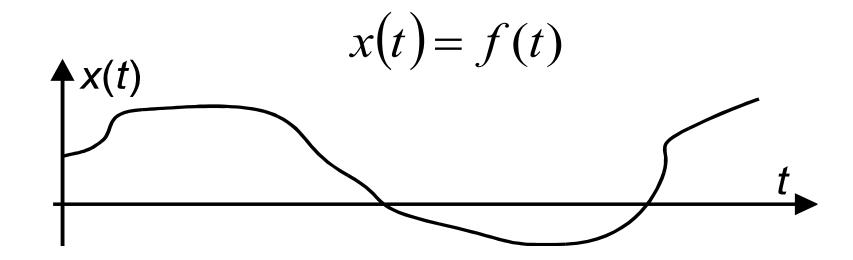


# Principi della conversione analogico/digitale (A/D)



- Segnali analogici vs sequenze digitali
  - Le grandezze fisiche in misura sono analogiche
    - ✓ Possono essere rappresentate mediante funzioni continue di variabili continue





- Segnali analogici vs sequenze digitali
  - Nel mondo digitale (numerico o numerale) si manipolano sequenze di numeri
    - Queste sequenze sono solitamente rappresentate mediante funzioni discrete di variabili discrete

$$x[k] = f[kT_c]$$

- Minori informazioni rispetto al segnale analogico
  - Possono essere rappresentati solo un numero finito di valori (quantizzazione)
  - ✓ La sequenza esiste solo in istanti di tempo discreti (campionamento)



## Perché impiegare sequenze digitali?

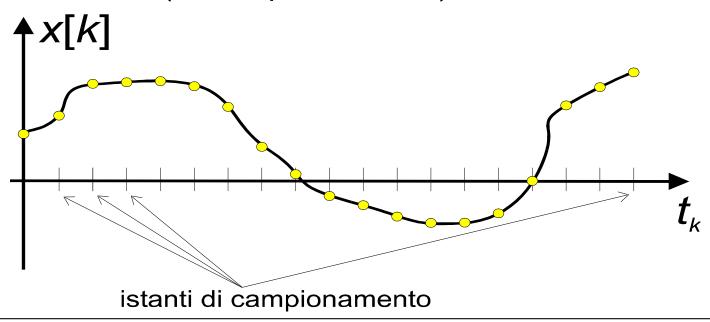
- Rispetto ai segnali analogici, le sequenze digitali:
  - ✓ sono facilmente elaborabili mediante diversi dispositivi, quali microprocessori, microcontrollori e *Digital Signal Processor* (DSP)
  - ✓ possono essere memorizzate più facilmente, in volumi ridotti ed in modo più stabile nel tempo
  - ✓ presentano una migliore reiezione al rumore
  - ✓ possono essere facilmente trasmesse a distanza



- Come si ottiene la versione digitale di un segnale analogico?
  - Attraverso il processo di <u>conversione analogico/digitale</u>, che può essere suddiviso in tre fasi distinte:
    - 1) campionamento del segnale nel dominio del tempo
    - discretizzazione (quantizzazione) del segnale nel dominio dell'ampiezza
    - 3) codifica



- La fase di campionamento
  - Dal segnale analogico si estraggono campioni in determinati istanti (di campionamento)

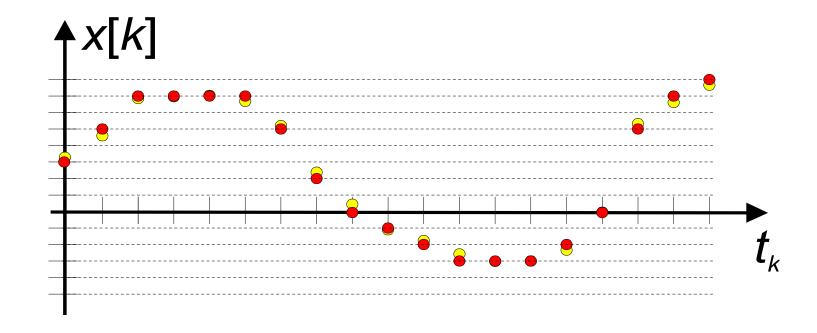


NOTA: il segnale è ancora continuo in ampiezza



## La fase di quantizzazione

Il campo continuo FR (Full Range) dei valori assunti dal segnale analogico è suddiviso in stati discreti e ciascun campione (-) è associato allo stato più vicino (-)





#### La fase di codifica

- Si associa un codice numerico a ciascuno stato discreto in cui è stato suddiviso il campo FR dei valori assunti dal segnale analogico
  - ✓ Suddivisione dell'intervallo FR in B<sup>N</sup> stati discreti
    - B: base numerica
    - N: numero dei caratteri
- Solitamente si utilizza il formato binario, ossia B = 2
  - ✓ Ciascun carattere (bit) può assumere i valori 0 e 1
  - ✓ Se, ad esempio, N = 8, si possono rappresentare  $2^8 = 256$  stati discreti



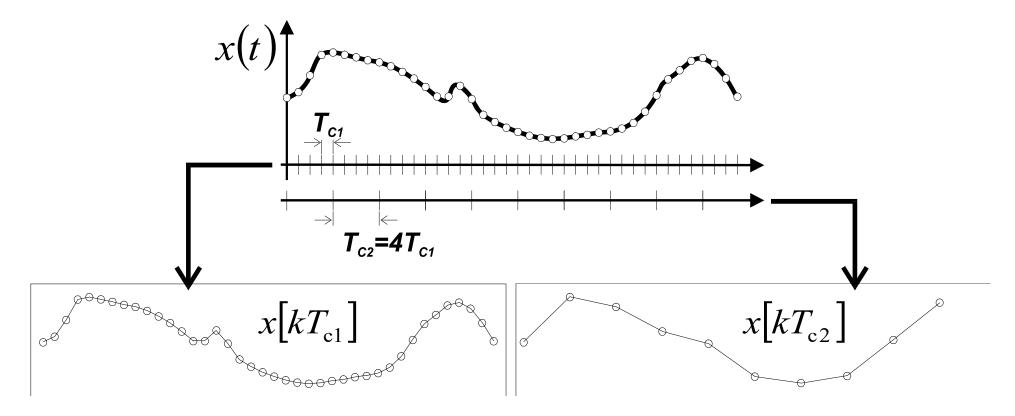
#### La fase di codifica

- Codifiche binarie più diffuse
  - ✓ Binario puro (campi di misura unipolari):
    - 0: 000...000; ≈ FR: 111...111
  - ✓ Binario con offset (campi di misura bipolari):
    - - FR/2: 000...000; ≈ FR/2: 111...111
  - ✓ Binario con complemento a 2 (campi bipolari):
    - - FR/2: 100...000; ≈ FR/2: 011...111



## II campionamento

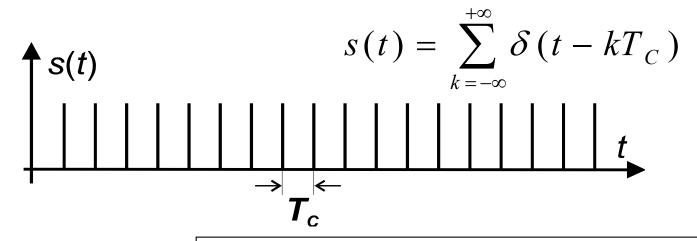
Se il campionamento non è sufficientemente "fitto", la sequenza digitale non rappresenta "bene" il segnale analogico





#### Il campionamento

- Da un punto di vista matematico
  - ✓ Nel dominio del tempo, la sequenza digitale  $x[kT_C]$  può essere espressa come il prodotto tra il segnale x(t) ed un treno di impulsi s(t) di durata infinitesima e periodo  $T_C$

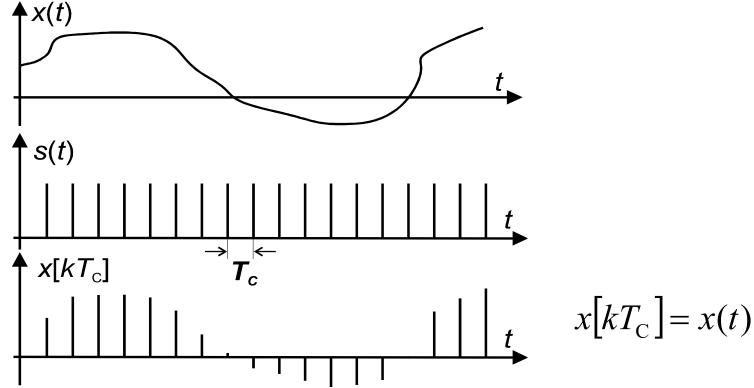


 $T_C$  è detto periodo di campionamento



#### Il campionamento

Da un punto di vista matematico (dominio del tempo)



$$x[kT_{\rm C}] = x(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_{\rm C})$$



## II campionamento

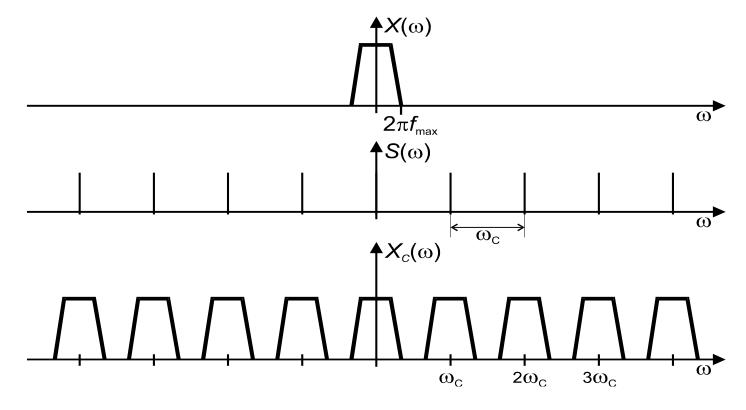
- Da un punto di vista matematico
  - ✓ Nel dominio della frequenza, la sequenza digitale  $x[kT_C]$  può essere espressa come il prodotto di convoluzione tra le trasformate di Fourier di x(t) ed s(t)

$$S(\omega) = \omega_C \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - k\omega_C); \, \omega_C = \frac{2\pi}{T_C}$$

$$X_{C}(\omega) = X(\omega) * S(\omega) = \omega_{C} \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X(\omega - k\omega_{C})$$

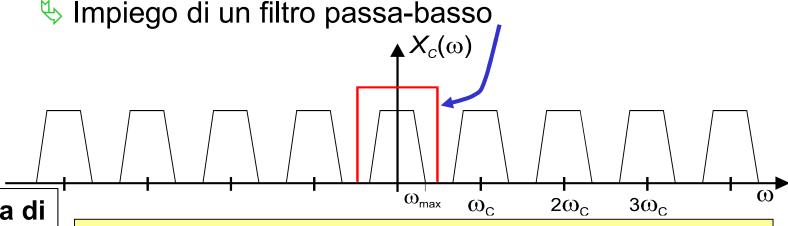


- II campionamento
  - Da un punto di vista matematico
    - ✓ IPOTESI: Segnale a banda limitata  $\omega_{max} = 2\pi f_{max}$





- Il campionamento
  - Da un punto di vista matematico
    - ✓ IPOTESI: Segnale a banda limitata  $\omega_{max} = 2\pi f_{max}$
    - ✓ Ricostruzione del segnale analogico



 $f_C$  è detta frequenza di campionamento

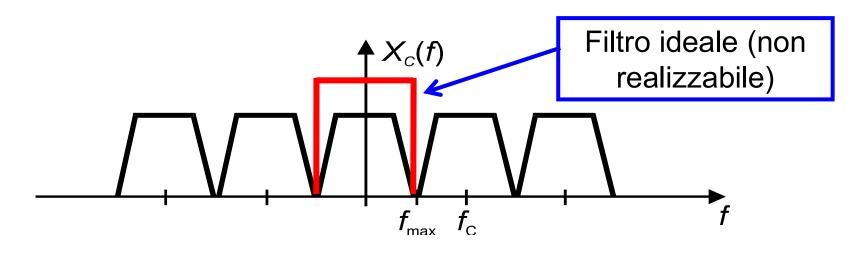
In linea teorica, il segnale analogico può essere ricostruito fedelmente se vale la relazione

$$\omega_c \ge 2\omega_{\max} \rightarrow f_c \ge 2f_{\max}$$



#### II campionamento

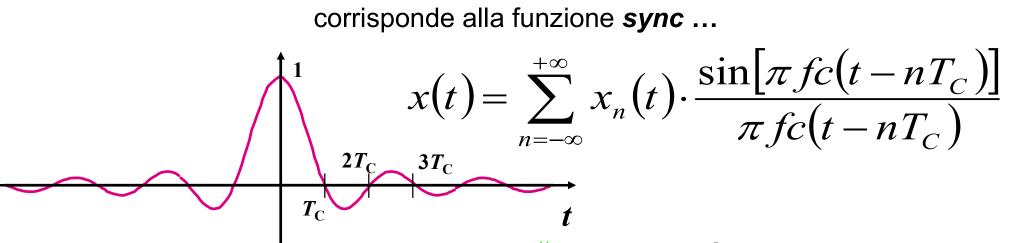
- Da un punto di vista matematico
  - ✓ IPOTESI: Segnale a banda limitata  $\omega_{max} = 2\pi f_{max}$
  - ✓ La condizione  $f_c \ge 2f_{\text{max}}$  è nota come teorema di Shannon (o del campionamento)
  - ✓ La condizione di uguaglianza non ha interesse pratico





#### Il campionamento

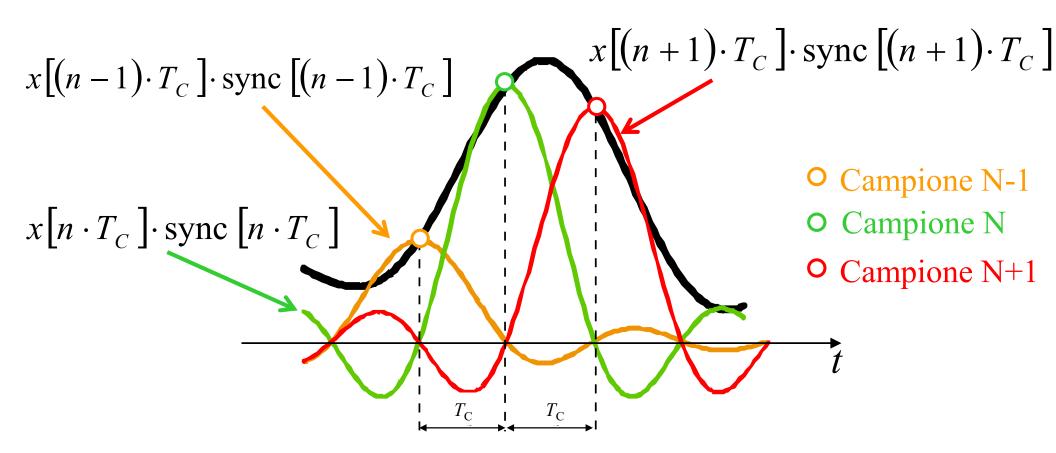
- Da un punto di vista matematico
  - ✓ IPOTESI: Segnale a banda limitata  $\omega_{max} = 2\pi f_{max}$
  - ✓ La condizione  $f_c = 2f_{\text{max}}$  non ha interesse pratico
    - Nel dominio del tempo, il filtro passa-basso ideale corrisponde alla funzione sync ...



🦴 ... ma non è possibile disporre di infiniti campioni



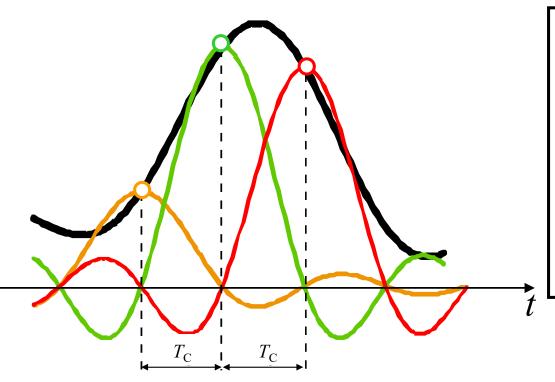
- II campionamento
  - Ricostruzione del segnale tramite funzione sync





- II campionamento
  - Ricostruzione del segnale tramite funzione sync

Funzioni sync centrate intorno agli istanti di campionamento



In ciascun istante di campionamento, tutte le funzioni sync sono nulle, tranne quella centrata in quell'istante

> In ciascun istante di campionamento, il segnale ricostruito è uguale al campione in quell'istante

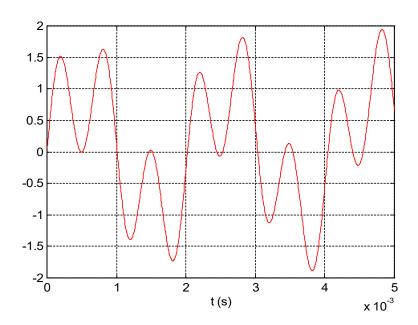


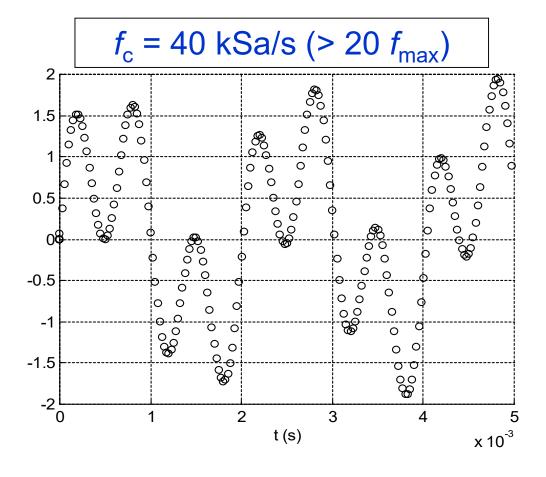
#### Il campionamento

- Da un punto di vista matematico
  - ✓ IPOTESI: Segnale a banda limitata  $\omega_{max} = 2\pi f_{max}$
  - ✓ In pratica, la condizione per la corretta ricostruzione del segnale analogico dipende dalla tecnica di interpolazione utilizzata

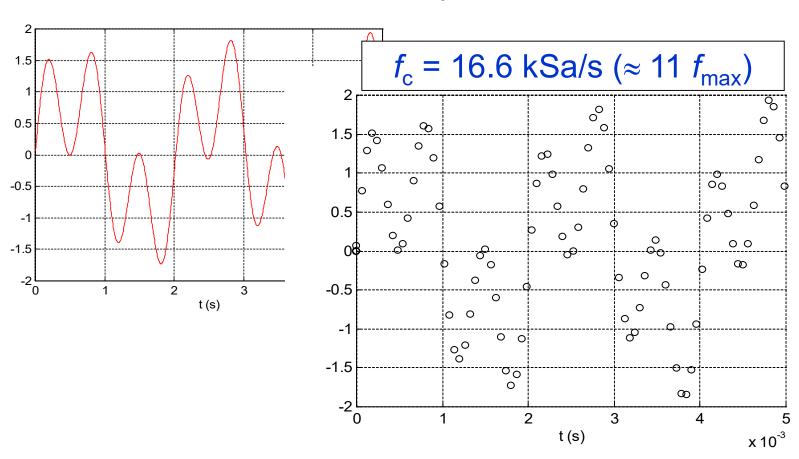
$$10 > \frac{f_{c}}{f_{max}} > 2.5$$
 Interpolazione sync (troncata)
$$20 > \frac{f_{c}}{f_{max}} > 10$$
 Interpolazione lineare
$$\frac{f_{c}}{f_{max}} > 20$$
 Nessuna interpolazione (dots mode)



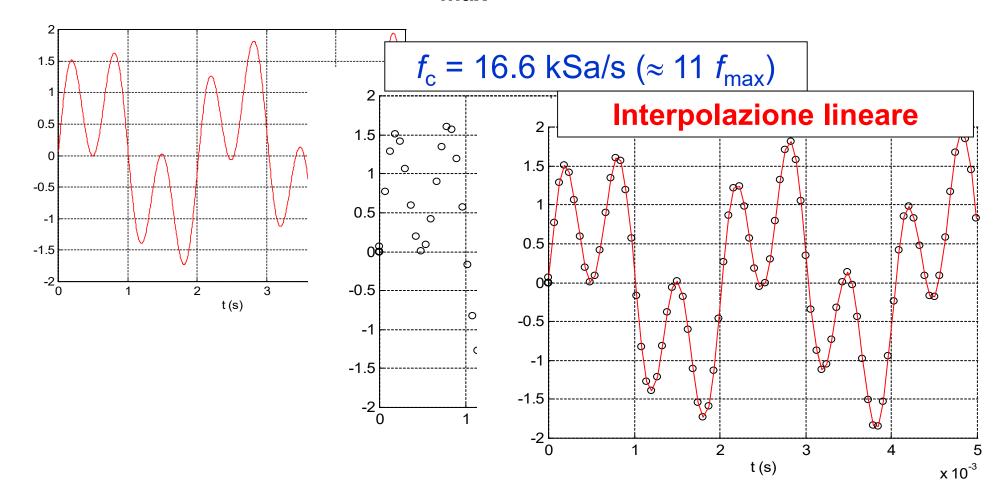




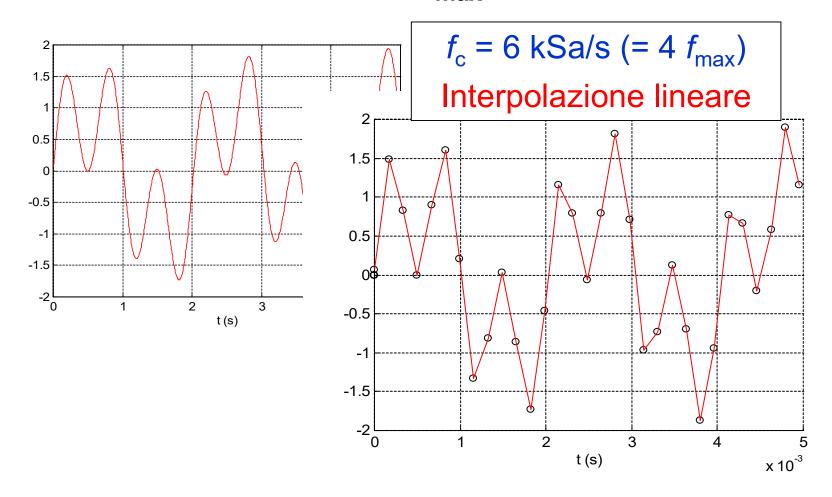




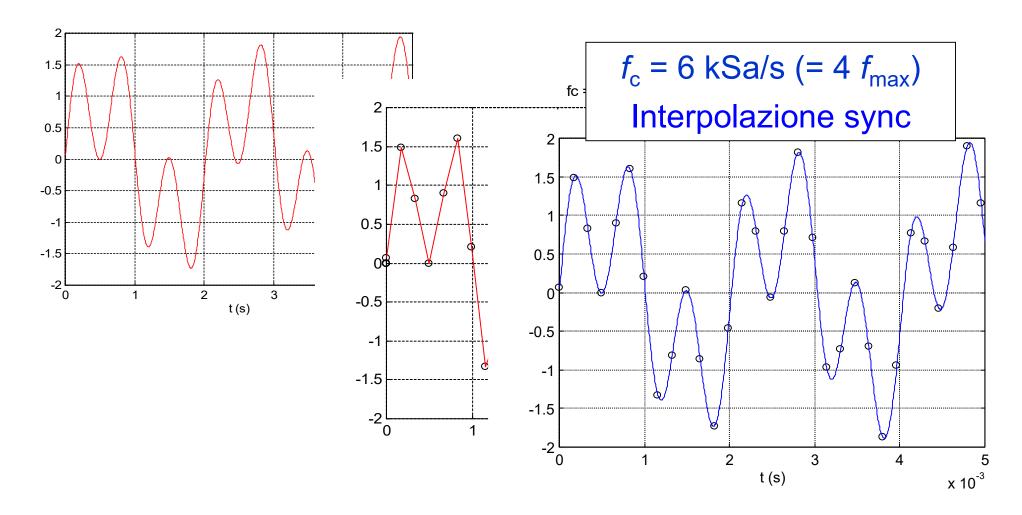






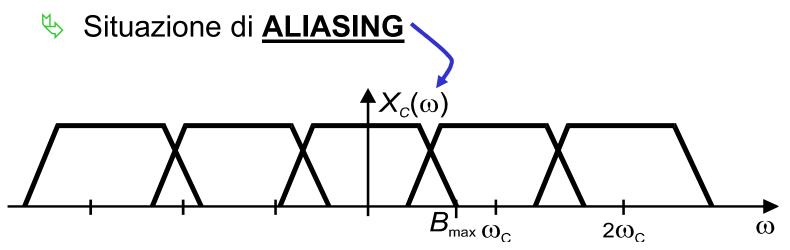






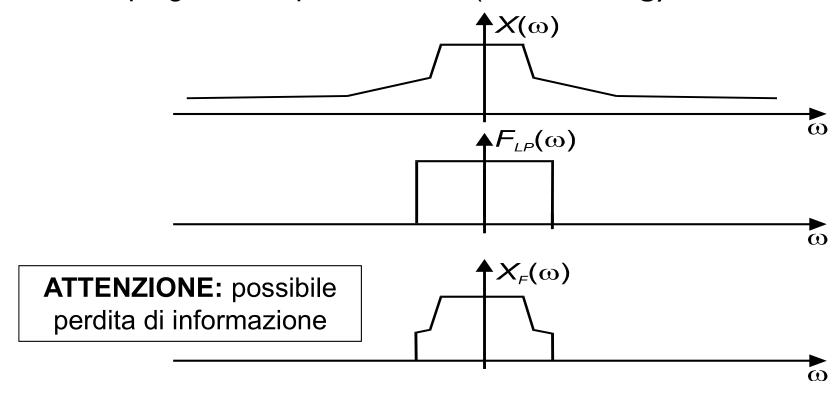


- II campionamento
  - Da un punto di vista matematico
    - ✓ IPOTESI: Segnale a banda limitata  $\omega_{max} = 2\pi f_{max}$
    - ✓ Se la condizione  $f_c \ge 2f_{\text{max}}$  non è soddisfatta
      - Non è possibile ricostruire il segnale analogico a partire dalla sequenza digitale





- II campionamento
  - Da un punto di vista matematico
    - ✓ Se il segnale x(t) non è a banda limitata?
      - Impiego di filtri passa-basso (anti-aliasing)





#### La quantizzazione

 Operazione eseguita grazie alla caratteristica ingresso/uscita di un convertitore analogico-digitale (ADC)



Numero di caratteri (bit) impiegati per codificare la parola digitale di uscita



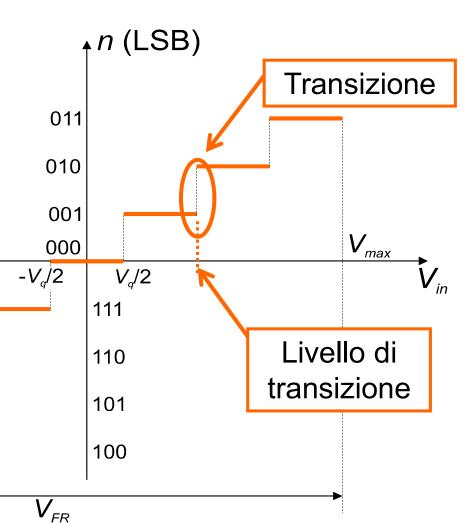
#### La quantizzazione

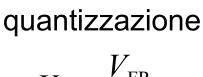
Caratteristica ingresso/uscita *n* (LSB) ideale di un convertitore bipolare a 3 bit (quantizzazione uniforme) 010 001 000 111 Codifica binaria in 110 complemento a Campo di misura 101 (tensione di *Full Range*) due 100



## La quantizzazione

 Caratteristica ingresso/uscita ideale di un convertitore bipolare a 3 bit (quantizzazione uniforme)





Tensione di

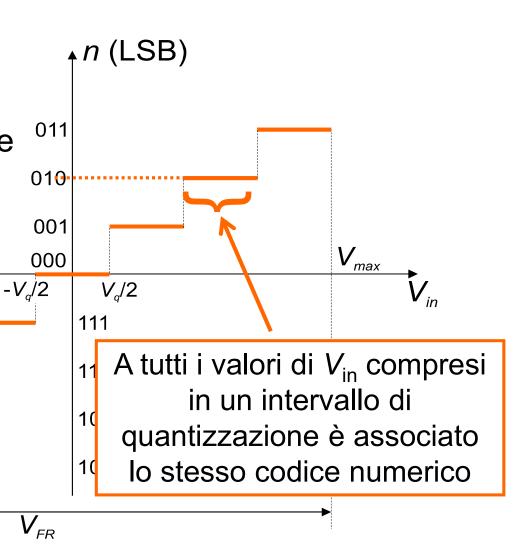
$$V_{\rm q} = \frac{V_{\rm FR}}{2^{Nb}}$$



#### La quantizzazione

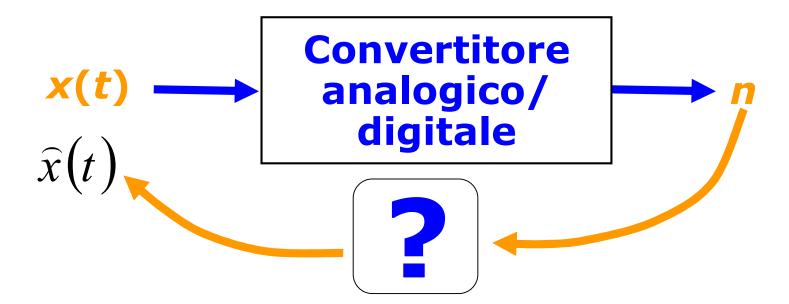
 Caratteristica ingresso/uscita ideale di un convertitore bipolare a 3 bit (quantizzazione uniforme)

 $oldsymbol{V}_{min}$ 

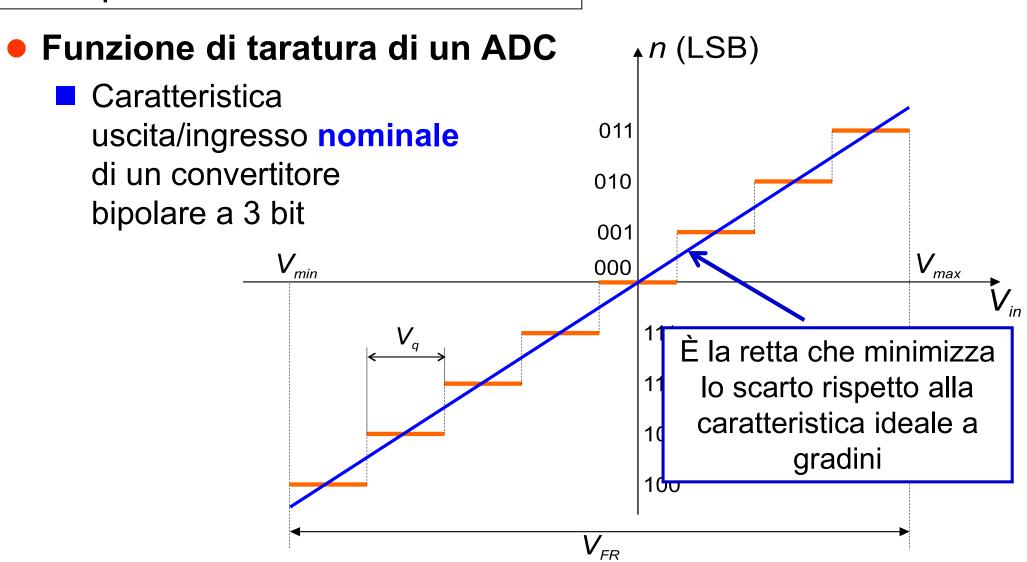




- Funzione di taratura di un ADC
  - Necessaria per risalire al valore analogico dei vari campioni a partire dai corrispondenti codici numerici
    - La caratteristica ingresso/uscita non è invertibile









- Funzione di taratura di un ADC
  - Caratteristica uscita/ingresso nominale di un convertitore bipolare a 3 bit

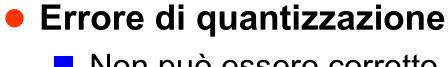
$$V_{\text{in}}^{\wedge} = f^{-1}(n) = n \cdot V_{q}$$

#### Esempio

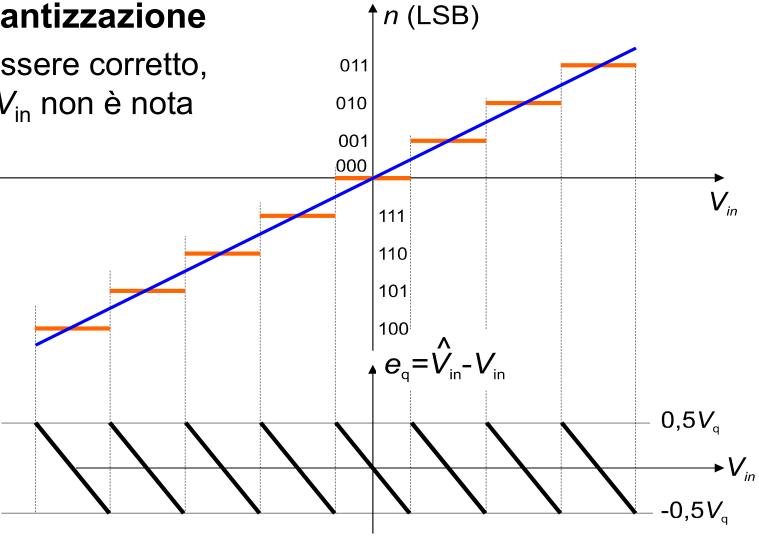
- $V_{FR} = 5 \text{ V}$ ;  $N_b = 8 \Rightarrow V_q = 0.0195 \text{ V}$
- n = -53

♦ tensione di ingresso stimata: - 1.035 V





Non può essere corretto, in quanto  $V_{\rm in}$  non è nota





- Errore di quantizzazione
  - Rappresenta un contributo di incertezza (di quantizzazione)
    - ✓ Modello deterministico

$$\Leftrightarrow \delta e_{q} = 0.5 \cdot V_{q}$$

✓ Modello probabilistico

$$\Rightarrow u(e_q) = 0.5 \cdot V_q / \sqrt{3}$$

Esempio:  $V_{FR} = 5 \text{ V}$ 

• 
$$N_{\rm b}$$
 = 4  $\Rightarrow$   $V_{\rm q}$  = 0.3125 V;  $\delta e_{\rm q} \approx$  156 mV

• 
$$N_{\rm b} = 8 \Rightarrow V_{\rm q} = 0.0195 \text{ V}; \ \delta e_{\rm q} \approx 9.8 \text{ mV}$$



## Principi della conversione AD

#### Errore di quantizzazione

- L'incertezza di quantizzazione è, in valore assoluto, costante su tutto il campo di misura
  - ✓ L'incertezza relativa aumenta al diminuire di V<sub>in</sub>

$$\varepsilon e_{q} = \frac{\delta e_{q}}{V_{in}} = \frac{0.5 \cdot V_{q}}{V_{in}}$$

Conviene lavorare il più possibile vicino alla portata del convertitore

Esempio:  $V_{FR} = 5 \text{ V}$ ;  $N_b = 8$ ;  $\delta e_q \approx 9.8 \text{ mV}$ 

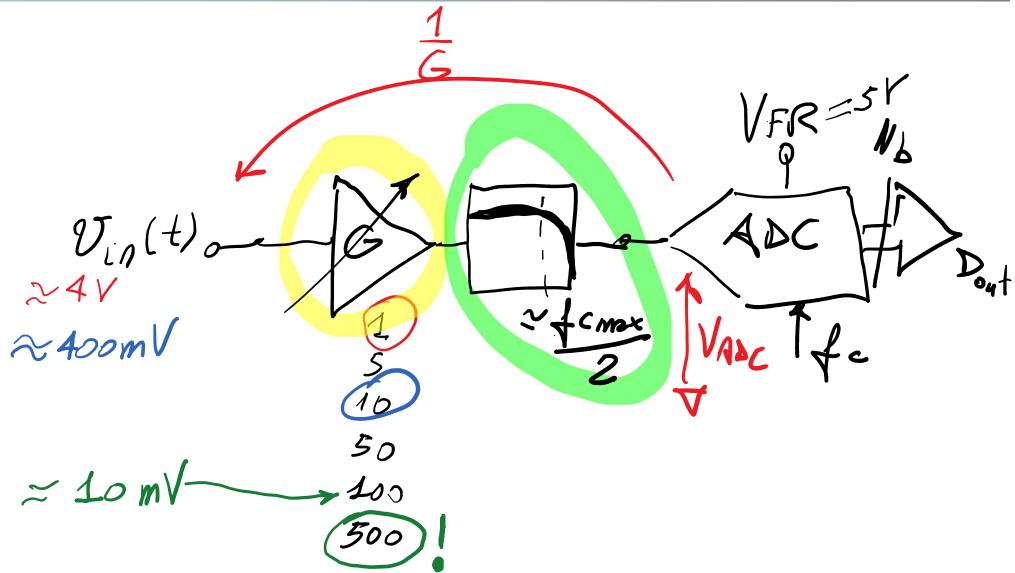
• 
$$V_{\text{in}} = 4 \text{ V} \Rightarrow \varepsilon e_{\text{q}\%} \approx 0.24 \%$$

• 
$$V_{\text{in}} = 0.1 \text{ V} \Rightarrow \epsilon e_{\text{q}\%} \approx 9.8 \%$$

• 
$$V_{\rm in} = 0.01 \text{ V} \Rightarrow \varepsilon e_{\rm q\%} \approx 98 \% \text{ !!!}$$



#### SISTEMI ELETTRONICI, TECNOLOGIE E MISURE Alessio Carullo – 2018/2019





## Principi della conversione AD

#### Tempo di conversione

Intervallo di tempo che intercorre tra l'istante in cui si preleva un campione del segnale e l'istante in cui il codice numerico associato al campione è disponibile all'uscita del convertitore

#### **ATTENZIONE**

Durante il tempo di conversione, il segnale all'ingresso del convertitore deve rimanere costante

In pratica, NON deve cambiare di una quantità superiore a  $\pm \frac{1}{2} V_{\alpha}$ 



## Principi della conversione AD

#### Tempo di conversione

Pone un limite alla massima frequenza del segnale da convertire (indipendentemente dal teorema del campionamento)

#### **Esempio**

Convertitore con tempo di conversione  $\Delta t = 10 \mu s$ ,

Full Range: 10 V, Nb = 12 bit ( $V_q \approx 2.5 \text{ mV}$ )

Conversione di un segnale sinusoidale

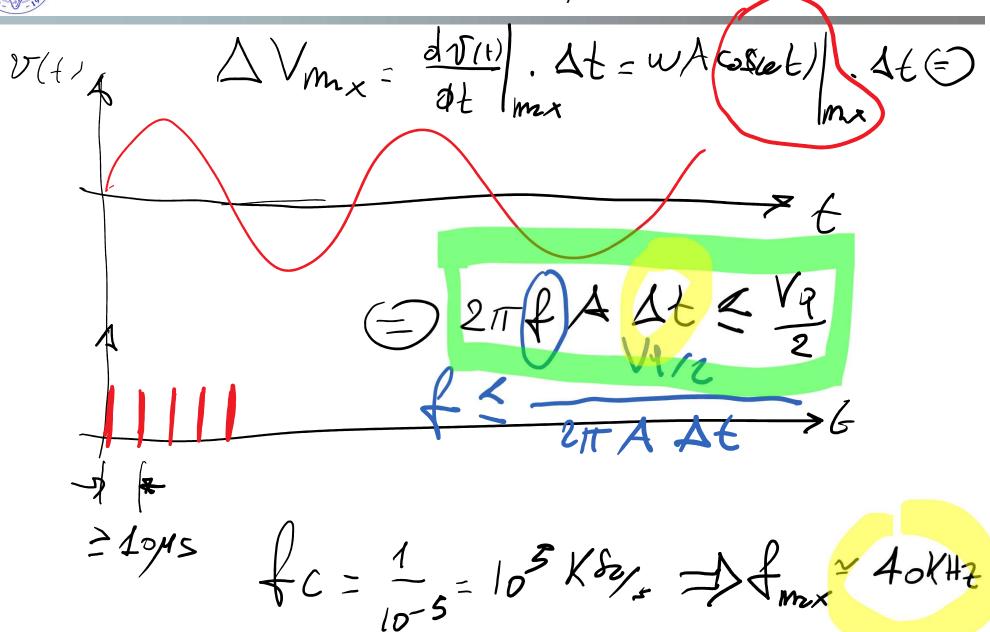
$$v(t)$$
 = A sen ( $\omega t$ ); A = 5 V;  $\omega$  =  $2\pi f$ 

Imponendo  $\Delta v_{MAX} \le 1.25$  mV nell'intervallo  $\Delta t$ , si ottiene  $f_{MAX} \le 4$  Hz!!!



SISTEMI ELETTRONICI, TECNOLOGIE E MISURE

Alessio Carullo - 2018/2019

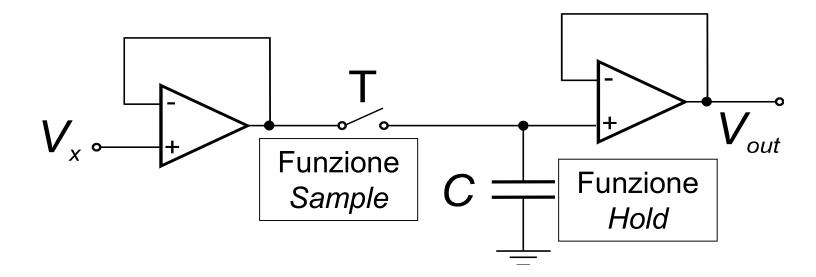




## Principi della conversione AD

#### Tempo di conversione

Per garantire che i campioni da convertire si mantengano entro ±½ V<sub>q</sub> durante il tempo di conversione, si ricorre ad un circuito di *Sample-and-Hold* (solitamente interno al convertitore)





## Principi della conversione AD

#### Tempo di conversione

Impiego del circuito di Sample-and-Hold

#### **Esempio**

ADC con tempo di conversione  $\Delta t = 10 \mu s$ ,

Full Range: 10 V, Nb = 12 bit ( $V_q \approx 2.5 \text{ mV}$ )

Conversione di un segnale sinusoidale

$$v(t) = A \text{ sen } (\omega t); A = 5 \text{ V}; \omega = 2\pi f; f = 10 \text{ kHz}$$

Tempo di carica del condensatore:

$$\Delta t_C = \frac{1/2 \, LSB}{2\pi f A} \approx 4 \text{ ns}$$

Tempo di scarica maggiore di 10 μs



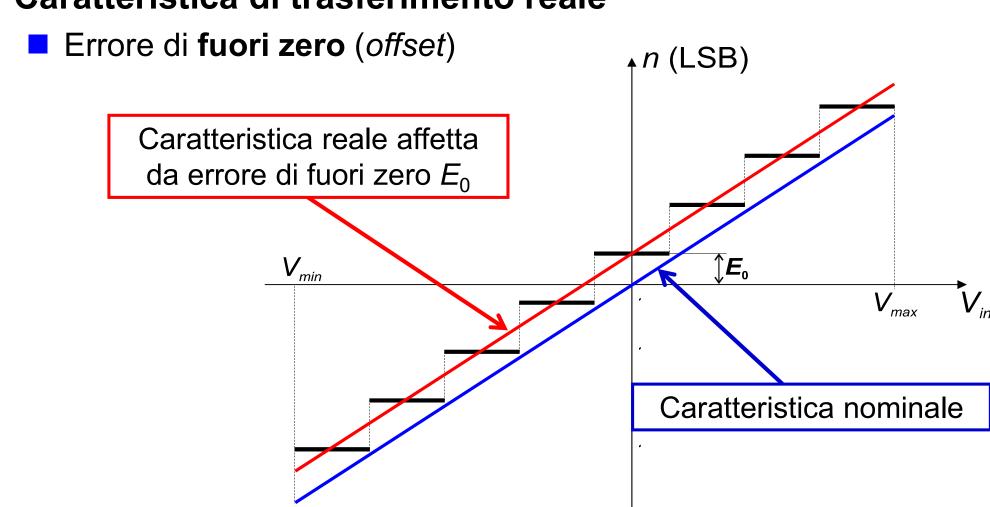


#### Caratteristica di trasferimento reale

- Le non idealità che influenzano la caratteristica ingresso/uscita reale di un convertitore analogico/digitale sono classificate in:
  - ✓ Errore di fuori zero
  - Errore di guadagno
  - ✓ Errore di linearità



Caratteristica di trasferimento reale





Caratteristica di trasferimento reale

Errore di fuori zero (offset) n (LSB)  $V_{\underline{mi}}$ 

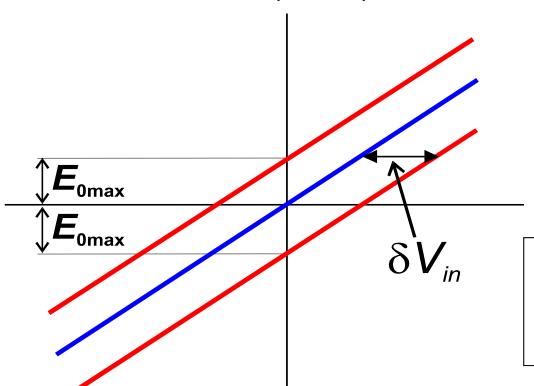


- Caratteristica di trasferimento reale
  - Errore di **fuori zero** (*offset*)
    - ✓ Il costruttore fornisce solitamente l'errore di fuori zero espresso in LSB nella forma  $\pm E_{0max}$ 
      - Massimo errore di fuori zero ammesso per tutti i dispositivi dello stesso tipo
    - ✓ Incertezza corrispondente (modello deterministico):

$$\delta V_{in}^{E_0} = E_{0 \max} \cdot V_{q}$$



- Caratteristica di trasferimento reale
  - Errore di fuori zero (offset)

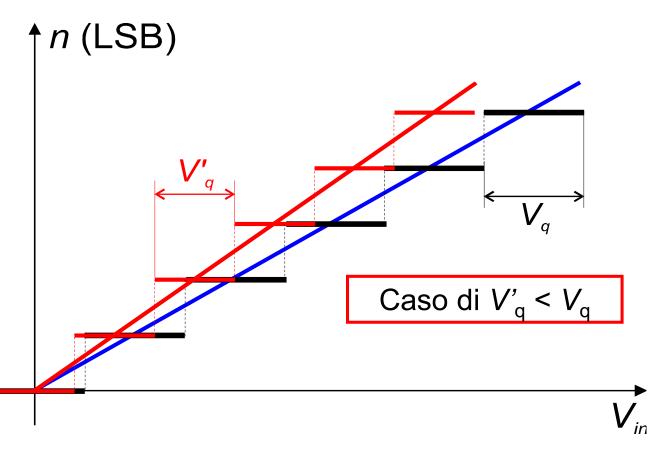


Incertezza assoluta costante su tutto il campo di misura



- Caratteristica di trasferimento reale
  - Errore di guadagno

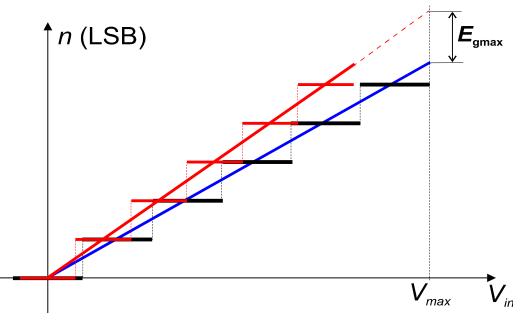
È dovuto alla differenza tra l'intervallo di quantizzazione reale  $(V'_q)$  e quello nominale  $(V_q)$ 





#### Caratteristica di trasferimento reale

- Errore di guadagno
  - ✓ Il costruttore fornisce solitamente l'errore di guadagno valutato all'estremo del campo di misura ed espresso in LSB nella forma  $\pm E_{\text{amax}}$



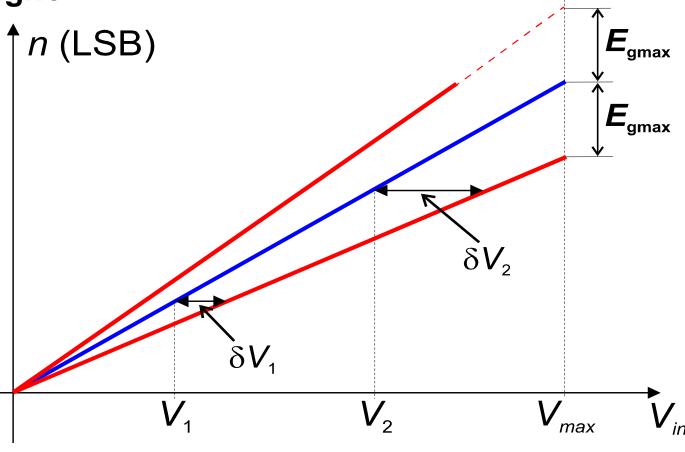
Massimo errore di guadagno ammesso per tutti i dispositivi dello stesso tipo



Caratteristica di trasferimento reale

Errore di guadagno

L'incertezza
dovuta all'errore
di guadagno è
proporzionale
alle tensione in
misura





- Caratteristica di trasferimento reale
  - Errore di guadagno
    - ✓ Incertezza corrispondente (modello deterministico):
      - ♦ Campo di misura unipolare

$$\delta V_{\text{in}}^{E_g} = E_{\text{gmax}} \cdot \frac{n}{2^{Nb}} \cdot V_{q}$$

♦ Campo di misura bipolare

$$\delta V_{\text{in}}^{E_g} = E_{\text{gmax}} \cdot \frac{n}{2^{Nb-1}} \cdot V_{q}$$



#### Caratteristica di trasferimento

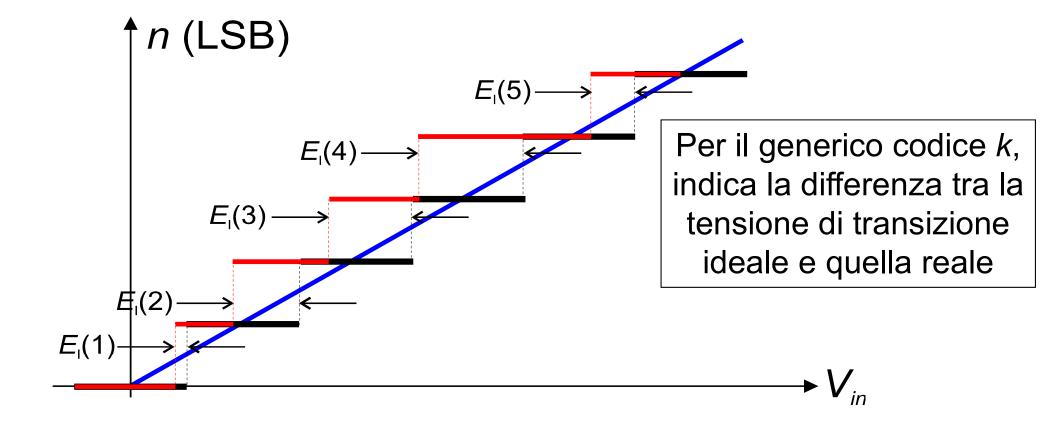
- Errore di linearità
  - ✓ È dovuto alla non uniformità degli intervalli di quantizzazione
  - ✓ È espresso mediante due parametri:
    - Errore di linearità integrale  $E_1$
    - Errore di linearità differenziale  $E_{D}$

#### **NOTA**

- Non si tratta di due contributi di incertezza differenti
- Nelle misure assolute di tensione si utilizza E<sub>I</sub>, mentre E<sub>D</sub> deve essere considerato nel caso di metodi basati sul trasferimento della riferibilità



- Caratteristica di trasferimento
  - Errore di linearità integrale





- Caratteristica di trasferimento reale
  - Errore di linearità integrale
    - ✓ Il costruttore fornisce solitamente l'errore di linearità integrale espresso in LSB nella forma  $\pm E_{lmax}$ 
      - Massimo errore di linearità integrale per tutti i dispositivi dello stesso tipo
    - ✓ Incertezza corrispondente (modello deterministico):

$$\delta V_{in}^{E_{I}} = E_{Imax} \cdot V_{q}$$



#### Caratteristica di trasferimento reale

- Errore di linearità differenziale
  - ✓ Indica la differenza tra l'intervallo di quantizzazione reale associato al generico codice k e la tensione di quantizzazione ideale  $V_{\rm q}$
  - ✓ È generalmente espresso in forma relativa rispetto alla tensione di quantizzazione ideale:

$$E_{D}(k) = \frac{A(k) - V_{q}}{V_{q}}$$



#### Caratteristica di trasferimento reale

Errore di linearità differenziale

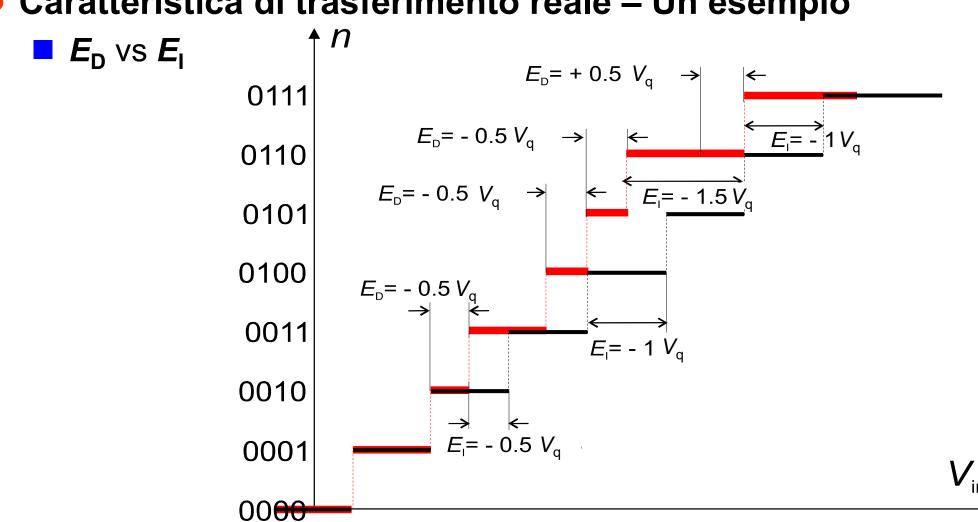
VS

Errore di linearità integrale

- ✓ E<sub>D</sub> indica lo scostamento dalla linearità di un particolare gradino della caratteristica del convertitore analogico/digitale
- ✓ E<sub>I</sub> rappresenta la somma (integrale) degli errori di linearità
  differenziale lungo la caratteristica del convertitore



Caratteristica di trasferimento reale – Un esempio





#### Incertezza e numero di bit effettivi

Se la tensione applicata all'ingresso del convertitore è stimata mediante la funzione di taratura:

$$V_{\text{in}}^{\hat{}} = n \cdot V_{\text{q}} = n \cdot \frac{V_{\text{FR}}}{2^{\text{Nb}}}$$

i contributi di incertezza da considerare sono quelli dovuti agli errori:

- √ di quantizzazione
- √ di fuori zero
- ✓ di guadagno
- √ di linearità integrale



#### Incertezza e numero di bit effettivi

Stima con modello deterministico:

$$\delta V_{\text{in}} = \delta e_{q} + \delta V_{\text{in}}^{E_{0}} + \delta V_{\text{in}}^{E_{g}} + \delta V_{\text{in}}^{E_{I}}$$

$$\delta V_{\text{in}} = 0.5 \cdot V_{q} + E_{0} \cdot V_{q} + E_{g} \cdot \frac{n}{2^{\text{Nb}}} \cdot V_{q} + E_{I} \cdot V_{q} =$$

$$= V_{q} \cdot (0.5 + E_{0} + E_{I}) + \frac{E_{g}}{2^{\text{Nb}}} \cdot (n \cdot V_{q})$$

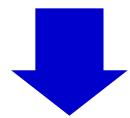
$$V_{\text{in}}$$



- Incertezza e numero di bit effettivi
  - Stima con modello deterministico:

$$(\delta V_{in}) = V_{FR} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 0.5 + E_0 + E_I \\ 2^{Nb} \end{pmatrix}}_{A} + \underbrace{\begin{pmatrix} E_g \\ 2^{Nb} \end{pmatrix}}_{B} \cdot V_{in}$$

Total unadjusted error



$$\delta V_{\text{in}} = (A \cdot \text{Portata} + B \cdot \text{Lettura}) V$$



#### Incertezza e numero di bit effettivi

- Un altro modo per esprimere l'incertezza assoluta consiste nel dichiarare il numero di bit effettivi Nb<sup>E</sup>:
  - Numero di bit di risoluzione di un convertitore ideale con errore di quantizzazione *E* '<sub>q</sub> che, all'estremo del campo di misura, è pari alla somma degli errori del convertitore reale:

$$E_{q}' = E_{q} + E_{0} + E_{g} + E_{I}$$

numero di livelli che il convertitore riesce a distinguere:

$$N_{\rm liv} = \frac{2^{\rm Nb}}{E_{\rm q}}$$



#### Incertezza e numero di bit effettivi

Il numero di bit effettivi Nb<sup>E</sup> è il numero di bit necessari per rappresentare N<sub>liv</sub> livelli:

$$Nb^{E} = \log_{2}\left(\frac{2^{Nb}}{2 \cdot E_{q}}\right) = Nb - \log_{2}\left(2 \cdot E_{q}\right)$$

Esempio: Nb = 8;  $E_1 = 1.5$  LSB

• 
$$E'_q = E_q + E_l = 0.5 LSB + 1.5 LSB = 2 LSB$$

$$^{4}$$
  $Nb^{E} = 8 - \log_{2}(4) = 6$ 



# Esempio di specifiche di un convertitore AD commerciale



#### Convertitore AD commerciale

#### National Semiconductor ADC14L040

Massima frequenza di campionamento: 40 MSa/s

$$T_{\rm C} = 25 \text{ ns}$$

- Bit di risoluzione: Nb = 14
- Campo di misura unipolare o bipolare; Full Range = 2 V
   ♥ V<sub>a</sub> = 0.12 mV
- On-chip Sample-and-Hold
- $\triangleright$  Tempo di apertura del convertitore:  $\tau$  = 2 ns
- Codifica di uscita: binaria con offset o in complemento a 2



#### SISTEMI ELETTRONICI, TECNOLOGIE E MISURE Alessio Carullo – 2018/2019

#### Convertitore AD commerciale

#### Specifiche di un convertitore commerciale

National Semiconductor ADC14L040

| Symbol                 | Parameter  | Conditions                     | Typical<br>(Note 10) | Limits<br>(Note 10) | Units<br>(Limits) |
|------------------------|--|--------------------------------|----------------------|---------------------|-------------------|
| STATIC (               | CONVERTER CHARACTERISTICS                            |                                | 88                   |                     | 30                |
|                        | Resolution with No Missing Codes                     |                                |                      | 14                  | Bits (min)        |
| INL                    | Integral Non Linearity (Note 11)                     |                                | ±1.5                 | ±3.8                | LSB (max)         |
| DNL                    | Differential Non Linearity                           |                                | ±0.5                 | ±1.0                | LSB (max)         |
| PGE                    | Positive Gain Error                                  |                                | 0.3                  | ±3.3                | %FS (max)         |
| NGE                    | Negative Gain Error                                  |                                | 0.4                  | ±3.3                | %FS (max)         |
| TC GE                  | Gain Error Tempco                                    | -40°C ≤ T <sub>A</sub> ≤ +85°C | 2.5                  |                     | ppm/°C            |
| $V_{OFF}$              | Offset Error (V <sub>IN</sub> + = V <sub>IN</sub> -) |                                | -0.06                | ±1.0                | %FS (max)         |
| TC<br>V <sub>OFF</sub> | Offset Error Tempco                                  | -40°C ≤ T <sub>A</sub> ≤ +85°C | 1.5                  |                     | ppm/°C            |

$$E_{TOT} = Eq + E_I + Eo + Eg \approx 0.5 + 1.5 + \left(\frac{0.06}{100} + \frac{0.3}{100}\right) \cdot 8192 \approx 31 \text{ LSB}$$

Non sono prese in considerazione le derive termiche



#### Convertitore AD commerciale

#### Specifiche di un convertitore commerciale

National Semiconductor ADC14L040

$$E_{TOT} = Eq + E_I + Eo + Eg \cong 0.5 + 1.5 + \left(\frac{0.06}{100} + \frac{0.3}{100}\right) \cdot 8192 \cong 31 \text{ LSB}$$

Numero di bit effettivi:

$$Nb^{E} = Nb - \log_{2} (2 \cdot E_{TOT}) \approx 8$$

Se si correggono gli errori di offset e di guadagno:

$$E_{TOT C} = Eq + E_I \cong 0.5 + 1.5 = 2 \text{ LSB}$$
  
 $Nb_C^E = Nb - \log_2(2 \cdot E_{TOT C}) = 12$