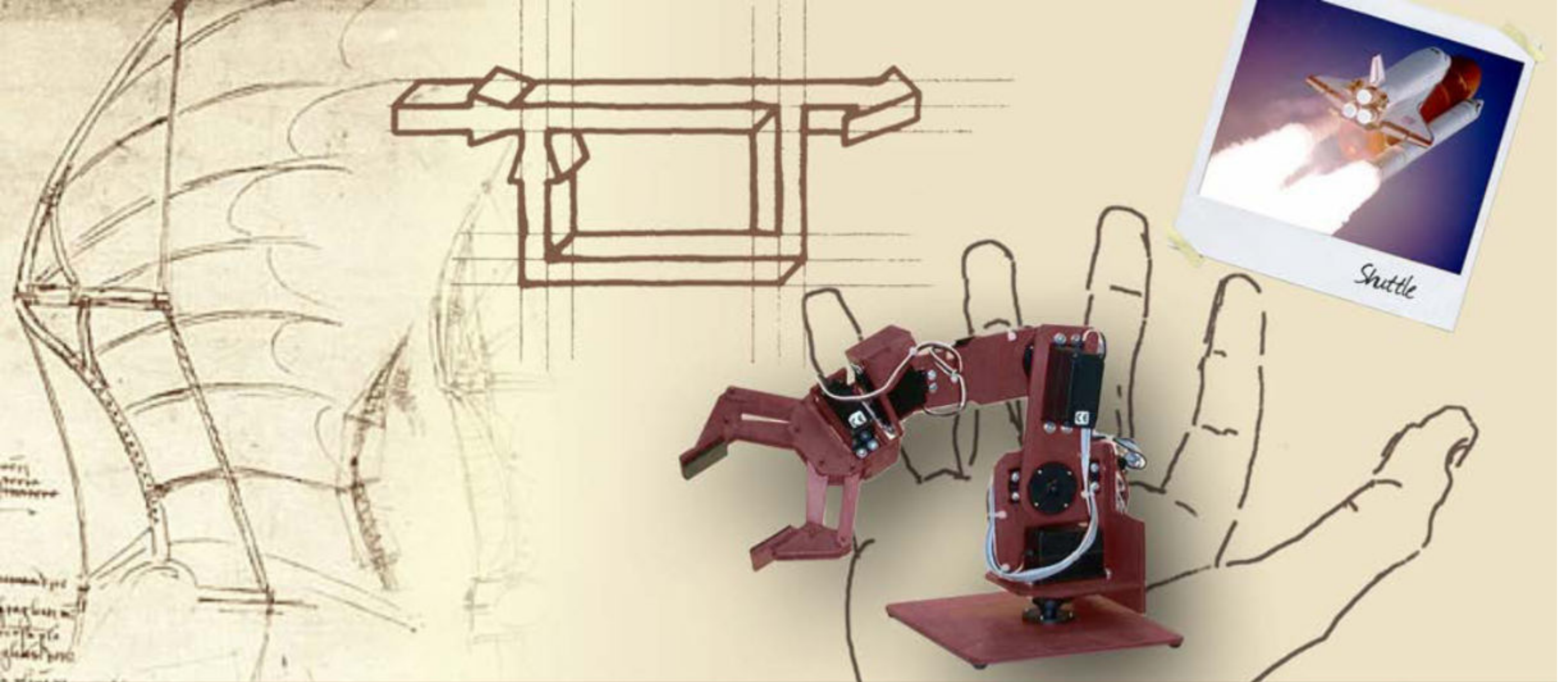
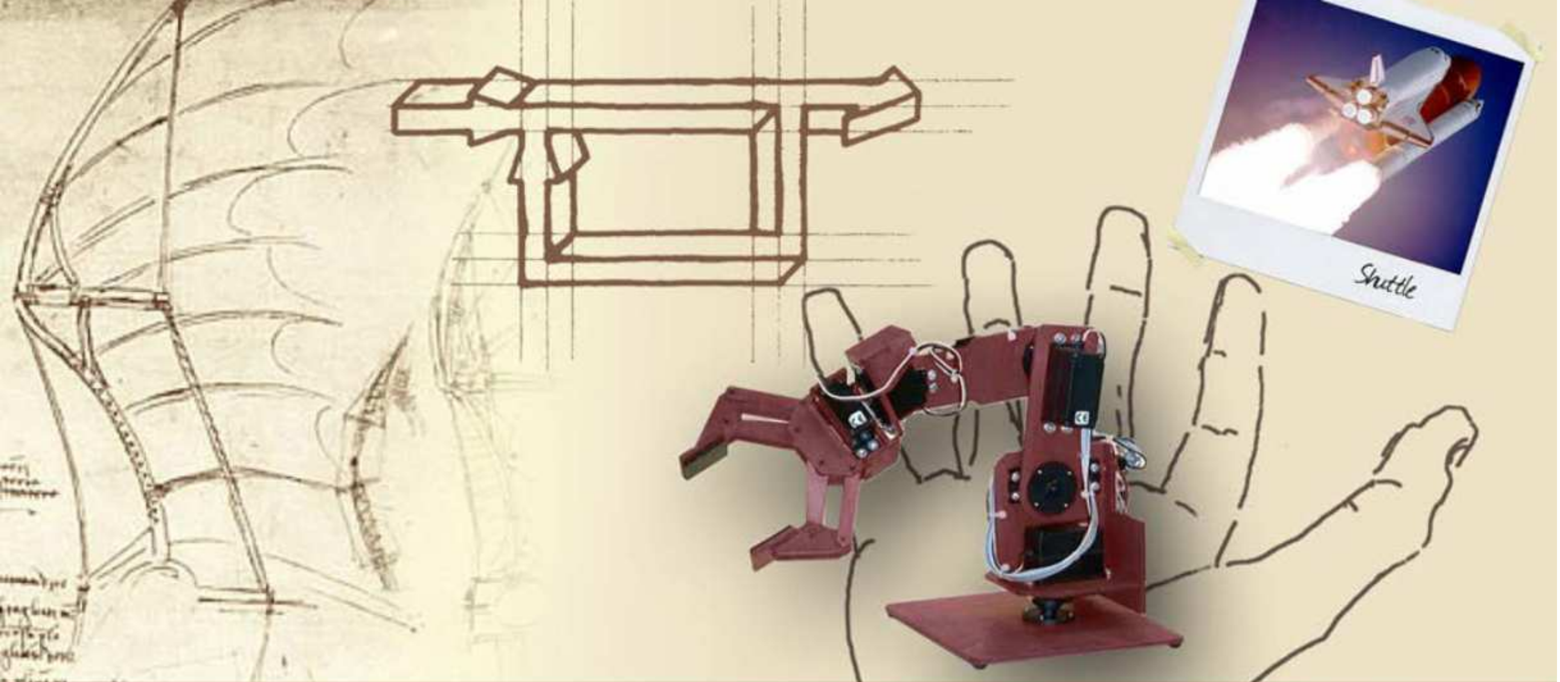


Progetto del controllore

Analisi delle specifiche

Analisi delle specifiche

- Impostazione del progetto del controllore dall’analisi delle specifiche
- Implicazioni delle specifiche “statiche”
- Stabilizzabilità del sistema
- Implicazioni delle specifiche “dinamiche”

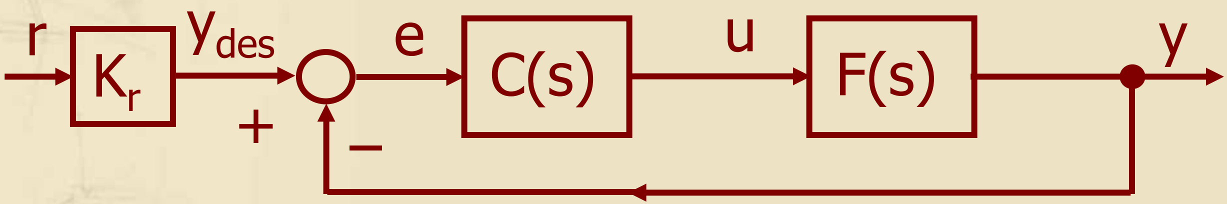


Analisi delle specifiche

Impostazione del progetto del controllore dall’analisi delle specifiche

Il problema del controllo

- Dato il consueto schema di controllo:

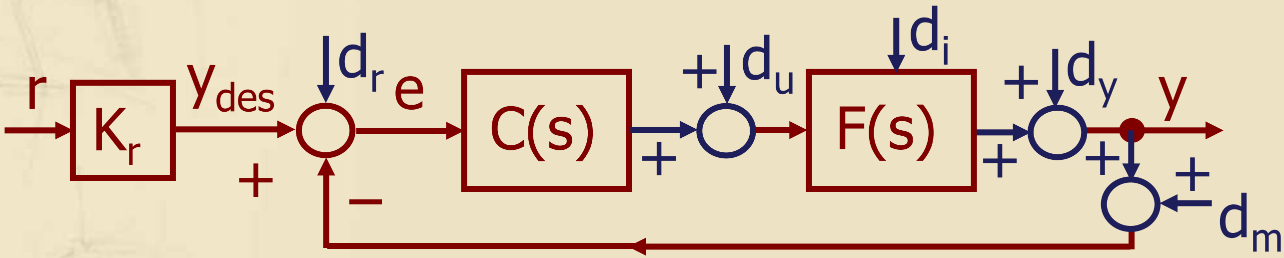


progettare il controllore C(s) in modo che il sistema in catena chiusa soddisfi le specifiche date

  - Sulla **risposta nel tempo a riferimenti assegnati** (in regime permanente ed in transitorio)

Il problema del controllo

- Dato il consueto schema di controllo:



progettare il controllore C(s) in modo che il sistema in catena chiusa soddisfi le specifiche date

- Sulla **risposta nel tempo a riferimenti assegnati** (in regime permanente ed in transitorio)
- Sulla **risposta in frequenza**, sull'**attività sul comando**, sulla **robustezza** e sull'**attenuazione di disturbi**

Forma del controllore

- La **funzione di trasferimento C(s) del controllore** da progettare può essere messa nella seguente forma generale:

$$\boxed{C(s) = \frac{K_c}{s^h} \cdot C'(s)}$$

ove

- K_c è il **guadagno stazionario del controllore**
- h indica il **numero di poli in s = 0** di C(s)
- C′(s) è una funzione di trasferimento di **tipo zero** avente **guadagno stazionario unitario**

Costruzione del controllore (1/3)

- Il **numero h di poli nell'origine** ed il **modulo del guadagno stazionario K_c** del controllore sono determinati in modo che, una volta garantita l'asintotica stabilità in catena chiusa, siano soddisfatte le cosiddette **specifiche statiche**, date da
  - Specifiche sull'**errore** di inseguimento **in regime permanente a segnali di riferimento polinomiali**
  - Specifiche sulla **reiezione o attenuazione di disturbi polinomiali in regime permanente**

Costruzione del controllore (2/3)

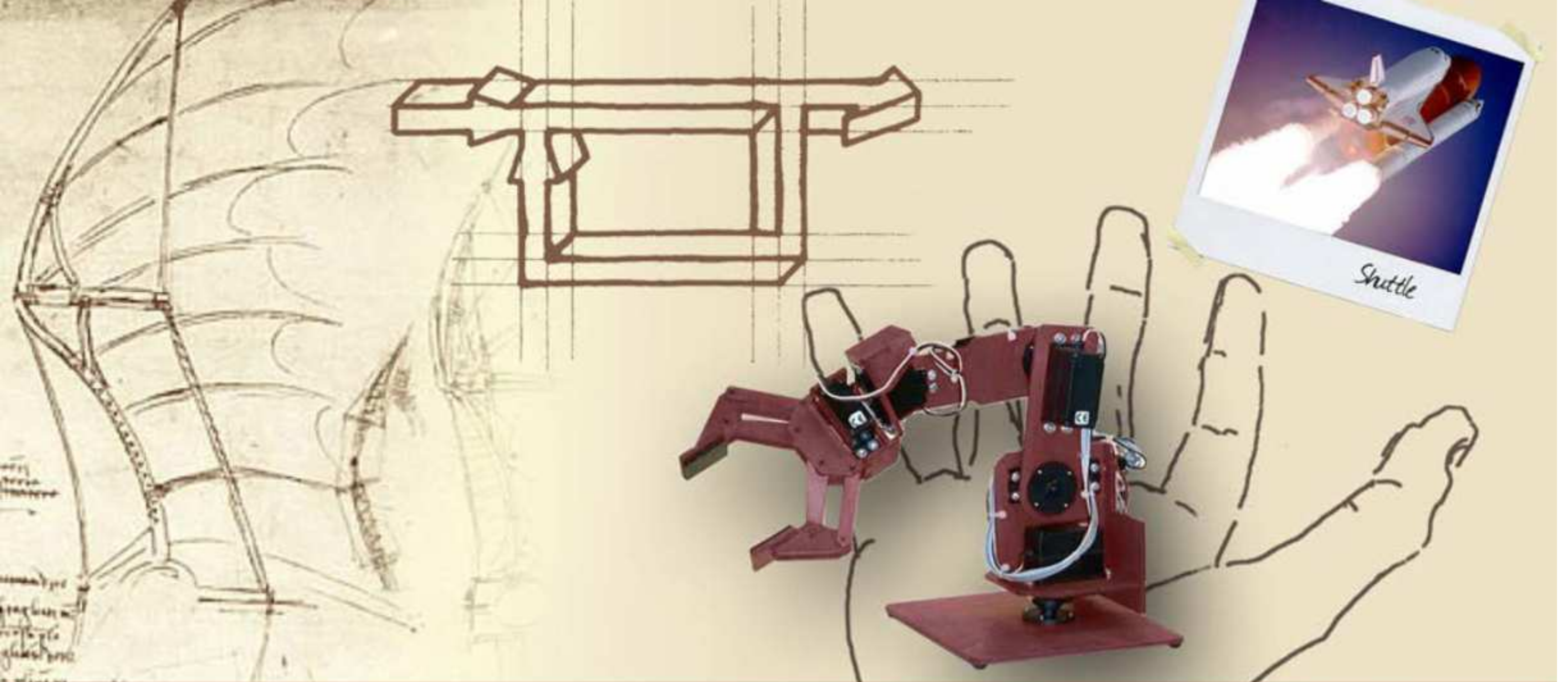
- Il **segno del guadagno stazionario K_c** viene scelto in modo da assicurare la possibilità di stabilizzare il sistema in catena chiusa mediante opportuna definizione di C'(s)
- La scelta del guadagno K_c può ritenersi a questo punto completamente determinata, salvo eventuali successive modifiche tali da preservare comunque i vincoli già determinati

Costruzione del controllore (3/3)

- La **parte "dinamica"** del controllore, definita da **C'(s)**, viene assegnata in modo da
  - Garantire l'**asintotica stabilità del sistema in catena chiusa** con buone caratteristiche di **robustezza**
  - Soddisfare tutte le **specifiche dinamiche**, relative a:
    - Caratteristiche in transitorio della risposta nel tempo a segnali di riferimento canonici, quali il gradino
    - Risposta in frequenza del sistema in catena chiusa
    - Inseguimento di segnali sinusoidali ed attenuazione di disturbi sinusoidali

Nota

- Il soddisfacimento di alcune specifiche dinamiche (in particolare sulla sovraelongazione della risposta al gradino e sul picco di risonanza della risposta in frequenza) porta all'imposizione di buoni margini di stabilità
- Ulteriori aspetti della **robustezza del controllo**, legati in particolare alla **sensibilità a variazioni parametriche**, saranno discussi in una successiva lezione di questa unità, così come il soddisfacimento di specifiche sull'**attività sul comando** imposte da vincoli tecnologici del sistema in esame



Analisi delle specifiche

Implicazioni delle specifiche “statiche”

Le specifiche statiche

- È opportuno che le **specifiche statiche**, relative a:
  - Precisione di inseguimento **in regime permanente** di **segnali di riferimento polinomiali**
  - Reiezione o attenuazione **in regime permanente** di **disturbi polinomiali**

siano prese in considerazione prima di qualunque altra specifica per definire correttamente i vincoli sulla "**parte statica**" di C(s)

$$C(s) = \boxed{\frac{K_c}{s^h}} \cdot C'(s)$$

Inserimento di poli nell'origine in C(s)

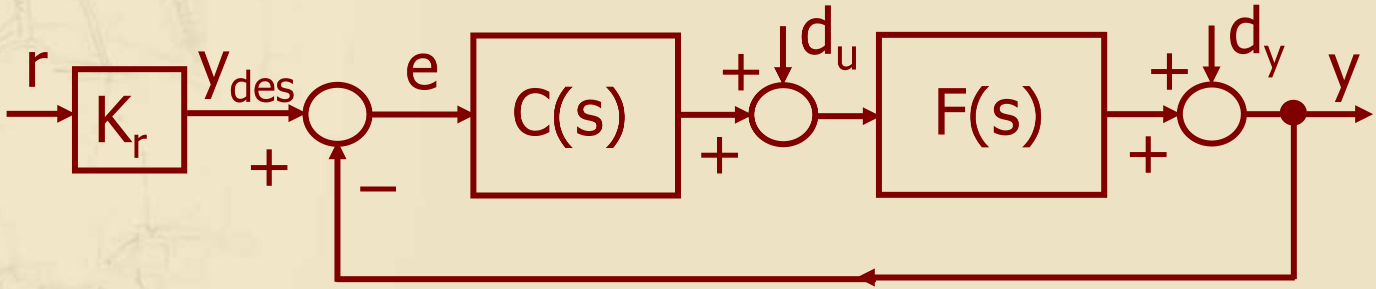
- Il **primo passo** nell'analisi delle specifiche statiche consiste nella **determinazione del numero h di poli in s = 0** di C(s)
- Il valore di **h** deve essere pari al numero **minimo** di poli in s = 0 che devono essere presenti in C(s) affinché **tutte** le specifiche statiche possano essere soddisfatte
  - In questa fase si valuta se ogni singola specifica statica richieda l'inserimento di poli nell'origine in C(s), senza prendere in considerazione eventuali vincoli sul guadagno K_c

Vincoli su $|K_c|$

- Una volta determinato **h**, si procede con il **secondo passo** nell'analisi delle specifiche statiche, dato dalla **determinazione di tutti i vincoli sul modulo di K_c** e la conseguente individuazione del **$|K_c|$ minimo** in grado di soddisfarli tutti
  - Soltanto dopo aver fissato definitivamente h, è possibile determinare quali specifiche diano effettivamente origine a vincoli su $|K_c|$ ed individuare il vincolo più restrittivo

Esempio (1/4)

- Si consideri il seguente schema di controllo:



con $F(s) = \dfrac{10}{s(s+2)(s+4)}, \quad K_r = 1$

- Il sistema F(s) da controllare è di **tipo 1**, con guadagno stazionario **K_F = 1.25**
- Si valutino le implicazioni sul controllore di differenti insiemi di specifiche statiche

Esempio (2/4)

- Caso 1:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = D_y$ con $D_y = 0.2$

Esempio (2/4)

- Caso 1:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \le 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_y(t) = D_y$ con $D_y = 0.2$

Passo 1:

Valutazione di h

Esempio (2/4)

- Caso 1:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = D_y$ con $D_y = 0.2$

Rif. di grado uno, sistema di tipo uno $\Longrightarrow$ errore limitato

Passo 1:

Valutazione di h

Esempio (2/4)

- Caso 1:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \le 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_y(t) = D_y$ con $D_y = 0.2$

Rif. di grado uno, sistema di tipo uno $\Longrightarrow$ errore limitato

I disturbi costanti hanno sempre effetto limitato su y

Passo 1:

Valutazione di h

Esempio (2/4)

- Caso 1:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \le 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_y(t) = D_y$ con $D_y = 0.2$

Passo 1:

Valutazione di h

→ $\boxed{\mathbf{h = 0}}$

Nessuna specifica richiede l'inserimento di poli in s = 0

Esempio (2/4)

- Caso 1:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = D_y$ con $D_y = 0.2$

$$\left|e_{r,\infty}\right| = \left|\frac{K_r}{K_c K_F}\right| \leq 0.1 \quad \Rightarrow \left|K_c\right| \geq 8$$

Passo 1:

Valutazione di h

$\rightarrow$ **h = 0**

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con $h = 0$

Esempio (2/4)

- Caso 1:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = D_y$ con $D_y = 0.2$

$$\left|e_{r,\infty}\right| = \left|\frac{K_r}{K_c K_F}\right| \leq 0.1 \quad \Rightarrow \left|K_c\right| \geq 8$$

$$\left|y_{du,\infty}\right| = \left|\frac{D_u}{K_c}\right| \leq 0.01$$

$$\Rightarrow \left|K_c\right| \geq 10$$

Passo 1:

Valutazione di h

$\rightarrow$ **h = 0**

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con $h = 0$

Esempio (2/4)

- Caso 1:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \le 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_y(t) = D_y$ con $D_y = 0.2$

$$\left|e_{r,\infty}\right| = \left|\frac{K_r}{K_c K_F}\right| \le 0.1 \quad \Rightarrow \left|K_c\right| \ge 8$$

Passo 1:

Valutazione di h

$$\boxed{\mathbf{h = 0}}$$

$$\left|y_{du,\infty}\right| = \left|\frac{D_u}{K_c}\right| \le 0.01$$

$$\Rightarrow \left|K_c\right| \ge 10$$

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con h = 0

1 polo in s = 0 a monte di d_y

$$\Rightarrow y_{dy,\infty} = 0$$

Esempio (2/4)

- Caso 1:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \le 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_y(t) = D_y$ con $D_y = 0.2$

Passo 1: Valutazione di h	→	$\mathbf{h = 0}$
Passo 2: Vincoli su $\lvert K_c \rvert$, con $h = 0$	→	$\left|\mathbf{K_c}\right| \ge \mathbf{10}$

Esempio (3/4)

- Caso 2:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Esempio (3/4)

- Caso 2:
  - $|e_{r,\infty}| \le 0.1$ per $r(t) = t$
  - $|y_{du,\infty}| \le 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $|y_{dy,\infty}| \le 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Passo 1:

Valutazione di h

Esempio (3/4)

- Caso 2:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Rif. di grado uno, sistema di tipo uno $\Longrightarrow$ errore limitato

Passo 1:

Valutazione di h

Esempio (3/4)

- Caso 2:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Rif. di grado uno, sistema di tipo uno $\Longrightarrow$ errore limitato

Un disturbo costante ha sempre effetto limitato su y

Passo 1:

Valutazione di h

Esempio (3/4)

- Caso 2:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Rif. di grado uno, sistema di tipo uno $\Longrightarrow$ errore limitato

Un disturbo costante ha sempre effetto limitato su y

A monte del disturbo a rampa c'è già un polo in $s = 0$
$\Longrightarrow$ l'effetto su y è limitato

Passo 1:

Valutazione di h

Esempio (3/4)

- Caso 2:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Passo 1:

Valutazione di h

$\rightarrow$ **h = 0**

Neanche la nuova specifica richiede l'inserimento di poli in s = 0

Esempio (3/4)

- Caso 2:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

$$\left|e_{r,\infty}\right| = \left|\frac{K_r}{K_c K_F}\right| \leq 0.1 \quad \Rightarrow \left|K_c\right| \geq 8$$

Passo 1:

Valutazione di h

→ **h = 0**

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con h = 0

Esempio (3/4)

- Caso 2:
  - $|e_{r,\infty}| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $|y_{du,\infty}| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $|y_{dy,\infty}| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

$$|e_{r,\infty}| = \left|\frac{K_r}{K_c K_F}\right| \leq 0.1 \quad \Rightarrow |K_c| \geq 8$$

$$|y_{du,\infty}| = \left|\frac{D_u}{K_c}\right| \leq 0.01$$

$$\Rightarrow |K_c| \geq 10$$

Passo 1:

Valutazione di h

→ **h = 0**

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con h = 0

Esempio (3/4)

- Caso 2:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

$$\left|e_{r,\infty}\right| = \left|\frac{K_r}{K_c K_F}\right| \leq 0.1 \ \Rightarrow \left|K_c\right| \geq 8$$

Passo 1:

Valutazione di h

$\Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{h = 0}}$

$$\left|y_{du,\infty}\right| = \left|\frac{D_u}{K_c}\right| \leq 0.01$$

$$\Rightarrow \left|K_c\right| \geq 10$$

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con h = 0

$$\left|y_{dy,\infty}\right| = \left|\frac{\alpha_{dy}}{K_c K_F}\right| \leq 0.01 \ \Rightarrow \left|K_c\right| \geq 16$$

Esempio (3/4)

- Caso 2:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Passo 1:

Valutazione di h

→ $\boxed{h = 0}$

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con $h = 0$

→ $\boxed{|K_c| \geq 16}$

Esempio (4/4)

- Caso 3:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = \alpha_{du} t$ con $\alpha_{du} = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Esempio (4/4)

- Caso 3:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = \alpha_{du} t$ con $\alpha_{du} = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Passo 1:

Valutazione di h

Esempio (4/4)

- Caso 3:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = \alpha_{du} t$ con $\alpha_{du} = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Rif. di grado uno, sistema di tipo uno $\Longrightarrow$ errore limitato

Passo 1:

Valutazione di h

Esempio (4/4)

- Caso 3:
  - $|e_{r,\infty}| \le 0.1$ per $r(t) = t$
  - $|y_{du,\infty}| \le 0.01$ per $d_u(t) = \alpha_{du} t$ con $\alpha_{du} = 0.1$
  - $|y_{dy,\infty}| \le 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Rif. di grado uno, sistema di tipo uno $\Longrightarrow$ errore limitato

A monte del disturbo a rampa d_y c'è già un polo in $s = 0$ $\Longrightarrow$ l'effetto su y è limitato

Passo 1:

Valutazione di h

Esempio (4/4)

- Caso 3:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = \alpha_{du} t$ con $\alpha_{du} = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Rif. di grado uno, sistema di tipo uno $\Longrightarrow$ errore limitato

Passo 1:

Valutazione di h

A monte del disturbo a rampa d_y c'è già un polo in $s = 0$ $\Longrightarrow$ l'effetto su y è limitato

A monte del disturbo a rampa d_u non ci sono poli in $s = 0$ $\Longrightarrow$ l'uscita risulterebbe illimitata

$\Longrightarrow$ È indispensabile inserire un polo in $s = 0$ in C(s)

Esempio (4/4)

- Caso 3:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = \alpha_{du} t$ con $\alpha_{du} = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Passo 1:

Valutazione di h

→ **h = 1**

La nuova specifica richiede l’inserimento di un polo in s = 0

Esempio (4/4)

- Caso 3:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = \alpha_{du} t$ con $\alpha_{du} = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

$G_a(s)$ è ora di tipo 2 $\Rightarrow \left|e_{r,\infty}\right| = 0$

Passo 1:

Valutazione di h

→ $\boxed{h = 1}$

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con h = 1

Esempio (4/4)

$G_a(s)$ è ora di tipo 2 $\Rightarrow \left|e_{r,\infty}\right| = 0$

- Caso 3:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = \alpha_{du} t$ con $\alpha_{du} = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

$$\left|y_{du,\infty}\right| = \left|\frac{\alpha_{du}}{K_c}\right| \leq 0.01$$

$$\Rightarrow \left|K_c\right| \geq 10$$

Passo 1:

Valutazione di h

→ **h = 1**

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con h = 1

Esempio (4/4)

$G_a(s)$ è ora di tipo 2 $\Rightarrow \left|e_{r,\infty}\right| = 0$

- Caso 3:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = \alpha_{du} t$ con $\alpha_{du} = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Passo 1:

Valutazione di h

$\boxed{h = 1}$

$$\left|y_{du,\infty}\right| = \left|\frac{\alpha_{du}}{K_c}\right| \leq 0.01$$

$$\Rightarrow \left|K_c\right| \geq 10$$

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con h = 1

2 poli in s = 0 a monte di d_y

$$\Rightarrow y_{dy,\infty} = 0$$

Esempio (4/4)

- Caso 3:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.1$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = \alpha_{du} t$ con $\alpha_{du} = 0.1$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.2$

Passo 1:

Valutazione di h → $\mathbf{h = 1}$

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con h = 1 → $\left|\mathbf{K_c}\right| \geq \mathbf{10}$

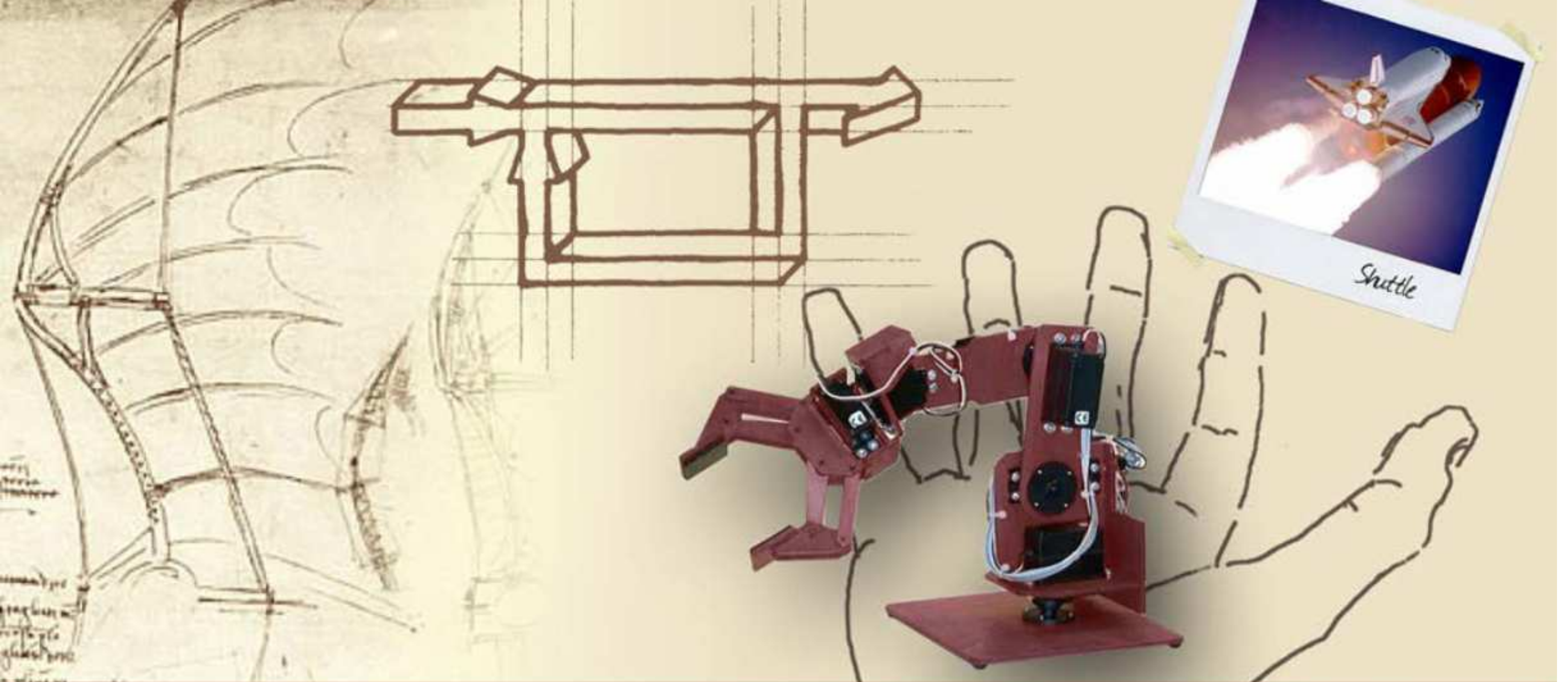
Osservazione

- Non è consigliabile inserire poli in s = 0 in C(s) se non necessario per il soddisfacimento delle specifiche statiche

Inserimento di un polo in s = 0 → Perdita di 90° per $G_a(j\omega)$ a qualunque ω

↓

Eventuale necessità di introdurre un forte recupero di fase mediante C'(s) per garantire l'asintotica stabilità in catena chiusa con un buon margine di fase



Analisi delle specifiche

Stabilizzabilità del sistema

Scelta del segno del guadagno (1/3)

- Il **segno del guadagno stazionario K_c** viene scelto in modo da assicurare la possibilità di stabilizzare il sistema in catena chiusa mediante opportuna definizione di C'(s), tenendo conto dell'eventuale precedente inserimento di poli in s = 0 nel controllore

Scelta del segno del guadagno (2/3)

- La possibilità di stabilizzare il sistema in catena chiusa per valori positivi o negativi di K_c viene studiata applicando il **criterio di Nyquist con K_c variabile** alla funzione d'anello definita da
  - Il sistema dato da controllare, descritto da $F(s)$
  - Gli eventuali poli in $s = 0$ già inseriti in $C(s)$
- Solo nel caso in cui la funzione d'anello $F(s)/s^h$ sia tale da dare origine sicuramente ad un **sistema a stabilità regolare**, è possibile scegliere direttamente $K_c > 0$, senza ricorrere al criterio di Nyquist

Scelta del segno del guadagno (3/3)

- Non è necessario che il sistema in catena chiusa, ottenuto con l'inserimento della **sola parte statica del controllore**, sia stabile per i valori del guadagno tali da soddisfare i vincoli su $|K_c|$ imposti dalle specifiche statiche
- L'asintotica stabilità in catena chiusa dovrà essere garantita per la $G_a(s)$ finale, contenente anche la parte dinamica del controllore, opportunamente progettata

Osservazione

- La parte statica di C(s), data dal blocco K_c/s, può considerarsi completamente determinata
- È consigliabile scegliere K_c di valore **minimo in modulo**, tale da soddisfare tutte le specifiche statiche, **aumentato** nella pratica **di un fattore di sicurezza**, che tenga conto di tolleranze ed incertezze sui parametri caratteristici del sistema e dei dispositivi utilizzati per il controllo
- Qualora necessario per l'asintotica stabilità in catena chiusa e per il soddisfacimento delle specifiche dinamiche, $|K_c|$ potrà essere successivamente aumentato, ma non ridotto

Esempio (1/5)

- Si riconsideri l'esempio precedente, in cui

$$F(s) = \frac{10}{s(s+2)(s+4)}$$

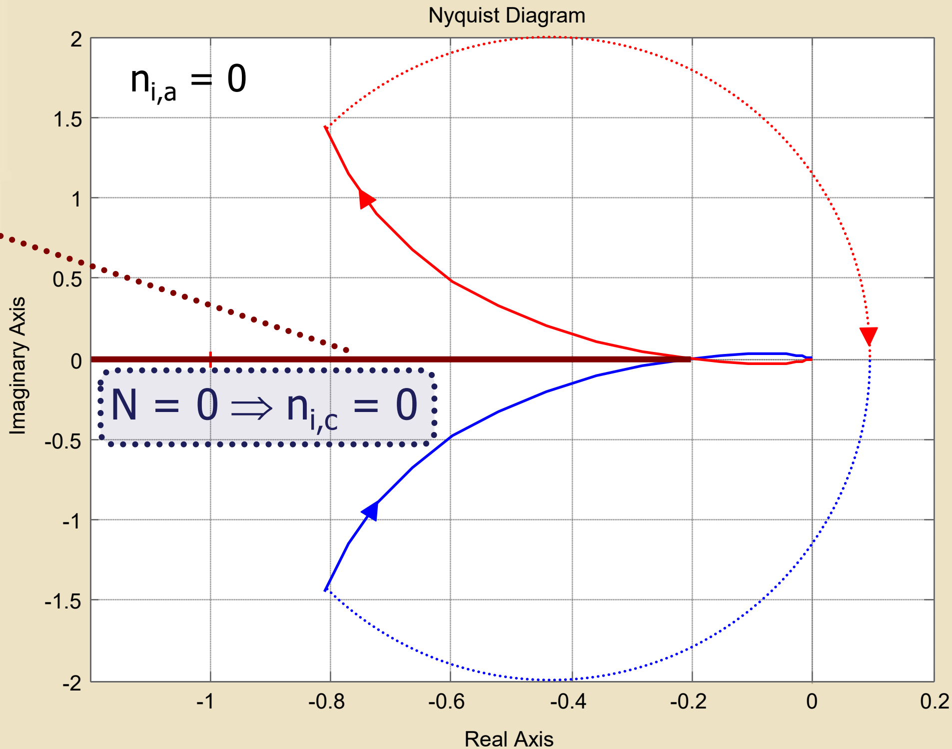
- Si supponga che le specifiche statiche impongano **h = 0** (cioè che non sia necessario inserire alcun polo in s = 0 nel controllore), come nei primi due casi prima considerati
- La scelta del segno di K_c deve essere compiuta applicando il criterio di Nyquist con guadagno variabile assumendo **F(s) come funzione d'anello**

Esempio (2/5)

- Diagramma di Nyquist di F(s)

Esiste la possibilità di stabilizzare il sistema in catena chiusa solo per valori **positivi** di K_c

$$\boxed{K_c > 0}$$



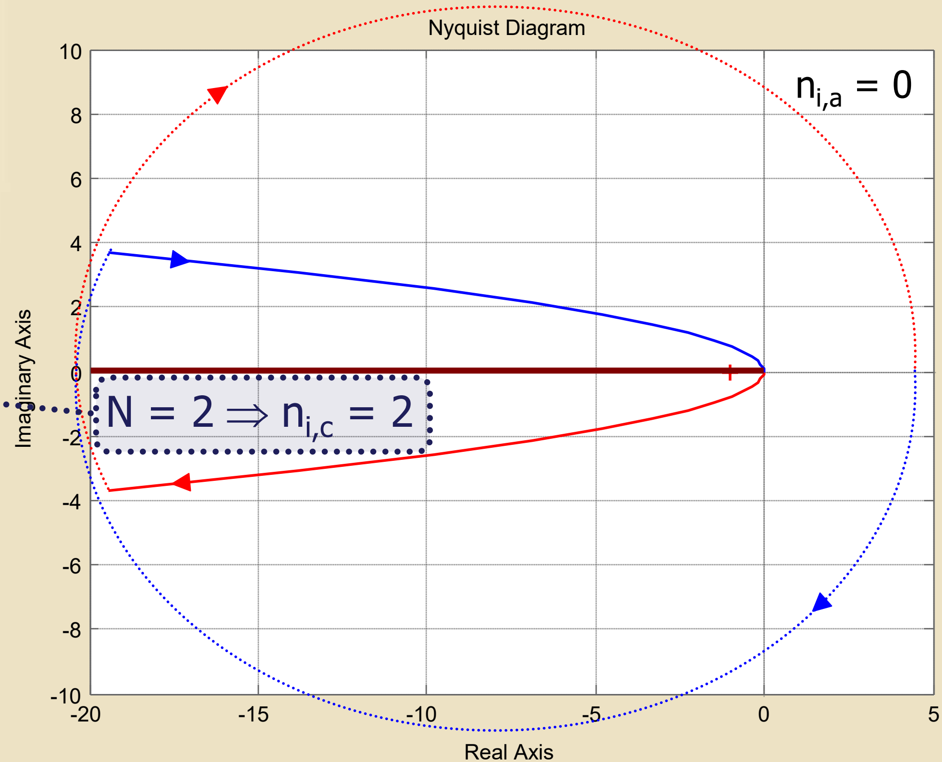
Esempio (3/5)

- Si supponga ora che le specifiche statiche impongano **h = 1** (cioè che sia necessario inserire un polo in s = 0 nel controllore), come nel terzo caso prima considerato
- La scelta del segno di K_c deve essere compiuta applicando il criterio di Nyquist con guadagno variabile assumendo **F(s)/s come funzione d'anello**

Esempio (4/5)

- Diagramma di Nyquist di F(s)/s

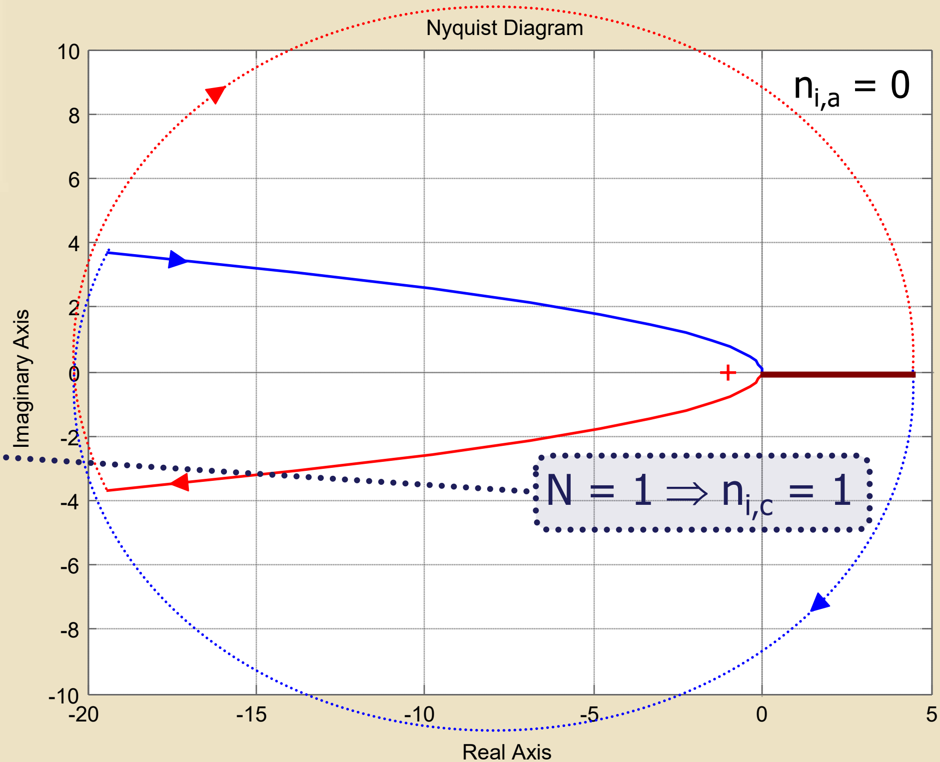
Il sistema in catena chiusa risulta **instabile sia per valori positivi che negativi** di K_c



Esempio (4/5)

- Diagramma di Nyquist di F(s)/s

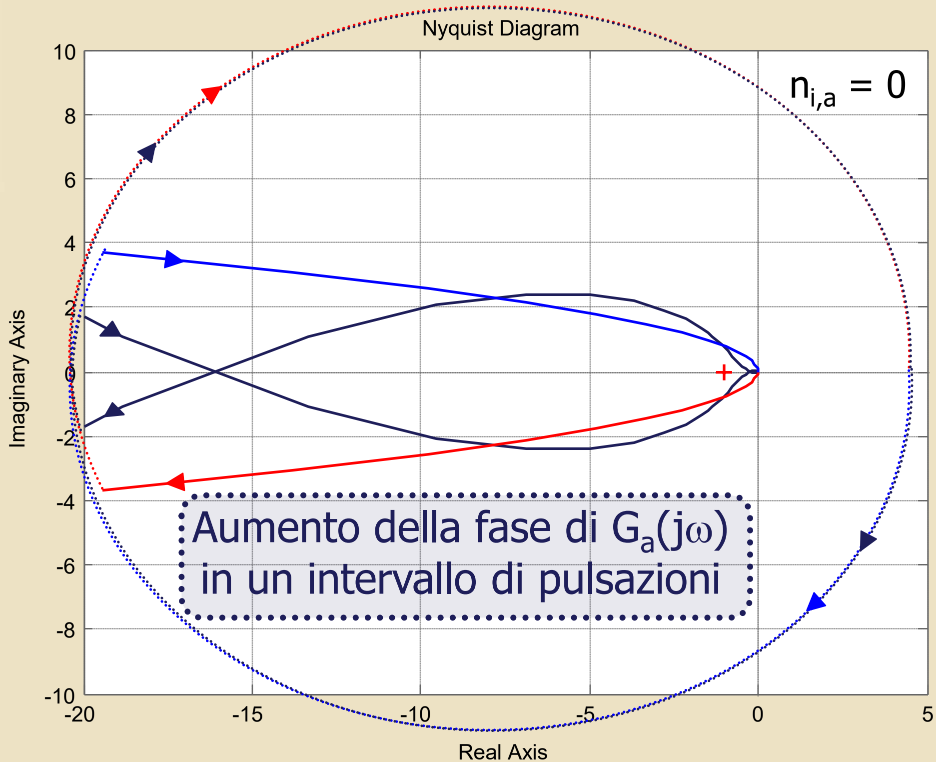
Il sistema in catena chiusa risulta **instabile sia per valori positivi che negativi** di K_c



Esempio (5/5)

- Diagramma di Nyquist di F(s)/s

Per valori **positivi** di K_c è possibile stabilizzare il sistema con l'inserimento di C′(s) tale da modificare $G_a(j\omega)$ opportunamente

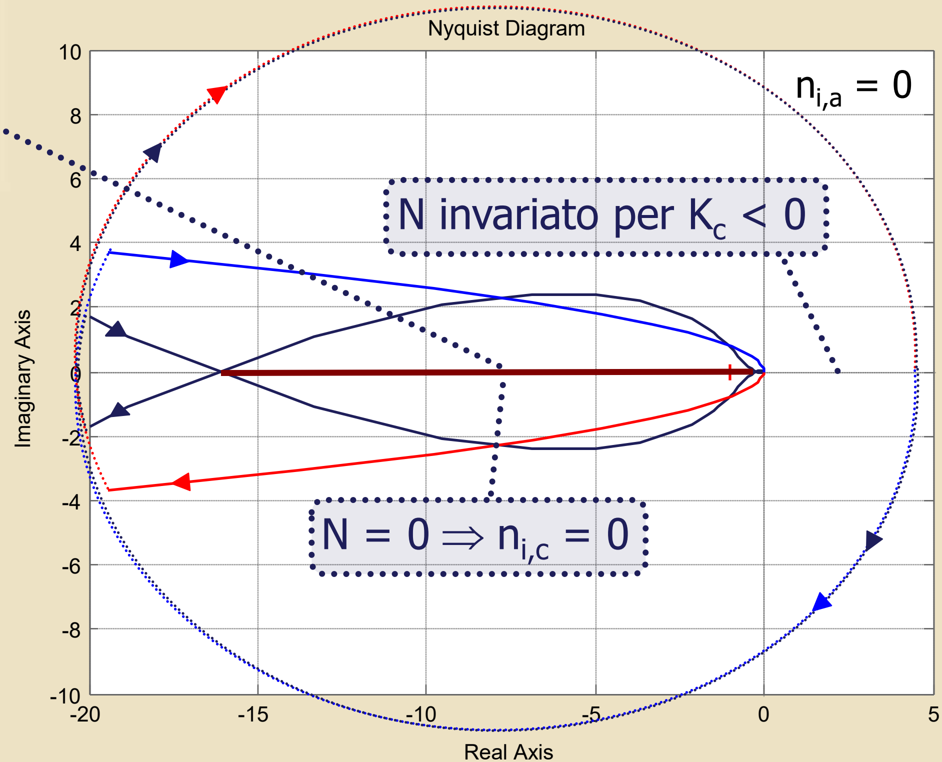


Esempio (5/5)

- Diagramma di Nyquist di F(s)/s

Per valori **positivi** di K_c è possibile stabilizzare il sistema con l'inserimento di C'(s) tale da modificare $G_a(j\omega)$ opportunamente

$K_c > 0$



Esistenza di C(s) stabile (1/3)

- I metodi classici di progetto del controllore, come quello di sintesi per tentativi illustrato nella prossima lezione, sono basati sull'ipotesi che **C(s)** sia **internamente stabile**
- Poiché questa condizione è ovviamente preferibile per la realizzazione del controllore, è opportuno valutare se possa essere sempre soddisfatta oppure in quali casi sia necessario fare un'eccezione e ricorrere a C(s) instabile

Esistenza di C(s) stabile (2/3)

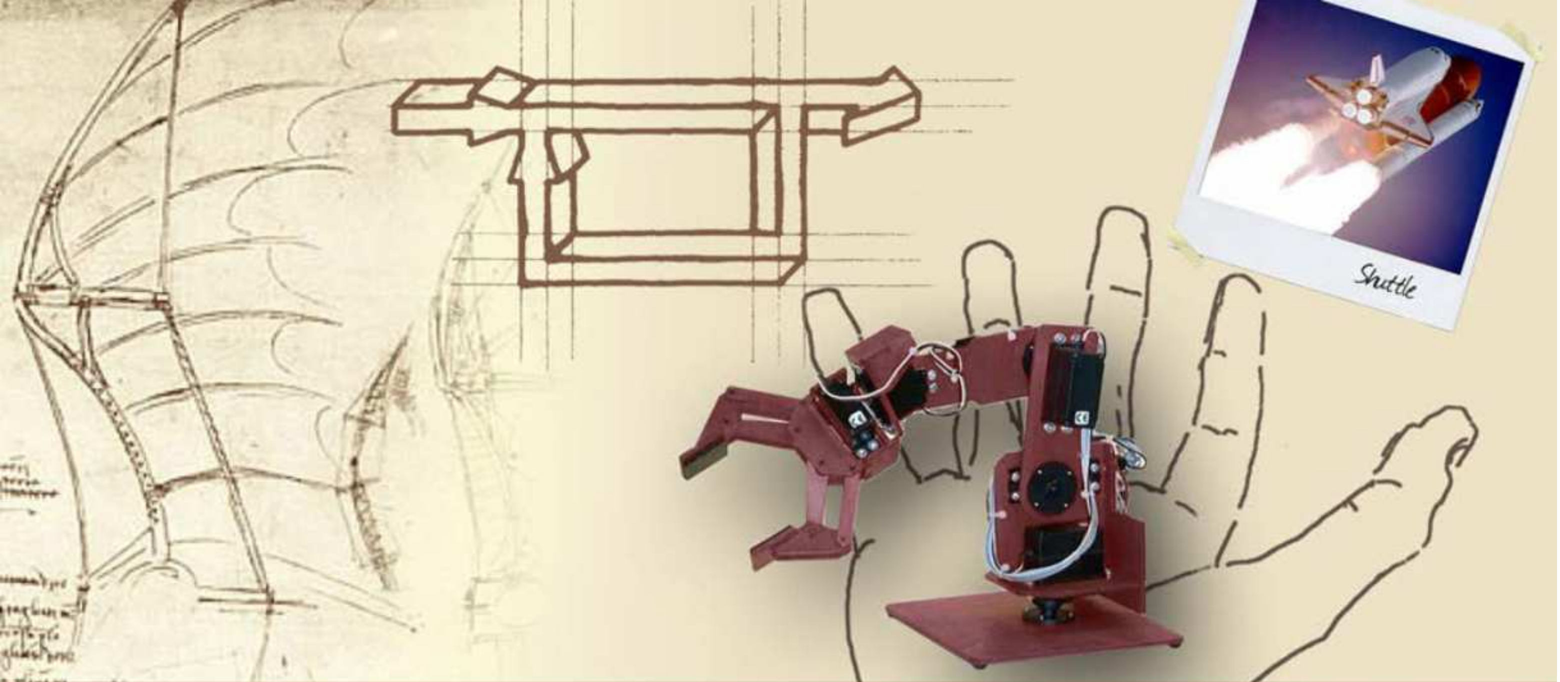
- Si può dimostrare la validità della seguente affermazione:

Esiste un controllore C(s) internamente stabile se il sistema presenta un numero **pari** di poli tra ciascuna coppia di zeri sul semiasse reale non negativo

  - Tra gli zeri instabili del sistema deve essere considerato anche quello all'infinito
  - Se il sistema non presenta zeri instabili (al finito), è sicuramente possibile stabilizzarlo con C(s) stabile

Esistenza di C(s) stabile (3/3)

- La condizione enunciata è solitamente indicata con l'acronimo **p.i.p.** (**parity-interlacing-property**)
- Se tale condizione **non** è soddisfatta, il controllore **C(s) deve essere instabile**



Analisi delle specifiche

Implicazioni delle specifiche “dinamiche”

Le specifiche dinamiche

- Le principali **specifiche sul comportamento dinamico** del sistema in catena chiusa sono relative a
  - Risposta nel tempo a segnali di riferimento a gradino
  - Risposta in frequenza
  - Inseguimento di segnali sinusoidali
  - Attenuazione di disturbi sinusoidali

Specifiche sulla risposta al gradino (1/3)

- Le specifiche sulla risposta al gradino unitario generano **vincoli sulla risposta in frequenza** del sistema in catena chiusa

Specifica sulla sovraelongazione massima $\hat{s}$ → Vincolo sul picco di risonanza M_r

$$\boxed{\hat{s} \leq \hat{s}_{max}} \quad 1+\hat{s} \cong 0.9\, M_r \quad \Rightarrow \quad \boxed{M_r \leq \frac{(1+\hat{s}_{max})}{0.9}}$$

$$\boxed{M_{r,dB} \leq 20 \cdot \log_{10}\left[\frac{(1+\hat{s}_{max})}{0.9}\right]}$$

Specifiche sulla risposta al gradino (2/3)

- Le specifiche sulla risposta al gradino unitario generano **vincoli sulla risposta in frequenza** del sistema in catena chiusa

Specifica sul tempo di salita t_s o t_r	→	Vincolo sulla banda passante ω_B
$t_s \cong t_{s,des}$ $t_s \leq t_{s,max}$	$\omega_B \cdot t_s \cong 3$	$\omega_B \cong 3 / t_{s,des}$ $\omega_B \geq 3 / t_{s,max}$
$t_r \cong t_{r,des}$ $t_r \leq t_{r,max}$	$\omega_B \cdot t_r \cong 2$	$\omega_B \cong 2 / t_{r,des}$ $\omega_B \geq 2 / t_{r,max}$

Specifiche sulla risposta al gradino (3/3)

- In questo corso non saranno considerate esplicite specifiche sul tempo di assestamento t_a
- Poiché **t_a** risulta **tanto più elevato quanto più sono lenti i poli di W(s)**, in fase di progetto si farà in modo di evitare l'insorgere di poli inutilmente lenti nella fdt in catena chiusa, per favorire una rapida convergenza dell'uscita alla condizione di regime permanente

Specifiche sulla risposta in frequenza (1/2)

- Le specifiche sulla risposta in frequenza (formulate direttamente su $W(j\omega)$) o ricavate da specifiche sulla risposta nel tempo) generano **vincoli sulla funzione d'anello**

Specifica sul picco di risonanza M_r → Vincolo sul margine di fase m_φ

$$M_r \le M_{r,max} \quad \xrightarrow{m_\varphi M_r \,\cong\, 60^o} \quad m_\varphi \ge m_{\varphi,min}$$

$$m_{\varphi,min} \cong 60^o / M_{r,max} \cong 60^o - 5 \cdot (M_{r,max})_{dB}$$

$m_{\varphi,min}$ esatto è ricavabile dalla **Carta di Nichols**

Specifiche sulla risposta in frequenza (2/2)

- Le specifiche sulla risposta in frequenza (formulate direttamente su $W(j\omega)$ o ricavate da specifiche sulla risposta nel tempo) generano **vincoli sulla funzione d'anello**

Specifica sulla banda passante ω_B → Vincolo sulla pulsazione di taglio ω_c

$$\omega_B \cong \omega_{B,des}$$
$$\omega_B \leq (\geq)\ \omega_{B,lim}$$

$$\omega_c < \omega_B < 2\omega_c$$

$$\omega_c \cong 0.63 \cdot \omega_{B,des}$$
$$\omega_c < (>)\ 0.63 \cdot \omega_{B,lim}$$

Approssimativamente per m_φ fra 30° e 60°

Inseguimento di segnali sinusoidali (1/3)

- Le specifiche sull'**errore massimo di inseguimento in regime permanente di segnali sinusoidali** sono considerate "dinamiche" perché determinano vincoli sul comportamento in frequenza del sistema controllato, e della funzione d'anello in particolare
- L'errore massimo in modulo E per $r(t) = \sin(\omega_0 t)$ è dato da

$$\boxed{E = \left| \frac{K_r}{1 + G_a(j\omega_0)} \right|}$$

Si veda la lezione su riferimenti e disturbi sinusoidali

Inseguimento di segnali sinusoidali (2/3)

- Una specifica della forma $\mathbf{E} \leq \mathbf{E}_{\mathbf{max}}$ può essere soddisfatta solo se $G_a(j\omega_0)$ è sufficientemente grande, cioè se $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{0}} \ll \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{c}}$ (in tal caso r(t) risulta "in banda")

> Lo schema di controllo utilizzato (a un grado di libertà) non permette di soddisfare **indipendentemente** specifiche sull'inseguimento di segnali sinusoidali e specifiche sulla prontezza di risposta del sistema nel tempo (su t_s o t_r) o sulla banda passante del sistema in catena chiusa

Inseguimento di segnali sinusoidali (3/3)

- Se una specifica sull'inseguimento di segnali sinusoidali risulta "compatibile" con eventuali altre specifiche su t_s (o t_r) o su ω_B, nel progetto di C(s) si dovrà avere cura di garantire $|G_a(j\omega_0)|$ sufficientemente elevato

Attenuazione di disturbi sinusoidali (1/3)

- Anche le specifiche sull'**attenuazione di disturbi sinusoidali** sono considerate "dinamiche" perché determinano vincoli sul comportamento in frequenza del sistema controllato, e della funzione d'anello in particolare
- Come discusso in lezioni precedenti, l'attenuazione di un disturbo sinusoidale alla pulsazione ω_d può essere soddisfacente solo se $|G_a(j\omega_d)|$ è **sufficientemente grande o piccolo** a seconda del punto di ingresso del disturbo

Attenuazione di disturbi sinusoidali (2/3)

- Le specifiche sull'**attenuazione di disturbi sinusoidali** determinano vincoli sul valore di ω_c rispetto a ω_d

Lo schema di controllo utilizzato (a un grado di libertà) non permette di soddisfare **indipendentemente** specifiche sull'attenuazione di disturbi sinusoidali e specifiche sulla prontezza di risposta del sistema nel tempo (su t_s o t_r) o sulla banda passante del sistema in catena chiusa

Attenuazione di disturbi sinusoidali (3/3)

- Se una specifica sull'attenuazione di disturbi sinusoidali risulta "compatibile" con eventuali altre specifiche su t_s (o t_r) o su ω_B, nel progetto di C(s) si dovrà avere cura di garantire $|G_a(j\omega_0)|$ sufficientemente piccolo o elevato (secondo quanto richiesto)

Esempio

- Si consideri il seguente insieme di specifiche dinamiche:
  - Tempo di salita t_s della risposta al gradino unitario pari a circa 0.4 s
  - Sovraelongazione massima della risposta al gradino unitario non superiore al 25%
  - Modulo dell'errore di inseguimento in regime permanente a $y_{des}(t) = \sin(0.1t)$ minore di 0.2

Esempio

- Si consideri il seguente insieme di specifiche dinamiche:
  - Tempo di salita t_s della risposta al gradino unitario pari a circa 0.4 s

    $$\boxed{\Rightarrow \omega_B \cong 7.5 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_{c,des} \cong 4.7 \text{ rad/s}}$$

  - Sovraelongazione massima della risposta al gradino unitario non superiore al 25%

    $$\boxed{\Rightarrow M_r \leq 1.39 = 2.85 \text{ dB} \Rightarrow m_{\varphi,min} \cong 43^o \div 45^o}$$

  - Modulo dell’errore di inseguimento in regime permanente a $y_{des}(t) = \sin(0.1t)$ minore di 0.2

    $$\boxed{\begin{array}{l} \Rightarrow \omega_c \gg 0.1 \text{ rad/s (compatibile con specifica 1)} \\ \Rightarrow \left|G_a(j0.1)\right| \gg 1, \text{in particolare} > 1/0.2 \cong 14\text{dB} \end{array}}$$