

Misure di frequenza

Misura diretta di frequenza

Incertezze di misura

Cenni agli oscillatori al quarzo

Misura indiretta di frequenza

Incertezze di misura

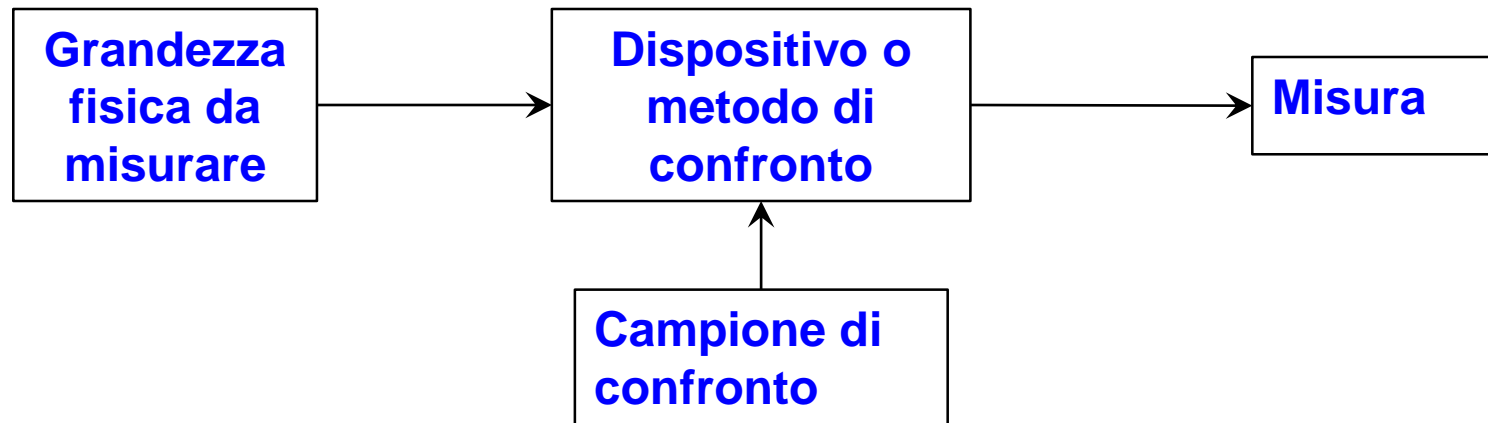


Misure di frequenza

- La frequenza è la grandezza fisica che si misura
 - con minore incertezza
 - a parità di incertezza si opera con costi minori
- Perché:
 - I campioni secondari di frequenza sono disponibili con incertezze molto piccole (da 10^{-7} a 10^{-13}) ed impensabili per le altre unità di misura
 - gli strumenti ed i metodi di confronto permettono di aver una risoluzione elevata nel misurare gli scarti rispetto al campione

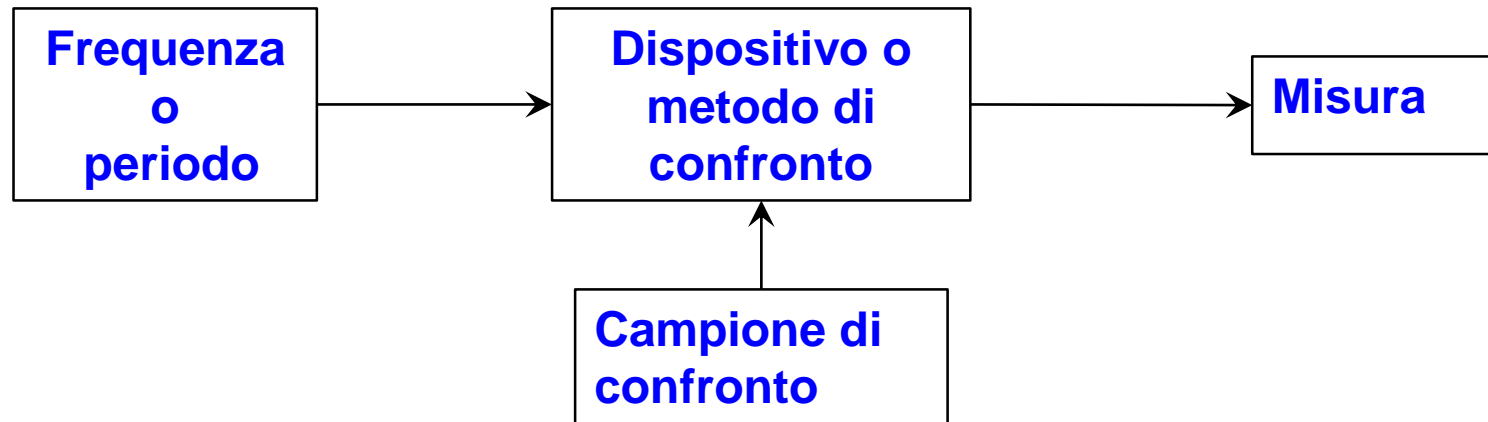
Misure di frequenza

- Metodo di misurazione “standard”



Misure di frequenza

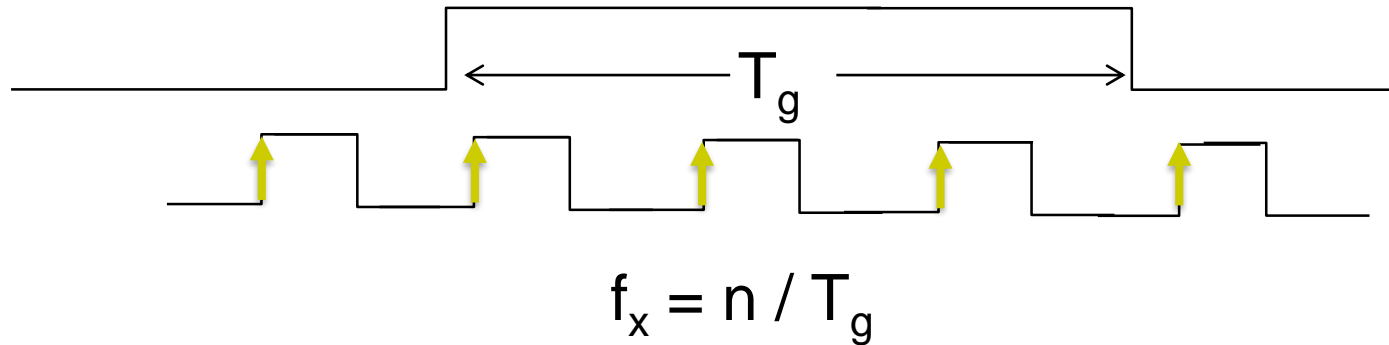
- Metodo di misurazione di frequenza “standard”



- Occorre dunque disporre di
 - Uno strumento per individuare gli istanti di periodicità
 - Un intervallo di tempo campione
 - Uno strumento per misurare il rapporto fra il numero di cicli e l'intervallo campione

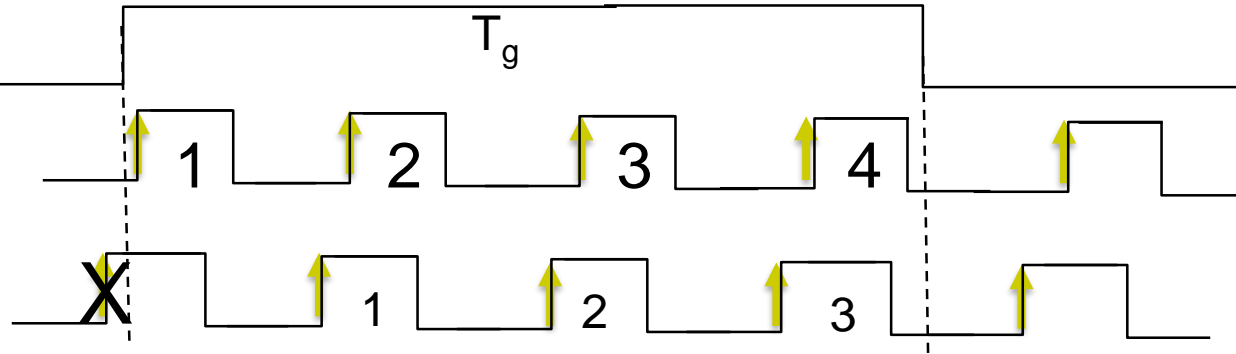
Misura diretta di frequenza

- Principio di misurazione



- T_g è il tempo di gate e corrisponde alla durata del conteggio
- Esempio:
 $T_g = 0.1 \text{ s}$
Se, per esempio, $f_x \approx 5 \text{ MHz}$ allora $n \approx 5 * 10^5$ impulsi

Incertezza di quantizzazione



- Si ha un termine di incertezza assoluta pari a ± 1 conteggio. Questa incertezza è chiamata incertezza di quantizzazione e_q
- In termini relativi : $\varepsilon_q = \frac{\delta f_x}{f_x} = \frac{1}{n}$
- Inoltre $\delta f_x = \frac{f_x}{n} = \frac{n/T_g}{n} = \frac{1}{T_g}$
- Per ridurre questa incertezza occorre fare in modo che n sia il più grande possibile oppure che il tempo di misura sia il più ampio possibile

Incertezza

- Esempio

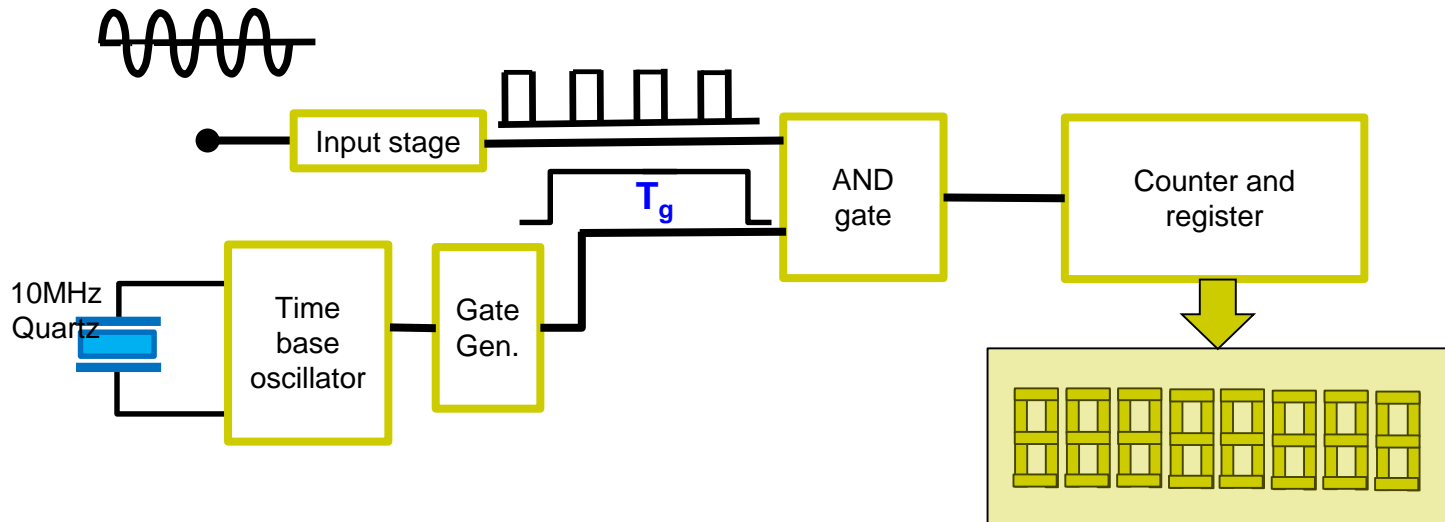
f_x	T_g	n	Incertezza di quantizzazione
1 kHz	1 ms	1	$\pm 100\%$
1 kHz	10 ms	10	$\pm 10\%$
1 kHz	1 s	1,000	$\pm 0.1\%$
1 kHz	10 s	10,000	$\pm 0.01\%$
....			
100 kHz	1 ms	100	$\pm 1\%$
100 kHz	1 s	100,000	$\pm 1 \cdot 10^{-5}$
100 kHz	10 s	1,000,000	$\pm 1 \cdot 10^{-6}$
....			
1 MHz	1 s	1,000,000	$\pm 1 \cdot 10^{-6}$

Incertezza

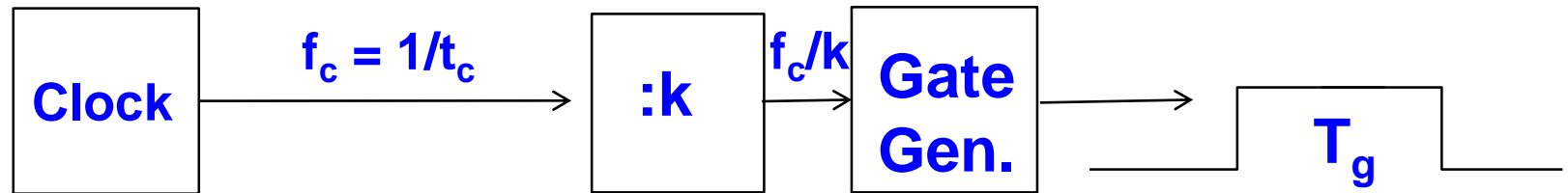
- Esempio

f_x	T_g	n	Incertezza di quantizzazione
1 kHz	1 ms	1	$\pm 100\%$
1 kHz	10 ms	10	$\pm 10\%$
1 kHz	1 s	1,000	$\pm 0.1\%$
1 kHz	10 s	10,000	$\pm 0.01\%$
....			
100 kHz	1 ms	100	$\pm 1\%$
100 kHz	1 s	100,000	$\pm 1 \cdot 10^{-5}$
100 kHz	10 s	1,000,000	$\pm 1 \cdot 10^{-6}$
....			
1 MHz	1 s	1,000,000	$\pm 1 \cdot 10^{-6}$

Misura diretta di frequenza: schema di massima



Incertezza su T_g



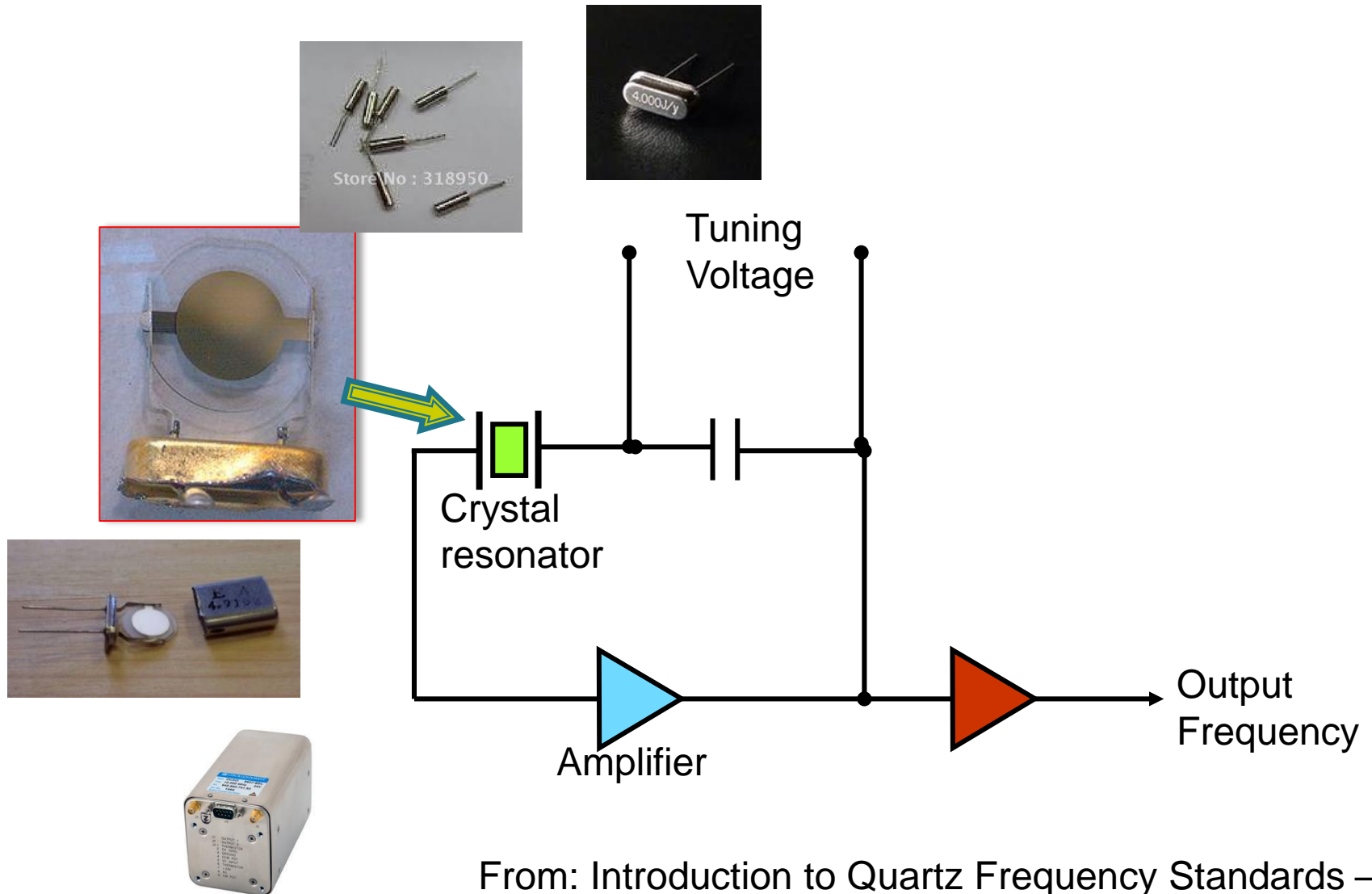
- $T_g = k t_c$ dove k è il fattore di divisione della freq. f_c
- $\delta T_g / T_g = \delta f_c / f_c$

- Incertezza: $\frac{\delta f_x}{f_x} = \epsilon_c + \epsilon_q = \frac{\delta f_c}{f_c} + \frac{1}{n}$

- Quarzo non termostato $\frac{\delta f_c}{f_c} \approx 10^{-5} \div 10^{-6}$

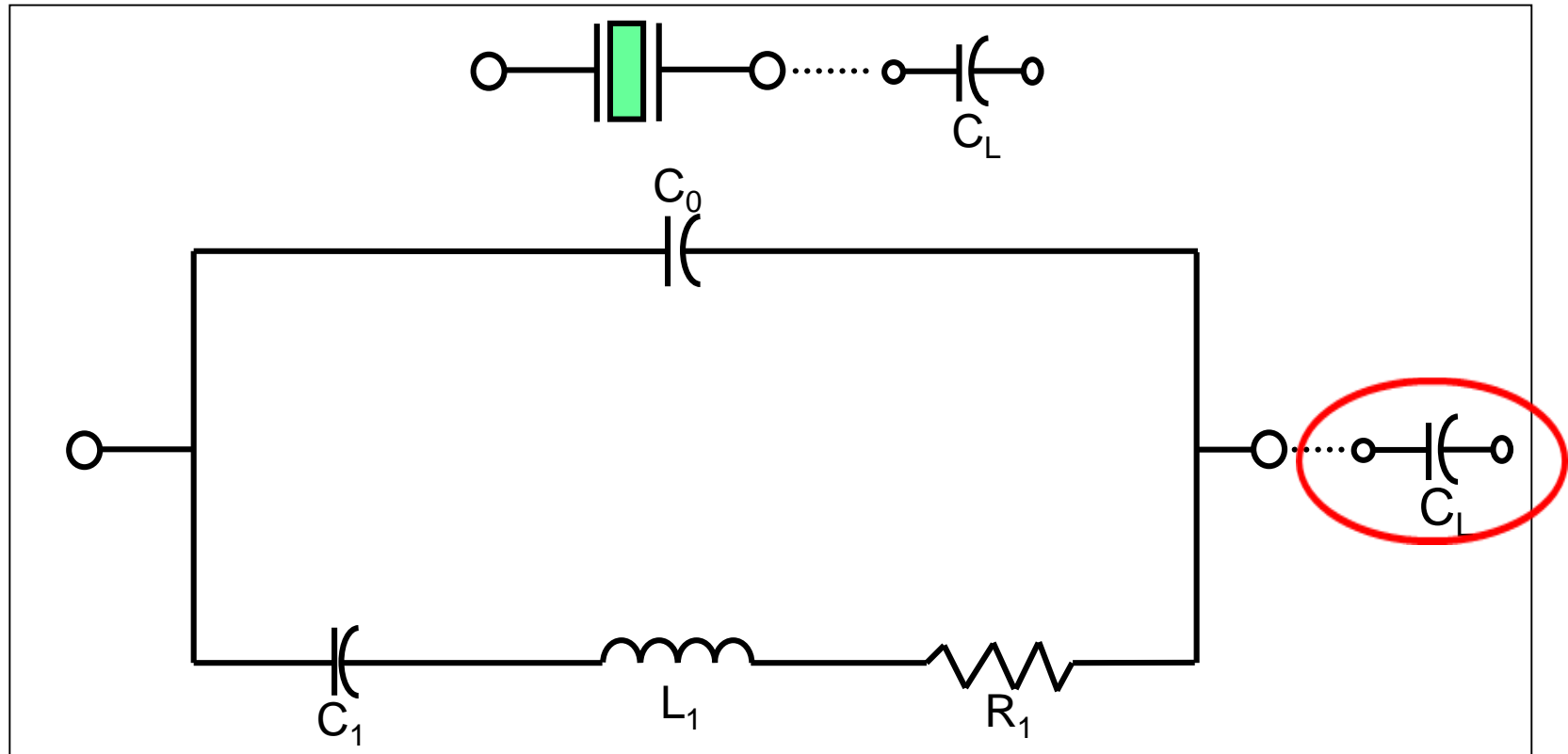
- Quarzo termostato $\frac{\delta f_c}{f_c} \approx 10^{-8} \div 10^{-9}$

Oscillatore al quarzo



From: Introduction to Quartz Frequency Standards –
Oscillator Basics – J. Vig IEEE UFFC

Oscillatore al quarzo: circuito equivalente



From: Introduction to Quartz Frequency Standards –
Oscillator Basics – J. Vig IEEE UFFC

Oscillatore al quarzo

Parametri che influenzano un oscillatore al quarzo:

- Qualità e modi di oscillazione

- Tipo di taglio del cristallo

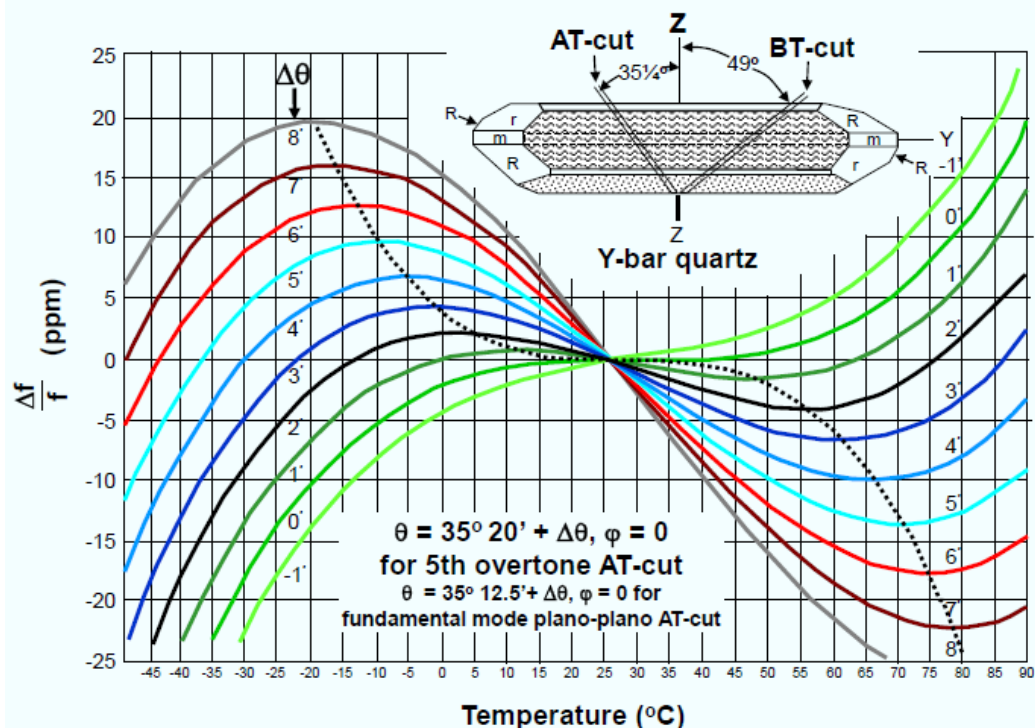
- Temperatura

- Circuiti elettronici

- Elettrodi di collegamento

From: Introduction to Quartz Frequency Standards – Oscillator Basics – J. Vig
IEEE UFFC

Frequency-Temperature vs. Angle-of-Cut, AT-cut



Oscillatore al quarzo

Technology	Units per year	Unit price, typical	Worldwide market, \$/year
Quartz Crystal Resonators & Oscillators	$\sim 3 \times 10^9$	$\sim \$1$ (\$0.1 to 3,000)	$\sim \$4B$

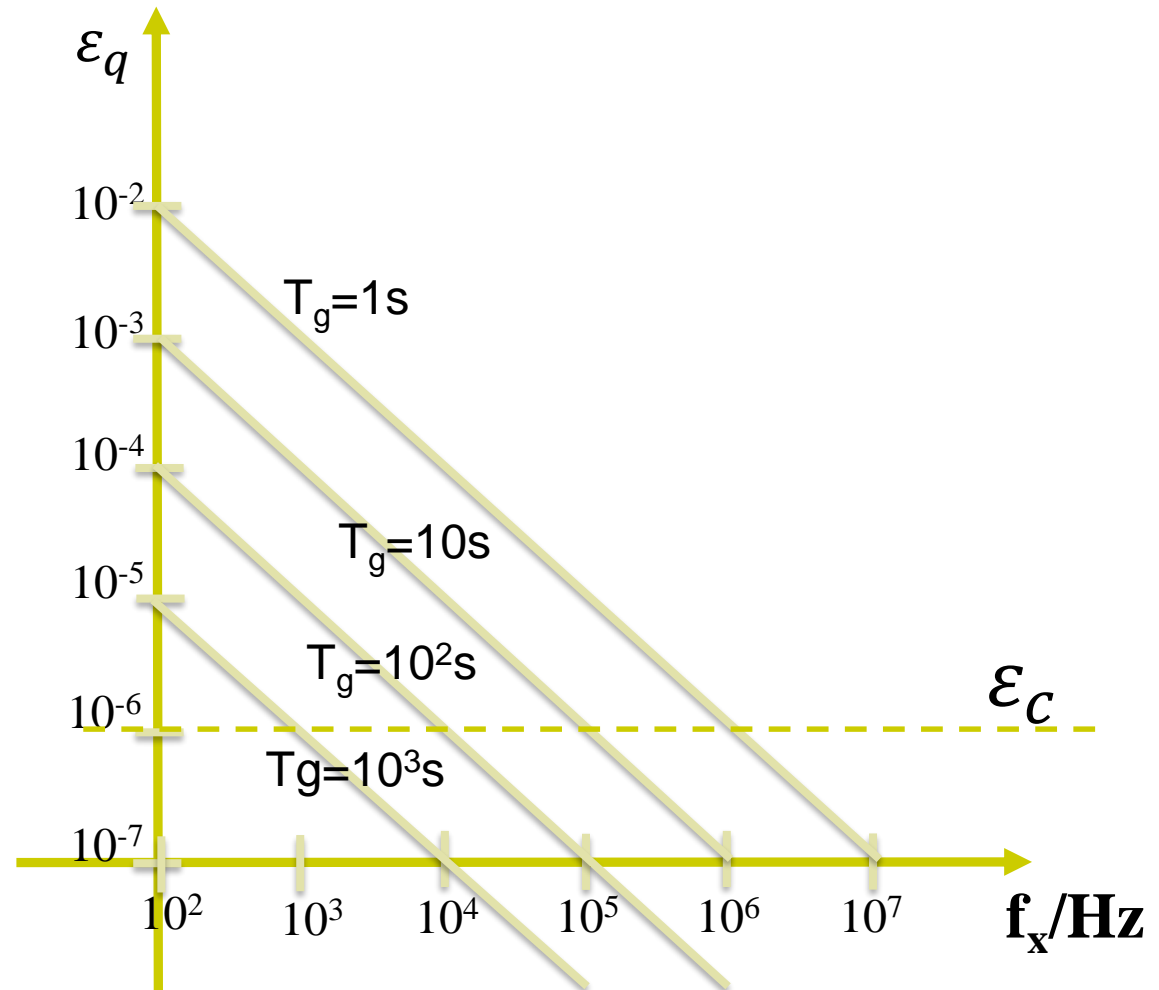
Atomic Frequency Standards (Commercial units)			
Hydrogen maser	~ 20	\$20,000	\$4M
Cesium beam frequency standard	~ 500	\$50,000	\$25M
Rubidium cell frequency standard	$\sim 100,000$	\$2,000	\$200M

Altri campioni di frequenza “più accurati”

From: Introduction to Quartz Frequency Standards –
Oscillator Basics – J. Vig IEEE UFFC

Grafico delle incertezze

Misura
diretta di
frequenza

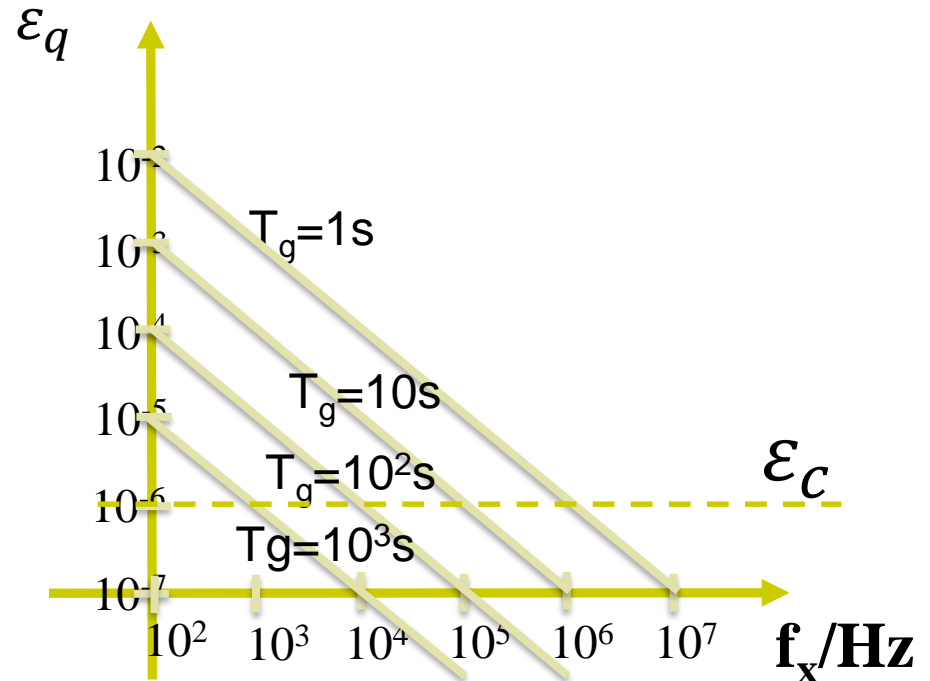


- $\varepsilon_q = \frac{1}{n}$

- $\frac{\delta f_c}{f_c} = 10^{-6}$ (per esempio)

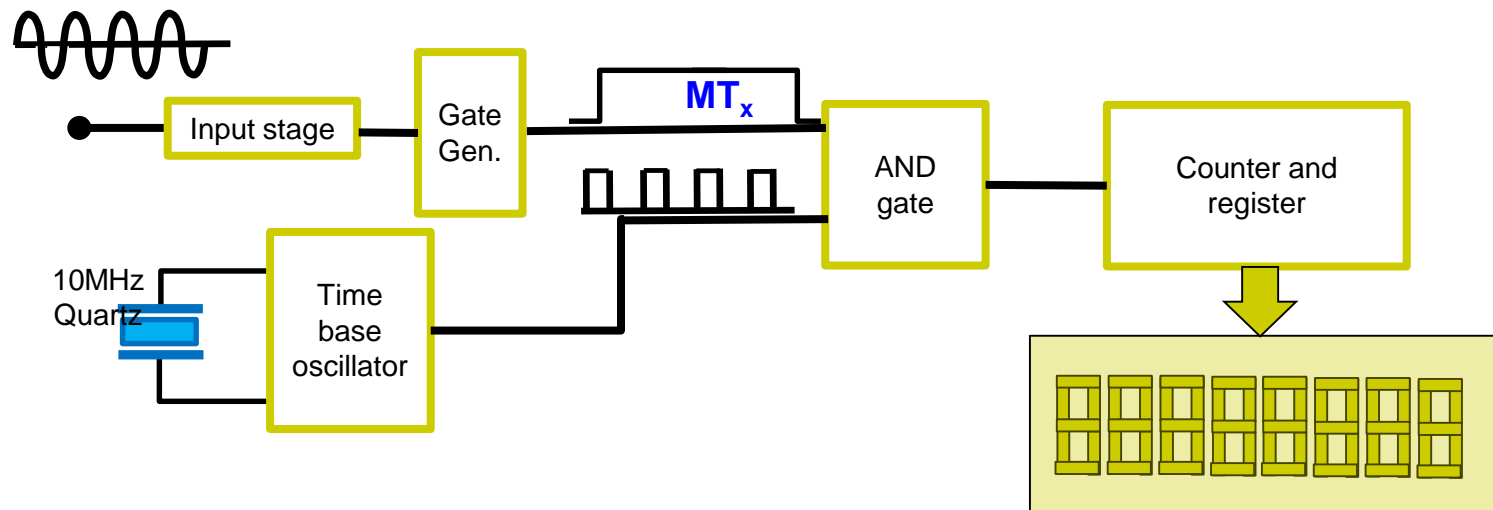
Grafico delle incertezze

Misura
diretta di
frequenza

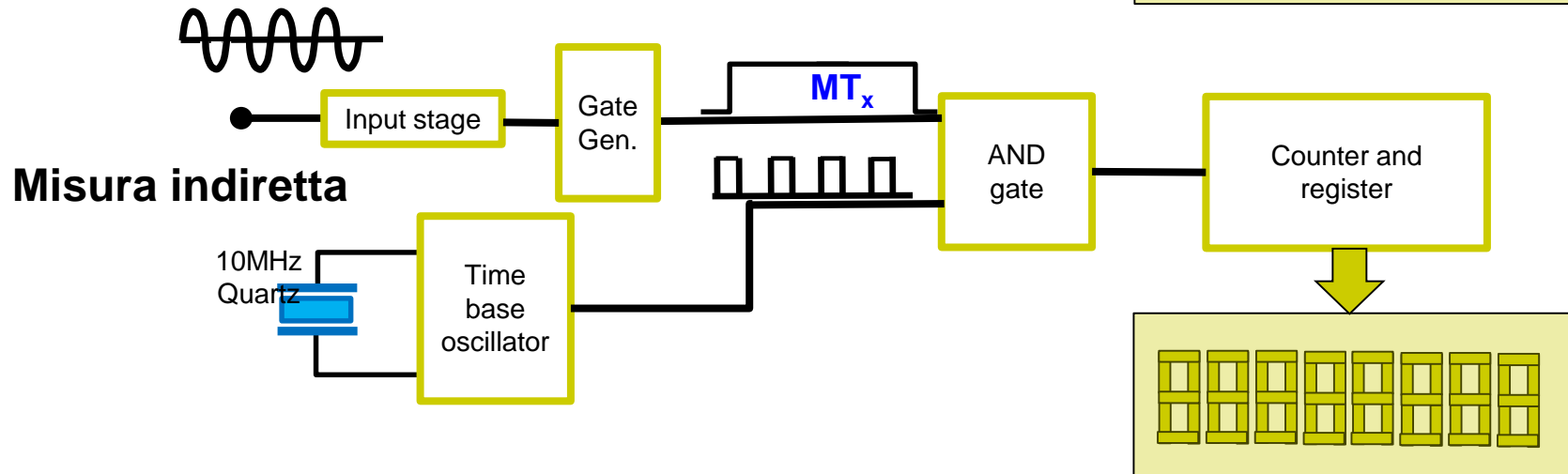
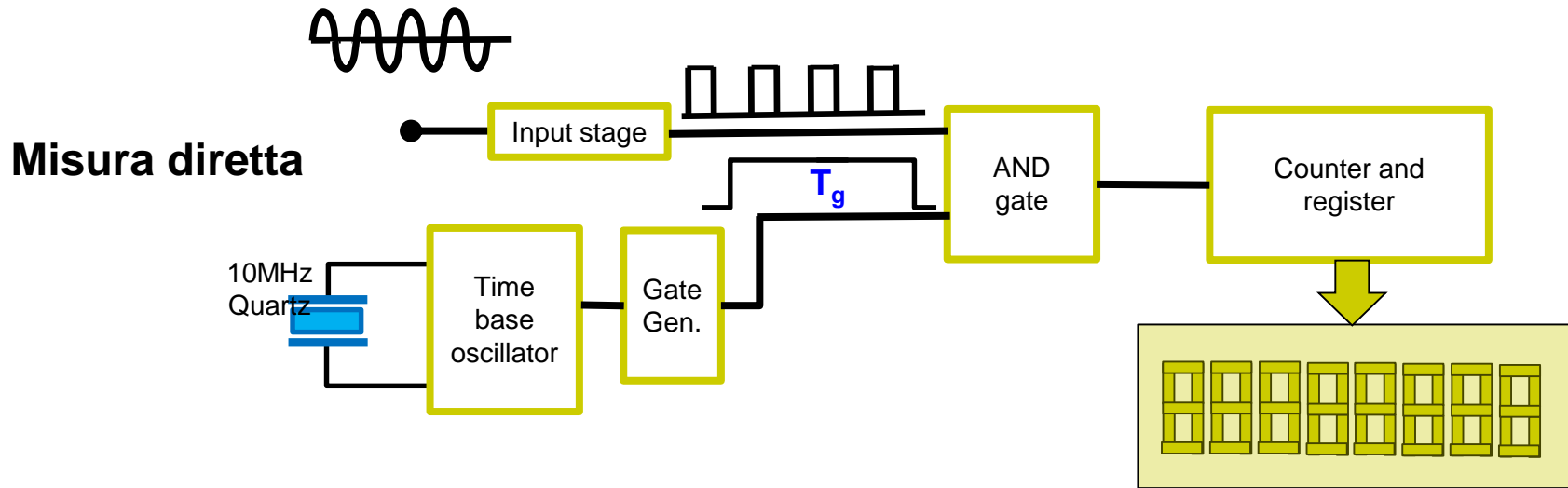


- Per frequenze basse l'incertezza di quantizzazione diventa intollerabile anche con T_g elevati
- L'incertezza del campione costituisce una soglia di incertezza minima ottenibile

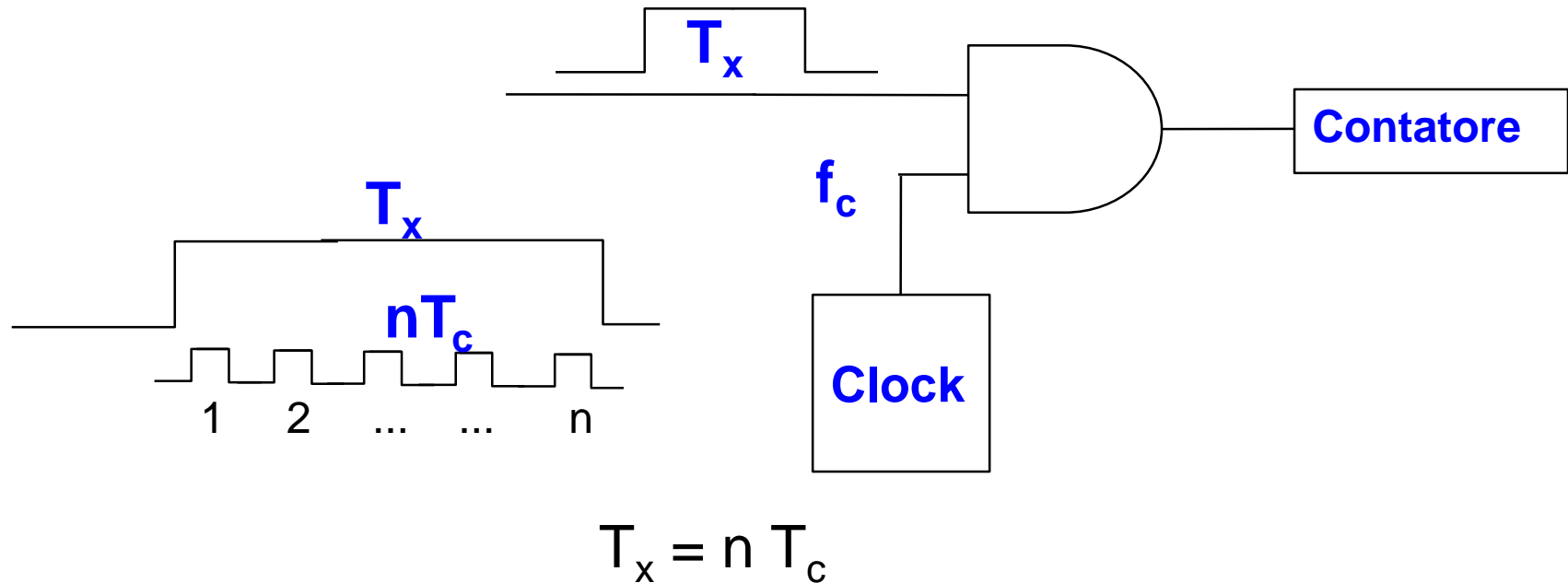
Misura indiretta di frequenza: schema di massima



Misura diretta e indiretta di frequenza: differenze di massima



Frequenzimetro numerico: misura indiretta di frequenza (periodo singolo)



- Si esegue una misura di periodo che permette di determinare indirettamente la frequenza tramite $f_x = 1/T_x$

Grafico delle Incertezze

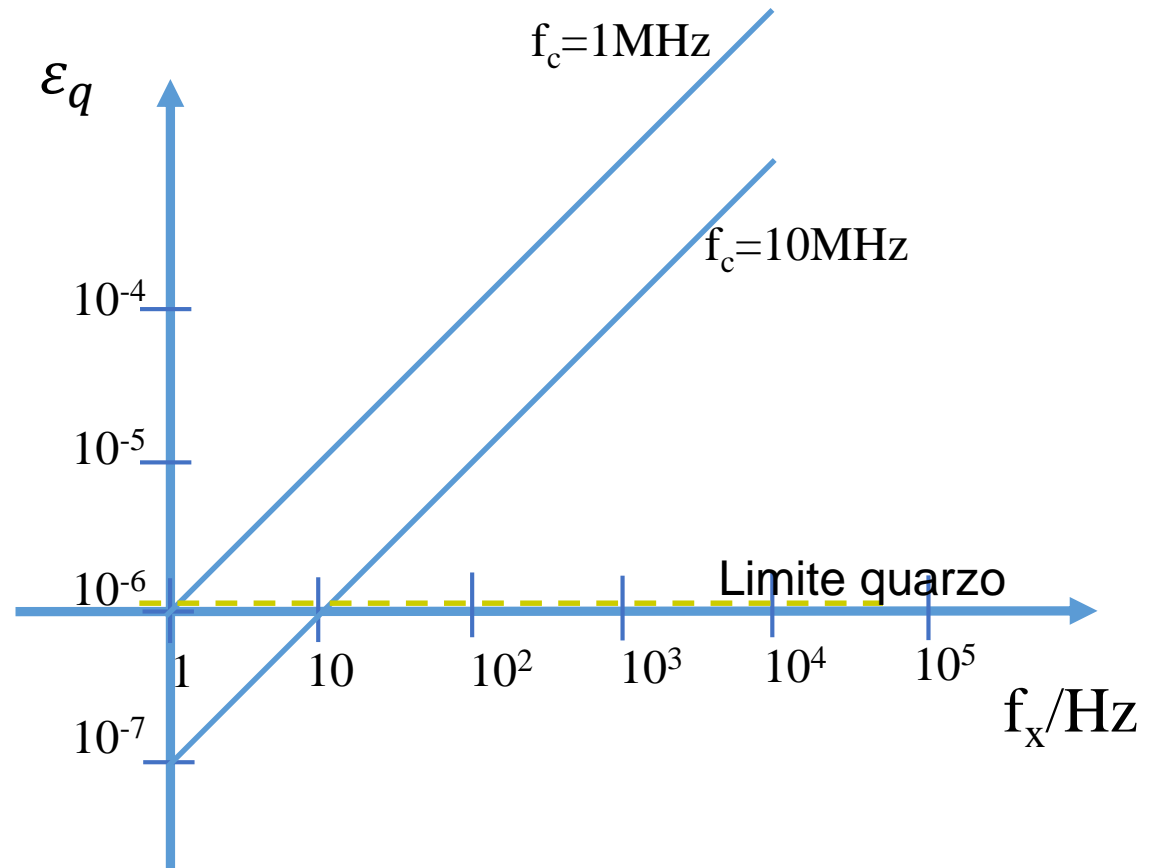
Misura indiretta di
frequenza
(periodo singolo)

$$T_x = nT_c$$

- $\frac{\delta f_x}{f_x} = \frac{1}{n} + \frac{\delta f_c}{f_c}$

- $\varepsilon_q = \frac{1}{n} = \frac{T_c}{T_x} = \frac{f_x}{f_c}$

- $\varepsilon_c = \frac{\delta f_c}{f_c} = 10^{-6}$ (per esempio)

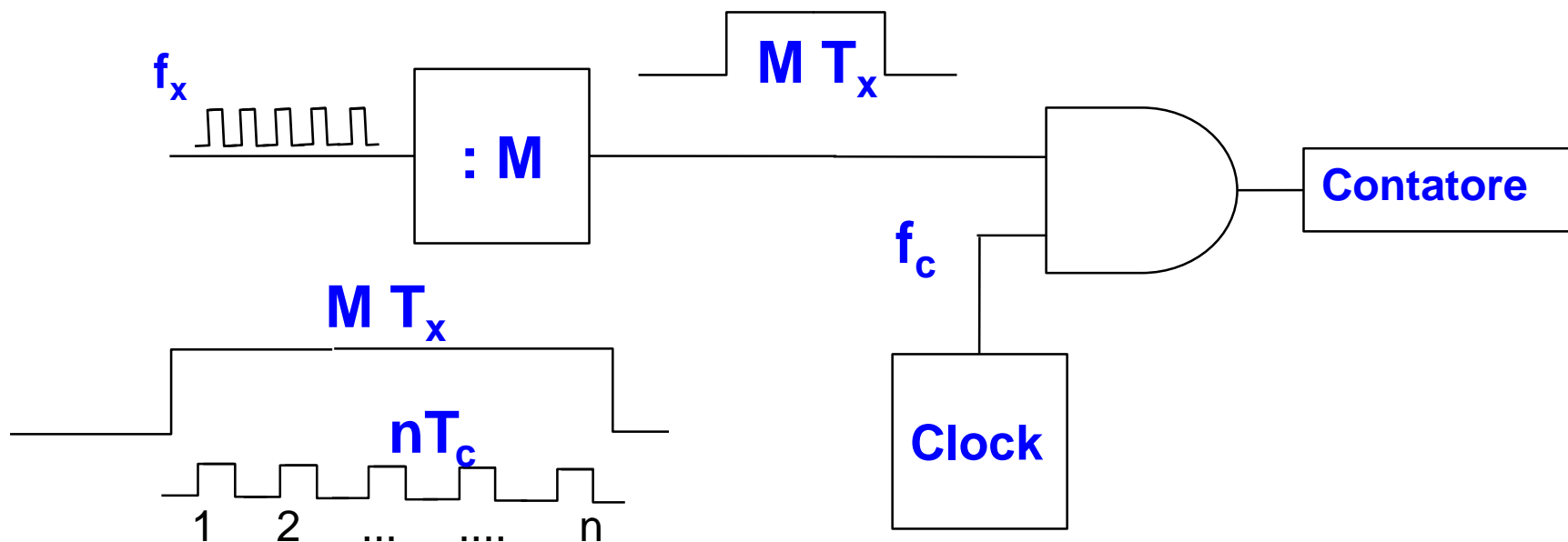


Frequenzimetro numerico: misura indiretta di frequenza (periodo multiplo)

- Esempio: clock ad 1MHz e $f_x=10\text{Hz}$: ottengo $n=10^5$ conteggi
- Se riuscissi a svincolare il tempo di misura dal singolo periodo del segnale potrei migliorare l'incertezza del conteggio
- Per esempio: se, al posto di un singolo periodo di f_x potessi utilizzare 100 periodi del segnale di ingresso otterrei una incertezza di quantizzazione 100 volte più piccola

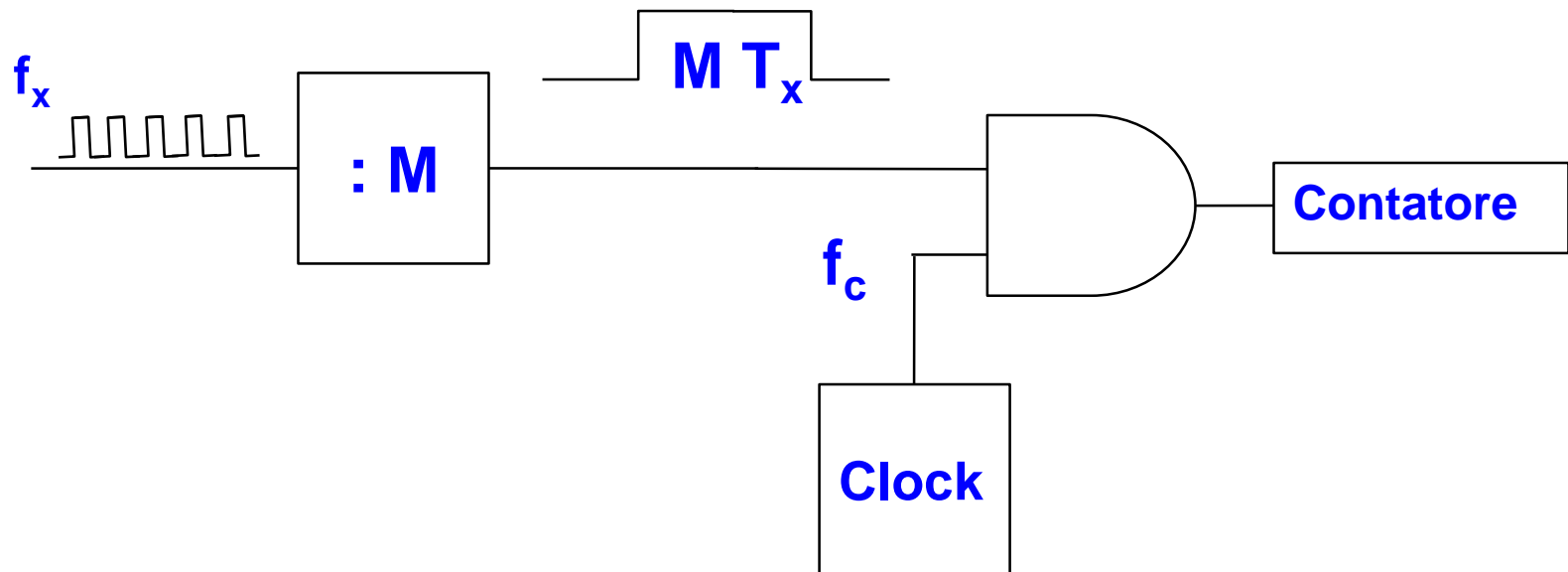
Frequenzimetro numerico: misura indiretta di frequenza (periodo multiplo)

- Misura di periodo singolo T_x ($M=1$) o multiplo ($M=10, 100, \dots$)
- La frequenza f_x viene divisa per M in modo da espandere per M il tempo di misura



Frequenzimetro numerico: misura indiretta di frequenza (periodo multiplo)

- $M T_x = n T_c$
- $T_x = n T_c / M$
- Si esegue una misura di periodo ma la durata del tempo di misura è più ampio di un fattore M



Limitazioni alle basse frequenze

- Esempio:

$$f_x = 1 \text{ kHz} \quad M = 1000 \quad M T_x = 1 \text{ s}$$

$$T_c = 1 \text{ } \mu\text{s (quarzo ad 1 MHz) ottengo } \mathbf{n = 1\ 000\ 000}$$

- Con una durata di misurazione di 1s si ha incertezza di quantizzazione di 10^{-6} . Nel caso di misura diretta di frequenza, a parità di inc. di quantizzazione, avrebbe richiesto 1000 s
- Occorre tener conto però anche del rumore presente sul segnale: se al segnale è **sovrapposto del rumore** gli istanti di apertura e chiusura del gate possono risultare falsati