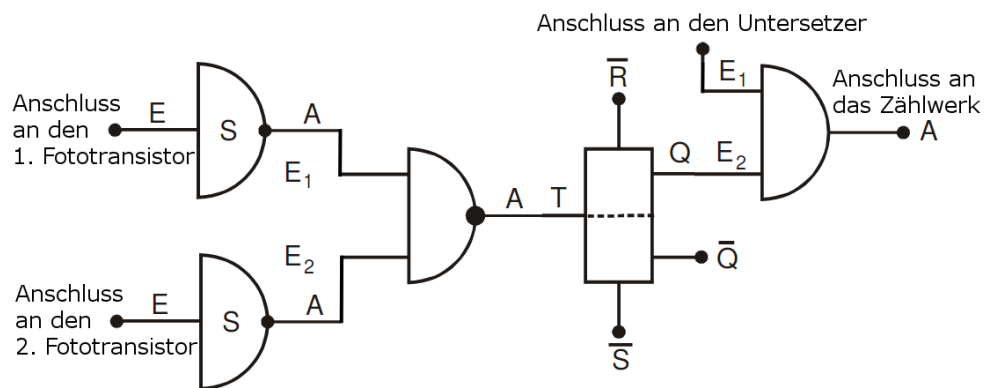


Abbildung 3: Schaltplan der Torstufe 1.

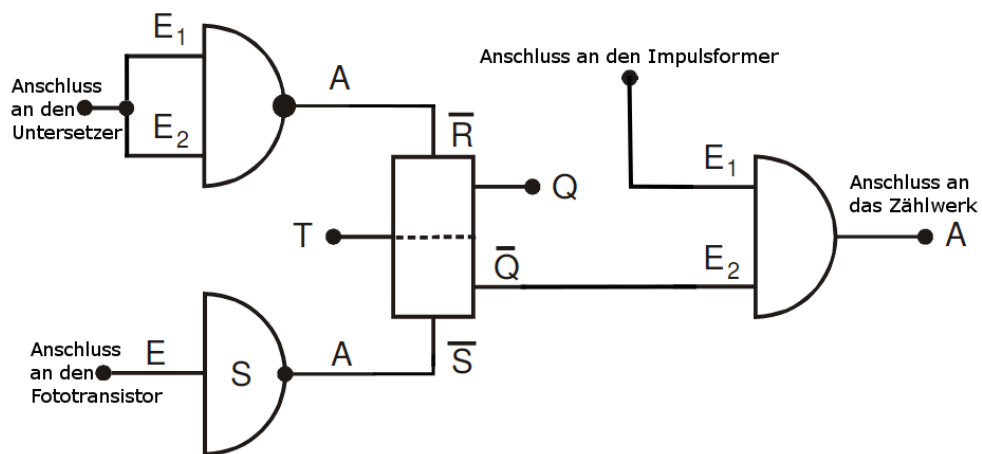


Abbildung 4: Schaltplan der Torstufe 2.

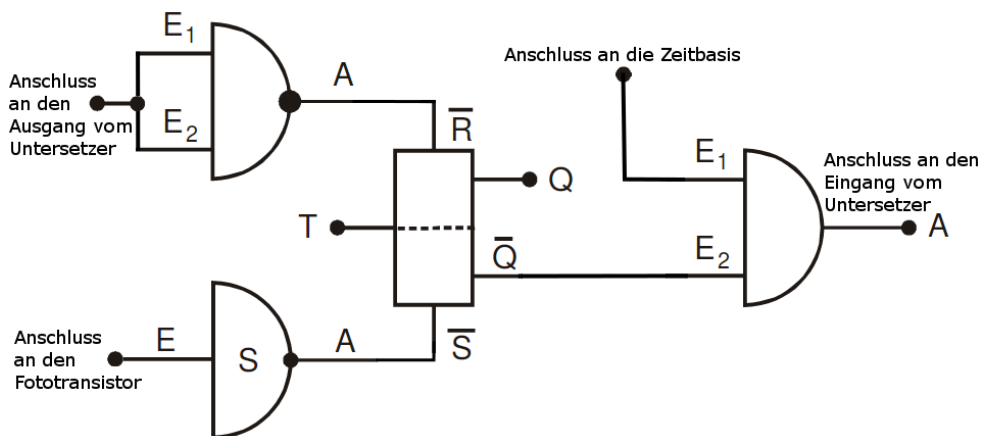
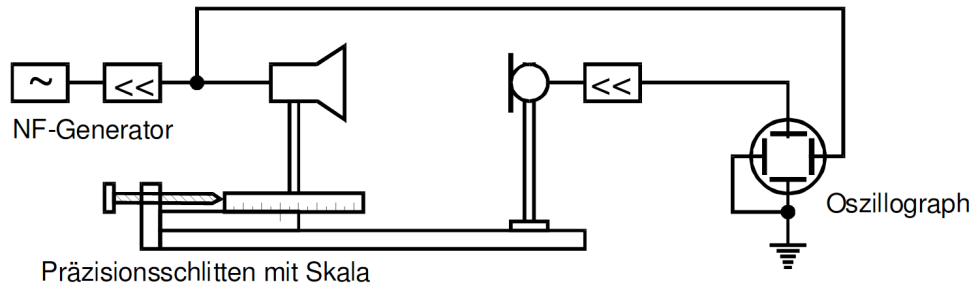


Abbildung 5: Schaltplan der Torstufe 3.



**Abbildung 6:** Messapparatur zur Bestimmung der Wellenlänge  $\lambda$  [1].

an der Schiene angebracht. Durchfährt der Wagen den ersten Infrarotstrahl, wird dieser unterbrochen und die Photodiode sendet ein Signal. Mit diesen wird eine Torstufe geöffnet und ein Zählwerk beginnt eine Zeitmessung in einstellbarer Genauigkeit. Durchfährt er die Zweite wird die Torstufe wieder geschlossen und das Zählwerk hört auf zu zählen. Die ermittelte Zeitdifferenz ist die Zeit, welche der Wagen für die Strecke zwischen beiden Sensoren benötigt hat. Eine mögliche Schaltung der Torstufe 1 zum starten und stoppen der Zeit ist in Abb. 3 abgebildet.

Zur Frequenzmessung wird ein veränderter Aufbau nach Abb. 2 verwendet. Es wird ein Lautsprecher auf den Wagen gesetzt, welcher eine feste Frequenz aussendet. Dessen Wellen werden von einem Mikrofon empfangen, dass am Schienenende fixiert ist. Über einen Impulsformer gelangen die Signale in ein Zählwerk, wo die Anzahl der eingetroffenen Schwingungen gezählt wird. Um nun eine Frequenz zu ermitteln wird eine feste Messzeit eingestellt. Hierzu öffnet eine Lichtschranke beim Durchfahren des Wagens zwei Torstufen. Eine erste Torstufe nach Abb. 4 startet das oben beschriebene Zählwerk, eine zweite nach Abb. 5 startet einen Untersetzer. Dieser zählt anschließend mit einem Zeitbasisgenerator von einer fest gesetzten Zahl herab. Fällt diese auf Null wird die erste Torstufe wieder geschlossen.

Zuletzt wird ein zweiter Aufbau wie in Abb. 6 zur Messung der Wellenlänge verwendet. Dieser besteht aus dem Lautsprecher, welcher diesmal in einer Mikrometerschraube fixiert ist und dessen Signale zusätzlich auf einem Oszilloskop dargestellt werden. Am anderen Ende der Schraube steht ein Mikrofon, welches die Schallwellen an einen zweiten Eingang des Oszilloskops sendet. Auf dem Oszilloskop werden beide Signale überlagert.

## 4 Durchführung

Zunächst werden die tatsächlichen Geschwindigkeiten des Wagens ermittelt, welche hinter den Markierungen 6 - 60 stehen. Es werden Aufbau und Schaltung nach Abb. 1 bzw. Abb. 3 verwendet. Hierzu wird eine Messstrecke mit den beiden Sensoren abgesteckt und ihre Länge abgemessen. Der Untersetzungsfaktor wird auf eine Zählzeit von 1 ms gesetzt. Anschließend werden Durchfahrtszeiten zu allen Motoreinstellungen vorgenommen. Pro Motoreinstellung werden die Zeiten von 5 Vorwärtsfahrten und 5 Rückwärtsfahrten notiert. Danach wird die Wellenlänge der zu betrachtenden Schallwelle ermittelt. Es wird

der Aufbau nach Abb. 6 verwendet. Das Mikrofon wird mit der Mikrometerschraube bewegt und am Oszilloskop werden die auftretenden Lissajous-Figuren beobachtet. Der Abstand zwischen zwei auf dem Oszilloskop dargestellten Linien entspricht einer halben Wellenlänge. Zuletzt wird die Frequenz bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten ermittelt. Dazu findet wieder ein Aufbau nach 2 Verwendung. Der Untersetzer wird auf eine Zählung von 1000 eingestellt, sodass die Zählzeit bei 1 s liegt. Auch dieses mal werden jeweils Frequenzzählungen von 5 Vorwärtsfahrten und 5 Rückwärtsfahrten notiert.

## 5 Auswertung

Der Graph in Abbildung 7 wurde sowohl mit Matplotlib [3] als auch NumPy [5] erstellt. Die Fehlerrechnung wurde mit Unterstützung von Uncertainties [4] durchgeführt.

### 5.1 Bestimmung des Proportionalitätsfaktors mithilfe der Wellenlängenmessungen

**Tabelle 1:** Die Stellen  $x$  an denen eine Phasenverschiebung von dem Vielfachen von  $\pi$  gemessen wurde.

$x/\text{mm}$
4,00
12,59
21,00
29,36
37,82
45,91

Aus Tabelle 1 berechnet sich die Wellenlänge  $\lambda_0$  zu  $(16,95 \pm 0,07)$  mm. Mit Formel (1) ergibt sich für den Proportionalitätsfaktor somit:

$$\frac{f_0}{c} = \frac{1}{\lambda_0} = (59,0 \pm 0,2) \frac{1}{\text{m}}.$$

Mit der zuvor gemessenen Frequenz  $f_0$  von 20 743 Hz berechnet sich aus dem Proportionalitätsfaktor die Schallgeschwindigkeit  $c$  zu  $(352 \pm 1)$  m/s.

### 5.2 Bestimmung des Proportionalitätsfaktors mithilfe einer linearen Ausgleichsrechnung

Aus Tabelle 2 berechnet sich die Geschwindigkeiten in den verschiedenen Gängen und Richtungen zu den Werten in Tabelle 3.

In Tabelle 3 kann die maximale Geschwindigkeit  $v_{\text{max}}$ , mit der sich der Wagen bewegt, von  $(51,43 \pm 0,02)$  cm/s entnommen werden. Es wurde eine Frequenz  $f_0$  von 20 743 Hz gemessen. Da  $v_{\text{max}} \cdot f_0 > c$  gilt lässt sich nach Formel (3)  $\Delta f$  messen, da ganzzahlige

**Tabelle 2:** Die gemessene benötigte Zeit  $t_v$  vom linkem Sensor zum rechtem und die benötigte Zeit  $t_r$  vom rechtem zum linkem in verschiedenen Gängen.

Gang	$t_v$ /ms	$t_r$ /ms	Gang	$t_v$ /ms	$t_r$ /ms
6	8686	8745	36	1444	1469
6	8700	8751	36	1453	1466
6	8691	8763	36	1450	1468
6	8753	8769	36	1449	1467
6	8683	8791	36	1448	1466
12	4341	4381	42	1241	1257
12	4343	4386	42	1238	1254
12	4342	4376	42	1238	1256
12	4342	4376	42	1238	1246
12	4342	4377	42	1239	1251
18	2897	2919	48	1082	1098
18	2898	2920	48	1081	1096
18	2898	2932	48	1081	1097
18	2897	2922	48	1081	1094
18	2897	2922	48	1083	1098
24	2171	2199	54	962	976
24	2169	2195	54	960	978
24	2171	2193	54	962	977
24	2168	2192	54	961	977
24	2172	2194	54	961	977
30	1735	1762	60	865	881
30	1734	1759	60	866	880
30	1734	1759	60	865	877
30	1735	1759	60	866	879
30	1734	1760	60	864	879



**Tabelle 3:** Die aus Tabelle 2 berechneten Geschwindigkeiten in den verschiedenen Gängen und Richtungen

Gang	$v_v/\text{cm s}^{-1}$	$v_r/\text{cm s}^{-1}$
6	$5,113 \pm 0,008$	$-5,078 \pm 0,005$
12	$10,249 \pm 0,001$	$-10,162 \pm 0,004$
18	$15,359 \pm 0,001$	$-15,224 \pm 0,012$
24	$20,505 \pm 0,007$	$-20,277 \pm 0,011$
30	$25,657 \pm 0,004$	$-25,287 \pm 0,008$
36	$30,715 \pm 0,031$	$-30,330 \pm 0,012$
42	$35,922 \pm 0,017$	$-35,520 \pm 0,056$
48	$41,143 \pm 0,015$	$-40,580 \pm 0,028$
54	$46,296 \pm 0,018$	$-45,548 \pm 0,015$
60	$51,433 \pm 0,022$	$-50,614 \pm 0,038$

Unterschiede in diesem Versuchsaufbau gemessen werden können. Es muss nicht unterschieden werden zwischen den Formeln (2) und (3), da  $|v_{\max}| \ll c$  gilt. Dies ist auch in Abbildung 7 daran zu erkennen, dass alle Wertepaare durch eine Gerade genähert werden können.

Der Fit in Abbildung 7 besitzt die Form  $y = ax$ . Eine lineare Ausgleichsrechnung der Form  $y = ax$  liefert mit den Wertepaaren aus Tabelle 4 und Tabelle 2 nach Formel (2):

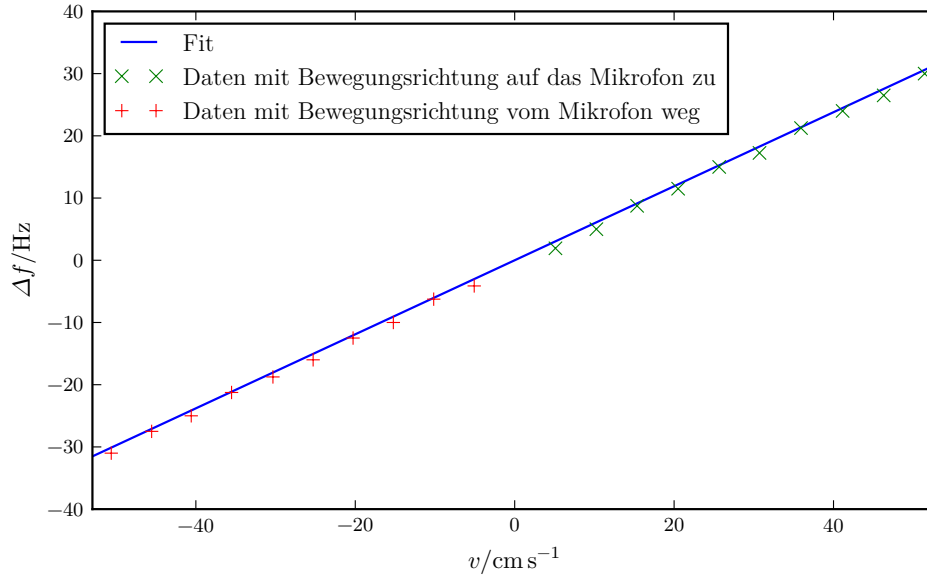
$$a = \frac{f_0}{c} = (59,5 \pm 0,5) \frac{1}{\text{m}}.$$

Dies ist der gesuchte Proportionalitätsfaktor. Mit der zuvor gemessenen Frequenz  $f_0$  von 20 743 Hz berechnet sich aus  $a$  die Schallgeschwindigkeit  $c$  zu  $(348 \pm 3) \text{ m/s}$ . Es ist in Abbildung 7 zu erkennen, dass die Messwerte durch den Fit angenähert werden können und dass es eine systematische Abweichung gibt, die in der Diskussion geklärt werden muss.

**Tabelle 4:** Die gemessene Frequenz  $f_v$  beim auf das Mikrofon zufahren und die gemessene Frequenz  $f_r$  beim fahren in die entgegengesetzte Richtung in verschiedenen Gängen.

Gang	$f_v/\text{Hz}$	$f_r/\text{Hz}$	Gang	$f_v/\text{Hz}$	$f_r/\text{Hz}$
6	20 744	20 738	36	20 760	20 724
6	20 744	20 738	36	20 759	20 724
6	20 744	20 738	36	20 761	20 724
6	20 744	20 738	36	20 760	20 724
6	20 744	20 738	36	20 759	20 724
12	20 748	20 736	42	20 764	20 721
12	20 748	20 736	42	20 764	20 721
12	20 748	20 736	42	20 764	20 721
12	20 748	20 736	42	20 764	20 721
12	20 748	20 736	42	20 764	20 721
18	20 751	20 732	48	20 768	20 718
18	20 751	20 732	48	20 766	20 718
18	20 751	20 732	48	20 766	20 718
18	20 751	20 732	48	20 766	20 718
18	20 751	20 732	48	20 766	20 718
24	20 754	20 730	54	20 769	20 715
24	20 754	20 730	54	20 769	20 715
24	20 754	20 730	54	20 770	20 715
24	20 754	20 730	54	20 769	20 715
24	20 755	20 730	54	20 769	20 715
30	20 758	20 726	60	20 772	20 711
30	20 758	20 726	60	20 772	20 711
30	20 758	20 728	60	20 772	20 712
30	20 758	20 726	60	20 772	20 711
30	20 758	20 726	60	20 772	20 711

**Abbildung 7:** Die gerichtete Differenz  $\Delta f$  zwischen  $f_0$  und der gemessenen Frequenz  $f$  gegen die Geschwindigkeit  $v$  aufgetragen. Bei  $v > 0$  fährt der Wagen vorwärts, bei  $v < 0$  rückwärts.



### 5.3 Vergleich zwischen den Ergebnissen mithilfe eines Studentschen t-Testes

Mithilfe des t-Testes wird überprüft mit welcher Wahrscheinlichkeit sich die Erwartungsgrößen, der aus den zwei Messreihen bestimmten Werte für den Proportionalitätsfaktor, unterscheiden. Für die Anzahl der Werte für  $\lambda_1^{-1}$  aus Tabelle 1 gilt  $n = 5$  und für die Anzahl der Werte für  $\lambda_2^{-1}$  aus Tabelle 4 und Tabelle 2 gilt  $m = 20$ . Somit gibt es  $n + m - 2 = 23$  Freiheitsgrade. Es berechnet sich die gewichtete Standardabweichung mit den zuvor berechneten Standardabweichungen von  $\lambda^{-1}$   $s_1 = 0,2/m$  und  $s_2 = 0,5/m$  zu:

$$s = \sqrt{\frac{(n-1)s_1^2 + (m-1)s_2^2}{n+m-2}} = 0,5 \frac{1}{m}.$$

Daraus berechnet sich die Prüfgröße zu:

$$t = \sqrt{\frac{n \cdot m}{n+m}} \cdot \frac{|\overline{\lambda_1^{-1}} - \overline{\lambda_2^{-1}}|}{s} = 2,0.$$

Dies entspricht bei 23 Freiheitsgeraden annähernd einer Wahrscheinlichkeit von 97,5 %, dass sich die Erwartungsgrößen unterscheiden. Dies widerspricht jedoch der Annahme, dass zweimal die selbe Größe bestimmt wird. Es muss folglich entweder ein grober oder systematischer Fehler bei einer der Messungen vorliegen. Dies muss in der Diskussion näher betrachtet werden.

## 6 Diskussion

Im Graph 7 liegt eine systematische Abweichung zum Fit vor. Diese Abweichung entsteht vermutlich dadurch, dass nur ganzzahlige Frequenzen gemessen werden können. Die gemessene Frequenzen sind immer nach unten gerundet. Dadurch wird der Abstand zu dem gemessenen  $f_0$  für die Frequenzen  $f_r$  größer und für  $f_v$  kleiner und somit kommt es zu einer systematischen Abweichung.

Bei dem Vergleich mithilfe des Studentschen t-Testes ist aufgefallen, dass sich die Erwartungsgrößen mit einer Wahrscheinlichkeit von 97,5 % unterscheiden und somit entweder ein systematischer oder grober Fehler vorliegt. Das ein systematischer Fehler vorliegt war bereits vor der Auswertung bekannt und sollte durch die Verwendung eines Gerätefaktors von  $\frac{5}{4}$  ausgeglichen werden, indem die gemessene Frequenz mit diesem multipliziert wird. Der systematische Fehler könnte also durch eine Ungenauigkeit des Gerätefaktors zustande kommen, jedoch auch durch ein systematischen Fehler des Präzisionsschlittens. Die aus dem Proportionalitätsfaktor aus der Ausgleichsrechnung berechnete Schallgeschwindigkeit  $c$  von  $(348 \pm 3)$  m/s liegt in der Nähe des Literaturwertes für die Schallgeschwindigkeit bei Normaldruck und 20 °C von 343,2 m/s [2]. Auch die aus dem Proportionalitätsfaktor aus der Wellenlängenmessung berechnete Schallgeschwindigkeit  $c$  von  $(351 \pm 1)$  m/s liegt in der Nähe des Literaturwertes. Damit ist zu vermuten, dass der Gerätefaktor in dem gemessenen Bereich tatsächlich ungefähr  $\frac{5}{4}$  beträgt.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *V104 Der Doppler-Effekt*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V104.pdf> (besucht am 12.12.2016).
- [2] Douglas C. Giancoli. *Physik*. Pearson Deutschland GmbH, 2010.
- [3] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 09.12.2016).
- [5] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 09.12.2016).