

V102

## Drehschwingungen

Lukas Rolf

[lukas.rolf@tu-dortmund.de](mailto:lukas.rolf@tu-dortmund.de)

Yannik Brune

[yannik.brune@tu-dortmund.de](mailto:yannik.brune@tu-dortmund.de)

Durchführung: 06.12.2016

Abgabe: 13.12.2016

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 das Einwirken von Kräften auf deformierbare Körper . . . . .	3
2.2 Die elastischen Konstanten eines isotropen Körpers . . . . .	3
2.3 Bestimmung des Schubmoduls $G$ mithilfe einer Torsion . . . . .	4
2.4 Messung des magnetischen Momentes eines Permanentmagneten . . . . .	5
<b>3 Aufbau</b>	<b>6</b>
<b>4 Durchführung</b>	<b>8</b>
<b>5 Auswertung</b>	<b>9</b>
5.1 Bestimmung des Schubmoduls $G$ mithilfe einer Torsionsschwingung . . . . .	9
5.2 Bestimmung des magnetischen Momentes des Permanentmagneten in der Kugel . . . . .	11
5.3 Bestimmung der Horizontalkomponente des magnetischen Flusses des Erdmagnetfeldes . . . . .	12
<b>6 Diskussion</b>	<b>13</b>
<b>Literatur</b>	<b>15</b>

# 1 Zielsetzung

Es wird das Verhalten eines Festkörpers unter eine Gestaltsänderung oder eine Volumenänderung untersucht. Hierzu werden die materialspezifischen Elastizitätskonstanten des Stoffes ermittelt.

## 2 Theorie

### 2.1 das Einwirken von Kräften auf deformierbare Körper

In der Mechanik wird bei Kräften auf einen Körper zwischen zwei Wirkungsweisen unterschieden. Es existieren Kräfte, welche auf jedes Volumenelement des Körpers wirken. Sie führen entweder zu einer Translation oder einer Rotation des Körpers. Andererseits gibt es auch die Kräfte, welche auf jedes Oberflächenelement des Körpers wirken. Sie führen zu einer Gestaltsänderung oder einer Volumenänderung des Körpers. Eine Kraft der letzten Kategorie wird als Spannung bezeichnet und bezieht sich im Normalfall auf die Kraft pro Fläche. Sie lässt sich in Komponenten zerlegen. Die Komponente, welche senkrecht auf der Oberfläche des Körpers steht wird als Normalspannung  $\sigma$  bezeichnet, die parallele Komponente als Tangentialspannung  $\tau$ . Verformt sich der Körper wieder zurück in seine ursprüngliche Form, wird von einer elastischen Deformation gesprochen. Ist die auf den Körper einwirkende Spannung hinreichend klein, besteht zwischen den wirkenden Spannungskomponenten und den relativen Länge- und Volumenänderungen ein linearer Zusammenhang. Dieser wird Hooksches Gesetz genannt.

### 2.2 Die elastischen Konstanten eines isotropen Körpers

Unter einem Isotropen Körper werden Materialien verstanden, deren elastische Konstanten richtungsunabhängig sind. Zu ihnen gehören unter anderem Polykristalline Metalle. Theoretisch lässt sich ihr Verhalten mit 2 Konstanten beschreiben. Aus Bequemlichkeitsgründen werden jedoch 4 Konstanten verwendet:

- Der Schubmodul  $G$  bezeichnet die Elastizität, bezogen auf eine Änderung der Gestalt. Seine Größe ist  $\frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$ .
- Der Kompressionsmodul  $Q$  bezeichnet die Elastizität, bezogen auf eine Änderung des Volumens. Auch dessen Größe ist  $\frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$ .
- Der Elastizitätsmodul  $E$  bezeichnet die relative Längenänderung in Spannungsrichtung eines Körpers unter Einfluss einer Normalspannung.
- Die Poissonsche Querkontraktionszahl  $\mu$  bezeichnet die relative Längenänderung senkrecht zur Spannungsrichtung eines Körpers unter Einfluss einer Normalspannung.

Die 4 Größen sind nicht unabhängig voneinander und es bestehen folgende Beziehungen zwischen ihnen:

$$E = 2G(\mu + 1) \quad (1)$$

$$E = 3(1 - 2\mu)Q \quad (2)$$

Es lässt sich erkennen, dass  $E$  und  $G$  bestimmt werden müssen, während  $Q$  und  $\mu$  anschließend mit ihnen berechnet werden können. Ein weiterer Effekt ist die elastische Nachwirkung. Sie tritt auf, wenn sich ein deformierbarer Körper unter Belastung nicht sofort in seinen Endzustand versetzt, oder sich bei Aufhebung der Spannung nicht sofort wieder in den Ursprungszustand zurückversetzt.

### 2.3 Bestimmung des Schubmoduls $G$ mithilfe einer Torsion

Soll der Schubmodul eines Materials bestimmt werden, wird dieses in die Form eines Drahtes mit Radius  $RD$  gebracht. Dieser wird an einer Seite festgehalten und an der anderen verdreht. Über das auftretende Drehmoment  $M$  gelangt man anschließend an  $G$  mithilfe der Richtgröße  $D$ . Für letztere gilt:

$$D = \frac{\pi G R D^4}{2L} \quad (3)$$

Aufgrund der elastischen Nachwirkungen kann es jedoch zu Fehlern kommen. Um diesen entgegenzuwirken wird der Draht zu einer Drehschwingung angeregt, bei denen das Problem nicht auftritt. Hierzu wird eine schwingfähige Masse an den Körper gehängt, welche ein Trägheitsmoment  $\theta$  besitzt. Unter Vernachlässigung des Energieverlustes lautet dann die Bewegungsgleichung:

$$D\varphi + \theta \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 0 \quad (4)$$

Sie wird gelöst durch:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos \frac{2\pi}{T} \quad (5)$$

Der Winkel  $\varphi(t)$  bezeichnet den zeitabhängigen Torsionswinkel,  $\varphi_0$  den Winkel der Anfangstorsion. Die Periodendauer  $T$  lässt sich mit

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\theta}{D}} \quad (6)$$

ausdrücken. Für  $G$  folgt dann:

$$G = 8\pi \frac{L}{T^2 R D^4} (\theta_K + \theta_H) \text{ mit } \theta = \theta_K + \theta_H \quad (7)$$

Die Trägheitsmomente  $\theta_K$  und  $\theta_H$  gehören zur Schwungmasse, bzw. zur Massenhalterung, mit welcher die Masse am Draht befestigt ist. Ist die Schwungmasse kugelförmig folgt für  $\theta_K$ :

$$\theta_K = \frac{2}{5} m_K R_K^2 \quad (8)$$

## 2.4 Messung des magnetischen Momentes eines Permanentmagneten

Unter einem magnetischen Moment  $m'$  wird das Produkt der Polstärke  $p$  und dem Abstandsvektor der beiden Pole  $\vec{a}$  in Richtung des Südpols verstanden. Wird der Stabmagnet nun in ein homogenes  $B$ -Feld gesetzt, erhält er ein Drehmoment  $M_{\text{mag}}$ . Zur Bestimmung des magnetischen Momentes wird wieder ein Torsionsschwingung wie beim Schubmodul verwendet, diesmal jedoch unter Einfluss eines  $B$ -Feldes. Aufgrund des  $B$ -Feldes kommt es zu einer veränderten Periodendauer  $T_m$ . Wenn der Magnet im Inneren der Kugel untergebracht wird und parallel zur Feldrichtung liegt, gilt für den Drehwinkel die Bewegungsgleichung:

$$m'B \sin \varphi + D\varphi + \theta \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 0 \quad (9)$$

Für kleine Ablenkungen kann  $\sin \varphi$  mit  $\varphi$  genähert werden und die DGL wird durch

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos \frac{2\pi}{T_m} t \quad (10)$$

gelöst. Für die neue Periodendauer  $T_m$ , gilt:

$$T_m = 2\pi \sqrt{\frac{\theta}{m'B + D}}. \quad (11)$$

Das magnetische Moment  $m'$  berechnet sich schlussendlich mit:

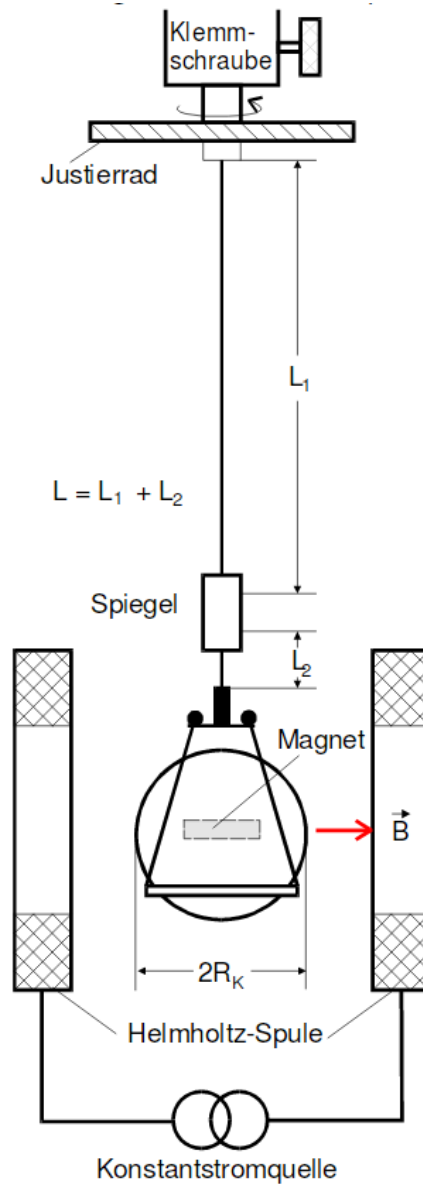
$$m' = \frac{4\pi^2\theta}{BT_m^2} - \frac{D}{B}. \quad (12)$$

Wird für das homogene  $B$ -Feld ein Helmholtzspulenpaar verwendet gilt für die magnetische Feldstärke:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{8IN}{\sqrt{125}R_H}. \quad (13)$$

Die Wicklungen pro Spule werden mit  $N$  bezeichnet, der Radius der Spulen durch  $R_H$ . Die verwendete Stromstärke ist  $I$ .

### 3 Aufbau

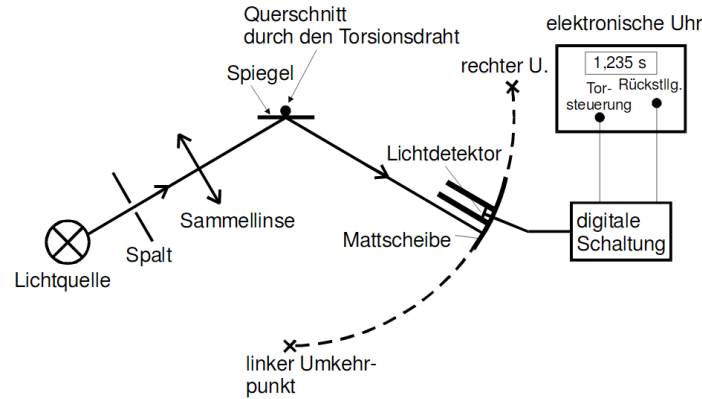


**Abbildung 1:** Messapparatur zur Bestimmung des Schubmoduls  $G$  und des magnetischen Moments  $m$  [3].

Ein Draht des zu betrachtenden Materials wird oben mit einer Klemmschraube fixiert. Mithilfe eines Justierrades lässt er sich dann nurnoch drehen. Zur Besseren Betrachtung der auftretenden Drehschwingung wird ein Spiegel nach einer Länge  $L_1$  eingesetzt. Der Spiegel wird über ein weiteres, kürzeres Stück Draht der Länge  $L_2$  mit einer Haltekonstruktion verbunden, in welcher sich die bereits beschriebene Kugel befindet. Um die

auftretende Schwingung zu dämpfen ist eine Dämpfkonstruktion unter der Kugelhalterung angebracht. Zur Vereinfachung der späteren Messung des magnetischen Moments ist ein Stabmagnet bereits in die Kugel integriert und ein Helmholtzspulenpaar um die Kugel aufgestellt. Dieses wird mit einer Konstantstromquelle betrieben.

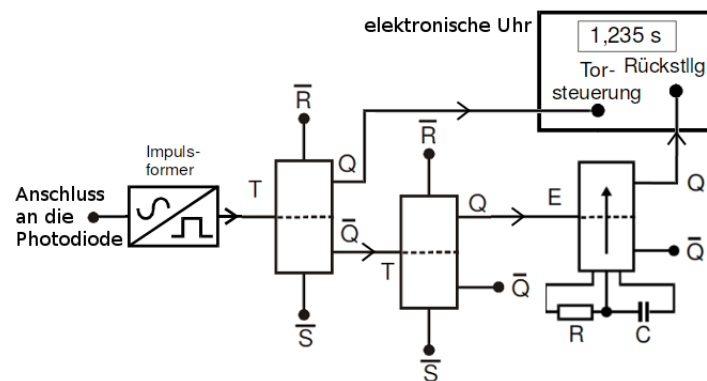
Nun zur genaueren Betrachtung der Zeitmessung mithilfe des Drehspiegels:



**Abbildung 2:** Aufbau zur genauen Bestimmung der Periodendauer mithilfe eines Drehspiegels [3].

Zur besseren Betrachtung des Drehwinkels  $\varphi$  wird das Licht einer Glühbirne mithilfe eines Spaltes und einer Sammellinse fokussiert und so ausgerichtet, dass es auf den Drehspiegel trifft. Während  $\varphi$  sich ändert fährt der Lichtstrahl einen Pfad mit zwei Umkehrpunkten ab. Auf diesem Pfad ist eine Photodiode montiert, welche ein Signal abgibt, wenn der Lichtstrahl diese überstreicht. Die Impulse werden über eine digitale Schaltung verarbeitet und gelangen zu einer elektronischen Uhr, mit welcher schließlich die Periodendauer  $T$  gemessen wird.

Die digitale Schaltung ist wie folgt aufgebaut:



**Abbildung 3:** Aufbau der digitalen Schaltung zum starten, stoppen und zurücksetzen der elektronischen Uhr [3][4].

An den Ausgängen Q können zwei Potentiale auftreten H und L. An  $\bar{Q}$  liegt das jeweils andere Potential vor. Das Potential am Ausgang Q der bistabilen Kippstufen ändert sich bei einem Übergang am Eingang T vom Potential H zu L. Bei der monostabilen Kippstufe ändert sich das Potential am Ausgang Q, beim Übergang von T zu H am Eingang E, auf H. Nach einer kurzen Zeit ändert sich das Potential am Ausgang Q wieder zurück auf L. Die elektronische Uhr schaltet immer bei einem Übergang von H nach L.

Über den Anschluss an die Photodiode gelangt jedes mal ein Nadelimpuls in den Impulsformer, wenn der Lichtstrahl über die Photodiode streicht. Dort wird dieser in einen Rechteckimpuls umgewandelt. Zu Beginn, bevor der Lichtstrahl das erste Mal die Photodiode überstrichen hat, ist das Potential an den Ausgängen Q das Potential L. Überstreicht der Lichtstrahl nun das erste Mal die Photodiode, so ändern sich die Potentiale an der ersten bistabilen Kippstufe. Die elektronische Uhr wird nicht gestartet. Auch an der zweiten bistabilen Kippstufe ändern sich die Potentiale. Dadurch ändert sich das Potential an der monostabilen Kippstufe und die Uhr wird zurückgesetzt. Bei dem zweiten Mal, dass der Lichtstrahl die Photodiode überstreicht ändern sich wieder die Potentiale an der ersten bistabilen Kippstufe. Nun startet die Uhr, da am Ausgang Q ein Übergang vom Potential H nach L stattfindet. Die anderen Potentiale ändern sich nicht. Bei dem dritten Mal ändern sich wieder die Potentiale an der ersten und zweiten bistabilen Kippstufe. Wenn der Lichtstrahl zum vierten Mal die Photodiode überstreicht ändert sich die Potentiale an den Ausgängen der ersten bistabilen Kippstufe und die Uhr wird wieder gestoppt. Nun befindet sich das System wieder im ursprünglichem Zustand.

Die Schaltung in Abbildung 3 startet also beim 2. eingehenden Impuls die Zeitmessung und stoppt diese nach dem 4. Impuls wieder. Die gemessene Zeit wird nach dem 5. Impuls zurückgesetzt und nach dem 6. Impuls beginnt die nächste Messung. Da die vergangene Zeit zwischen dem ersten und letzten von drei eingehenden Impulsen gemessen werden sollte, erfüllt die Schaltung in Abbildung 3 die gewünschte Funktion.

## 4 Durchführung

- Als Vorbereitung werden die Längen  $L_1$  und  $L_2$  gemessen. Die Dicke des Drahtes wird an mindestens 5 Stellen mit einer Mikrometerschraube gemessen, eine davon muss unterhalb des Spiegels sein.
- a) Zunächst wird die Periodendauer der Drehschwingung ohne Einfluss eines Magnetfeldes gemessen. Um dies zu erreichen bleiben die Helmholtzspulen ausgeschaltet und die Kugel wird so ausgerichtet, dass der Magnet parallel zum Draht liegt. Der Lichtstrahl wird mithilfe des Justierades so justiert, dass er ein Stück neben die Photodiode fällt und mit Spalt und Sammellinse fokussiert. Um im Geltungsbereich des hookschen Gesetzes zu bleiben muss die Schwingungsamplitude klein bleiben. Hierzu kann die Dämpfkonstruktion verwendet werden. Es werden die Zeiten von 10 Periodendauern aufgenommen.
- b) Nun wird die Periodendauer der Drehschwingung im homogenen Magnetfeld bestimmt werden. Dazu werden die Helmholtzspulen eingeschaltet und der Magnet



parallel zu ihren Feldlinien ausgerichtet. Auch hier ist auf kleine Auslenkungen zu achten. Die Stromstärke  $I$ , mit welcher die Helmholtzspulen versorgt werden, wird nun stückweise erhöht. In 0,1 A Schritten von 0,1 A bis 1,0 A werden nun jeweils Zeiten von 5 Periodendauern notiert.

- c) Schlussendlich wird die Periodendauer der Drehschwingung im Erdmagnetfeld gemessen. Hierzu wird die Kugel so gedreht, dass der Magnet parallel zum Erdmagnet ausgerichtet ist. Die Ausrichtung der Feldlinien kann an einem Kompass nachgesehen werden. Hierzu wird näherungsweise angenommen, dass die Magnetfeldlinien der Erde parallel zur Erdoberfläche verlaufen. Es ist wieder auf kleine Auslenkungen zu achten. Auch hier werden die Zeiten von 10 Periodendauern notiert.

## 5 Auswertung

Die Fehlerrechnung wurde mit Unterstützung von Uncertainties [8] durchgeführt. Folgende Werte waren vor der Messung bekannt.

Die Masse der Kugel beträgt:

$$m_K = (0,512 \pm 0,020) \text{ kg},$$

der Durchmesser der Kugel beträgt:

$$D_K = (0,0508 \pm 0,0004) \text{ m},$$

das Trägheitsmoment der Kugelhalterung beträgt:

$$\theta_H = (2,25 \pm 0,06) \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2,$$

die Windungszahl der Helmholtz-Spule beträgt:

$$N = 390$$

und der Wert des Elastizitätsmoduls beträgt:

$$E = (2,100 \pm 0,005) \cdot 10^{11} \text{ Pa}.$$

Die Werte für den Drahtdurchmesser in Tabelle 1 wurden als Vorbereitung gemessen. Aus den Werten aus Tabelle 1 berechnet sich für den Mittelwert des Drahtdurchmessers:

$$D_D = (0,1723 \pm 0,0020) \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

### 5.1 Bestimmung des Schubmoduls $G$ mithilfe einer Torsionsschwingung

Aus den Werten aus Tabelle 2 ergibt sich für den Mittelwert der Periodendauer:

$$T = (20,0006 \pm 0,0011) \text{ s}.$$

**Tabelle 1:** Der gemessene Drahtdurchmesser an verschiedene Stellen des Drahtes.

Drahtdurchmesser/mm
0,172
0,172
0,17
0,175
0,18
0,165

**Tabelle 2:** Die gemessenen Periodendauern der Schwingung ohne Einwirkung eines Magnetfeldes.

$T/s$
20,001
20,001
19,999
20,003
20,004
19,998
20,006
20,001
19,994
19,999

Mithilfe der Masse der Kugel und deren Durchmesser lässt sich mit Formel (8) das Trägheitsmoment der Kugel berechnen:

$$\theta_K = (0,132 \pm 0,006) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2.$$

Nun lässt sich der Schubmodul mit Formel (7) berechnen:

$$G = (8,9 \pm 0,6) \cdot 10^{10} \text{ Pa.}$$

Aus dem Schub- und Elastizitätsmodul lassen sich der Kompressionsmodul und die poissonsche Querkontraktionszahl berechnen. Aus Formel (1) folgt:

$$\mu = 0,17 \pm 0,07$$

und aus Formel (2):

$$Q = (1,07 \pm 0,24) \cdot 10^{11} \text{ Pa.}$$

## 5.2 Bestimmung des magnetischen Momentes des Permanentmagneten in der Kugel

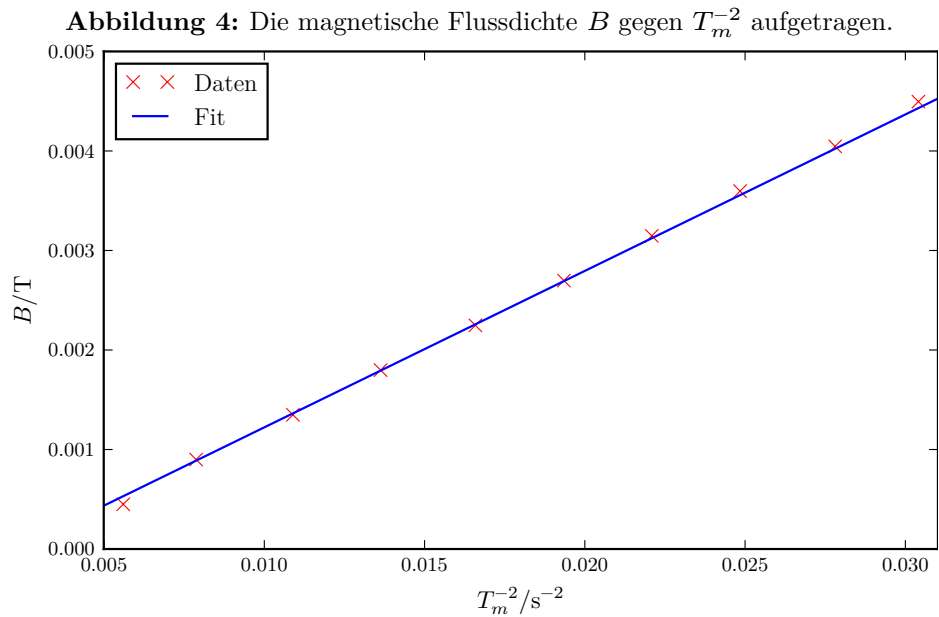


Abbildung 4 wurde mit Matplotlib [5] als auch NumPy [9] erstellt. Die magnetische Flussdichte  $B$  in Tabelle 3 wurde mit Formel (13) berechnet. Eine lineare Ausgleichsrechnung der Form  $y = a \cdot x + b$  mittels SciPy [6] der Wertepaare  $(T_m^{-2}, B)$  aus Tabelle 3 liefert nach Formel (12) für das magnetische Moment des Stabmagneten im innerem der Kugel:

$$m' = \frac{4\pi^2(\theta_k + \theta_{KH})}{a} = (3,37 \pm 0,15) \cdot 10^{-2} \text{ A m}^2,$$

**Tabelle 3:** Die gemessenen Periodendauern der Schwingung unter Einwirkung des Magnetfeldes der Helmholtzspule bei verschiedenen Stromstaerken und die geschaetzten Mittelwerte der Periodendauern  $T_m$  sowie die zugehoerigen magnetischen Flussdichten.

$I/A$	$T_1/s$	$T_2/s$	$T_3/s$	$T_4/s$	$T_5/s$	$T_m/s$	$B/mT$
0,1	13,425	13,327	13,368	13,358	13,344	$13,364 \pm 0,017$	0,45
0,2	11,278	11,267	11,266	11,271	11,269	$11,27 \pm 0,002$	0,899
0,3	9,585	9,585	9,582	9,581	9,576	$9,582 \pm 0,002$	1,349
0,4	8,572	8,568	8,565	8,564	8,562	$8,566 \pm 0,002$	1,798
0,5	7,77	7,765	7,761	7,758	7,771	$7,765 \pm 0,003$	2,248
0,6	7,201	7,179	7,193	7,182	7,191	$7,189 \pm 0,004$	2,698
0,7	6,708	6,701	6,745	6,748	6,74	$6,728 \pm 0,01$	3,147
0,8	6,353	6,342	6,351	6,334	6,342	$6,344 \pm 0,003$	3,597
0,9	5,991	5,991	5,989	5,991	6,021	$5,997 \pm 0,006$	4,046
1,0	5,747	5,719	5,723	5,783	5,701	$5,735 \pm 0,014$	4,496

und zusatzlich:

$$-\frac{D}{m'} = b = (-3,50 \pm 0,17) \cdot 10^{-4} \text{ T.}$$

Mit Formel (3) folgt:

$$G = (8,0 \pm 0,6) \cdot 10^{10} \text{ Pa.}$$

Hieraus folgt mit den Formeln (1) und (2):

$$\mu = 0,32 \pm 0,10$$

und

$$Q = (1,9 \pm 1,1) \cdot 10^{11} \text{ Pa.}$$

### 5.3 Bestimmung der Horizontalkomponente des magnetischen Flusses des Erdmagnetfeldes

Aus den Werten aus Tabelle 4 ergibt sich für den Mittelwert der Periodendauer:

$$T_m = (20,0088 \pm 0,0035) \text{ s.}$$

Die Horizontalkomponente des magnetischen Flusses des Erdmagnetfeldes kann durch einsetzen von  $x = T_m^{-2}$  in die Gerade der Form  $y = a \cdot x + b$  mit den zuvor bestimmten Parametern  $a$  und  $b$  bestimmt werden. Nach Formel (12) folgt:

$$B_E = y = (4,3 \pm 1,7) \cdot 10^{-5} \text{ T.}$$

**Tabelle 4:** Die gemessenen Periodendauern der Schwingung unter Einwirkung des Erdmagnetfeldes.

$T/s$
20,018
20,002
20,004
20,034
20,0
20,006
20,016
20,008
19,998
20,002

## 6 Diskussion

Im Folgenden wird das Material anhand der verschiedenen Konstanten bestimmt. Für eine eindeutige Aussage reichen jedoch die Ergebnisse von  $E$  und  $G$ . Die beiden anderen Konstanten lassen sich mit ihnen ermitteln. Aufgrund des gegebenen Wertes des Elastizitätsmoduls wird vermutet, dass es sich um einen Stahldraht handelt. Der gegebene Wert von  $E = (210,0 \pm 0,5)$  GPa passt zum Literaturwert von Stahl. Dieser liegt ebenfalls bei ca. 210 GPa[7, S. 624 f.]. Beim Vergleich der in 5.1 und 5.2 ermittelten Werte des Schubmoduls, fällt auf, dass beide Erwartungswerte nicht in der jeweils anderen Sigma-Umgebung liegen. Da es sich beim Material des Drahtes dem Elastizitätsmoduls nach um Stahl handelt, scheint der in 5.2 bestimmte Erwartungswert besser zu sein. Dieser liegt mit  $(80,0 \pm 6,0)$  GPa in Nähe des Literaturwertes des Schubmoduls von Stahl, welcher ca. 79,3 GPa[2] beträgt. Dieses Ergebnis erscheint zwar recht eindeutig, aufgrund der hohen Unsicherheit des bestimmten  $G$  ist sie jedoch nicht sonderlich aussagekräftig. Das Ergebnis von 5.1 ist hingegen ca.  $G = (89,0 \pm 6,0)$  GPa. Dieses weicht stark vom Literaturwert von  $G$  von Stahl ab. Es zeigt aber auch keine Tendenz, welche auf ein anderes isotropes Material schließen lassen würde. Da alle Konstanten in 5.1 kleiner als ihre Gegenstücke aus 5.2 sind, lässt dies auf einen systematischen Fehler schließen. Es existieren mehrere mögliche Fehlerquellen, welche die schlechteren Ergebnisse aus 5.1 erklären können. Eine mögliche Fehlerquelle bildet das Trägheitsmoment der Kugel. Diese ist schon aufgrund des integrierten Magneten keine reine Vollkugel und eine Änderung der Drehachse führt daher automatisch zu einem veränderten Trägheitsmoment. Eine weitere Fehlerquelle liegt im Verlassen des Bereiches, indem das Hooksche Gesetz gültig ist. Falls dieser Bereich aufgrund einer zu hohen Auslenkung verlassen wurde, kommt es ebenfalls zu Fehlern. Das in 5.3 bestimmte Ergebnis der Stärke des Erdmagnetfeldes mit  $(43 \pm 17) \mu\text{T}$  zeigt Abweichungen von ca. 100 % im Vergleich zum Literaturwert. Dieser liegt bei ca.  $20 \mu\text{T}$ [1]. Dies lässt sich nur damit erklären, dass ein grober systematischer Fehler vorliegt, welcher sich jedoch nicht in den elastischen Konstanten widerspiegelt.

Falls die gegebene Anzahl der Spulenwicklungen jedoch für beide Spulen zusammen gelte, wäre auch der bestimmte Erwartungswert im Rahmen der Messunsicherheit. Auch hier ist der Wert jedoch aufgrund der hohen Unsicherheit nicht aussagekräftig.

## Literatur

- [1] Prof. Dr. Friedrich H. Balck. *Erdmagnetfeld*. URL: <http://www.biosensor-physik.de/biosensor/erdmagnetfeld.htm> (besucht am 11.12.2016).
- [2] S. H. Crandall, N. C. Dahl und T. J. Lardner. *An Introduction to the Mechanics of Solids*. McGraw-Hill, 1959.
- [3] TU Dortmund. *V102 Drehschwingungen*. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V102.pdf> (besucht am 11.12.2016).
- [4] TU Dortmund. *V104 Der Doppler-Effekt*. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V104.pdf> (besucht am 12.12.2016).
- [5] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [6] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.18.1. URL: <http://www.scipy.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [7] Horst Kuchling. *Taschenbuch der Physik*. Carl Hanser, 2011. ISBN: 978-3-446-42457-9.
- [8] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 09.12.2016).
- [9] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 09.12.2016).