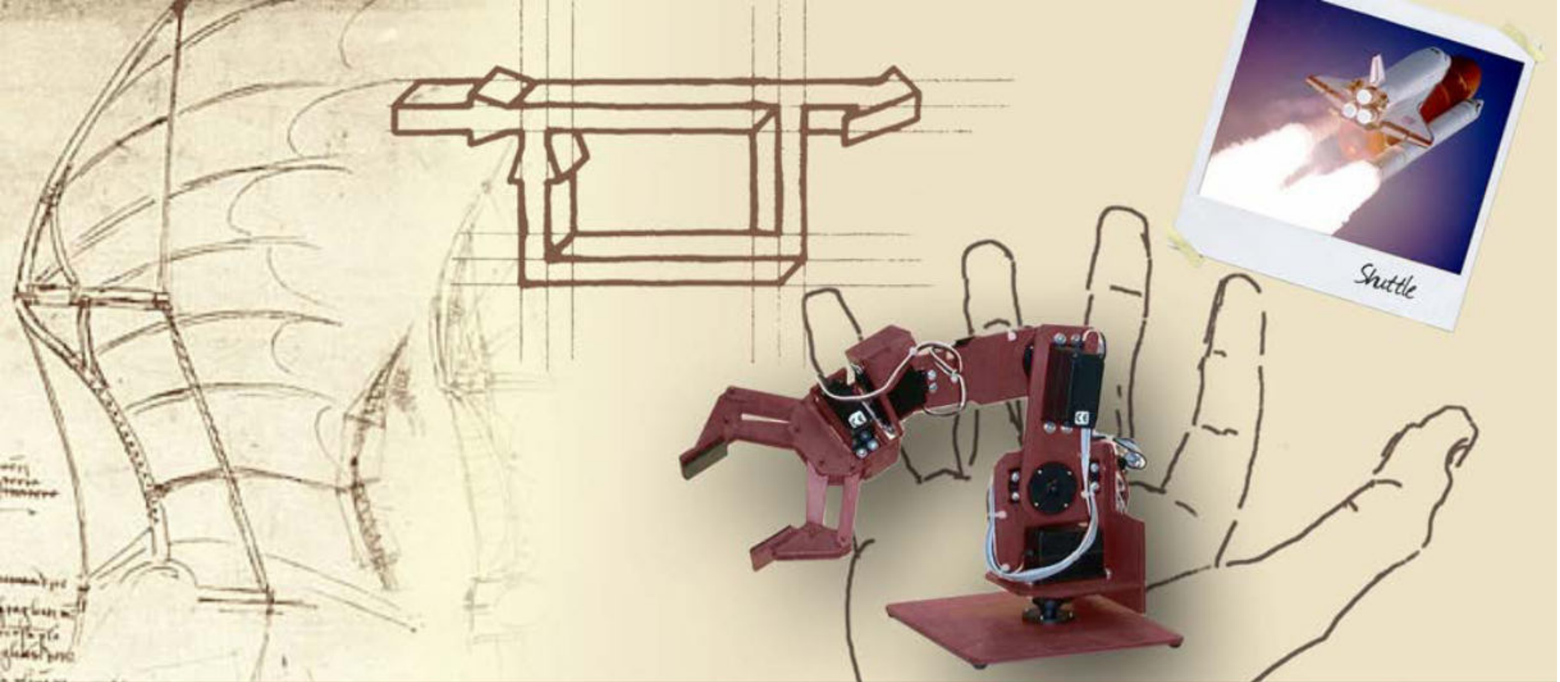


Precisione in regime permanente

Inseguimento di segnali sinusoidali

Errore dalla risposta in frequenza (1/2)

- Ricordiamo che la risposta in regime permanente di un sistema asintoticamente stabile ad un ingresso sinusoidale è descritta dalla sua **risposta in frequenza**
- Facendo riferimento al consueto schema di controllo, si consideri in particolare:
  - $r(t) = \sin(\omega_0 t)$ Riferimento sinusoidale
  - $W_e(s) = \dfrac{e(s)}{r(s)} = \dfrac{K_r}{1 + G_a(s)}$ Fdt d’errore, asint. stabile

L’**errore di inseguimento in regime permanente** è dato dalla **risposta di $W_e(s)$ all’ingresso r(t)**

Errore dalla risposta in frequenza (2/2)

- L'errore di inseguimento in regime permanente è pertanto dato da

$$\boxed{e_p(t) = E \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_e)}$$

con

  - $E=|W_e(j\omega_0)|$
  - $\varphi_e=\arg(W_e(j\omega_0))$

- L'**errore massimo in modulo** in regime permanente risulta pari proprio a E:

$$\boxed{E = \left|\frac{K_r}{1+G_a(j\omega_0)}\right|}$$

E è piccolo se $G_a(j\omega_0)$ è sufficientemente grande

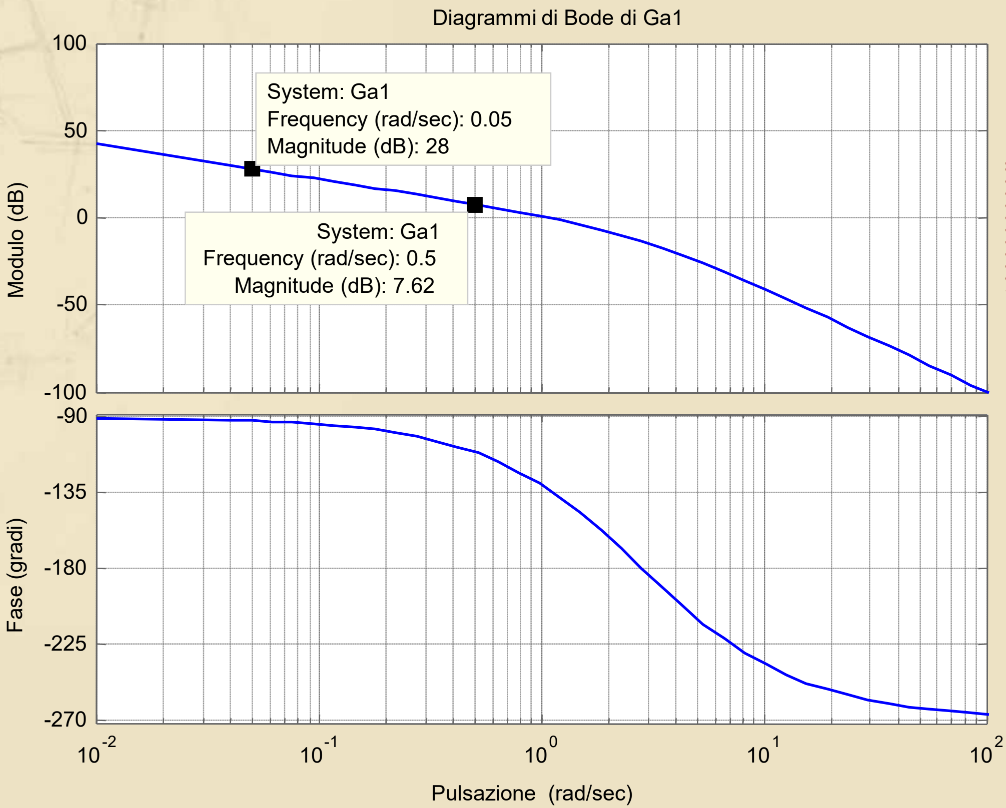
Esempio (1/4)

- Si consideri ancora la fdt d'anello:

$$G_{a1}(s) = \frac{10}{s(s+2)(s+4)}$$

  che in catena chiusa dà origine al sistema $W_1(s)$, asintoticamente stabile
- Sia $\mathbf{r(t) = \sin(\omega_0 t)}$ con (1) $\boldsymbol{\omega_0} \mathbf{= 0.05\ rad/s}$ oppure (2) $\boldsymbol{\omega_0} \mathbf{= 0.5\ rad/s}$; $\mathbf{K_r = 1}$
- L'errore di inseguimento massimo in regime permanente, indicato nei due casi con $\mathbf{E_1}$ e con $\mathbf{E_2}$ rispettivamente, può essere calcolato analiticamente e valutato in simulazione

Esempio (2/4)



$|G_{a1}(j0.05)| \gg |G_{a1}(j0.5)|$

Si prevede di ottenere $E_1 \ll E_2$

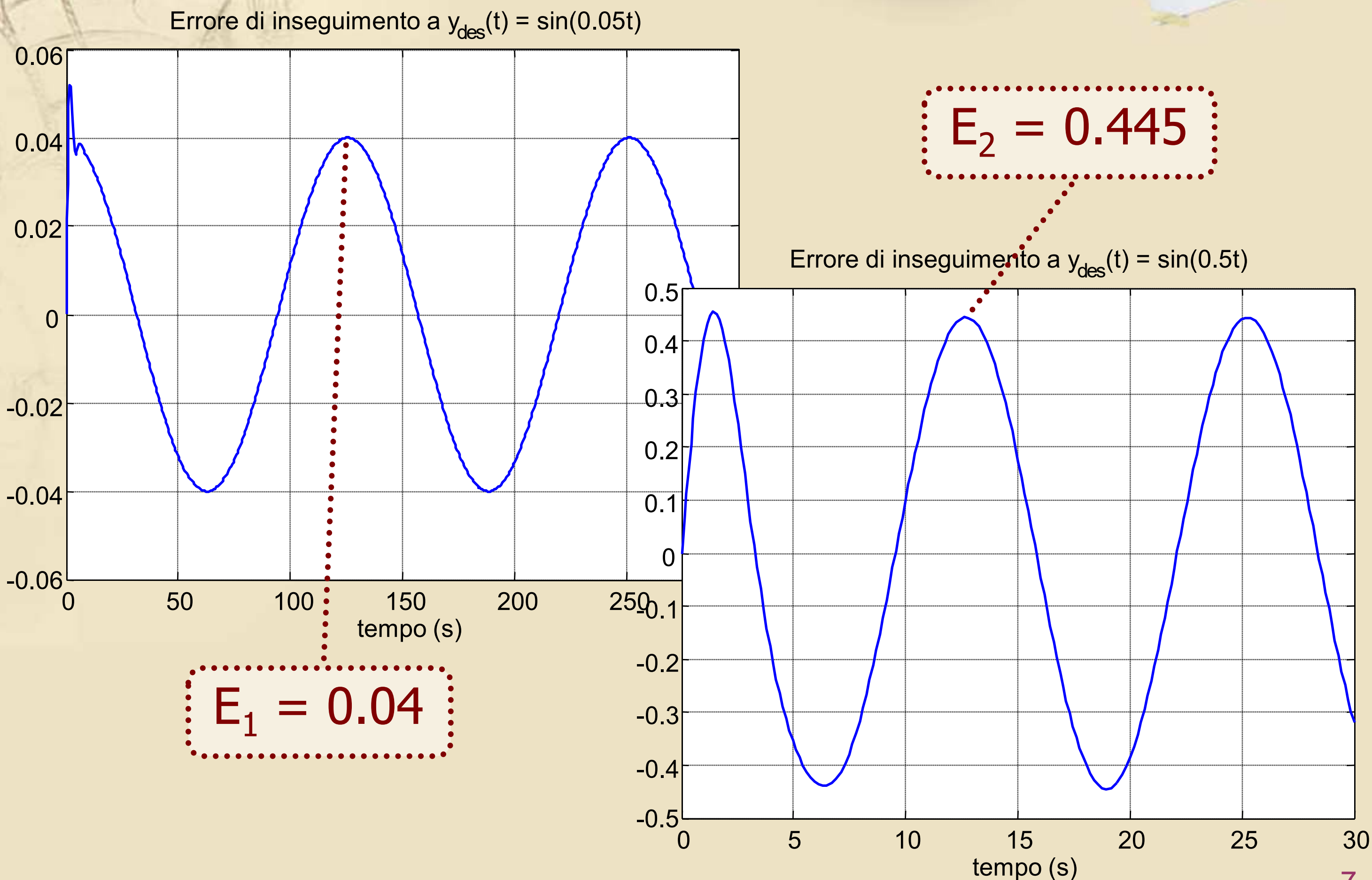
Esempio (3/4)

- Tenendo conto che

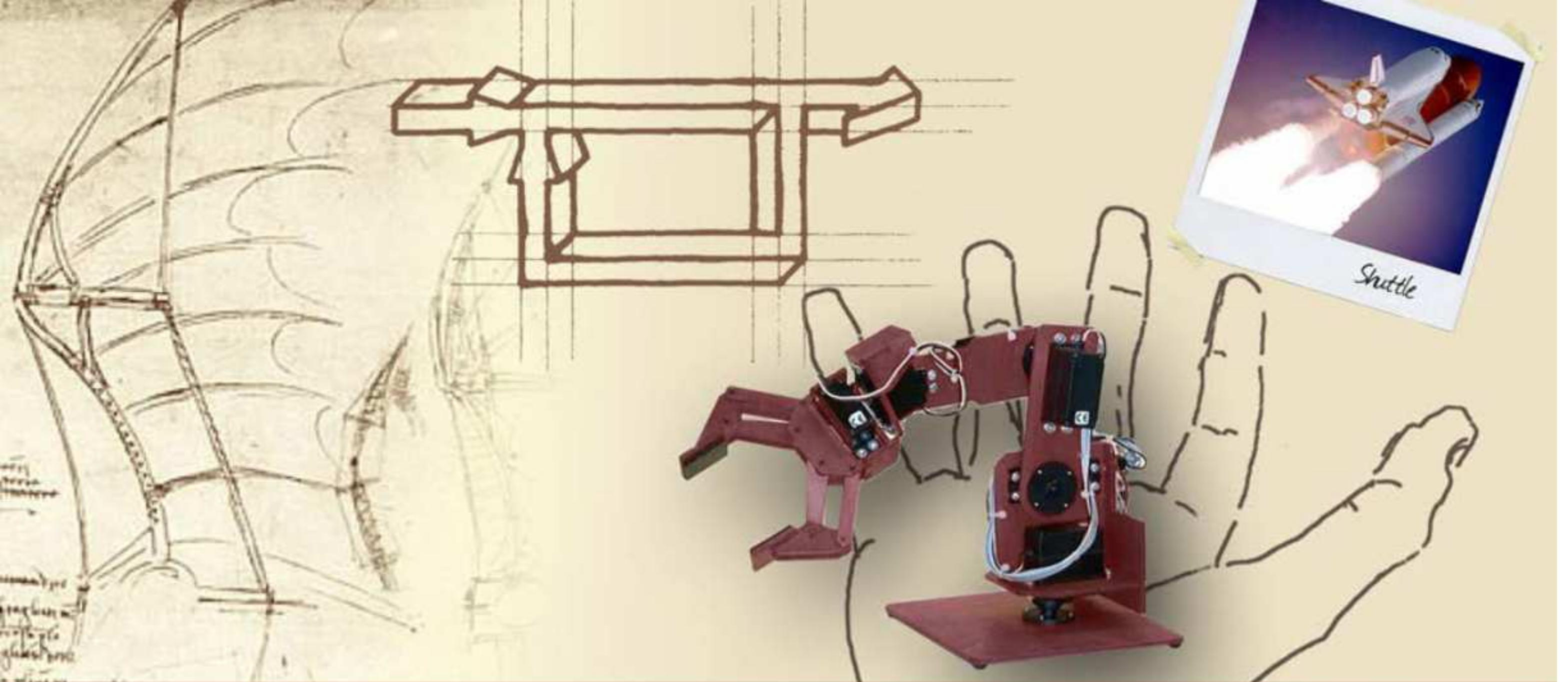
$$W_e(j\omega_0) = \frac{1}{1 + \dfrac{10}{j\omega_0(j\omega_0 + 2)(j\omega_0 + 4)}}$$

  si ottiene:
  - $E_1 = |W_e(j0.05)| = 0.04$
  - $E_2 = |W_e(j0.5)| = 0.445$
- Il sistema è in grado di inseguire con buona precisione segnali di riferimento sinusoidali con una pulsazione ω_0 per le quali $G_a(j\omega_0) \gg 1$, ovvero con $\omega_0 < 0.1$ rad/s

Esempio (4/4)



Errore di inseguimento a ydes(t) = sin(0.05t)
0.06
0.04
0.02
0
-0.02
-0.04
-0.06
0
50
100
150
200
250
tempo (s)
E1 = 0.04
E2 = 0.445
Errore di inseguimento a ydes(t) = sin(0.5t)
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
0
5
10
15
20
25
30
tempo (s)



Precisione in regime permanente

Implicazioni sul progetto del controllore

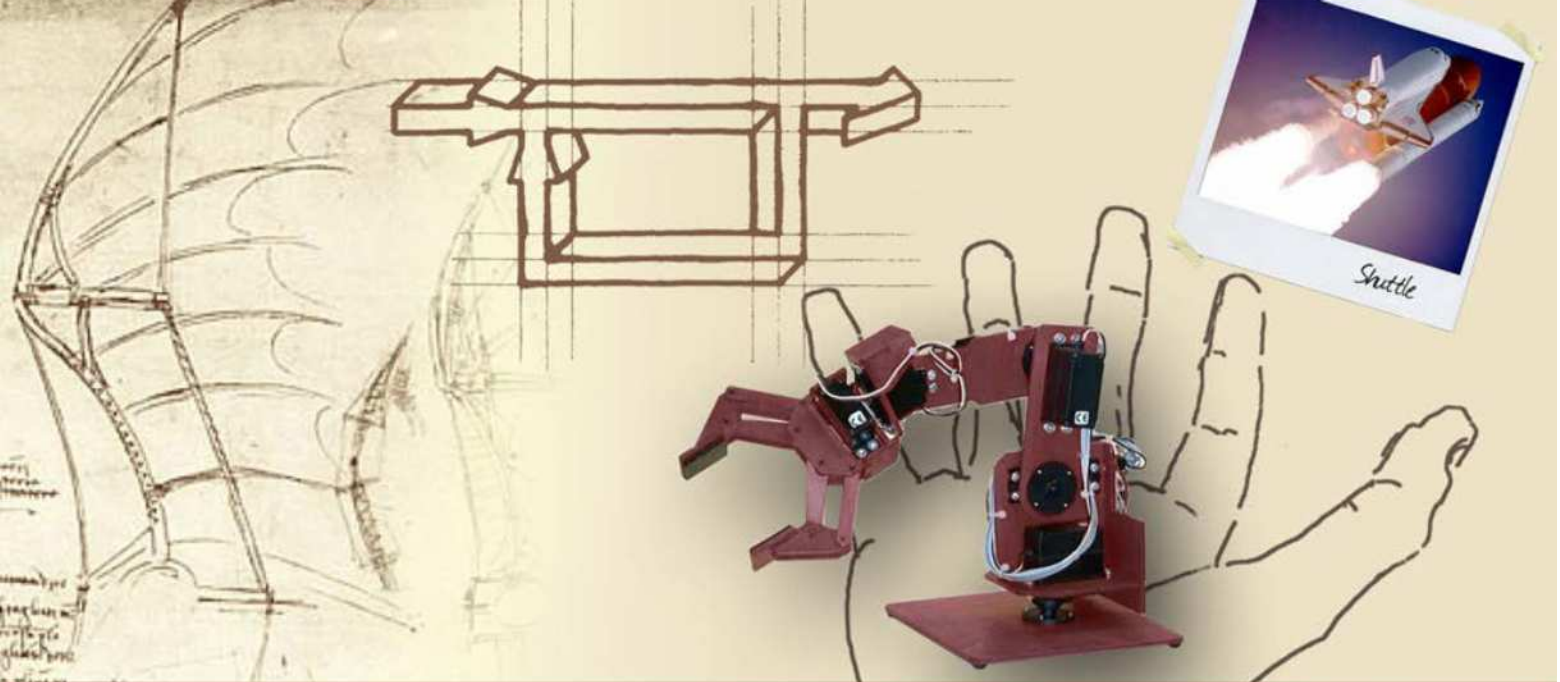
Precisione con r(t) sinusoidale (1/2)

- Le **specifiche di precisione relative** all'errore di inseguimento in regime permanente e_p **a segnali di riferimento sinusoidali** impongono **vincoli sull'andamento in frequenza** della fdt d'anello
- Per $r(t) = \sin(\omega_0 t)$, si ha:

$$\boxed{\left|e_p\right| \le e_{max} \Rightarrow \left|\frac{K_r}{1 + G_a(j\omega_0)}\right| \le e_{max} \Rightarrow \left|G_a(j\omega_0)\right| \ge G_{min}}$$

Precisione con r(t) sinusoidale (2/2)

- Affinché $|G_a(j\omega_0)|$ sia sufficientemente elevato, la pulsazione **ω_0 deve essere piccola rispetto alla ω_c** in cui $|G_a(j\omega_c)| = 1$
- In altre parole, il sistema in catena chiusa potrà inseguire con buona precisione **segnali sinusoidali** solo se **di bassa frequenza**
- La pulsazione di cross-over ω_c e la banda passante del sistema ad anello chiuso dovranno essere tali da soddisfare tale requisito



Reiezione di disturbi in regime permanente

Effetti sull'uscita in regime permanente di disturbi sinusoidali

Presenza di disturbi sinusoidali (1/2)

- Sotto l'ipotesi di asintotica stabilità del sistema in catena chiusa, l'**effetto di un disturbo sinusoidale** $d_{sin}(t) = D_s \sin(\omega_d t)$ **sull'uscita in regime permanente** è dato da:

$$\boxed{y_{p,sin}(t) = Y_{d,p} \cdot \sin(\omega_d t + \varphi_d)}$$

Dalla definizione di **risposta in frequenza**

ove:

  - $Y_{d,p} = D_s |W_{d,sin}(j\omega_d)|$
  - $\varphi_d = \arg(W_{d,sin}(j\omega_d))$

essendo $W_{d,sin}(s)$ la fdt tra il disturbo d_{sin} e l'uscita y del sistema

Presenza di disturbi sinusoidali (2/2)

- L'**effetto massimo in modulo del disturbo sull'uscita in regime permanente** risulta pari proprio a

$$\boxed{Y_{d,p} = D_s \cdot \left|W_{d,sin}(j\omega_d)\right|}$$

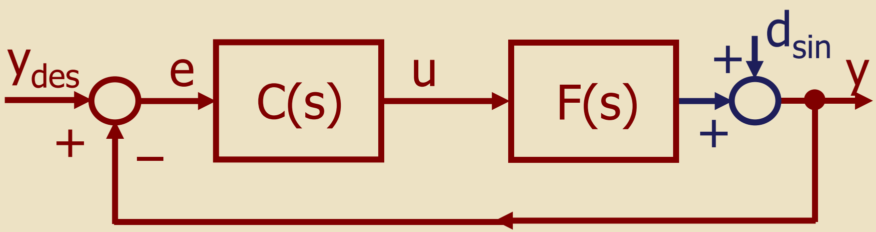
- $Y_{d,p}$ è tanto più piccolo (e quindi l'**attenuazione** del disturbo è tanto più **elevata**) quanto più **piccolo** è il **modulo di $W_{d,sin}(j\omega)$** alla pulsazione ω_d del disturbo

Principali casi di interesse (1/3)

- Presenza di un disturbo sinusoidale **sull'uscita** del sistema

$$W_{d,sin}(s) = W_{dy}(s) = \frac{1}{1 + G_a(s)}$$

➡ L'attenuazione è elevata se $G_a(j\omega_d)$ è sufficientemente grande



Principali casi di interesse (1/3)

- Presenza di un disturbo sinusoidale **sull'uscita** del sistema

$$W_{d,sin}(s) = W_{dy}(s) = \frac{1}{1+G_a(s)}$$

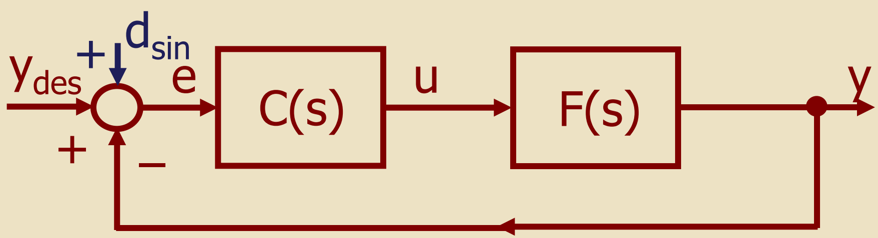
  - L'attenuazione è elevata se $G_a(j\omega_d)$ è sufficientemente grande
  - Sono ben attenuati disturbi di **bassa frequenza** rispetto alla ω_c di $G_a(j\omega)$ e qualunque disturbo collocato ad una pulsazione ω_d tale per cui $|G_a(j\omega_d)|$ risulti molto elevato

Principali casi di interesse (2/3)

- Presenza di un disturbo sinusoidale **sul riferimento**

$$W_{d,sin}(s) = W_y(s) = \frac{G_a(s)}{1 + G_a(s)}$$

➡ L'attenuazione è elevata se $G_a(j\omega_d)$ è sufficientemente piccolo ($\ll 1$)



Principali casi di interesse (2/3)

- Presenza di un disturbo sinusoidale **sul riferimento**

$$\boxed{W_{d,sin}(s) = W_y(s) = \frac{G_a(s)}{1 + G_a(s)}}$$

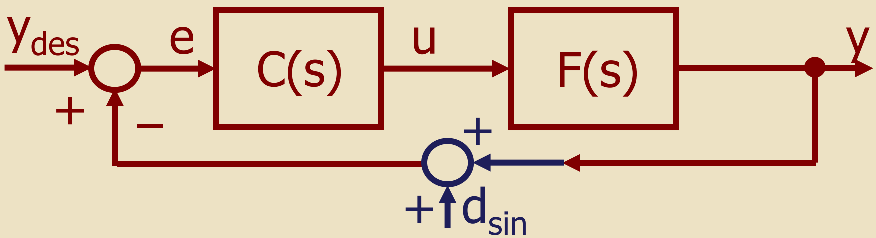
  - L'attenuazione è elevata se $G_a(j\omega_d)$ è sufficientemente piccolo ($\ll 1$)
  - Sono ben attenuati solo disturbi di **alta frequenza** rispetto alla ω_c di $G_a(j\omega)$ e qualunque disturbo collocato ad una pulsazione ω_d tale per cui $|G_a(j\omega_d)|$ risulti molto piccolo

Principali casi di interesse (3/3)

- Presenza di un disturbo sinusoidale **sulla retroazione**

$$W_{d,sin}(s) = -W_y(s) = -\frac{G_a(s)}{1+G_a(s)}$$

Confrontare con il caso precedente!

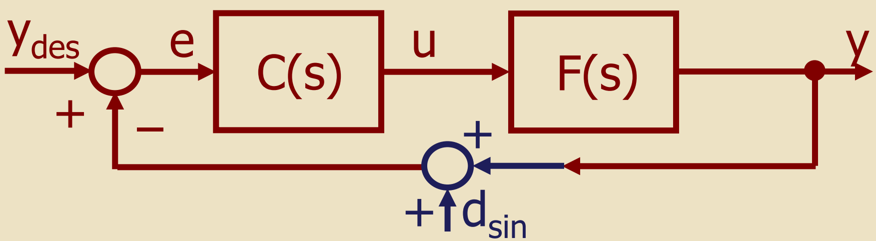


Principali casi di interesse (3/3)

- Presenza di un disturbo sinusoidale **sulla retroazione**

$$\boxed{W_{d,\sin}(s) = -W_y(s) = -\frac{G_a(s)}{1+G_a(s)}}$$

➡ L'attenuazione è elevata se $G_a(j\omega_d)$ è sufficientemente piccolo ($\ll 1$)



Principali casi di interesse (3/3)

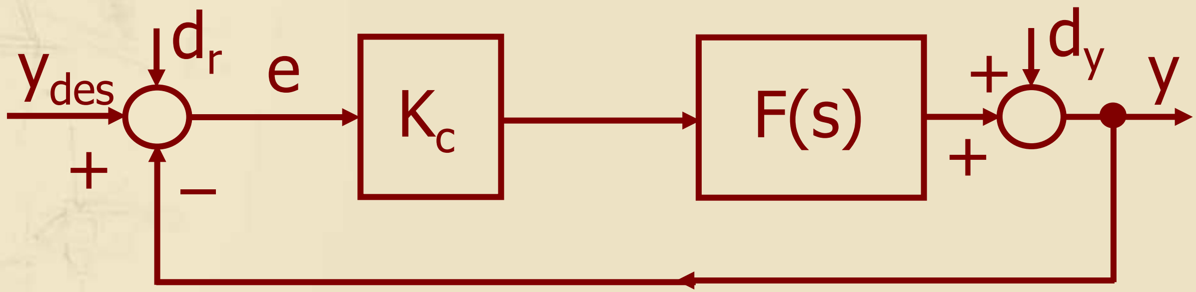
- Presenza di un disturbo sinusoidale **sulla retroazione**

$$\boxed{W_{d,sin}(s) = -W_y(s) = -\frac{G_a(s)}{1+G_a(s)}}$$

- ➡ L'attenuazione è elevata se $G_a(j\omega_d)$ è sufficientemente piccolo ($\ll 1$)
- ➡ Sono ben attenuati solo disturbi di **alta frequenza** rispetto alla ω_c di $G_a(j\omega)$ e qualunque disturbo collocato ad una pulsazione ω_d tale per cui $|G_a(j\omega_d)|$ risulti molto piccolo

Esempio (1/6)

- Si consideri il seguente sistema:

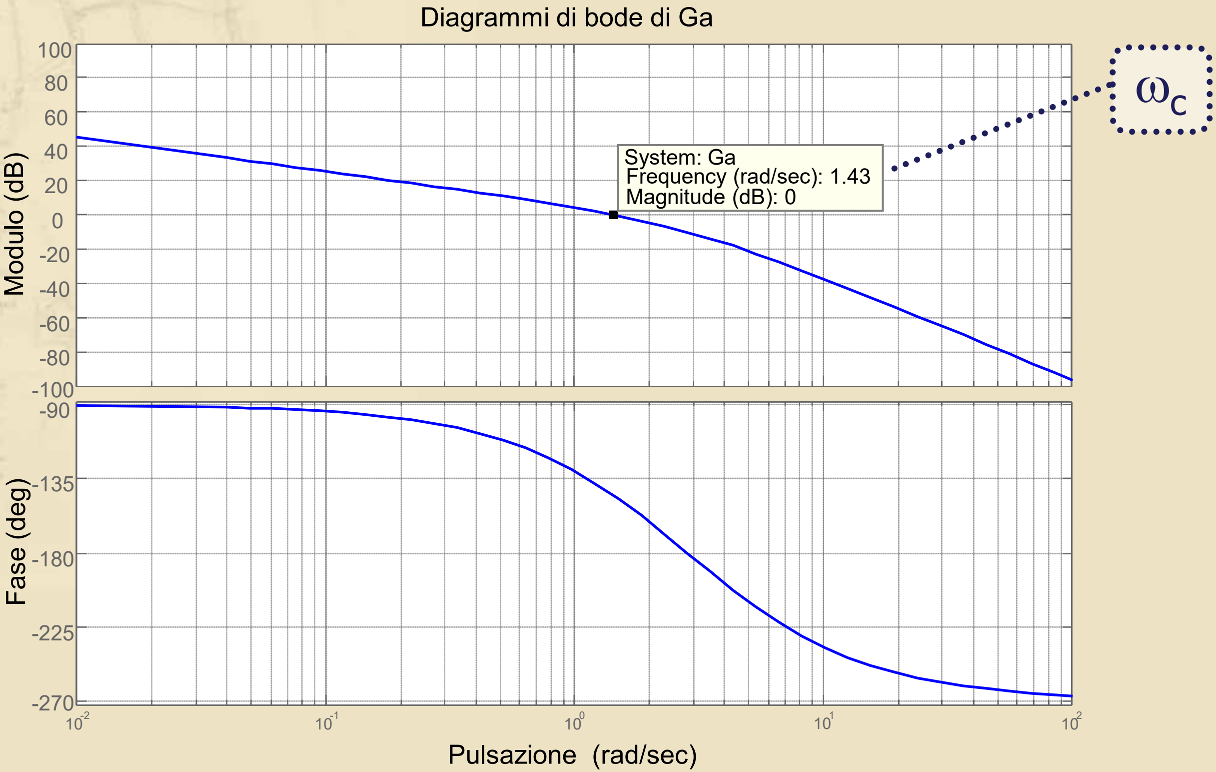


$$\text{con}\quad F(s) = \frac{10}{s(s+2)(s+4)},\quad K_c = 1.5$$

$$d_r(t) = D_r \sin(\omega_{dr} t) = 0.5\sin(20t)$$

$$d_y(t) = D_y \sin(\omega_{dy} t) = 0.2\sin(0.06t)$$

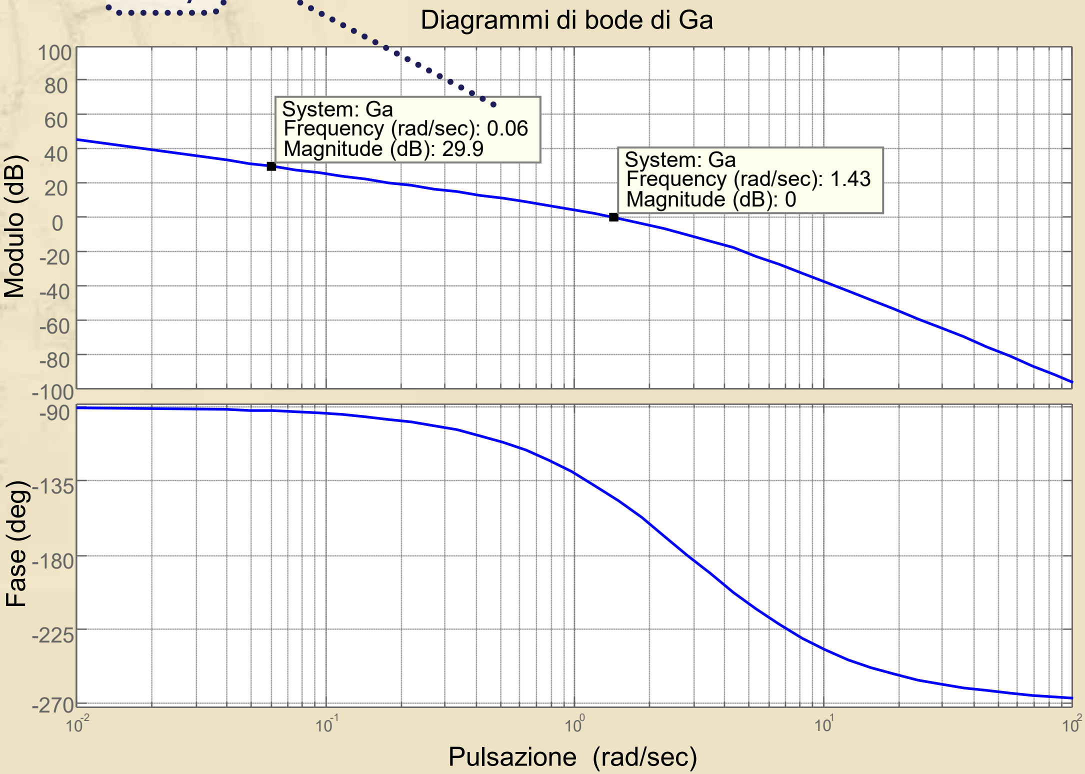
Esempio (2/6)



Diagrammi di bode di Ga
Modulo (dB)
Fase (deg)
Pulsazione (rad/sec)
System: Ga
Frequency (rad/sec): 1.43
Magnitude (dB): 0
ω_c
100
80
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
-90
-135
-180
-225
-270
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}

Esempio (3/6)

ω_{dy}

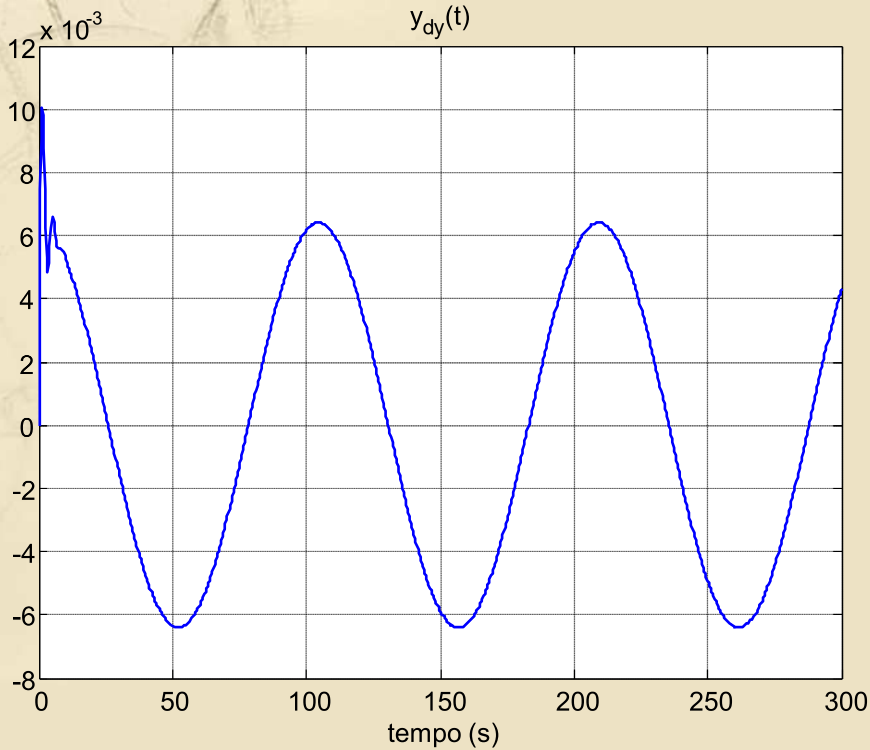


$\omega_{dy} \ll \omega_c$

$|G_a(j\omega_{dy})| \gg 1$

Si prevede di ottenere una buona attenuazione di d_y

Esempio (4/6)

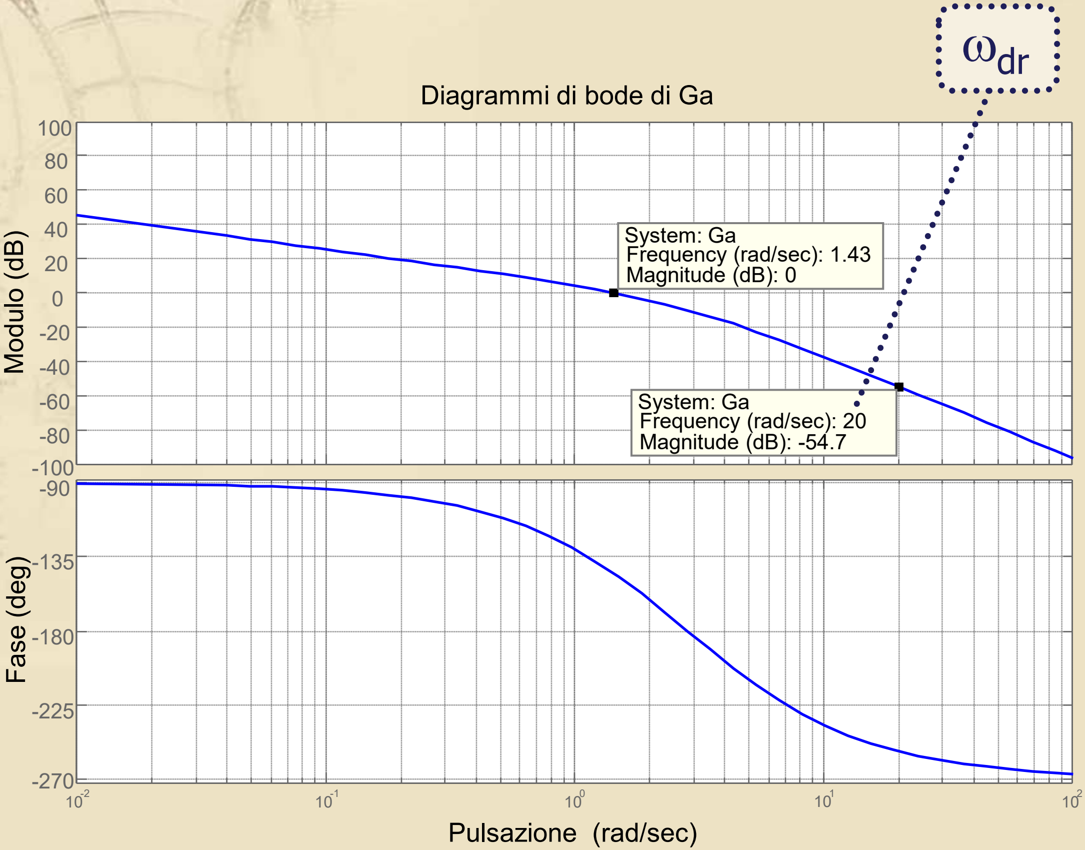


$$W_{dy}(s) = \frac{1}{1 + G_a(s)}$$

$$\left|W_{dy}(j\omega_{dy})\right| = 32 \cdot 10^{-3}$$

$$Y_{dy,p} = D_y \cdot \left|W_{dy}(j\omega_y)\right| = 6.4 \cdot 10^{-3}$$

Esempio (5/6)

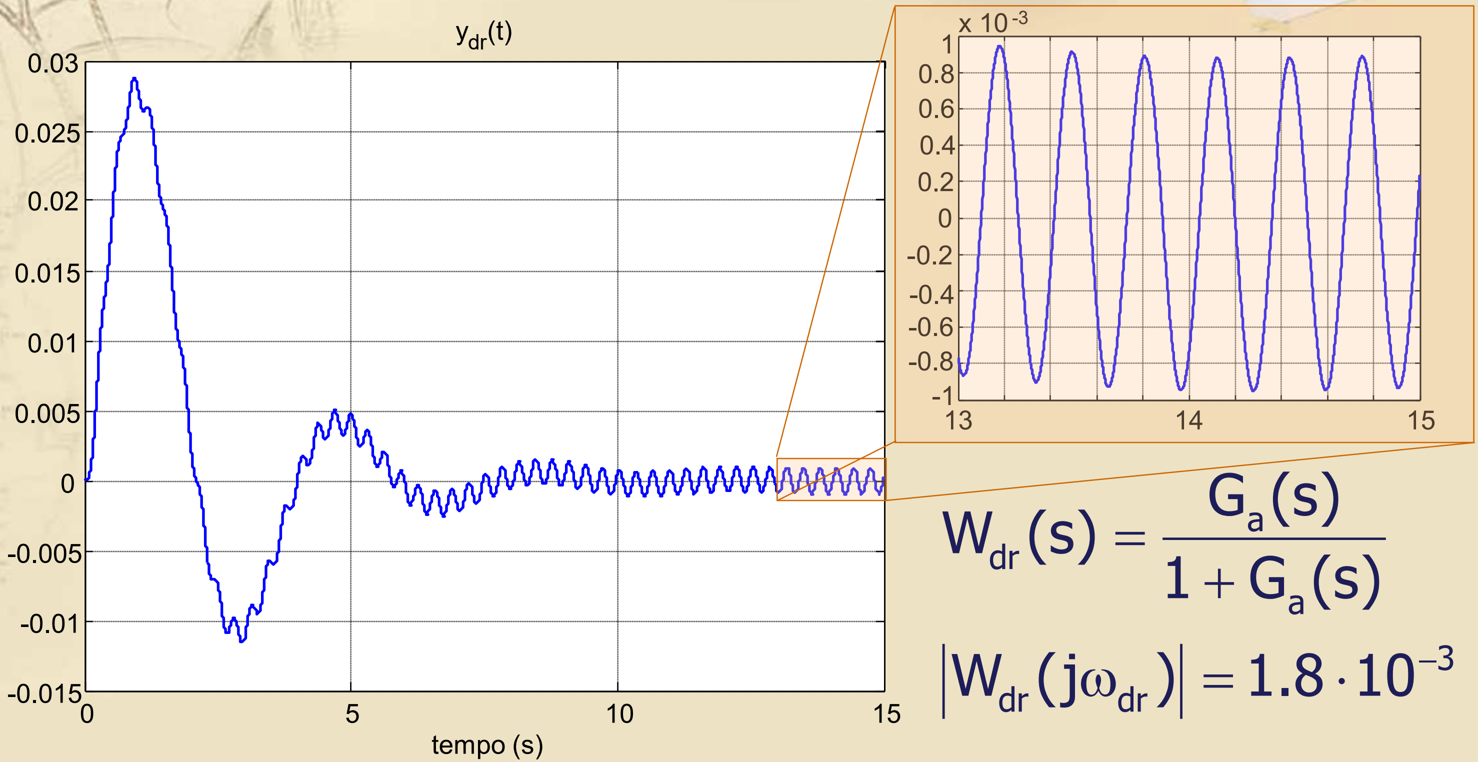


$\omega_{dr} \gg \omega_c$

$|G_a(j\omega_{dr})| \ll 1$

Si prevede di ottenere una buona attenuazione di d_r

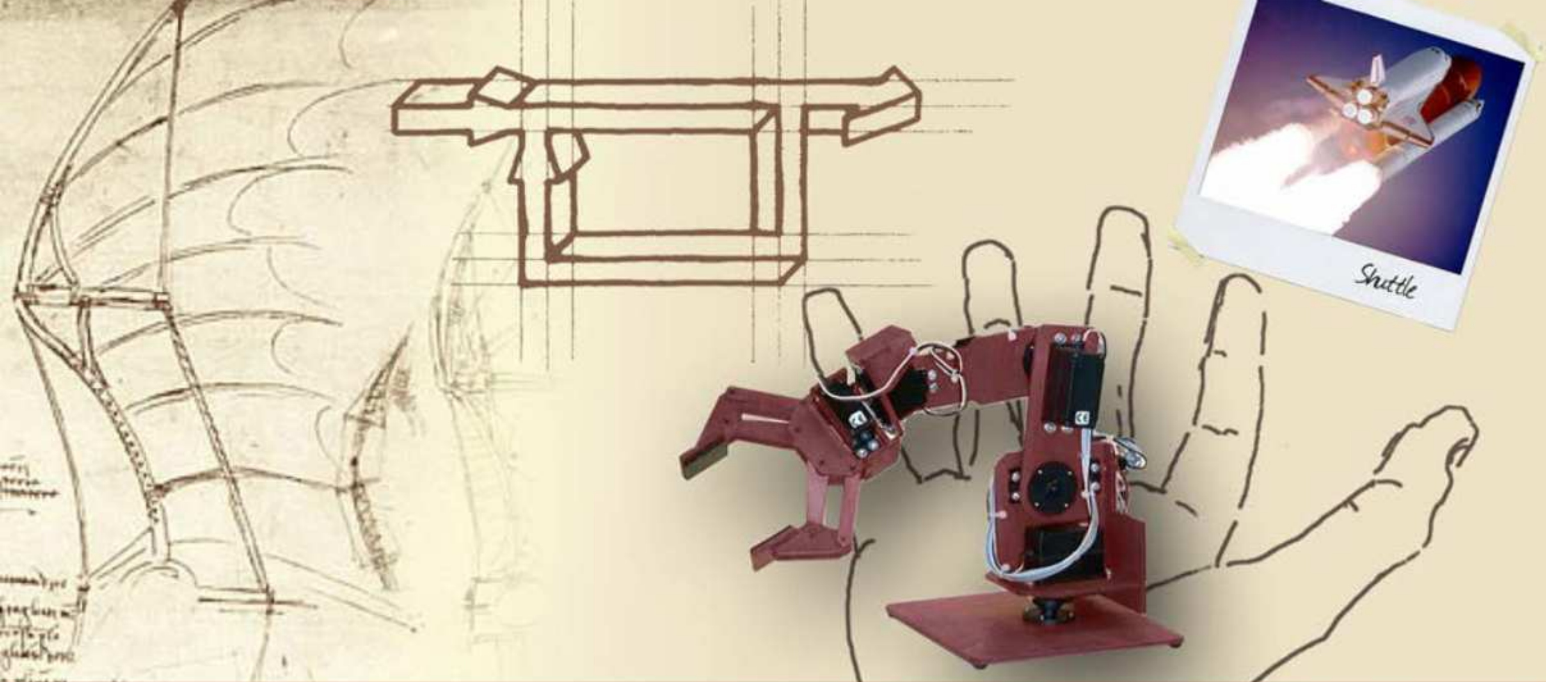
Esempio (6/6)



$$W_{dr}(s) = \frac{G_a(s)}{1 + G_a(s)}$$

$$\left|W_{dr}(j\omega_{dr})\right| = 1.8 \cdot 10^{-3}$$

$$Y_{dr,p} = D_r \cdot \left|W_{dr}(j\omega_r)\right| = 9 \cdot 10^{-4}$$



Reiezione di disturbi in regime permanente

Implicazioni sul progetto del controllore

Attenuazione di disturbi sinusoidali (1/2)

- Le **specifiche sull'attenuazione** in regime permanente **di disturbi sinusoidali** impongono **vincoli sull'andamento in frequenza** della fdt d'anello

Attenuazione di disturbi sinusoidali (1/2)

- Le **specifiche sull'attenuazione** in regime permanente **di disturbi sinusoidali** impongono **vincoli sull'andamento in frequenza** della fdt d'anello
  - Un **disturbo sinusoidale sull'uscita** impone che la ω_c (pulsazione di cross-over) sia **elevata** rispetto alla pulsazione del disturbo e che $|G_a(j\omega_d)|$ sia sufficientemente **grande** per avere l'attenuazione richiesta

Attenuazione di disturbi sinusoidali (2/2)

- Un **disturbo sinusoidale sul riferimento o sulla retroazione** impone che la ω_c sia **piccola** rispetto alla pulsazione del disturbo e che $|G_a(j\omega_d)|$ sia sufficientemente **piccola** per avere l'attenuazione richiesta

- La pulsazione di cross-over ω_c e la banda passante del sistema ad anello chiuso dovranno essere tali da soddisfare tali requisiti