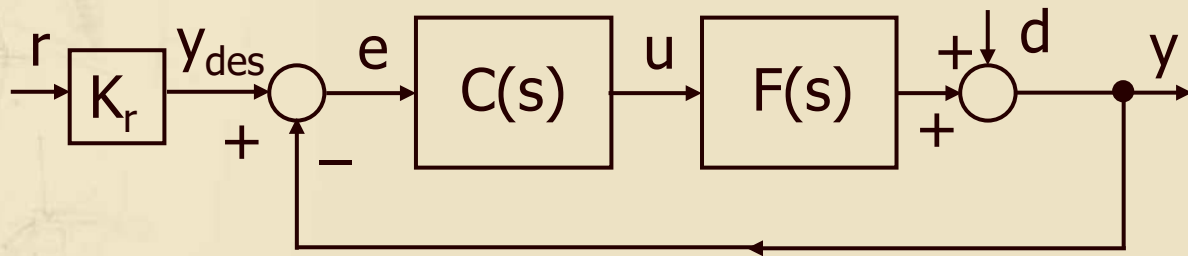


## Casi di studio

**Un esempio di analisi della stabilità**

## Definizione del problema (1/2)

- Si consideri il consueto schema di controllo

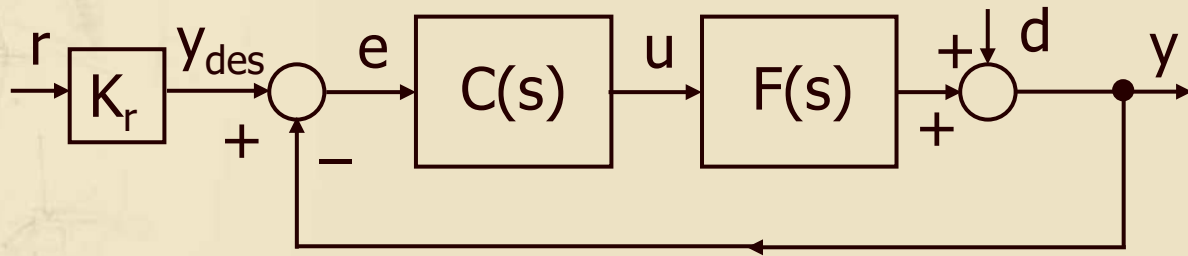


con:  $F(s) = \frac{200(s + 0.1)}{s(s^2 + 0.2s + 1)(s + 10)}$ ,  $C(s) = K_c$ ,  $K_r = 1$

Controllore statico  
da progettare

## Definizione del problema (2/2)

- Si consideri il consueto schema di controllo



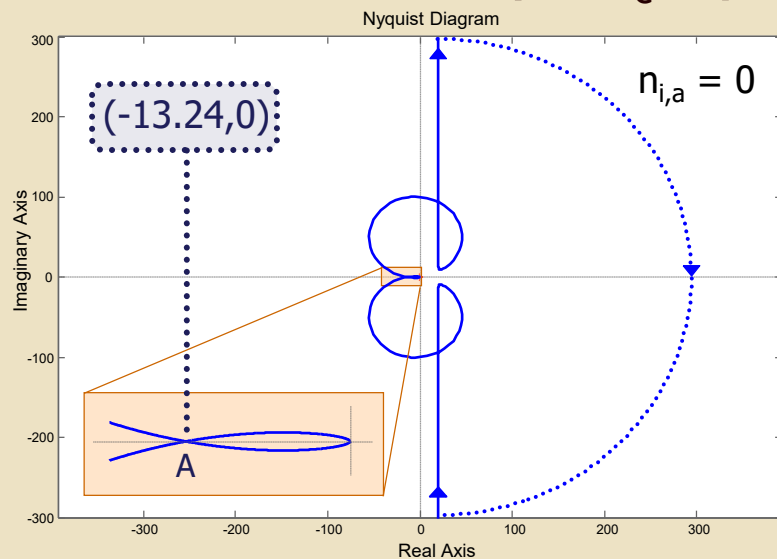
con:  $F(s) = \frac{200(s + 0.1)}{s(s^2 + 0.2s + 1)(s + 10)}$ ,  $C(s) = K_c$ ,  $K_r = 1$

- Trovare l'intervallo di valori di  $K_c$  per cui si ha asintotica stabilità in catena chiusa. Determinare i margini di stabilità e  $M_r$  per un particolare valore di  $K_c$  scelto all'interno di tale intervallo

# Applicazione del criterio di Nyquist (1/5)

- Per determinare l'intervallo di valori di  $K_c$  per cui si ha asintotica stabilità in catena chiusa, è sufficiente tracciare il DdN di  $F(j\omega)$  ed applicare il criterio di Nyquist a  $G_a(j\omega) = K_c F(j\omega)$ , considerando il punto critico variabile  $(-1/K_c, 0)$

Ottenuto con il comando **nyquist(F)** con l'aggiunta manuale del semicerchio di raggio infinito e dello zoom



## Applicazione del criterio di Nyquist (2/5)

- Per determinare l'intervallo di valori di  $K_c$  per cui si ha asintotica stabilità in catena chiusa, è sufficiente tracciare il DdN di  $F(j\omega)$  ed applicare il criterio di Nyquist a  $G_a(j\omega) = K_c F(j\omega)$ , considerando il punto critico variabile  $(-1/K_c, 0)$

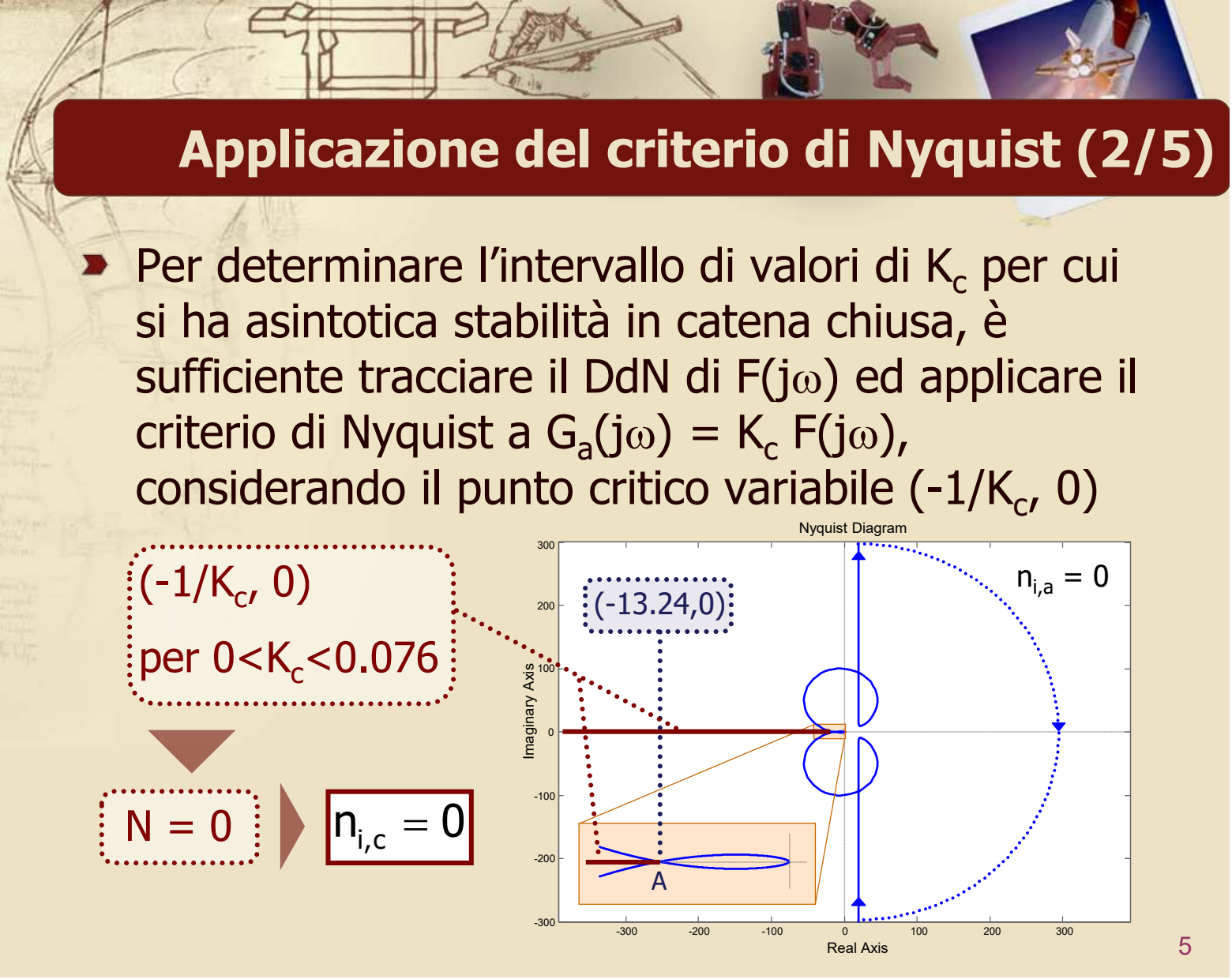
$(-1/K_c, 0)$   
per  $0 < K_c < 0.076$

$N = 0$   $\Rightarrow$   $n_{i,c} = 0$

The Nyquist Diagram shows the frequency response of the system. The horizontal axis is the Real Axis and the vertical axis is the Imaginary Axis. A blue dotted curve represents the Nyquist plot. A red dotted line indicates the path of the critical point  $(-1/K_c, 0)$  as  $K_c$  varies. The point  $(-13.24, 0)$  is marked on the real axis. The point A is marked on the real axis at approximately -100. The number of encirclements  $n_{i,a} = 0$  is indicated. The number of encirclements  $N = 0$  is indicated, leading to  $n_{i,c} = 0$ .

- ## Applicazione del criterio di Nyquist (2/5)
- Per determinare l'intervallo di valori di  $K_c$  per cui si ha asintotica stabilità in catena chiusa, è sufficiente tracciare il DdN di  $F(j\omega)$  ed applicare il criterio di Nyquist a  $G_a(j\omega) = K_c F(j\omega)$ , considerando il punto critico variabile  $(-1/K_c, 0)$
- $(-1/K_c, 0)$   
per  $0 < K_c < 0.076$

$N = 0$   $\Rightarrow$   $n_{i,c} = 0$
- 
- The Nyquist Diagram shows the frequency response of the system. The horizontal axis is the Real Axis and the vertical axis is the Imaginary Axis. A blue dotted curve represents the Nyquist plot. A red dotted line indicates the path of the critical point  $(-1/K_c, 0)$  as  $K_c$  varies. The point  $(-13.24, 0)$  is marked on the real axis. The point A is marked on the real axis at approximately -100. The number of encirclements  $n_{i,a} = 0$  is indicated. The number of encirclements  $N = 0$  is indicated, leading to  $n_{i,c} = 0$ .


$$n_{i,c} = 0$$


## Applicazione del criterio di Nyquist (3/5)

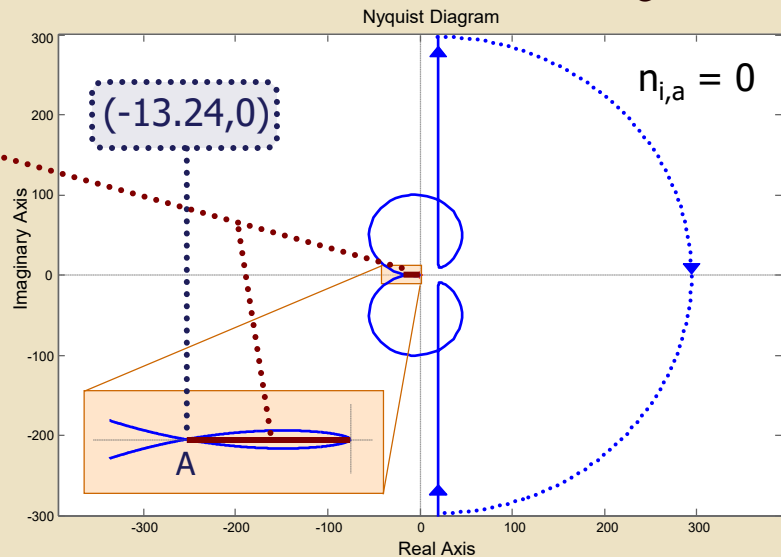
- Per determinare l'intervallo di valori di  $K_c$  per cui si ha asintotica stabilità in catena chiusa, è sufficiente tracciare il DdN di  $F(j\omega)$  ed applicare il criterio di Nyquist a  $G_a(j\omega) = K_c F(j\omega)$ , considerando il punto critico variabile  $(-1/K_c, 0)$

$$(-1/K_c, 0)$$

$$\text{per } K_c > 0.076$$

$$N = 2$$

$$n_{i,c} = 2$$



# Applicazione del criterio di Nyquist (4/5)

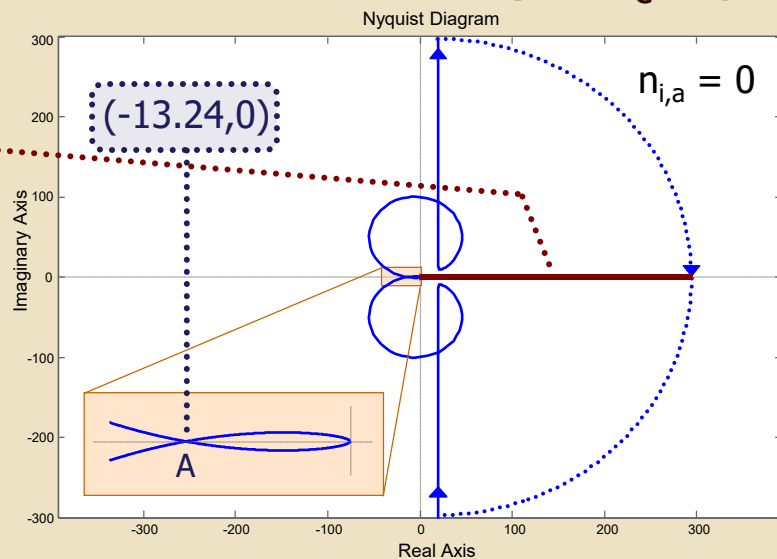
- Per determinare l'intervallo di valori di  $K_c$  per cui si ha asintotica stabilità in catena chiusa, è sufficiente tracciare il DdN di  $F(j\omega)$  ed applicare il criterio di Nyquist a  $G_a(j\omega) = K_c F(j\omega)$ , considerando il punto critico variabile  $(-1/K_c, 0)$

$$(-1/K_c, 0)$$

per  $K_c < 0$

$$N = 1$$

$$n_{i,c} = 1$$







## Applicazione del criterio di Nyquist (5/5)

- Il sistema in catena chiusa risulta pertanto **asintoticamente stabile per  $0 < K_c < 0.076$**
- Si osserva in particolare che per  $K_c = 1$  (cioè chiudendo semplicemente  $F(j\omega)$  in retroazione negativa unitaria) si ottiene un sistema instabile in catena chiusa





## Scelta di $K_c$ e verifica della stabilità

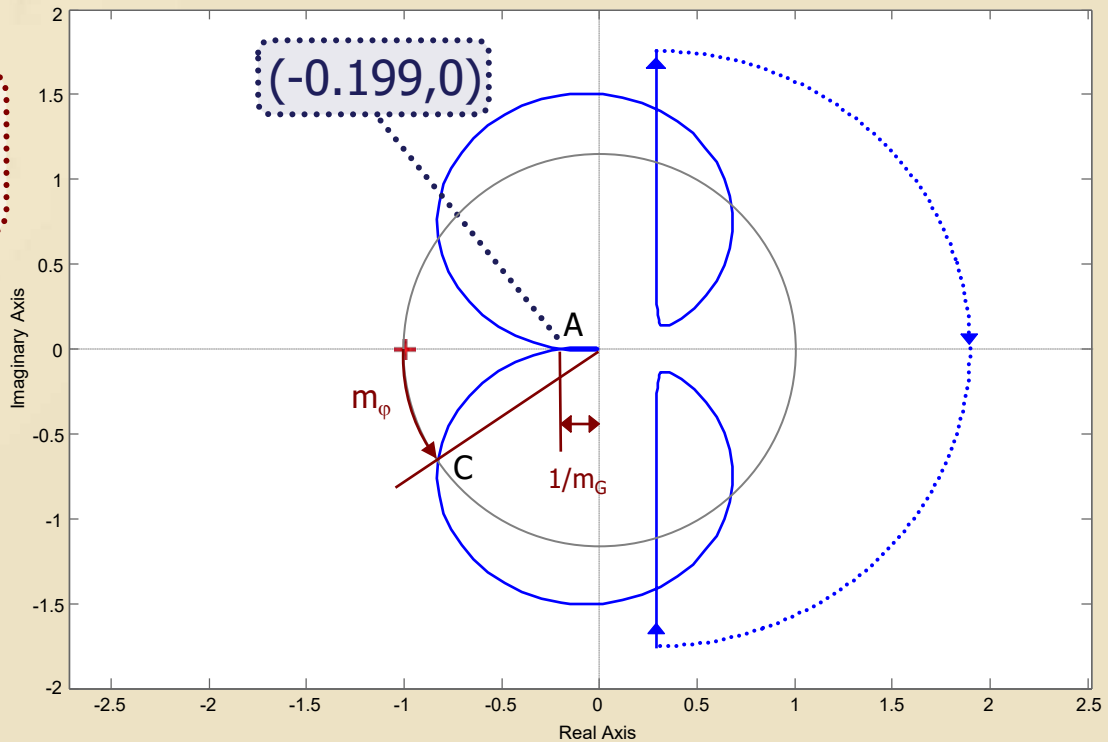
- Il valore prescelto di  $K_c$  è **0.015**
- Si può verificare l'asintotica stabilità del sistema in catena chiusa calcolandone i poli con Matlab:

Eigenvalue	Damping	Freq. (rad/s)
-2.32e-002	1.00e+000	2.32e-002
-7.35e-002 + 1.13e+000i	6.47e-002	1.14e+000
-7.35e-002 - 1.13e+000i	6.47e-002	1.14e+000
-1.00e+001	1.00e+000	1.00e+001

# Valutazione dei margini di stabilità sul DdN

- Sul **DdN della fdt d'anello**  $G_a(j\omega) = K_c F(j\omega)$ ,  
per  $K_c = 0.015$ , si individuano i margini di stabilità

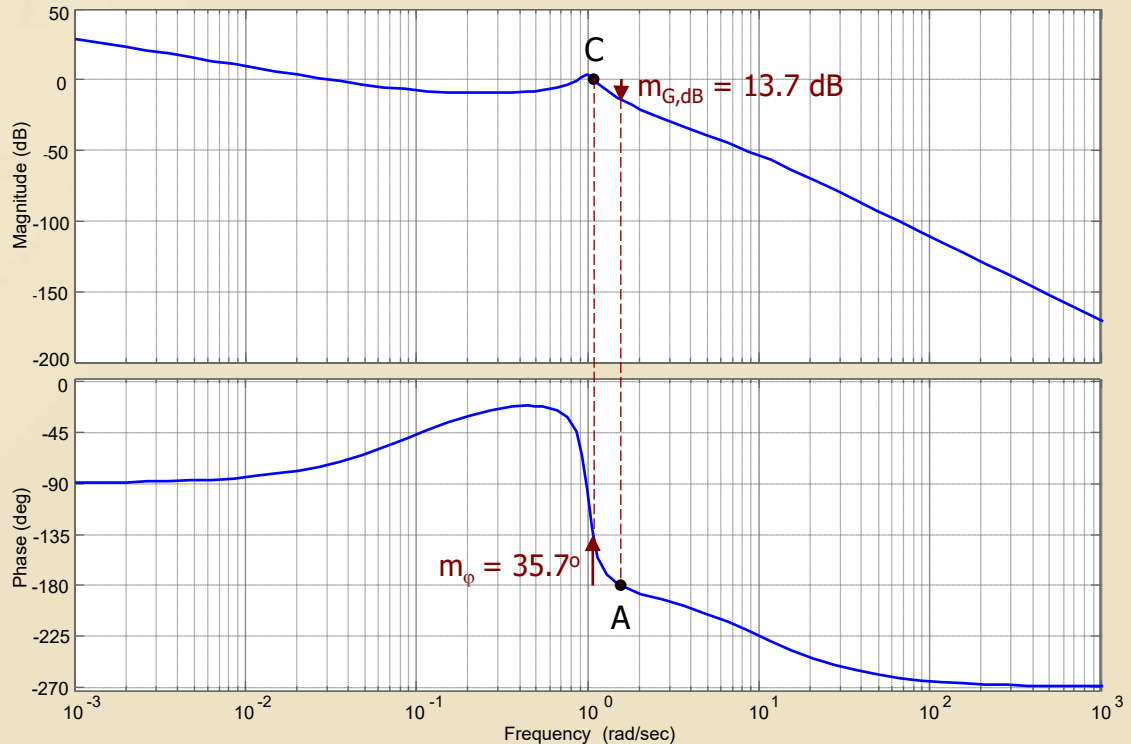
$$m_G \cong 5$$
$$m_\varphi \cong 36^\circ$$



# Lettura dei margini di stabilità sul DdB

- Sui **DdB della fdt d'anello**  $G_a(j\omega) = K_c F(j\omega)$  si possono leggere più accuratamente i margini

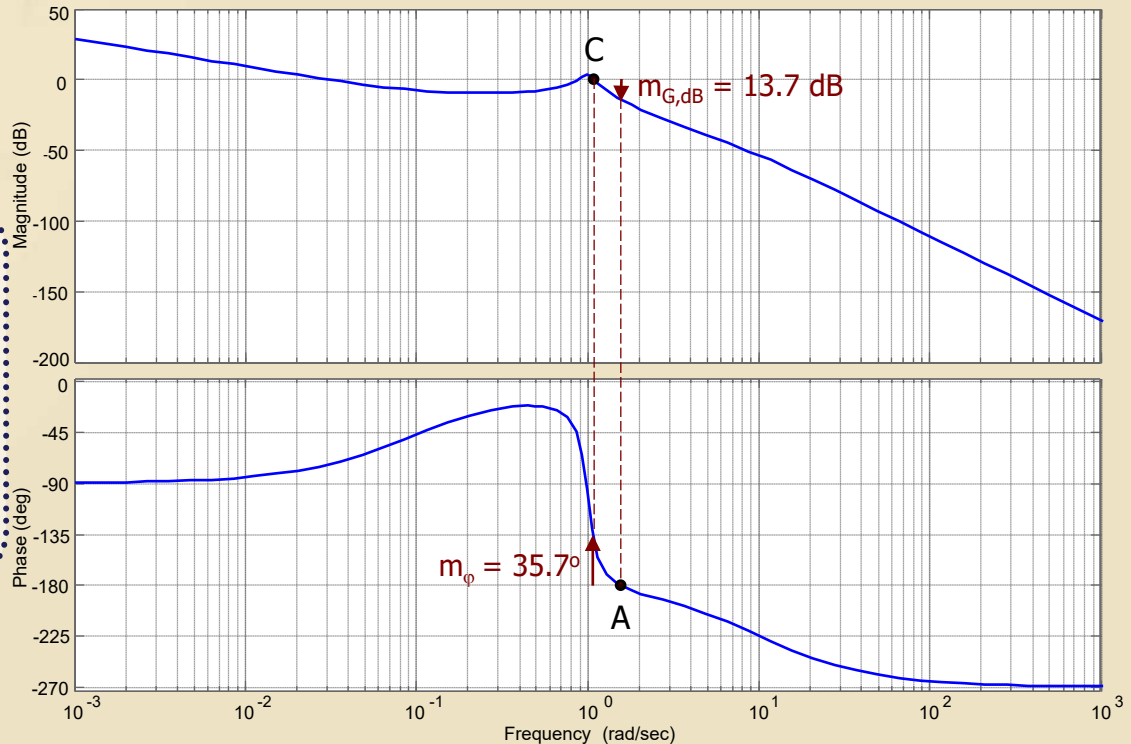
Ottenuti  
con il  
comando  
**bode(Ga)**



# Lettura dei margini di stabilità sul DdB

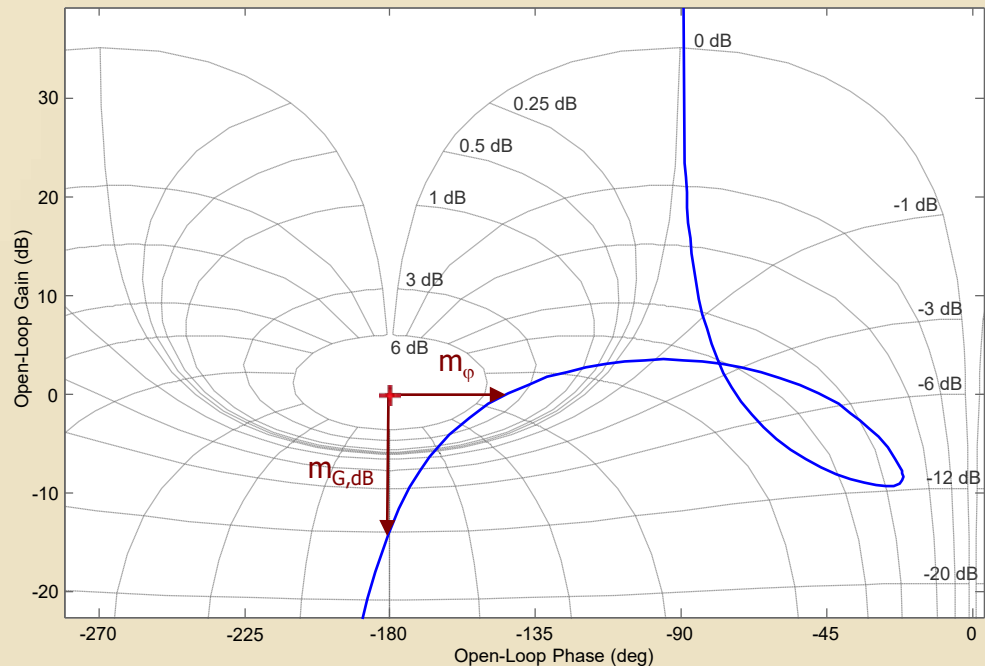
- Sul **DdB della fdt d'anello**  $G_a(j\omega) = K_c F(j\omega)$  si possono leggere più accuratamente i margini

Verificare la  
correttezza  
della risposta  
ottenuta dal  
comando  
**margin(Ga)**



# Lettura dei margini di stabilità sul DdNic

- Sul **DdNic della fdt d'anello**  $G_a(j\omega) = K_c F(j\omega)$  si possono ritrovare i margini letti sui DdB

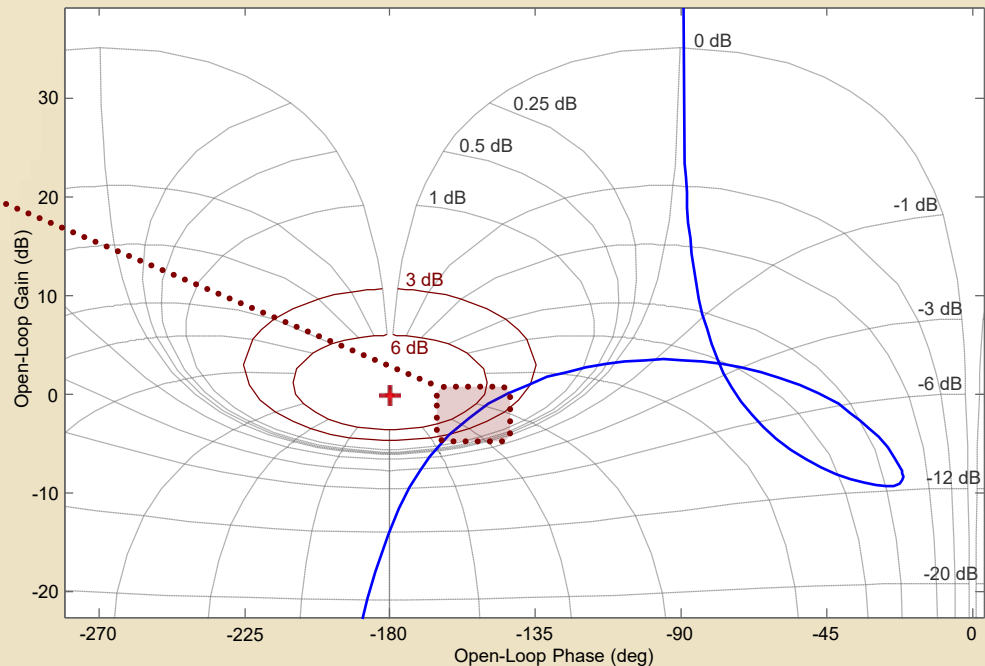


# Stima di $M_r$ dalla carta di Nichols

- Sovrapponendo la carta di Nichols al DdNic della fdt d'anello  $G_a(j\omega)$  si può stimare il **picco di risonanza  $M_r$**  in catena chiusa

Il picco di risonanza  $M_r$  è stimato fra 3 e 6 dB

La carta di Nichols è semplicemente generata dal comando **grid**

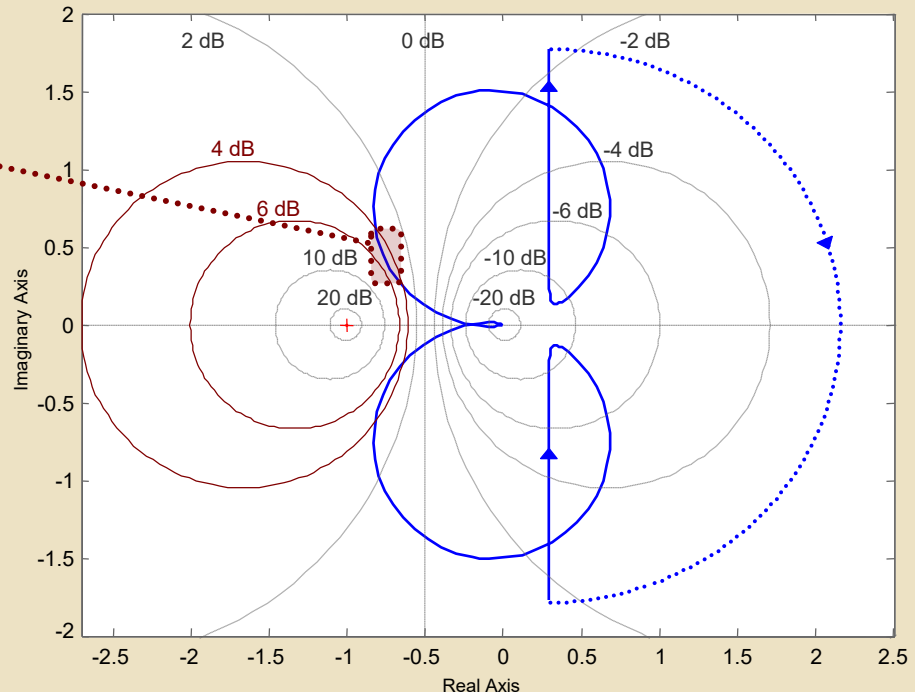


# Stima di $M_r$ dai luoghi a $M$ costante

- $M_r$  può essere valutato anche sul piano complesso, sovrapponendo i luoghi a modulo  $M$  costante al DdN della fdt d'anello  $G_a(j\omega)$

Il picco di risonanza  $M_r$  è stimato fra 4 e 6 dB

Anche i cerchi  $M$  sono generati semplicemente dal comando **grid**

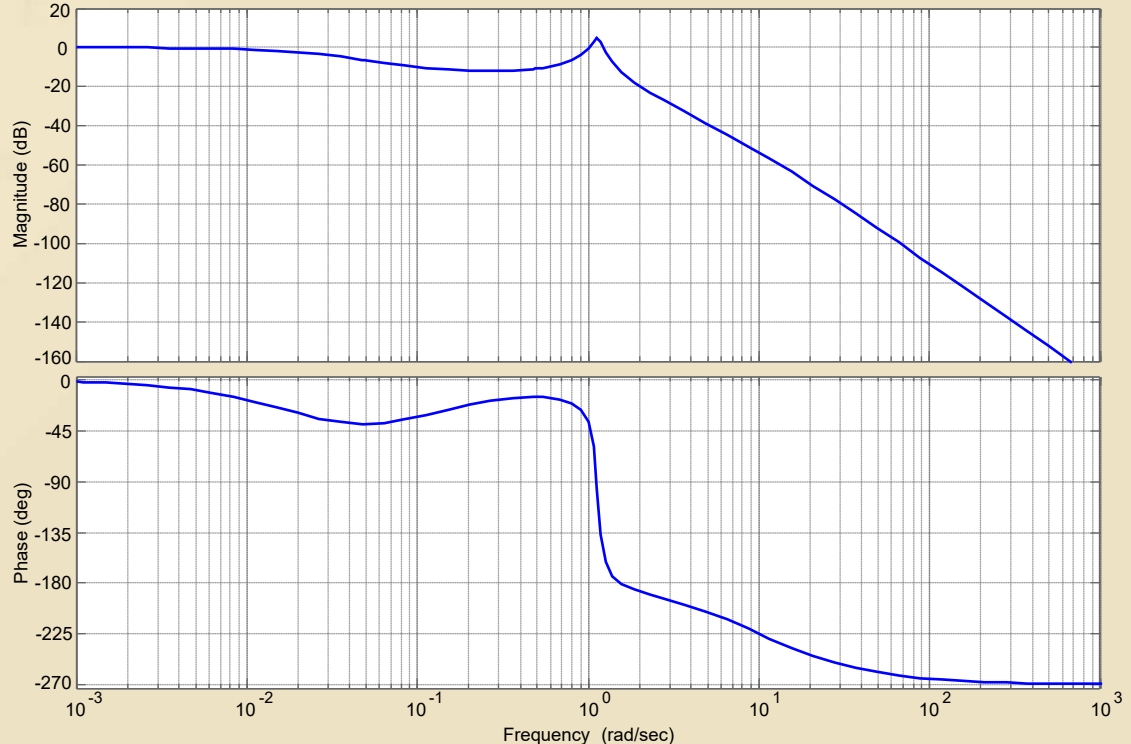




# Lettura di $M_r$ sul DdB di $W_y(j\omega)$

- Sui **DdB della fdt in catena chiusa**  $W_y(j\omega)$  si può leggere accuratamente il valore di  $M_r$

Ottenuti  
con il  
comando  
**bode(W)**,  
avendo  
calcolato  
W con il  
comando  
**feedback**



# Lettura di $M_r$ sul DdB di $W_y(j\omega)$

- Sul **DdB della fdt in catena chiusa**  $W_y(j\omega)$  si può leggere accuratamente il valore di  $M_r$

Letto da  
Matlab come  
**Peak  
Response**  
fra le  
caratteristiche  
del sistema

