

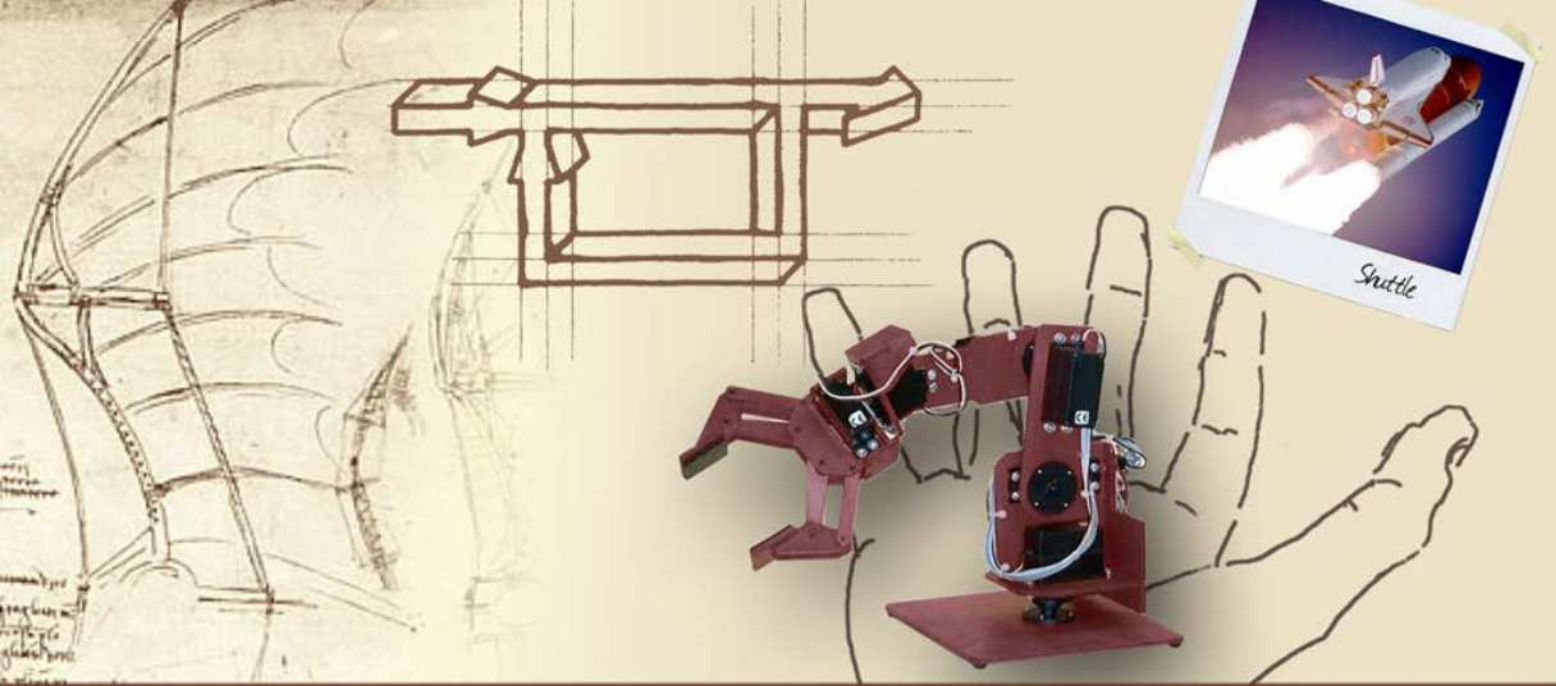
Introduzione e strumenti

Schemi a blocchi



Schemi a blocchi

- Convenzioni generali ed elementi di base
- Dall'equazione alla rappresentazione grafica
- L'algebra dei blocchi
- Calcolo di funzioni di trasferimento di schemi interconnessi



Schemi a blocchi

**Convenzioni generali ed
elementi di base**

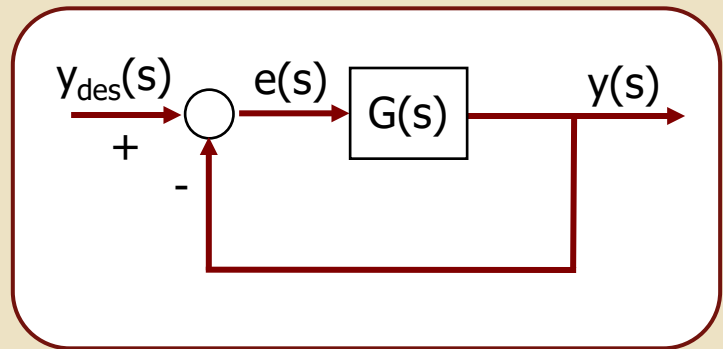


Convenzioni generali

- Gli **schemi a blocchi** costituiscono un semplice ed efficace metodo di rappresentazione grafica del modello di un sistema dinamico
- Si costruiscono dalle equazioni del corrispondente modello matematico, formulato introducendo opportune variabili di ingresso, di uscita ed interne, ed espresso nel dominio del tempo oppure in quello della variabile complessa s
- I quattro **elementi base** costitutivi degli schemi a blocchi sono: i **rami**, i **blocchi**, i **punti di derivazione** ed i **sommatori**

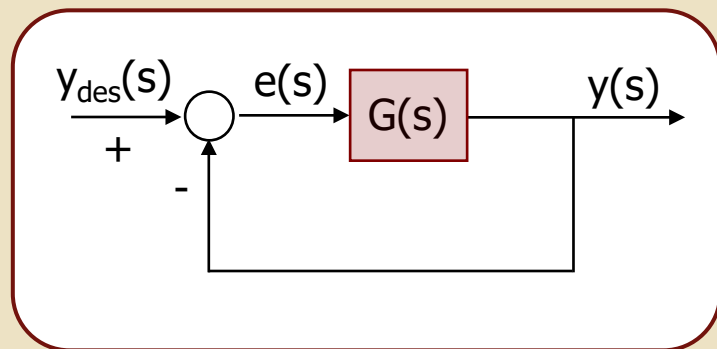
Elementi base: rami e blocchi

- Ai **rami**, rappresentati da archi orientati, sono associate le variabili di ingresso, di uscita ed interne



Elementi base: rami e blocchi

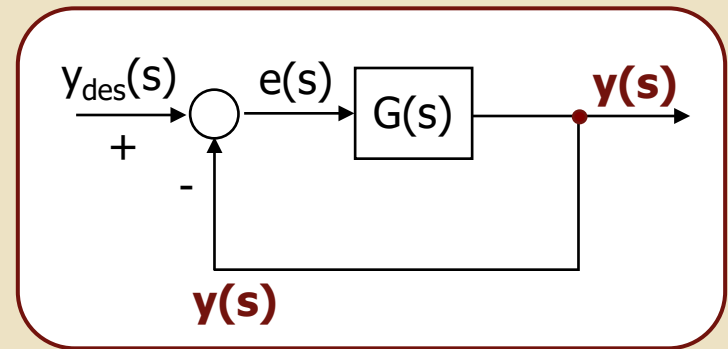
- Ai **rami**, rappresentati da archi orientati, sono associate le variabili di ingresso, di uscita ed interne
- A ciascun **blocco** è associata la funzione di trasferimento (fdt) fra la variabile entrante e quella uscente dal blocco stesso



$$y(s) = G(s)e(s)$$

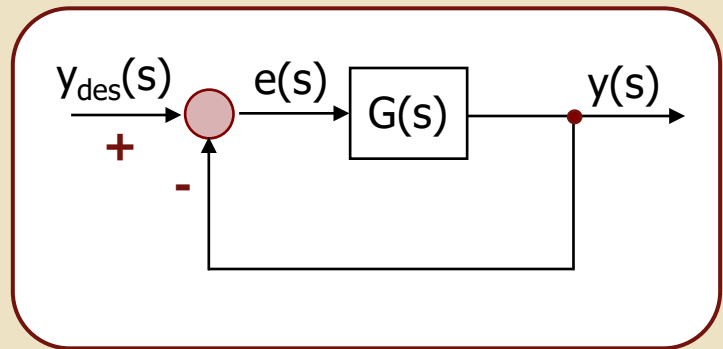
Elementi base: punti di derivazione

- Un **punto di derivazione** permette di trasferire una medesima variabile su diversi rami di uscita, senza apportare modifiche



Elementi base: sommatori

- La variabile associata al ramo di uscita di un **sommatore** (o **nodo di somma**) è data dalla somma algebrica delle variabili associate ai rami entranti



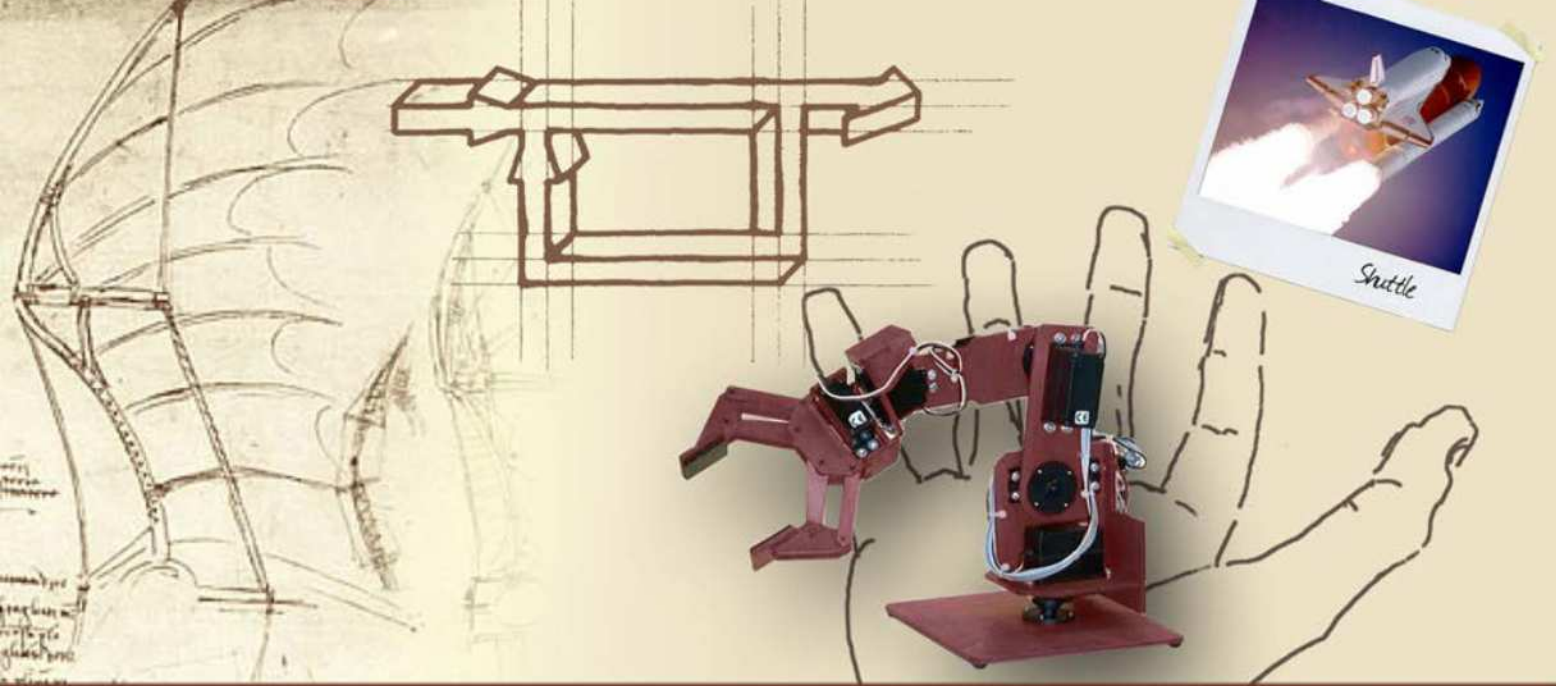
$$e(s) = y_{des}(s) - y(s)$$



Estensione ai sistemi MIMO

- Gli schemi a blocchi possono essere utilizzati anche per rappresentare **sistemi multivariabili (MIMO)**
- Nel caso di sistemi MIMO ad ogni ramo è associata la corrispondente **variabile vettoriale** e ad ogni blocco la **matrice di trasferimento** fra il vettore di ingresso e quello di uscita

In questa trattazione si farà riferimento solo a sistemi ad un ingresso ed un'uscita (SISO)



Schemi a blocchi

**Dall'equazione alla
rappresentazione grafica**



Dall'equazione allo schema a blocchi

- È possibile associare alle equazioni del modello di un sistema dinamico il corrispondente schema a blocchi, realizzando le operazioni richieste per mezzo degli elementi base introdotti e mantenendo inalterate le relazioni esistenti fra le variabili di ingresso, di uscita ed interne

Esempio: il motore in c.c. (1/2)

- Il modello dinamico di un motore in corrente continua comandato in tensione d'armatura può essere approssimato nel dominio della variabile complessa s dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} V_a(s) - K_m \Omega(s) &= (sL + R_a)I_a(s) \\ K_m I_a(s) &= (sJ + \beta)\Omega(s) \end{aligned}$$

Coppia motrice

Tensione f.c.e.m.

V_a, I_a = tensione, corrente di armatura

K_m = costante del motore

Ω = velocità angolare dell'albero motore

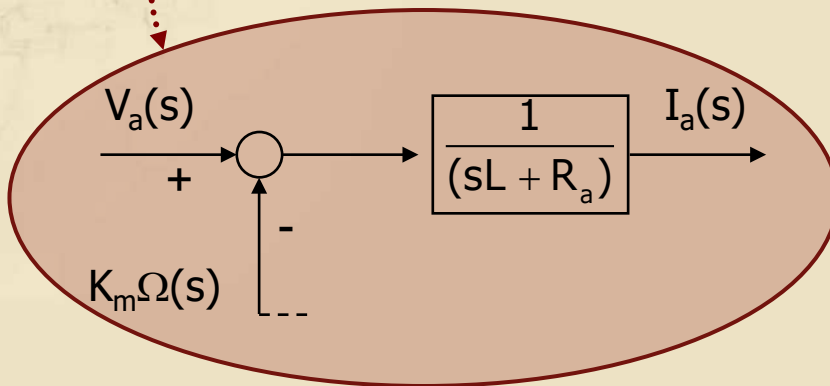
J, β = momento di inerzia e coefficiente di attrito viscoso

Esempio: il motore in c.c. (2/2)

- Dalle equazioni è possibile ricavare lo schema a blocchi equivalente:

$$V_a(s) - K_m \Omega(s) = (sL + R_a) I_a(s)$$

$$K_m I_a(s) = (sJ + \beta) \Omega(s)$$

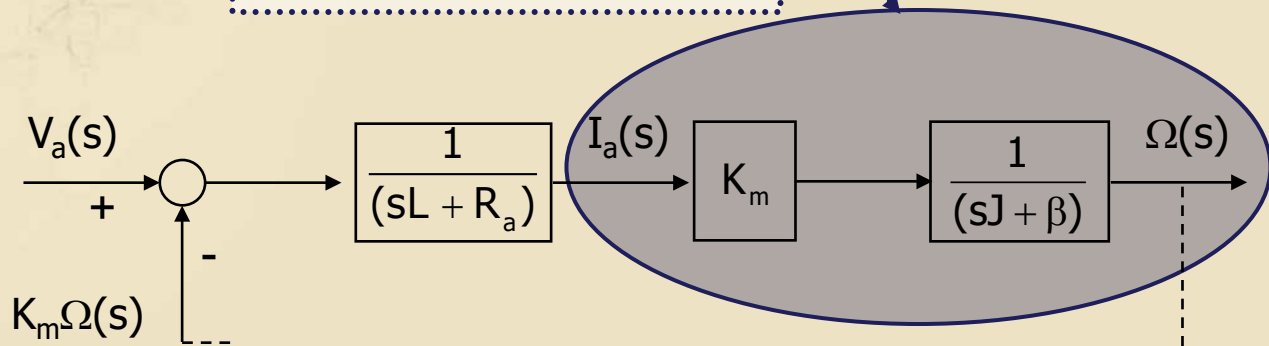


Esempio: il motore in c.c. (2/2)

- Dalle equazioni è possibile ricavare lo schema a blocchi equivalente:

$$V_a(s) - K_m \Omega(s) = (sL + R_a) I_a(s)$$

$$K_m I_a(s) = (sJ + \beta) \Omega(s)$$

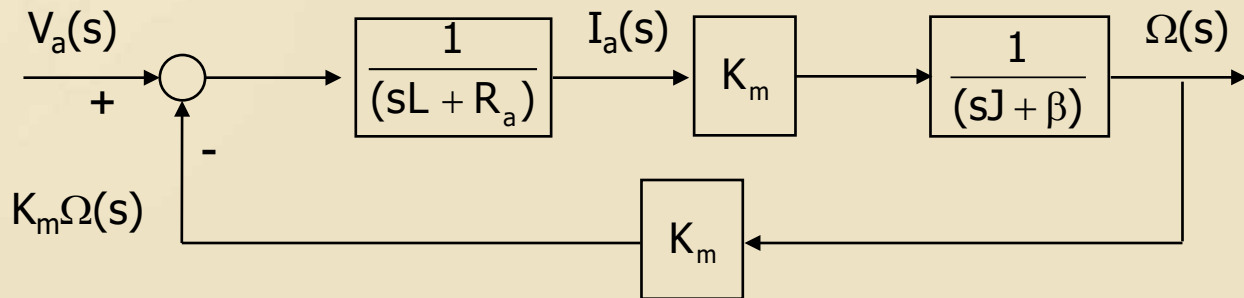


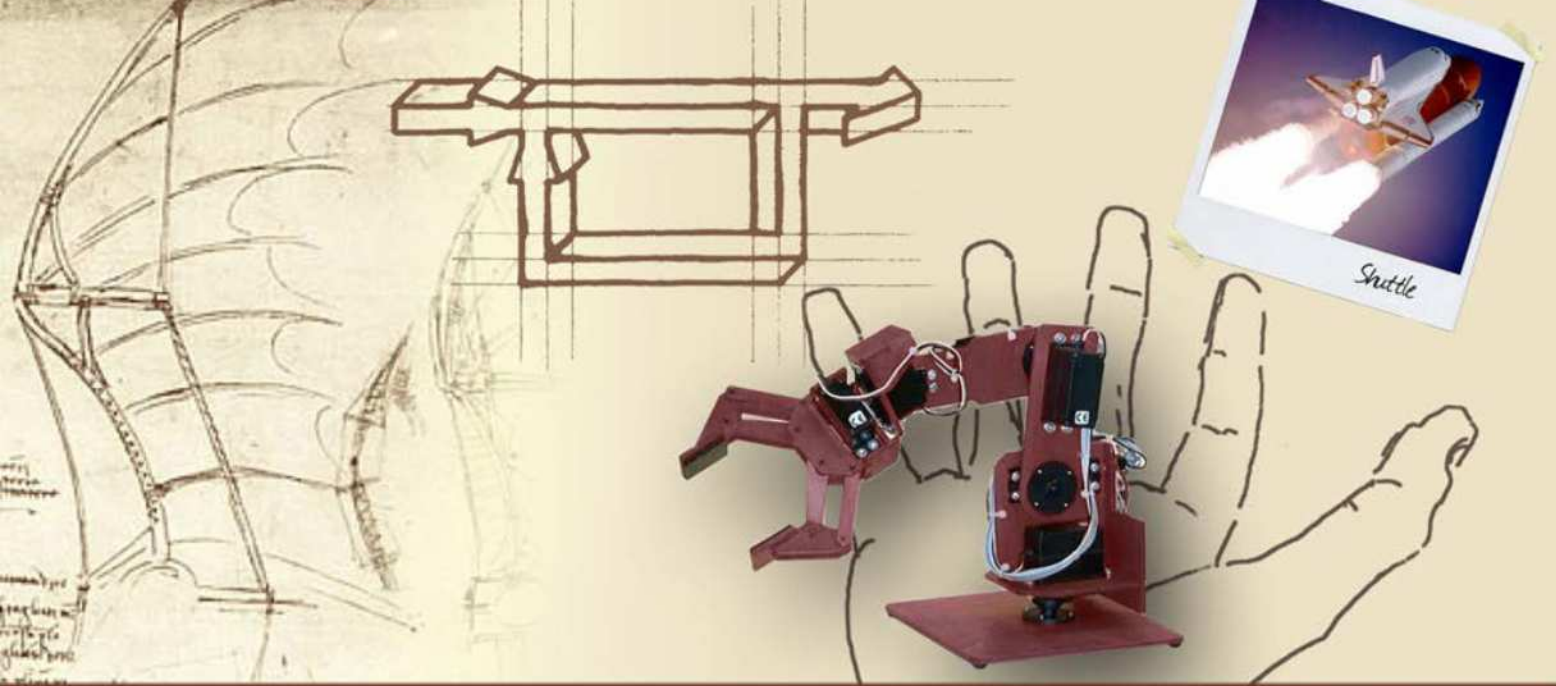
Esempio: il motore in c.c. (2/2)

- Dalle equazioni è possibile ricavare lo schema a blocchi equivalente:

$$V_a(s) - K_m \Omega(s) = (sL + R_a) I_a(s)$$

$$K_m I_a(s) = (sJ + \beta) \Omega(s)$$





Schemi a blocchi

L'algebra dei blocchi



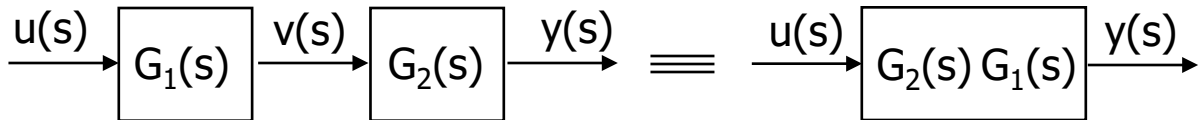
Elaborazione di schemi interconnessi

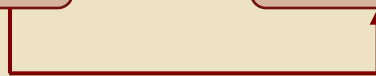
- Esistono regole di **algebra dei blocchi** che permettono di ridurre schemi complessi a strutture più semplici
 - Tale riduzione permette di calcolare agevolmente la funzione di trasferimento fra la variabile assunta come ingresso del sistema e quella d'interesse considerata come uscita
- Le regole, trasformazioni ed equivalenze dell'algebra dei blocchi di seguito illustrate possono essere applicate singolarmente o combinate fra loro



Cascata di blocchi

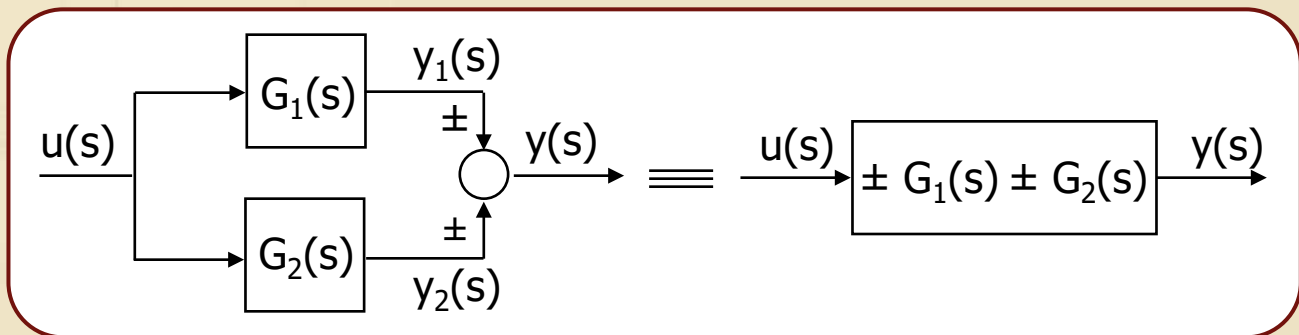
- La funzione di trasferimento di due (o più) **blocchi in cascata** è data dal prodotto delle funzioni di trasferimento dei blocchi



$$y(s) = G_2(s) \boxed{v(s)} = G_2(s) \boxed{G_1(s) u(s)}$$


Parallelo di blocchi

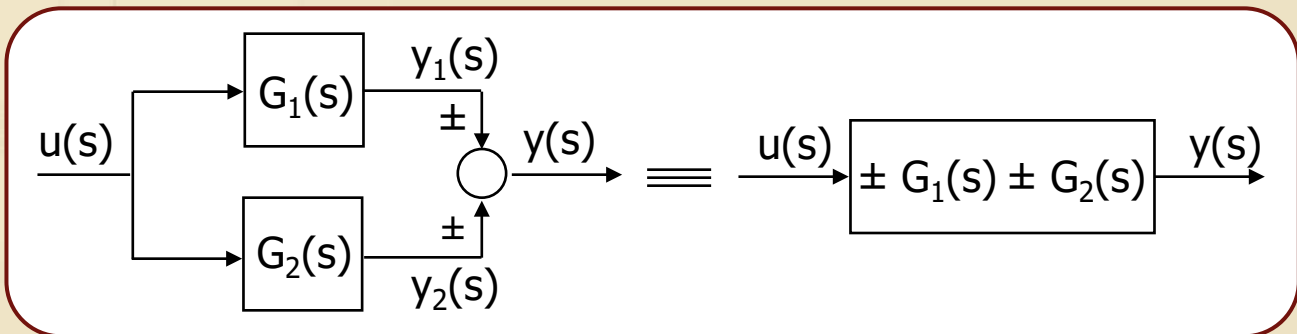
- La funzione di trasferimento di due (o più) **blocchi in parallelo** è data dalla somma delle funzioni di trasferimento dei blocchi



$$y(s) = \pm y_1(s) \pm y_2(s) = \pm G_1(s) u(s) \pm G_2(s) u(s)$$

Parallelo di blocchi

- La funzione di trasferimento di due (o più) **blocchi in parallelo** è data dalla somma delle funzioni di trasferimento dei blocchi



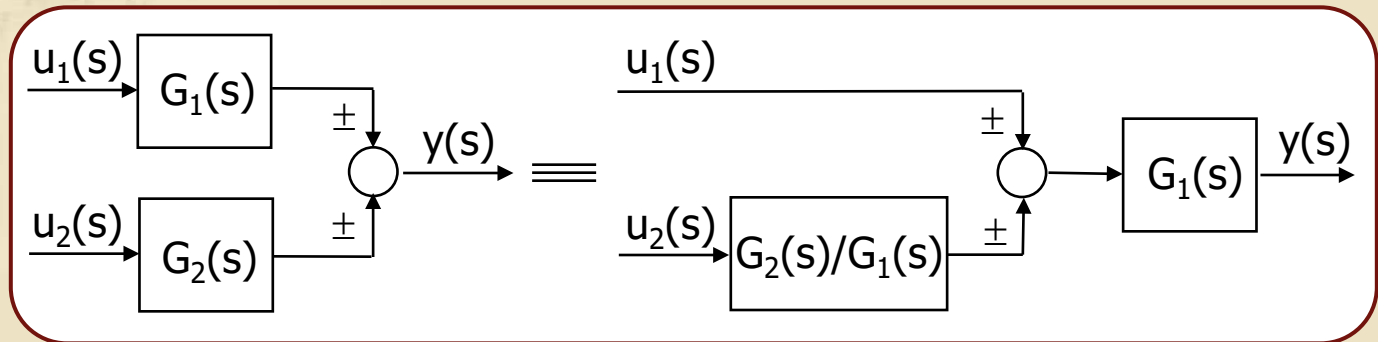
$$\begin{aligned} y(s) &= \pm y_1(s) \pm y_2(s) = \pm G_1(s) u(s) \pm G_2(s) u(s) \\ &= [\pm G_1(s) \pm G_2(s)] u(s) \end{aligned}$$

Spostamento rispetto ad un sommatore

- È possibile **spostare un blocco rispetto ad un nodo di somma**

Da monte a valle ➡

Si **dividono** tutti i rami entranti nel sommatore per la fdt del blocco da spostare



$$y(s) = \pm G_1(s) u_1(s) \pm G_2(s) u_2(s)$$

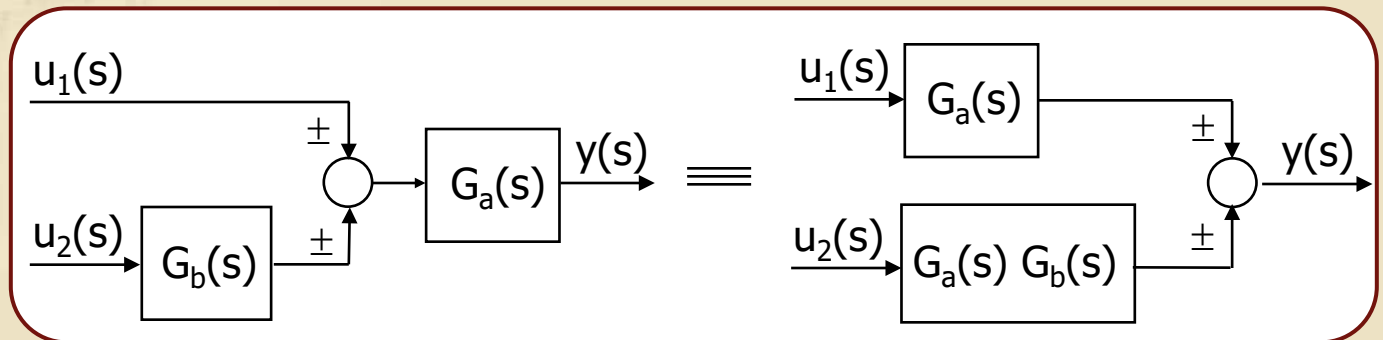
Spostamento rispetto ad un sommatore

- È possibile **spostare un blocco rispetto ad un nodo di somma**

Da valle a monte



Si **moltiplicano** tutti i rami entranti nel sommatore per la fdt del blocco da spostare



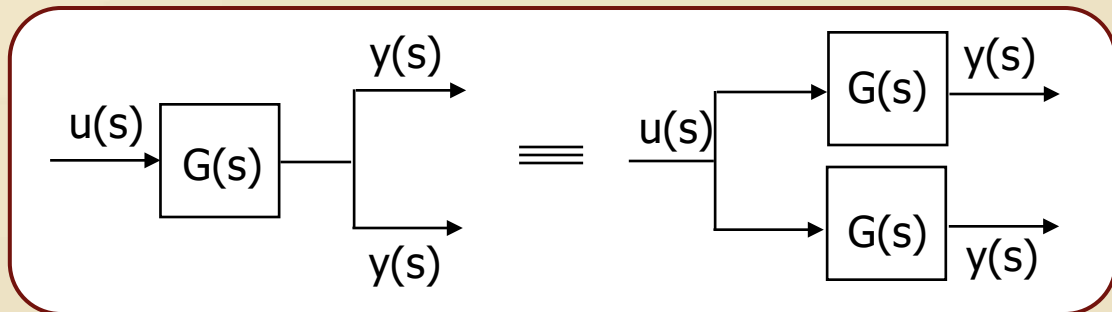
$$y(s) = \pm G_a(s) u_1(s) \pm G_a(s) G_b(s) u_2(s)$$

Spostamento rispetto ad un punto

- È possibile **spostare un blocco rispetto ad un punto di derivazione**

Da monte a valle ➡

Si **moltiplicano** tutti i rami uscenti dal punto di derivazione per la fdt del blocco da spostare



$$y(s) = G(s) u(s) \text{ su entrambi i rami}$$

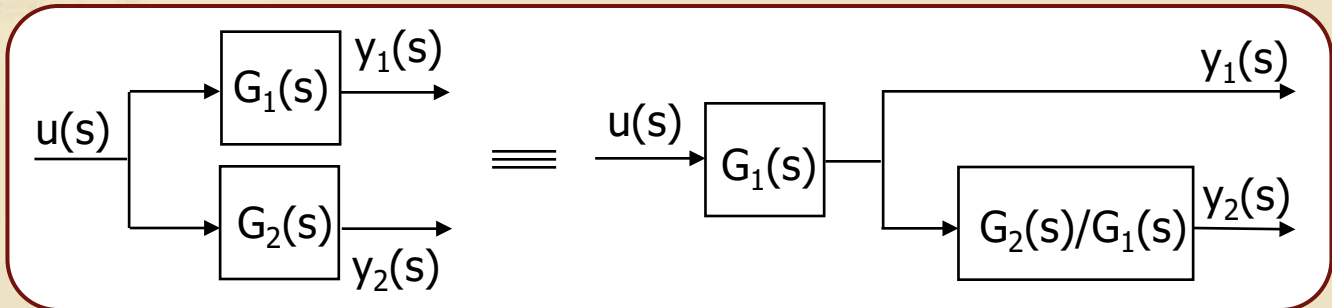
Spostamento rispetto ad un punto

- È possibile **spostare un blocco rispetto ad un punto di derivazione**

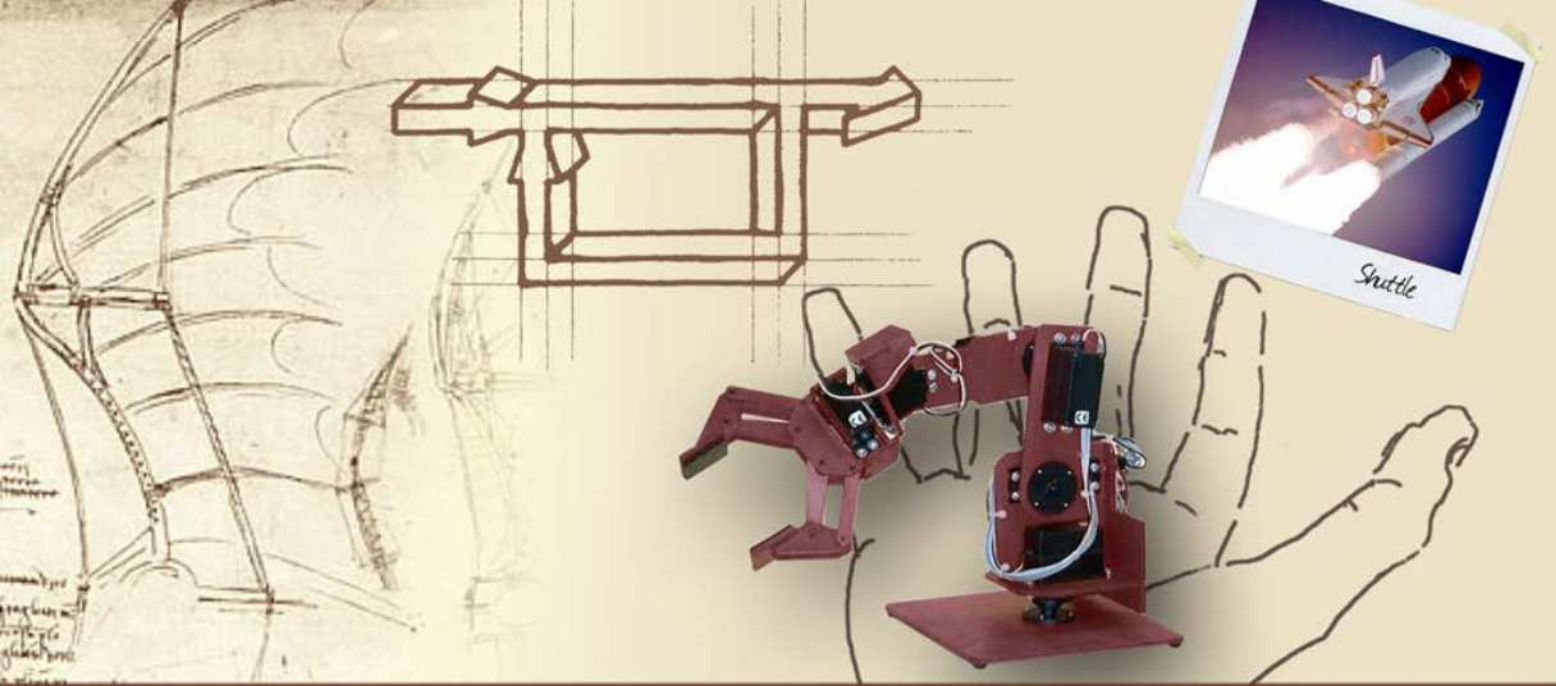
Da valle a monte



Si **dividono** tutti i rami uscenti dal punto di derivazione per la fdt del blocco da spostare



$$y_1(s) = G_1(s) u(s); y_2(s) = G_2(s) u(s)$$



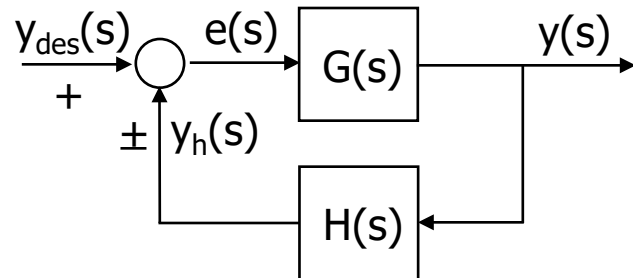
Schemi a blocchi

**Calcolo di funzioni di trasferimento
di schemi interconnessi**

Calcolo della fdt ad anello chiuso

- La **funzione di trasferimento ad anello chiuso** $W_y(s)$ di un sistema in retroazione è data da:

$$W_y(s) = \frac{y(s)}{y_{des}(s)}$$

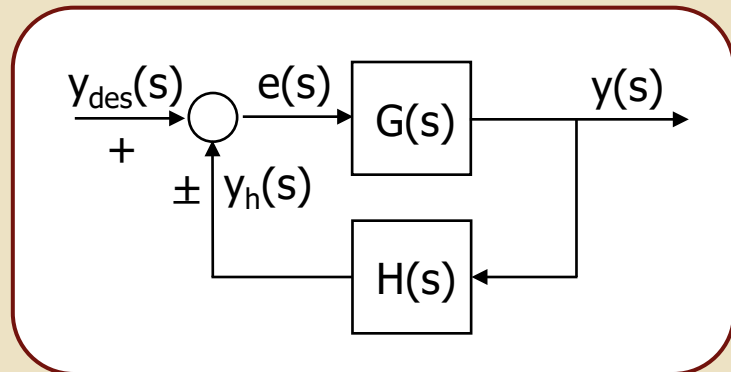


Calcolo della fdt ad anello chiuso

- La **funzione di trasferimento ad anello chiuso $W_y(s)$** di un sistema in retroazione è data da:

$$W_y(s) = \frac{y(s)}{y_{\text{des}}(s)}$$

- Tale funzione può essere calcolata a partire dall'espressione di $y(s)$ ricavabile dallo schema a blocchi



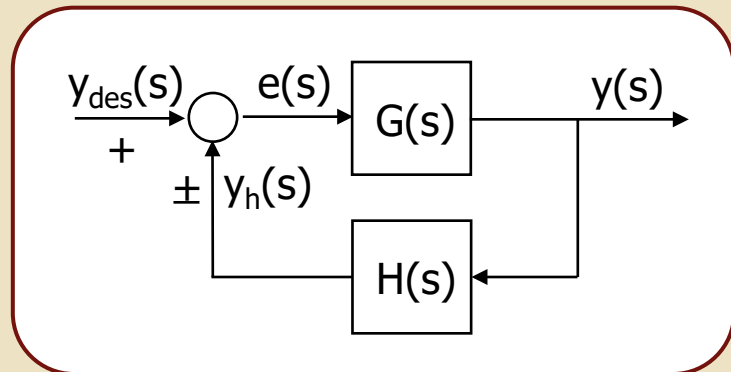
$$\begin{aligned} y(s) &= G(s) e(s) \\ &= G(s) [y_{\text{des}}(s) \pm y_h(s)] \end{aligned}$$

Calcolo della fdt ad anello chiuso

- La **funzione di trasferimento ad anello chiuso $W_y(s)$** di un sistema in retroazione è data da:

$$W_y(s) = \frac{y(s)}{y_{\text{des}}(s)}$$

- Tale funzione può essere calcolata a partire dall'espressione di $y(s)$ ricavabile dallo schema a blocchi



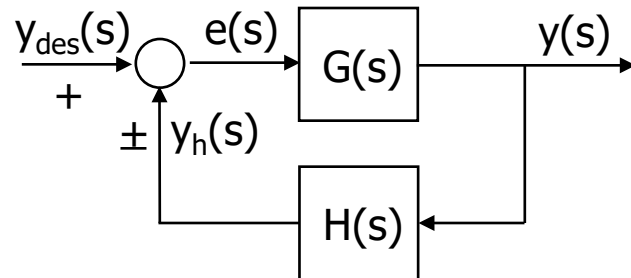
$$\begin{aligned} y(s) &= G(s) e(s) \\ &= G(s) [y_{\text{des}}(s) \pm y_h(s)] \\ &= G(s) [y_{\text{des}}(s) \pm H(s)y(s)] \end{aligned}$$

Calcolo della fdt ad anello chiuso

- La **funzione di trasferimento ad anello chiuso $W_y(s)$** di un sistema in retroazione è data da:

$$W_y(s) = \frac{y(s)}{y_{\text{des}}(s)}$$

- Si ottiene così:



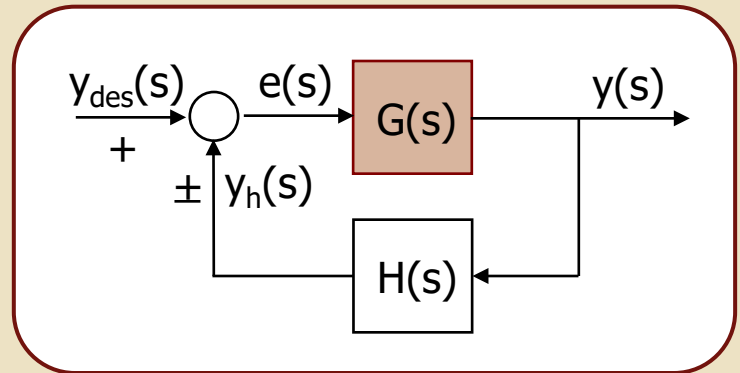
$$\begin{aligned} y(s) &= G(s) e(s) \\ &= G(s) [y_{\text{des}}(s) \pm y_h(s)] \\ &= G(s) [y_{\text{des}}(s) \pm H(s)y(s)] \end{aligned}$$



$$W_y(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}$$

Espressione della fdt ad anello chiuso

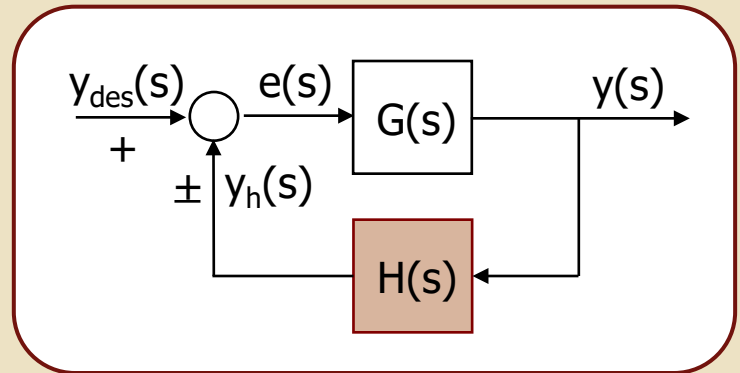
$$W_y(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}$$



➤ $G(s)$ è la fdt del **ramo diretto**

Espressione della fdt ad anello chiuso

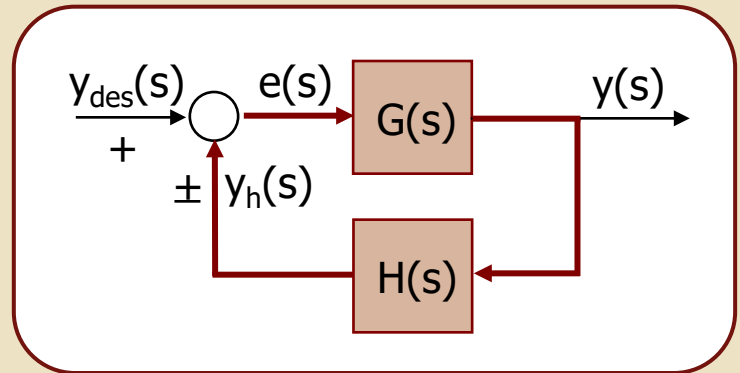
$$W_y(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}$$



- $G(s)$ è la fdt del **ramo diretto**
- $H(s)$ è la fdt del **ramo in retroazione**

Espressione della fdt ad anello chiuso

$$W_y(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}$$

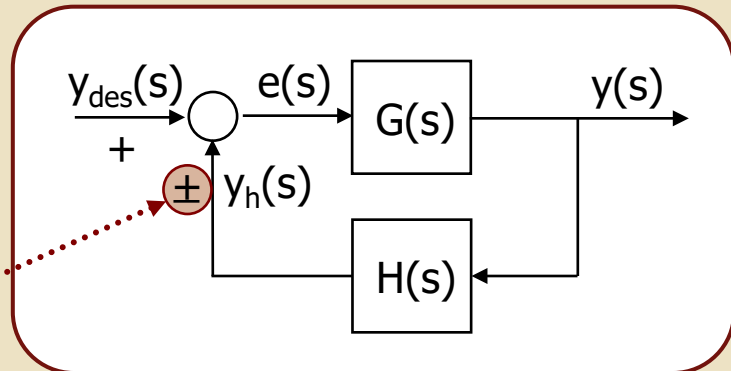


- $G(s)$ è la fdt del **ramo diretto**
- $H(s)$ è la fdt del **ramo in retroazione**
- $G(s)H(s) := G_a(s)$ è la **funzione di trasferimento d'anello** data dal prodotto delle fdt di tutti i blocchi presenti sull'anello

Espressione della fdt ad anello chiuso

$$W_y(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}$$

Segno **opposto** a quello della retroazione

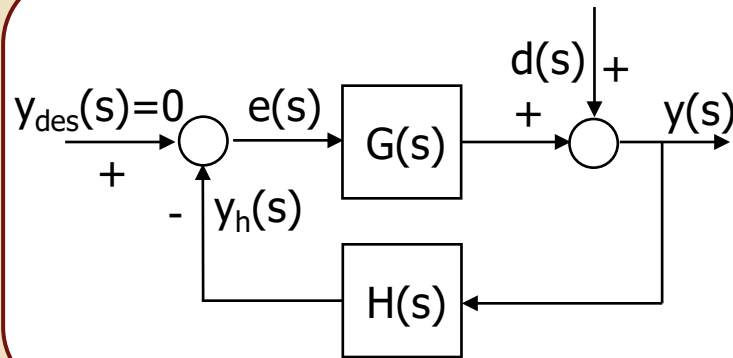


- $G(s)$ è la fdt del **ramo diretto**
- $H(s)$ è la fdt del **ramo in retroazione**
- $G(s)H(s) := G_a(s)$ è la **funzione di trasferimento d'anello** data dal prodotto delle fdt di tutti i blocchi presenti sull'anello

Calcolo di altre fdt: disturbo-uscita

- Il risultato ottenuto può essere utilizzato per calcolare velocemente le fdt fra altre variabili ritenute di interesse, come ad esempio fra il **disturbo** $d(s)$ posto sull'uscita e l'**uscita** $y(s)$, per $y_{\text{des}} = 0$

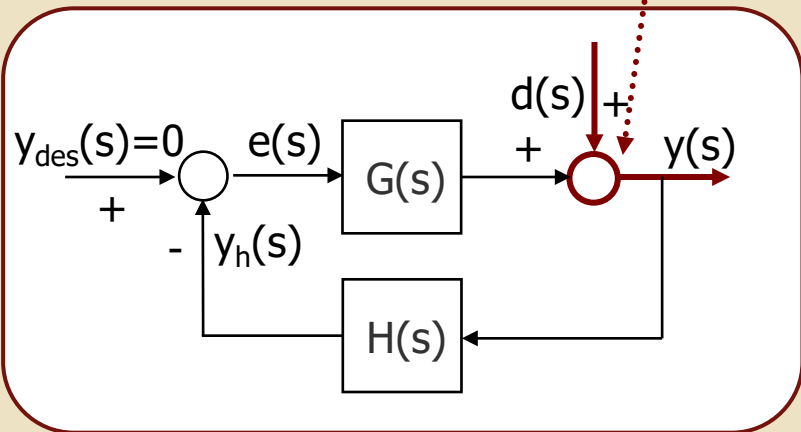
$$W_d(s) = \frac{y(s)}{d(s)}$$



Calcolo di altre fdt: disturbo-uscita

$$W_d(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

Fdt del ramo
diretto fra
 $d(s)$ e $y(s)$

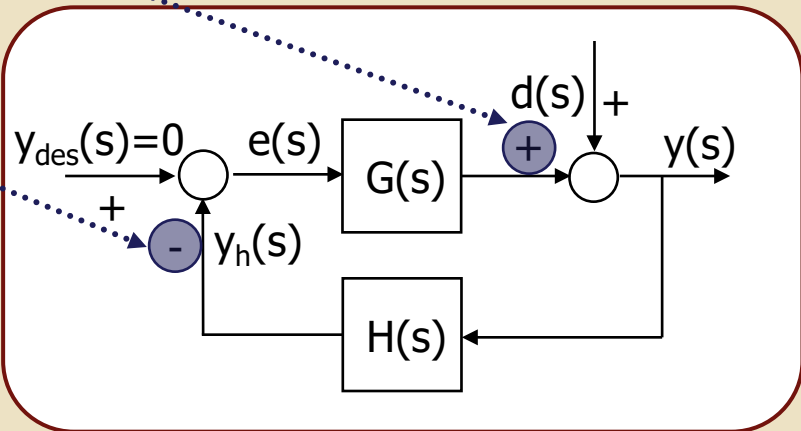


Calcolo di altre fdt: disturbo-uscita

$$W_d(s) = \frac{1}{1 \oplus G(s)H(s)}$$

Il segno risultante
della retroazione è
negativo

Segno opposto
a quello della
retroazione



Calcolo di altre fdt: disturbo-uscita

$$W_d(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

Funzione di
trasferimento
d'anello

