



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Esperimenti di programmazione lineare intera per problemi di vertex cover

Laureando: Giacomo Camposampiero

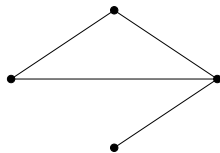
Relatore: Prof. Domenico Salvagnin

Padova, 22 luglio 2021

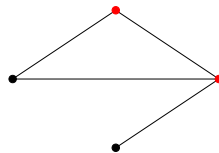
- Introduzione al problema di vertex cover
- Generazione di grafi casuali
- Modellazione algebrica
- Risultati sperimentali
- Conclusioni

Formalmente, il vertex cover V' di un grafo $G = (V, E)$ può essere definito come un sotto-insieme dei vertici del grafo V tale che

$$uv \in E \Rightarrow u \in V' \vee v \in V'$$



(a) Grafo casuale.



(b) Vertex cover (in rosso).

Il problema di ottimizzazione del vertex cover minimo consiste nel trovare l'insieme di copertura dei vertici di cardinalità minima.

$$V'_{min} = \arg \min_{\tau} V' \quad \text{con } \tau = |V'|$$

In questo lavoro sono stati utilizzati quattro diversi modelli di generazione di grafi casuali:

- modello di Erdős–Rényi (*percolation*)
- modello di Steger-Wormald (*pairing*)
- modello di Watts-Strogatz (*rewiring*)
- modello di Barabási-Albert (*growth*)

Le diverse fasi in cui si è articolata la modellazione algebrica del problema di ottimizzazione sono state:

- individuazione degli insiemi
- individuazione dei parametri
- individuazione delle variabili
- definizione dei vincoli e della funzione obiettivo

Il modello risultante dalla modellazione algebrica del problema risulta quindi essere

$$\begin{aligned} \min & \left(\sum_{v \in V} x_v \right) \\ x_u + x_v & \geq 1 \quad \forall (u, v) \in E, u \in V, v \in V \\ x_v & \in 0, 1 \quad \forall v \in V \end{aligned}$$

Grafi di Erdős–Rényi

È possibile notare una correlazione di tipo esponenziale con tra complessità associata al problema ed entrambi i parametri di generazione.

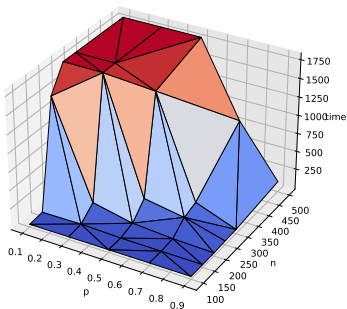


Figura: Risultati sperimentali per grafi generati mediante il modello di Erdős–Rényi.

Grafi di Steger-Wormald

In questo caso, una correlazione tra complessità di risoluzione del problema e parametri di generazione non è evidente.

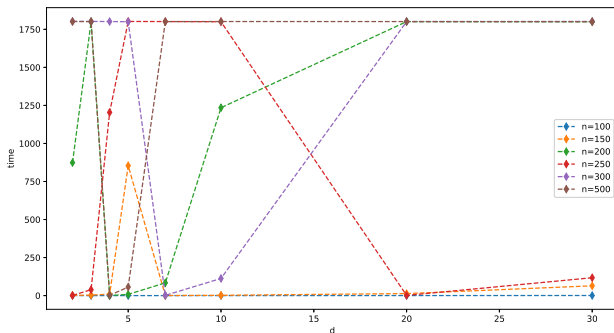


Figura: Risultati sperimentali per grafi generati mediante il modello di Steger-Wormald.

Grafi di Watts-Strogatz

In questo caso, una correlazione tra complessità di risoluzione del problema e parametri di generazione risulta essere parzialmente definita.

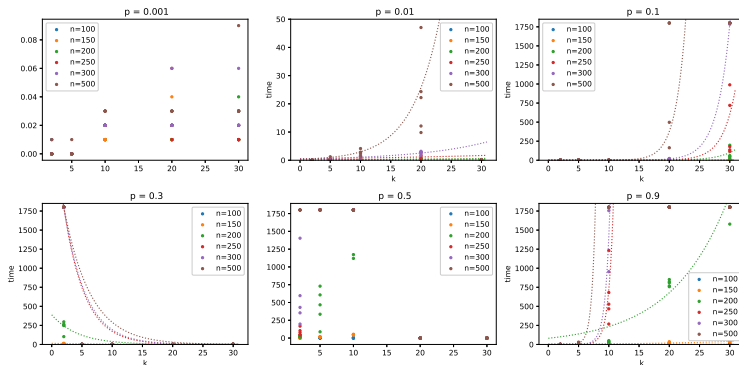


Figura: Risultati sperimentali per grafi generati mediante il modello di Watts-Strogatz.

Grafi di Barabási-Albert

È possibile anche in questo caso notare una correlazione di tipo esponenziale con tra complessità associata al problema ed entrambi i parametri di generazione.

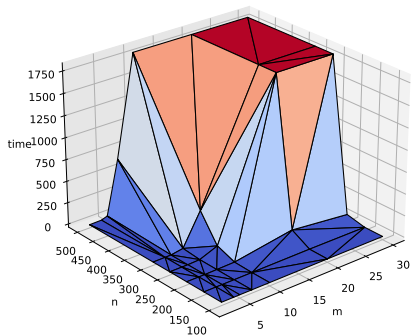


Figura: Risultati sperimentali per grafi generati mediante il modello di Barabási-Albert.

Risultati

- Barabási-Albert e di Erdős–Rényi: correlazione tra complessità di risoluzione e parametri di generazione dei grafi chiaro e coerente
- Watts-Strogatz: correlazione tra andamento della complessità di risoluzione e parametri di generazione individuata solo parzialmente
- Steger-Wormald: nessuna correlazione tra parametri di generazione ed andamento della complessità di risoluzione individuata

Possibili futuri sviluppi

- estensione dell'insieme di combinazioni di parametri utilizzati
- estensione del time limit imposto al risolutore CPLEX

Grazie per l'attenzione!



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Esperimenti di programmazione lineare intera per problemi di vertex cover

Laureando: Giacomo Camposampiero

Relatore: Prof. Domenico Salvagnin

Padova, 22 luglio 2021