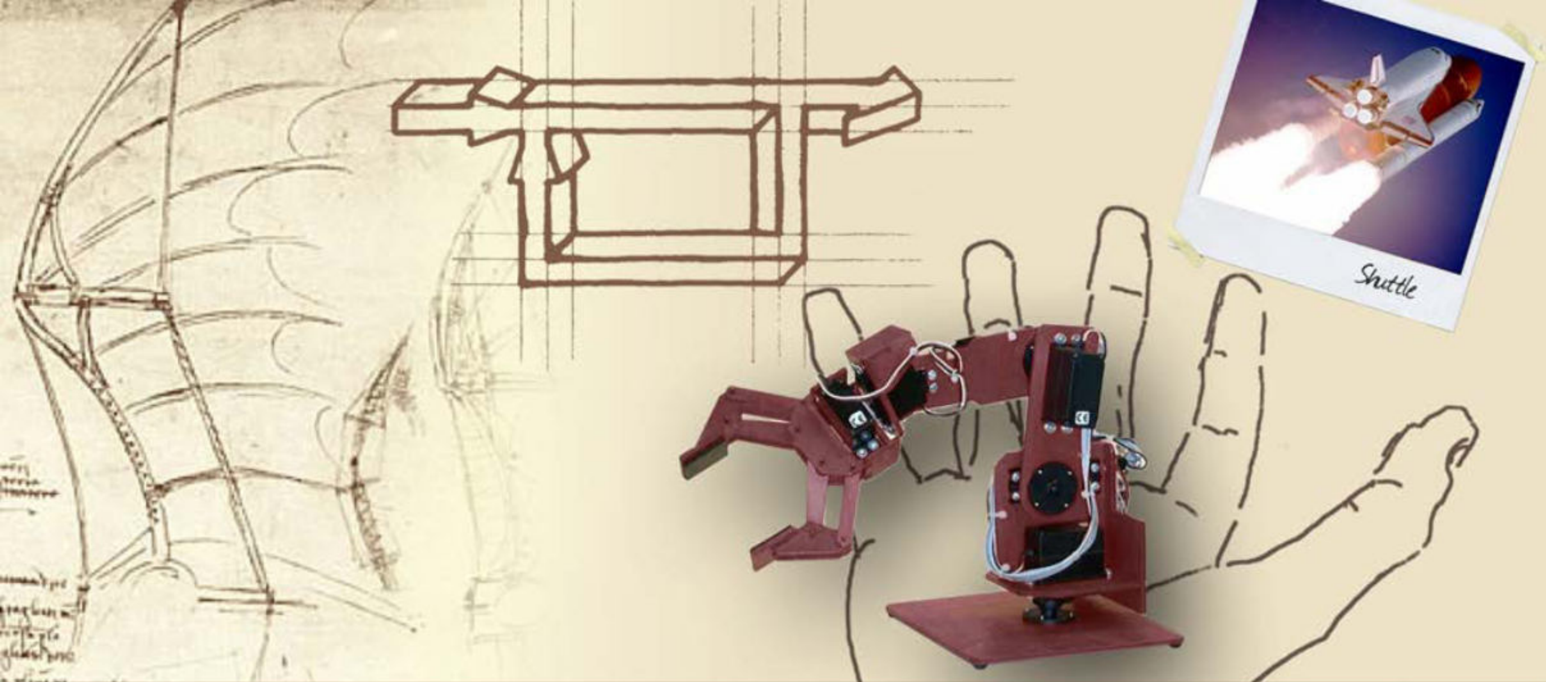
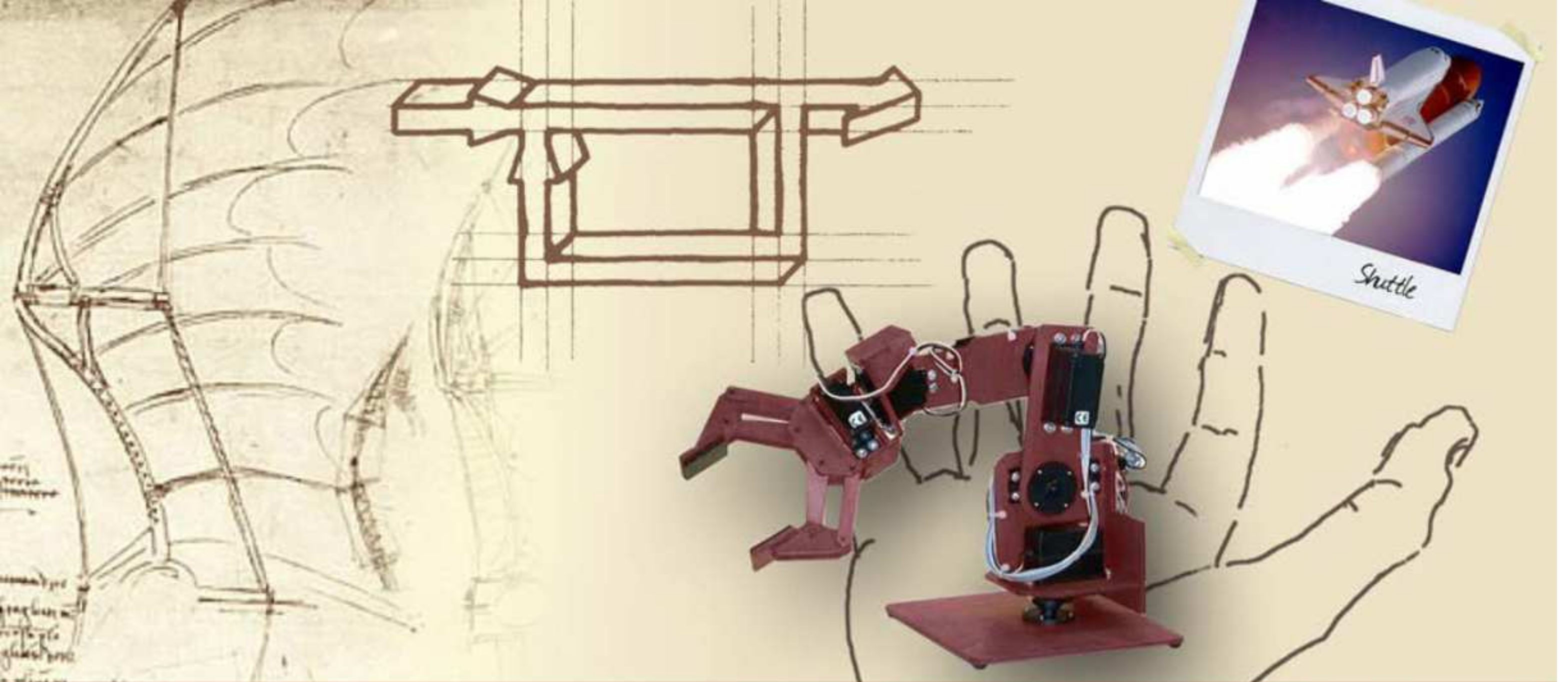


Progetto del controllore

Esempio completo di progetto di un controllore

Esempio completo di progetto di un controllore

- Definizione del problema ed analisi delle specifiche
- Progetto del controllore e verifica delle specifiche
- Valutazione delle prestazioni del controllore

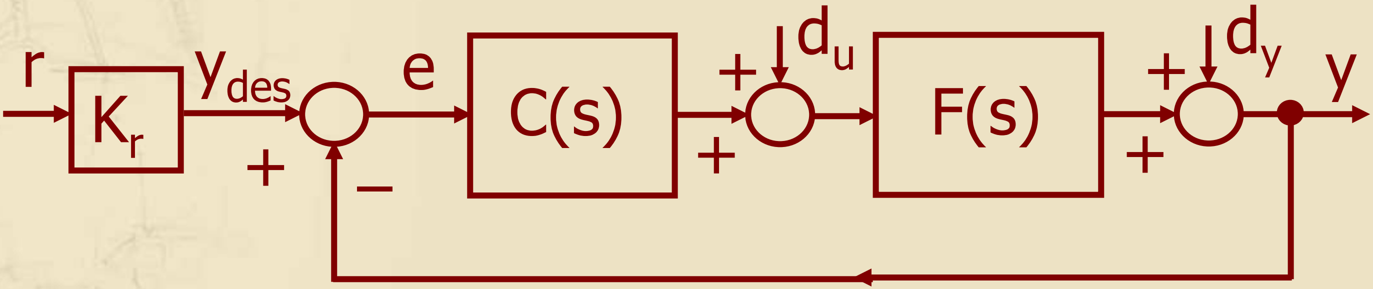


Esempio completo di progetto di un controllore

Definizione del problema ed analisi delle specifiche

Definizione del problema di controllo (1/2)

- Si consideri il seguente schema di controllo:



con $F(s) = \dfrac{2(s+1)}{(0.1s-1)}$, $K_r = 1$

Sistema di **tipo zero**, con K_f = -2, avente **un polo instabile**

- Si supponga che siano presenti i disturbi:

$$d_u(t) = 0.2,\ d_y(t) = 0.1t$$

Definizione del problema di controllo (2/2)

- Progettare C(s) in modo che il sistema in catena chiusa soddisfi le seguenti specifiche
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.05$ per r(t) = t, in assenza di disturbi
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$
  - Banda passante pari a circa 50 rad/s (con tolleranza di $\pm 10\%$)
  - Picco di risonanza non superiore a 3 dB

Nota: Il controllore viene ipotizzato della consueta generica forma :

$$C(s) = \frac{K_c}{s^h} \cdot C'(s)$$

Analisi delle specifiche statiche

- Specifiche **statiche**:
  - $|e_{r,\infty}| \le 0.05$ per $r(t) = t$
  - $|y_{du,\infty}| \le 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
  - $|y_{dy,\infty}| \le 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

Passo 1:

Valutazione di h

Rif. di grado uno, sistema di tipo zero $\Rightarrow$ errore illimitato!

Analisi delle specifiche statiche

- Specifiche **statiche**:
  - $|e_{r,\infty}| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
  - $|y_{du,\infty}| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
  - $|y_{dy,\infty}| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

Passo 1:

Valutazione di h

Rif. di grado uno, sistema di tipo zero $\Rightarrow$ errore illimitato!

Un disturbo costante ha sempre effetto limitato su y

Analisi delle specifiche statiche

- Specifiche **statiche**:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

Passo 1:

Valutazione di h

Rif. di grado uno, sistema di tipo zero $\Rightarrow$ errore illimitato!

Un disturbo costante ha sempre effetto limitato su y

A monte del disturbo a rampa non ci sono poli in $s = 0$
$\Rightarrow$ l'effetto su y è illimitato!

Analisi delle specifiche statiche

- Specifiche **statiche**:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \le 0.05$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

Passo 1:

Valutazione di h

Rif. di grado uno, sistema di tipo zero $\Rightarrow$ errore illimitato!

Un disturbo costante ha sempre effetto limitato su y

La prima e la terza specifica richiedono l'inserimento di un polo in $s = 0$

A monte del disturbo a rampa non ci sono poli in $s = 0$ $\Rightarrow$ l'effetto su y è illimitato!

Analisi delle specifiche statiche

- Specifiche **statiche**:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

Passo 1:

Valutazione di h

→ **h = 1**

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$,
con h = 1

Analisi delle specifiche statiche

- Specifiche **statiche**:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \le 0.05$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

$$\left|e_{r,\infty}\right| = \left|\frac{K_r}{K_c K_F}\right| \le 0.05 \quad \Rightarrow \left|K_c\right| \ge 10$$

Passo 1:

Valutazione di h

$\rightarrow$ **h = 1**

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con h = 1

Analisi delle specifiche statiche

- Specifiche **statiche**:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \le 0.05$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \le 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

$$\left|e_{r,\infty}\right| = \left|\frac{K_r}{K_c K_F}\right| \le 0.05 \Rightarrow \left|K_c\right| \ge 10$$

$$C(s) \text{ è ora di tipo } 1 \Rightarrow \left|y_{du,\infty}\right| = 0$$

Passo 1:

Valutazione di h

→ **h = 1**

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con h = 1

Analisi delle specifiche statiche

- Specifiche **statiche**:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

$$\left|e_{r,\infty}\right| = \left|\frac{K_r}{K_c K_F}\right| \leq 0.05 \Rightarrow \left|K_c\right| \geq 10$$

$$C(s) \text{ è ora di tipo } 1 \Rightarrow \left|y_{du,\infty}\right| = 0$$

Passo 1:

Valutazione di h

$\rightarrow$ **h = 1**

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con h = 1

$$\left|y_{dy,\infty}\right| = \left|\frac{\alpha_{dy}}{K_c K_F}\right| \leq 0.01 \Rightarrow \left|K_c\right| \geq 5$$

Analisi delle specifiche statiche

- Specifiche **statiche**:
  - $\left|e_{r,\infty}\right| \leq 0.05$ per $r(t) = t$
  - $\left|y_{du,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_u(t) = D_u$ con $D_u = 0.2$
  - $\left|y_{dy,\infty}\right| \leq 0.01$ per $d_y(t) = \alpha_{dy} t$ con $\alpha_{dy} = 0.1$

Passo 1:

Valutazione di h

→ $\boxed{\mathbf{h = 1}}$

Passo 2:

Vincoli su $|K_c|$, con $h = 1$

→ $\boxed{\left|K_c\right| \geq 10}$

Stabilizzabilità del sistema

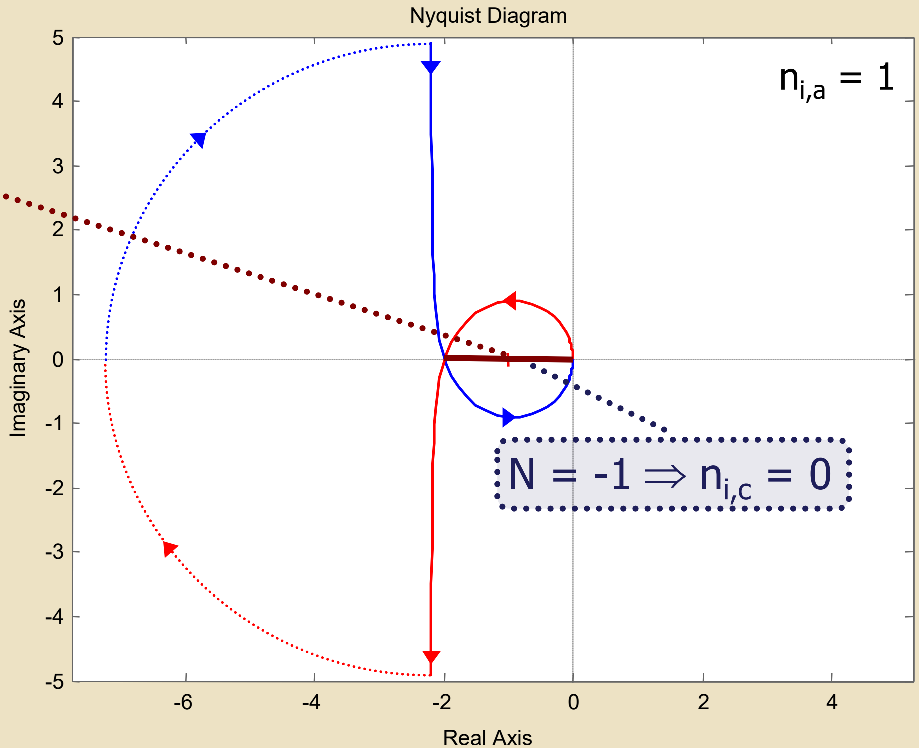
- Per completare la definizione della parte statica del controllore è necessario scegliere opportunamente il **segno di K_c**, applicando il criterio di Nyquist con guadagno variabile a **$F(s)/s$ assunta come funzione d'anello**
- Si osserva inoltre che il sistema soddisfa la condizione p.i.p. (essendo privo di zeri "instabili") e potrà quindi essere stabilizzato per mezzo di un controllore stabile $\Rightarrow$ C'(s) sarà progettata seguendo il metodo classico di sintesi per tentativi

Scelta del segno di K_c

- Diagramma di Nyquist di F(s)/s

Esiste la possibilità di stabilizzare il sistema in catena chiusa solo per valori **positivi** di K_c

$$\boxed{K_c > 0}$$



Analisi delle specifiche dinamiche

- Specifiche **dinamiche**:
  - Banda passante pari a circa 50 rad/s (con tolleranza di $\pm 10\%$)

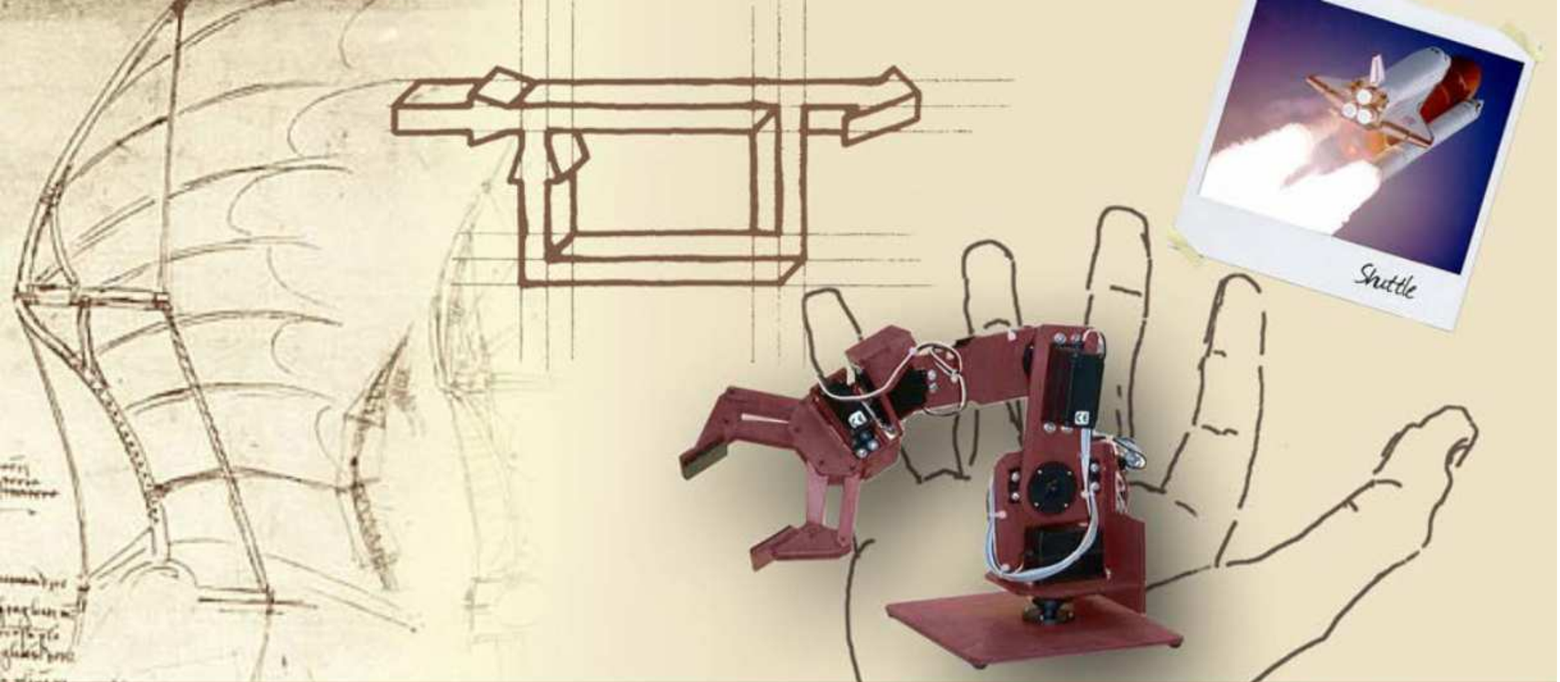
$$45 \le \omega_B \le 55 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow \omega_{c,des} \cong 0.63 \cdot \omega_{B,des} \cong 31.5 \text{ rad/s}$$

  - Picco di risonanza non superiore a 3 dB

$$\Rightarrow m_{\varphi,min} \cong 45^o$$

$$60^o - 5 \cdot (M_{r,max})_{dB}$$



Esempio completo di progetto di un controllore

Progetto del controllore e verifica delle specifiche

Parte statica del controllore

- Sulla base dei risultati dell'analisi delle specifiche statiche, C(s) è assunto della forma

$$\boxed{C(s) = \frac{K_c}{s} C'(s)}$$

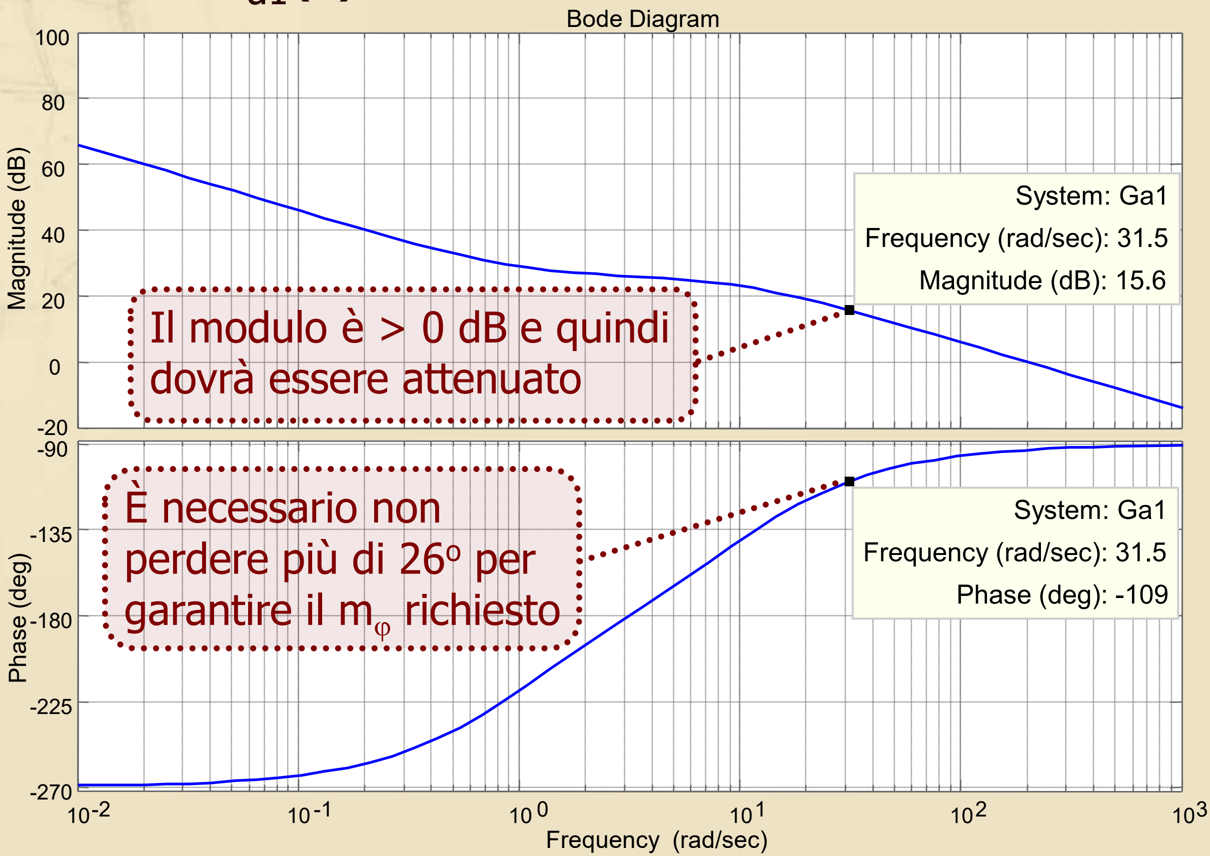
con **K_c = 10** (minimo valore ammissibile, eventualmente incrementabile successivamente)

- Si definisce conseguentemente la funzione d'anello di partenza

$$\boxed{G_{a1}(s) = \frac{K_c}{s} \cdot F(s) = \frac{10}{s} \cdot \frac{2(s+1)}{(0.1s-1)}}$$

Funzione d'anello iniziale

- DdB di $G_{a1}(s)$



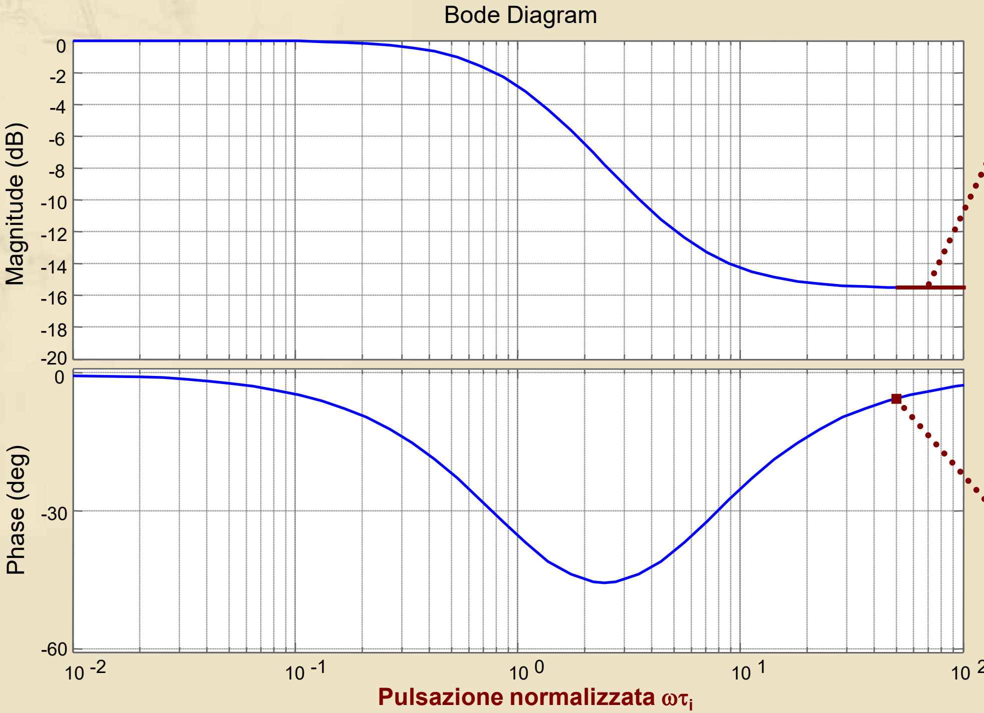
Progetto del controllore (1/4)

- Per portare la pulsazione di taglio nel valore desiderato $\omega_{c,des}$ = 31.5 rad/s è necessario
  - Attenuare il modulo della fdt d'anello in tale pulsazione di 15.6 dB
  - Contenere la perdita di fase entro 26° per ottenere un margine di fase di almeno 45°

Il problema di controllo può essere risolto introducendo una **rete attenuatrice** con $\mathbf{m_i = 6}$ (essendo 15.6 dB = 6 u_{nat})

Progetto del controllore (2/4)

- DdB di una rete attenuatrice con **$m_i = 6$**



Per $\omega\tau_i > 50$ si ha l'attenuazione richiesta

In $\omega\tau_i = 50$ si ha una perdita di fase **accettabile** (5.7°)

Progetto del controllore (3/4)

- La rete attenuatrice è pertanto così definita
  - $R_i(s)$ con $m_i = 6$, $\omega_{c,des}\tau_i = 50 \Longrightarrow \tau_i = 1.59$

$$\boxed{R_i(s) = \frac{1 + 0.265s}{1 + 1.59s}}$$

- Il controllore risulta quindi dato da

$$\boxed{C(s) = \frac{K_c}{s} \cdot R_i(s)}$$

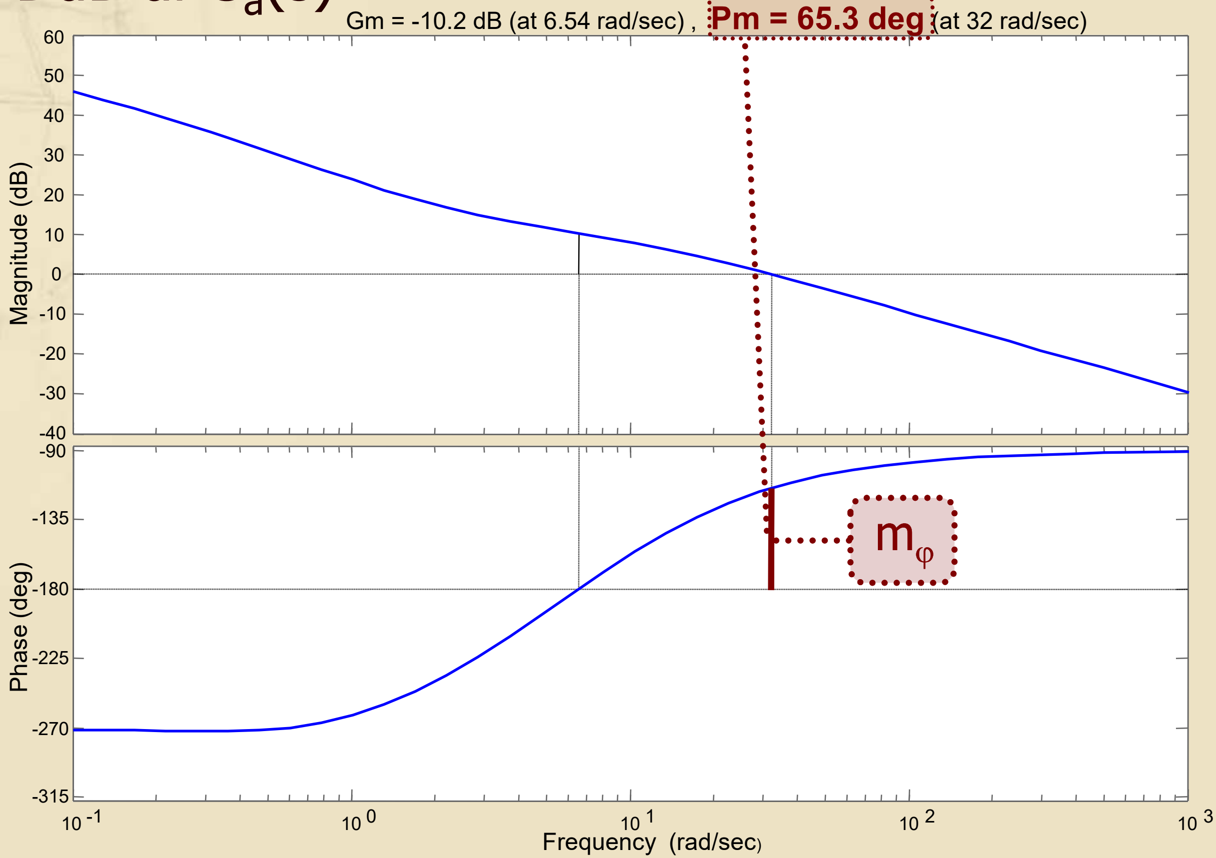
K_c pari al valore iniziale ($K_c = 10$)

- Si verifica il rispetto dei **"requisiti operativi" su $G_a(s) = C(s)F(s)$**, prima di **verificare le specifiche** sul sistema in catena chiusa **W(s)**

Progetto del controllore (4/4)

- DdB di $G_a(s)$

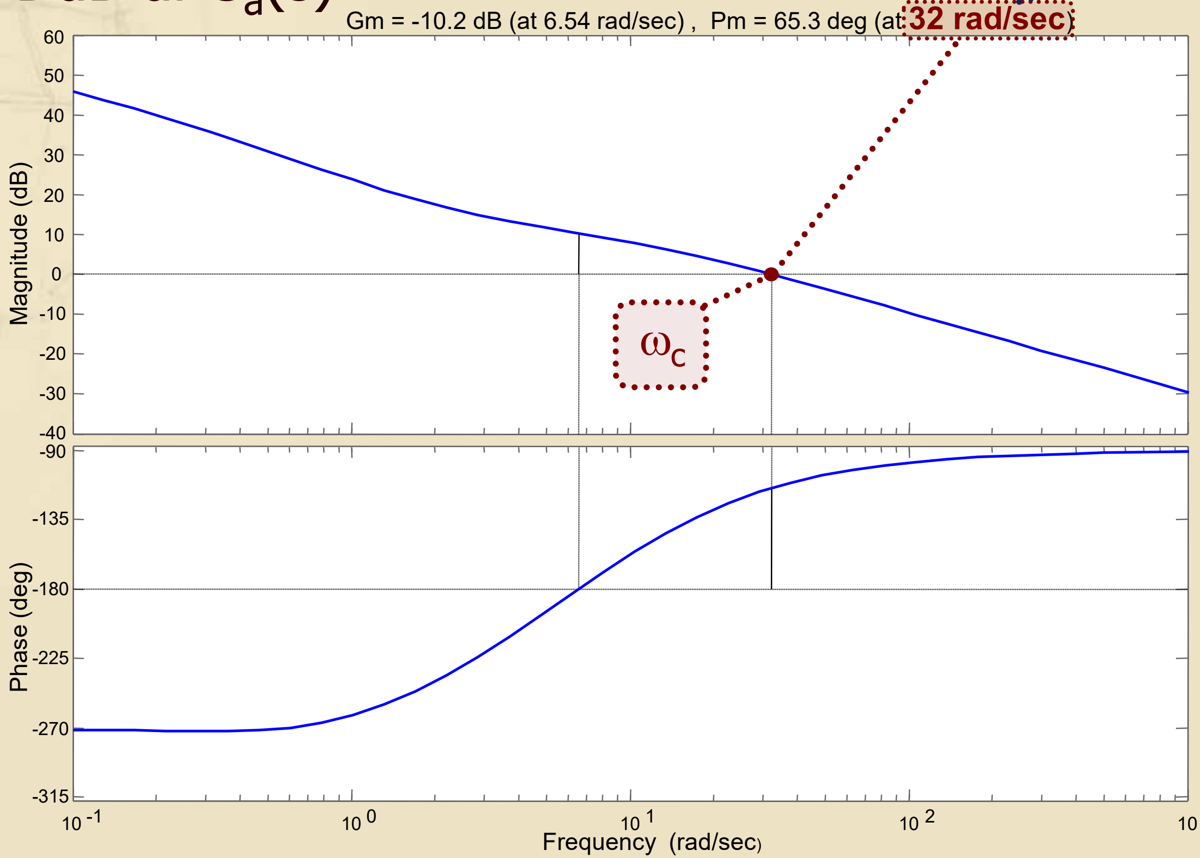
Maggiore del minimo richiesto



Progetto del controllore (4/4)

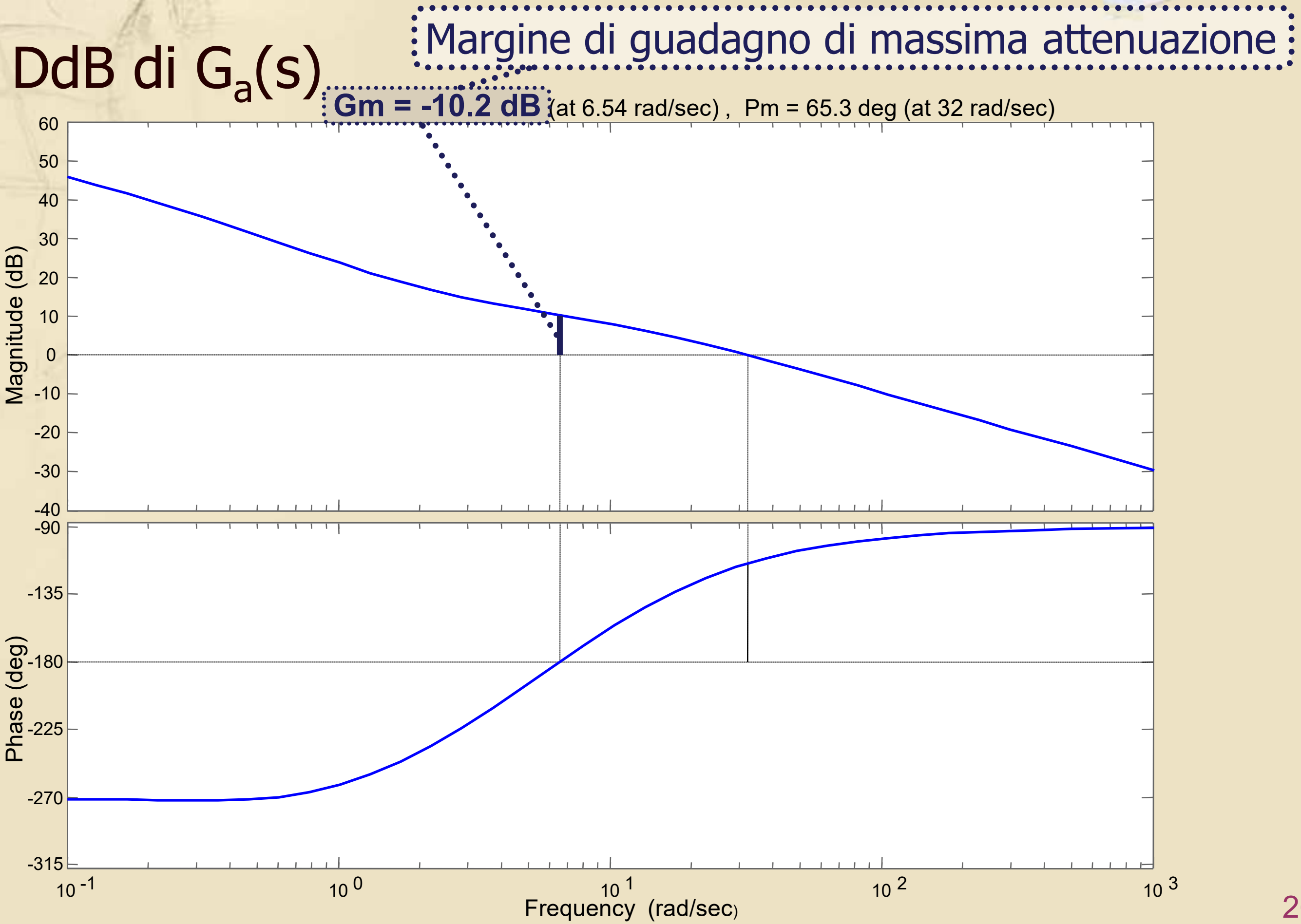
Soddisfa il requisito imposto

- DdB di $G_a(s)$



Progetto del controllore (4/4)

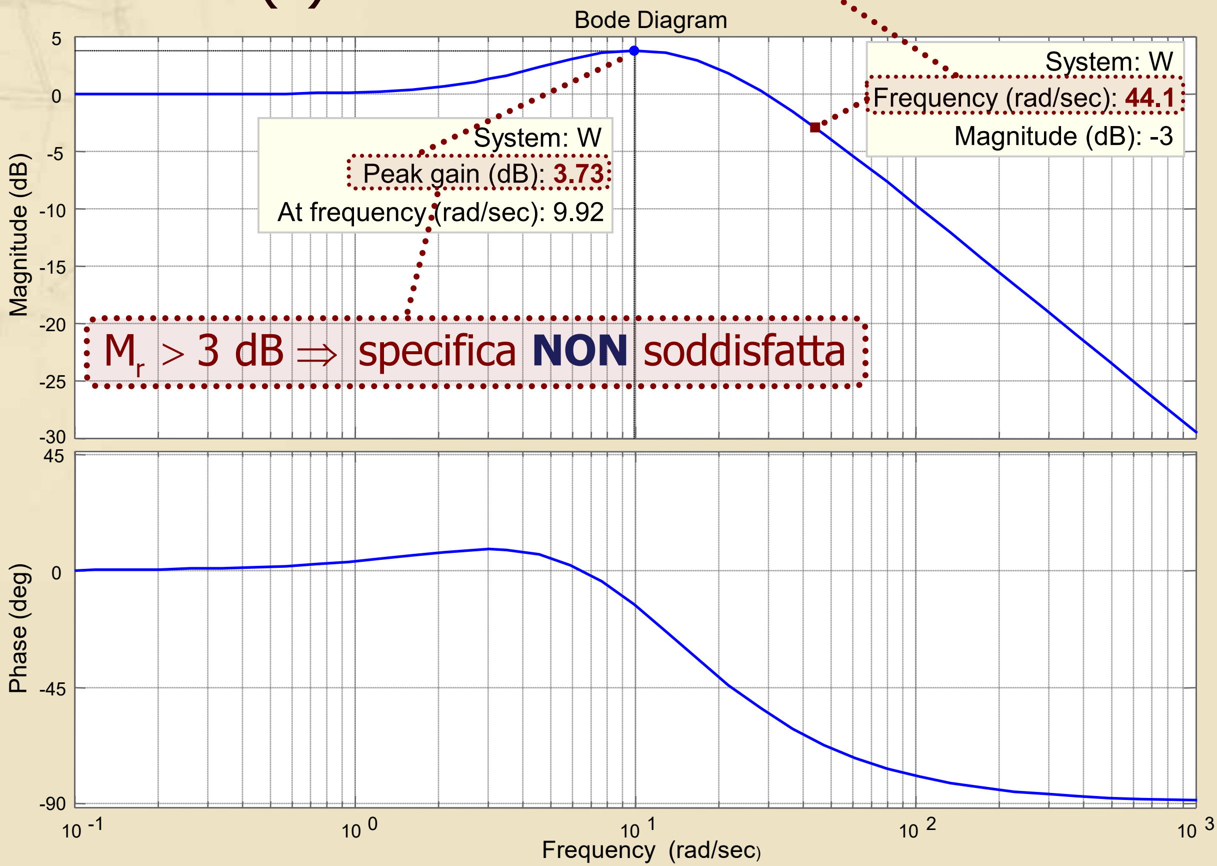
- DdB di $G_a(s)$



Verifica delle specifiche

- DdB di W(s)

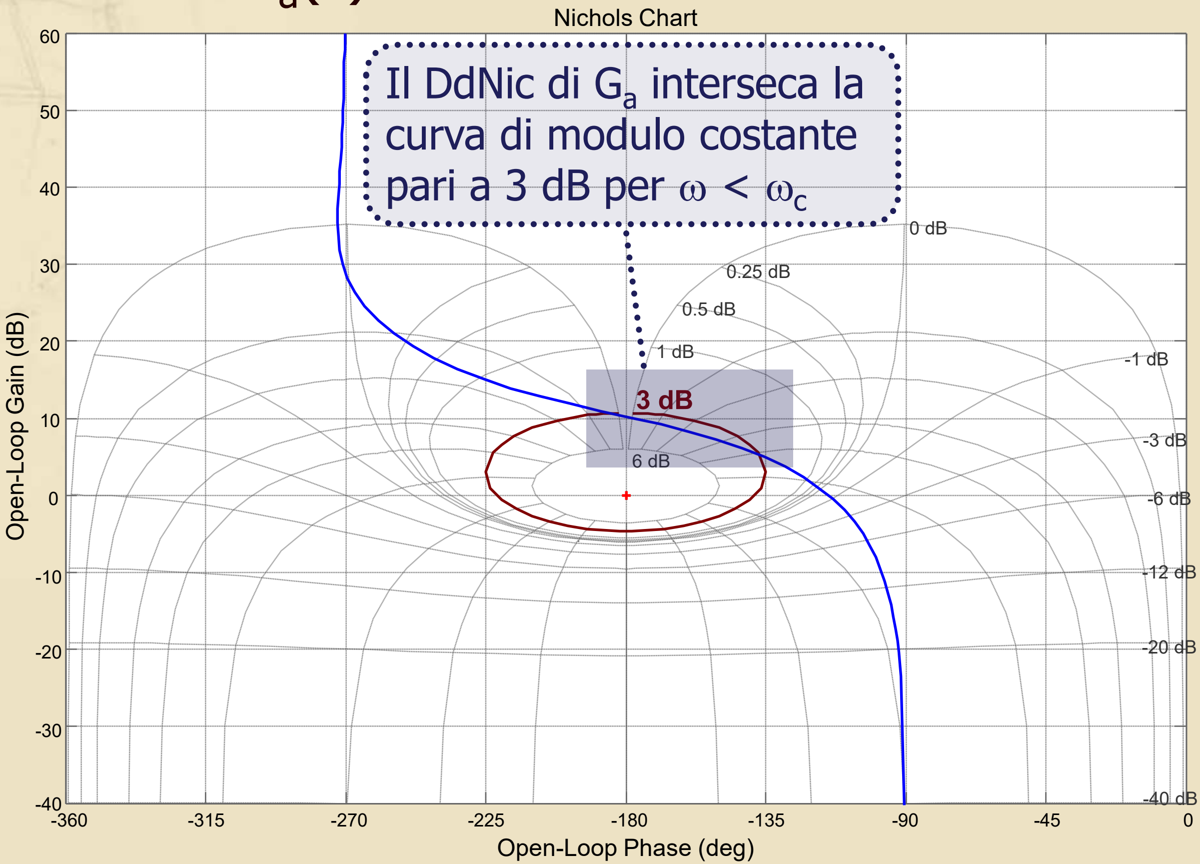
$\omega_B < 45 \text{ rad/s} \Rightarrow$ specifica **NON** soddisfatta



$M_r > 3 \text{ dB} \Rightarrow$ specifica **NON** soddisfatta

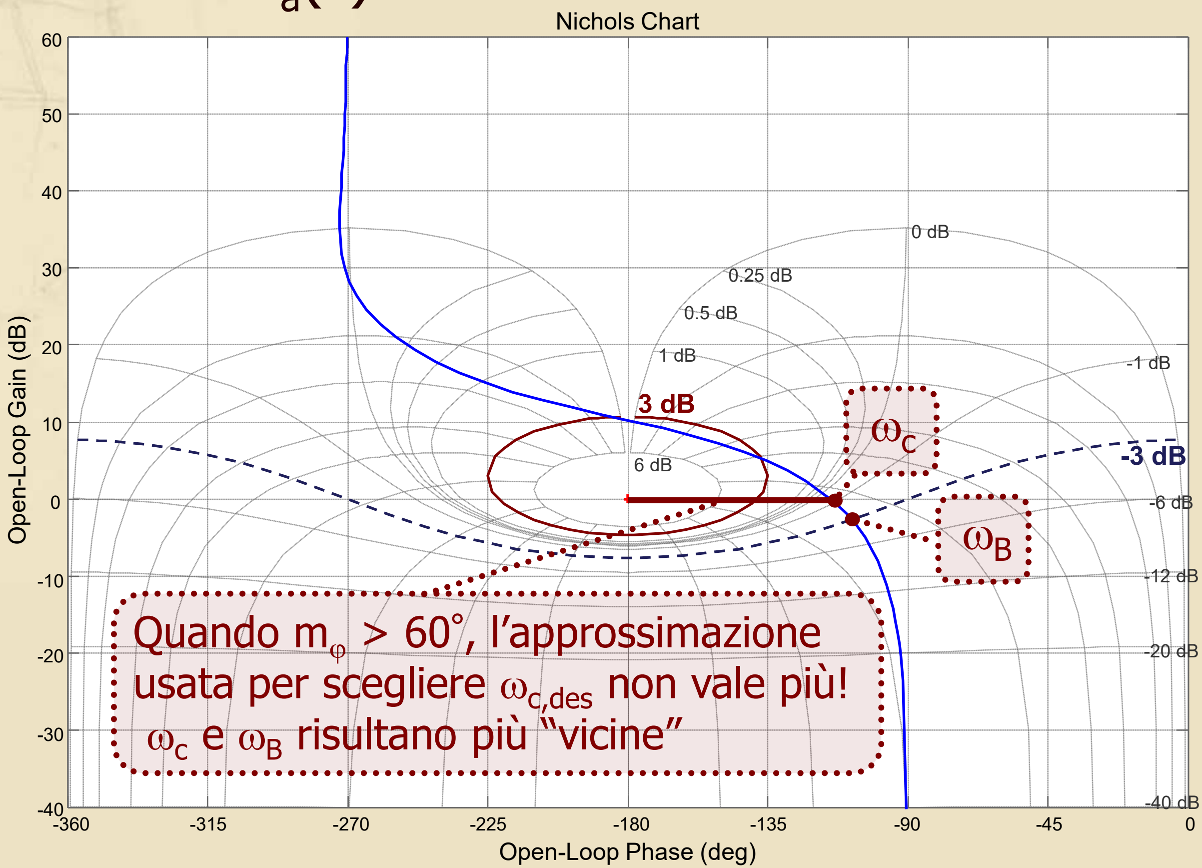
Revisione del progetto del controllore (1/6)

- DdNic di $G_a(s)$



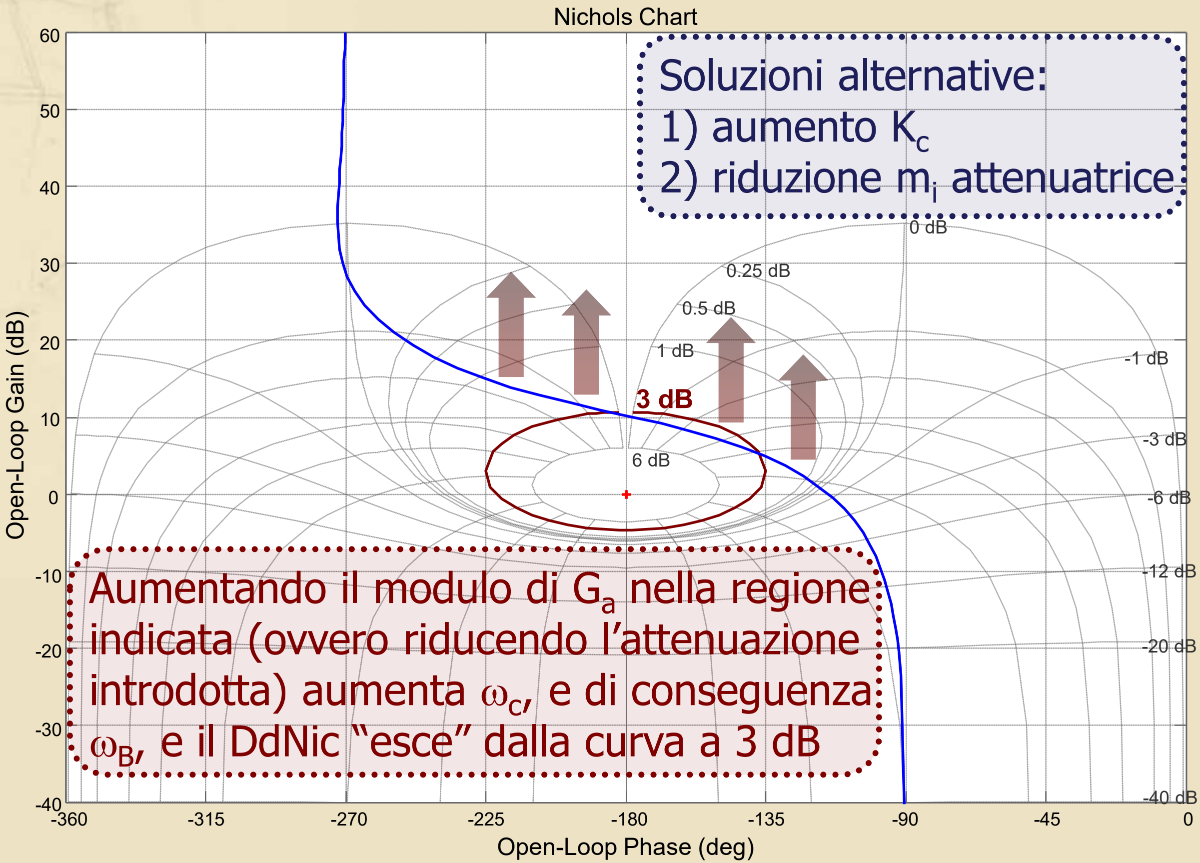
Revisione del progetto del controllore (1/6)

- DdNic di $G_a(s)$



Revisione del progetto del controllore (2/6)

- Possibile intervento risolutivo:



Soluzioni alternative:
1) aumento K_c
2) riduzione m_i attenuatrice

Aumentando il modulo di G_a nella regione indicata (ovvero riducendo l'attenuazione introdotta) aumenta ω_c, e di conseguenza ω_B, e il DdNic "esce" dalla curva a 3 dB

Revisione del progetto del controllore (3/6)

- Si sceglie di modificare la rete attenuatrice, assumendo come nuovo valore desiderato per la pulsazione di taglio $\omega_{c,des}$ = 40 rad/s
- Per portare ω_c in tale pulsazione, dal DdB di $G_{a1}(j\omega)$ risulta necessario :
  - Attenuare il modulo della fdt d'anello in tale pulsazione di 13.7 dB (essendo $|G_{a1}(j40)|$ = 13.7 dB), pari a 4.9 (unità naturali)
  - Contenere la perdita di fase entro 29° per ottenere un margine di fase di almeno 45° (essendo $\arg(G_{a1}(j40))$ = -106°)

Revisione del progetto del controllore (4/6)

- La rete attenuatrice è pertanto così ridefinita
  - $R'_i(s)$ con $m_i = 4.9$, $\omega_{c,des}\tau_i = 50 \Longrightarrow \tau_i = 1.25$

$$\boxed{R_i'(s) = \frac{1 + 0.2551s}{1 + 1.25s}}$$

Verificare la validità di tale scelta anche per la nuova rete con $m_i = 4.9$

Revisione del progetto del controllore (4/6)

- La rete attenuatrice è pertanto così ridefinita
  - $R'_i(s)$ con $m_i = 4.9$, $\omega_{c,des}\tau_i = 50 \Longrightarrow \tau_i = 1.25$

$$\boxed{R_i'(s) = \frac{1 + 0.2551s}{1 + 1.25s}}$$

- Il controllore risulta ora dato da

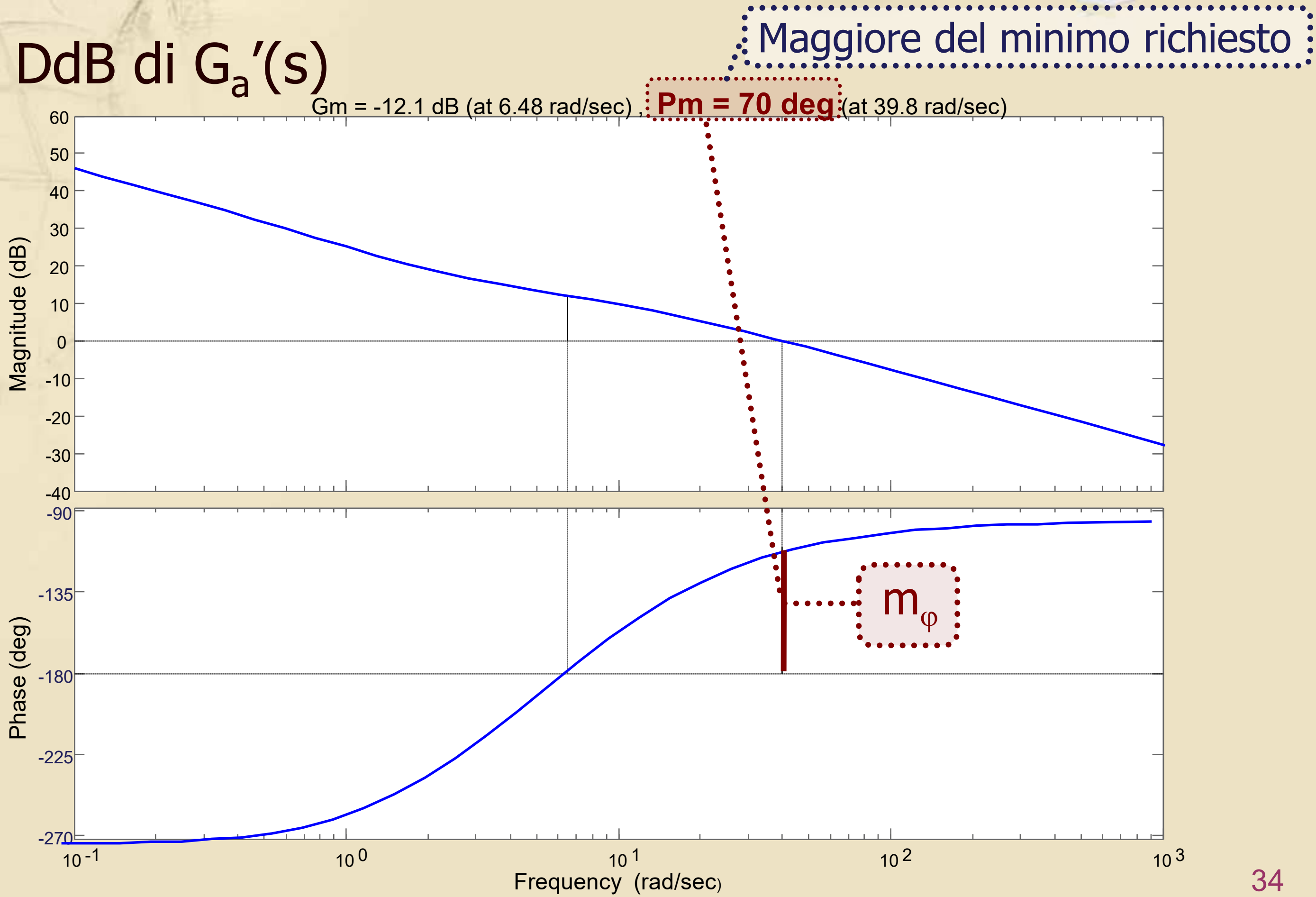
$$\boxed{C'(s) = \frac{K_c}{s} \cdot R_i'(s)}$$

K_c è rimasto pari al suo valore iniziale ($K_c = 10$)

- Si verifica il rispetto dei nuovi **"requisiti operativi" su $G_a'(s) = C'(s)F(s)$**, prima di **riverificare le specifiche sulla nuova $W'(s)$**

Revisione del progetto del controllore (5/6)

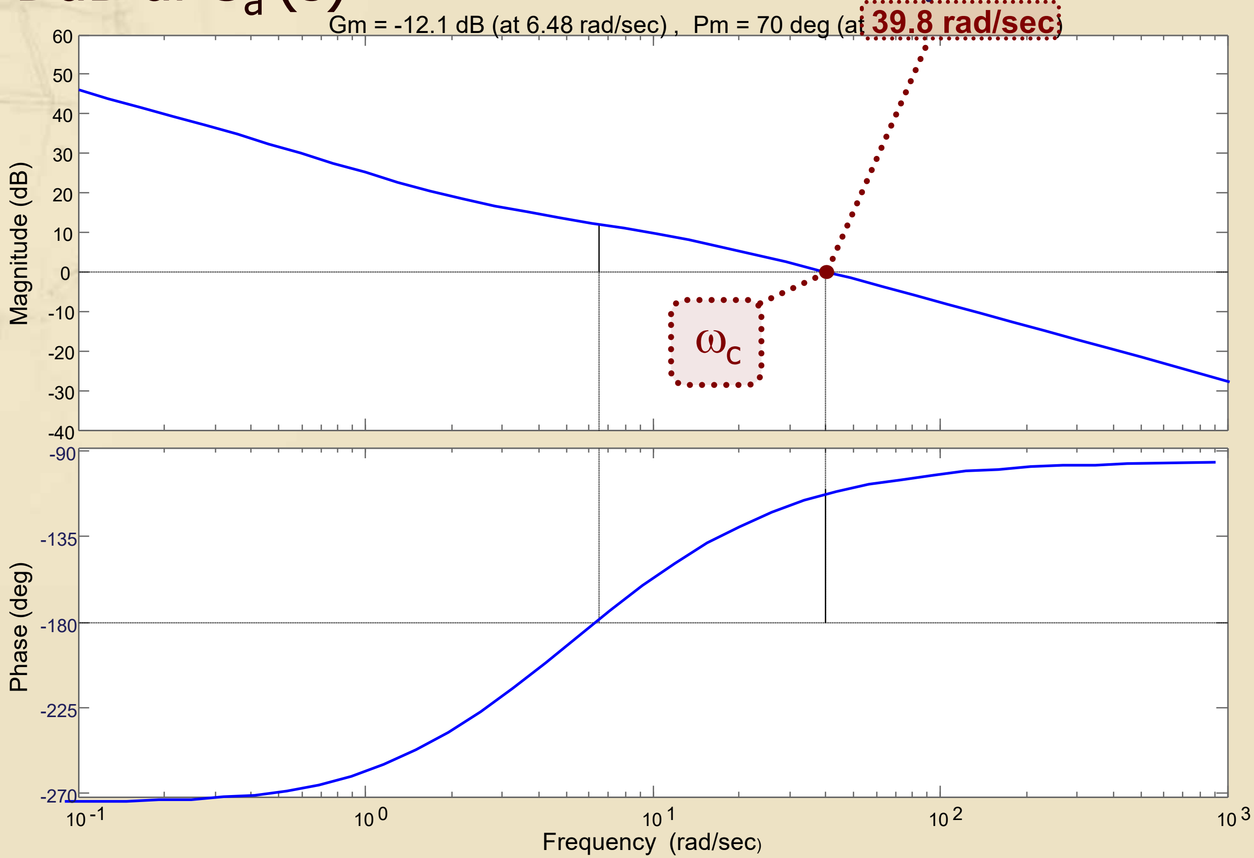
- DdB di $G_a'(s)$



Revisione del progetto del controllore (5/6)

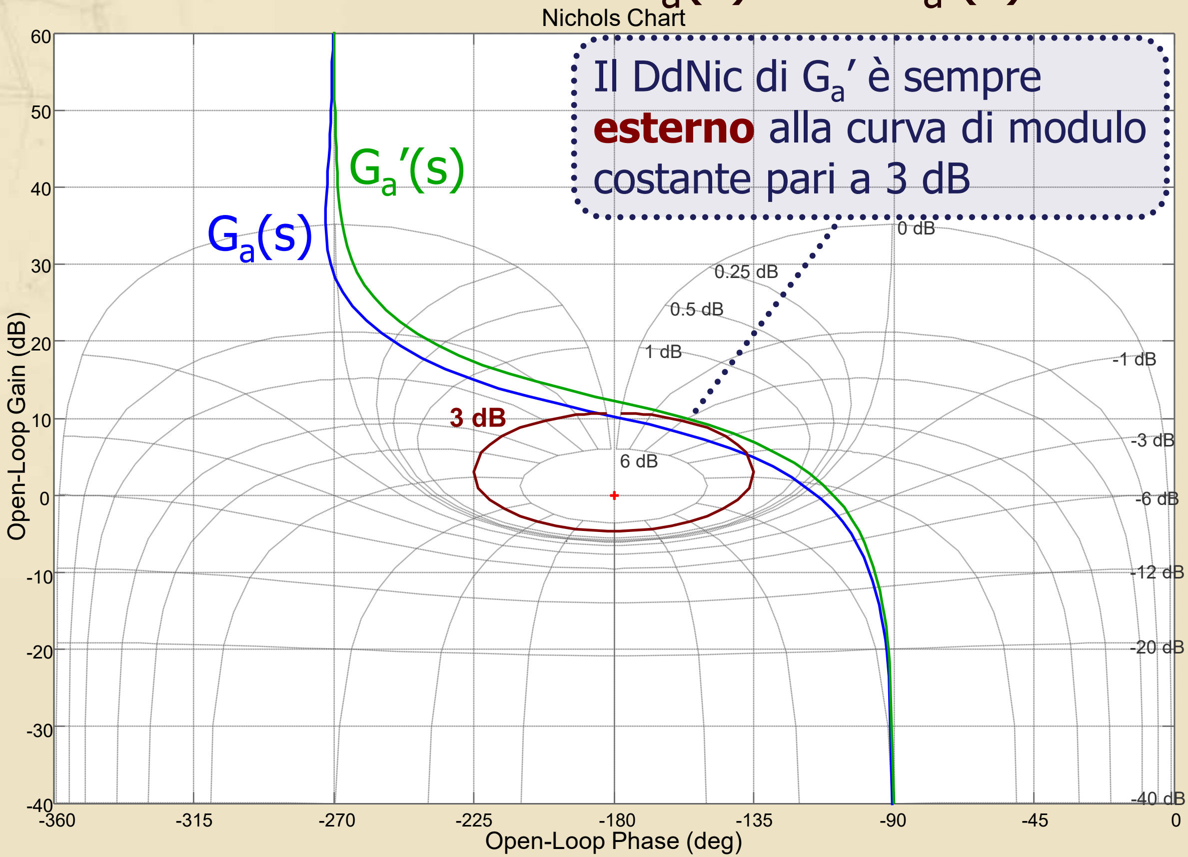
- DdB di $G_a'(s)$

Soddisfa il requisito imposto



Revisione del progetto del controllore (6/6)

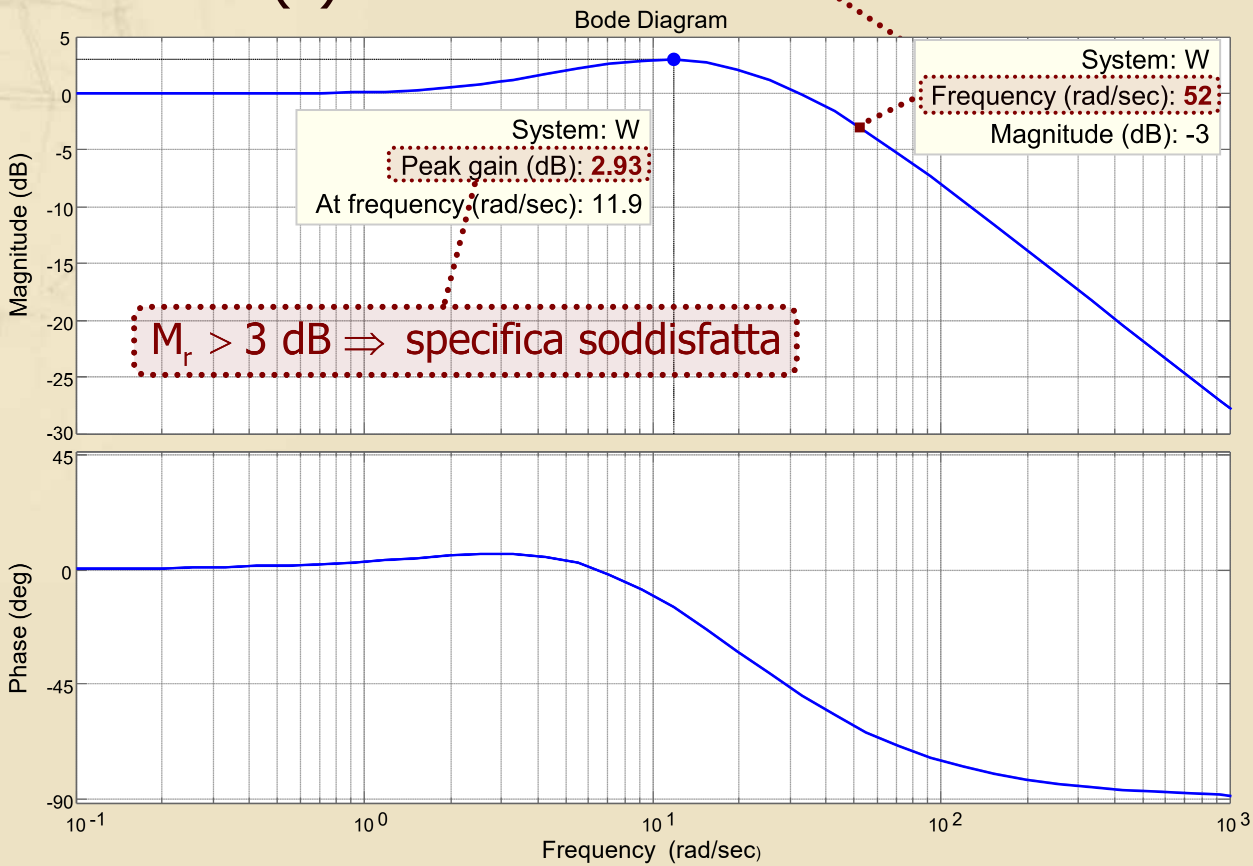
- Confronto fra i DdNic di $G_a(s)$ e di $G_a'(s)$



Nuova verifica delle specifiche

- DdB di W'(s)

$45 < \omega_B < 55 \text{ rad/s} \Rightarrow$ specifica soddisfatta



$M_r > 3 \text{ dB} \Rightarrow$ specifica soddisfatta

Osservazioni e verifiche finali (1/4)

- Il controllore risultante

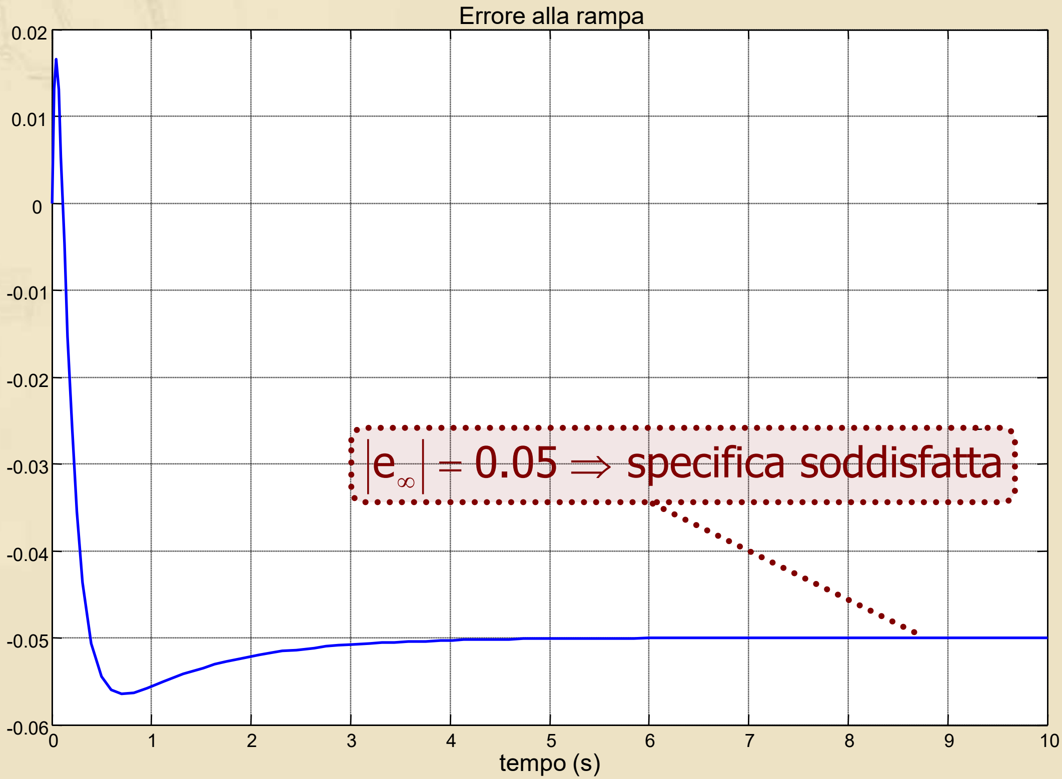
$$\boxed{C(s) = C'(s) = \frac{10 \cdot (1 + 0.2551s)}{s \cdot (1 + 1.25s)}}$$

soddisfa sicuramente anche tutte le specifiche statiche, con in particolare:

- $\left|e_{r,\infty}\right| = 0.05$ (max consentito) per r(t) = t, essendo K_c pari proprio al minimo richiesto da tale specifica
- $\left|y_{du,\infty}\right| = 0$ (< 0.01), avendo introdotto un polo in s = 0
- $\left|y_{dy,\infty}\right| = 0.005$ (< 0.01), essendo K_c il doppio del minimo richiesto da tale specifica

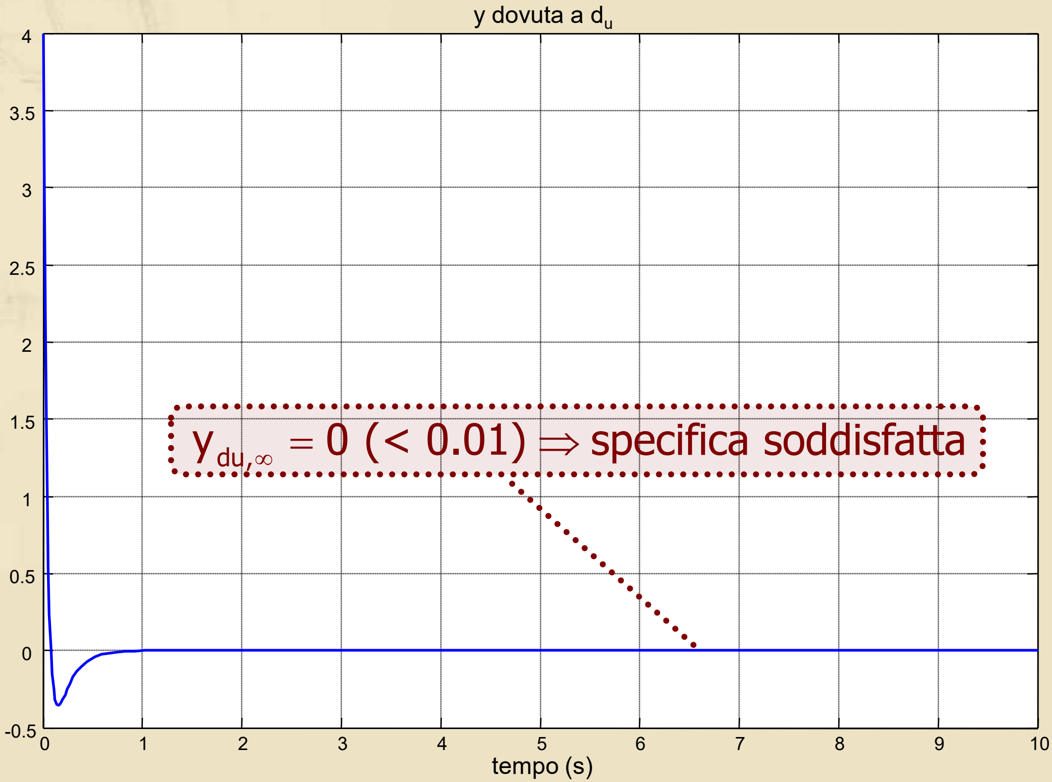
Osservazioni e verifiche finali (2/4)

- Verifica della specifica sull'errore alla rampa:



Osservazioni e verifiche finali (3/4)

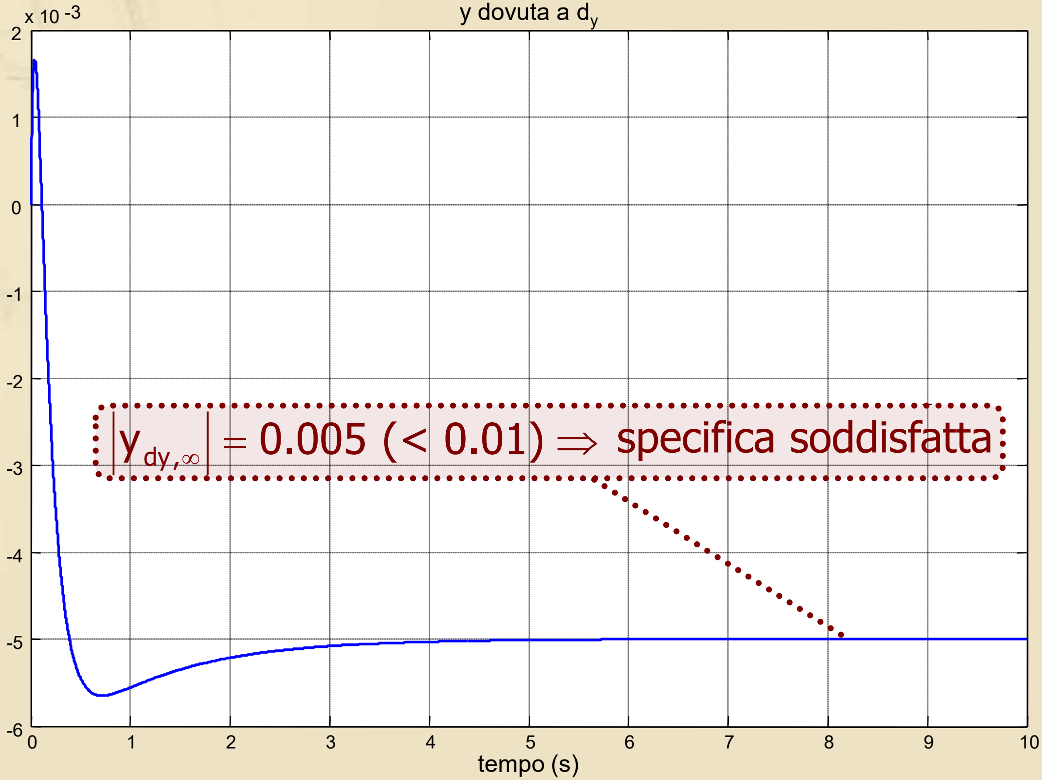
- Verifica della specifica su y dovuta a $d_u(t) = 0.2$:

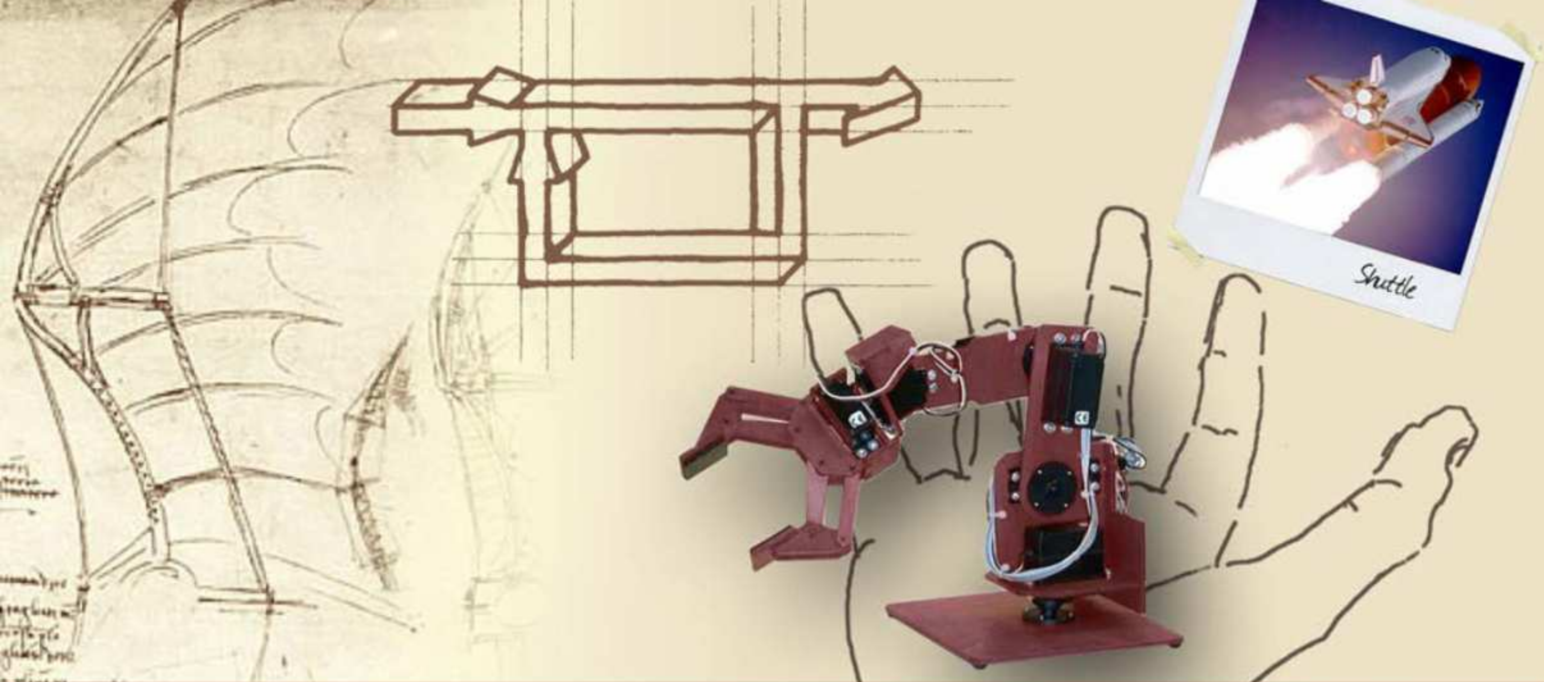


$y_{du,\infty} = 0\ (< 0.01) \Rightarrow$ specifica soddisfatta

Osservazioni e verifiche finali (4/4)

- Verifica della specifica su y dovuta a $d_y(t)$ a 0.1t:





Esempio completo di progetto di un controllore

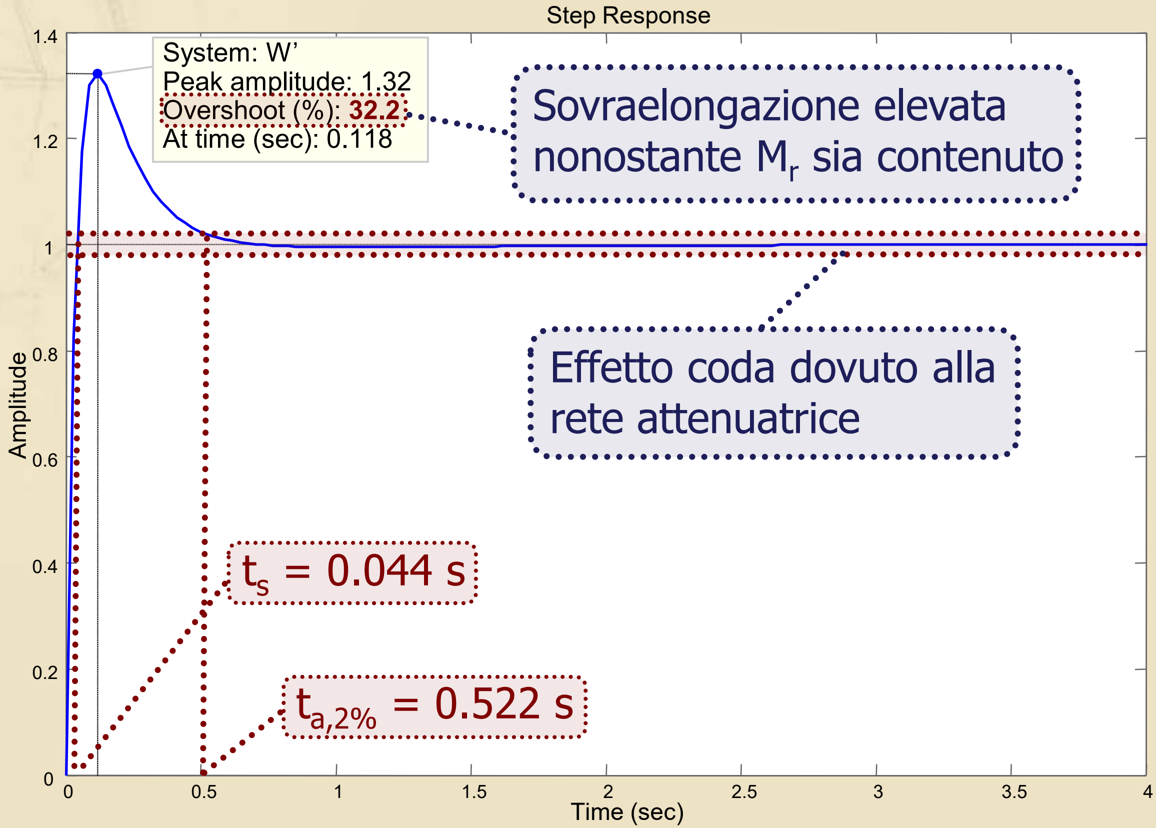
Valutazione delle prestazioni del controllore

Prestazioni del controllore

- Per valutare le prestazioni del controllore, possono essere oggetto di interesse
  - I parametri caratterizzanti la **risposta del sistema nel tempo** ad un riferimento canonico quale il **gradino** unitario
  - La capacità di inseguire **segnali di riferimento sinusoidali** nonché di reiettare **disturbi sinusoidali**
  - Un'**attività sul comando** non eccessiva (a fronte di un riferimento critico quale il gradino e/o a causa della presenza di disturbi)

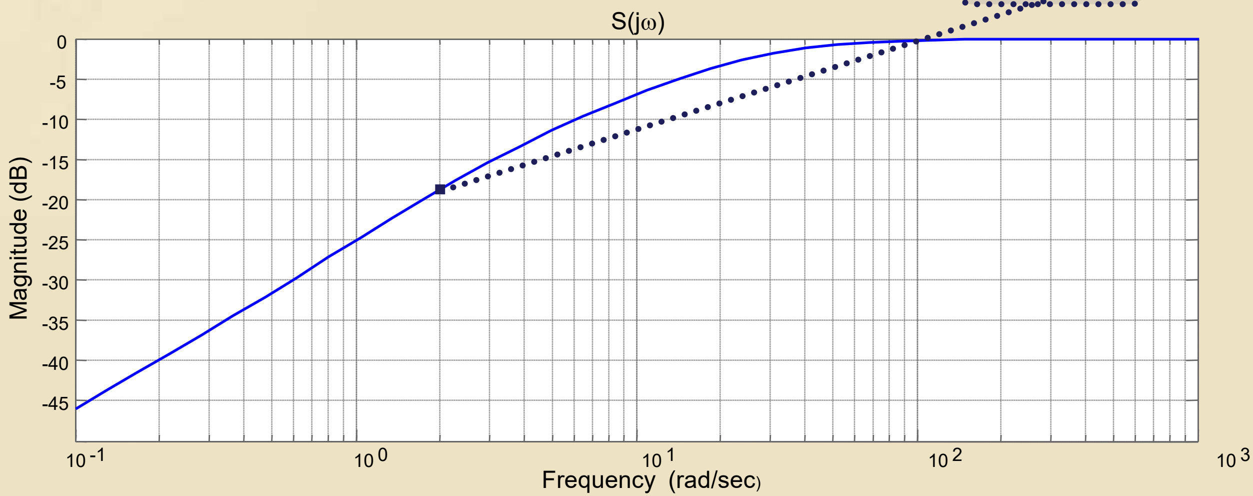
Risposta nel tempo

- Risposta al gradino di W'(s)



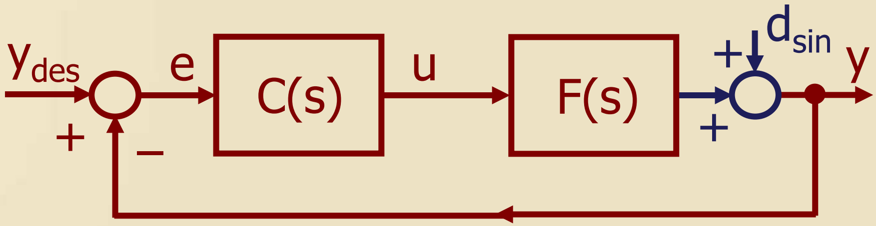
Inseguimento di segnali sinusoidali

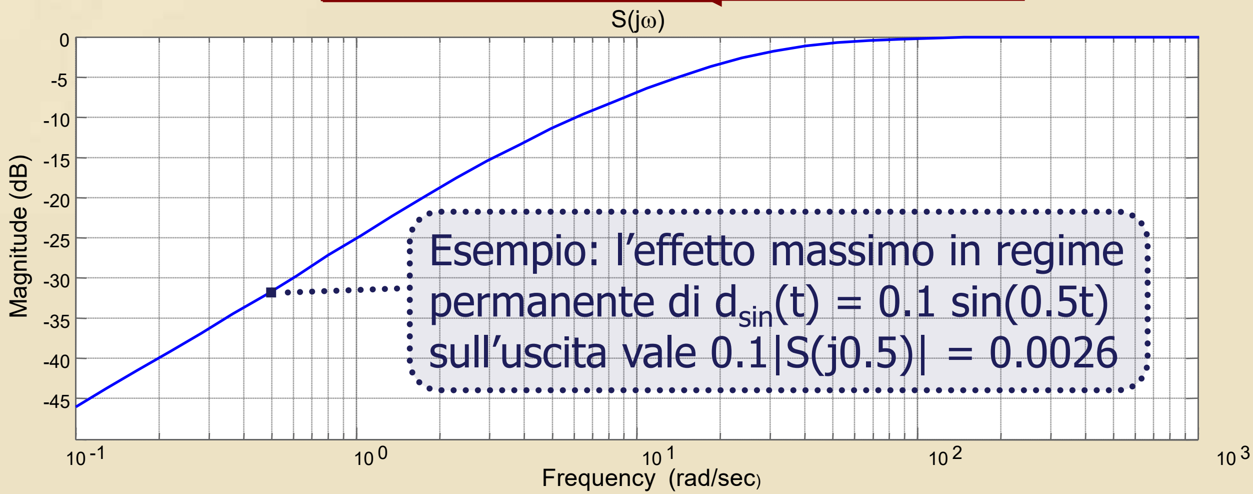
- La banda passante ω_B del sistema controllato è pari a 52 rad/s (come da specifica) $\Rightarrow$ Il sistema è in grado di inseguire segnali sinusoidali avente pulsazione significativamente minore di ω_B
  - Esempio: per $r(t) = \sin(2t)$, l'errore massimo in regime permanente vale $|K_r S(j2)| = \boxed{0.1159}$



Reiezione di disturbi sinusoidali (1/2)

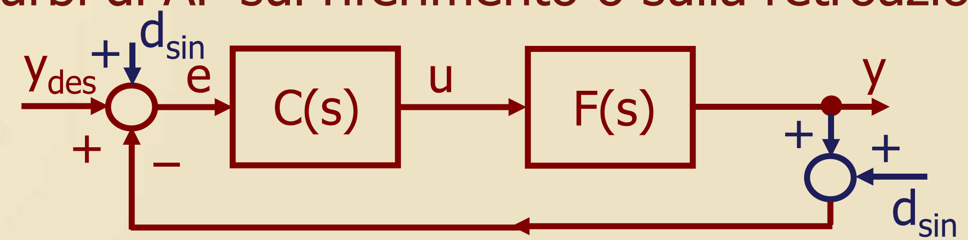
- Il sistema controllato è in grado di reiettare in maniera soddisfacente:
  - Disturbi di BF sull'uscita

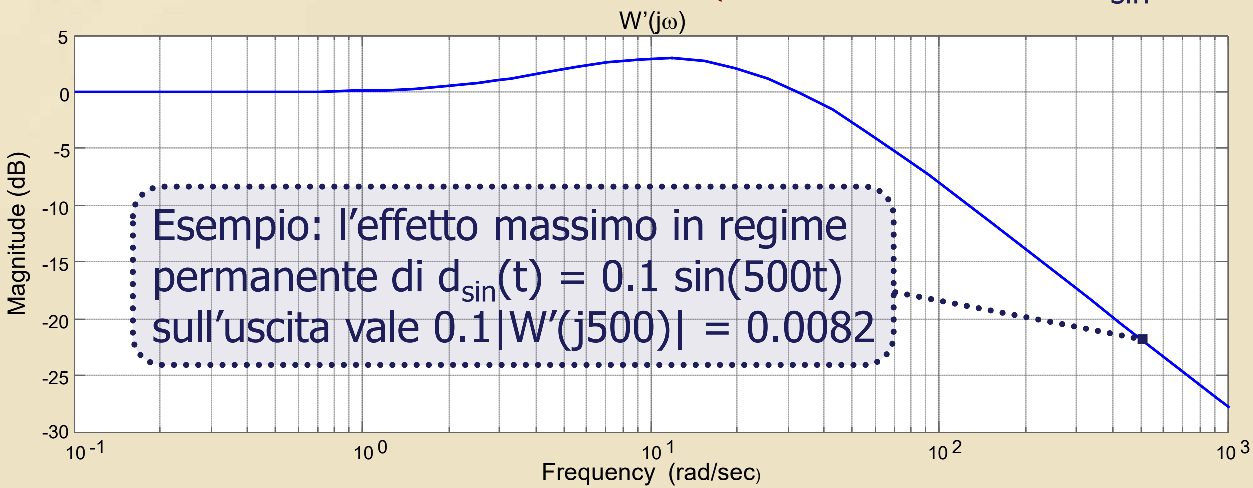




Reiezione di disturbi sinusoidali (2/2)

- Il sistema controllato è in grado di reiettare in maniera soddisfacente:
  - Disturbi di AF sul riferimento o sulla retroazione



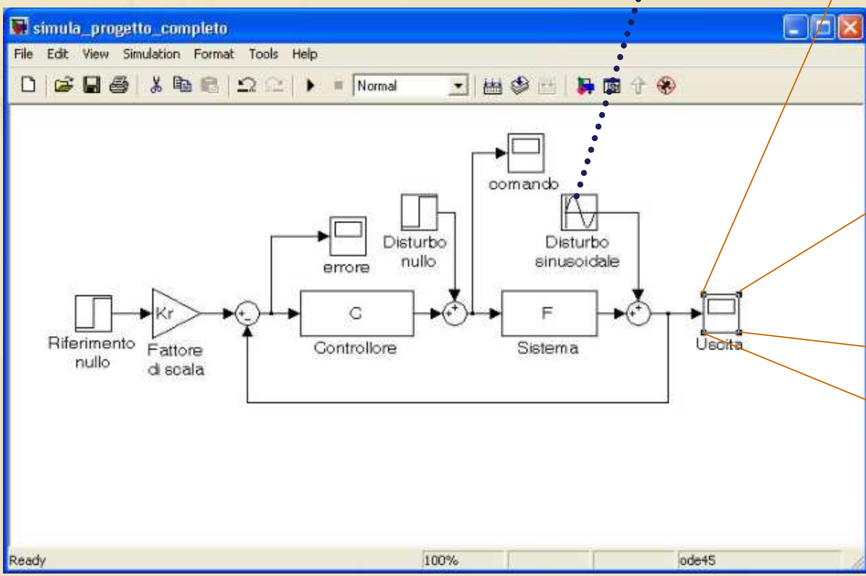


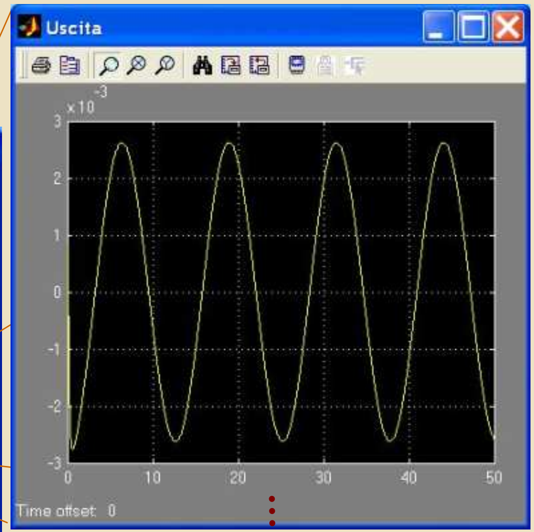
Verifiche in simulazione (1/2)

- I risultati determinati per via analitica in merito alla capacità del sistema controllato di inseguire segnali sinusoidali e di reiettare disturbi possono essere verificati in **simulazione**, utilizzando Simulink

Verifiche in simulazione (2/2)

- Esempio: verifica dell'effetto in regime permanente di $d_{sin}(t) = 0.1 \sin(0.5t)$ posto sull'uscita





$$\left| y_{d,\infty} \right| \leq 2.6 \cdot 10^{-3}$$

Attività sul comando

- Il file Simulink considerato può essere utilizzato anche per valutare l'**attività sul comando** nei casi di interesse, ad esempio per $r(t) = \varepsilon(t)$