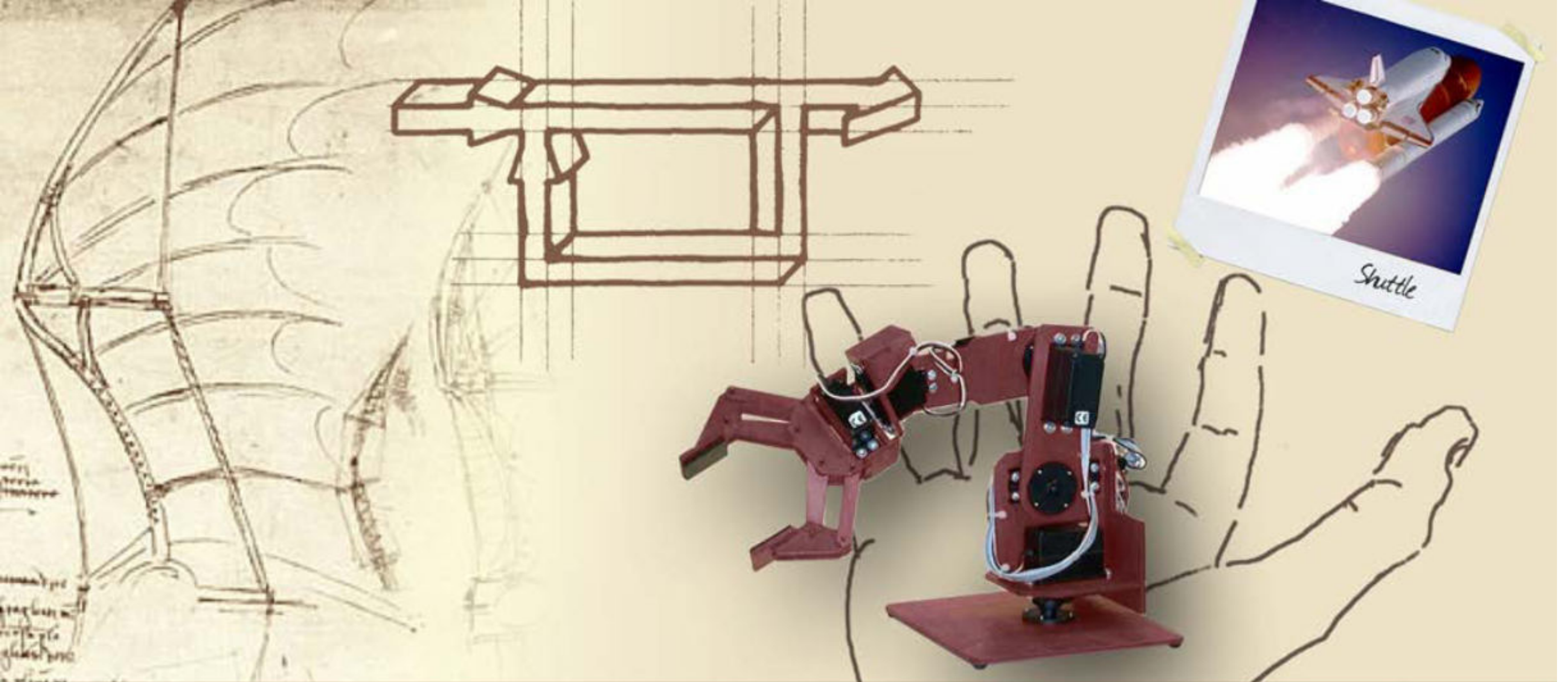
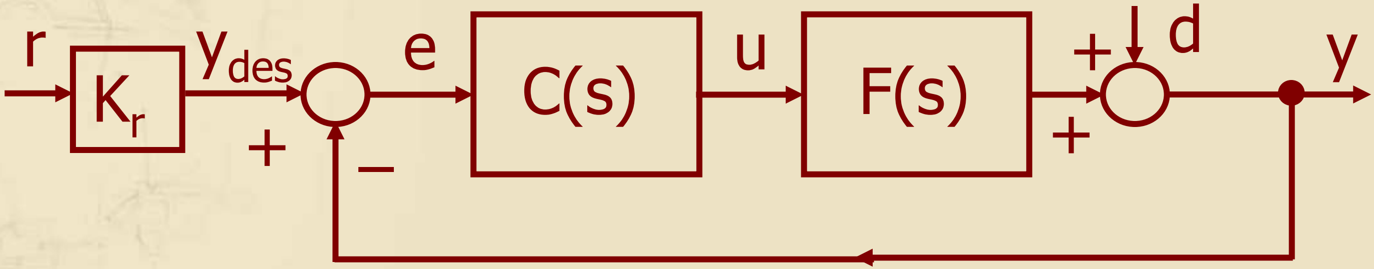


Regime permanente e transitorio

Precisione in regime permanente

Schema di controllo

- Si consideri il consueto schema di controllo:



$$G_a(s) = C(s) \cdot F(s)$$

$$W(s) = \frac{y(s)}{r(s)}; \quad W_y(s) = \frac{y(s)}{y_{des}(s)}$$

Fdt d'anello

Fdt in catena chiusa

Specifiche in regime permanente: precisione

- L’asintotica stabilità del sistema in catena chiusa, che dovrà essere garantita dall’azione del controllore, assicura l’esistenza della condizione di **regime permanente**
- La **precisione** con cui l’uscita insegue il riferimento in tale condizione è spesso oggetto di specifica
  - Le specifiche vengono formulate rispetto al valore massimo in regime permanente dell’**errore di inseguimento**, definito come $\mathbf{e = y_{des} - y}$, per un assegnato segnale di riferimento

Segnali canonici di riferimento

- Le famiglie di segnali canonici di riferimento di maggiore interesse pratico sono costituite dai **segnali polinomiali** e dai **segnali sinusoidali**

$$r(t) = \frac{t^k}{k!} \rightarrow r(s) = \frac{1}{s^{k+1}}, k = 0,1,2,\ldots$$

$$r(t) = \sin(\omega_0 t) \rightarrow r(s) = \frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$$

$$y_{des} = K_r r$$

Il **fattore di scala K_r** permette di assegnare a y_{des} l'ampiezza desiderata

Utilizzo di riferimenti polinomiali (1/3)

- I **segnali di riferimento polinomiali** sono di fondamentale importanza perché permettono di definire matematicamente i principali tipi di comportamento desiderabili per l'uscita di un sistema
  - Per k=0, $r(t) = \varepsilon(t) \rightarrow y_{des}(t) = K_r \varepsilon(t)$
    - ➡ L'uscita desiderata è un gradino di ampiezza K_r
    - ➡ Per un sistema meccanico con uscita in posizione corrisponde ad imporre posizione desiderata costante pari a K_r

Utilizzo di riferimenti polinomiali (2/3)

- I **segnali di riferimento polinomiali** sono di fondamentale importanza perché permettono di definire matematicamente i principali tipi di comportamento desiderabili per l'uscita di un sistema
  - Per k=0, $r(t) = \varepsilon(t) \rightarrow y_{des}(t) = K_r \varepsilon(t)$
  - Per k=1, $r(t) = t \rightarrow y_{des}(t) = K_r t$

    $\Rightarrow$ L'uscita desiderata è una rampa di coefficiente angolare K_r

    $\Rightarrow$ Per un sistema meccanico con uscita in posizione corrisponde ad imporre velocità desiderata costante pari a K_r

Utilizzo di riferimenti polinomiali (3/3)

- I **segnali di riferimento polinomiali** sono di fondamentale importanza perché permettono di definire matematicamente i principali tipi di comportamento desiderabili per l'uscita di un sistema
  - Per k=0, $r(t) = \varepsilon(t) \rightarrow y_{des}(t) = K_r \varepsilon(t)$
  - Per k=1, $r(t) = t \rightarrow y_{des}(t) = K_r t$
  - Per k=2, $r(t) = 0.5t^2 \rightarrow y_{des}(t) = 0.5K_r t^2$
    - ⇒ L'uscita desiderata è un arco di parabola
    - ⇒ Per un sistema meccanico con uscita in posizione corrisponde ad imporre accelerazione desiderata costante pari a K_r

Un esempio in ambito robotico (1/4)

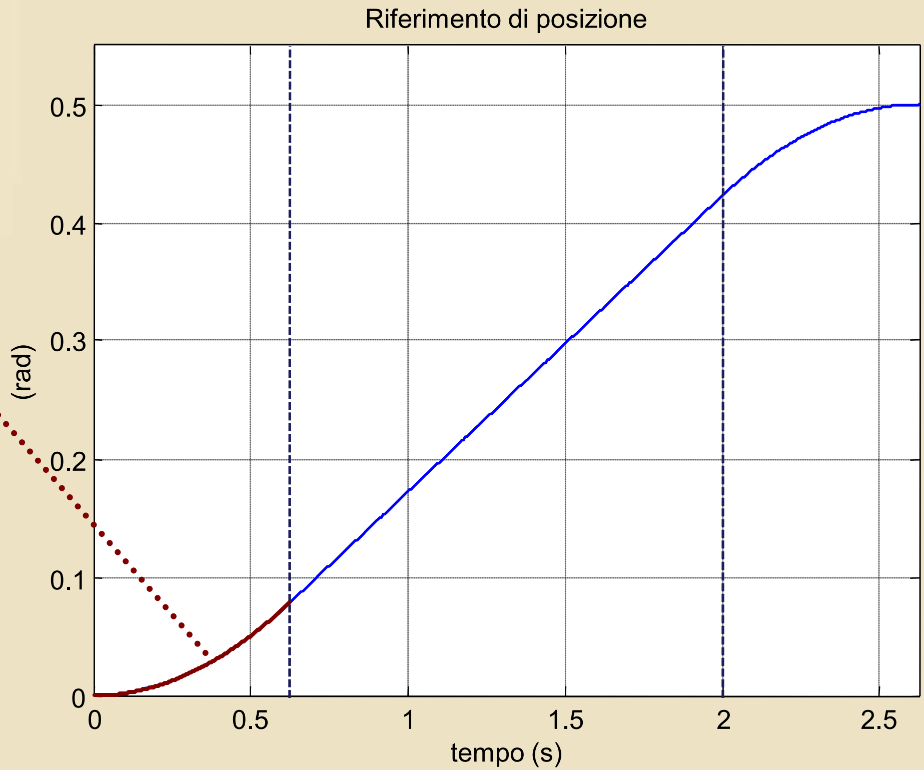
- Per spostare un braccio robotico dalla posizione iniziale ad una posizione finale desiderata viene solitamente utilizzato un **profilo di riferimento in posizione di tipo 2-1-2** (cioè formato dalla sequenza di tre polinomi di ordine 2, 1, 2, rispettivamente), generato in modo da rispettare i vincoli di velocità ed accelerazione (e decelerazione) massime consentite
- Tale profilo corrisponde ad un **profilo in velocità di tipo trapezoidale**, ovvero ad un **profilo di riferimento in accelerazione formato da una sequenza di gradini**

Un esempio in ambito robotico (2/4)

- Profilo di posizione per uno spostamento da 0 a 0.5 rad

Polinomio di 2° grado (arco di parabola)

In questa fase la velocità cresce linearmente fino al valore max consentito

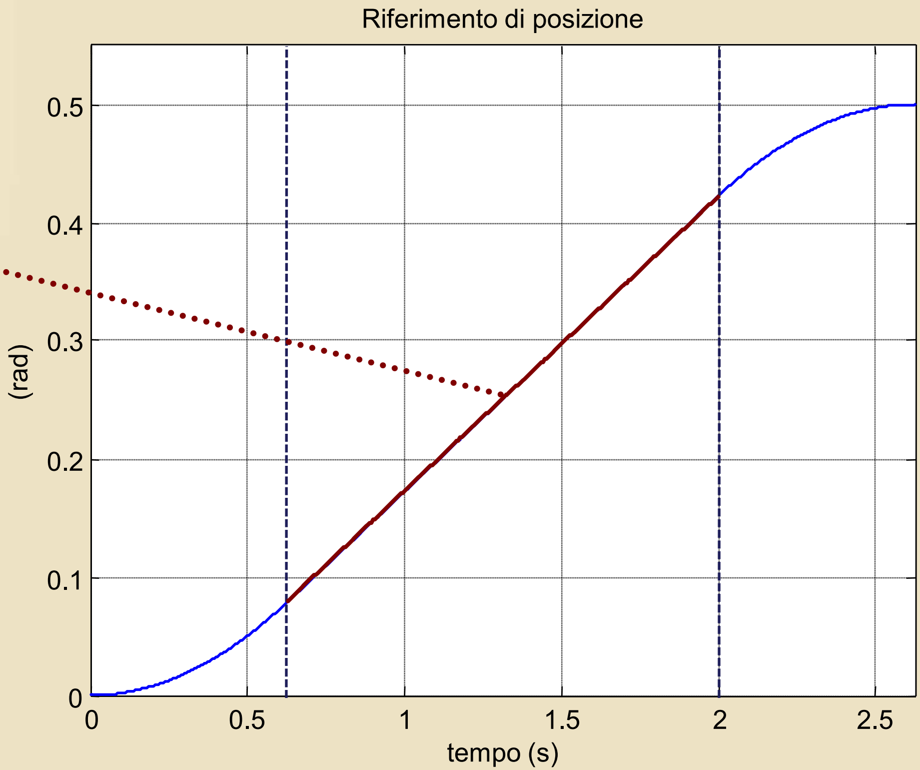


Un esempio in ambito robotico (2/4)

- Profilo di posizione per uno spostamento da 0 a 0.5 rad

Polinomio di 1° grado (rampa)

In questa fase la velocità rimane costante, pari al valore massimo consentito

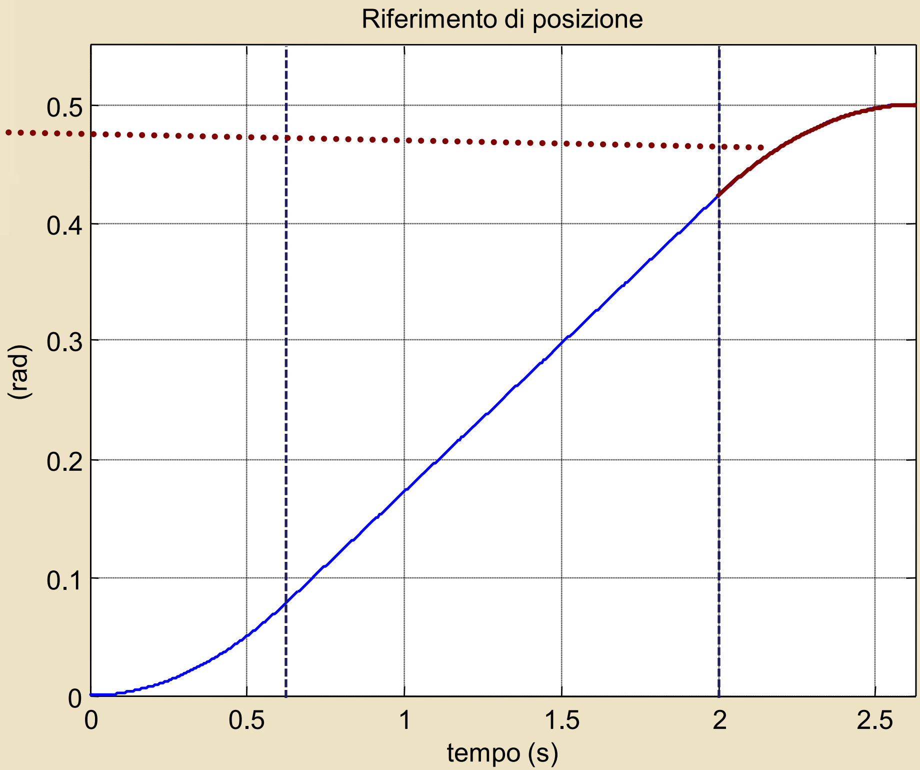


Un esempio in ambito robotico (2/4)

- Profilo di posizione per uno spostamento da 0 a 0.5 rad

Polinomio di 2° grado (arco di parabola)

In questa fase la velocità decresce dal valore massimo fino a zero

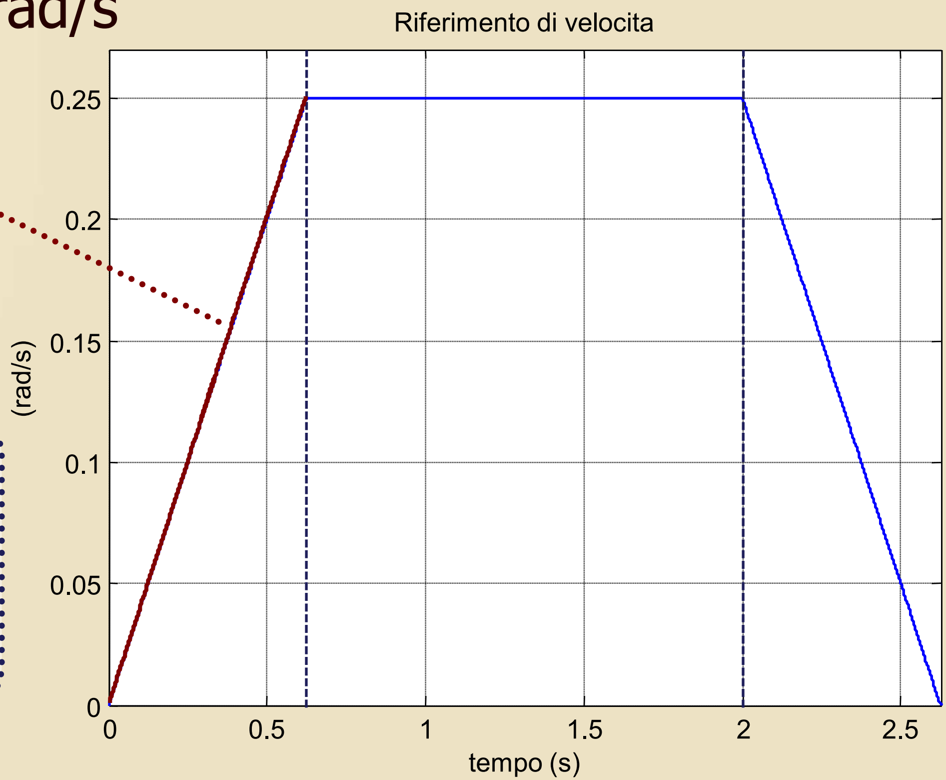


Un esempio in ambito robotico (3/4)

- Profilo di velocità corrispondente, con v_{max}= 0.25 rad/s

Polinomio di 1° grado (rampa)

In questa fase l'accelerazione è costante, pari al valore massimo consentito

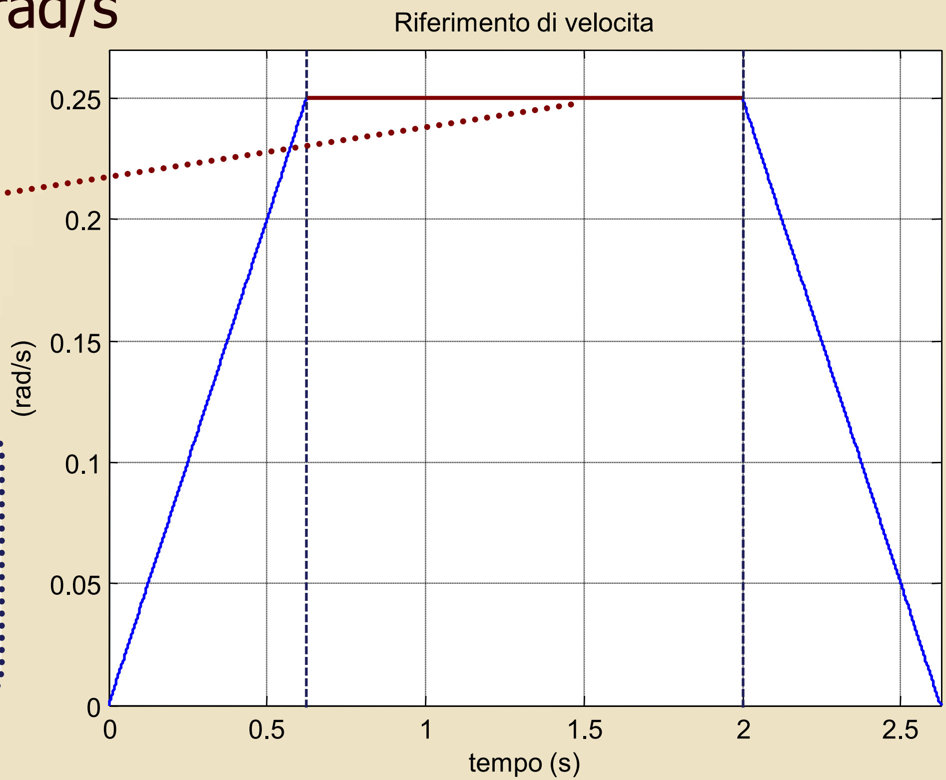


Un esempio in ambito robotico (3/4)

- Profilo di velocità corrispondente, con v_{max}= 0.25 rad/s

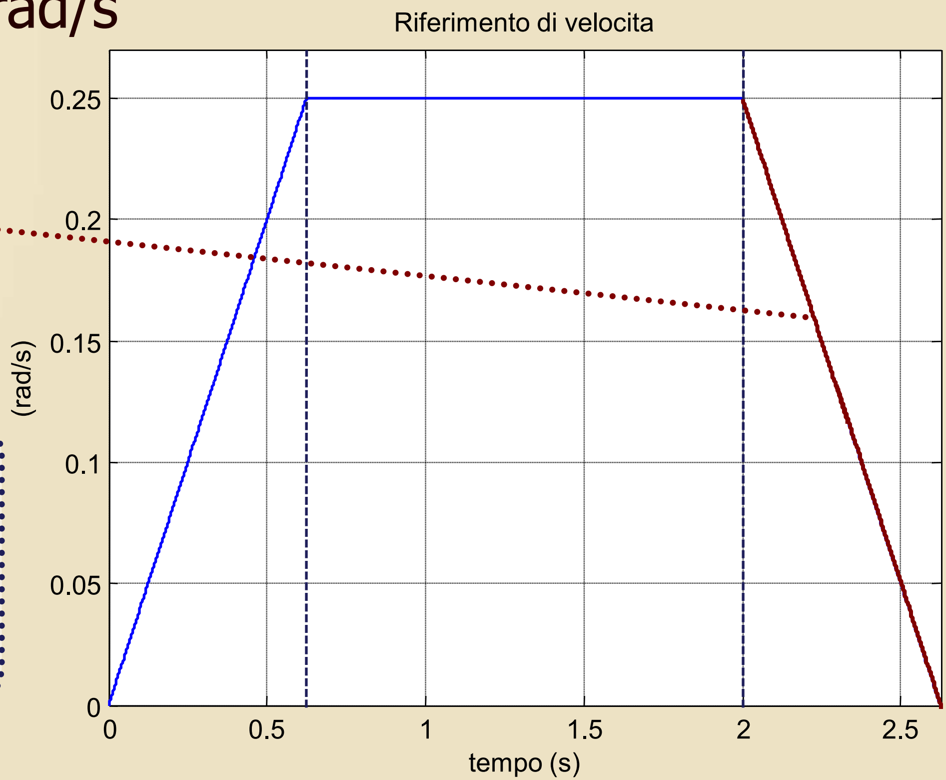
Polinomio di grado zero (gradino)

In questa fase l'accelerazione è nulla mentre la velocità rimane massima



Un esempio in ambito robotico (3/4)

- Profilo di velocità corrispondente, con v_{max}= 0.25 rad/s



Polinomio di 1° grado (rampa)

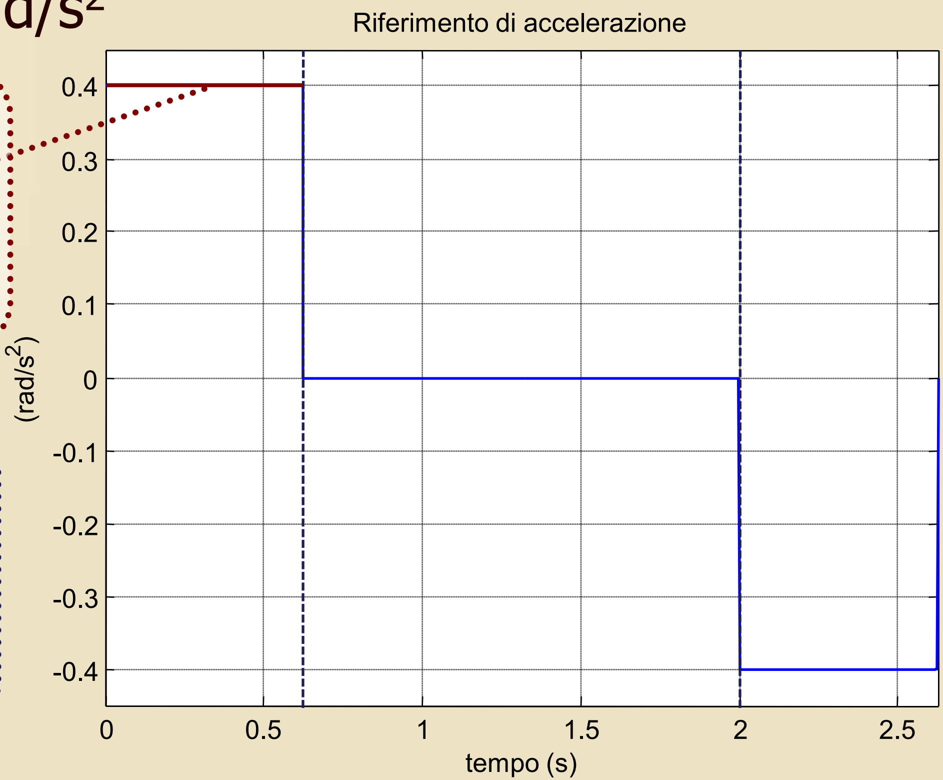
In questa fase la decelerazione è costante, pari al valore massimo consentito

Un esempio in ambito robotico (4/4)

- Profilo di accelerazione corrispondente, con $a_{max} = 0.4$ rad/s^2

Polinomio di grado zero (gradino di ampiezza a_{max})

Questa fase termina quando la velocità raggiunge il suo valore massimo

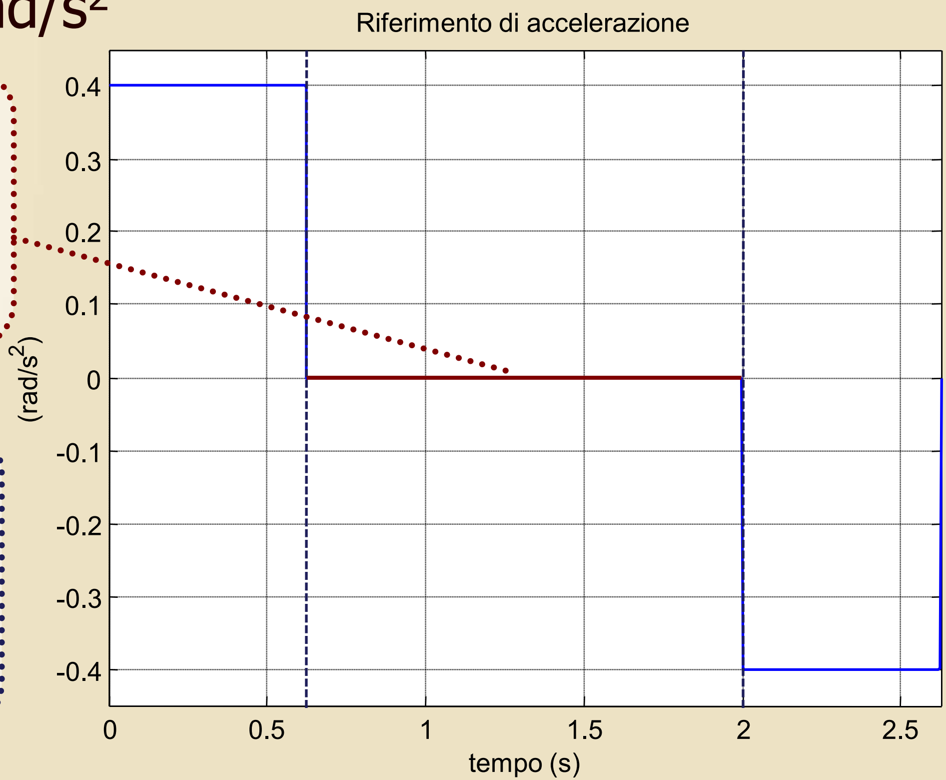


Un esempio in ambito robotico (4/4)

- Profilo di accelerazione corrispondente, con $a_{max} = 0.4\ rad/s^2$

Polinomio di grado zero (gradino di ampiezza nulla)

In questa fase la velocità è mantenuta pari al suo valore massimo

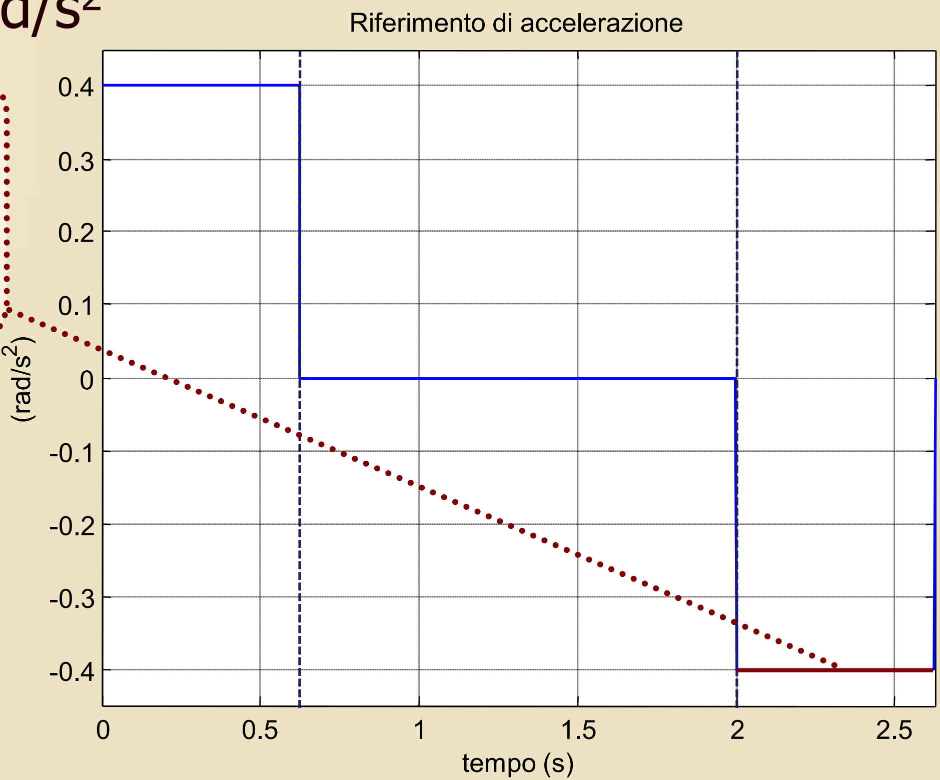


Un esempio in ambito robotico (4/4)

- Profilo di accelerazione corrispondente, con a_{max}= 0.4 rad/s^2

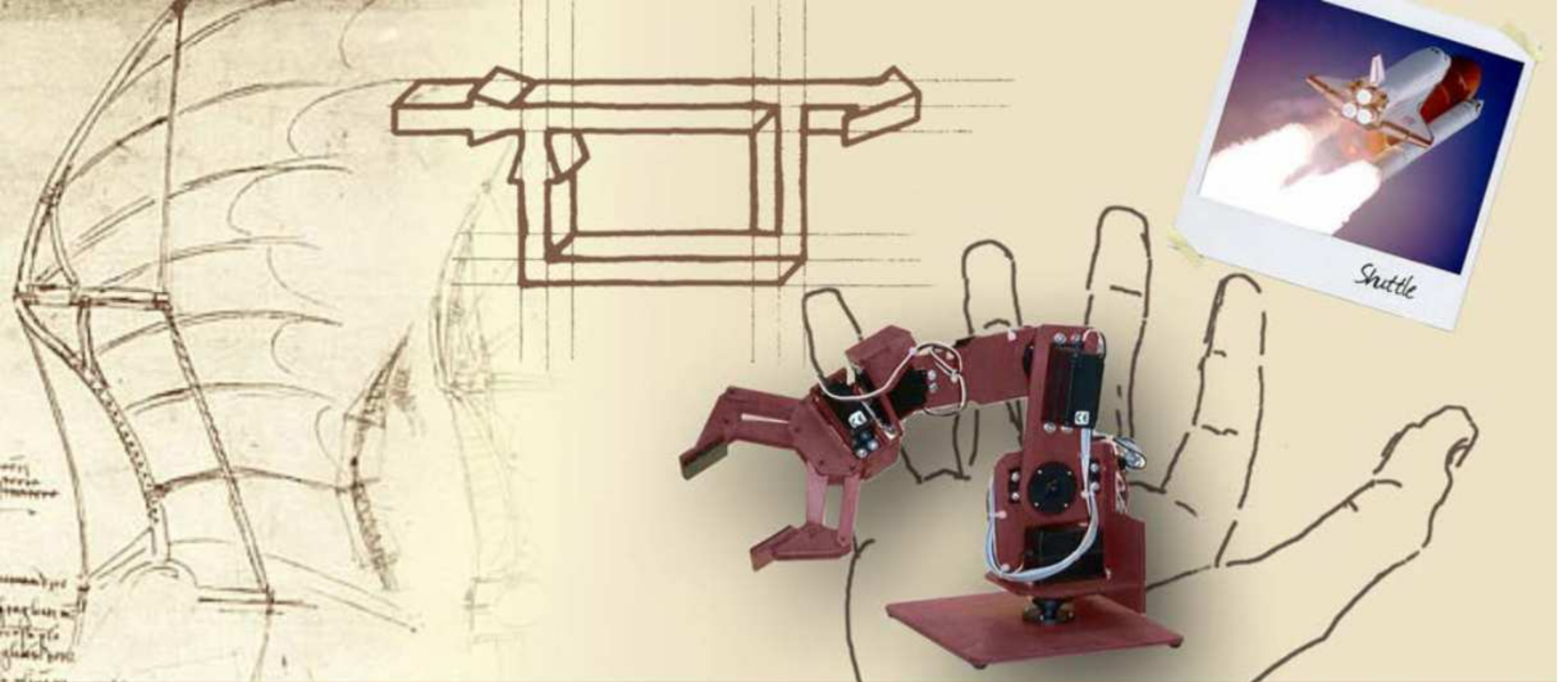
Polinomio di grado zero (gradino di ampiezza $-a_{max}$)

La velocità viene riportata a zero mentre lo spostamento è completato



Importanza dei riferimenti sinusoidali

- La capacità dell'uscita di un sistema di inseguire **segnali di riferimento sinusoidali** può essere vista come la sua capacità di inseguire un segnale di riferimento generico, le cui componenti in frequenza siano riconducibili ai segnali sinusoidali considerati
- Specifiche sull'**errore massimo di inseguimento di segnali sinusoidali in regime permanente** sono da intendersi come specifiche sulla capacità di garantire una buona precisione nell'inseguimento di segnali all'interno di una banda di pulsazioni di interesse



Precisione in regime permanente

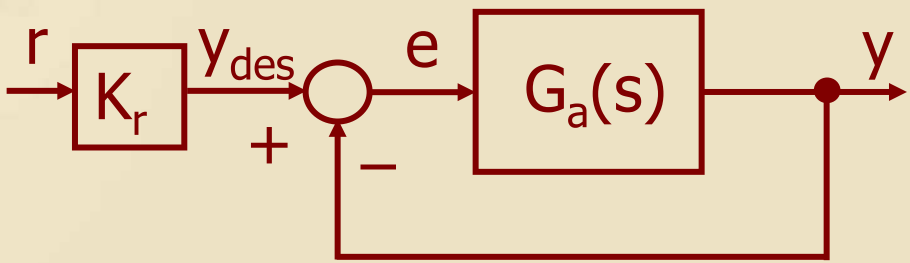
Inseguimento di segnali polinominali

Precisione in regime permanente

- Per analizzare la **precisione** con cui l'uscita insegue un riferimento polinomiale **in regime permanente**, sarà necessario considerare le seguenti caratteristiche del sistema:
  - Il **tipo** di sistema
  - Il **guadagno stazionario** della funzione d'anello
  - La **funzione di trasferimento d'errore**
- Questi tre elementi, insieme al **grado del riferimento polinomiale**, determinano la **fedeltà di risposta** del sistema in regime permanente

Definizione di “tipo” di sistema

- Si consideri il consueto schema di controllo, in assenza di disturbi, con $G_a(s) = C(s)F(s)$ in forma minima, priva di zeri in $s = 0$ e con r appartenente alla famiglia dei segnali polinomiali canonici:



- Il **sistema** chiuso in retroazione è **di tipo h** se la funzione $G_a(s)$ ha un polo di molteplicità h in $s = 0$

Definizione di guadagno stazionario (1/2)

- Il **guadagno stazionario** di un sistema descritto dalla fdt G(s) è dato da:

$$\boxed{K_G = \lim_{s \to 0} \left\{ s^h \cdot G(s) \right\}}$$

  ove h è la molteplicità dell'eventuale polo di G(s) in s = 0

- Applicando la definizione di guadagno stazionario alla fdt d'anello $G_a(s)$, il suo valore **K_{Ga} risulta definito in funzione del tipo di sistema considerato**

Definizione di guadagno stazionario (2/2)

- Se il sistema è di **tipo 0** (non ha poli in s = 0):

$$K_{Ga} = G_a(0)$$

K_{Ga} è anche detto **guadagno di posizione**

- Se il sistema è di **tipo 1**, con $G_a(s) = G'_a(s)/s$:

$$K_{Ga} = \lim_{s\to 0}\left\{s \cdot G_a(s)\right\} = G'_a(0)$$

K_{Ga} è anche detto **guadagno di velocità**

- Se il sistema è di **tipo 2**, con $G_a(s) = G''_a(s)/s^2$:

$$K_{Ga} = \lim_{s\to 0}\left\{s^2 \cdot G_a(s)\right\} = G''_a(0)$$

K_{Ga} è anche detto **guadagno di accelerazione**

Osservazione

- **Il guadagno stazionario rappresenta il guadagno della fdt in BF**
- Si consideri ad esempio la fdt

$$G(s) = 200 \frac{s+0.1}{s(s^2+0.2s+1)(s+10)}$$

Per

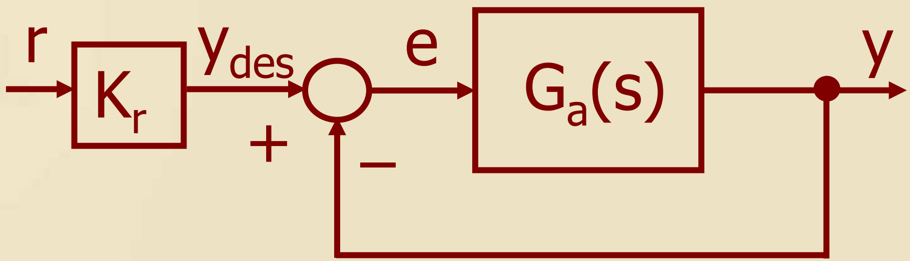
$$\omega \to 0 \quad G(j\omega) \to \frac{\boxed{2}}{j\omega}$$

È proprio il guadagno stazionario (di velocità)

$$K_G = \lim_{s\to 0} \{s \cdot G_a(s)\}$$

Funzione di trasferimento d'errore

- La **funzione di trasferimento d'errore** può essere calcolata applicando le regole di algebra dei blocchi allo schema di controllo:



$$W_{e,y}(s) = \frac{e(s)}{y_{des}(s)} = \frac{1}{1+G_a(s)}$$

$$W_e(s) = \frac{e(s)}{r(s)} = \frac{K_r}{1+G_a(s)}$$

Errore in regime permanente (1/3)

- Sotto l'ipotesi che sia garantita l'asintotica stabilità del sistema in catena chiusa (altrimenti non esisterebbe regime permanente!), è possibile valutare l'errore di inseguimento in regime permanente applicando il **teorema del valore finale**:

$$\boxed{e_{\infty} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} \left\{ s \cdot e(s) \right\}}$$

con $e(s) = W_e(s)r(s)$

Errore in regime permanente (2/3)

- Applicando il teorema del valore finale ai diversi casi possibili a seconda
  - Del tipo di sistema
  - Del grado del polinomio di riferimento

  si ottiene l'analisi completa della precisione con cui l'uscita insegue il riferimento in regime permanente nelle diverse situazioni

Errore in regime permanente (3/3)

Errore in regime permanente		Riferimento r(t)		
		$\varepsilon(t)$	t	$t^2/2$
Sistema	Tipo 0	$\frac{K_r}{1+K_{Ga}}$	∞	∞
	Tipo 1	0	$\frac{K_r}{K_{Ga}}$	∞
	Tipo 2	0	0	$\frac{K_r}{K_{Ga}}$

Errore in regime permanente (3/3)

Errore in regime permanente		Riferimento r(t)		
		ε(t)	t	$t^2/2$
Sistema	**Tipo 0**	$\dfrac{K_r}{1+K_{Ga}}$	∞	∞
	Tipo 1	0	$\dfrac{K_r}{K_{Ga}}$	∞
	Tipo 2			

$$e_\infty = \lim_{s\to 0}\left\{\cancel{s}\cdot\frac{K_r}{1+G_a(s)}\cdot\frac{1}{\cancel{s}}\right\} = \frac{K_r}{1+K_{Ga}}$$

Errore in regime permanente (3/3)

Errore in regime permanente		Riferimento r(t)		
		$\varepsilon(t)$	**t**	$t^2/2$
Sistema	**Tipo 0**	$\dfrac{K_r}{1+K_{Ga}}$	∞	∞
	Tipo 1	0	$\dfrac{K_r}{K_{Ga}}$	∞
	Tipo 2			

$$e_\infty = \lim_{s\to 0}\left\{\cancel{s}\cdot\frac{K_r}{1+G_a(s)}\cdot\frac{1}{s^{\cancel{2}}}\right\}=\infty$$

Errore in regime permanente (3/3)

Errore in regime permanente		Riferimento r(t)		
		$\varepsilon(t)$	t	$t^2/2$
Sistema	**Tipo 0**	$\dfrac{K_r}{1+K_{Ga}}$	∞	$\boxed{\infty}$
	Tipo 1	0	$\dfrac{K_r}{K_{Ga}}$	∞
	Tipo 2			

$$e_\infty = \lim_{s\to 0}\left\{\cancel{s}\cdot\frac{K_r}{1+G_a(s)}\cdot\frac{1}{s^{\cancel{3}2}}\right\} = \infty$$

Errore in regime permanente (3/3)

Errore in regime permanente		Riferimento r(t)		
		$\varepsilon(t)$	t	$t^2/2$
Sistema	Tipo 0	$\dfrac{K_r}{1+K_{Ga}}$	∞	∞
	Tipo 1	0	$\dfrac{K_r}{K_{Ga}}$	∞

$$e_\infty = \lim_{s\to 0}\left\{\cancel{s}\cdot\frac{K_r}{1+G_a'(s)/s}\cdot\frac{1}{\cancel{s}}\right\} = \lim_{s\to 0}\left\{\frac{s\cdot K_r}{s+G_a'(s)}\right\} = 0$$

Errore in regime permanente (3/3)

Errore in regime permanente		Riferimento r(t)		
		$\varepsilon(t)$	**t**	$t^2/2$
Sistema	Tipo 0	$\dfrac{K_r}{1+K_{Ga}}$	∞	∞
Sistema	**Tipo 1**	0	$\boxed{\dfrac{K_r}{K_{Ga}}}$	∞

$$e_\infty = \lim_{s\to 0}\left\{ \cancel{s}\cdot\frac{K_r}{1+G_a'(s)/s}\cdot\frac{1}{s^{\cancel{2}}}\right\} = \lim_{s\to 0}\left\{\frac{\cancel{s}\cdot K_r}{s+G_a'(s)}\cdot\frac{1}{\cancel{s}}\right\} = \frac{K_r}{K_{Ga}}$$

Errore in regime permanente (3/3)

Errore in regime permanente		Riferimento r(t)		
		$\varepsilon(t)$	t	$t^2/2$
Sistema	Tipo 0	$\dfrac{K_r}{1+K_{Ga}}$	∞	∞
	Tipo 1	0	$\dfrac{K_r}{K_{Ga}}$	∞

$$e_\infty = \lim_{s\to 0}\left\{\cancel{s}\cdot\frac{K_r}{1+G'_a(s)/s}\cdot\frac{1}{s^{\cancel{3}2}}\right\} = \lim_{s\to 0}\left\{\frac{\cancel{s}\cdot K_r}{s+G'_a(s)}\cdot\frac{1}{s^{\cancel{2}}}\right\} = \infty$$

Errore in regime permanente (3/3)

Errore in regime permanente		**Riferimento r(t)**		
		ε(t)	t	$t^2/2$
Sis…	Tipo 0	$\frac{K_r}{1+K\ldots}$	∞	∞
			$\ldots K_{Ga}$	
	Tipo 2	$\boxed{0}$	0	$\frac{K_r}{K_{Ga}}$

$$e_\infty = \lim_{s\to 0}\left\{\cancel{s}\cdot\frac{K_r}{1+G_a''(s)/s^2}\cdot\frac{1}{\cancel{s}}\right\} = \lim_{s\to 0}\left\{\frac{s^2\cdot K_r}{s^2+G_a''(s)}\right\} = 0$$

Errore in regime permanente (3/3)

Errore in regime permanente		Riferimento r(t)		
		$\varepsilon(t)$	**t**	$t^2/2$
Sis	Tipo 0	$\frac{K_r}{1+K}$	∞	∞
			K_{Ga}	
	Tipo 2	0	$\boxed{0}$	$\frac{K_r}{K_{Ga}}$

$$e_\infty = \lim_{s\to 0}\left\{\cancel{s}\cdot\frac{K_r}{1+G_a''(s)/s^2}\cdot\frac{1}{s^{\cancel{2}}}\right\} = \lim_{s\to 0}\left\{\frac{s^{\cancel{2}}\cdot K_r}{s^2+G_a''(s)}\cdot\frac{1}{\cancel{s}}\right\} = 0$$

Errore in regime permanente (3/3)

Errore in regime permanente		Riferimento r(t)		
		ε(t)	t	**t²/2**
Sis	Tipo 0	$\frac{K_r}{1+K}$	∞	∞
			K_{Ga}	
	Tipo 2	0	0	$\boxed{\frac{K_r}{K_{Ga}}}$

$$e_\infty = \lim_{s\to 0}\left\{\cancel{s}\cdot\frac{K_r}{1+G''_a(s)/s^2}\cdot\frac{1}{s^{\cancel{3}2}}\right\} = \lim_{s\to 0}\left\{\frac{\cancel{s^2}\cdot K_r}{s^2+G''_a(s)}\cdot\frac{1}{\cancel{s^2}}\right\} = \frac{K_r}{K_{Ga}}$$

Osservazione 1

- Dato un segnale di riferimento polinomiale di **grado h**, un **sistema di tipo h** permette di ottenere **errore** di inseguimento in regime permanente **finito**, **non nullo** e che **diminuisce all'aumentare del guadagno** stazionario della fdt d'anello

	$\varepsilon(t)$	t	$t^2/2$
Tipo 0	$\boxed{\frac{K_r}{1+K_{Ga}}}$	∞	∞
Tipo 1	0	$\boxed{\frac{K_r}{K_{Ga}}}$	∞
Tipo 2	0	0	$\boxed{\frac{K_r}{K_{Ga}}}$

Osservazione 1

- Dato un segnale di riferimento polinomiale di **grado h**, un **sistema di tipo h** permette di ottenere **errore** di inseguimento in regime permanente **finito**, **non nullo** e che **diminuisce all’aumentare del guadagno** stazionario della fdt d’anello
  - Anche in assenza di disturbi (come ipotizzato) si ha comunque un **errore intrinseco** in regime permanente, che può essere ridotto aumentando il guadagno K_{Ga} (per quanto possibile!), ma non annullato

Esempio 1 (1/2)

- Si considerino le fdt d'anello:

$$G_{a1}(s) = \frac{10}{s(s+2)(s+4)}, \; G_{a2}(s) = 1.5 \, G_{a1}(s)$$

che, chiuse in retroazione negativa unitaria, danno origine a sistemi asintoticamente stabili in catena chiusa, rispettivamente descritti dalle fdt $W_1(s)$ e $W_2(s)$

Verificare l'asintotica stabilità dei sistemi in catena chiusa aventi $G_{a1}(s)$ e $G_{a2}(s)$ come funzione d'anello

Esempio 1 (1/2)

- Si considerino le fdt d'anello:

$$G_{a1}(s) = \frac{10}{s(s+2)(s+4)}, \quad G_{a2}(s) = 1.5\ G_{a1}(s)$$

  che, chiuse in retroazione negativa unitaria, danno origine a sistemi asintoticamente stabili in catena chiusa, rispettivamente descritti dalle fdt $W_1(s)$ e $W_2(s)$
  - $G_{a1}(s)$ e $G_{a2}(s)$ sono di **tipo 1**

Esempio 1 (1/2)

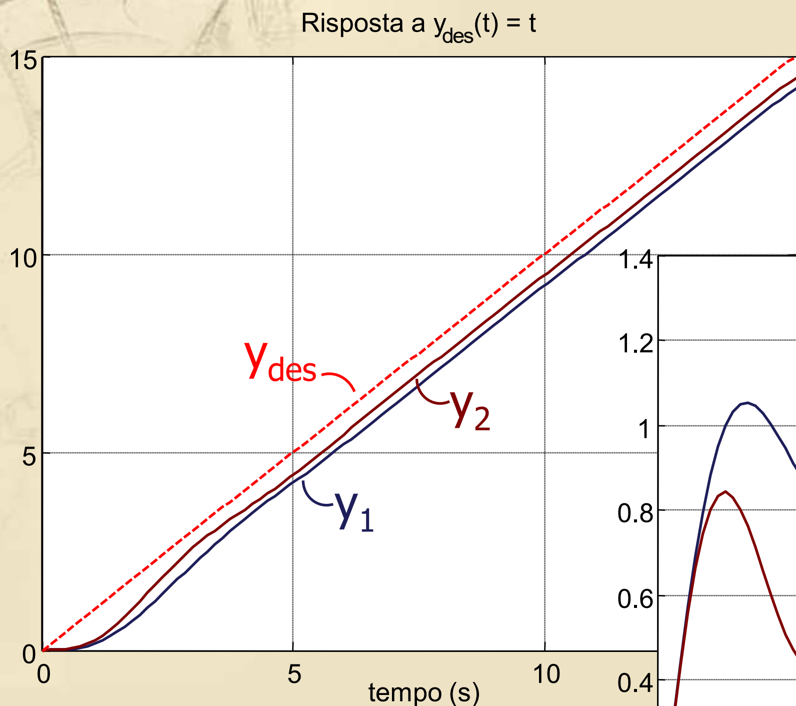
- Si considerino le fdt d'anello:

$$G_{a1}(s) = \frac{10}{s(s+2)(s+4)}, \; G_{a2}(s) = 1.5\, G_{a1}(s)$$

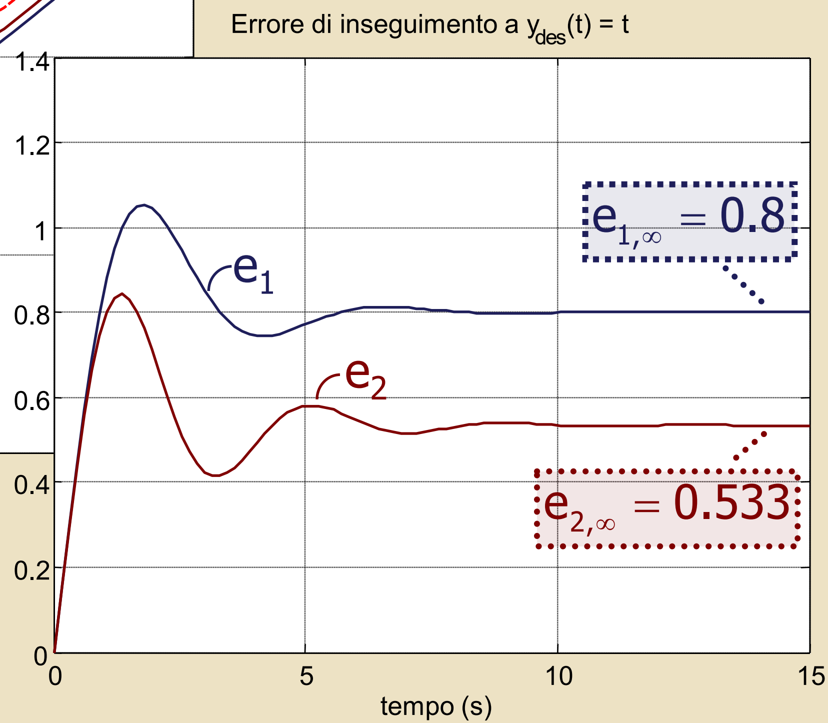
  che, chiuse in retroazione negativa unitaria, danno origine a sistemi asintoticamente stabili in catena chiusa, rispettivamente descritti dalle fdt $W_1(s)$ e $W_2(s)$
  - $G_{a1}(s)$ e $G_{a2}(s)$ sono di tipo 1
  - K_{Ga1}=1.25; K_{Ga2}=1.875
- Sia **r(t) = t** con **K_r = 1**

L'errore in regime permanente è finito, non nullo, pari rispettivamente a $e_{1,\infty} = 0.8, \; e_{2,\infty} = 0.533$

Esempio 1 (2/2)



Risposta a $y_{des}(t) = t$
15
10
5
0
0
5
10
tempo (s)
y_{des}
y_2
y_1



Errore di inseguimento a $y_{des}(t) = t$
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
5
10
15
tempo (s)
e_1
e_2
$e_{1,\infty} = 0.8$
$e_{2,\infty} = 0.533$

Osservazione 2

- Un **sistema di tipo h** garantisce **errore** di inseguimento **nullo** in regime permanente per segnali di riferimento polinomiali di **grado minore di h**

	$\varepsilon(t)$	t	$t^2/2$
Tipo 0	$\frac{K_r}{1+K_{Ga}}$	∞	∞
Tipo 1	0	$\frac{K_r}{K_{Ga}}$	∞
Tipo 2	0	0	$\frac{K_r}{K_{Ga}}$

Osservazione 2

- Un **sistema di tipo h** garantisce **errore** di inseguimento **nullo** in regime permanente per segnali di riferimento polinomiali di **grado minore di h**
  - Il valore del **guadagno** K_{Ga} è **ininfluente** sull'errore in regime permanente, che è comunque nullo

Esempio 2 (1/2)

- Si consideri nuovamente la fdt d'anello:

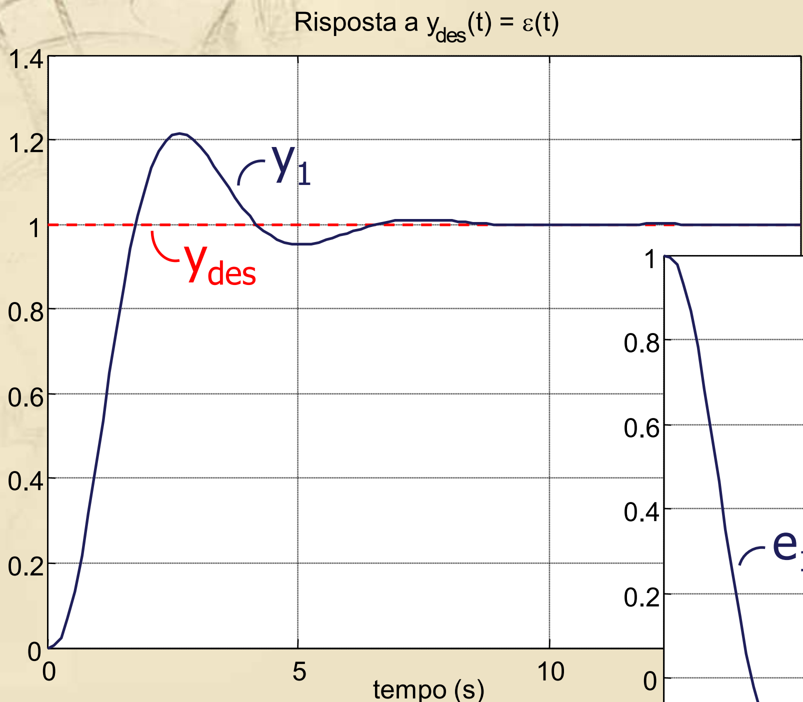
$$G_{a1}(s) = \frac{10}{s(s+2)(s+4)}$$

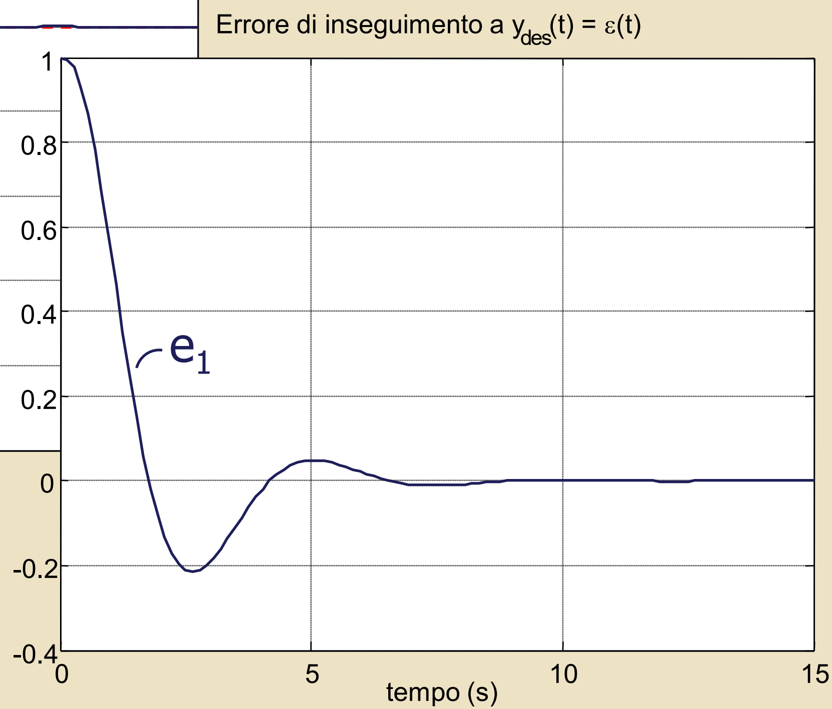
che in catena chiusa dà origine al sistema $W_1(s)$, asintoticamente stabile

- Sia **$r(t) = \varepsilon(t)$** con **$K_r = 1$**

Poiché $G_{a1}(s)$ è di **tipo 1** ed il riferimento è un polinomio di **grado zero**, l'errore di inseguimento in regime permanente è **nullo**

Esempio 2 (2/2)


Risposta a $y_{des}(t) = \varepsilon(t)$
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
5
10
tempo (s)
y_1
y_{des}


Errore di inseguimento a $y_{des}(t) = \varepsilon(t)$
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
0
5
10
15
tempo (s)
e_1

Osservazione 3

- Un **sistema di tipo h** non è in grado di inseguire un segnale di riferimento polinomiale di **grado maggiore di h** (l'**errore** in regime permanente **diverge**)

	$\varepsilon(t)$	t	$t^2/2$
Tipo 0	$\frac{K_r}{1+K_{Ga}}$	∞	∞
Tipo 1	0	$\frac{K_r}{K_{Ga}}$	∞
Tipo 2	0	0	$\frac{K_r}{K_{Ga}}$

Osservazione 3

- Un **sistema di tipo h** non è in grado di inseguire un segnale di riferimento polinomiale di **grado maggiore di h** (l'**errore** in regime permanente **diverge**)
  - Il comportamento in regime permanente dell'uscita del sistema in catena chiusa (che è comunque asintoticamente stabile) è tale da far crescere indefinitamente la differenza fra y_{des} e y

Esempio 3 (1/2)

- Si consideri ancora la fdt d'anello:

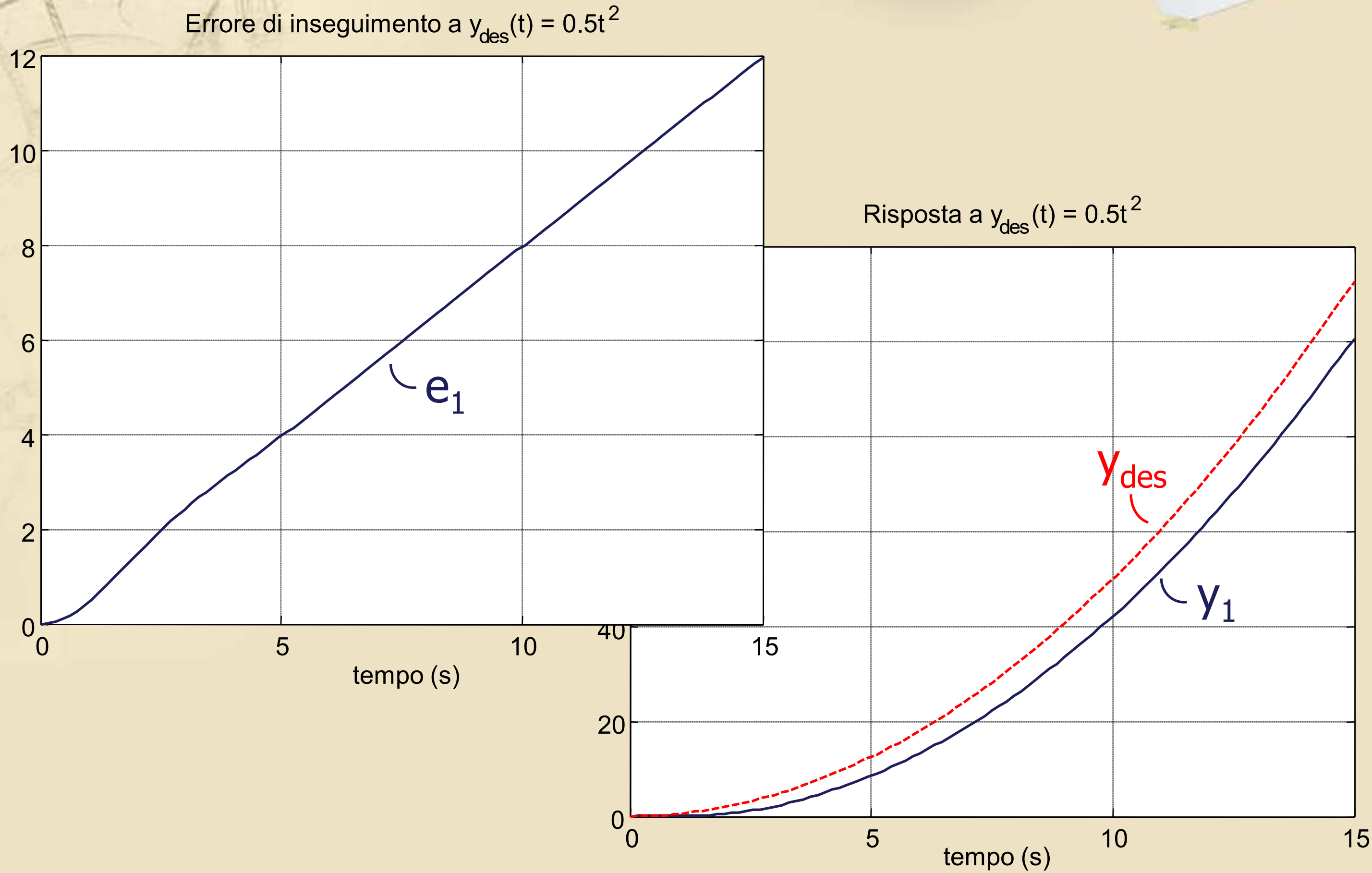
$$G_{a1}(s) = \frac{10}{s(s+2)(s+4)}$$

che in catena chiusa dà origine al sistema $W_1(s)$, asintoticamente stabile

- Sia **$r(t) = 0.5t^2$** con **$K_r = 1$**

Poiché $G_{a1}(s)$ è di **tipo 1** ed il riferimento è un polinomio di **grado due**, l'errore di inseguimento in regime permanente **diverge** all'aumentare del tempo t

Esempio 3 (2/2)


Errore di inseguimento a $y_{des}(t) = 0.5t^2$
0 2 4 6 8 10 12
0 5 10 15
tempo (s)
e_1
Risposta a $y_{des}(t) = 0.5t^2$
0 20 40
0 5 10 15
tempo (s)
y_{des}
y_1

Sistemi con zeri in s = 0 (1/2)

- Se **$G_a(s)$ presenta** (almeno) **uno zero in $s = 0$**, il sistema risulta certamente di **tipo 0**: essendo **in forma minima** per ipotesi, $G_a(s)$ non può presentare poli in $s = 0$

Il sistema **non** è in grado di inseguire **riferimenti polinomiali di grado superiore a zero**

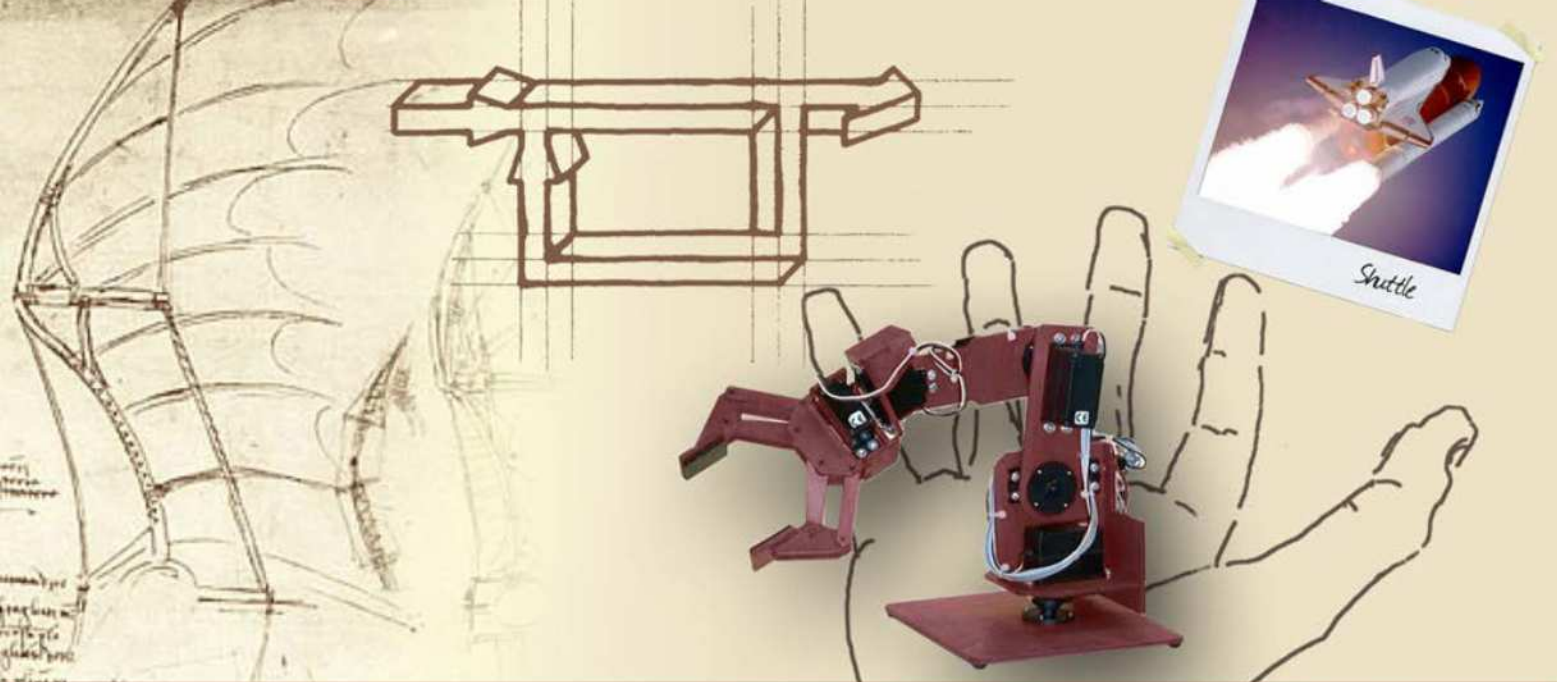
- A causa della presenza di (almeno) uno zero in $s = 0$, il **guadagno stazionario K_{Ga}** risulta **nullo**

Sistemi con zeri in s = 0 (2/2)

- Per **$r(t) = \varepsilon(t)$**, e quindi $y_{des}(t) = K_r\,\varepsilon(t)$, l'errore d'inseguimento in regime permanente risulta:

$$\boxed{e_\infty = K_r}$$

L'**uscita** del sistema in catena chiusa **converge a zero in regime permanente** indipendentemente dal riferimento a gradino applicato (anche W(s) presenta infatti lo stesso numero di zeri in s = 0 della funzione d'anello)



Precisione in regime permanente

Implicazioni sul progetto del controllore

Precisione con r(t) polinomiale (1/2)

- In generale le **specifiche di precisione relative** all'errore di inseguimento in regime permanente **a segnali di riferimento polinomiali** impongono vincoli
  - Sul **tipo** di sistema in catena aperta, cioè sul numero di poli in s = 0 che la fdt d' anello $G_a(s)$ deve presentare
  - Sul **guadagno stazionario minimo** della fdt d'anello

Precisione con r(t) polinomiale (2/2)

- Poiché

$$G_a(s) = \underbrace{\boxed{C(s)}}_{\text{Controllore}} \cdot \underbrace{\boxed{F(s)}}_{\text{Sistema da controllare}}$$

note le caratteristiche di F(s), tali specifiche determinano **vincoli sul numero di poli in s = 0** che la C(s) **del controllore** deve presentare **e sul suo guadagno stazionario minimo**

Vincoli sul numero di poli in s = 0 (1/3)

- Sia $n_{0,F}$ il numero di poli in s = 0 di F(s) (noto)
- Sia $n_{0,C}$ il numero di poli in s = 0 di C(s) (da determinare)
- Per garantire **errore di inseguimento finito** in regime permanente a r(t) polinomiale di grado k, $G_a(s)$ deve essere di tipo k

Se $\mathbf{n_{0,F} < k}$, dovrà essere $\mathbf{n_{0,C} = (k - n_{0,F})}$

Vincoli sul numero di poli in s = 0 (2/3)

- Se $n_{0,F} \geq k$, non è necessario introdurre poli in s = 0 in C(s), perché l'errore in regime permanente risulterà comunque
  - Finito, se $n_{0,F} = k$
  - Nullo, se $n_{0,F} > k$

Vincoli sul numero di poli in s = 0 (3/3)

- Per garantire **errore di inseguimento nullo** in regime permanente a r(t) polinomiale di grado k, $G_a(s)$ deve essere (almeno) di tipo k + 1

Se $\mathbf{n_{0,F} < k + 1}$, dovrà essere $\mathbf{n_{0,C} = (k + 1 - n_{0,F})}$

- Se $n_{0,F} \geq k + 1$, non è necessario introdurre poli in s = 0 in C(s), perché l'errore risulterà comunque nullo in regime permanente

Vincoli sul guadagno stazionario

- Una specifica sull'**errore di inseguimento massimo** in regime permanente ad un riferimento r(t) polinomiale di **grado k** determina un **vincolo** sul guadagno stazionario minimo K_{Ga} della fdt d'anello (e quindi sul K_c del controllore) **solo se**, una volta assegnato $n_{0,C}$ in maniera definitiva, **$G_a(s)$ risulta di tipo k**
- Poiché in tal caso l'errore in regime permanente è dato da una funzione decrescente di K_{Ga}, si ha la nascita di un vincolo della seguente forma:

$$\boxed{\left|e_\infty(K_{Ga})\right| \leq e_{max} \Rightarrow \left|K_{Ga}\right| \geq K_{Ga,min} \Rightarrow \left|K_C\right| \geq K_{C,min}}$$