

Metodi di misura in corrente continua

- Misurare una tensione o una corrente
- Errore di consumo
- Non idealità di voltmetri ed amperometri
- Misure di resistenze
- Schema con voltmetro a monte o a valle
- Metodo a 2 e a 4 fili
- Specifiche di massima dei multimetri
- Esercizi



Tensione a vuoto e corrente di corto circuito

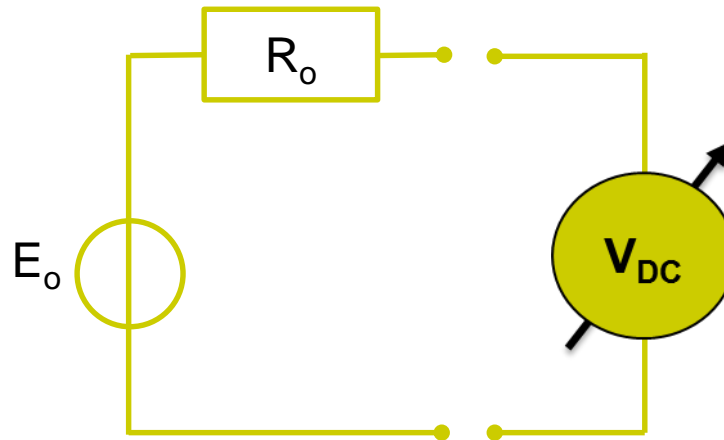


- In genere si è interessati alla misura della tensione a vuoto o alla misura della corrente di corto circuito per poter risalire a dei circuiti equivalenti secondo il modello di Thévenin o Norton
- Le caratteristiche di non idealità di voltmetri o amperometri non consentono di misurarle



Voltmetro ideale

- In genere il circuito di cui si vuol misurare la tensione è rappresentabile per mezzo di un eq. di Thevenin



- La tensione che si vorrebbe misurare è la tensione a vuoto E_o che si può ottenere solo per resistenza di ingresso del voltmetro idealmente infinita



Errore di consumo: definizione

- In generale si definisce **errore sistematico** di consumo della misura X il valore ΔX dato da

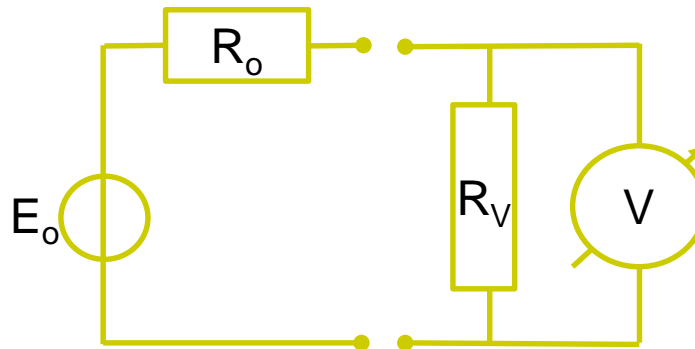
$$\Delta X = X_m - X_{ideale}$$

dove X_m è il valore ottenuto dalla misura con lo strumento “reale” mentre X_{ideale} è il risultato di misura con strumento potenzialmente “ideale”

Errore di consumo: voltmetro



- La resistenza di ingresso di un voltmetro è, in realtà, fra $1\text{M}\Omega$ e $10\text{M}\Omega$ nei voltmetri numerici
- Nei tester analogici è tipicamente di $20\text{k}\Omega/\text{V}_{\text{fs}}$ (per es. con 10V_{fs} si ha $R_V=200\text{k}\Omega$)



- La tensione che si misura non è più la tensione a vuoto E_0 ma una tensione di valore inferiore E_m

Errore di consumo: voltmetro



- $E_m = \frac{R_V}{R_V + R_o} E_o$
- Da cui l'errore di consumo ΔE vale:

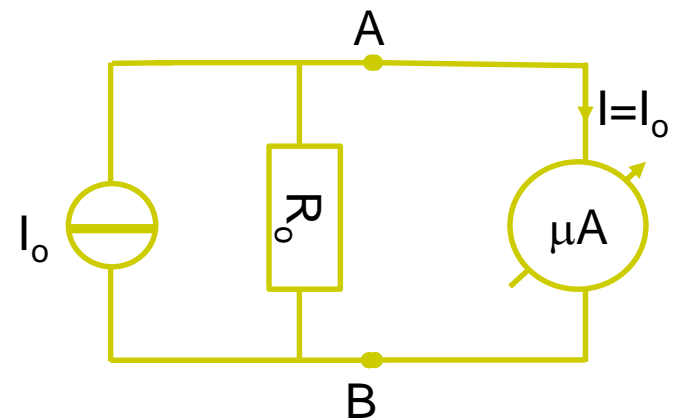
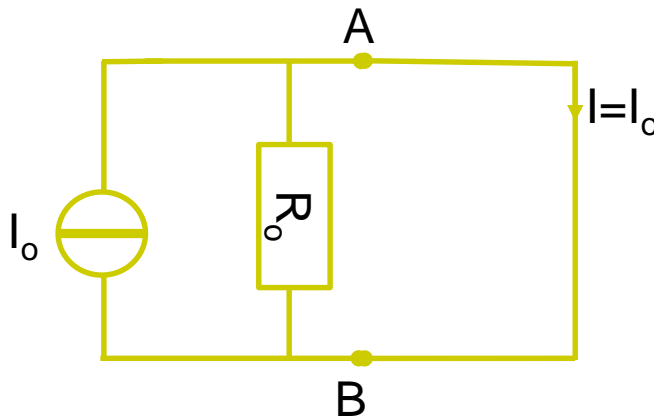
$$\Delta E = E_m - E_o = -E_o \cdot \frac{R_o}{R_o + R_V}$$

- Questo errore è dovuto alla presenza di R_V e tende a zero al tendere di R_V ad infinito ($R_V \gg R_o$)
- Inoltre

$$\begin{aligned} \Delta E = E_m - E_o &= -E_o \cdot \frac{R_o}{R_o + R_V} = -E_o \cdot \frac{R_o}{R_V \cdot \left(\frac{R_o}{R_V} + 1\right)} \approx \\ &\approx -E_o \cdot \frac{R_o}{R_V} \left(1 - \frac{R_o}{R_V}\right) \approx -E_o \cdot \frac{R_o}{R_V} \text{ da cui si ottiene } \frac{\Delta E}{E_o} = -\frac{R_o}{R_V} \end{aligned}$$

Amperometro ideale

- In genere si vuol misurare la corrente elettrica I_0 che scorre in un ramo di un circuito (eq. Norton)



- La corrente che si vuol misurare è la corrente di corto circuito che scorre nel ramo AB
- Se l'amperometro fosse ideale si avrebbe $V_{AB}=0V$

Errore di consumo amperometro reale



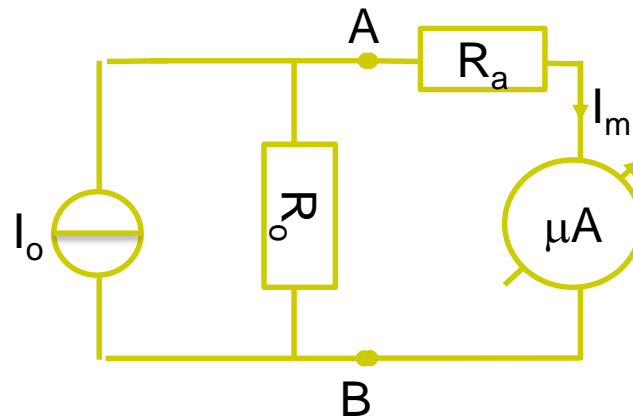
- Gli amperometri numerici presentano una resistenza serie di pochi ohm
- A volte non si trova la resistenza dell'amperometro ma la caduta di tensione ai capi dell'amperometro (burden voltage)
- Per esempio: nell'agilent 34401 con $I_{fs}=1A$ si ha una caduta di tensione minore di 1.0V da cui $1V/1A$ quindi $R_a=1\Omega$ (valore massimo)

Corrente DC	100,0000 mA	1000 mA 10 mA	0,000 + 0,010	0,000 + 0,010	0,000 + 0,010	0,1000 + 0,0002
	10,00000 mA	< 0,1V (tensione di carico)	0,005 + 0,010	0,030 + 0,020	0,050 + 0,020	0,0020 + 0,0020
	100,0000 mA	< 0,6 V	0,010 + 0,004	0,030 + 0,005	0,050 + 0,005	0,0020 + 0,0005
	1,000000 A	< 1,0 V	0,050 + 0,006	0,080 + 0,010	0,100 + 0,010	0,0050 + 0,0010
	3,00000 A	< 2,0 V	0,100 + 0,020	0,120 + 0,020	0,120 + 0,020	0,005 + 0,0020

Errore di consumo: amperometro reale



- La caduta di tensione sul ramo AB non è dunque nulla in quanto la corrente I_m che circola nel ramo amperometrico introduce una caduta di tensione pari a $R_a I_m$



- In seguito all'inserimento dell'amperometro la corrente misurata I_m è minore della corrente di cortocircuito I_o che si desidera misurare

Errore di consumo: amperometro reale



- L'inserzione dello strumento provoca un effetto di carico che introduce un errore di consumo

$$\Delta I = I_m - I_{ideale}$$

$$\Delta I = \frac{R_o}{R_o + R_a} I_o - I_o$$

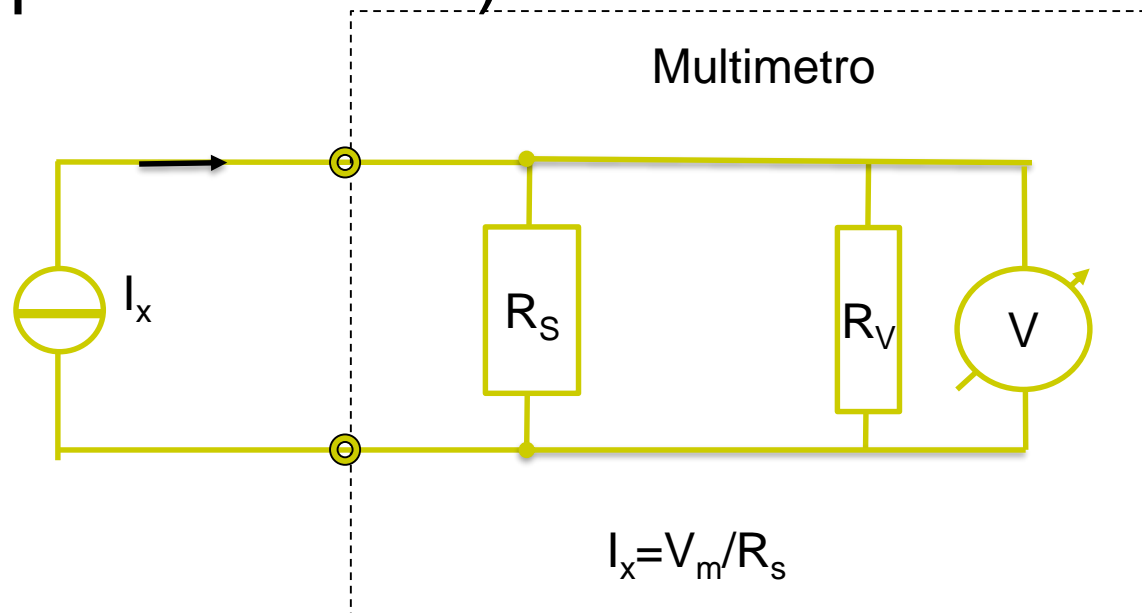
$$\Delta I = -\frac{R_a}{R_o + R_a} I_o$$

Il cui valore tende a zero al tendere a zero di R_a ($R_a \ll R_o$)



Amperometro numerico

- Alla base c'è un voltmetro numerico a doppia rampa ed una resistenza R_s interna allo strumento di valore piccola ma non nulla (per esempio $0.1\Omega \div 1\Omega$)





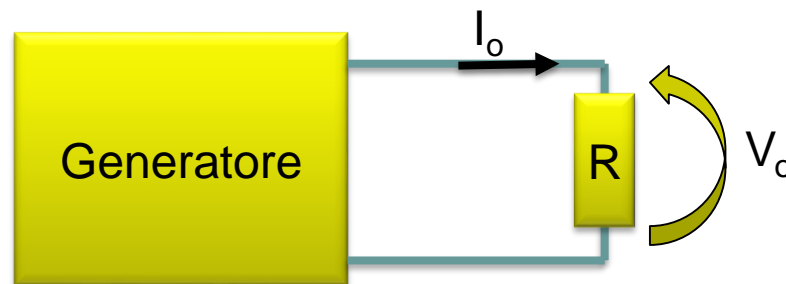
Misurare una resistenza

- Applicando la legge di Ohm possiamo misurare una resistenza R_x dal rapporto della caduta di tensione V ai capi di R_x e la corrente I che attraversa R_x ottenendo $R_x = \frac{V}{I}$



Misurare una resistenza

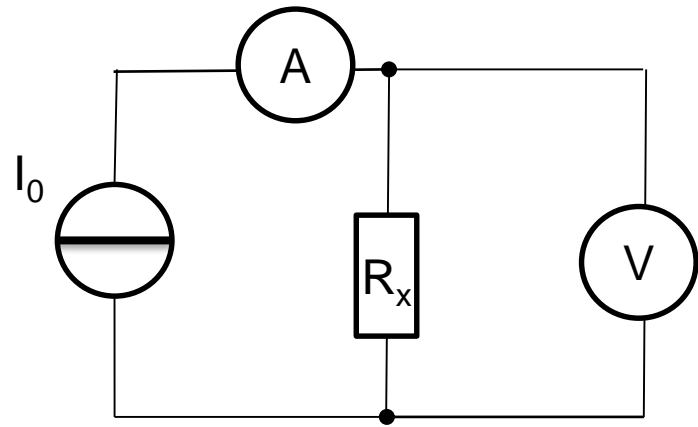
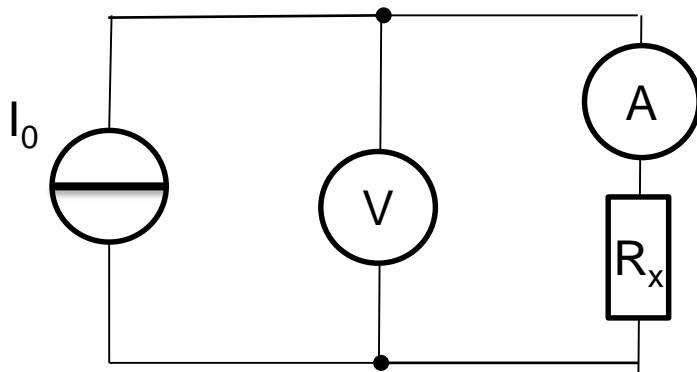
- Il metodo voltamperometrico si basa sulla misura contemporanea della tensione V_o ai capi della resistenza e la misura della corrente I_o che la attraversa





Misurare una resistenza

- Con riferimento al flusso di energia dal generatore al carico R_x il voltmetro può essere inserito a monte o a valle dell'amperometro



Misurare una resistenza



- I due modi di collegamento sono indifferenti soltanto nel caso ideale in quanto l'inserzione dei due strumenti non influenza in alcun modo il circuito

Misurare una resistenza



- Nella realtà il voltmetro avrà resistenza interna grande, ma non infinita, quindi assorbirà una corrente diversa da zero
- D'altro canto l'amperometro avrà resistenza interna piccola, ma certamente non nulla, per cui provocherà ai suoi capi una caduta di tensione diversa da zero

Misurare una resistenza

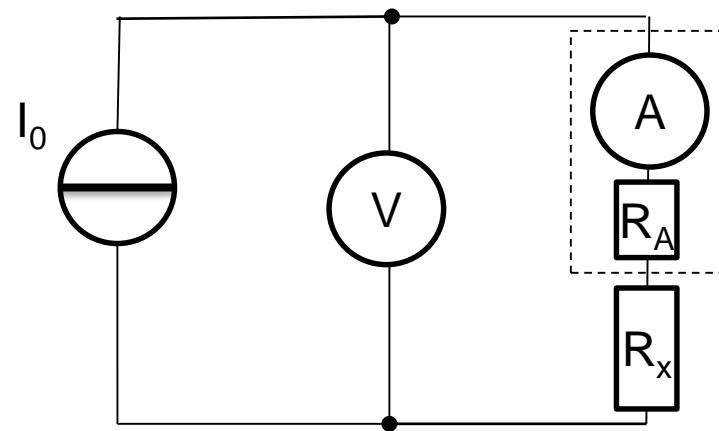
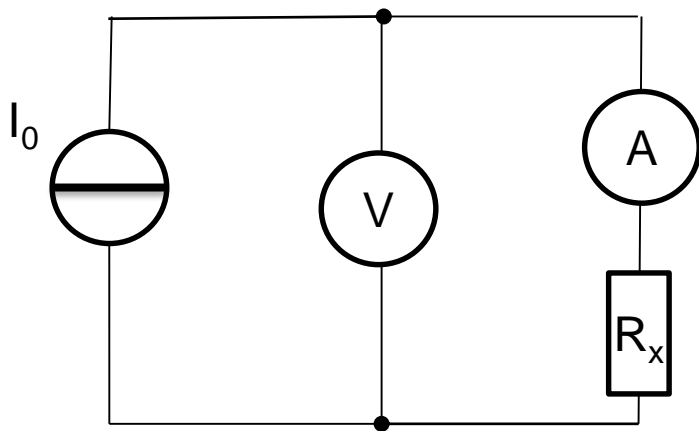


- Di conseguenza si presentano degli effetti sistematici (errori di consumo) dipendenti dal tipo di collegamento prescelto e dalle caratteristiche degli strumenti
- Tali effetti possono essere corretti o minimizzati con una scelta oculata sia della strumentazione che dello schema da utilizzare
- A volte gli errori di consumo, benché presenti sono più piccoli dell'incertezza di misura

Misurare una resistenza: voltmetro a monte



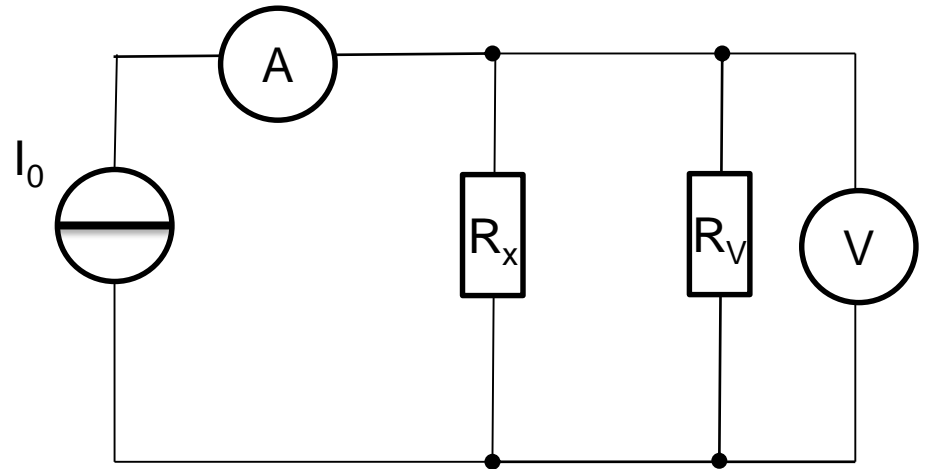
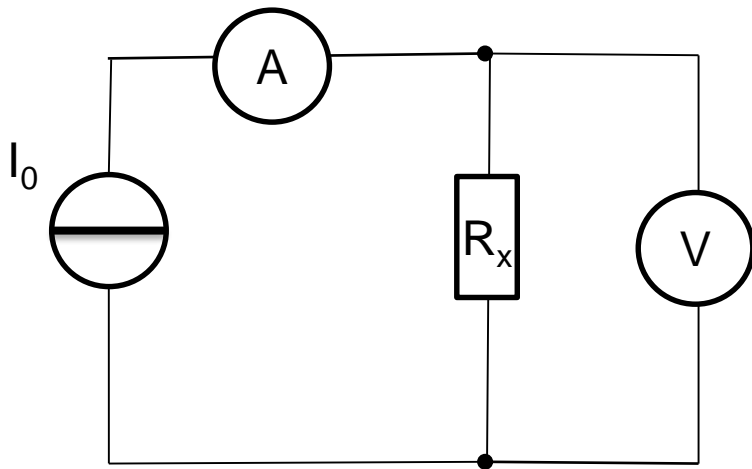
- **Amperometro:** per misurare la corrente che scorre all'interno di una resistenza, deve essere montato in serie. Per non perturbare la misura dovrebbe presentare una resistenza interna idealmente nulla ($R_A=0\Omega$)



Misurare una resistenza: voltmetro a valle



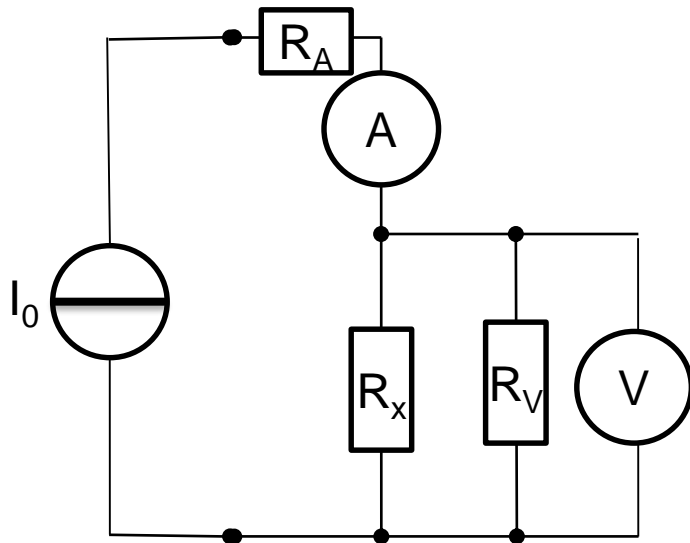
- **Voltmetro:** per misurare la caduta di tensione ai capi di R_x deve essere montato in parallelo alla resistenza incognita. Per non perturbare la misura dovrebbe presentare una resistenza di ingresso idealmente infinita ($R_V = \infty \Omega$)



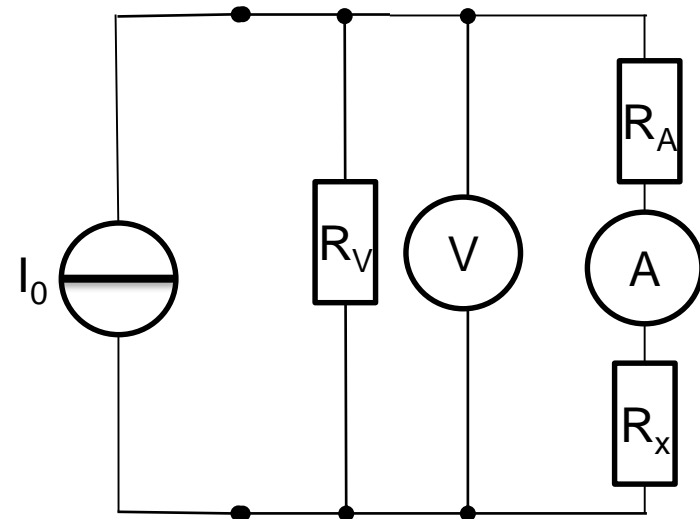


Misurare una resistenza

- Voltmetro ed amperometro non sono ideali
 - Il voltmetro ha una resistenza di ingresso R_V
 - L'amperometro ha una resistenza serie R_A



Voltmetro a valle dell'amperometro



Voltmetro a monte dell'amperometro



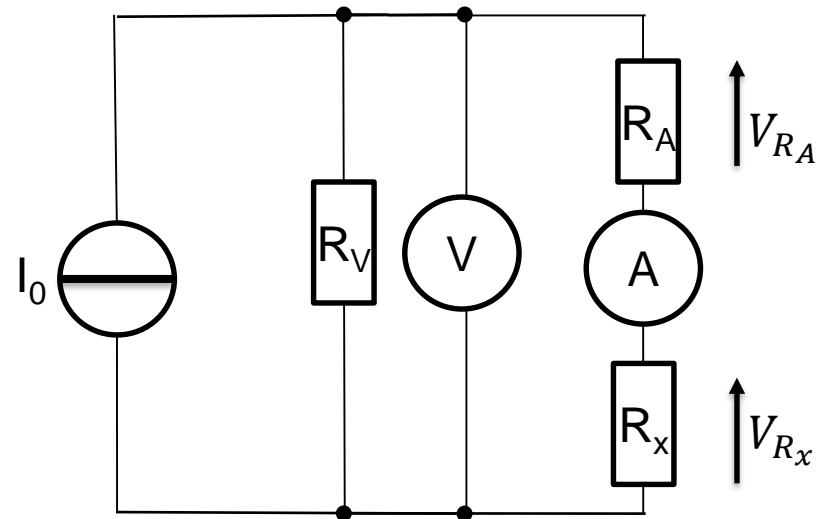
Misurare una resistenza

- Voltmetro a monte: errore di consumo

$$R_m = \frac{V_m}{I_m} \text{ (il pedice m indica "misurata")}$$

$$R_m = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V_{R_x} + V_{R_A}}{I_m} = R_x + R_A \rightarrow \Delta R = R_m - R_x = R_A$$

N.B.: la resistenza del voltmetro non influenza la misura





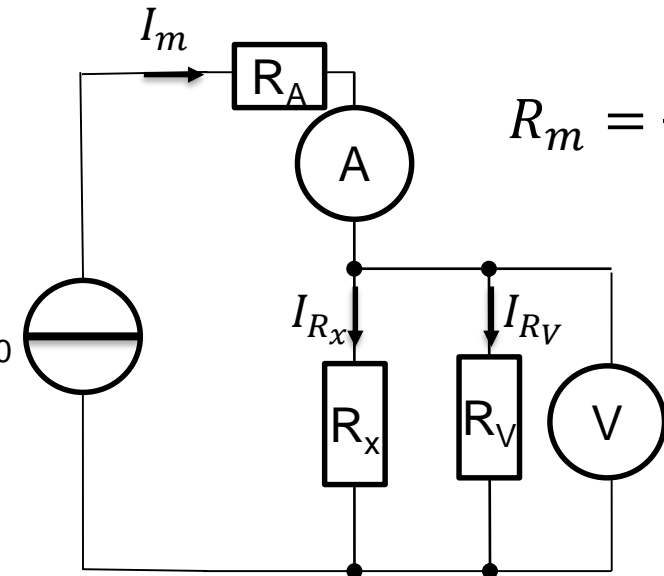
Misurare una resistenza

- Voltmetro a valle: errore di consumo

$$R_m = \frac{V_m}{I_m} \text{ (il pedice m indica "misurata")}$$

$$R_m = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V_m}{I_{R_x} + I_{R_V}} = \frac{1}{(I_{R_x} + I_{R_V})/V_m} = \frac{1}{\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_V}}$$

$$R_m = \frac{R_x \cdot R_V}{R_x + R_V} \rightarrow \Delta R = R_m - R_x = -\frac{R_x^2}{R_x + R_V}$$

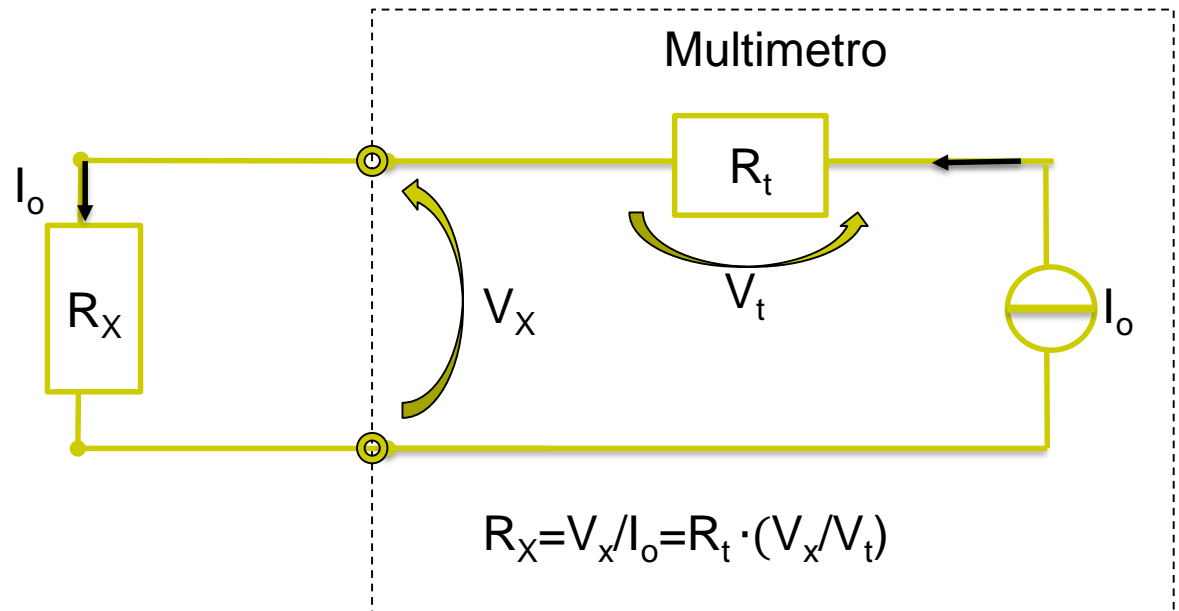


N.B.: la resistenza
dell'ampmetro non
influenza la misura



Misura di resistenza (2 wires)

- Le misure di resistenza sono ricavate per mezzo di un generatore di corrente I_o di valore noto presente nello strumento. Si misura, sempre con un voltmetro numerico, la caduta di tensione sulla resistenza incognita R_x

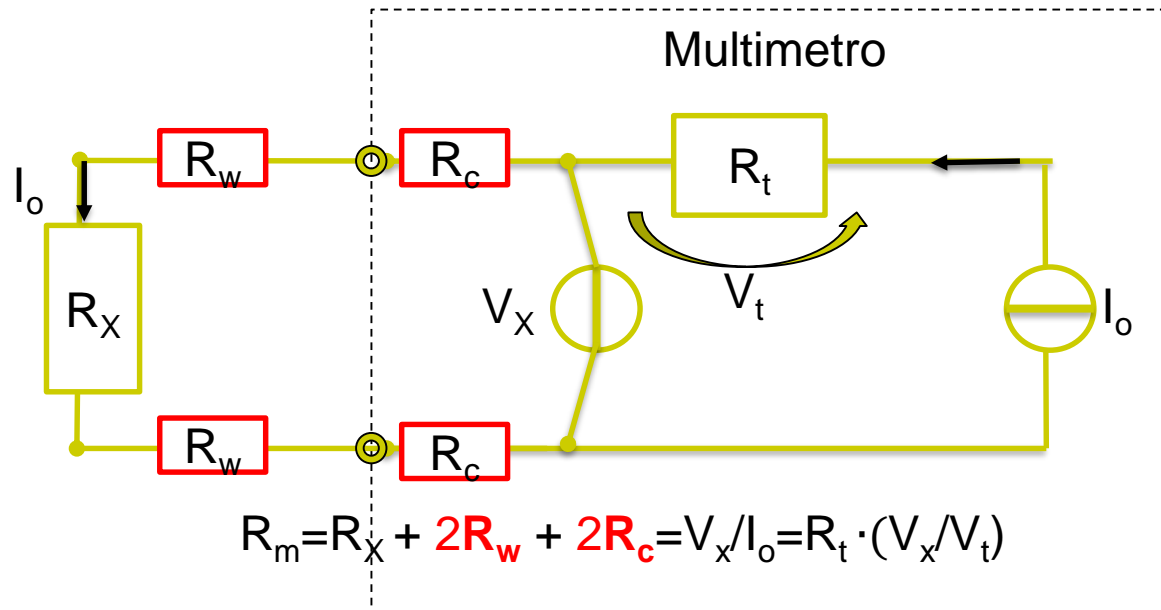




Misura di resistenza (2 wires)

- In realtà la misura ottenuta R_m non riguarda “solo” R_x ma anche le resistenze R_w dei fili di collegamento e le resistenze di contatto R_c delle boccole:

$$R_m = R_x + 2R_w + 2R_c = V_x / I_o = R_t \cdot (V_x / V_t)$$



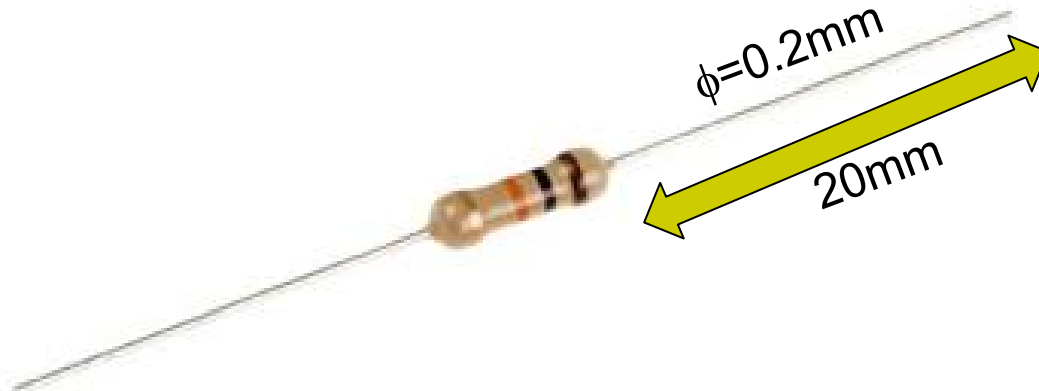


Misura di resistenza (2 wires)

- Le resistenze R_w dei fili di collegamento in un resistore del tipo indicato in figura vale circa:

$$R_w = \rho L/S = 1.68 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-3} / 3 \cdot 10^{-8} \approx 1 \text{ m}\Omega$$

R_c = non facile da valutare = 10-20 m Ω ?





Misura di resistenza (2 wires)

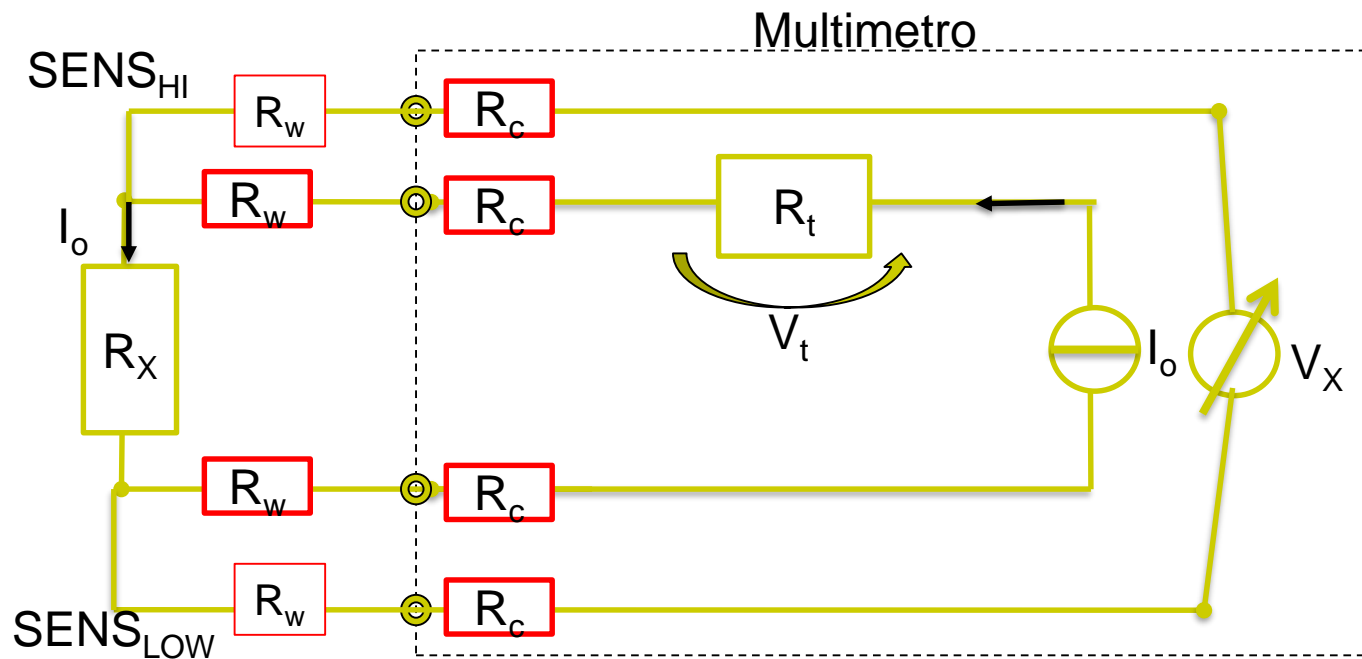
- In genere R_w ed R_c sono piccole (decine di $m\Omega$) e quindi se R_x è sufficientemente grande l'effetto delle resistenze dovute ai collegamenti e alle boccole possono essere trascurate.

$$R_m \sim R_x + 2R_w + 2R_c \sim V_x / I_o = R_t \cdot (V_x / V_t)$$

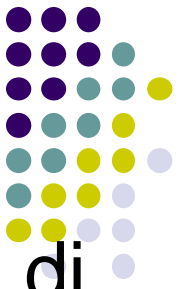
Misura di resistenza (4 wires)



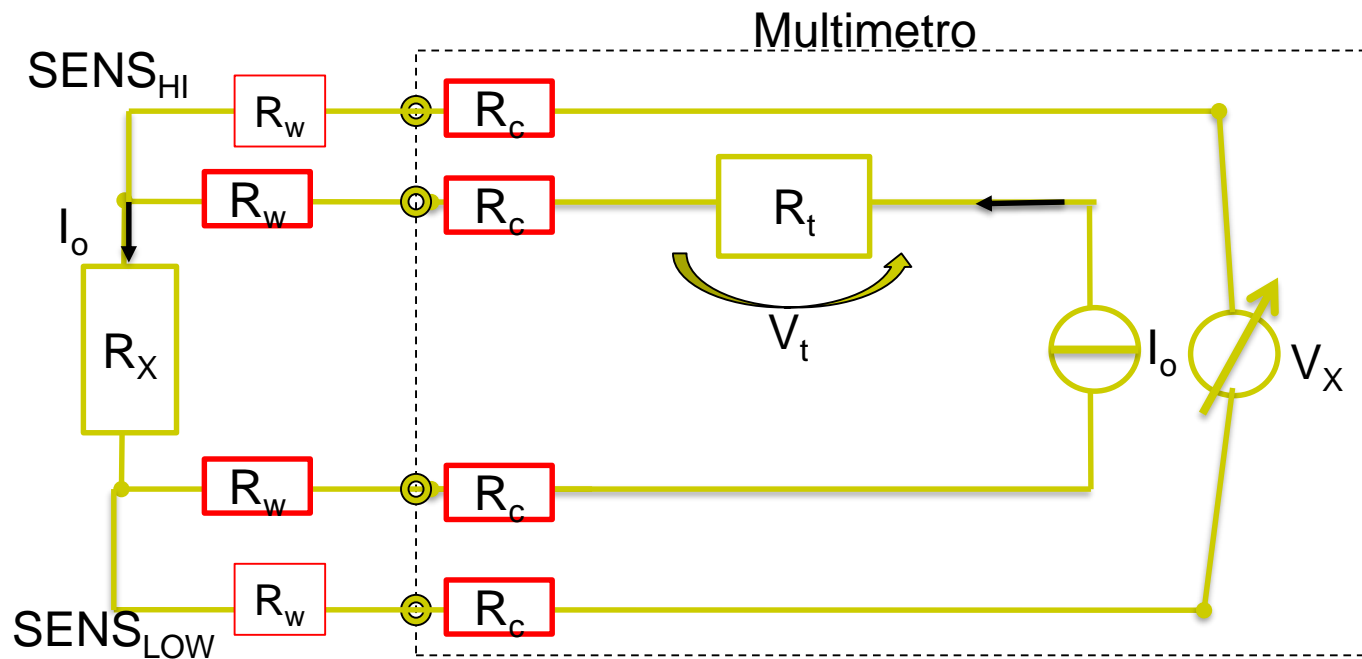
- Per misure di resistori (di piccolo valore) in cui il contributo di R_c e R_w non sia trascurabile occorre utilizzare il metodo a 4 morsetti in cui, con i morsetti di sensing la tensione V_x è misurata in due punti più vicini ad R_x (morsetti di sensing $SENS_{HI}$ $SENS_{LOW}$)



Misura di resistenza (4 wires)

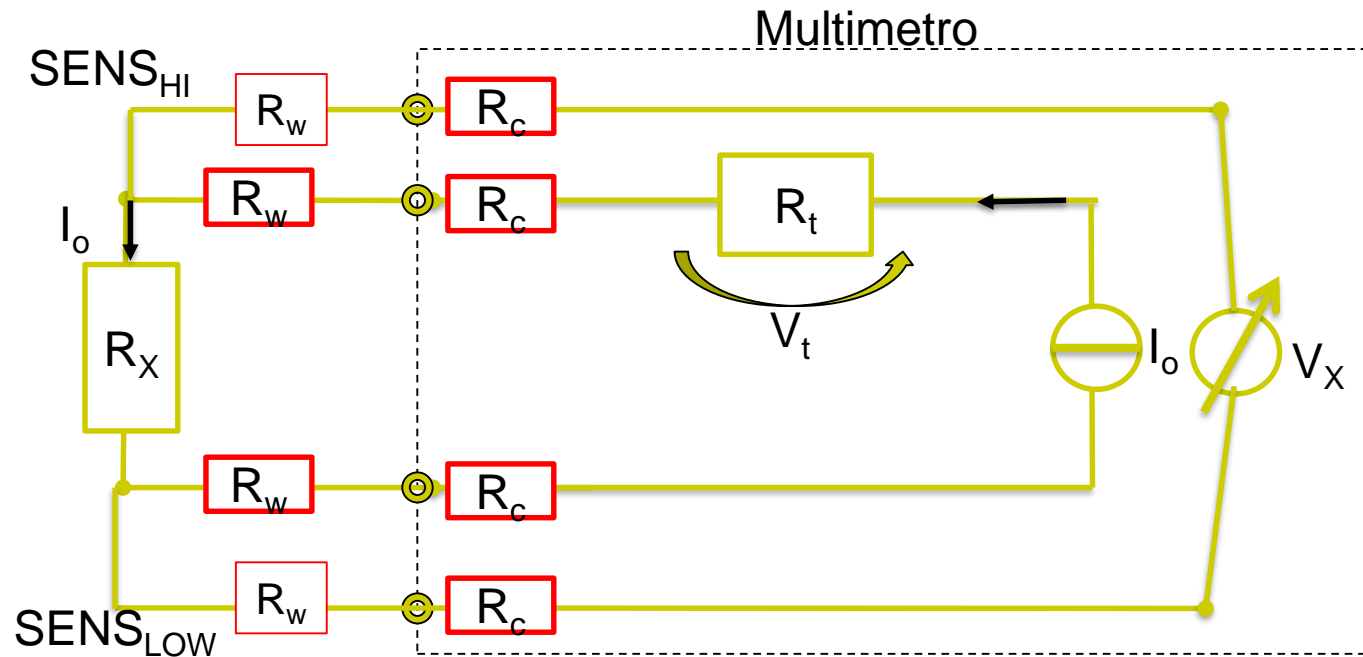
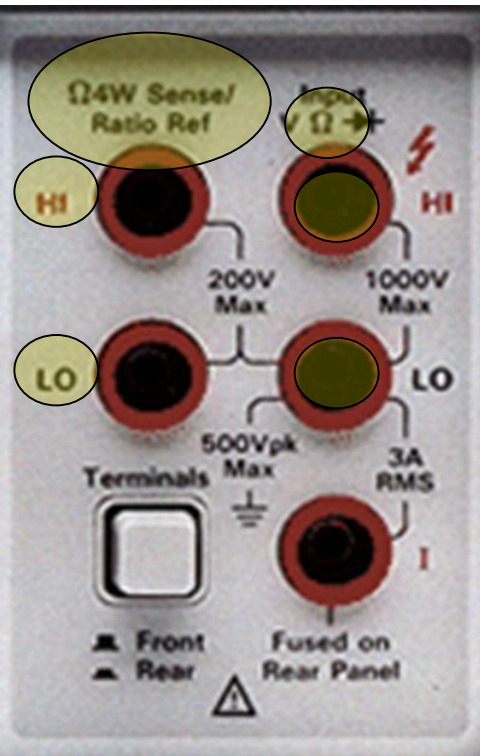
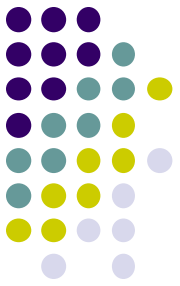


- Le due resistenze di contatto delle bocche di sensing non sono percorse da correnti significative in quanto la resistenza di ingresso del voltmetro è molto alta rispetto ad R_x



Misura di resistenza (4 wires)

- Multimetro 34401



Specifiche di massima dei multimetri



- Portata: valore di misura massimo ottenibile. Qualunque valore superiore alla portata è indicato con “overload” (o indicazione simile)
- Risoluzione: la più piccola variazione del misurando che può essere apprezzato sul display (cifra meno significativa)
- Accuratezza: è la capacità di uno strumento di misura di fornire valori tendenti al valor vero del misurando

Specifiche di massima degli strumenti



- Condizioni nominali: sono le condizioni operative dello strumento per le quali le caratteristiche metrologiche dello strumento sono rispettate (per esempio: temperatura di funzionamento fra 0°C e 85°C)
- Condizioni limite di funzionamento: se superate possono portare al danneggiamento dello strumento (per esempio tensione massima misurabile senza danneggiamento di 300V)

Specifiche di massima degli strumenti



- Nelle misure di resistenza può essere importante conoscere la corrente di test utilizzata al fine di limitare l'autoriscaldamento, per effetto Joule, della resistenza stessa

■ DC Characteristics

Accuracy Specifications \pm (% of reading + % of range) [1]						
Function	Range [3]	Test Current or Burden Voltage	24 Hour [2] 23°C \pm 1°C	90 Day 23°C \pm 5°C	1 Year 23°C \pm 5°C	Temperature Coefficient /°C 0°C – 18°C 28°C – 55°C
DC Voltage	100.0000 mV		0.0030 + 0.0030	0.0040 + 0.0035	0.0050 + 0.0035	0.0005 + 0.0005
	1.000000 V		0.0020 + 0.0006	0.0030 + 0.0007	0.0040 + 0.0007	0.0005 + 0.0001
	10.00000 V		0.0015 + 0.0004	0.0020 + 0.0005	0.0035 + 0.0005	0.0005 + 0.0001
	100.0000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0006	0.0045 + 0.0006	0.0005 + 0.0001
	1000.000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0010	0.0045 + 0.0010	0.0005 + 0.0001
Resistance [4]	100.0000 Ω	1 mA	0.0030 + 0.0030	0.008 + 0.004	0.010 + 0.004	0.0006 + 0.0005
	1.000000 k Ω	1 mA	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	10.00000 k Ω	100 μ A	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	100.0000 k Ω	10 μ A	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	1.000000 M Ω	5 μ A	0.002 + 0.001	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0010 + 0.0002
	10.00000 M Ω	500 nA	0.015 + 0.001	0.020 + 0.001	0.040 + 0.001	0.0030 + 0.0004
	100.0000 M Ω	500 nA // 10 M Ω	0.300 + 0.010	0.800 + 0.010	0.800 + 0.010	0.1500 + 0.0002

Autoriscaldamento di un resistore



- Qualunque resistore R dissipa, per effetto Joule, una potenza $P = RI^2$
- A causa di questa dissipazione di potenza il resistore si scalda e quindi aumenta la sua energia interna E_i : quest'ultima è direttamente proporzionale alla temperatura (capacità termica) per mezzo della relazione $E_i = C_T \cdot T$
- La potenza dissipata dal resistore verso l'esterno è proporzionale alla differenza di temperatura di R e della temperatura ambiente T_a

Autoriscaldamento di un resistore



- Il passaggio della corrente elettrica innalza la temperatura del resistore rispetto la temperatura ambiente T_a
- La relazione che lega temperatura finale T_f del resistore, la temperatura ambiente T_a e la potenza dissipata P_d è:

$$T_f - T_a = R_t \cdot P_d$$

- R_t è una costante chiamata resistenza termica: rappresenta la difficoltà del resistore di smaltire il calore verso l'ambiente
- R_t è l'inverso della “conducibilità termica”

Autoriscaldamento di un resistore



- E' possibile descrivere il trasporto di calore facendo uso di relazioni analoghe a quelle dell'elettrotecnica
- Alla potenza termica (W) si fa corrispondere l'intensità di corrente
- Alla differenza di potenziale elettrico si fa corrispondere la differenza di temperatura (K)
- Alla resistenza elettrica corrisponderà una resistenza termica R_t con dimensioni K/W

$$T_f - T_A = \Delta T = R_t \cdot P_d$$

...simile alla legge di Ohm $\Delta V = R \cdot I$

Autoriscaldamento di una resistenza



- Esempio: un resistore da $1\text{k}\Omega$ è attraversato da una corrente di 10mA . La resistenza termica del resistore è pari a 500K/W . Sapendo che la temperatura ambiente è di 25°C , quale temperatura finale raggiungerà?

$$P_d = 10^3 \cdot 0.01^2 = 0.1\text{W} = 100\text{mW}$$

$$T_f - T_a = 500 \cdot 0.1 = 50^\circ\text{C}$$

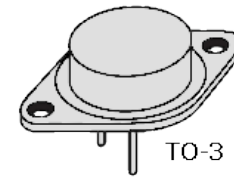
$$T_f = 75^\circ\text{C}$$

Autoriscaldamento di un circuito elettronico

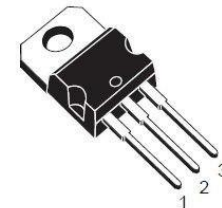


- Anche nei circuiti elettronici abbiamo il problema dell'autoriscaldamento e della “abilità” a smaltire il calore prodotto
- In genere occorre che il chip non superi 150°C-200°C

Case tipo TO-3, $R_{JA} \approx 40^\circ\text{C/W}$



Case tipo TO-220, $R_{JA} \approx 60^\circ\text{C/W}$



TO-220

Resistenze



Specifiche di massima degli strumenti



- Visualizzazione:
 - Display a 7 segmenti con un numero variabile di cifre (la virgola è spostata in funzione del range scelto dall'utente)
 - Alcune cifre possono variare fra 0 e 9 (“cifre piene”)
 - Alcune cifre non possono assumere tutti i valori (“mezze cifre”)
 - Esempio: 4 digit (4 cifre piene) con letture fra 0000 a 9999
 - Esempio: 4 ½ digit con letture fra 00000 a 19999

Esempio



- Multimetro HP973A con fondo scala 40mV, 400mV, 4V...
- Display a 4 cifre di cui
 - 3 digit variano da 0 a 9
 - la cifra più significativa varia fra 0 e 4
- Si tratta di uno strumento a 3½ digit



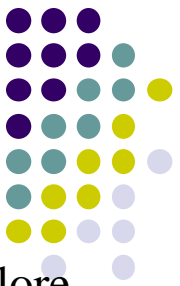


Esempio

- Multimetro HP34401A con fondo scala 100mV, 1V, 10V... (20% *overrange*)
- Display a 7 cifre di cui
 - 6 digit variano da 0 a 9
 - la cifra più significativa varia fra 0 e 1
- Si tratta di uno strumento a 6½ digit



Esercizio



Un generatore ideale di corrente eroga $(5 \pm 0.01)\text{mA}$ su due resistenze di valore $R_1=470\Omega$ ed $R_2=1.8\text{k}\Omega$, conosciute con un'incertezza dell'1%. Le due resistenze sono collegate in modo da ottenere un partitore di corrente. Disegnate il circuito da studiare.

In base ai valori ed alle tolleranze indicate in precedenza, determinate il valore di corrente che scorre in R_1 e l'incertezza corrispondente

In base al risultato ottenuto nel punto precedente, determinate la potenza dissipata in R_1 e la corrispondente incertezza

•Supponete di misurare la corrente che scorre in R_1 per mezzo di un amperometro le cui caratteristiche sono indicate al fondo (utilizzate la colonna “1 Year”) . Valutate l'incertezza che ci si attende dalla misura di I_1 (scegliete il fondo scala più opportuno). Determinate l'errore di consumo dovuto alla resistenza dell'amperometro.

■ DC Characteristics

Accuracy Specifications \pm (% of reading + % of range) [1]						
Function	Range [3]	R_ammeter	24 Hour [2] 23°C \pm 1°C	90 Day 23°C \pm 5°C	1 Year 23°C \pm 5°C	Temperature Coefficient /°C 0°C – 18°C 28°C – 55°C
DC Current	10.00000 mA	10 Ω	0.005 + 0.010	0.030 + 0.020	0.050 + 0.020	0.002 + 0.0020
	100.0000 mA	6 Ω	0.01 + 0.004	0.030 + 0.005	0.050 + 0.005	0.002 + 0.0005
	1.000000 A	1 Ω	0.05 + 0.006	0.080 + 0.010	0.100 + 0.010	0.005 + 0.0010
	3.000000 A	0.7 Ω	0.10 + 0.020	0.120 + 0.020	0.120 + 0.020	0.005 + 0.0020

Esercizio

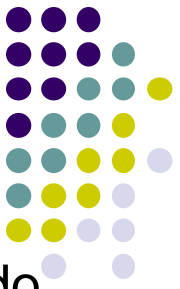


- Volete misurare una tensione di circa 20kV con un voltmetro con fondo scala 3.2V, 32V, 320V. Per effettuare la misura montate un attenuatore per 1000 con 10 resistenze da 100MΩ ed una resistenza da 1.1MΩ. Tutte le resistenze hanno una tolleranza pari a 0.5%. Il voltmetro (ideale) presenta un'incertezza espressa come

$$\delta V = 0.3\% V_{\text{letta}} + 0.03\% V_{\text{fs}}$$

- Determinare l'incertezza di misura della tensione da 20kV

Esercizio



Volete misurare un resistore di circa $1\text{k}\Omega$ con il metodo voltamperometrico avendo a disposizione

- Un voltmetro con resistenza di ingresso di $1\text{M}\Omega$, fondo scala di 1V e incertezza $\delta V = (0.01\%V_L + 0.0005V_{FS})$
- Un amperometro con resistenza interna di 100Ω e $I_{FS1} = 0.1\text{mA}$ $I_{FS2} = 1\text{mA}$ ed incertezza $\delta I = 1\%I_{FS}$

Nell'effettuare la misura avete deciso di non dissipare più di 0.1mW sul resistore.

1. Disegnate i possibili schemi di misura
2. Determinate la corrente di misura necessaria per soddisfare la scelta della potenza dissipabile
3. Determinate lo schema di misura tale da minimizzare l'errore di consumo
4. Determinate l'incertezza di misura del resistore con lo schema che minimizza l'errore di consumo