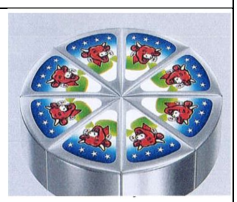
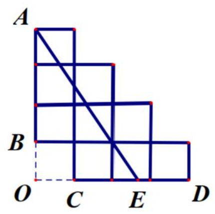
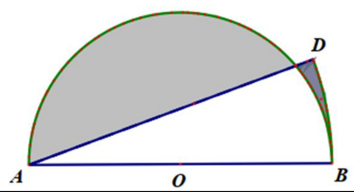
| Dạng | 12. NĂM HỌC 2021 - 2022 |
|---|---|
| BD | **Bài 1.(HSG 21-22)** Cho các số $a,b$ thỏa các điều kiện: $2a^2+7ab-3b^2=0, b\neq 2a, b\neq -2a$. Tính giá trị của biểu thức $M=\dfrac{8a-3b}{2a-b}-\dfrac{2a-5b}{2a+b}$ |
| BDT | **Bài 2.(HSG 21-22)** Cho các số $a,b,c$ thỏa các điều kiện: $ab+bc+ca=2022$. Chứng minh: $\dfrac{\sqrt{a^2+2022}+\sqrt{b^2+2022}+\sqrt{c^2+2022}}{\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}}\geq 2$ |
| PT | **Bài 3.(HSG 21-22)** Giải phương trình: $\dfrac{4x}{\sqrt{x+1}+1}+\dfrac{5}{x}=x$ |
| HH1 | **Bài 4.(HSG 21-22)** Cho đường tròn $(O)$, đường kính $AB$ cố định. Gọi $C$ là điểm di động trên $(O)$ ($C$ khác $A$ và $B$), vẽ đường kính CD của $(O)$. Tiếp tuyến tại $B$ của $(O)$ cắt hai đường thẳng $AC, AD$ lần lượt tại $E, F$. Gọi $H$ là trung điểm của đoạn thẳng $BF$; $K$ là giao điểm của hai đường thẳng $OE$ và $AH$.<br>a) Chứng minh năm điểm $E, C, D, F, K$ cùng thuộc một đường tròn.<br>b) Gọi $I$ là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ECDF$. Chứng minh điểm I luôn thuôc một đường tròn cố định khi $C$ là di động trên $(O)$ |
| HH2 | **Bài 5.(HSG 21-22)** Qua $M$ thuộc cạnh $BC$ của $\triangle ABC$ ta kẻ các đường thẳng song song với các cạnh $AB, AC$; chúng tạo thành với hai cạnh ấy một hinh bình hành. Tìm vị trí của $M$ để hinh bình hành đó có diện tích lớn nhất. |
| SH | **Bài 6.(HSG 21-22)** Tìm tất cả các cặp số tự nhiên $(m;n)$ với $m\geq n$ sao cho $(m+n)^3$ là ước của $B=2n(3m^2+n^2)+8$ |
| | **11. NĂM HỌC 2020 – 2021** |
| BD | **Bài 1.(HSG 20 – 21)** Cho hai số $a,b$ thỏa mãn điều kiện $a-b=1$. Tính giá trị của biểu thức: $P=a^4-4ab^3+3a^2b^2-a^3b-3a^2b+b^4$. |
| PT | **Bài 2.(HSG 20 – 21)** Giải phương trình: $x^2(2-x)^2=3(1-x)^2-5$ |
| HH2 | **Bài 3.(HSG 20 – 21)** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có đường phân giác trong $BD (D\in AC)$. Đường tròn $(BCD)$ cắt cạnh $AB$ tại $E$. Chứng minh: $AE+AB=BC$. |
| BDT | **Bài 4.(HSG 20 – 21)** Cho bốn số thực $a,b,c,d$ thỏa điều kiện $a^2+b^2+c^2+d^2=4$. Chứng minh bất đẳng thức: $(a+2)(b+2)\geq cd$. |
| HH1 | **Bài 5.(HSG 20 – 21)** Cho tứ giác $ABCD$ ($AB$ không song song với $CD$) nội tiếp đường tròn $(O)$ và $M$ là điểm chính giữa cung nhỏ $AB$. Các dây $MC, MD$ cắt AB lần lượt tại các điểm $F, E$.<br>a) Chứng minh: tứ giác $CDEF$ nội tiếp.<br>b) Gọi $I$ là giao điểm của $MC$ và $BD$. Gọi $J$ là giao điểm của $MD$ và $AC$. Chứng minh: $IJ$ song song $AB$.<br>c) Đường thẳng $IJ$ cắt $AD, BC, CD$ lần lượt tại các điểm $P, Q, K$. Chứng minh: $KP.KQ=KI.KJ$. |
| SH | **Bài 6.(HSG 20 – 21)** Cho phương trình $x^2+ax+b=0$ (1) với $a,b$ là các tham số nguyên. Giả sử phương trình (1) có một nghiệm là $2-\sqrt{3}$.<br>a) Tìm $a,b$.<br>b) Chứng minh rằng $A=(2+\sqrt{3})^{2021}+(2-\sqrt{3})^{2021}$ là một số nguyên và $A$ chia hết cho 4. |

| | |
|---|---|
| | **10. NĂM HỌC 2019 – 2020** |
| **BD** | **Bài 1.(HSG 19 – 20) Cho** các số thực $a,b,c$ thỏa mãn điều kiện $a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c}=c+\frac{1}{a}$<br>a) Cho $a=1$, hãy tìm $b,c$.<br>b) Chứng minh rằng nếu $a,b,c$ đều dương thì $a=b=c$. |
| **BDT** | **Bài 2.(HSG 19 – 20) Cho** ba số dương $x,y,z$ thỏa điều kiện $x+y+z=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{1}{xy}+\frac{1}{xz}$ |
| **HH2** | **Bài 3.(HSG 19 – 20)** Cho tam giác đều $ABC$. Trên các cạnh $BC,AB$ lần lượt lấy các điểm $M,N$ sao cho $BM=\frac{1}{3}BC;AN=\frac{1}{3}AB.$<br>**a)** Chứng minh $MN\perp BC$.. b) Gọi $I$ là giao điểm của $AM$ và $CN$. Tính góc $BIC$ |
| **PT** | **Bài 4.(HSG 19 – 20)** Giả sử $a,b,c$ là ba số đôi một khác nhau và $c\neq 0$. Chứng minh rằng nếu phương trình $x^2+ax+bc=0$ và phương trình $x^2+cx+ab=0$ có đúng một nghiệm chung thì các nghiệm khác của của hai phương trình trên thỏa mãn phương trình $x^2+cx+ab=0$ |
| **HH1** | **Bài 5.(HSG 19 – 20)** Cho $\triangle ABC$ vuông tại $A$ $(AB<AC)$ có đường cao $AH$. Đường tròn tâm $H$ bán kính $AH$ cắt cạnh $AC$ tại $D$. Đường thẳng qua $D$ vuông góc với $AC$ cắt $BC$ tại $E$.<br>a) Chứng minh $BH=HE$.<br>b) Đường thẳng qua $E$ vuông góc với $BC$ cắt đường tròn $(H)$ tại $K,L$. Chứng minh $CK,CL$ là các tiếp tuyến của $(H)$. |
| **SH** | **Bài 6.(HSG 19 – 20)** Gọi $S$ là tập hợp gồm $1011$ số nguyên dương phân biệt có giá trị không quá $2020$. Chứng minh rằng trong $S$ có hai số mà tổng của chúng bằng $2021$. |
| | **9. NĂM HỌC 2018 - 2019** |
| **BD** | **Bài 1.(HSG 18 – 19)** Cho $x,y$ là các số thực sao cho $\frac{2}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{2x+y}$. Tính giá trị của biểu thức $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}$. |
| **BDT** | **Bài 2.(HSG 18 – 19)** Cho $a,b,c$ là ba số thực sao cho $a+b=c-2$ và $ab=2c^2-3c+1$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P=a^2+b^2$. |
| **PT** | **Bài 3.(HSG 18 – 19)** An khởi hành từ Sài Gòn đi Biên Hòa. Sau đó $5$ phút, Bình và Cường khởi hành từ Biên Hòa về Sài Gòn. Trên đường đi, An gặp Cường ở địa điểm $C$ rồi gặp Bình ở địa điểm $D$. Tính vận tốc của mỗi người, biết rằng quãng đường Sài Gòn – Biên Hòa dài $39$ km; $CD=6$ km; vận tốc của An bằng $1,5$ vận tốc của Bình và bằng $\frac{3}{4}$ vận tốc của Cường. |
| **HH2** | **Bài 4.(HSG 18 – 19)** Cho tam giác $ABC$ cân tại $A$, nội tiếp đường tròn $(O)$. Từ $B$ kẻ đường thẳng vuông góc với $OC$, đường thẳng này cắt $AC$ tại $D$ và cắt $(O)$ tại $E$ ($E$ khác $B$). Cho biết $AB=8$ cm và $BC=4$ cm, tính độ dài các đoạn thẳng $DE,OA$ và $OD$. |
| **HH1** | **Bài 5.(HSG 18 – 19)** Hộp phô mai có dạng hình trụ, đường kính đáy $12,2$ cm và chiều cao $2,4$ cm. <br>a) Biết rằng $8$ miếng phô mai được xếp nằm sát bên trong hộp và độ dày của giấy gói từng miếng không đáng kể. Hỏi thể tích của mỗi miếng phô mai là bao nhiêu?<br>b) Tính diện tích giấy gói được sử dụng cho một miếng phô mai.<br>(Ghi kết quả gần đúng chính xác đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy). |

| | |
|---|---|
| | **8. NĂM HỌC 2017 – 2018** |
| **BD** | **Bài 1.(HSG 17 – 18)** Cho 2 số $a,b$ thỏa các điều kiện: $a^2+b^2=1; a^4+b^4=\dfrac{1}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^{2010}+b^{2010}$. |
| **PT** | **Bài 2.(HSG 17 – 18)** Giải phương trình: $\sqrt{5-x}+2\sqrt{3+x}=6$ |
| **HH1** | **Bài 3.(HSG 17 – 18)** Hình bên gồm 9 hình vuông giống hệt nhau, mỗi hình vuông có diện tích $4\,cm^2$. Các điểm $A,B,C,D$ là đỉnh các hình vuông. Điểm $E$ nằm trên đoạn $CD$ sao cho $AE$ chia 9 hình vuông thành hai phần có diện tích bằng nhau. Tính độ dài đoạn $CE$.   |
| **BDT** | **Bài 4.1.(HSG 17 – 18)** Cho 2 số thực $x,y$. Chứng minh rằng $(1+x^2)(1+y^2)\ge 2x(1-y^2)$ |
| **SH** | **Bài 4.2.(HSG 17 – 18)** Các số $A;B;C;D;A+C;B+C;A+D;B+D$ là 8 số tự nhiên khác nhau từ 1 đến 8. Biết $A$ là số lớn nhất trong các số $A;B;C;D$. Tìm $A$. |
| **HH1** | **Bài 5.1.(HSG 17 – 18)** Cho nửa đường tròn $(O)$ đường kính $AB$ $=4\,cm$. Góc $DAB=30^o$ và cung $BD$ là một phần của đường tròn tâm $A$. Tính diện tích phần tô đậm.   |
| **HH2** | **Bài 5.2.(HSG 17 – 18)** Cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc nhau tại $I$. Đường thẳng qua $I$ vuông góc với $AD$ cắt cạnh $BC$ tại $N$. Đường thẳng qua $I$ vuông góc với $BC$ cắt $AD$ tại $M$. Chứng minh nếu $AB+CD=2MN$ thì $ABCD$ là hình thang. |
| **PT** | **Bài 6.(HSG 17 – 18)** Một ô tô dự định đi từ thành phố $A$ đến thành phố $B$ với vận tốc không đổi $v\ km/h$. Nếu vận tốc ô tô đó tăng lên $20\%$ thì nó sẽ đến $B$ sớm hơn dự định 1 giờ. Tuy nhiên , sau khi đi được $120\,km$ với vận tốc $v$, ô tô tăng tốc thêm $25\%$ và đến $B$ sớm hơn dự định 48 phút. Tính quãng đường giữa hai thành phố. |
| | **7. NĂM HỌC 2016 – 2017** |
| **BD** | **Bài 1.(HSG 16 – 17)** Cho các số $a,b,c$ thỏa các điều kiện $a-b=7, b-c=3$. Tinh giá trị biểu thức $P=\dfrac{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca}{a^2-c^2-2ab+2bc}$. |
| **PT** | **Bài 2.(HSG 16 – 17)** Giải phương trình: $(2x-1)\sqrt{x+3}=x^2+3$ |
| **PT** | **Bài 3.(HSG 16 – 17)** Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x(y-1)+y(x+1)=6 \\ (x-1)(y+1)=1 \end{cases}$ |
| **BDT** | **Bài 4.1.(HSG 16 – 17)** Cho hai số thực dương $x,y$ thỏa điều kiện $\dfrac{x}{1+x}+\dfrac{2y}{1+y}=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=xy^2$ |
| **SH** | **Bài 4.2.(HSG 16 – 17)** Tìm $x,y$ nguyên thỏa mãn phương trình: $(x+y)(x+2y)=x+5$ |
| **HH2** | **Bài 5.1.(HSG 16 – 17)** Cho tam giác nhọn $ABC$ có trực tâm $H$. Gọi $M,N$ lần lượt là trung điểm của $BC$ và $AH$. Đường phân giác trong góc $A$ cắt $MN$ tại . Chứng minh rằng $AK$ vuông góc với $HK$. |

| | |
|---|---|
| **HH1** | **Bài 5.2.(HSG 16 – 17)** Cho tam giác $ABC$ nội tiếp đường tròn $(O)$. Gọi $AH, AD$ lần lượt là đường cao, đường phân giác trong của tam giác $ABC$ $(H, D \in BC)$. Tia $AD$ cắt $(O)$ tại $E$, tia $EH$ cắt $(O)$ tại $F$ và tia $FD$ cắt $(O)$ tại $K$. Chứng minh rằng $AK$ là đường kính của $(O)$. |
| **SH** | **Bài 6.(HSG 16 – 17)** Trong tuần, mỗi ngày Nam chỉ chơi một môn thể thao. Nam chạy 3 ngày một tuần nhưng không bao giờ chạy trong hai ngày liên tiếp. Vào ngày thứ Hai, anh ta chơi bóng bàn và hai ngày sao đó anh ta chơi bóng đá. Nam còn đi bơi và chơi cầu lông, nhưng không giờ Nam chơi cầu lông sau ngày anh ta chạy hoặc bơi. Hỏi ngày nào trong tuần anh Nam đi bơi. |
| | **6. NĂM HỌC 2015 – 2016** |
| **BD** | **Bài 1.(HSG 15 – 16)** Cho hai số thực phân biệt $a, b$ thỏa điều kiện $ab = a - b$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} - ab$ |
| **PT** | **Bài 2.(HSG 15 – 16)** Giải phương trình: $\sqrt{5x-1} - \sqrt{x+2} = \frac{4x-3}{5}$ |
| **PT** | **Bài 3.(HSG 15 – 16)** Cho hai số $x_1$ và $x_2$ là các nghiệm của phương trình $x^2 + ax + b = 0$, đồng thời $x_1^2 - \frac{1}{2}$ và $x_2^2 - \frac{1}{2}$ cũng là các nghiệm của phương trình $x^2 + (a^2 - \frac{1}{2})x + b^2 - \frac{1}{2} = 0$. Tìm $a$ và $b$. |
| **BDT** | **Bài 4.1.(HSG 15 – 16)** cho 2 số thực $x, y$ $(x + y \neq 0)$. Chứng minh rằng: $x^2 + y^2 + \left(\frac{1+xy}{x+y}\right)^2 \geq 2$ |
| **SH** | **Bài 4.2.(HSG 15 – 16)** Trong một hình vuông có cạnh bằng 1 ta lấy 5 điểm tùy ý. Chứng minh rằng luôn tồn tại 2 điểm có khoảng cách không vượt quá $\frac{\sqrt{2}}{2}$. |
| **HH1** | **Bài 5.(HSG 15 – 16)** Cho tam giác nhọn $ABC(AB < AC)$ nội tiếp đường tròn $(O)$. Một đường tròn $(K)$ qua $A$ tiếp xúc cạnh $BC$ tại $D$, cắt $AB$ và $AC$ lần lượt tại $P, Q$ và cắt $(O)$ tại $E$ khác $A$. Tia $ED$ có $(O)$ tại $F$ khác $E$. Chứng minh rằng:<br>**a)** $\widehat{CAD} = \widehat{FAB}$ **b)** $\frac{PQ}{BC} = \frac{DP.DQ}{DB.DC}$ |
| **PT** | **Bài 6.(HSG 15 – 16)** Chiều 13/3, Công ty khai thác thủy lợi hồ Dầu Tiếng – Phước Hòa cho biết đã kết thúc đợi xả nước đẩy mặn xuống sông Sài Gòn. Đây là lần xả nước thứ 5 từ đầu năm, giúp người dân Sài Gòn đảm bảo nước sinh hoạt, phục vụ nông nghiệp.<br>Đợt xả nước công suất 30 m/s kéo dài trong 3 ngày, mặn đã được đẩy ra các cửa sông. Theo đơn vị này. sau đợt xả nước, mực nước trong hồ cao khoảng 20 m, trữ lương gần 850 triệu m$^3$.<br>Tuy giúp các nhà máy nước hạ lưu hoạt động được nhưng nhiều chuyên gia bày tỏ lo lắng bởi trữ lượng tại các hồ đầu nguồn thấp trong khi dự báo đợt hạn mặn có thể kéo dài đến tháng 5. Hiện các hồ phải căn kéo trong việc xả nước đẩy mặn để phục vụ cho nông nghiệp và hoạt động sản xuất nước.<br>Về nguyên nhân xâm nhập mặn, ông Phạm Thế Vinh – Viện Khoa học Thủy lợi miền Nam – cho rằng, hạn mặn diễn ra mạnh vì El Nino kéo dài khiến khu vực Nam bộ rất ít mưa. Ngoài ra, việc triều cường kéo dài đến tháng 2, 3 khiến nước mặn đi sâu vào các cửa sông. Ông Bùi Thanh Giang – Phó tổng giám đốc Công ty cấp nước Sài Gòn (Sawaco) – cho biết, năm nay trữ lượng nước về các hồ đầu nguồn giảm mạnh. Trong đó, lượng nước tích trữ của hệ thống hồ Dầu Tiếng – Phước Hòa trên thượng nguồn sông Sài Gòn hiện chỉ đạt khoảng 70%. Lưu lượng của hồ Trị An trên sông Đồng Nai chỉ đạt khoảng 80% so với trung bình hằng năm. Về giải pháp lâu dài, Sawaco kiến nghị UBND TP HCM cho phép xây dựng hồ trữ nước thô cho nguồn nước sông Sài Gòn với |

| | |
|---|---|
| | vốn thực hiện từ ngân sách. Ngoài ra, đơn vị cũng để xuất nâng cao công nghệ xử lý nước nhưng việc này đòi hỏi chi phí đầu tư, vận hành cao. (Nguồn vnexpress.net)<br>a) Hãy cho biết lượng nước mà hồ Dầu Tiếng đã xả ra trong 3 ngày vừa qua.<br>b) Nếu tiếp tục xả 20% lượng nước hiện có để ngăn mặn (với tốc độ xả như trên) thì công việc này sẽ mất khoảng bao nhiêu ngày.<br>c) Giả sử việc xả nước chống mặn diễn ra liên tục từ hôm nay (22/3) đến hết ngày 15/5, tính lượng nước mà hồ đã xả ra trong khoảng thời gian này. |
| | **5. NĂM HỌC 2014 – 2015** |
| **BD** | **Bài 1.(HSG 14 – 15)** Cho ba số dương a, b, c thỏa: $a+b+c=\frac{1}{abc}$.<br>Chứng minh rằng: $\sqrt{\frac{(1+b^2c^2)(1+a^2c^2)}{c^2+a^2b^2c^2}}=a+b$. |
| **PT** | **Bài 2.(HSG 14 – 15)** Giải các phương trình và hệ phương trình sau:<br>a) $2x^2+x+3=3x\sqrt{x+3}$ b) $\begin{cases} y=2\sqrt{x-1} \\ \sqrt{x+y}=x^2-y \end{cases}$ |
| **HH2** | **Bài 3.(HSG 14 – 15)** Qua điểm M thuộc cạnh BC của tam giác ABC kẻ các đường thẳng song song với các cạnh AB và AC, chúng tạo thành với hai cạnh ấy một hình bình hành. Tìm vị trí của M để hình bình hành có diện tích lớn nhất. |
| **BDT** | **Bài 4.(HSG 14 – 15)** a) Cho hai số dương x, y. Tìm giá trị nhỏ nhất của: $P=\frac{x^2+12}{x+y}+y$ |
| **SH** | **Bài 4.(HSG 14 – 15)**<br>b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức: $2x^2+y^2+3xy+3x+2y+2=0$ |
| **HH1** | **Bài 5.(HSG 14 – 15)** Cho tam giác nhọn ABC (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao BD, CE của tam giác ABC cắt nhau tại H. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE cắt (O) tại điểm K khác A. Chứng minh rằng:<br>a) KH đi qua trung điểm M của cạnh BC.<br>b) BC là tiếp tuyến chung của các đường tròn ngoại tiếp các tam giác BHK và CHK |
| **PT** | **Bài 6.(HSG 14 – 15)** Theo quyết định Bộ Công Thương ban hành, giá bán lẻ điện sinh hoạt từ 16/3 sẽ dao động trong khoảng từ 1484 đến 2587 đồng mỗi kWh tùy bậc thang. Dưới đây là bảng so sánh biểu giá điện trướcvà sau khi điều chỉnh<br>a) Nếu hộ A trung bình mỗi tháng tiêu thụ 120 kWh thì theo giá mới số tiền phải trả tăng lên bao nhiêu trong một tháng ?<br>b) Hộ B trong tháng 2 đã trả tiền sử dụng điện là 194170 đồng. Hỏi lượng điện mà hộ B tiêu thụ trong tháng 2 là bao nhiêu ?<br>c) Giả sử hộ C trong nửa tháng đầu được tính theo giá cũ, trong nửa tháng sau được tính theo giá mới với mức sử dụng thực tế (bao gồm cả nửa tháng đầu) và lượng điện tiêu thụ ở mỗi nửa tháng là bằng nhau. Số tiền cuối tháng hộ C phải trả là 116350 đồng. Hỏi lượng điện mà hộ C tiêu thụ trong tháng là bao nhiêu ? Biết rằng lượng điện tiêu thụ không vượt quá 100 kWh. |
| | **4.NĂM HỌC 2013 - 2014** |

| Mức sử dụng trong tháng (kWh) | Giá mới | Giá hiện tại |
|---|---|---|
| 0 – 50 | 1484 | 1388 |
| 51 – 100 | 1533 | 1433 |
| 101 – 200 | 1786 | 1660 |
| 201 – 300 | 2242 | 2082 |
| 301 – 400 | 2503 | 2324 |
| 401 trở lên | 2587 | 2399 |

*Đơn vị : Đồng / kWh*

| | |
|---|---|
| **BD** | **Bài 1.(HSG 13 – 14)** Cho hai số dương a, b, và số c khác 0 thỏa điều kiện $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$. Chứng minh: $\sqrt{a+b}=\sqrt{a+c}+\sqrt{b+c}$ |
| **PT** | **Bài 2.(HSG 13 – 14)** Giải các phương trình sau: a) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+6)=3x^2$<br>b) $2\sqrt{2+x-x^2}=1+\frac{1}{x}$ |
| **PT** | **Bài 3.(HSG 13 – 14)** Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy-\frac{x}{y}=9,6 \\ xy-\frac{y}{x}=7,5 \end{cases}$ |
| **BDT** | **Bài 4.(HSG 13 – 14)** Cho số thực x thỏa mãn điều kiện 0 < x < 2<br>Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau $A=\frac{2-x}{1-2x}+\frac{1+2x}{3x}$ |
| **HH1** | **Bài 5.(HSG 13 – 14)** Từ điểm M bên ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của MB ; C là giao điểm của AE và đường tròn (O) (C khác A) và H là giao điểm của AB và MO<br>a) Chứng minh HCEB là tứ giác nội tiếp.<br>b) Gọi D là giao điểm của MC và đường tròn (O) (D khác C). Chứng minh ABD là tam giác cân.<br>c) Gọi I là giao điểm của BO và (O) (J khác B) ; K là giao điểm của AD và MJ. Tính tỉ số $\frac{KA}{KD}$ |
| **SH** | **Bài 6.(HSG 13 – 14)** Tìm tất cả các số tự nhiên n biết n có hai chữ số và n chia hết cho tích các chữ số của nó. |
| | **3. NĂM HỌC 2012 - 2013** |
| **BD** | **Bài 1.(HSG 12 – 13)** Cho ba số a, b, c khác 0 thỏa điều kiện $a+b+c=0$.<br>1) Chứng minh $a^3+b^3+c^3=3abc$ 2) Tính $P=\frac{(a+b-c)^3+(b+c-a)^3+(c+a-b)^3}{a(b-c)^2+b(c-a)^2+c(a-b)^2+abc}$ |
| **PT** | **Bài 2.(HSG 12 – 13)** Giải các phương trình :1) $(x^2-x-1)(3x^2+x-3)=4x^2$ 2) $4x^2+\frac{3}{4}=2\sqrt{x}$ |
| **PT** | **Bài 3.(HSG 12 – 13)** Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x^2-2x)(y^2-2y)=45 \\ (x-1)(y-1)=8\end{cases}$ |
| **BPT** | **Bài 4.(HSG 12 – 13)** Cho ba số dương a, b, c. Chứng minh các bất đẳng thức sau<br>1) $(3a+b)(2c+a+b)\le(2a+b+c)^2$<br>2) $\frac{a^3b}{3a+b}+\frac{b^3c}{3b+c}+\frac{c^3a}{3c+a}\ge\frac{a^2bc}{2a+b+c}+\frac{b^2ca}{2b+c+a}+\frac{c^2ab}{2c+a+b}$ |
| **HH1** | **Bài 5.(HSG 12 – 13)**Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) có tia AB cắt tỉa DC tại E và tia AD cắt tia BC tại F. Gọi M là giao điểm thứ hai (khác C) của hai đường tròn (BCE) và (CDF). Chứng minh rằng : 1) Ba điểm E, M, F thẳng hàng.<br>2) M thuộc đường tròn (ΔADE). 3) OM vuông góc với EF. |
| **SH** | **Bài 6.(HSG 12 – 13)** Tìm các số nguyên n sao cho biểu thức<br>$\sqrt{\frac{25}{2}+\sqrt{\frac{625}{4}-n}}+\sqrt{\frac{25}{2}-\sqrt{\frac{625}{4}-n}}$ có giá trị nguyên. |

| | |
|---|---|
| | **2. NĂM HỌC 2011 - 2012** |
| **PT** | **Bài 1.(HSG 11 – 12)** Cho phương trình $mx^2+2(m-2)x+m-3=0$<br>a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.<br>b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm trái đấu và nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương. |
| **PT** | **Bài 2.(HSG 11 – 12)**Giải phương trình:a) $\sqrt{x}-\frac{4}{\sqrt{x+2}}+\sqrt{x+2}=0$ b) $\sqrt{x-\sqrt{1-x}}+\sqrt{x}=2$ |
| **BDT** | **Bài 3 .(HSG 11 – 12)** a) Chứng minh rằng $(a^2-b^2)(c^2-d)\le(ac-bd)^2$ với a, b, c, d là các số thực.<br>b) Cho $a\ge1, b\ge1$. Chứng minh rằng: $a\sqrt{b-1}+b\sqrt{a-1}\le ab$ |
| **BDT** | **Bài 4.(HSG 11 – 12)** Tìm GTNN của biểu thức $A=x-2y+3z$ biết x, y, z không âm và thỏa hệ: $2x+4y+3z=8$ ; $3x+y-3z=2$ |
| **SH** | **Bài 5.(HSG 11– 12)** Chứng minh phương trình $4x^2+4x=8y^3-2z^2+4$ không có nghiệm nguyên. |
| **HH1** | **Bài 6.(HSG 11 – 12)** Cho đường tròn (O) đường kính AB, bán kính R. Tiếp tuyến tại M bất kỳ thuộc đường tròn (O) cắt các tiếp tuyến của đường tròn tại A và B lần lượt tại C và D.<br>a) Chứng minh rằng: $AC.BD = R^2$.<br>b) Gọi I và J lần lượt là giao điểm của OC với AM và OD với BM. Chứng minh IJ // AB.<br>2) Xác định vị trí của M để đường tròn ngoại tiếp tứ giác CIJD có bán kính nhỏ nhất. |
| | **1. NĂM HỌC 2010 – 2011** |
| **BD** | **Bài 1.(HSG 10 – 11)** Thu gọn các biểu thức:<br>**a)** $A=\frac{(2-\sqrt{a})^2-(1+\sqrt{a})^2}{2\sqrt{a}+1}$ với $a\ge0$ b) $B=\frac{\sqrt{a}+1}{a\sqrt{a}+a+\sqrt{a}}:\frac{1}{a^2-\sqrt{a}}$ với $a>0, a\ne1$ |
| **BDT** | **Bài 2.(HSG 10 – 11)** a) Chứng minh: $ad+bc\le\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{c^2+d^2}$ với a, b, c, d là các số thực.<br>b) Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh rằng: $\frac{a^3}{b}+\frac{b^3}{c}+\frac{c^3}{a}\ge ab+bc+ca$ |
| **PT** | **Bài 3.(HSG 10 – 11)** Cho phương trình:$x^2-(3m-2)x+2m^2-5m-3=0$ (x là ẩn số)<br>a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.<br>b) Tìm m để phương trình có ít nhất một nghiệm dương.<br>c) Tìm để phương trình có ít nhất một nghiệm âm. |
| **PT** | **Bài 4.(HSG 10 – 11)** a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2\\ \frac{2}{xy}-\frac{1}{z^2}=4\end{cases}$ |
| **SH** | **Bài 4.(HSG 10 – 11)** b) Chứng minh rằng số có dạng $n^4+6n^3+11n^2+6n$ chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên n. |
| **HH1** | **Bài 5.(HSG 10 – 11)** Trên hai cạnh Ox, Oy của góc vuông xOy ta lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho OA = OB. Một đường thẳng đi qua A cắt OB tại M (M ở trong đoạn thẳng OB). Từ B kẻ đường vuông góc với AM, cắt AM tại H, cắt AO kéo dài tại I.<br>a) Chứng minh OI = OM và tứ giác OMHI là tứ giác nội tiếp được.<br>b) Từ ( kẻ đường vuông góc với BI tại K. Chứng minh OK KH. Điểm K di động trên đường cố định nào khi M di động trên OB? |
| **HH2** | **Bài 6.(HSG 10 – 11)** Cho tam giác ABC cân tại B và góc ABC bằng 80º. Lấy điểm I trong tam giác ABC sao cho góc IAC bằng 10º và góc ICA bằng 30°. Hãy tính góc AIB. |