

# Fondamenti Logico Matematici

G. Motta

03/2024

## **Indice**

## 1. Lamba Calcolo non Tipato

- Lambda espressioni
  - $V$ : L'insieme infinito di variabili
  - Lambda termini
  - Variabili libere
- Riduzioni
  - Insieme dei Sottotermini di un Lambda termine
  - Sostituzione e condizione
  - Alfa-conversione / equivalenza
  - Convenzione di Barendregt
  - Passo di Beta-riduzione
  - Beta conversione / uguaglianza
  - Beta normal form
  - Normalizzazione forte / debole
  - Teorema della Confluenza e Corollario
- Logica booleana e strutture di controllo
  - $\top$  e  $\perp$
  - $\neg$
  - $\wedge$  e  $\vee$
  - if
  - pair, first e second
- Aritmetica
  - Numerali di Church
  - Is 0
  - Successore
  - Add, mul, pow
  - Predecessore
- Ricorsione

## 2. Lamba Calcolo Tipato Semplice

- $\mathbb{V}$ : Variabili di tipo
- $\mathbb{T}$ : l'insieme dei tipi Freccia
- Termine tipabile

- Lambda termini per tipi freccia
- Affermazione / dichiarazione
- $\Gamma$ : Contesto
- Giudizio
- Sistema formale di deduzione
- Tipo di un termine dato un certo contesto
- Forma Linearizzata
- Type Checking
- Type Reconstruction
- Term Construction
- Isomorfismo Curry-Howard
- Beta-riduzione per calcolo tipato
- Intuizione generation lemma
- Lemma free variables
- Lemma cambio di variabile libera
- Lemma thinning
- Lemma condensing
- Lemma substitution
- Lemma Subject reduction
- Teorema di terminazione
- Tipo prodotto
- Tipo somma e falso
- case of or

### 3. Logica Intuizionista

- Introduzione
  - Cos'è la logica intuizionista?
  - $V$ : L'insieme infinito di variabili proposizionali
  - $L$ : L'insieme delle formule
  - Interpretazione BHK
- Modelli di kripke
  - Monotonicità

- Struttura troncata di un modello di Kripke
- Modello di Kripke troncato
- Modello e contromodello di Kripke di una formula
- validità intuizionista
- Teorema di correttezza
- Teorema di completezza

#### 4. Logiche Modali

- Introduzione
  - Cosa sono le logiche modali?
  - Perché ci interessano?
  - Confronto logica classica logica modale
  - Sintassi
  - Semantica
  - Interpretazione / relazione di soddisfazione di una formula
  - Soddisfacibilità e validità in un modello
  - Soddisfacibilità e validità generale
  - Dualità soddisfacibilità validità
  - Validità di insiemi
  - Conseguenze
  - Teorema fondamentale della deduzione
- Validità su quadri
  - Validità di una formula in un quadro
  - Validità in classi di quadri
  - Proprietà dei quadri
- Invarianti
  - Equivalenza modale
  - Bisimulazione
  - invarianza sotto bisimulazione
  - Relazione di invarianza
  - Unione disgiunta
  - Invarianza sotto unione disgiunta
  - Sottomodelli generati

- Invarianza sotto sottomodelli generati
- Omomorfismo
- Morfismo limitato
- Albero
- Proprietà dei modelli ad albero
- Teorema di Hennessy-Milner
- Visione Sintattica
  - Calcolo di Hilbert
    - \* Assiomi
    - \* Regole
    - \* Validità di una formula
    - \* Visione sintattica logica modale
    - \* Logica modale minima
    - \* Logica modale normale
- Tableau

## 5. Logiche Descrittive

- ALC
- Estensioni di ALC
- EL
- Ragionamento Non-Standard
  - Metodo per Imparare
    - \* Concetto più specifico
    - \* Minima Generalizzazione Comune
  - Metodo per Identificare Errori
    - \* Metodo Per Trovare Giustificazione
    - \* Uno o più Giustificazioni?