



POLITECNICO  
DI TORINO

DET

Department of Electronics and Telecommunications

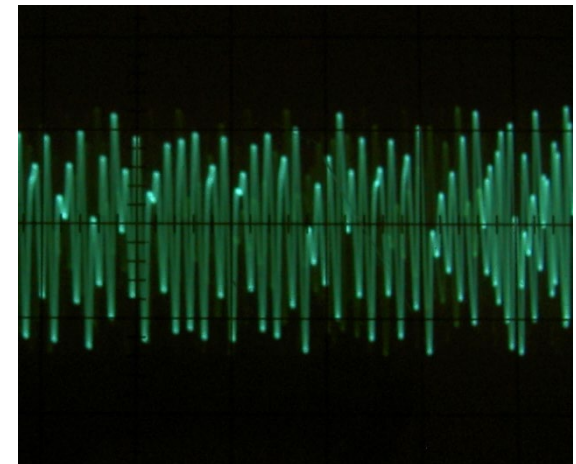
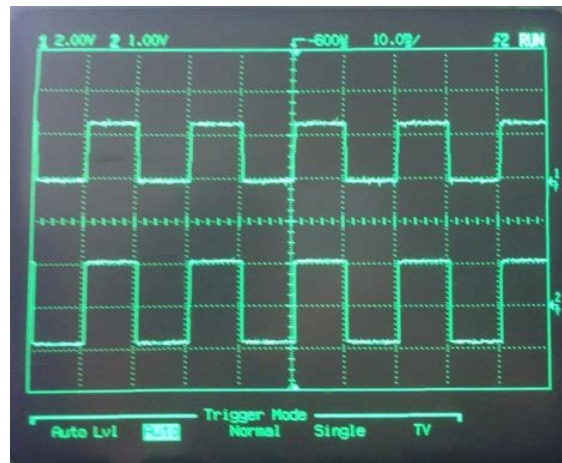
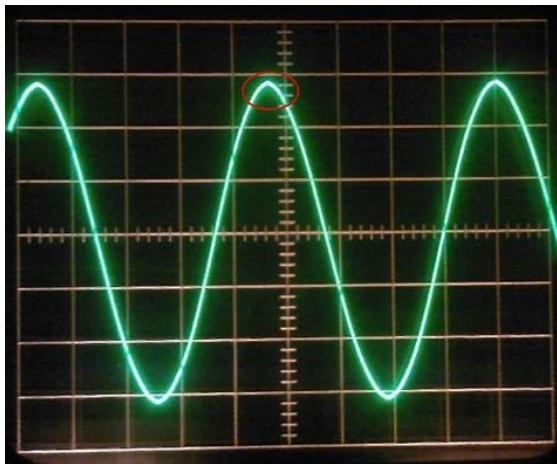
# Oscillatori a Rilassamento

# Oscillatore

**Oscillatore:** circuito *autonomo*: non presenta un punto di funzionamento a riposo stabile e, in assenza di ingressi esterni fornisce un'uscita variabile nel tempo.

Si differenziano in base alla **forma d'onda**:

- *Sinusoidali*
- *Ad onda quadra e/o triangolare*
- *Caotici* (forma d'onda limitata non periodica)



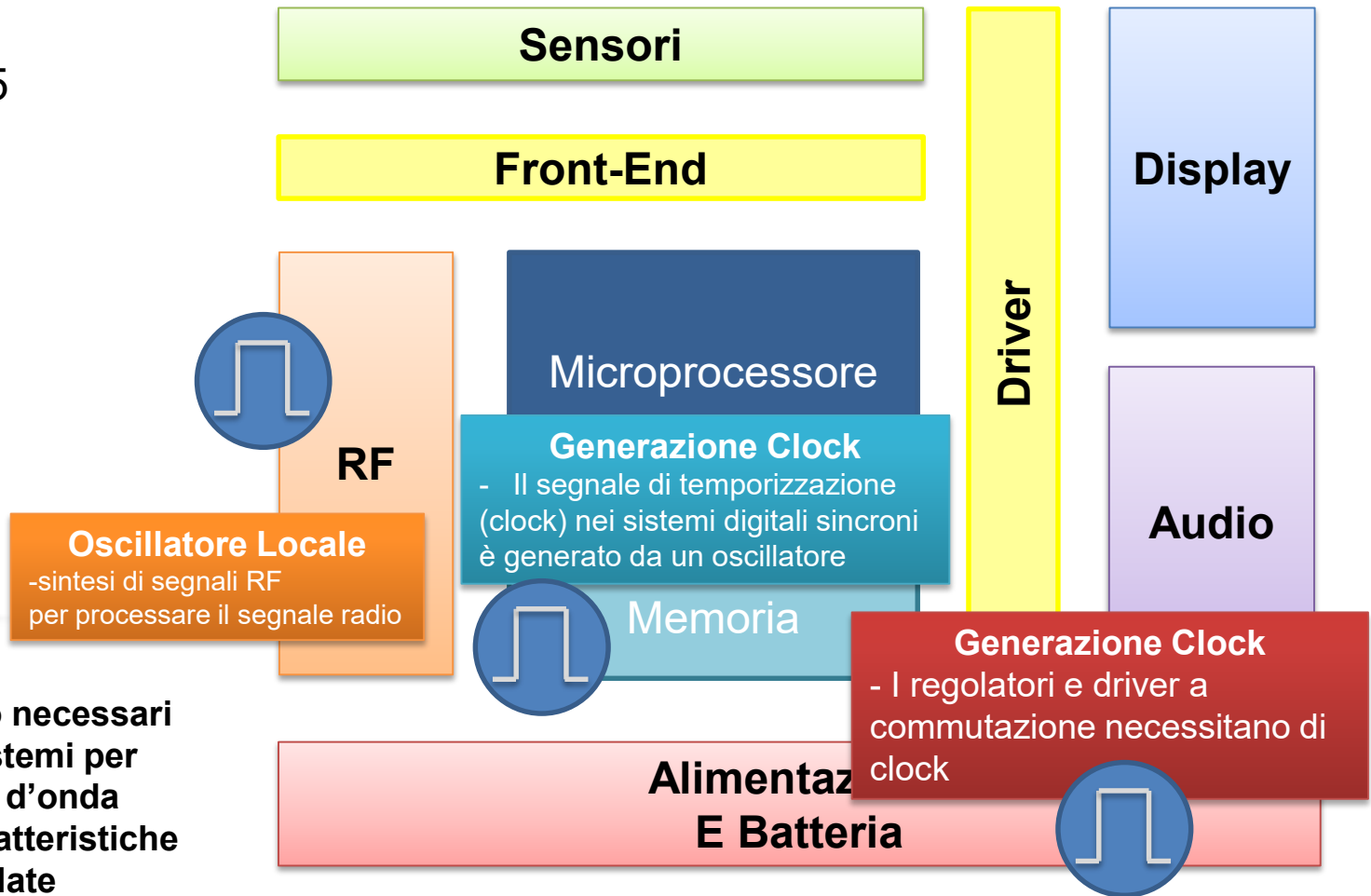
POLITECNICO  
DI TORINO

DET  
Department of Electronics and Telecommunications

# Oscillatori nei Sistemi Elettronici

## Schema a blocchi funzionale semplificato

Apple iPhone5



Gli oscillatori sono necessari in molti sotto-sistemi per generare forme d'onda periodiche con caratteristiche ben controllate



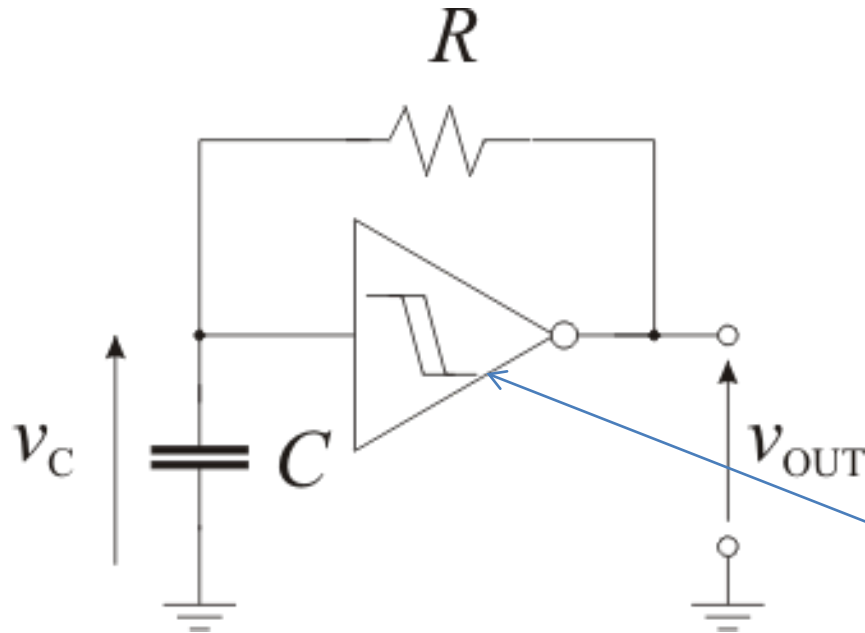
POLITECNICO  
DI TORINO

DET  
Department of Electronics and Telecommunications

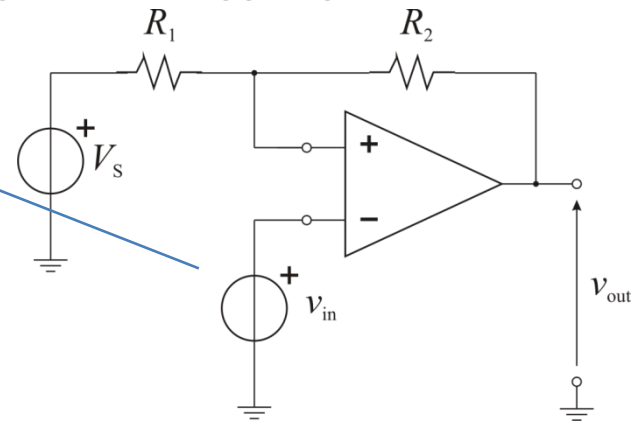
# Oscillatore a Rilassamento (I)

Esempio di applicazione dei comparatori con isteresi.

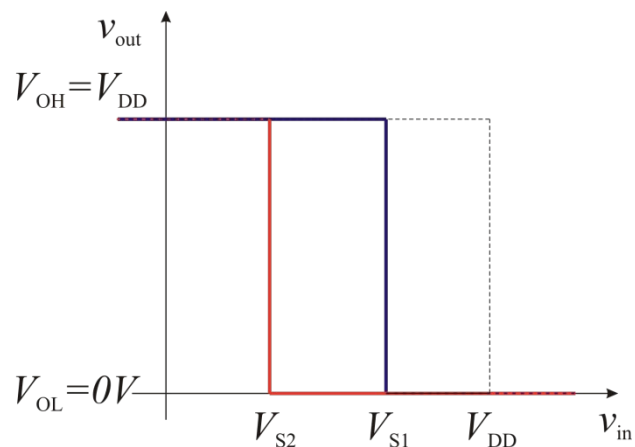
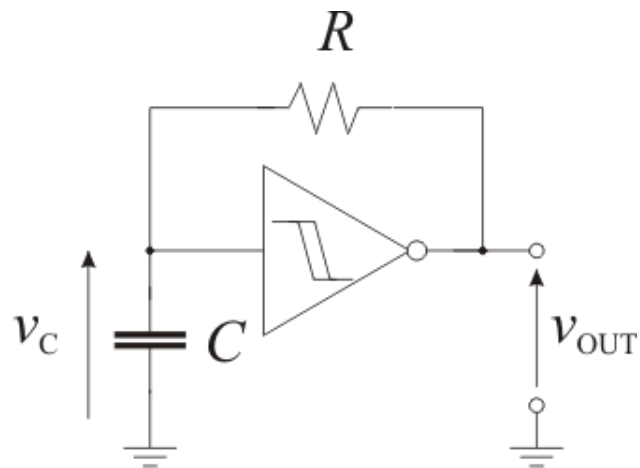
Introducendo una rete di retroazione **RC** in un **comparatore invertente con isteresi** si ottiene un circuito instabile, in grado di generare un'onda quadra



nel comparatore c'è già retroazione positiva,  
**il gruppo RC aggiunge retroazione negativa**



# Oscillatore a Rilassamento (II)



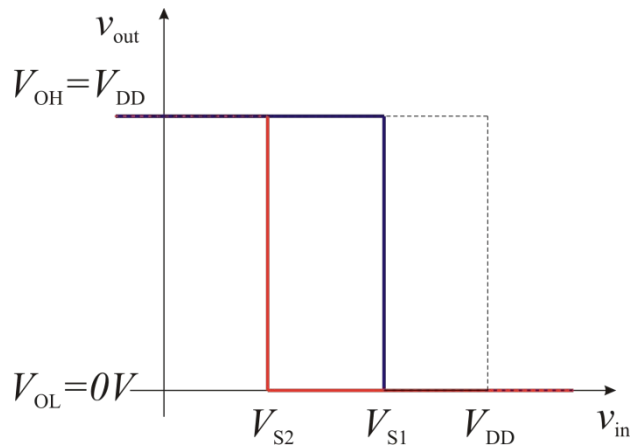
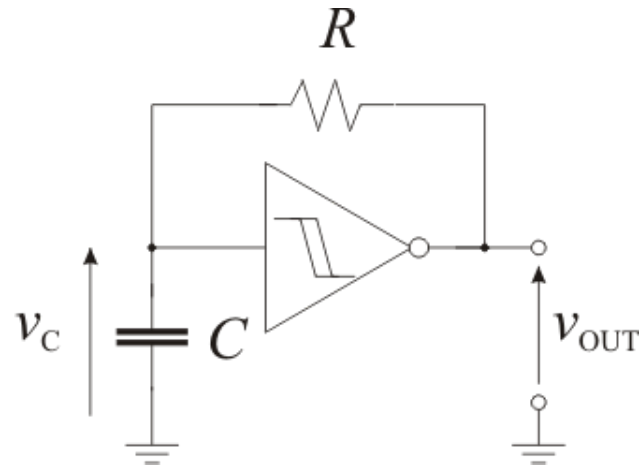
## Ipotesi:

-comparatore invertente con isteresi e soglie  $0 < V_{S2} < V_{S1} < V_{DD}$

- Livelli logici dell'uscita: stato alto  $V_{OH} = V_{DD}$ , stato basso  $V_{OL} = 0V$ .  
Trascuriamo gli effetti di carico



# Oscillatore a Rilassamento (III)



## Analisi in DC (???)

In un ipotetico punto di funzionamento stabile in continua il comparatore dovrebbe essere allo stato alto o allo stato basso

Ipotesi:

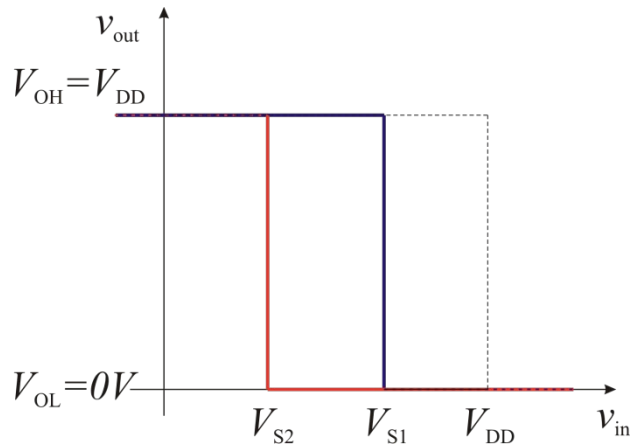
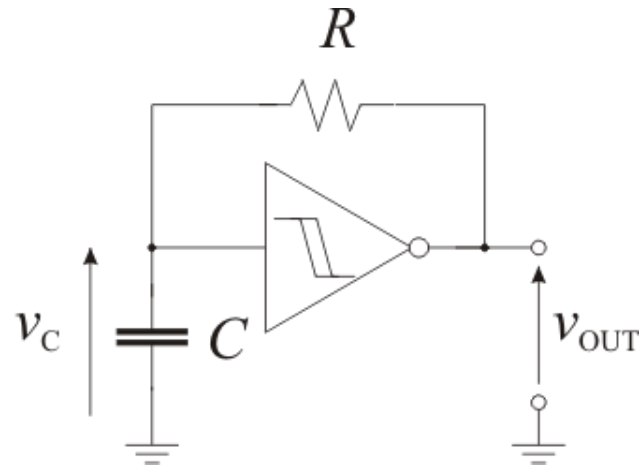
**Comparatore allo stato alto**  $\rightarrow V_{OUT} = V_{DD}$

In continua il condensatore equivale ad un circuito aperto, quindi  $V_C = V_{DD}$

Ma per  $V_C = V_{DD} > V_{S1}$  il comparatore invertente sarebbe allo stato basso, in contraddizione con l'ipotesi!



# Oscillatore a Rilassamento (IV)



## Analisi in DC (???)

In un ipotetico punto di funzionamento stabile il comparatore dovrebbe essere allo stato alto o allo stato basso

Ipotesi:

**Comparatore allo stato basso**  $\rightarrow V_{OUT} = 0$

In continua il condensatore equivale ad un circuito aperto, quindi  $V_C = V_{OUT} = 0$

Ma per  $V_C = 0 < V_{S2}$  il comparatore invertente sarebbe allo stato alto, in contraddizione con l'ipotesi!

**Il circuito non presenta punti di funzionamento stabili**

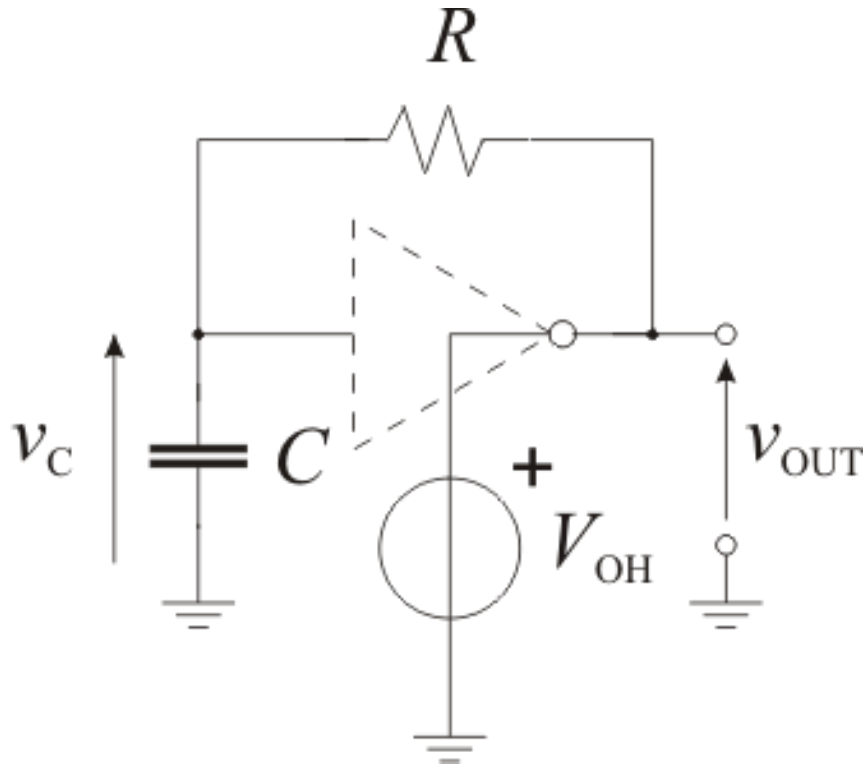
Che cosa succede in pratica?



POLITECNICO  
DI TORINO

DET  
Department of Electronics and Telecommunications

# Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (I)



- Condizione iniziale il condensatore  $C$  è inizialmente scarico:  $v_C(0) = 0V$



- Essendo  $v_C = v_{in} = 0V < V_{S2}$  l'uscita del comparatore è inizialmente allo **stato alto**

Il condensatore è caricato dall'uscita attraverso  $R$ . L'andamento di  $v_C$  si può ricavare studiando un

**transitorio in circuito RC del primo ordine**

$$v_C(t) = [v_C(0) - v_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + v_C(\infty)$$

$$v_C(0) = V_{OL} \quad v_C(\infty) = V_{OH}$$

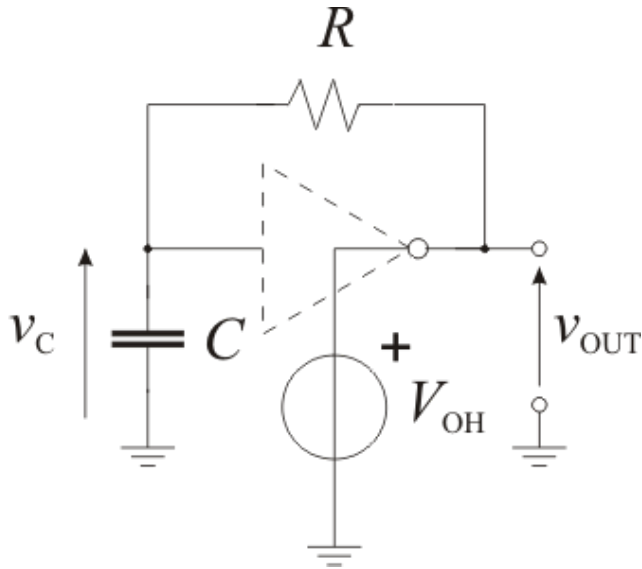
$$\tau = RC$$



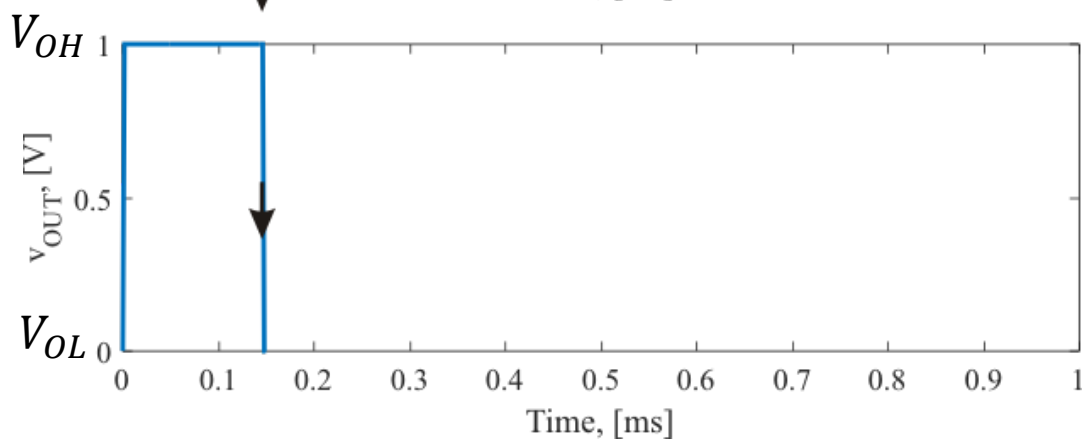
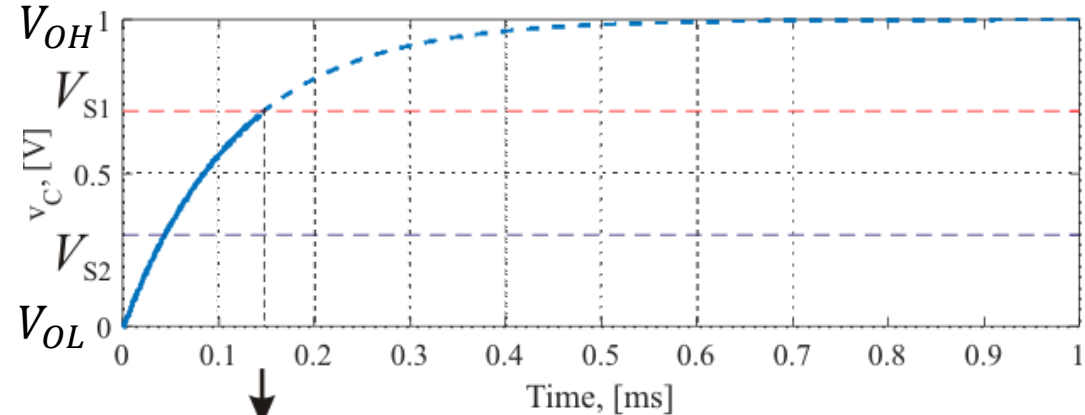


# Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (II)

stato alto:  $v_{out} = V_{OH}$



transitorio in circuito RC  
del primo ordine



$$v_C(t) = [v_C(0) - v_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + v_C(\infty)$$

$$v_C(0) = 0V \quad v_C(\infty) = V_{OH} \quad \tau = RC$$



$$v_C(t) = V_{OH} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

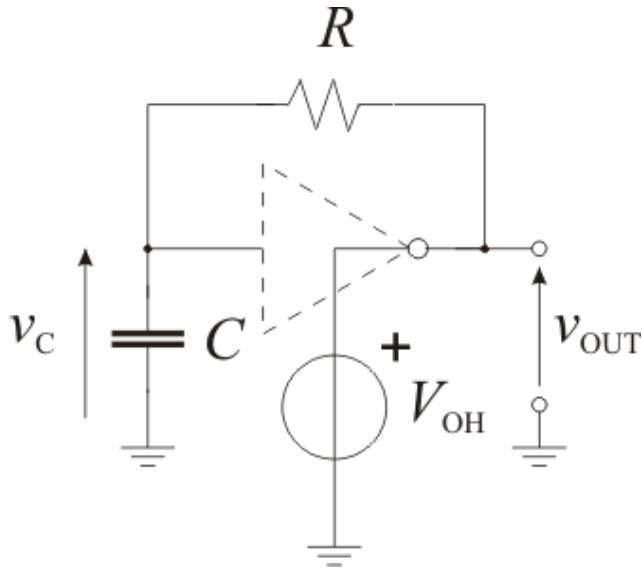


POLITECNICO  
DI TORINO

DET  
Department of Electronics and Telecommunications

# Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (III)

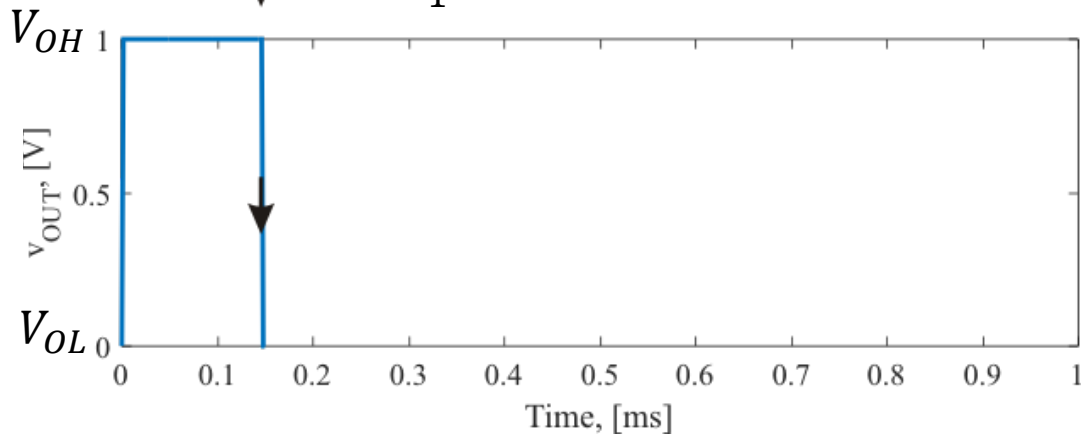
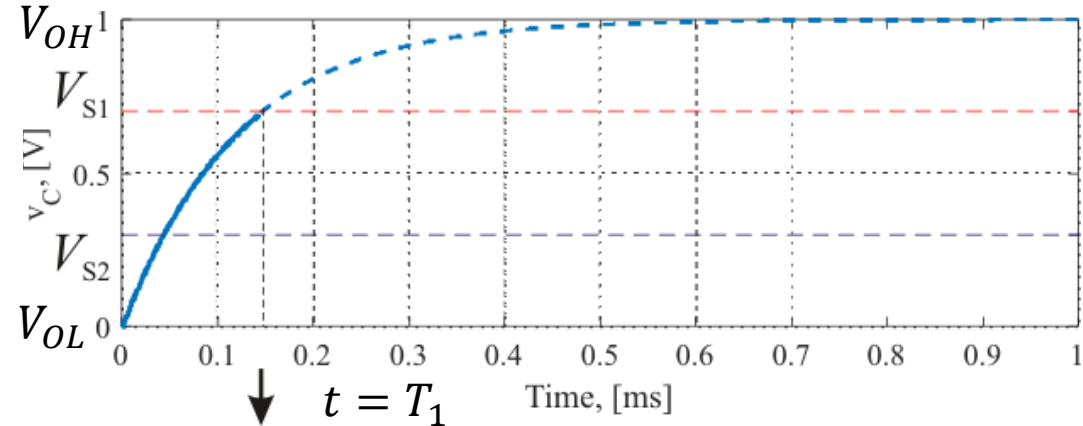
stato alto:  $v_{out} = V_{OH}$



l'analisi è valida solo fino a  $t = T_1$   
quando l'ingresso raggiunge  $V_{S1}$

$$V_{DD}(1 - e^{-\frac{T_1}{\tau}}) = V_{S1}$$

$$T_1 = \tau \log \frac{V_{OH}}{V_{OH} - V_{S1}}$$



$$v_C(t) = V_{OH}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ per } 0 < t < T_1$$

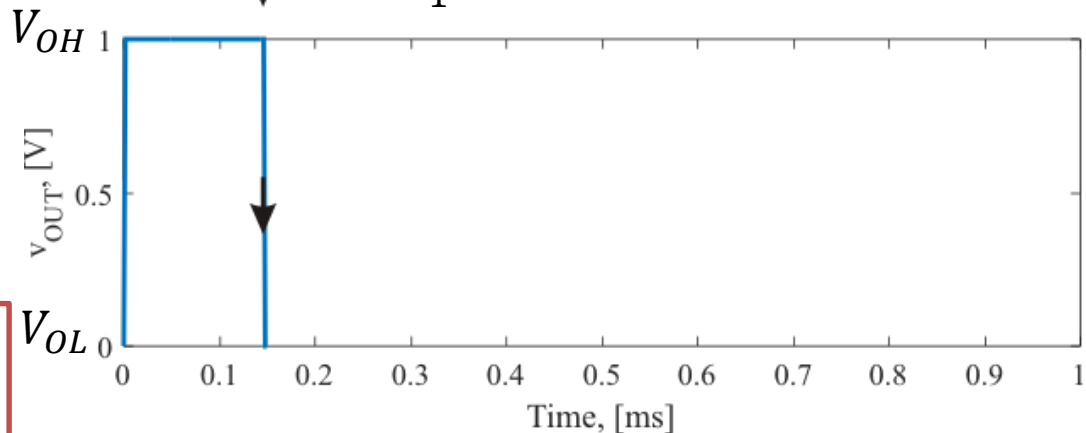
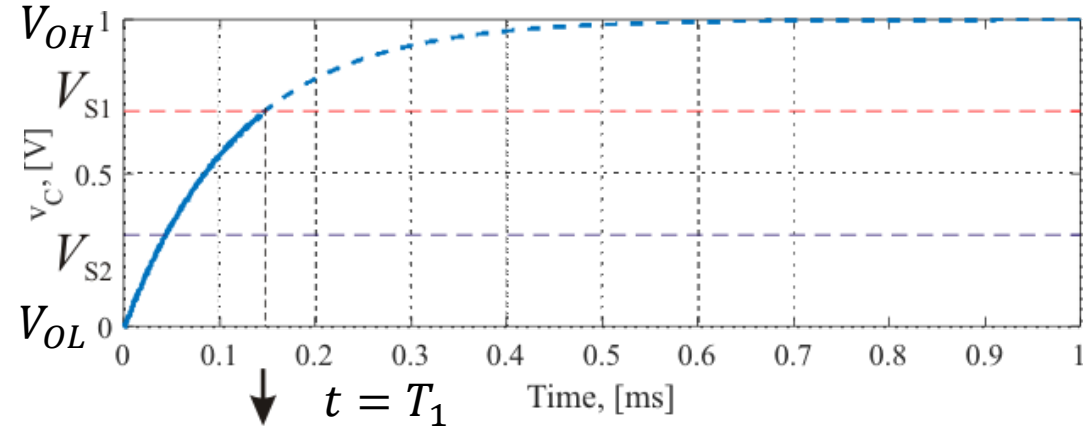
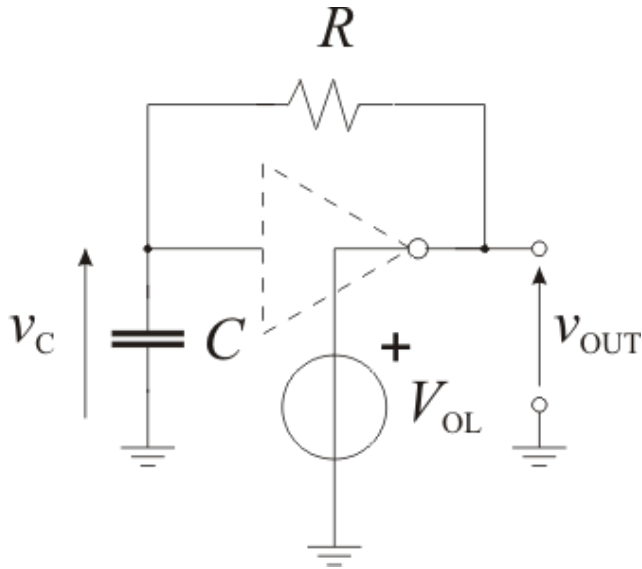


POLITECNICO  
DI TORINO

DET  
Department of Electronics and Telecommunications

# Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (IV)

stato alto:  $v_{out} = V_{OH}$



quando la tensione d'ingresso raggiunge  $V_{S1}$  **l'uscita del comparatore commuta a  $V_{OL}$**

Il condensatore resta carico a  $V_{S1}$

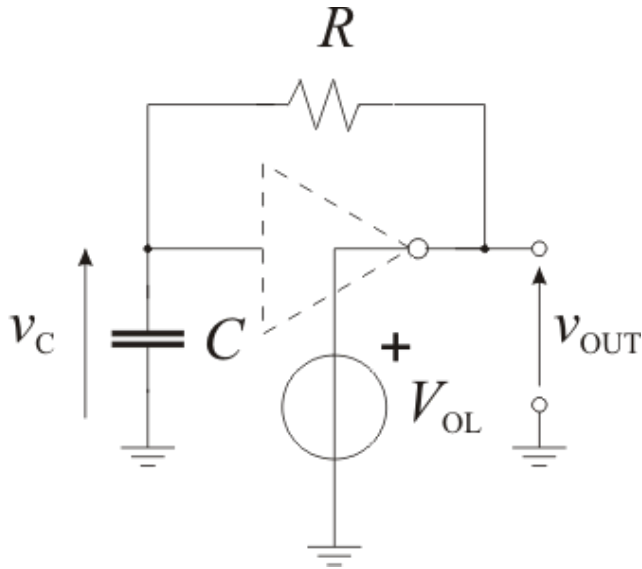


POLITECNICO  
DI TORINO

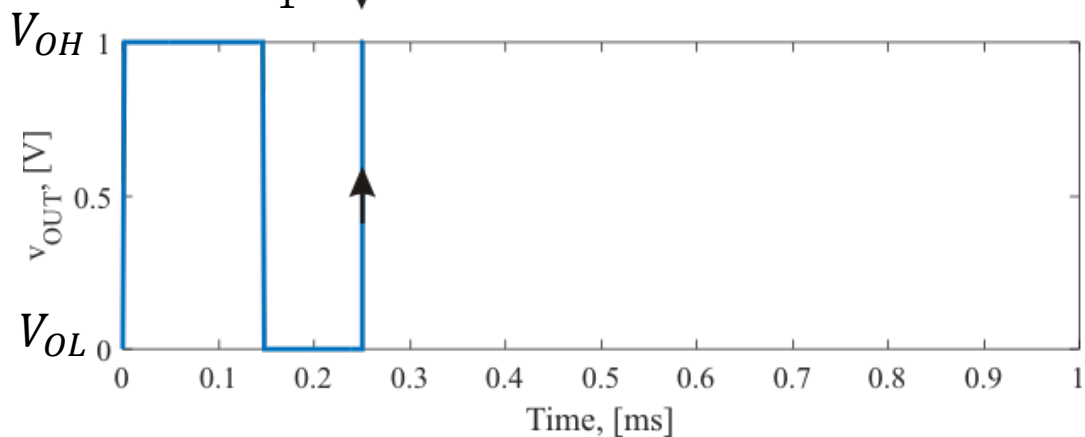
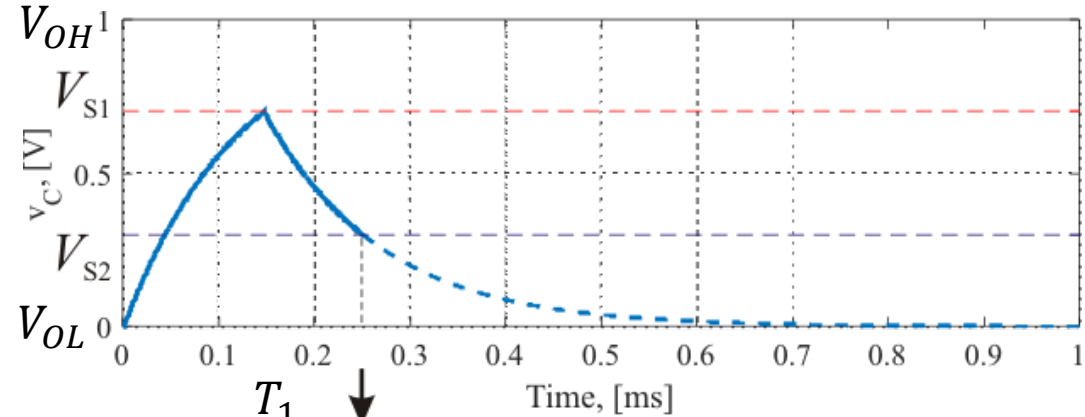
DET  
Department of Electronics and Telecommunications

# Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (V)

stato basso:  $v_{out} = V_{OL}$



transitorio in circuito RC  
del primo ordine



$$v_C(T_1) = V_{S1} \quad v_C(\infty) = V_{OL} \quad \tau = RC \quad \Rightarrow \quad v_C(t) = (V_{S1} - V_{OL})e^{-\frac{t-T_1}{\tau}} + V_{OL}, T_1 < t < T_2$$

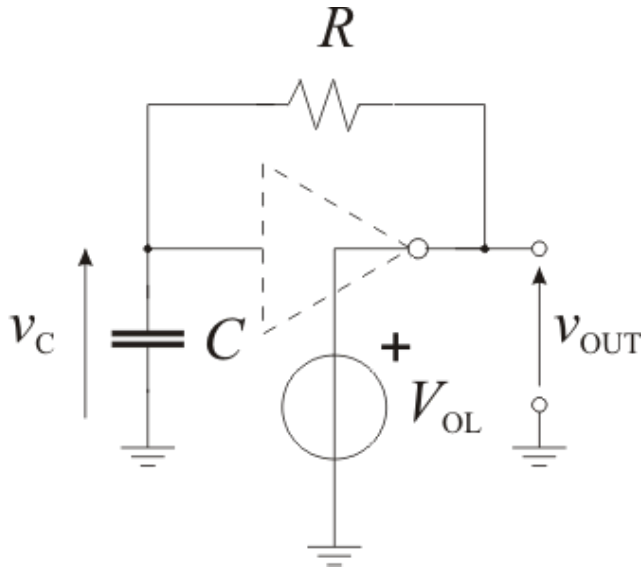


POLITECNICO  
DI TORINO

DET  
Department of Electronics and Telecommunications

# Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (VI)

stato basso:  $v_{out} = V_{OL}$



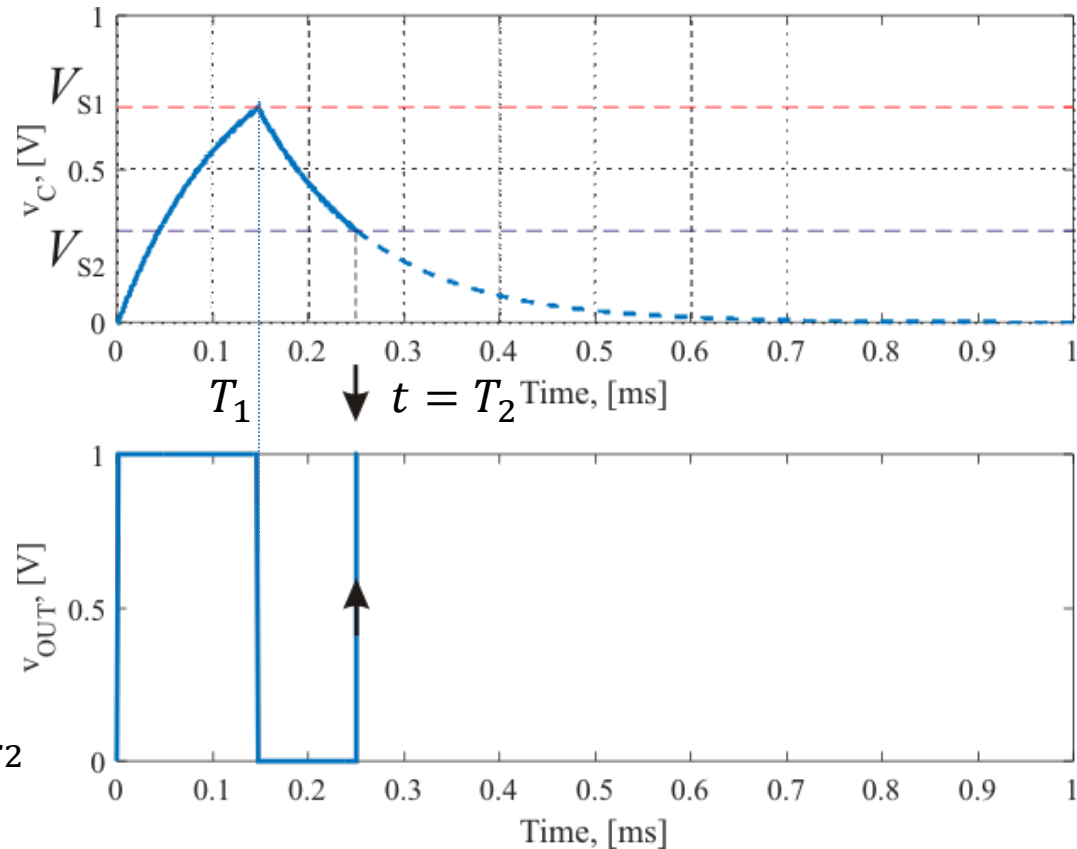
l'analisi è valida solo fino a  $t = T_2$   
quando la tensione d'ingresso raggiunge  $V_{S2}$

$$(V_{S1} - V_{OL})e^{-\frac{T_2 - T_1}{\tau}} + V_{OL} = V_{S2}$$

$$T_2 - T_1 = \tau \log \frac{V_{S1} - V_{OL}}{V_{S2} - V_{OL}}$$



$$v_C(t) = (V_{S1} - V_{OL})e^{-\frac{t - T_1}{\tau}} + V_{OL}, T_1 < t < T_2$$

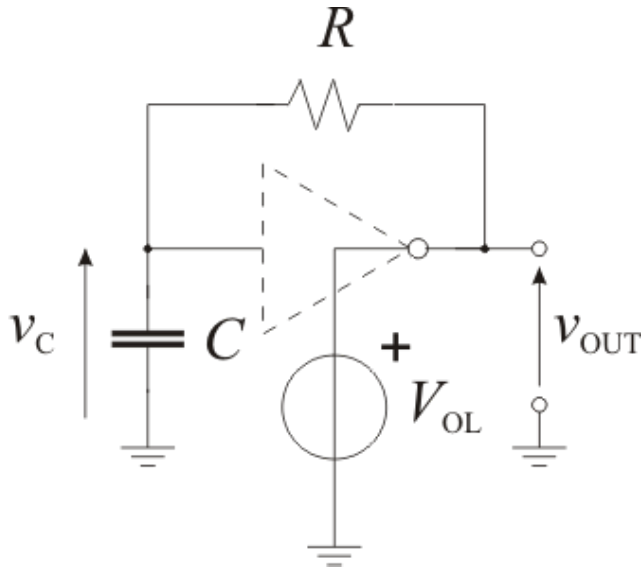


POLITECNICO  
DI TORINO

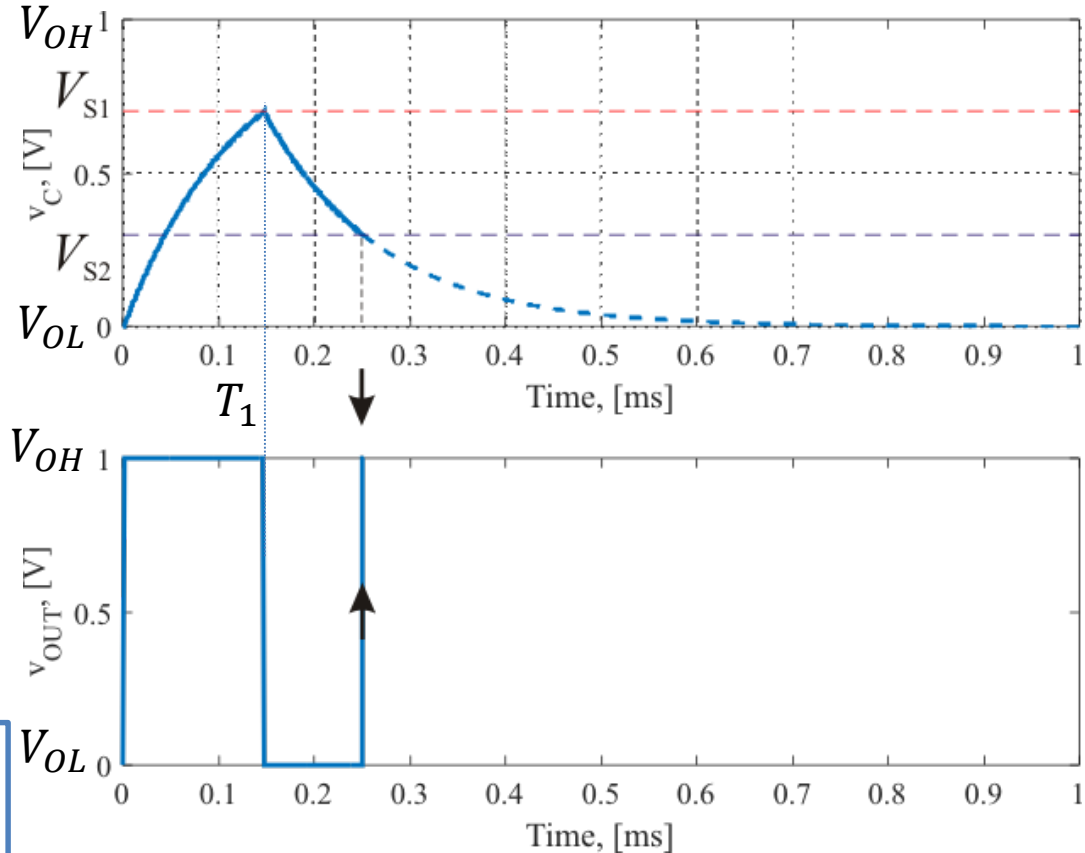
DET  
Department of Electronics and Telecommunications

# Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (VI)

stato basso:  $v_{out} = V_{OL}$



quando la tensione d'ingresso raggiunge  $V_{S2}$  **l'uscita del comparatore commuta a  $V_{OH}$**



Il condensatore resta carico a  $V_{S2}$

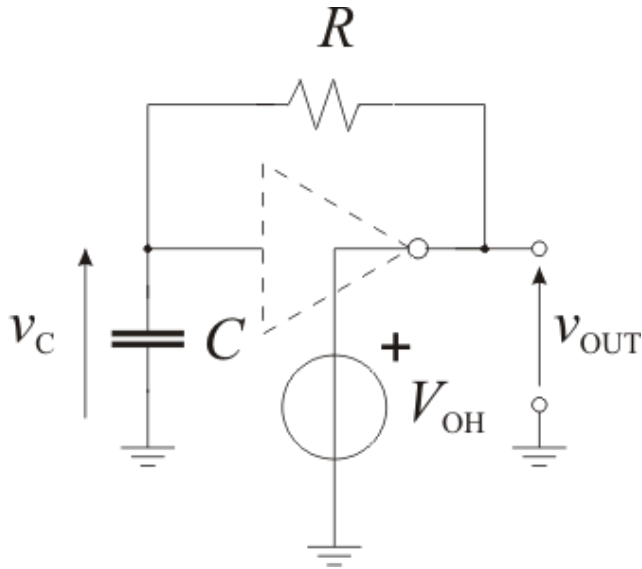


POLITECNICO  
DI TORINO

DET  
Department of Electronics and Telecommunications

# Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (VIII)

stato alto:  $v_{out} = V_{OH}$

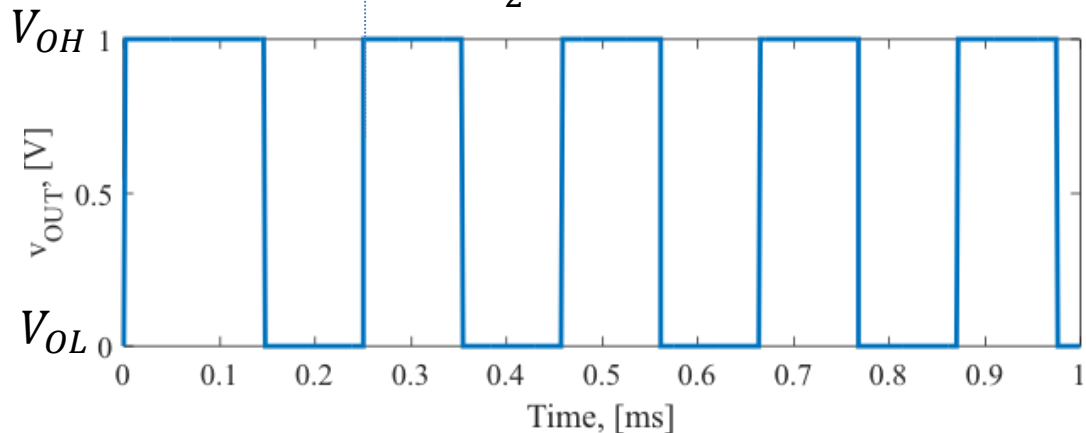
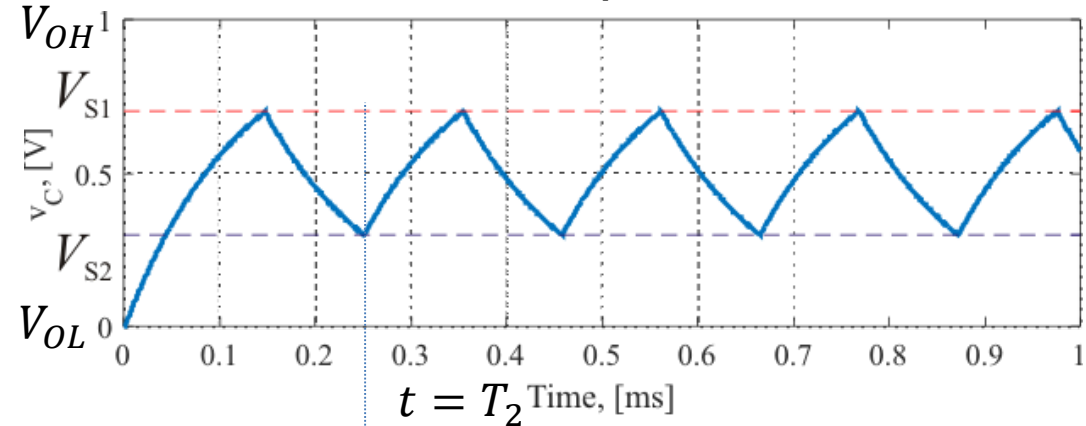


quando l'ingresso raggiunge  $V_{S2}$   
l'uscita commuta a  $V_{OH}$

transitorio in circuito RC  
del primo ordine

$$v_C(T_2) = V_{S2} \quad v_C(\infty) = V_{OH} \quad \tau = RC$$

Analisi nel dominio del tempo



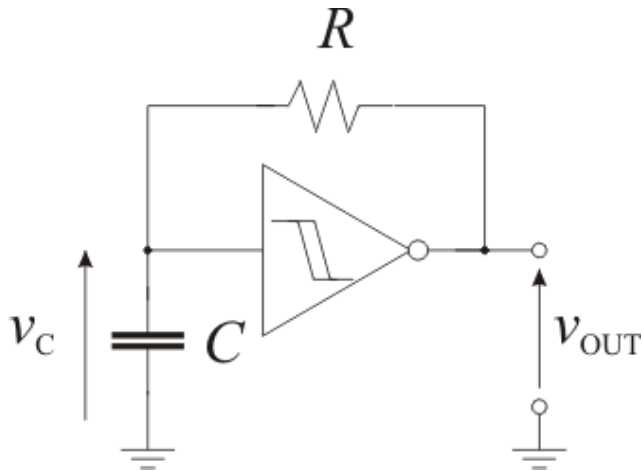
$$v_C(t) = (V_{S2} - V_{OH})e^{-\frac{t-T_2}{\tau}} + V_{OH}$$



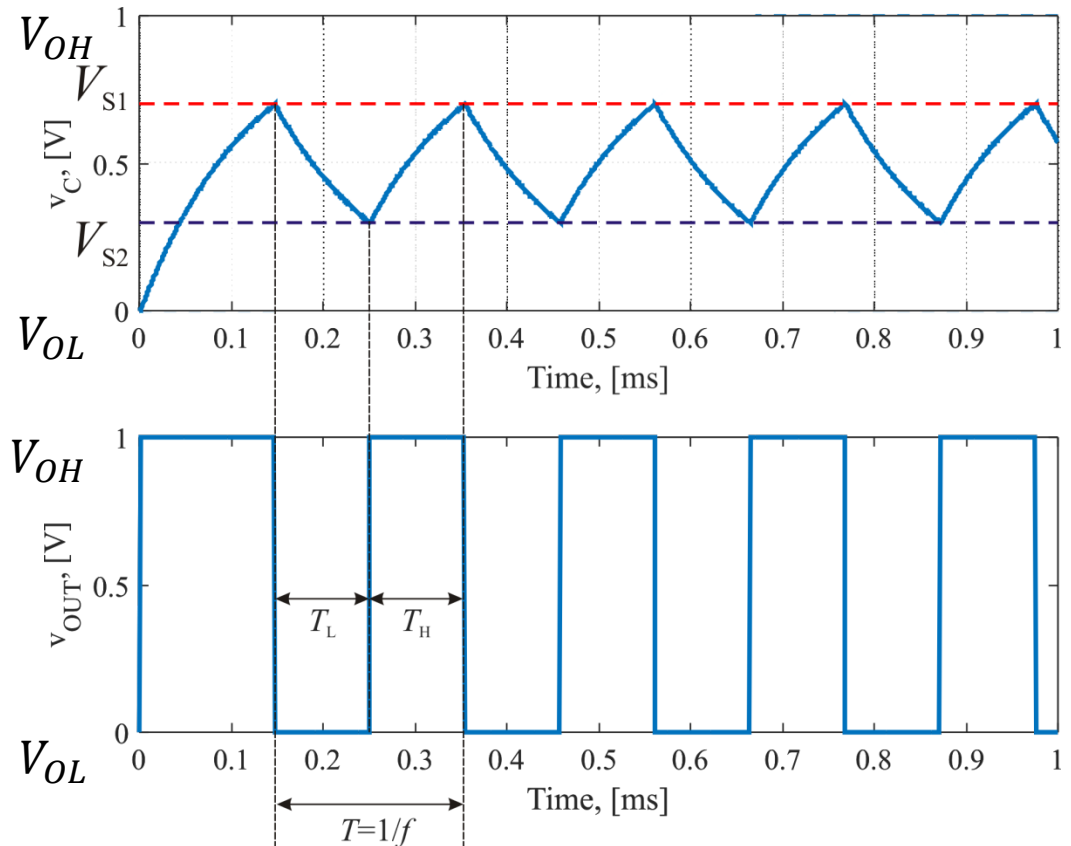
POLITECNICO  
DI TORINO

DET  
Department of Electronics and Telecommunications

# Oscillatore a Rilassamento – Frequenza e Duty Cycle (I)



Si alternano periodicamente fasi:  
 $T_H$ : comparatore allo **stato alto**,  
 il condensatore **C** si carica  
 $T_L$ : comparatore allo **stato basso**,  
 il condensatore **C** si scarica



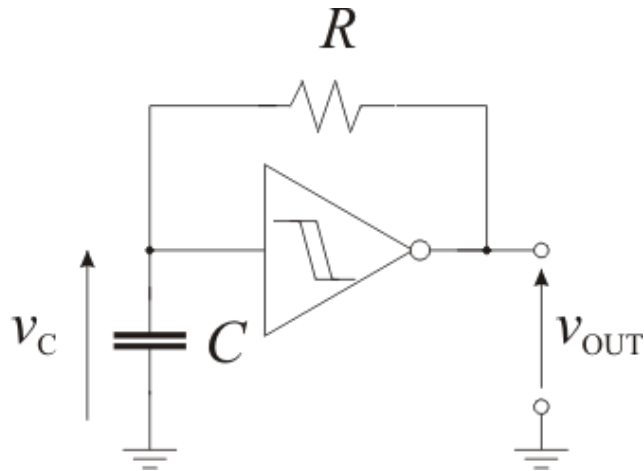
L'uscita del comparatore è un'onda quadra

Calcoliamo la frequenza  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{T_H + T_L}$  e duty cycle  $D = \frac{T_H}{T}$





# Oscillatore a Rilassamento – Frequenza e Duty Cycle (II)

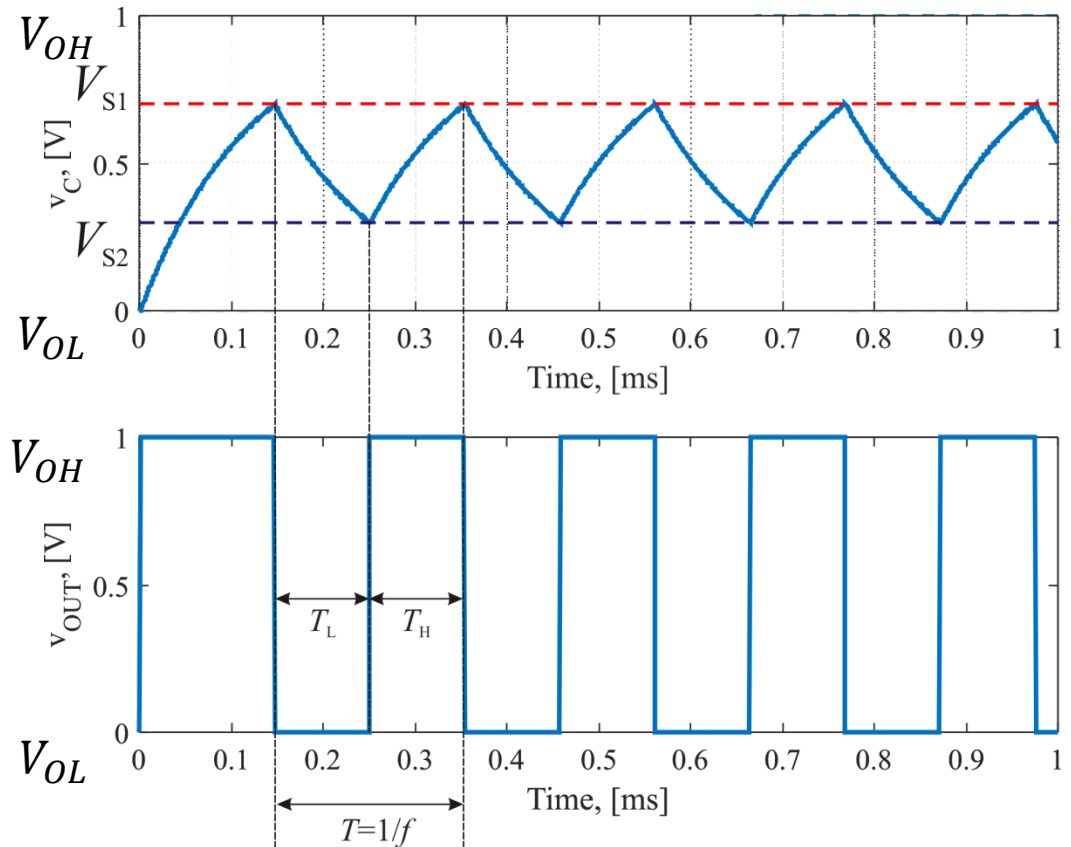


$$T_L = \tau \log \frac{V_{OL} - V_{S1}}{V_{OL} - V_{S2}}$$

$$T_H = \tau \log \frac{V_{OH} - V_{S2}}{V_{OH} - V_{S1}}$$

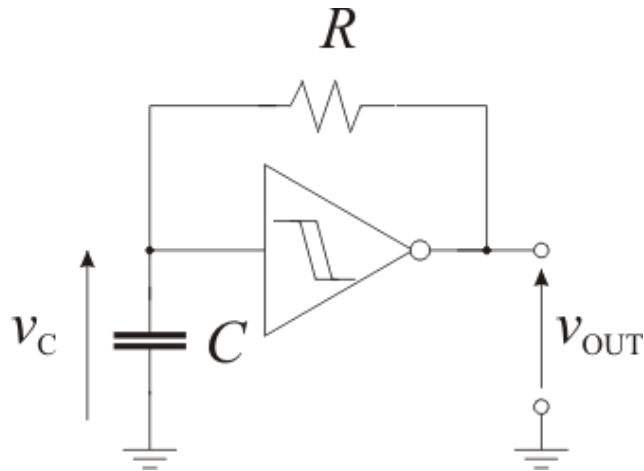
$$T = \frac{1}{f} = T_H + T_L = \tau \log \left( \frac{V_{OH} - V_{S2}}{V_{OH} - V_{S1}} \frac{V_{OL} - V_{S1}}{V_{OL} - V_{S2}} \right)$$

$$D = \frac{\log \frac{V_{OH} - V_{S1}}{V_{OH} - V_{S2}}}{\log \left( \frac{V_{OH} - V_{S2}}{V_{OH} - V_{S1}} \frac{V_{OL} - V_{S1}}{V_{OL} - V_{S2}} \right)}$$



# Oscillatore a Rilassamento – Frequenza e Duty Cycle (III)

## Analisi nel dominio del tempo



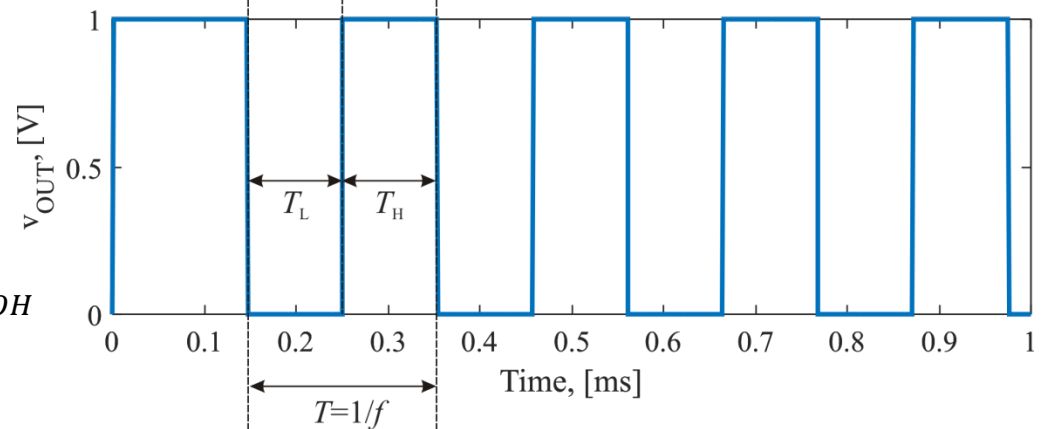
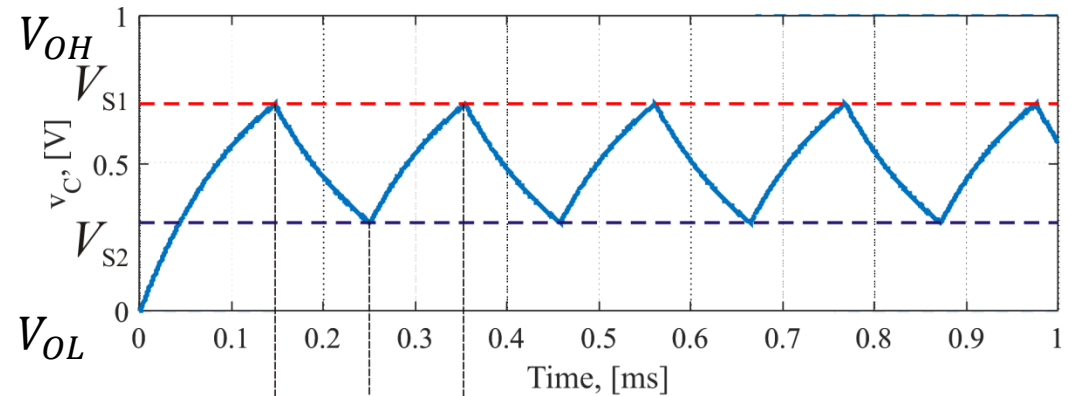
Se le soglie sono simmetriche  
rispetto a  $V_M = \frac{V_{OH} + V_{OL}}{2}$

$$V_M - V_{OL} = V_{OH} - V_M \rightarrow V_{OL} = 2V_M - V_{OH}$$

$$V_M - V_{S2} = V_{S1} - V_M \rightarrow V_{S2} = 2V_M - V_{S1}$$

$$T_L = \tau \log \frac{V_{OH} + V_{S1}}{V_{OH} - V_{S1}}$$

$$T_H = \tau \log \frac{V_{OH} + V_{S1}}{V_{OH} - V_{S1}} = T_L$$



$$T = \frac{1}{f} = 2\tau \log \frac{V_{OH} + V_{S1}}{V_{OH} - V_{S1}}$$

$$D = 0.5$$

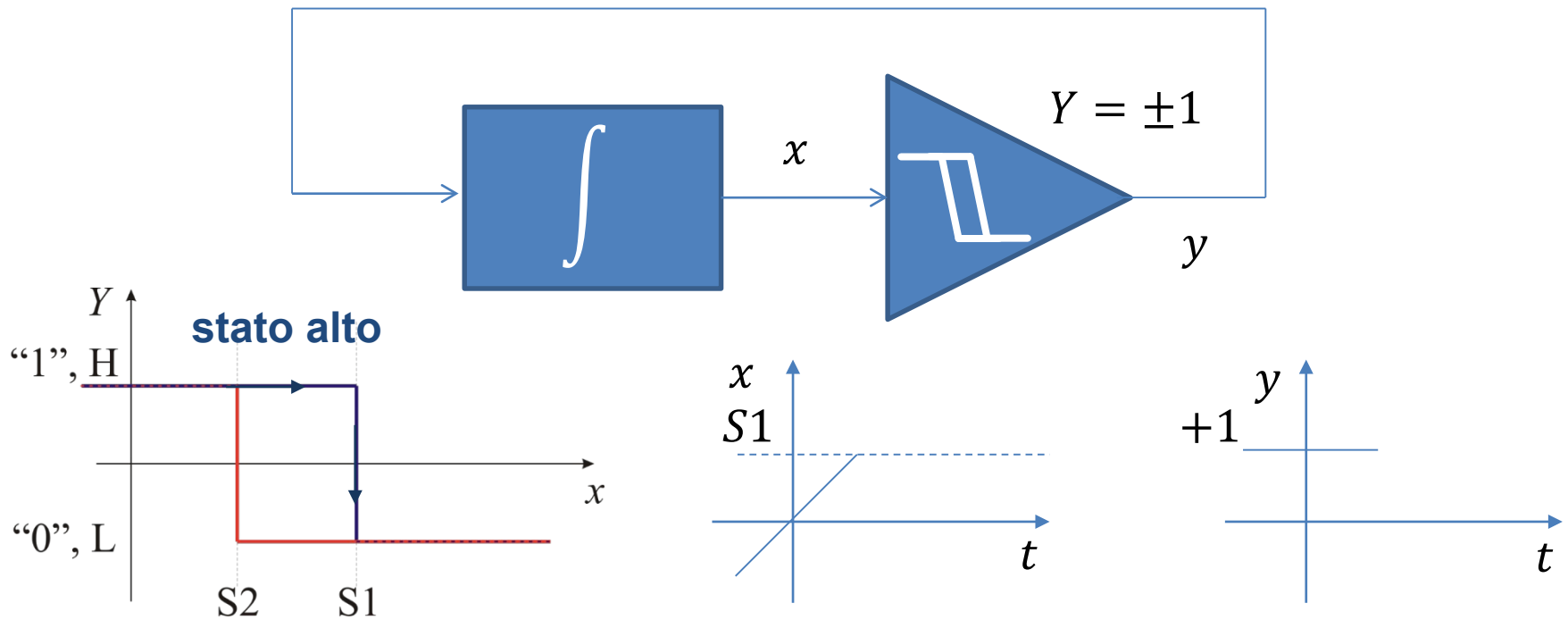


POLITECNICO  
DI TORINO

DET  
Department of Electronics and Telecommunications

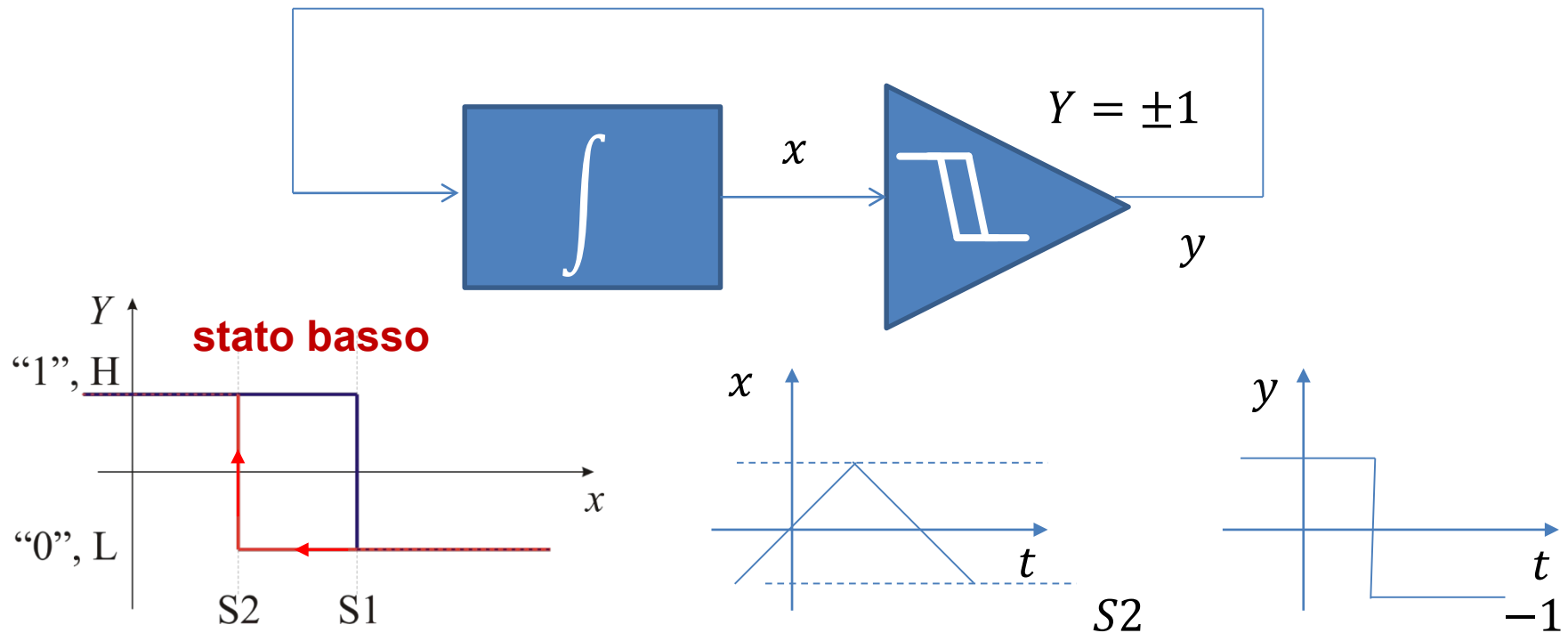
# Oscillatore ad Onda Quadra e Triangolare: schema a blocchi (I)

- Il comparatore invertente con isteresi ha soglie  $S1$  e  $S2$ , uscita  $+1$  allo stato alto e  $-1$  allo stato basso
- Assumiamo che l'uscita del comparatore  $y$  sia alta (costante positiva  $+1$ ): allora, l'uscita  $x$  dell'integratore è una rampa crescente.
- Quando l'uscita  $x$  dell'integratore raggiunge la soglia  $S1$ , il comparatore commuta



## Oscillatore ad Onda Quadra e Triangolare: schema a blocchi (II)

- Quando l'uscita  $x$  dell'integratore raggiunge la soglia  $S1$ , il comparatore commuta
- l'uscita del comparatore  $y$  diventa bassa (costante negativa  $-1$ ): l'uscita  $x$  dell'integratore è una rampa decrescente.
- Quando  $x$  raggiunge la soglia  $S2$ , il comparatore ritorna allo stato alto



## Oscillatore ad Onda Quadra e Triangolare: schema a blocchi (III)

- Quando l'uscita  $x$  dell'integratore raggiunge la soglia  $S1$ , il comparatore commuta
- l'uscita del comparatore  $y$  diventa bassa (costante negativa  $-1$ ): l'uscita  $x$  dell'integratore è una rampa decrescente.
- Quando  $x$  raggiunge la soglia  $S2$ , il comparatore ritorna allo stato alto
- La sequenza si ripete periodicamente, così che  $x$  ha un andamento ad onda triangolare e  $y$  è un'onda quadra

