

Teoria dei giochi

Da leggere : Libro di testo capitoli 12 e 13

1. Il dilemma del prigioniero

		B	
		Coopera	Defeziona
		3	4
A	Coopera	3	0
	Defeziona	0	1
		4	1

2. Strategie Dominanti

- La strategia S si dice **dominante** rispetto alla strategia T se S garantisce pagamenti superiori qualsiasi sia la scelta dell'altro giocatore.
- Nel dilemma del prigioniero la strategia Defeziona domina la strategia Coopera

		B	
		Niente	Pubblicità
		Pubblicità	Pubblicità
A	Pubblicità	5	0
	Niente	10	15
		8	2
		6	10

3. Equilibrio di Nash

- Non tutti i giochi possiedono una strategia dominante

		B
	Niente	Pubblicità
	Pubblicità	Niente
A	5	0
	10	15
	8	2
	6	20

4. Equilibrio di Nash e strategie dominanti: un confronto

- Strategia dominante S :

La strategia S offre pagamenti superiori alla strategia T qualsiasi cosa faccia l'altro giocatore

- Una coppia di strategie (S, R) è un equilibrio di Nash

Se il giocatore B utilizza la strategia R, S è la strategia migliore per A

Se il giocatore A utilizza la strategia S, R è la strategia migliore per B.

Molteplicità degli equilibri di Nash

- Non tutti i giochi possiedono un solo equilibrio di Nash
- In effetti, i giochi con un solo equilibrio di Nash sono l'eccezione piuttosto che la regola

		B
	Croccante	Dolce
	-5	10
A	-5	10
	10	-5
	10	-5

5. Strategie di Massiminimo

- I giocatori non scelgono necessariamente delle strategie razionali
- In alcuni casi potrebbero essere più interessati ad evitare perdite troppo cospicue
- In questo caso i giocatori potrebbero utilizzare delle strategie di massiminimo (*maximin*)
- Un giocatore sceglie la strategia che massimizza il suo pagamento sotto l'ipotesi che le cose vadano nel modo peggiore.

6. Strategie di Massiminimo

	B	
	Investe	Non
	Investe	
A	0	10
	0	-10
	0	10
Non Investe	-100	20

7. Strategie Miste

- Quelle che abbiamo considerato fino ad ora sono giochi in cui in equilibrio i giocatori utilizzano una delle loro strategie con certezza
- In alcuni giochi, tuttavia, i giocatori possono preferire rendere il loro comportamento imprevedibile
- Ad esempio nel caso del calcio di rigore
- In questo caso l'equilibrio di Nash richiede che i giocatori utilizzino delle strategie miste. Ossia scelgano a caso quale strategia giocare

8. Strategie Miste

	Portiere	
	Destra	Sinistra
	Destra	
Attaccante	1	-1
	-1	1
	-1	1
Sinistra	1	-1

9. Giochi ripetuti

- Se un gioco è ripetuto emegono molti equilibri che non esistono se il gioco è giocato una sola volta.
- In un Dilemma del Prigioniero i giocatori possono usare la strategia seguente (**Occhio per occhio** o Tit for Tat)
- Io inizio cooperando e da quel momento faccio esattamente quello che hai fatto nel round precedente: coopero se coopери, defeziono se defezioni
- Se Occhio per occhio gioca contro se stessa coopera per tutta la durata del gioco

- Se una strategia defeziona contro Occhio per occhio al primo round, occhio per occhio comincerà a defezionare fino a quando l'altra strategia non ricomincerà a cooperare

10. Giochi ripetuti

Immaginiamo che il gioco venga ripetuto ogni giorno e che al termine di ciascuna ripetizione il gioco prosegua con una probabilità $1 > \delta > 0$. Se oggi giochiamo con certezza, giocheremo domani con probabilità δ . Giocheremo tra cinque giorni con probabilità δ^4 . In generale, giocheremo tra n giorni con probabilità δ^{n-1} . I nostri pagamenti attesi sono dunque

Round	0	1	2	3	4	...
Probabilità	1	δ	δ^2	δ^3	δ^4	...
Occhio Per Occhio	C	D	D	D	D	...

Round	0	1	2	3	4	...
Probabilità	1	δ	δ^2	δ^3	δ^4	...
Occhio Per Occhio	C	C	C	C	C	...

Round	0	1	2	3	4	...
Probabilità	1	δ	δ^2	δ^3	δ^4	...
Occhio Per Occhio	C	C	C	C	C	...

Round	0	1	2	3	4	...
Probabilità	1	δ	δ^2	δ^3	δ^4	...
Occhio per occhio	C	C	C	C	C	...

Occhio per Occhio è in Equilibrio di Nash con sè stessa se non si può guadagnare deviando unilateralmente e passando ad *Defeziona sempre*. Questo richiede che

$$\pi(\text{Occhio per Occhio}, \text{Occhio per Occhio}) > \pi(\text{Defeziona Sempre}, \text{Occhio per Occhio})$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} 3 \delta^i > 4 + \sum_{i=1}^{\infty} 1 \delta^i$$

$$\frac{3}{1-\delta} > 4 - \frac{\delta}{\delta-1}$$

Per ottenere questo risultato dobbiamo ricordare che

$$\sum_{i=0}^{\infty} \delta^i = \frac{1}{1-\delta}$$

Dalle'equazione precedente otteniamo che

$$\frac{1}{3} < \delta < 1$$

Quindi, se la probabilità che ci sia una interazione futura è sufficientemente grande, la cooperazione può essere in equilibrio.

Si badi però che la Defezione è *sempre* un equilibrio. Ossia, per qualsiasi valore di δ , se l'altro gioca Defeziona Sempre conviene giocare Defeziona Sempre. Per rendersene conto è sufficiente notare che

Row [

$$\pi(\text{Occhio per Occhio}, \text{Defeziona Sempre}) > \pi(\text{Defeziona Sempre}, \text{Defeziona Sempre})$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} 1 \delta^i + 0 > \sum_{i=1}^{\infty} 1 \delta^i + 1$$

$$-\frac{\delta}{\delta-1} > 1 - \frac{\delta}{\delta-1}$$

Da cui si ottiene $0 > 1$, che è chiaramente impossibile. La ragione è che Defeziona sempre ottiene un pagamento non inferiore a Occhio per occhio in qualsiasi round (0 contro 1 al primo round, e 1 per tutte e due le strategie dal secondo round in avanti).

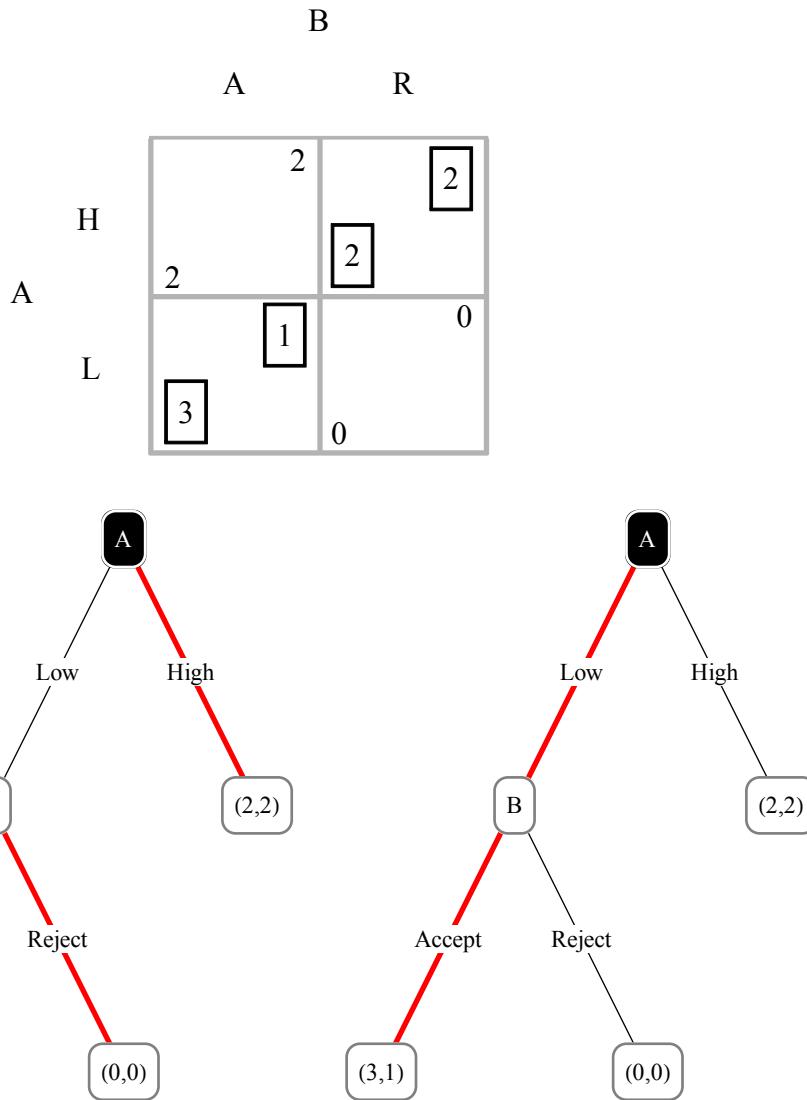
Ne segue che anche se la cooperazione può essere in equilibrio (se δ è sufficientemente grande) la defezione è *sempre* in equilibrio.

11. Collusione nei mercati oligopolistici

- In un mercato oligopolistico in cui le imprese interagiscono per più periodi è possibile che utilizzino delle strategie come occhio per occhio per ottenere profitti vicini al profitto di monopolio.
- In un modello alla Cournot, ciascuna impresa potrebbe produrre metà della quantità di monopolio fino a quando l'altra impresa farà altrettanto.

- Se una impresa produce una quantità maggiore della quantità di monopolio l'altra impresa produrrà la quantità di equilibrio di Cournot da quel momento in avanti.
- In un modello alla Bertrand, le imprese potrebbero tenere un prezzo maggiore del costo marginale fino a quanto l'altra impresa fa altrettanto e abbassare il prezzo al costo marginale dopo la prima defezione.
- In questi casi si parla di **oligopolio collusivo**.

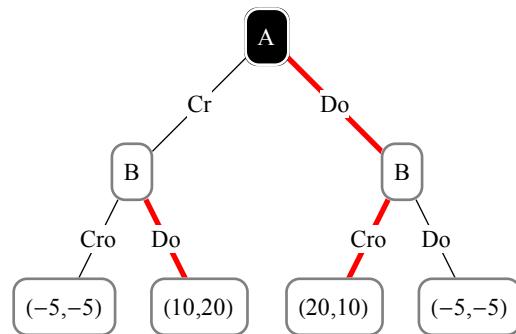
12. Giochi sequenziali I: l'ultimatum game



13. Giochi sequenziali II: modello di Stakelberg

- In alcune situazioni i giocatori non scelgono le loro strategie simultaneamente, ma uno dopo l'altro.
- Ad esempio, in un modello alla Cournot uno dei due giocatori potrebbe scegliere la sua quantità prima dell'altro.
- In questo caso si dice che il primo giocatore si comporta come un leader, mentre il secondo giocatore è il follower.

14. Un esempio



15. Applicazioni I Localizzazione

Ci sono molti consumatori che vivono lungo una strada. Sulla strada ci sono 2 gelaterie (A e B) che vendono gelati identici, allo stesso prezzo. Per ciascun consumatore le gelaterie differiscono solo per la distanza: il costo che un consumatore deve sopportare per acquistare un gelato è dunque pari al prezzo del gelato, meno la distanza dalla gelateria. I consumatori sono distribuiti uniformemente lungo la strada.

Il grafico in basso a sinistra illustra questa situazione. La strada va da 0 a 1. Le gelaterie sono collocate nei punti A e B. La linea spezzata grigia rappresenta il pagamento per un consumatore che si reca nella gelateria A, quella nera per un consumatore che si reca nella gelateria B. Ovviamente, il pagamento massimo è ottenuto da un consumatore che si trova nel punto esatto di una gelateria, ossia nel punto A o nel punto B. Un consumatore che si trova nel punto h ed è quindi più vicino alla gelateria A si recherà nella gelateria A perché il suo pagamento è maggiore. Ne segue che tutti i consumatori che si trovano a sinistra del punto S si serviranno della gelateria A, mentre tutti quelli che si trovano a destra di S si serviranno della gelateria B. Siccome il segmento che va da zero a S è più lungo di quello che va da S a 1, la gelateria A ottiene profitti maggiori.

Potrebbe essere questo un equilibrio? No. Perchè la gelateria B potrebbe spostarsi di un ϵ a sinistra della gelateria A, e ottenere più clienti e quindi profitti più alti. Ma allora la gelateria A si sposterebbe a sinistra della gelateria B e questo processo andrebbe avanti fino a quando le due gelaterie occuperanno la stessa posizione esattamente al centro della strada, servendo ciascuna metà dei clienti.

