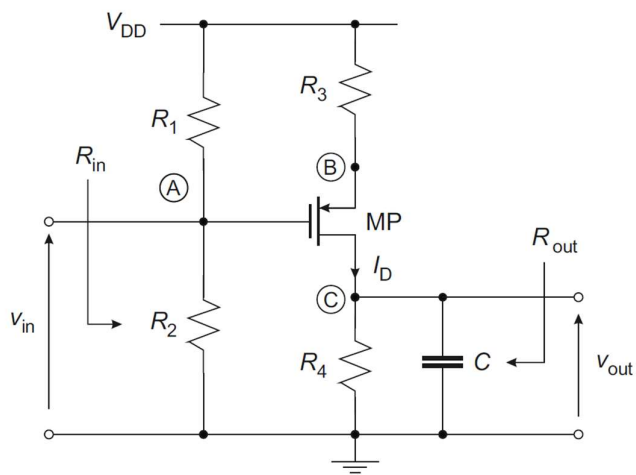


ESTM 2024
Esercitazione 8

REGISTRAZIONE

Da Esame del 12/02/2024



$R_1=100\text{k}\Omega$ *per MP:*
 $R_2=400\text{k}\Omega$ $\beta=2\text{mA/V}^2$
 $R_3=40\text{k}\Omega$ $V_{TH}=0.5\text{V}$
 $R_4=200\text{k}\Omega$ $\lambda=0$
 $R_5=10\text{k}\Omega$
 $R_6=15\text{k}\Omega$
 $C=100/(2\pi)$ pF
 $V_A=4\text{V}$
 $V_B=4.6\text{V}$
 $V_C=2\text{V}$
 $V_{DD}=5\text{V}$

Con riferimento al circuito in figura:

1. verificare il funzionamento del transistor MP in regione di saturazione e determinarne i parametri di piccolo segnale nel punto di lavoro;
2. assumendo che il condensatore C si comporti come un circuito aperto nella banda del segnale, determinare - in condizioni di piccolo segnale e in banda - l'amplificazione di tensione $A_{v0} = v_{out}/v_{in}$, la resistenza d'ingresso R_{in} e la resistenza d'uscita R_{out} indicate in figura;
3. determinare l'amplificazione di tensione di piccolo segnale nel dominio della frequenza $A_v(s) = V_{out}(s)/V_{in}(s)$;
4. tracciare i diagrammi di Bode del modulo e della fase di $A_v(s)$ determinata al punto precedente.

Soluzione

1. Per il transistore MP:

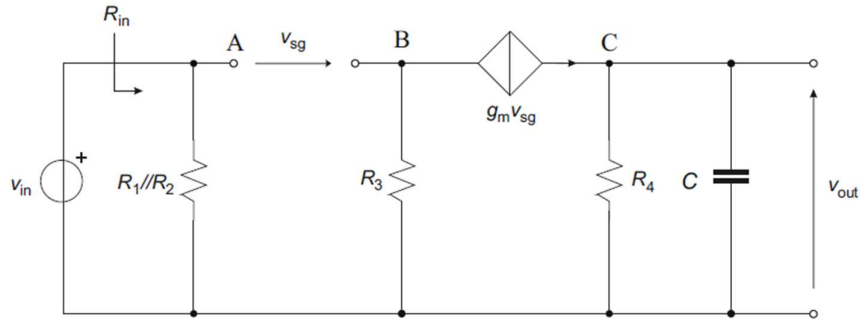
$$V_{SG} = V_B - V_A = 4.6 \text{ V} - 4 \text{ V} = 600 \text{ mV} > V_{TH} = 500 \text{ mV}$$

e

$$V_{SD} = V_B - V_C = 4.6 \text{ V} - 2 \text{ V} = 2.6 \text{ V} > V_{SG} - V_{TH} = 100 \text{ mV}$$

Il transistore MP è dunque polarizzato in regione di saturazione.

La transconduttanza di piccolo segnale può essere valutata come $g_m = \beta(V_{SG} - V_{TH}) = 200 \mu\text{S}$. La conduttanza di uscita è nulla essendo $\lambda = 0$.



2. Il circuito equivalente per il piccolo segnale è quello riportato sopra in figura. Si tratta di uno stadio source comune.

- Amplificazione di Tensione A_v in banda

Dalla KVL alla maglia d'ingresso si ha che:

$$v_{sg} = -v_{in} - g_m R_3 v_{sg}$$

da cui

$$v_{sg} = -\frac{1}{1 + g_m R_3} v_{in}$$

Considerando C come un circuito aperto, si ha poi che la tensione d'uscita v_{out} vale:

$$v_{out} = g_m R_4 v_{sg} = -\frac{g_m R_4}{1 + g_m R_3} v_{in}$$

Quindi:

$$A_{v0} = v_{out}/v_{in} = -\frac{g_m R_4}{1 + g_m R_3} = -4.44 \quad (12.95 \text{ dB})$$

- Resistenza d'ingresso:

dal circuito equivalente di piccolo segnale, si ricava direttamente per ispezione:

$$R_{in} = R_1 \parallel R_2 = 80 \text{ k}\Omega$$

- Resistenza d'uscita:

applicando un generatore di test i_t alla porta d'uscita e spegnendo il generatore d'ingresso, la corrente che scorre nel generatore pilotato è nulla, pertanto

3. Considerando il condensatore C nel circuito equivalente per il piccolo segnale

$$A_v(s) = V_{\text{out}}/V_{\text{in}} = -\frac{g_m Z}{1 + g_m R_3}$$

con

$$Z(s) = R_4 \parallel \frac{1}{sC} = \frac{R_4}{1 + sCR_4}$$

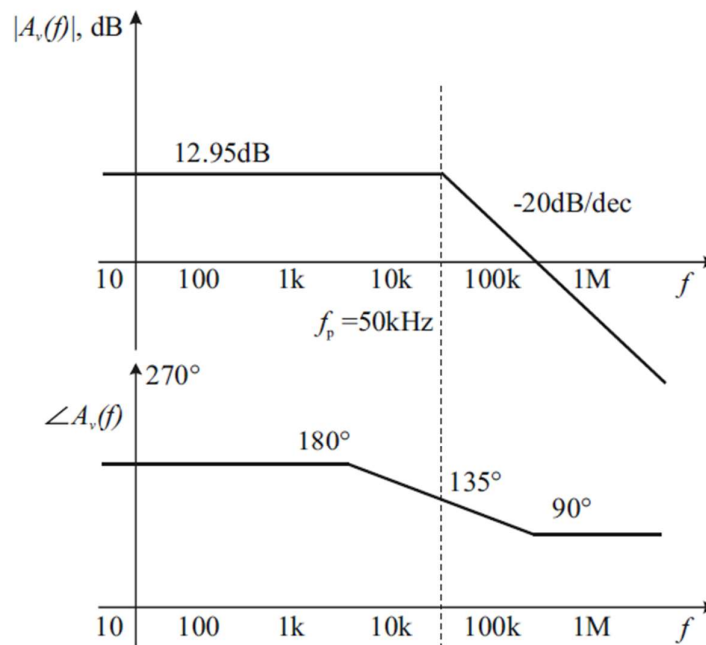
da cui:

$$A_v(s) = V_{\text{out}}/V_{\text{in}} = -\frac{g_m R_4}{1 + g_m R_3} \frac{1}{1 + sCR_4} = \frac{A_{v0}}{1 + sCR_4}$$

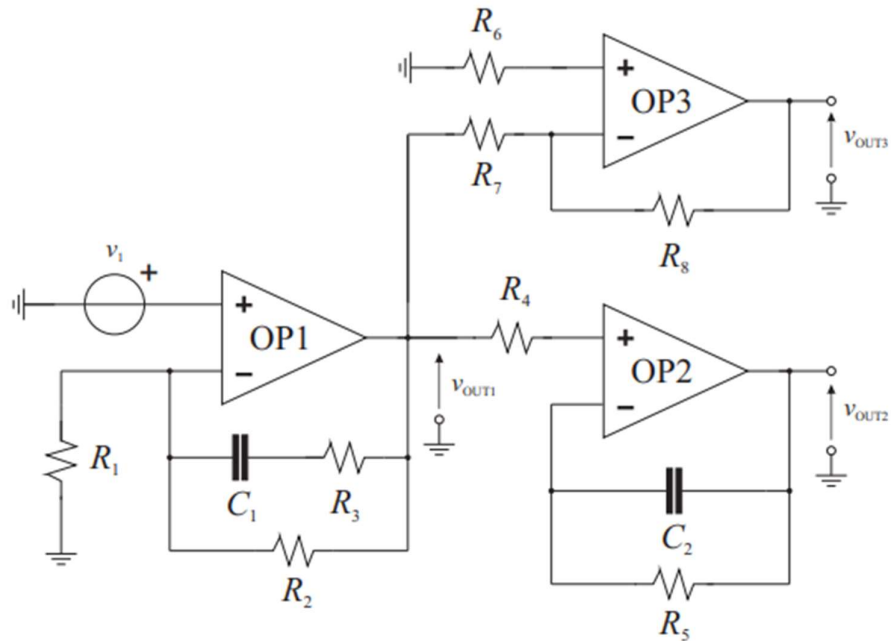
La funzione di trasferimento presenta un polo semplice con frequenza di taglio finita e non nulla:

$$f_p = \frac{|s_p|}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R_4 C} = 50 \text{ kHz.}$$

I diagrammi di Bode del circuito sono pertanto quelli rappresentati in figura.



Esercizio 2.



Nel circuito in figura $R_1 = 3R$, $R_2 = 9R$, $R_3 = R$, $R_4 \dots R_8 = 5R$ con $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C_1 = C_2 = C = \frac{10}{2\pi} \text{ nF}$ e gli amplificatori operazionali si possono considerare ideali salvo indicazioni diverse. Determinare:

1. l'espressione delle tensioni v_{OUT1} , v_{OUT2} e v_{OUT3} in funzione dell'ingresso v_i e delle resistenze $R_1 \dots R_8$, assumendo che C_1 e C_2 si comportino come circuiti aperti;
2. la funzione di trasferimento $H(s) = \frac{V_{out1}(s)}{V_i(s)}$ nel dominio della frequenza in funzione di R e C , specificando le pulsazioni di poli e zeri;
3. i diagrammi di Bode in modulo e fase della funzione di trasferimento $H(s)$ ottenuta al punto precedente;
4. la funzione di trasferimento $H_2(s) = \frac{V_{out2}(s)}{V_i(s)}$;
5. l'intervallo in cui può variare l'uscita V_{OUT3} in continua quando il generatore di segnale è spento, assumendo che per tutti gli amplificatori operazionali la tensione di *offset* in ingresso massima indicata sui dati di targa sia pari a 10 mV e si possano considerare ideali sotto tutti gli altri aspetti.

1. Espressioni delle tensioni d'uscita:

$$v_{OUT1} = v_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = 4 \cdot v_1$$

$$v_{OUT2} = v_{OUT1} = 4 \cdot v_1$$

$$v_{OUT3} = -\frac{R_8}{R_7} v_{OUT1} = -4 \cdot v_1$$

2. Funzione di trasferimento $H(s)$ nel dominio della frequenza:

$$H(s) = \frac{V_{out2}(s)}{V_1(s)} = \frac{V_{out1}(s)}{V_1(s)} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}$$

$$\text{dove } Z_2 = R_2 \parallel \left(\frac{1}{sC_1} + R_3 \right) = \frac{R_2(1+sC_1R_3)}{1+sC_1(R_2+R_3)} = \frac{9R(1+sRC)}{1+s10RC} \text{ e } Z_1 = R_1 = 3R.$$

Sostituendo, si ricava:

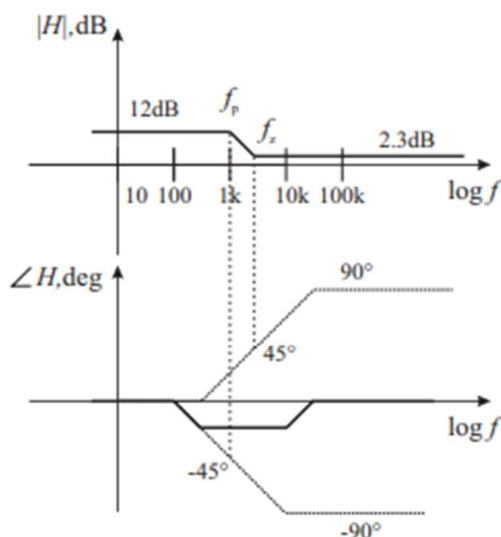
$$H(s) = \frac{V_{out1}(s)}{V_1(s)} = \frac{3(1+RCs)}{1+10RCs} + 1 = \frac{3+3RCs+1+10RCs}{1+10RCs} = \frac{4+13RCs}{1+10RCs} = 4 \cdot \frac{1+\frac{13}{4}RCs}{1+10RCs}$$

La funzione di trasferimento presenta pertanto uno zero s_z reale negativo ed un polo s_p reale negativo a pulsazioni e frequenze di taglio:

$$s_z = -\frac{4}{13RC} = -19.3 \text{ rad/ms} \quad \rightarrow \quad f_z = \frac{|s_z|}{2\pi} = 3.08 \text{ kHz}$$

$$s_p = -\frac{1}{10RC} = -6.28 \text{ rad/ms} \quad \rightarrow \quad f_p = \frac{|s_p|}{2\pi} = 1 \text{ kHz}$$

3. I diagrammi di Bode di $H(s)$ sono quindi quelli riportati sotto in figura:



4. Dal momento che né in R_4 né in $Z = R_5 \parallel \frac{1}{sC_2}$ scorre corrente, $V_{out2} = V_{out1}$. Ne segue che:

$$H_2(s) = \frac{V_{out2}(s)}{V_1(s)} = \frac{V_{out1}(s)}{V_1(s)} = H(s)$$

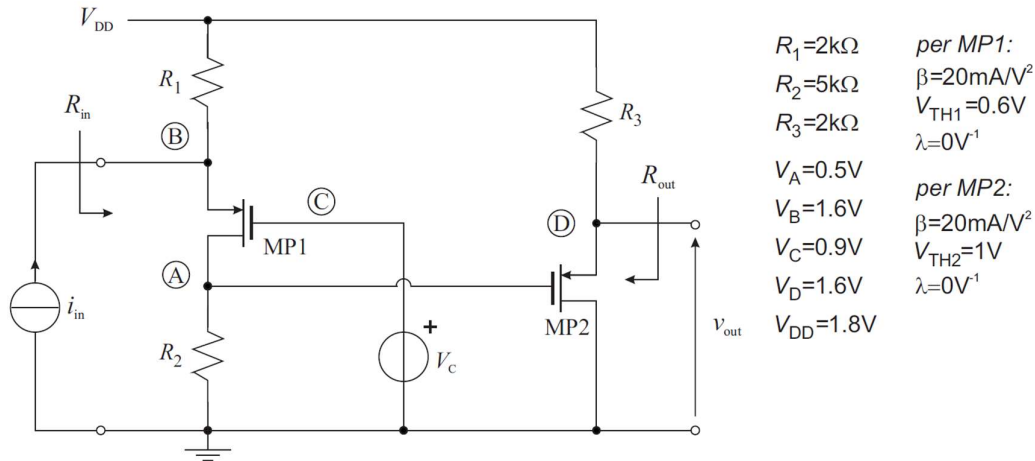
dove $H(s)$ è la funzione di trasferimento valutata al punto 2.

5. Spegnerò v_1 ed introducendo il modello per lo studio degli errori in continua per ciascun operazionale, si ottiene:

$$V_{OUT3} = -\frac{R_8}{R_7} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) V_{OFF1} + \left(1 + \frac{R_8}{R_7} \right) V_{OFF3} = -4 V_{OFF1} + 2 V_{OFF3}$$

ne segue che $V_{OUT3} \in (-60; +60) \text{ mV}$.

Esercizio n. 1



Con riferimento al circuito in figura:

1. verificare il funzionamento dei transistori MOS in regione di saturazione e determinarne i parametri di piccolo segnale nel punto di lavoro;
2. determinare, in condizioni di piccolo segnale, l'amplificazione di transresistenza $R_m = v_{out}/i_{in}$, R_{in} e R_{out} indicate in figura;
3. si supponga che lo stadio amplificatore sia collegato alla porta d'ingresso ad una sorgente che presenta tensione a vuoto v_s e resistenza interna $R_S = 400\Omega$ e che piloti un carico $R_L = 400\Omega$ collegato alla porta d'uscita. Sia la sorgente, sia il carico sono accoppiati in AC mediante condensatori che si possono considerare come corto circuiti nella banda del segnale. Determinare l'amplificazione di tensione $A_v = v_{out}/v_s$ nelle condizioni descritte.

Soluzione

1. Per il transistor MP1:

$$V_{SG1} = V_B - V_C = 1.6V - 0.9V = 700mV > V_{TH1} = 600mV$$

e

$$V_{SD1} = V_B - V_A = 1.6V - 0.5V = 1.1V > V_{SG1} - V_{TH1} = 100mV$$

Il transistor MP1 è polarizzato in regione di saturazione.

La transconduttanza di piccolo segnale può essere valutata come $g_{m1} = \beta(V_{SG1} - V_{TH1}) = 2 \text{ mS}$. La conduttanza di uscita è nulla essendo $\lambda = 0$.

Per il transistor MP2:

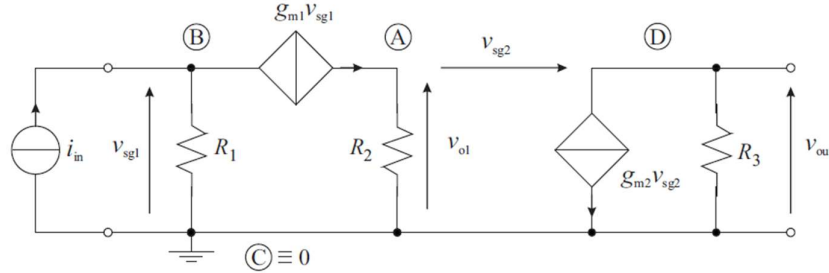
$$V_{SG2} = V_D - V_A = 1.6V - 0.5V = 1.1V > V_{TH2} = 1V$$

e

$$V_{SD2} = V_D = 1.6V > V_{SG2} - V_{TH2} = 100mV$$

Il transistor MP2 è polarizzato in regione di saturazione.

La transconduttanza di piccolo segnale può essere valutata come $g_{m2} = \beta(V_{SG2} - V_{TH2}) = 2 \text{ mS}$. La conduttanza di uscita è nulla essendo $\lambda = 0$.



2. Il circuito equivalente per il piccolo segnale è quello riportato sopra in figura. Si tratta di uno stadio *gate comune* collegato in cascata ad uno stadio *drain comune*.

- Transresistenza:

per lo stadio *gate comune* è possibile ricavare la tensione di controllo v_{sg1} dalla KCL al nodo B come:

$$i_{in} = \frac{v_{sg1}}{R_1} + g_{m1} v_{sg1}$$

da cui:

$$v_{sg1} = \frac{i_{in} R_1}{1 + g_{m1} R_1}$$

e quindi la tensione d'uscita v_{o1} del primo stadio vale:

$$v_{o1} = g_{m1} R_2 v_{sg1} = \frac{g_{m1} R_1 R_2}{1 + g_{m1} R_1} i_{in}.$$

Per lo stadio *drain comune*, dalla KVL alla maglia d'uscita

$$v_{o1} = -v_{sg2} - g_{m2} R_3 v_{sg2}$$

la tensione di controllo v_{sg2} si può esprimere come:

$$v_{sg2} = -\frac{v_{o1}}{1 + g_{m2} R_3}$$

e quindi la tensione d'uscita complessiva v_{out} è data da:

$$v_{out} = -g_{m2} R_3 v_{sg2} = v_{o1} \frac{g_{m2} R_3}{1 + g_{m2} R_3} = \frac{g_{m2} R_3}{1 + g_{m2} R_3} \frac{g_{m1} R_1 R_2}{1 + g_{m1} R_1} i_{in}.$$

La transresistenza dello stadio è quindi data da:

$$R_m = \frac{v_{out}}{i_{in}} = \frac{g_{m2} R_3}{1 + g_{m2} R_3} \frac{g_{m1} R_1 R_2}{1 + g_{m1} R_1} = 3.2k\Omega \quad (70.1 \text{ dB}\Omega)$$

- Resistenza d'ingresso:

applicando un generatore di test i_t alla porta d'ingresso,

$$v_t = v_{sg1} = \frac{i_t R_1}{1 + g_{m1} R_1}$$

la resistenza d'ingresso R_{in} si può quindi esprimere come:

$$R_{in} = \frac{v_t}{i_t} = \frac{R_1}{1 + g_{m1} R_1} = 400\Omega$$

- Resistenza d'uscita:

applicando un generatore di test i_t alla porta d'uscita e spegnendo il generatore d'ingresso

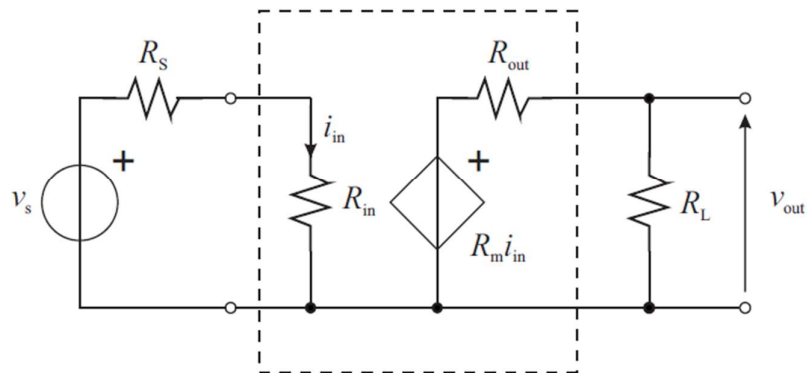
$$v_t = v_{sg2} = \frac{i_t R_3}{1 + g_{m2} R_3}$$

e la resistenza d'uscita si ricava pertanto come:

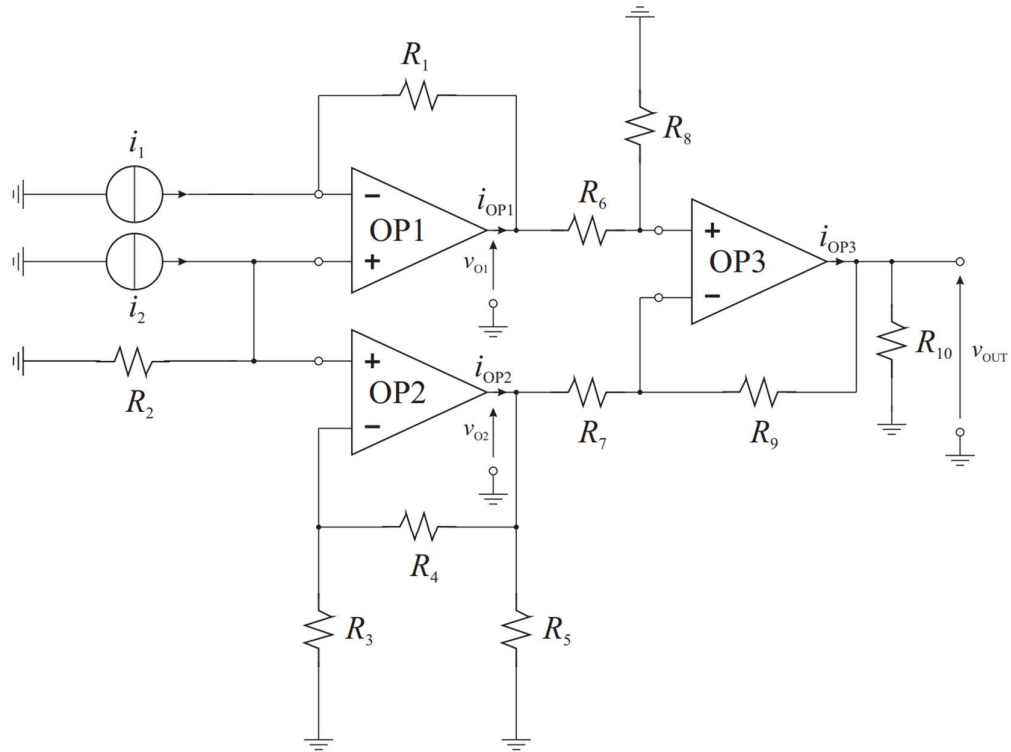
$$R_{out} = \frac{v_t}{i_t} = \frac{R_3}{1 + g_{m2} R_3} = 400\Omega$$

3. Nelle condizioni descritte al punto 3. (vedi figura sotto):

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_s} = \frac{1}{R_{in} + R_s} R_m \frac{R_L}{R_{out} + R_L} = 2 \quad (6\text{dB})$$



Da esame 23 Giugno 2021



Assumendo $R_i = 1 \text{ k}\Omega$, $\forall i \in [1, 10]$ e considerando gli operazionali ideali, determinare:

1. l'espressione delle tensioni v_{O1} , v_{O2} e v_{OUT} ;
2. la minima dinamica della tensione d'uscita richiesta agli operazionali OP1, OP2 e OP3 per garantirne il funzionamento in linearità, assumendo che la dinamica di entrambi i segnali d'ingresso i_1 ed i_2 sia $(-1\text{mA}, +1\text{mA})$;
3. l'espressione delle correnti di uscita degli operazionali i_{OP1} , i_{OP2} e i_{OP3} ;

1. Espressioni delle tensioni richieste:

$$v_{O1} = -R_1 i_1 + R_2 i_2 = R(i_2 - i_1) = 1 \text{ k}\Omega \cdot (i_2 - i_1)$$

$$v_{O2} = R_2 i_2 \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) = 2R i_2 = 2 \text{ k}\Omega \cdot i_2$$

$$v_{OUT} = v_{O1} \frac{R_8}{R_6 + R_8} \left(1 + \frac{R_9}{R_7}\right) - \frac{R_9}{R_7} v_{O2} = v_{O1} - v_{O2} = -R(i_2 + i_1) = -1 \text{ k}\Omega \cdot (i_2 + i_1)$$

2. Dinamica della tensione d'uscita degli operazionali:

Essendo:

$$\max v_{O1} = R(i_{2,\max} - i_{1,\min}) = 2 \text{ V}$$

$$\min v_{O1} = R(i_{2,\min} - i_{1,\max}) = -2 \text{ V}$$

la minima dinamica della tensione d'uscita richiesta per il corretto funzionamento di OP1 nel circuito considerato è (-2V,+2V).

Utilizzando le espressioni delle tensioni ricavate al punto precedente, con considerazioni analoghe si ricava che la minima dinamica della tensione d'uscita richiesta per il corretto funzionamento di OP2 e di OP3 nel circuito considerato è pari a (-2V,+2V) per entrambi gli operazionali.

3. Espressioni delle correnti richieste:

$$i_{OP1} = -i_1 + \frac{v_{O1} - v^+}{R_6 + R_8} = -\frac{3}{2} i_1 + \frac{1}{2} i_2$$

$$i_{OP2} = \left(v_{O2} - v_{O1} \frac{R_8}{R_6 + R_8}\right) \frac{1}{R_7} + \frac{v_{O2}}{R_5} + \frac{v_2^+}{R_3} = \frac{1}{2} i_1 + \frac{9}{2} i_2$$

$$i_{OP3} = \frac{v_{OUT}}{R_{10}} - \left(v_{O2} - v_{O1} \frac{R_8}{R_6 + R_8}\right) \frac{1}{R_7} = -\frac{3}{2} i_1 - \frac{5}{2} i_2$$
