

V702

Aktivierung mit Neutronen

Lukas Rolf

lukas.rolf@tu-dortmund.de

Yannik Brune

yannik.brune@tu-dortmund.de

Durchführung: 13.06.2017

Abgabe: 20.06.2017

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Das radioaktive Isotop	3
2.2 Die Kernreaktionen mit Neutronen	3
2.3 Erzeugung langsamer Neutronen	4
2.4 Der Zerfall instabiler Isotope	4
3 Aufbau	5
4 Durchführung	7
5 Auswertung	7
5.1 Bestimmung der Zerfallskurve und Halbwertszeit von Indium	7
5.2 Bestimmung der Halbwertszeiten von Rhodium	10
6 Diskussion	13
Literatur	14

1 Zielsetzung

Es sollen sowohl Zerfallskurven als auch Halbwertszeiten verschiedener radioaktiver Isotope bestimmt werden. Um die radioaktiven Isotope zu erhalten, werden nicht radioaktive Nuklide mit Neutronen beschossen.

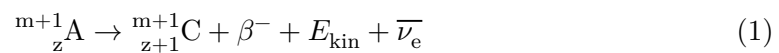
2 Theorie

2.1 Das radioaktive Isotop

Der Kern eines Atoms besteht aus Protonen und Neutronen. Dieser ist nur stabil, solange sich das Verhältnis beider innerhalb enger Grenzen befindet. Liegt es hingegen außerhalb der Grenzen ist der Kern instabil und zerfällt zu einem kleineren Kern. Das entsprechende Atom ist dann radioaktiv. Die Wahrscheinlichkeit mit welcher ein Kern innerhalb eines Zeitintervalls wird über seine Halbwertszeit τ definiert, nach welcher die Hälfte der Kerne zerfallen sind.

2.2 Die Kernreaktionen mit Neutronen

Dringt ein freies Neutron in den Wechselwirkungsbereich eines Kerns K ein, wird es von letzterem absorbiert. Der neue Kern K^* wird als Compoundkern bezeichnet und liegt energetisch um die Gesamtenergie des Neutrons höher. Die zusätzliche Energie verteilt sich über die Nukleonen des Kerns und hebt diese in höhere Niveaus. Aufgrund der Energieverteilung besitzen die einzelnen Nukleonen nun zu wenig Energie, um das neue Neutron wieder abzustossen und geben die überschüssige Energie nur in Form von Gammaquanten wieder ab. Der neue Kern ist nun nicht mehr stabil und wandelt sich unter Abgabe eines Elektrons β^- und eines Antineutrinos $\bar{\nu}_e$ in einen stabilen Kern um.



Die nun überschüssige Energie geht in kinetische Energie von Elektron und Antineutrino über.

Die Wahrscheinlichkeit, mit welcher ein Kern ein freies Neutron fängt wird über den Wirkungsquerschnitt σ dargestellt. Dieser beschreibt die Fläche, die ein theoretischer Kern besitzen müsste um jedes Neutron zu fangen. Für ihn gilt:

$$\sigma = \frac{u}{nKd}, \quad (2)$$

mit der Neutronenanzahl n , der Einfänge u auf einer 1 cm^2 großen Folie der Dicke d und K Atomen pro cm^3 . Es zeigt sich jedoch, dass zwischen langsamen und schnellen Neutronen unterschieden werden muss. Ist die Geschwindigkeit des Neutrons groß, so ist die de-Broglie Wellenlänge des Neutrons klein gegenüber dem Kern und das Problem kann rein geometrisch betrachtet werden. Ist sie jedoch gering, so rücken die quantenmechanischen Effekte in den Vordergrund. In Näherung kann

$$\sigma = \frac{1}{v} \quad (3)$$

angenommen werden, welches mit der Vorstellung übereinstimmt, dass sich ein langsames Neutron länger im Wirkungsbereichs des Kerns aufhält. Somit steigt die Wahrscheinlichkeit, dass die Kernkräfte es in den Kern ziehen.

2.3 Erzeugung langsamer Neutronen

Um die benötigten Neutronen zu gewinnen werden ${}^9\text{Be}$ -Kerne mit der Alphastrahlung einer ${}^{226}\text{Ra}$ Quelle beschossen. Dabei gilt:



Die entstandenen Neutronen besitzen ein kontinuierliches Energiespektrum bis zu 13,7 MeV. Um sie auf die gewünschte mittlere kinetische Energie von 0,025 eV zu bringen, diffundieren sie vor dem Probenkontakt durch dicke Materieschichten, in welchen sie ihre kinetische Energie in elastischen Stößen abgeben. Die Stöße sind am effektivsten, wenn der Stoßpartner Wasserstoff ist. Wenn die Neutronen die Probe erreichen bewegen sie sich im Mittel nur noch mit 2,2 km/s. Solche Neutronen werden als thermische Neutronen bezeichnet.

2.4 Der Zerfall instabiler Isotope

Ein instabiles Isotop zerfällt wie bereits beschrieben in stabile, leichtere Isotope. Für die Anzahl der zum Zeitpunkt t noch nicht zerfallenen Kerne gilt dabei:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (5)$$

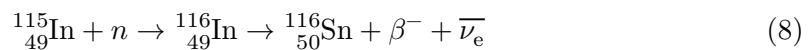
mit den anfänglichen Kernen N_0 und der Zerfallskonstante λ . Für τ folgt:

$$\tau = \frac{\log(2)}{\lambda}. \quad (6)$$

Die zur Zeit t noch existierenden Kerne zu bestimmen ist jedoch sehr schwierig. Deswegen werden stattdessen die auftretenden Zerfälle in einem festen Zeitintervall gemessen, da diese ebenso exponentiell mit der Zeit abfallen. Für sie gilt:

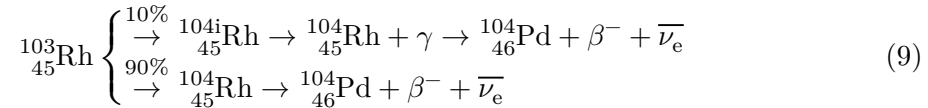
$$N_{\Delta t}(t) = N_0 (1 - e^{-\lambda \Delta t}) e^{-\lambda t} \text{ bzw. } \ln(N_{\Delta t}(t)) = \ln(N_0(1 - e^{-\lambda \Delta t})) - \lambda t, \quad (7)$$

wobei letzteres eine lineare Funktion darstellt. Es ist jedoch darauf zu achten geeignete Zeitintervalle zu verwenden, damit die statistischen Fehler gering bleiben, jedoch auch keine systematischen Fehler auftreten. Auf diese Weise kann das Zerfallsverhalten vieler Stoffe untersucht werden. Für das Element Indium gilt beispielsweise:



Es gibt jedoch auch einige Sonderfälle, von denen der Fall Rhodium nun gesondert betrachtet wird. Bei der Aktivierung von reinem ${}^{103}\text{Rh}$ durch Neutronen können nach

der Zerfallsreihe in (9) zwei verschiedene Isomere entstehen, welche sich in ihrer Energie unterscheiden. Das langlebige ^{104i}Rh zerfällt anschließend wieder zu energieärmeren ^{104}Rh . Das verwendete Zählrohr zählt jedoch die Zerfälle beider Reihen. Aufgrund der sehr unterschiedlich Halbwertszeiten kann jedoch davon ausgegangen werden, dass das kurzlebige Isomer nach einiger Zeit zerfallen ist und von da an nur noch Zerfälle des langlebigen registriert werden. Zwar zerfällt auch das durch den ^{104i}Rh - Zerfall entstandene ^{104}Rh weiter zu ^{104}Pd , jedoch spielen diese Zerfälle nur eine untergeordnete Rolle.



3 Aufbau

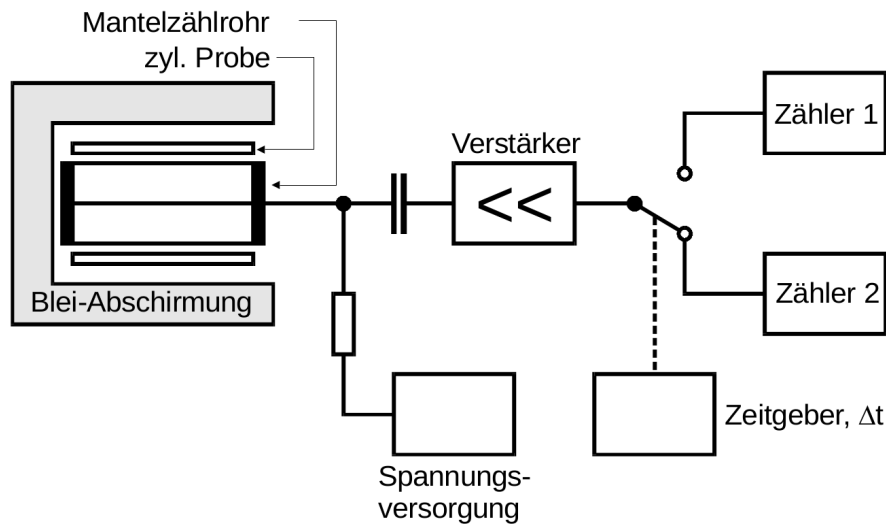


Abbildung 1: Eine schematische Darstellung des Messaufbaus [2]

Der Messaufbau besteht im Kern aus einem radioaktiven Isotop und einem Geiger-Müller-Zählrohr, welches die auftretenden Zerfälle registriert. Dieses besteht aus einer mit Argon gefüllten Röhre. Trifft nun ein Betateilchen oder ein Gammaquant auf das Argon, wird dieses ionisiert und sorgt aufgrund einer hohen anliegenden Spannung für eine Elektronenlawine. Die Spannung kann anschließend ohne einen größeren Verstärker gemessen werden. Die Messzeit kann am Ausgabegerät des Zählrohrs eingestellt werden. Nach einem Durchlauf wird auf ein zweites Zählwerk gewechselt, sodass die aktuellen Ergebnisse notiert werden können. Zusätzlich ist der Messaufbau mit einer Bleikleidung versehen. Zum einen schirmt Sie das Messgerät vor verfälschender kosmischer Strahlung ab, zum anderen schützt Sie den Anwender vor der vorherrschenden Radioaktivität. Um die benötigten radioaktiven Isotope zu erzeugen, werden stabile Kerne in einem Behälter

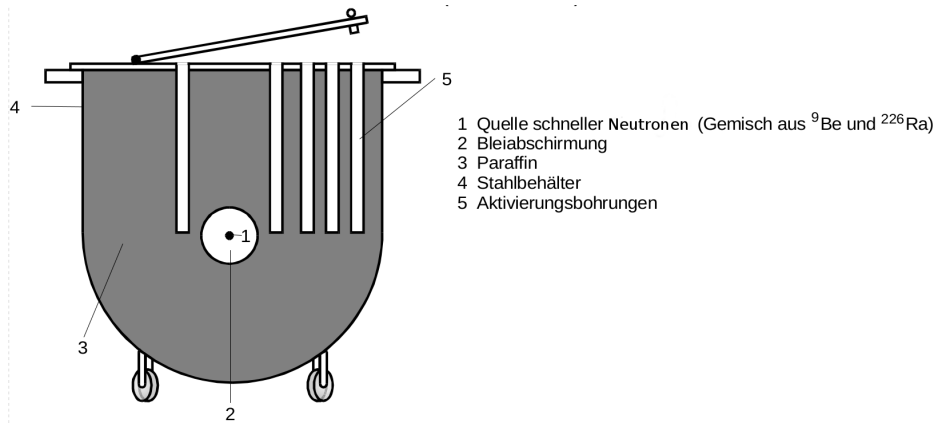


Abbildung 2: Eine schematische Darstellung des Isotopenanreicherungsbehälters [2]

nach Abb. 2 mit Neutronen beschossen. Um die Ausbeute zu maximieren durchlaufen die Neutronen zunächst jedoch eine bremsende Paraffinschicht.

4 Durchführung

Um Fehler aufgrund von Störquellen, wie kosmischer Strahlung, zu minimieren wird zunächst ein Leerlauf ohne Isotop über 900 s durchgeführt. Nun folgt zunächst eine Zerfallsmessung des Elementes ^{116}In . Es werden fünfzehn Messwerte bei einer Messzeit von jeweils 240 s aufgenommen. Im Anschluss wird der Vorgang für ein Isomerengemisch von ^{104}Rh und ^{104i}Rh über einen Zeitraum von 12 min wiederholt. Da das Isomerengemisch kurzlebiger ist, werden Messabstände von 15 s gewählt.

5 Auswertung

Die Graphen werden sowohl mit Matplotlib [3] als auch NumPy [5] erstellt. Die Fehlerrechnung wird mithilfe von Uncertainties [4] durchgeführt. Es wird im Folgenden von einer Poisson-Verteilung der gemessenen Werte für die Anzahl von Zerfällen in einem Zeitintervall ausgegangen. Für die Standardabweichung σ des Mittelwertes μ für eine Messung gilt dann $\sigma = \sqrt{\mu}$. Für Fehlerfortpflanzung wird das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz verwendet. Dieses hat die Form

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \sigma_i \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \right) \cdot \sigma(x_i, x_k)}, \quad (10)$$

wobei σ_y die Standardabweichung des Wertes $y(x_1, \dots, x_n)$ und $\sigma(x_i, x_k)$ die Kovarianz der fehlerbehafteten Größen x_i mit Standardabweichung von σ_i sind.

5.1 Bestimmung der Zerfallskurve und Halbwertszeit von Indium

Mithilfe einer linearen Ausgleichsrechnung der Form $y = ax + b$ für die Wertepaare $(t, \ln(N))$ aus Tabelle 1 ergibt sich

$$N(t)_{^{116}\text{In}} = \exp(ax + b) = \exp\left((-2,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{s}} x + (2,13 \pm 0,02)\right).$$

daraus lässt sich die Halbwertszeit nach Formel (6) und dem Gauß'schem Fehlerfortpflanzungsgesetz (10) berechnen zu

$$T_{^{116}\text{In}} = -\frac{\ln(2)}{a} = (58 \pm 3) \text{ min.}$$

Für die erwartete Anzahl von Zerfällen in den ersten 240 s ergibt sich

$$Z_{^{116}\text{In}} = N(240 \text{ s})_{^{116}\text{In}} = 1933 \pm 48.$$

Tabelle 1: Die durchschnittlichen Zählraten N bei Indium in einem Zeitintervall von $t - 240\text{s}$ bis t unter Berücksichtigung der Nullmessung, die zugehörige Standardabweichung σ und der logarithmierte Wert von N mit der zugehörigen Abweichung nach oben und unten zu verschiedenen Zeiten t .

$\frac{t}{\text{s}}$	$\frac{N}{\text{s}^{-1}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{N}{240\text{s}^{-1}}}$	$\ln\left(\frac{N}{\text{s}^{-1}}\right)$	$\ln\left(\frac{N+\sigma}{\text{s}^{-1}}\right) - \ln\left(\frac{N}{\text{s}^{-1}}\right)$	$\ln\left(\frac{N}{\text{s}^{-1}}\right) - \ln\left(\frac{N-\sigma}{\text{s}^{-1}}\right)$
240	8,5	0,2	2,15	0,02	0,02
480	7,4	0,2	2,00	0,02	0,02
720	7,2	0,2	1,97	0,02	0,02
960	6,9	0,2	1,94	0,02	0,02
1200	6,8	0,2	1,91	0,02	0,03
1440	6,7	0,2	1,89	0,02	0,03
1680	6,2	0,2	1,83	0,03	0,03
1920	5,3	0,1	1,67	0,03	0,03
2160	5,2	0,1	1,64	0,03	0,03
2400	5,2	0,1	1,65	0,03	0,03
2640	4,9	0,1	1,59	0,03	0,03
2880	4,9	0,1	1,60	0,03	0,03
3120	4,3	0,1	1,47	0,03	0,03
3360	4,6	0,1	1,52	0,03	0,03
3600	4,2	0,1	1,42	0,03	0,03

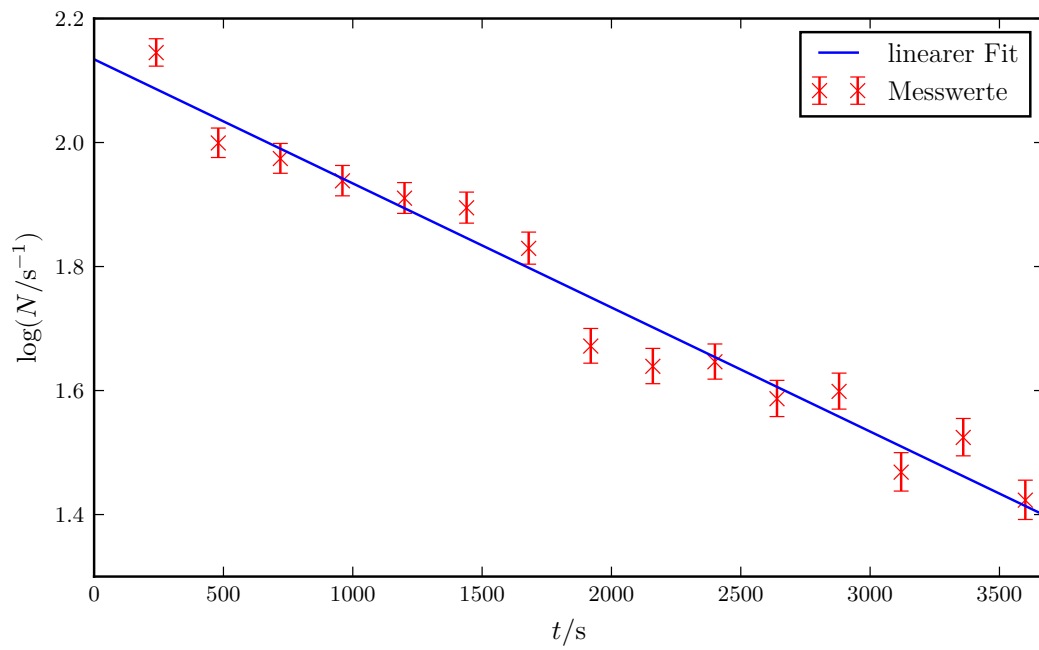


Abbildung 3: Der Logarithmus der gemessenen durchschnittlichen Zählraten N bei Indium in einem Zeitintervall von $t - 240\text{s}$ bis t unter Berücksichtigung der Nullmessung gegen die vergangene Zeit t aufgetragen, sowie ein linearer Fit der Wertepaare.

5.2 Bestimmung der Halbwertszeiten von Rhodium

Es sollen sowohl die Halbwertszeit von ^{104}Rh als auch ^{104i}Rh mithilfe von zwei Ausgleichsrechnungen bestimmt werden. Dabei handelt es sich bei ^{104i}Rh um einen zu ^{104}Rh isomeren Kern. Zunächst wird $N(t)_{^{104i}\text{Rh}}$ für das langlebigere ^{104i}Rh durch eine lineare

Tabelle 2: Die durchschnittlichen Zählraten N bei Rhodium in einem Zeitintervall von $t - 15\text{s}$ bis t unter Berücksichtigung der Nullmessung, die zugehörige Standardabweichung σ und der logarithmierte Wert von N mit der zugehörigen Abweichung nach oben und unten zu verschiedenen Zeiten t .

$\frac{t}{\text{s}}$	$\frac{N}{\text{s}^{-1}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{N}{15\text{s}^{-1}}}$	$\ln\left(\frac{N}{\text{s}^{-1}}\right)$	$\ln\left(\frac{N+\sigma}{\text{s}^{-1}}\right) - \ln\left(\frac{N}{\text{s}^{-1}}\right)$	$\ln\left(\frac{N}{\text{s}^{-1}}\right) - \ln\left(\frac{N-\sigma}{\text{s}^{-1}}\right)$
15	47,9	1,8	3,87	0,04	0,04
30	40,9	1,7	3,71	0,04	0,04
45	30,9	1,4	3,43	0,05	0,05
60	25,1	1,3	3,22	0,05	0,05
75	20,2	1,2	3,00	0,06	0,06
90	14,3	1,0	2,66	0,07	0,07
105	13,7	1,0	2,62	0,07	0,07
120	10,6	0,8	2,36	0,08	0,08
135	7,4	0,7	2,01	0,09	0,10
150	8,6	0,8	2,15	0,08	0,09
165	8,1	0,7	2,09	0,09	0,10
180	5,1	0,6	1,63	0,11	0,12
195	5,6	0,6	1,72	0,10	0,12
210	4,0	0,5	1,38	0,12	0,14
225	3,8	0,5	1,34	0,12	0,14
240	3,2	0,5	1,15	0,14	0,16
255	3,4	0,5	1,21	0,13	0,15
270	2,7	0,4	0,99	0,15	0,17
285	2,6	0,4	0,94	0,15	0,18
300	1,8	0,3	0,57	0,18	0,22
315	2,2	0,4	0,80	0,16	0,19
330	1,4	0,3	0,36	0,20	0,24
345	1,8	0,3	0,60	0,17	0,21
360	1,4	0,3	0,31	0,20	0,25
375	1,5	0,3	0,40	0,19	0,24
390	1,5	0,3	0,40	0,19	0,24

Ausgleichsrechnung der Form $y_1 = a_1x + b_1$ für die Wertepaare $(t, \ln(N))$ aus Tabelle 2 und 3 mit $t \geq 300\text{s}$ bestimmt. Es ergibt sich

$$N(t)_{^{104i}\text{Rh}} = \exp(a_1x + b_1) = \exp\left(-(2,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}}x + (1,4 \pm 0,2)\right)$$

Tabelle 3: Die durchschnittlichen Zählraten N bei Rhodium in einem Zeitintervall von $t - 15\text{s}$ bis t unter Berücksichtigung der Nullmessung, die zugehörige Standardabweichung σ und der logarithmierte Wert von N mit der zugehörigen Abweichung nach oben und unten zu verschiedenen Zeiten t .

$\frac{t}{\text{s}}$	$\frac{N}{\text{s}^{-1}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{N}{15\text{s}^{-1}}}$	$\ln\left(\frac{N}{\text{s}^{-1}}\right)$	$\ln\left(\frac{N+\sigma}{\text{s}^{-1}}\right) - \ln\left(\frac{N}{\text{s}^{-1}}\right)$	$\ln\left(\frac{N}{\text{s}^{-1}}\right) - \ln\left(\frac{N-\sigma}{\text{s}^{-1}}\right)$
405	1,6	0,3	0,45	0,19	0,24
420	1,4	0,3	0,36	0,20	0,23
435	1,5	0,3	0,40	0,19	0,24
450	1,7	0,3	0,53	0,18	0,24
465	1,2	0,3	0,21	0,21	0,22
480	1,4	0,3	0,31	0,20	0,27
495	1,3	0,3	0,26	0,20	0,25
510	1,0	0,3	-0,04	0,23	0,26
525	1,2	0,3	0,21	0,21	0,31
540	1,0	0,3	0,03	0,23	0,27
555	1,0	0,3	0,03	0,23	0,29
570	1,0	0,3	-0,04	0,23	0,29
585	0,6	0,2	-0,57	0,30	0,31
600	1,1	0,3	0,09	0,22	0,42
615	0,8	0,2	-0,19	0,25	0,28
630	0,6	0,2	-0,57	0,30	0,33
645	0,7	0,2	-0,36	0,27	0,42
660	0,4	0,2	-0,84	0,33	0,37
675	0,8	0,2	-0,19	0,25	0,50
690	0,4	0,2	-0,84	0,33	0,33
705	0,6	0,2	-0,57	0,30	0,50
720	0,6	0,2	-0,46	0,28	0,42
735	0,7	0,2	-0,36	0,27	0,39
750	0,7	0,2	-0,36	0,27	0,37
765	0,6	0,2	-0,57	0,30	0,37
780	0,9	0,2	-0,11	0,24	0,42

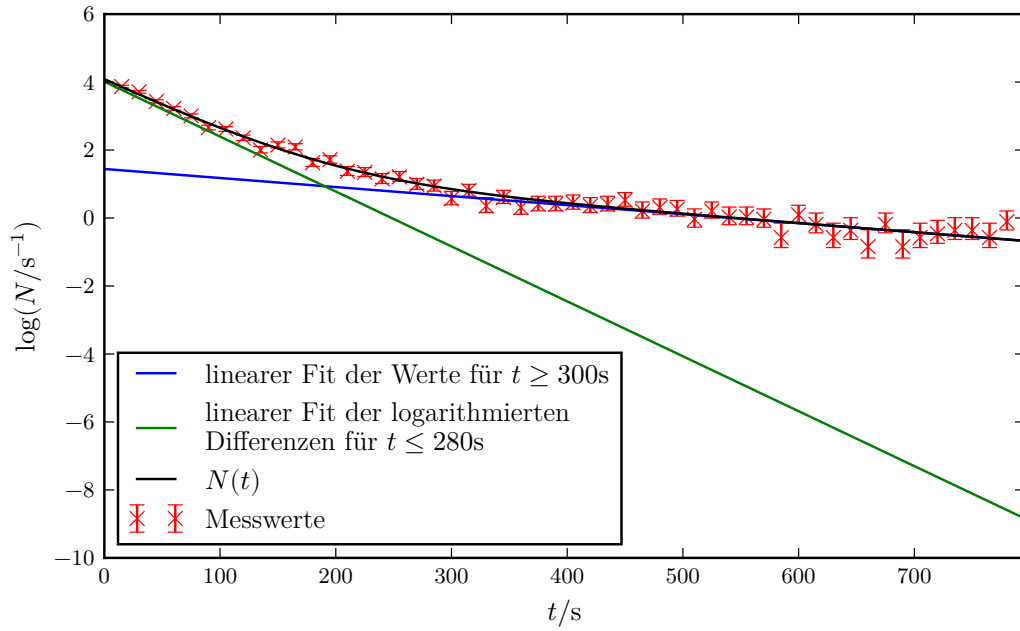


Abbildung 4: Der Logarithmus der gemessenen durchschnittlichen Zählraten N bei Rhodium in einem Zeitintervall von $t - 15s$ bis t unter Berücksichtigung der Nullmessung gegen die vergangene Zeit t aufgetragen, sowie jeweils ein linearer Fit der Wertepaare für $t \geq 300s$ und der logarithmierten Differenzen der Messwerte von den aus der anderen linearen Ausgleichsrechnung bestimmten Werte für N für $t \leq 280s$.

und somit für die Halbwertszeit von ^{104i}Rh nach Formel (6) und dem Gauß'schem Fehlerfortpflanzungsgesetz (10)

$$T_{^{104i}\text{Rh}} = -\frac{\ln(2)}{a_1} = (4,3 \pm 0,4) \text{ min.}$$

Für die erwartete Anzahl von Zerfällen in den ersten 15 s ergibt sich

$$Z_{^{104i}\text{Rh}} = N(15 \text{ s})_{^{104i}\text{Rh}} = 61 \pm 9.$$

Nun wird $N(t)_{^{104}\text{Rh}}$ für das kurzlebigere ^{104}Rh durch eine lineare Ausgleichsrechnung der Form $y_2 = a_2x + b_2$ für die Wertepaare $(t, \ln(N - N(t)_{^{104i}\text{Rh}}))$ aus Tabelle 2 und 3 mit $t \leq 280 \text{ s}$ bestimmt. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} N(t)_{^{104}\text{Rh}} &= N - N(t)_{^{104i}\text{Rh}} = \exp(a_2x + b_2) \\ &= \exp\left(- (1,62 \pm 0,06) \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{s}} x + (4,01 \pm 0,09)\right) \end{aligned}$$

und somit für die Halbwertszeit von ^{104}Rh nach Formel (6) und dem Gauß'schem Fehlerfortpflanzungsgesetz (10)

$$T_{^{104}\text{Rh}} = -\frac{\ln(2)}{a_2} = (43 \pm 2) \text{ s.}$$

Für die erwartete Anzahl von Zerfällen in den ersten 15 s ergibt sich

$$Z_{^{104}\text{Rh}} = N(15 \text{ s})_{^{104}\text{Rh}} = 651 \pm 61.$$

Für die gesamte durchschnittliche Zählrate $N(t)$ bei Rhodium in einem Zeitintervall von $t - 15 \text{ s}$ bis t ergibt sich

$$\begin{aligned} N(t) &= N(t)_{^{104}\text{Rh}} + N(t)_{^{104i}\text{Rh}} = \exp(a_2x + b_2) + \exp(a_1x + b_1) \\ &= \exp\left(- (1,62 \pm 0,06) \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{s}} x + (4,01 \pm 0,09)\right) \\ &\quad + \exp\left(- (2,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}} x + (1,4 \pm 0,2)\right), \end{aligned}$$

welche in Abbildung 4 dargestellt ist.

6 Diskussion

Die Auswertung hat einige Ergebnisse ergeben, welche nun zu diskutieren sind. Zunächst wird die Halbwertszeit von ^{116}In betrachtet. Aus Tabelle 4 folgt, dass der experimentelle Wert mitsamt seiner σ -Umgebung leicht oberhalb des Literaturwertes liegt. In Abb. 3 ist zu erkennen, dass ca. die Hälfte der einzelnen Messwerte mitsamt ihrer σ -Umgebung außerhalb der Ausgleichsgeraden liegen. Dies lässt vermuten, dass die σ -Umgebung vermutlich größer ist als die Angegebene. Die bestimmten Halbwertszeiten der beiden Rhodiumisomere liegen beide im Bereich der Literaturwerte. Es ist jedoch zu beachten, dass diese auf Basis selbst gewählter Parameters bestimmt wurden. Im Hinblick auf die geringen Fehler bezüglich der Literaturwerte erscheinen die bestimmten Zerfälle nach 15 s jedoch auch realistisch.

Tabelle 4: Die in der Auswertung bestimmten Werte mit zugehörigen Literaturwerten und die relative Abweichung von diesen.

Wert	gemessen	Literaturwert ^[1]	Abweichung
T_{116In}	58 ± 3 min	$(54,3 \pm 0,2)$ min	6 %
T_{104Rh}	(43 ± 2) s	$(42,3 \pm 0,4)$ s	1 %
T_{104iRh}	$(4,3 \pm 0,4)$ min	$(4,34 \pm 0,03)$ min	0,09 %
Z_{116In}	(1933 ± 48)	-	-
Z_{104Rh}	(651 ± 61)	-	-
Z_{104iRh}	(61 ± 9)	-	-

Literatur

- [1] National Nuclear Data Center. *Chart of Nuclides*. URL: <http://www.nndc.bnl.gov/chart/reCenter.jsp?z=45&n=59> (besucht am 18.06.2017).
- [2] TU Dortmund. *V702 Aktivierung mit Neutronen*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V702.pdf> (besucht am 19.06.2017).
- [3] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 09.12.2016).
- [5] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 09.12.2016).