

## Generatori di segnale basati su amplificatori operazionali

Nella progettazione di sistemi elettronici vi è spesso la necessità di generare segnali con caratteristiche specifiche, per esempio onde sinusoidali, triangolari o quadre. Questo tipo di segnali possono essere particolarmente utili in: a) sistemi di calcolo e controllo, dove gli impulsi di clock sono molto importanti, soprattutto per il timing; b) sistemi di comunicazione, dove diversi tipi di forma d'onda sono utilizzati per trasmettere un segnale; c) sistemi di test e misura, dove specifici segnali possono essere utilizzati per caratterizzare dispositivi e circuiti elettronici.

In questa sezione viene illustrato il principio di funzionamento di alcuni semplici circuiti per la generazione di segnali; la trattazione è volutamente semplificata e orientata alla preparazione delle relative esperienze di laboratorio. Per un approfondimento sul tema si rimanda ai relativi corsi della laurea magistrale in Ingegneria Elettronica.

Vi sono due diversi approcci per la generazione di sinusoidi, la forma d'onda più utilizzata in diversi sistemi. Il primo approccio consiste nell'utilizzare loop di feedback positivo, basati su un amplificatore e una rete RC o LC per selezionare le frequenze. Questi circuiti, che utilizzano il meccanismo della risonanza per generare una forma d'onda, sono noti come oscillatori lineari. Il nome li distingue dall'altra tipologia di oscillatori, gli oscillatori non-lineari, in cui l'onda sinusoidale è ottenuta a partire da un'onda triangolare e/o quadra. Questa strategia è utilizzata sia in circuiti analogici, sia quando si vogliono generare segnali sinusoidali a partire dall'uscita digitale di microcontrollori.

Circuiti per la generazione di onde quadre, triangolari, e impulsi – detti anche oscillatori non-lineari o generatori di funzione – sono basati su alcuni blocchi base, noti come multivibratori. Vi sono diversi tipi di multivibratori, quello bistabile, quello astabile e quello monostabile. I multivibratori presentati nel seguito sono basati su amplificatori operazionali. Nell'ultima sezione si approfondisce il funzionamento di un circuito multivibratore basato su BJT.

### Il circuito bistabile

In questa sezione analizziamo il funzionamento del circuito bistabile: questo circuito ha due stati possibili, e può o rimanere in uno dei due stati per un tempo indefinito, oppure cambiare stato quando sottoposto a opportuno trigger. Il comportamento bi-stabile è ottenuto connettendo un amplificatore in **loop di retroazione positiva**, come mostrato in Figura 1. Questo circuito è costituito da un amplificatore operazionale e un partitore resistivo (le resistenze  $R_1$  e  $R_2$ ), che forma la rete di retroazione positiva.

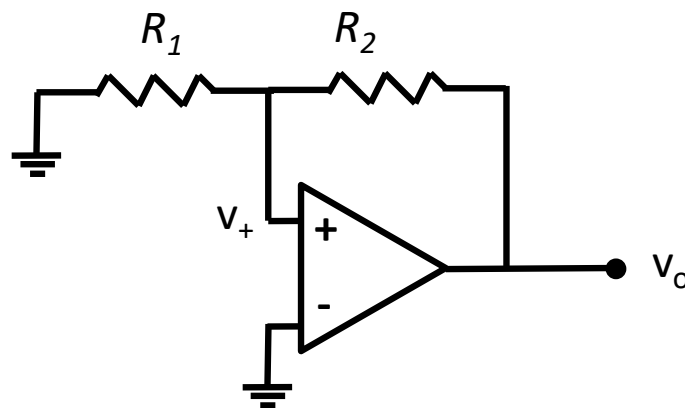
Per comprendere il concetto di bistabilità, consideriamo che il circuito abbia – inizialmente – il morsetto non-invertente dell'operazionale ( $v_+$ ) vicino al potenziale di massa. Questo è uno stato iniziale ragionevole, dal momento che – all'accensione del circuito – questo non ha nessun input esterno.

Laboratorio di Microelettronica, Università di Padova - Questi appunti – utilizzati dal docente per preparare le lezioni – sono stati liberamente tratti dai testi S. Sedra, and K. C. Smith, *Microelectronic Circuits*. Oxford, 2011 e P. Horowitz and W. Hill, *The art of electronics*, Cambridge University Press, 2015. Per facilitare gli studenti si è seguita la notazione utilizzata in questi libri. Per una trattazione più approfondita e dettagliata si rimandano gli studenti allo studio di questi testi.

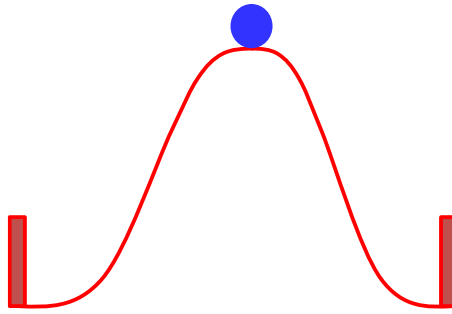
Assumiamo ora che il rumore elettrico – inevitabilmente presente in ogni circuito elettronico – causi un **piccolo incremento positivo del segnale**  $v_+$ . Questo incremento verrà amplificato dal grande guadagno  $A$  dell'operazionale, e **una tensione positiva comparirà all'uscita**  $v_o$ . Il partitore formato dalle resistenze  $R_1$  e  $R_2$  riporterà una frazione  $\beta = R_1 / (R_1 + R_2)$  del segnale di uscita al morsetto non-invertente. Se il prodotto  $A\beta$  è maggiore di 1, come spesso succede negli operazionali, il segnale riportato al morsetto  $v_+$  è maggiore del segnale originale dovuto al rumore elettrico. Questo **processo rigenerativo (o di feedback positivo)** continuerà, facendo salire la tensione in uscita all'operazionale fino alla sua tensione di saturazione positiva  $L_+$  (come sappiamo,  $L_+$  è **generalmente di poco inferiore alla tensione di alimentazione positiva dell'operazionale**; operazionali rail-to-rail riescono a raggiungere in uscita tensioni molto vicine alla tensione di alimentazione). Quando questo accade, la tensione  $v_+$  al morsetto non-invertente diventa uguale a  $\beta L_+ = L_+ R_1 / (R_1 + R_2)$ , che è positiva e quindi mantiene – stabilmente – l'uscita in saturazione positiva al valore  $L_+$ . Questo è uno dei due stati stabili del circuito.

In questa descrizione abbiamo assunto che quando il morsetto non-invertente si trovava vicino a 0 V, un piccolo incremento positivo dovuto al rumore si sovrapponesse al segnale  $v_+$ . Se avessimo assunto che questo incremento fosse stato negativo, il comportamento del circuito sarebbe stato analogo. L'uscita dell'amplificatore operazionale avrebbe saturato al valore  $v_o = L_-$  (tensione di saturazione negativa), e la tensione al morsetto non-invertente avrebbe raggiunto il valore  $v_+ = \beta L_- = L_- R_1 / (R_1 + R_2)$ . Questo è l'altro stato stabile del circuito.

Possiamo quindi concludere che il circuito in Figura 1 ha **due stati stabili**, che portano l'uscita a raggiungere la saturazione positiva o negativa. **Il circuito può rimanere in uno dei due stati per un tempo indefinito**. Notiamo anche che questo circuito non può rimanere per un tempo indefinito nello stato in cui  $v_+ = 0$  V e  $v_o = 0$  V. Questo è uno **stato di equilibrio instabile** (noto anche come stato metastabile): ogni piccolo disturbo, per esempio causato da rumore elettrico, porterà il circuito a raggiungere uno dei due stati stabili. Ciò è in netto contrasto con quanto avviene se la retroazione è negativa, situazione in cui si viene a creare la massa virtuale. Il concetto di sistema bistabile è illustrato anche dall'analogia fisica in Figura 2.



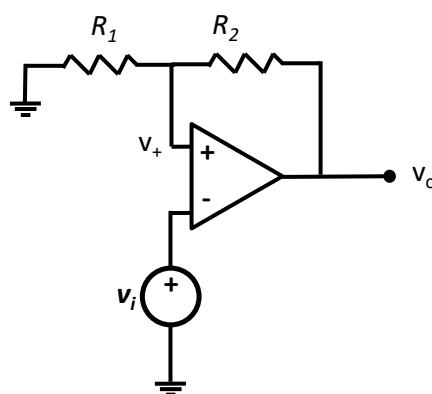
**Figura 1: circuito con retroazione positiva con comportamento bistabile**



**Figura 2: analogia meccanica del funzionamento del circuito bistabile. La pallina non può rimanere per un tempo indefinito alla sommità (stato di equilibrio instabile, stato metastabile). L'inevitabile presenza di piccolissime sollecitazioni causerà la caduta della pallina su uno dei due lati. La pallina, una volta caduta, rimarrà nel nuovo stato (stabile) per un tempo indefinito**

### Caratteristica di trasferimento del circuito bistabile invertente

Come possiamo far cambiare stato all'uscita del circuito in Figura 2? Per rispondere a questa domanda ricaviamo ora la caratteristica di trasferimento del circuito bistabile. Ciascuno dei due morsetti connessi a massa in Figura 2 può fungere da ingresso per un segnale elettrico: consideriamo entrambe le possibilità, cominciando dal caso in Figura 3. Qui un segnale di ingresso  $v_i$  è stato applicato al morsetto invertente dell'operazionale. Per derivare la caratteristica di trasferimento assumiamo che l'uscita  $v_o$  si trovi al livello  $L_+$ , e quindi si abbia  $v_+ = \beta L_+$ . Se  $v_i$  cresce (come indicato in Figura 4, a sinistra), non accade nulla fino a quando  $v_i$  non raggiunge il valore  $v_+ = \beta L_+$ . Solo quando  $v_i$  supera questo valore, una differenza di potenziale negativa si sviluppa tra i due morsetti dell'operazionale, causando la commutazione dell'uscita al nuovo valore  $v_o = L_-$ . Di conseguenza, il morsetto non invertente si porterà al valore  $v_+ = \beta L_-$ . Se la tensione  $v_i$  cresce ulteriormente, non si ha alcun effetto aggiuntivo.



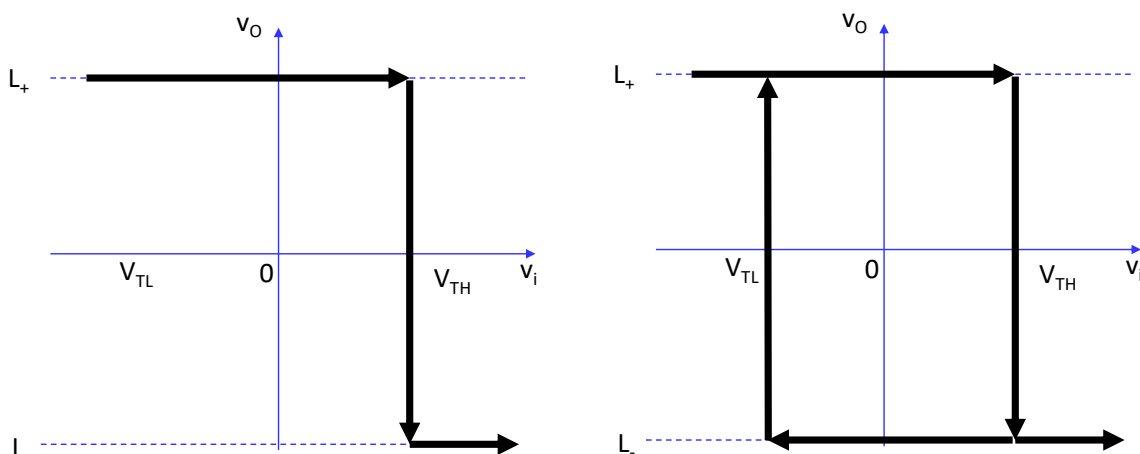
**Figura 3: circuito bistabile in Figura 1, con terminale invertente dell'operazionale connesso a un segnale di ingresso  $v_i$**

Ora consideriamo cosa succede al calare della tensione  $v_i$ . Dal momento che ora la tensione al morsetto non invertente è pari a  $v_+ = \beta L_-$ , l'uscita  $v_o$  rimane al valore di saturazione negativa  $L_-$  fino a quando l'ingresso  $v_i$  non scende al di sotto del valore  $\beta L_-$  (v. Figura 4, a destra). Quando questo avviene, si sviluppa una differenza di potenziale positiva ai morsetti dell'operazionale, e l'uscita commuta nuovamente al valore positivo  $L_+$ .

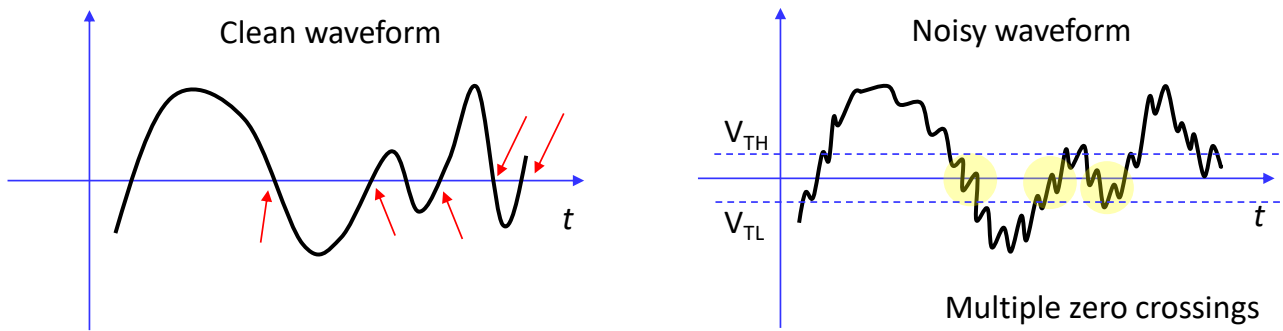
Come si può comprendere, il circuito si comporta come un comparatore, che confronta sempre la tensione di ingresso con un valore di riferimento. Tale valore di riferimento però cambia, a seconda che l'uscita del circuito si trovi al valore di saturazione positiva (in questo caso la soglia è pari a  $V_{TH} = \beta L_+$ ) o negativa (in questo caso la soglia è pari a  $V_{TL} = \beta L_-$ ). Si dice in questo caso che **il circuito mostra isteresi**. L'ampiezza dell'isteresi è pari alla differenza tra le due tensioni di soglia  $V_{TH}$  e  $V_{TL}$ . Si può inoltre notare che, al crescere del segnale di ingresso, la tensione di uscita passa dal valore positivo al valore negativo: per questo motivo si dice che **il circuito ha comportamento invertente**.

Notiamo che per forzare un cambiamento di stato non è necessario mantenere il segnale di ingresso ad un certo livello in modo continuativo; **un breve impulso (segnale di trigger) superiore a  $V_{TH}$  (o inferiore a  $V_{TL}$ ) è sufficiente a innescare la commutazione**. Il segnale di ingresso può poi tornare a zero senza che il sistema cambi stato. La commutazione dell'uscita avrà luogo solo quando il segnale di ingresso supererà l'altra soglia per un breve periodo.

**Quindi possiamo dire che il circuito ha “memoria”**: il suo stato dipende dall'ultimo segnale di trigger presente all'ingresso. Per questo, il circuito bistabile è il blocco alla base di diversi sistemi digitali. E' importante notare che in elettronica analogica questo circuito è noto anche come Trigger di Schmitt. Questo circuito è particolarmente utile quando si vuole progettare un sistema che conta gli attraversamenti dello zero di una determinata forma d'onda. Se si vuole evitare l'effetto di interferenze (v. Figura 5), è possibile utilizzare un comparatore con isteresi che, grazie alla presenza di due soglie distinte, evita l'insorgere di commutazioni continue dovute al rumore.



**Figura 4: caratteristica di trasferimento del circuito in Figura 3. A sinistra viene mostrato cosa succede dal crescere di  $v_i$ , a destra la transcaratteristica completa**



**Figura 5: uso di un comparatore con isteresi (a destra) per evitare l'effetto di interferenze e rumore elettrico rispetto al caso di comparatore senza isteresi (a sinistra)**

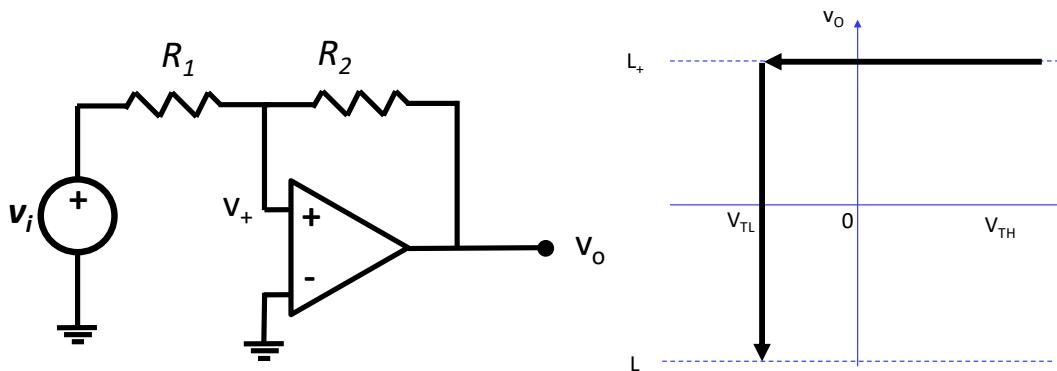
### Caratteristica di trasferimento del circuito bistabile non-invertente

Un circuito bistabile con caratteristica non-invertente può essere realizzato applicando il segnale di ingresso  $v_i$  (segnale di trigger) alla resistenza  $R_1$  (v. Figura 6, sinistra). Per ottenere la caratteristica di trasferimento di questo circuito, utilizziamo la sovrapposizione degli effetti e calcoliamo la tensione al morsetto non-invertente:

$$v_+ = v_i \frac{R_2}{R_1 + R_2} + v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (1)$$

Se la tensione di uscita è al valore  $v_o = L_+$ , valori positivi della tensione di ingresso  $v_i$  non possono generare alcuna commutazione (infatti  $v_i$  sarà sempre una tensione differenziale positiva in ingresso all'operazionale). Per far commutare l'uscita al valore  $L_-$ ,  $v_i$  deve essere portata ad un valore sufficientemente negativo da far scendere  $v_+$  al di sotto dello zero (v. Figura 6, destra). La tensione di transizione negativa  $V_{TL}$  può essere calcolata da (1) ponendo  $v_o = L_+$ ,  $v_+ = 0$ ,  $v_i = V_{TL}$ . Si ricava

$$V_{TL} = -L_+ (R_1 / R_2) \quad (2)$$

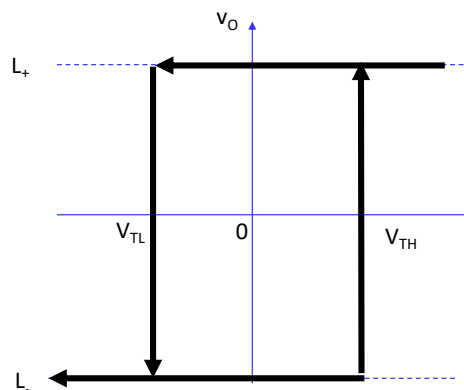


**Figura 6: (sinistra) circuito bistabile in Figura 1, con terminale della resistenza  $R_1$  connesso a un segnale di ingresso  $v_i$  (destra) caratteristica di trasferimento per transizione da positivo a negativo**

In modo analogo, l'equazione (1) indica che quando il circuito ha uscita negativa  $v_o=L_-$ , valori negativi di  $v_i$  non instaurano alcuna commutazione. Per portare la tensione di uscita al valore  $L_+$  è necessario rendere la tensione differenziale di ingresso (pari a  $v_+$ ) lievemente positiva. Il valore di  $v_i$  per cui ciò avviene può essere calcolato dall'equazione (1), ponendo  $v_o=L_-$ ,  $v_+=0$ ,  $v_i=V_{TH}$ . Si ricava

$$V_{TH} = -L_- (R_1 / R_2) \quad (3)$$

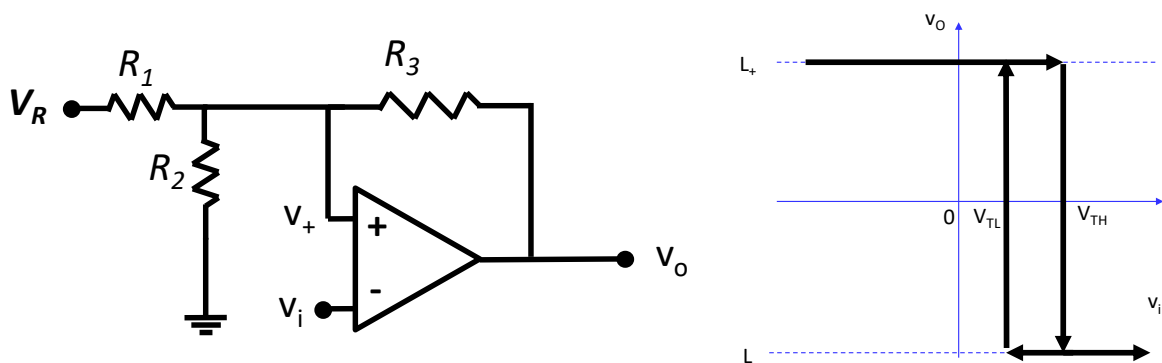
La caratteristica di trasferimento completa del circuito è mostrata in Figura 7. Si può notare che un segnale di trigger  $v_i$  positivo comporta una commutazione dell'uscita al valore positivo. Il circuito in Figura 6 è quindi detto non-invertente.



**Figura 7: caratteristica di trasferimento completa del circuito in Figura 6**

### Circuito bistabile con offset

I circuiti analizzati finora hanno una soglia positiva e una negativa. In alcuni casi è desiderabile avere entrambe le soglie positive o negative. Per ottenere questo risultato è necessario modificare il circuito, applicando un secondo potenziale esterno ( $V_R$ ), allo scopo di introdurre un offset. Un circuito che permette di ottenere isteresi con entrambe le soglie positive e comportamento invertente è mostrato in Figura 8.



**Figura 8: circuito bistabile con offset e caratteristica invertente**

Per analizzare il comportamento di questo circuito utilizziamo la sovrapposizione degli effetti. La tensione al morsetto non-invertente è pari a

$$v_+ = V_R \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1 + R_2 \parallel R_3} + v_o \frac{R_1 \parallel R_2}{R_3 + R_1 \parallel R_2} \quad (4)$$

Quando l'uscita satura al valore positivo ( $v_o=L_+$ ) si ha

$$V_{TH} = V_R \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1 + R_2 \parallel R_3} + L_+ \frac{R_1 \parallel R_2}{R_3 + R_1 \parallel R_2} \quad (5)$$

Quando invece l'uscita satura al valore negativo ( $v_o=L_-$ ) la soglia è invece pari a

$$V_{TL} = V_R \frac{R_2 \parallel R_3}{R_1 + R_2 \parallel R_3} + L_- \frac{R_1 \parallel R_2}{R_3 + R_1 \parallel R_2} \quad (6)$$

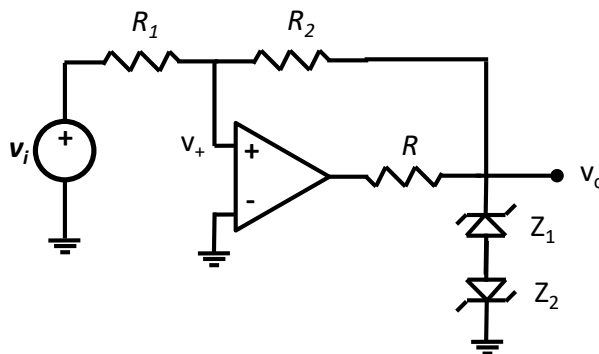
**Esempio numerico:** si calcoli il valore delle soglie  $V_{TH}$  e  $V_{TL}$  considerando  $R_1=10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2=10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3=100 \text{ k}\Omega$ ,  $V_R=5 \text{ V}$ ,  $L_+=L_-=5 \text{ V}$ .

**Risultato:**  $V_{TH}=2.62 \text{ V}$ ,  $V_{TL}=2.14 \text{ V}$

### Come rendere i valori della tensione di uscita più accurati?

I circuiti analizzati finora hanno valore delle tensioni di uscita non accurati. Infatti, la tensione di uscita si porta ai valori  $L_+$  e  $L_-$ , che sono i livelli di saturazione del segnale di uscita positivo e negativo. **Tali valori sono fortemente dipendenti dal tipo di amplificatore operazionale utilizzato, e quindi non esattamente determinabili.** Ciò comporta che anche i valori delle tensioni di soglia  $V_{TL}$  e  $V_{TH}$  siano fortemente dipendenti dal tipo di operazionale utilizzato. Questo ha un impatto negativo sulla riproducibilità e l'accuratezza dei circuiti.

Per ottenere una maggiore precisione e riproducibilità, è possibile utilizzare un circuito basato su diodi Zener, si veda un esempio in Figura 9.



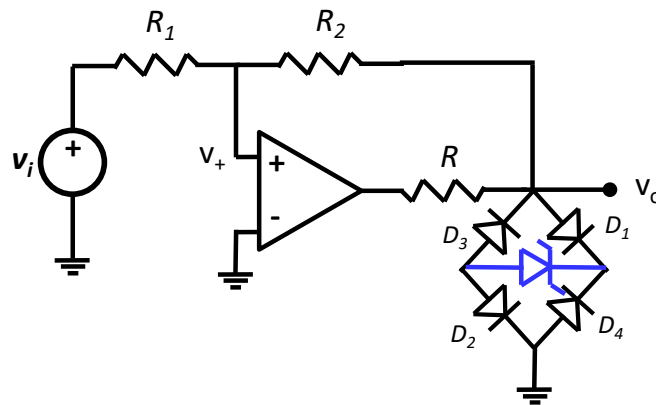
**Figura 9: circuito bistabile con Zener per ottenere tensioni di soglia più accurate e riproducibili**

In questo circuito, la resistenza R deve essere dimensionata in modo di garantire che i diodi Zener funzionino nel regime opportuno. Essendo i diodi Zener connessi in configurazione “back-to-back”, si ha che le tensioni di uscita positiva e negativa sono ora pari a

$$L_+ = V_{Z1} + V_D \quad \text{e} \quad L_- = -(V_{Z2} + V_D) \quad (7)$$

Uno schema alternativo è quello in Figura 10. In questo caso si utilizza una combinazione di diodi e Zener. I valori di tensione positiva e negativa in uscita sono in questo caso

$$L_+ = V_Z + V_{D1} + V_{D2} \quad \text{e} \quad L_- = -(V_Z + V_{D3} + V_{D4}) \quad (8)$$



**Figura 10: circuito bistabile con diodi e Zener per ottenere tensioni di soglia più accurate e riproducibili**

### Generatore di onda triangolare

In questa sezione viene illustrato un circuito per la generazione di segnali ad onda quadra e triangolare. Lo schema è basato su un circuito bistabile, utilizzato in combinazione con un integratore (Figura 11). **Tale integratore fa sì che il condensatore si carichi in modo lineare (carica a corrente costante)**, permettendo quindi di ottenere all'uscita  $v_{O1}$  un'onda perfettamente triangolare. Tale onda triangolare è data in ingresso al circuito bistabile, che cambierà stato in continuazione, avendo quindi in uscita un'onda quadra.

Per comprendere il funzionamento di questo circuito, consideriamo che l'uscita  $v_{O2}$  sia al valore positivo  $L_+$  (fase  $T_1$  in Figura 12). La corrente sulla resistenza R (e sul condensatore) è pari a

$$i = C \frac{dv_C}{dt} = -C \frac{dv_{O1}}{dt} = \frac{L_+}{R} \quad (9)$$

**Il condensatore quindi si carica a corrente costante.** Ciò significa che l'uscita dell'integratore  $v_{O1}$  cala linearmente, con pendenza pari a



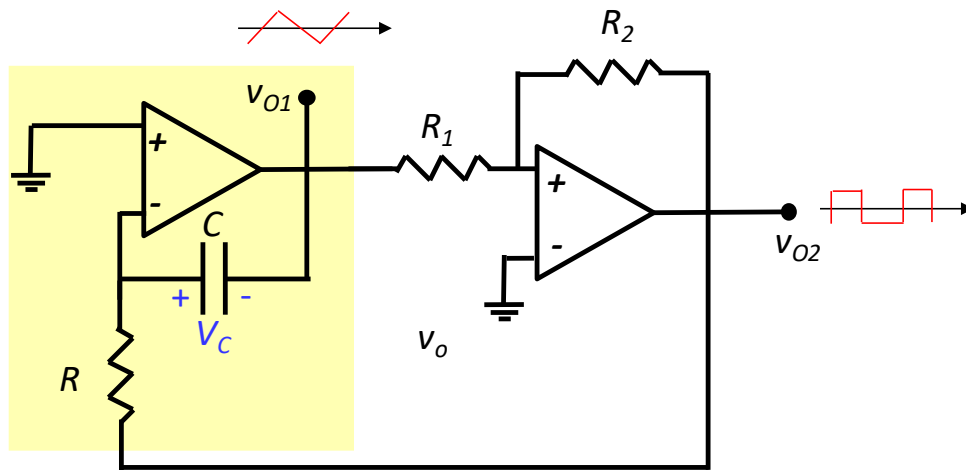
$$\frac{dV_{O1}}{dt} = -\frac{L_+}{RC} \quad (10)$$

In altre parole, si ha che la tensione in uscita all'integratore è pari a

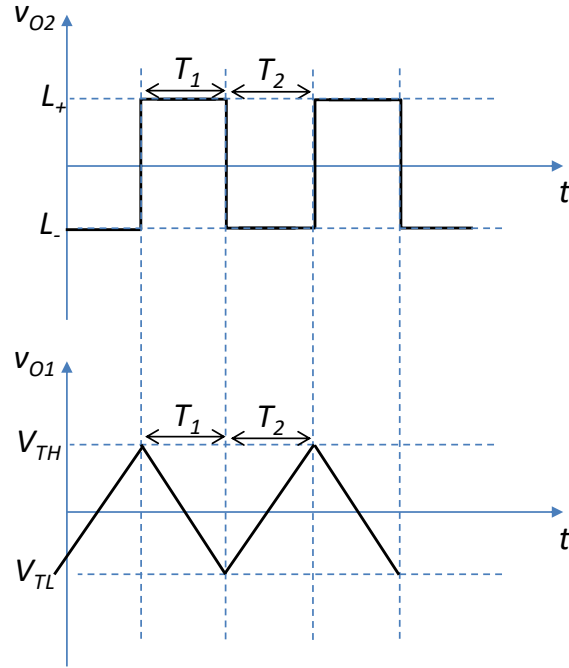
$$V_{O1} = -\int \frac{L_+}{RC} dt = -\frac{L_+ t}{RC} \quad (11)$$

Ciò continua fino a quando l'uscita dell'integratore raggiunge il valore di soglia  $V_{TL}$ ; a questo punto il circuito bistabile cambia stato, e la sua uscita si porta al valore  $L_-$ .

Di conseguenza, la corrente sul condensatore cambia segno, e la tensione in uscita all'integratore comincerà a salire con pendenza pari a  $|L_-|/RC$  (fase  $T_2$  in Figura 12). Il processo continua fino a quando  $v_{O1}$  raggiunge la soglia positiva del bistabile ( $V_{TH}$ ), momento in cui avviene una ulteriore commutazione.



**Figura 11: schematico di un circuito per generare onde quadre e triangolari**



**Figura 12: forme d'onda alle uscite dei due operazionali in Figura 11**

Dalla discussione riportata sopra è relativamente facile calcolare il periodo dell'onda quadra/triangolare. Durante la fase  $T_1$ , si ha che

$$\frac{V_{TH} - V_{TL}}{T_1} = \frac{L_+}{RC} \quad (12)$$

Da cui si può ricavare che

$$T_1 = RC \frac{V_{TH} - V_{TL}}{L_+} \quad (13)$$

In modo analogo, durante  $T_2$  si ha che

$$\frac{V_{TH} - V_{TL}}{T_2} = \frac{-L_-}{RC} \quad (14)$$

e quindi

$$T_2 = RC \frac{V_{TH} - V_{TL}}{-L_-} \quad (15)$$

Per ottenere forme d'onda simmetriche si può progettare il circuito bistabile in modo che  $L_+ = -L_-$ . In questo caso il periodo è

$$T = T_1 + T_2 = 2RC \frac{V_{TH} - V_{TL}}{L_+} \quad (16)$$

**Esempio numerico**

Considerando il circuito in Figura 11, gli operazionali abbiano tensioni di saturazione pari a  $\pm 10$  V; la capacità è pari a 10 nF, e si utilizza una resistenza  $R_1$  di valore pari a 10 k $\Omega$ .

Determinare i valori di R ed  $R_2$  tali che la frequenza di oscillazione si pari 1 kHz, e l'onda triangolare abbia ampiezza 10 V<sub>pp</sub>.

**Traccia di soluzione**

Sappiamo che

$$T = \frac{1}{f} = 2RC \frac{V_{TH} - V_{TL}}{L_+} = 10^{-3} s \quad (17)$$

Da cui

$$R = \frac{L_+}{2fC(V_{TH} - V_{TL})} = 50 \text{ k}\Omega \quad (18)$$

Il circuito bistabile non-invertente ha soglia pari a

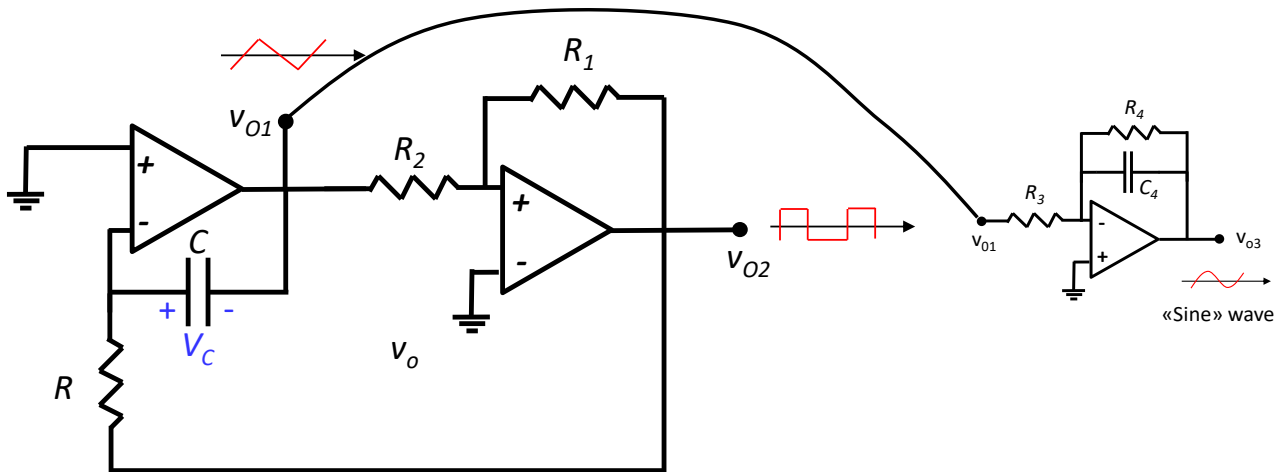
$$V_{TH} = \left| L_{\pm} \left( \frac{R_1}{R_2} \right) \right| \quad (19)$$

Da cui, considerando  $V_{TH} = -V_{TL} = 5$  V - possiamo calcolare

$$R_2 = \frac{L_+ R_1}{V_{TH}} = 20 \text{ k}\Omega \quad (20)$$

**Generatore di funzioni basato su un multivibratore astabile**

È possibile utilizzare il circuito appena descritto per realizzare un generatore di onda sinusoidale. Un semplice circuito è mostrato in Figura 13. L'onda triangolare generata all'uscita dell'integratore ( $v_{O1}$ ) è posta in ingresso ad un filtro passa-basso (in questo caso di primo ordine), che filtra le armoniche (di ordine superiore al primo) generando un'onda sinusoidale ( $v_{O3}$ ).



**Figura 13: circuito per generare onde sinusoidali**

### Come dimensionare questo circuito?

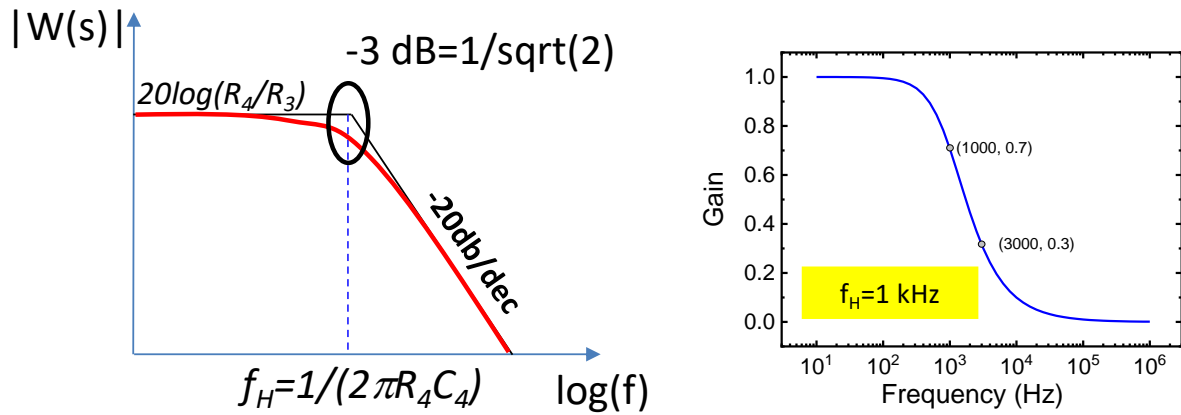
La scelta del periodo viene effettuata dimensionando le resistenze  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R$  e la capacità  $C$ , ricordando la formula

$$T = T_1 + T_2 = 2RC \frac{V_{TH} - V_{TL}}{L_+} \quad (21)$$

Il filtro passa-basso ha lo scopo di ottenere un'onda sinusoidale a partire da un'onda triangolare. Ciò equivale a eliminare tutte le armoniche di ordine superiore al primo dalla forma d'onda presente al morsetto  $v_{O1}$ . Un'onda triangolare di frequenza  $f=1/T=\omega/2\pi$  è esprimibile come

$$v_{O1}(t) = \frac{8}{\pi^2} \left[ \sin(\omega t) - \frac{1}{3^2} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5^2} \sin(5\omega t) - \frac{1}{7^2} \sin(7\omega t) + \dots \right] \quad (22)$$

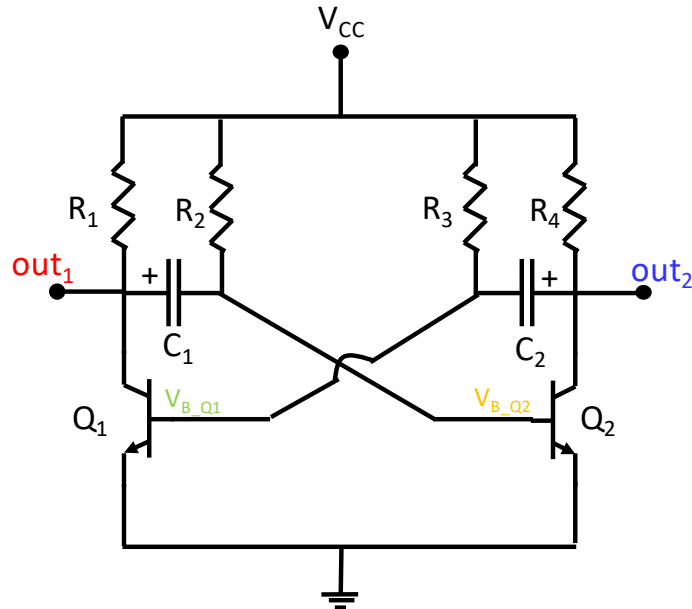
Si nota che la prima armonica di ordine superiore al primo è la terza, che ha ampiezza relativa pari a  $1/9$  della prima. Una possibile scelta per dimensionare il filtro passa-basso è porre la frequenza di taglio  $f_H=1/(2\pi R_4 C_4)$  pari alla frequenza fondamentale dell'onda triangolare. In questo modo la componente fondamentale è attenuata di un fattore 0.7 (ciò può essere compensato scegliendo un opportuno valore del guadagno in bassa frequenza, pari a  $-R_4/R_3$ ). La terza armonica (ovvero la prima di ordine superiore) è attenuata circa di un ulteriore 50 % rispetto alla fondamentale (si vedano i grafici in Figura 14), e questo permette di ottenere in uscita un segnale sinusoidale di discreta qualità. Sinusoidi più accurate si possono ottenere utilizzando filtri di ordine superiore al primo. La descrizione di tali filtri è oltre lo scopo di questo insegnamento.



**Figura 14:** diagramma di Bode del modulo per un filtro passa-basso di primo ordine con frequenza di taglio pari a 1 kHz. La figura a destra mostra l'andamento del guadagno in scala lineare. Si nota che in corrispondenza alla frequenza di taglio, il modulo del guadagno è pari a 0.7. Alla frequenza 3 kHz (corrispondente alla terza armonica) il guadagno è pari a 0.3

### Multivibratore astabile basato su BJT (Facoltativo)

In diverse situazioni può essere utile realizzare un multivibratore senza ricorrere ad amplificatori operazionali. Un circuito utilizzabile a questo scopo è quello mostrato in Figura 15.



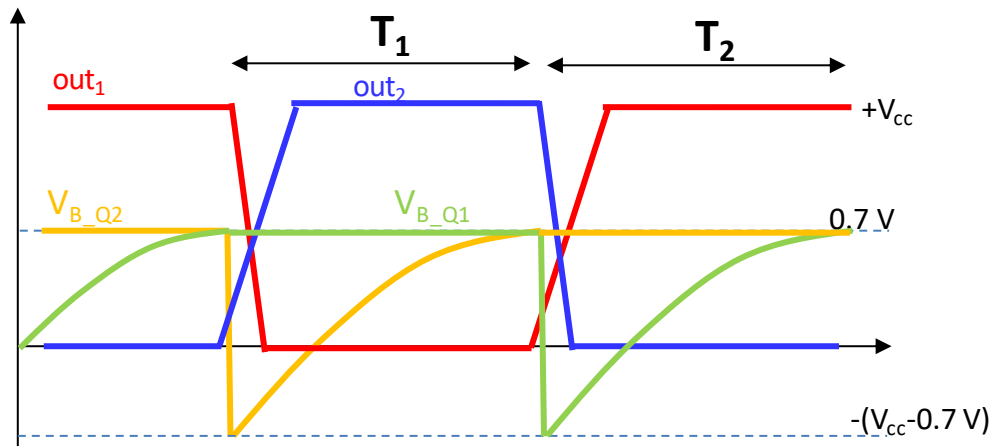
**Figura 15: multivibratore astabile basato su transistor bipolari npn**

Essendo lo studio di questo circuito facoltativo, si riporta qui una descrizione semplificata del principio di funzionamento, che avviene secondo i seguenti step (v. anche il grafico in Figura 16).

1. Prima che sia applicata la tensione di alimentazione, entrambi i transistor sono spenti
2. Nel momento in cui si applica la tensione di alimentazione, i transistor  $Q_1$  e  $Q_2$  dovrebbero entrambi accendersi. Uno dei due si accenderà più rapidamente, a causa delle inevitabili differenze tra dispositivo e dispositivo (supponiamo si tratti di  $Q_2$ , senza perdita di generalità)
3. In seguito all'accensione di  $Q_2$ , la tensione base-emettitore di  $Q_2$  si porterà al valore  $V_{B\_Q2}=0.7$  V, mentre la tensione di collettore di  $Q_2$  (pari alla tensione dell'uscita out2) si porterà (in prima approssimazione) al potenziale di massa
4. Dal momento che il condensatore  $C_2$  non è ancora carico, la tensione di base di  $Q_1$  ( $V_{B\_Q1}$ ) è inizialmente nulla, e il transistor  $Q_1$  è spento. Di conseguenza l'uscita out1 è al potenziale  $V_{CC}$
5. Il condensatore  $C_2$  comincerà quindi a caricarsi attraverso la resistenza  $R_3$  (con costante di tempo pari a  $R_3C_2$ ), e la tensione  $V_{B\_Q1}$  crescerà gradualmente
6. Allo stesso tempo, anche il condensatore  $C_1$  si carica, attraverso la resistenza  $R_1$ . Questa resistenza ha tipicamente valore relativamente piccolo (per es. 100-1000  $\Omega$ ). Di conseguenza il terminale sinistro di  $C_1$  (out1) si porterà rapidamente al potenziale  $V_{CC}$ , e qui rimarrà. L'armatura sinistra di  $C_1$  si trova al potenziale  $V_{B\_Q2}=0.7$  V, dal momento che  $Q_1$  è acceso (in saturazione)

7. Come descritto al punto 5, il potenziale  $V_{B\_Q1}$  cresce gradualmente, a causa della carica del condensatore  $C_2$ . Quando  $V_{B\_Q1}$  raggiunge il potenziale di 0.7 V, il transistor  $Q_1$  si accende, e il suo collettore (nodo  $out_1$ ) scende rapidamente al potenziale di massa
8. L'armatura sinistra di  $C_1$  (nodo  $out_1$ ) è al potenziale  $V_{CC}$ , e scende bruscamente al potenziale di massa. L'armatura destra di  $C_1$  (ovvero il nodo  $V_{B\_Q2}$ , che si trovava al potenziale di 0.7 V) seguirà questa variazione, scendendo bruscamente al potenziale  $-(V_{CC}-0.7 \text{ V})$ . Ciò comporterà lo spegnimento del transistor  $Q_2$ , e l'uscita  $out_2$  si potrà al valore  $V_{CC}$
9. A partire di questo istante,  $C_1$  comincerà a caricarsi, attraverso la resistenza  $R_2$ , con costante di tempo  $R_2C_1$ . La carica (nodo  $V_{B\_Q2}$ ) avviene a partire dal potenziale  $-(V_{CC}-0.7 \text{ V})$  verso il potenziale  $V_{CC}$ , seguendo l'equazione

$$V_{B\_Q2} = V_{CC} + [(0.7 - V_{CC}) - V_{CC}]e^{-t/(R_2C_1)} \quad (23)$$



**Figura 16: forme d'onda ai diversi nodi del circuito in Figura 15 (non in scala)**

10. Il potenziale all'armatura destra di  $C_1$  (nodo  $V_{B\_Q2}$ ) crescerà fino al valore 0.7 V, momento in cui si accenderà il transistor  $Q_2$  e si instaurerà una nuova commutazione: l'uscita  $out_2$  andrà a zero, mentre l'uscita  $out_1$  si porterà al potenziale  $V_{CC}$ . Tale commutazione avverrà dopo un tempo  $T_1$  (tempo per la carica di  $C_1$ ), quando sarà verificata la condizione

$$V_{B\_Q2} = 0.7 \text{ V} = V_{CC} + [(0.7 \text{ V} - V_{CC}) - V_{CC}]e^{-T_1/(R_2C_1)} \quad (24)$$

Da cui è possibile calcolare

$$T_1 = -R_2C_1 \ln \frac{0.7 - V_{CC}}{0.7 - 2V_{CC}} \sim R_2C_1 \ln(2) \quad (25)$$

Dove l'ultima approssimazione vale se  $V_{CC} \gg 0.7 \text{ V}$ .

11. Avvenuta la commutazione, il circuito si comporterà in maniera simmetrica, e il condensatore  $C_2$  comincerà a caricarsi a partire dal potenziale  $-(V_{CC}-0.7 \text{ V})$  fino al potenziale 0.7 V in un tempo pari a

$$T_2 = -R_3C_2 \ln \frac{0.7 - V_{CC}}{0.7 - 2V_{CC}} \sim R_3C_2 \ln(2) \quad (26)$$

12. Il periodo dell'onda quadra generata è pari a

$$t = T_1 + T_2 \sim \ln(2)(R_3C_2 + R_2C_1) \quad (27)$$

NOTA: Per semplificare questi calcoli si è supposto che la tensione base emettitore di un transistor bipolare in saturazione sia pari a 0.7 V, mentre la sua tensione collettore-emettitore in saturazione ( $V_{CE\_SAT}$ ) è stata supposta pari a zero

### Esempio applicativo: blinker per LED

Aggiungendo due diodi LED al circuito (v. Figura 17), è possibile realizzare un circuito di blinking. I due LED si accenderanno alternativamente, con periodo definito dai valori delle resistenze e capacità, come definito dalla (37).

Se si aggiungono i LED, il periodo di oscillazione varia leggermente, e diventa

$$T = -\ln\left(\frac{V_{CC}-V_{BE}}{2V_{CC}-V_{BE}-V_{LED}}\right)(R_3C_2 + R_2C_1) \quad (28)$$

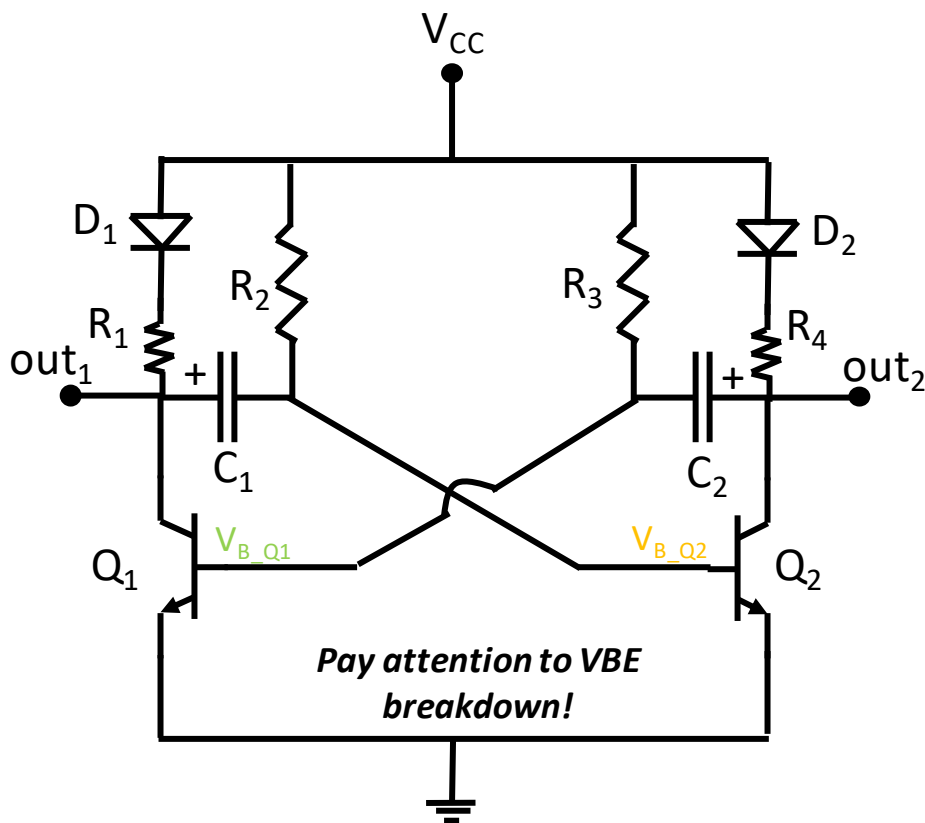
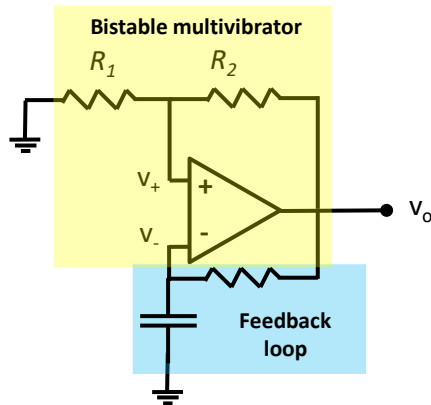


Figura 17: multivibratore astabile con LED (blinker per LED)



### Generare onde quadre e triangolari utilizzando i multivibratori astabili (facoltativo)

Un modo semplice per generare onde quadre è forzare un circuito bistabile a cambiare stato periodicamente. Questo può essere ottenuto **connettendo un circuito bistabile a una rete di retroazione RC**, come mostrato in Figura 18. Questo circuito non ha stati stabili, ed è detto multivibratore astabile.



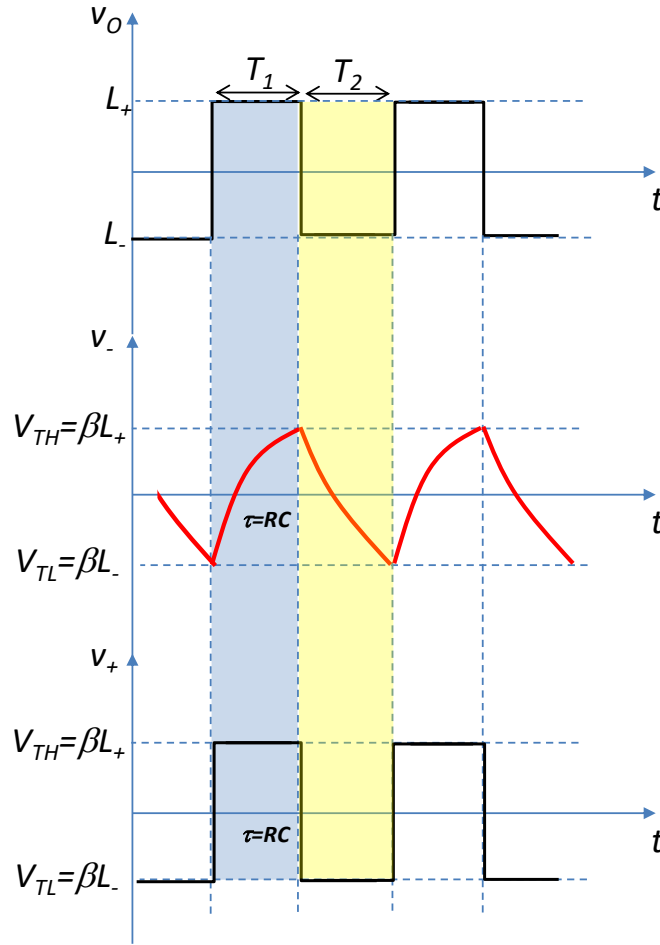
**Figura 18: circuito bistabile con rete di retroazione RC (multivibratore astabile)**

Per analizzare il comportamento di questo circuito ricordiamo che un condensatore che si carica o scarica attraverso una resistenza  $R$  per raggiungere una tensione finale pari a  $V_\infty$  ha differenza di potenziale ai suoi capi pari a

$$v(t) = V_\infty - (V_\infty - V_{0+})e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (29)$$

dove  $V_{0+}$  è la tensione a  $t=0+$  e  $\tau=RC$  è la costante di tempo.

Consideriamo inizialmente che l'uscita  $v_O$  del multivibratore si trovi al livello  $L_+$  (fase evidenziata in azzurro in Figura 19). Il condensatore  $C$  si caricherà verso la tensione  $L_+$  attraverso la resistenza  $R$ . Ciò equivale a dire che la tensione ai capi di  $C$  (che è pari alla tensione al morsetto invertente  $v_-$ ) crescerà esponenzialmente verso  $L_+$ , con costante di tempo  $\tau=RC$ . Nel frattempo, la tensione al morsetto non-invertente è pari a  $v_+=\beta L_+$ . **Questa situazione si mantiene fino a quando la tensione sul condensatore raggiunge il valore di soglia positivo  $V_{TH} = \beta L_+$ , momento in cui l'uscita del multivibratore commuterà verso l'altro stato stabile, in cui  $v_O=L_-$  e  $v_+=\beta L_-$ .** Il condensatore comincerà quindi a scaricarsi verso il valore  $L_-$ . Questa fase (evidenziata in giallo in Figura 19) continuerà fino a quando la tensione al morsetto invertente raggiungerà la soglia negativa  $V_{TL} = \beta L_-$ , momento in cui l'uscita del circuito cambierà nuovamente stato.



**Figura 19: forme d'onda ai diversi nodi del un multivibratore astabile in Figura 19**

Dalla descrizione precedente è semplice capire che il circuito astabile oscilla e produce una forma d'onda quadra all'uscita dell'amplificatore operazionale.

Il periodo dell'onda quadra può essere calcolato come segue. Durante la fase di carica  $T_1$ , la tensione  $v_-$  sul condensatore è pari a

$$v_-(t) = L_+ - (L_+ - \beta L_-)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (30)$$

dove  $t=0$  è l'istante iniziale della fase  $T_1$ . Ponendo che la tensione ai capi del condensatore sia pari a  $v_- = \beta L_+$  all'istante  $t=T_1$  si può calcolare

$$v_-(T_1) = L_+ - (L_+ - \beta L_-)e^{-\frac{T_1}{\tau}} = \beta L_+ \quad (31)$$

da cui

$$T_1 = \tau \ln \frac{1 - \beta(\frac{L_-}{L_+})}{1 - \beta} \quad (32)$$

In maniera analoga, durante la fase  $T_2$  di scarica la tensione ai capi del condensatore è esprimibile come

$$v_-(t) = L_- - (L_- - \beta L_+)e^{-t/\tau} \quad (33)$$

dove  $t=0$  è l'istante iniziale della fase  $T_2$ . Ponendo che la tensione ai capi del condensatore sia pari a  $v_-=\beta L_-$  all'istante  $t=T_2$  si può calcolare

$$v_-(T_2) = L_- - (L_- - \beta L_+)e^{-\frac{T_2}{\tau}} = \beta L_- \quad (34)$$

da cui

$$T_2 = \tau \ln \frac{1 - \beta \left(\frac{L_+}{L_-}\right)}{1 - \beta} \quad (35)$$

Le equazioni (32) e (35) possono essere combinate per calcolare il periodo dell'onda quadra  $T=T_1+T_2$ . Tipicamente si può assumere che  $L_+=L_-$ . In questo caso particolare l'onda quadra è simmetrica, e il periodo  $T$  è pari a

$$T = T_1 + T_2 = 2\tau \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} \quad (36)$$

È possibile realizzare un generatore di onda quadra a frequenza variabile utilizzando diversi condensatori (con un opportuno selettore), e/o modificando il valore della resistenza  $R$  (se si vuole ottenere un controllo continuo del periodo). In aggiunta, la forma d'onda ai capi del condensatore  $C$  può essere resa (in prima approssimazione) triangolare scegliendo bassi valori del parametro  $\beta$ . Tuttavia, nel caso sia necessario generare onde triangolari con elevata linearità è meglio utilizzare il circuito descritto in Figura 11, in cui al posto della rete  $RC$  viene utilizzato un integratore al fine di ottenere una carica del condensatore a corrente costante.