

DET Department of Electronics and Telecommunications

Limitazioni degli Amplificatori Operazionali Reali

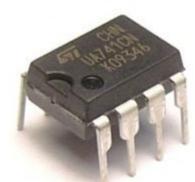
Amplificatori Operazionali Reali

- Con gli amplificatori operazionali, grazie al principio della retroazione negativa, è possibile realizzare amplificatori e blocchi analogici con caratteristiche che si avvicinano all'idealità.
- Gli amplificatori operazionali reali (circuiti integrati basati su transistori) presentano però delle limitazioni (indicate nei datasheet), che si ripercuotono sui circuiti in cui sono inseriti.
 - Limitazioni nel comportamento in linearità (in particolare: A_d finita, ampl. di modo comune,...)
 - Limitazioni di banda
 - Limitazioni di dinamica
 - Errori statici e dinamici: offset, rumore e distorsione

Approccio di analisi/progetto (ed esercizi):

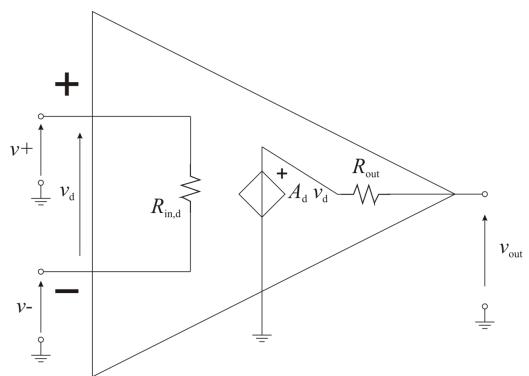
- si considerano inizialmente gli amplificatori operazionali come ideali
- si valutano gli effetti delle non-idealità (una alla volta) e/o sotto quali condizioni
 l'approssimazione di operazionale ideale è accettabile.





Circuito Equivalente in Linearità - A_d finita

- L'amplificatore operazionale reale, per il piccolo segnale, può essere descritto come un amplificatore di tensione con amplificazione differenziale A_d , resistenza d'ingresso (differenziale) $R_{in,d}$ e resistenza d'uscita R_{out} .
- Per $A_d \to \infty$, $R_{in.d}$ ed R_{out} diventano ininfluenti.
- Rispetto all'operazionale ideale, l'amplificazione A_d non è infinita (dell'ordine di 80dB-120dB a bassa frequenza e, come vedremo, si riduce al crescere della frequenza)

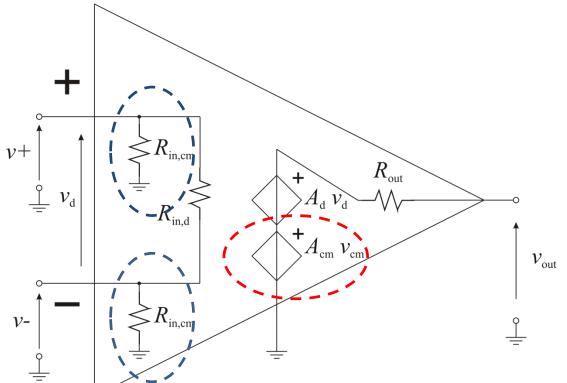


$$v_d = v^+ - v^-$$

$$v_{out} = A_d v_d$$

Circuito Equivalente in Linearità – Modo Comune

- Rispetto ad un amplificatore di tensione single-ended (single-ended = con ingresso riferito a 0V)
 - La porta d'ingresso differenziale non è riferita a 0V e il circuito equivalente include anche due **resistenze d'ingresso di modo comune** $R_{in,cm}$ (nominalmente uguali) tra ciascun ingresso e 0V.
 - L'operazionale è progettato per amplificare solo l'ingresso differenziale v_d ma si ha anche una (piccola) amplificazione di modo comune A_{cm} non voluta \rightarrow generatore di tensione controllato da $v_{cm} = \frac{v^+ + v^-}{2}$



$$v_{d} = v^{+} - v^{-}$$

$$v_{cm} = \frac{v^{+} + v^{-}}{2}$$

$$v_{out} = A_{d}v_{d} + A_{cm}v_{cm}$$

$$CMRR = \frac{A_{d}}{A_{cm}}$$

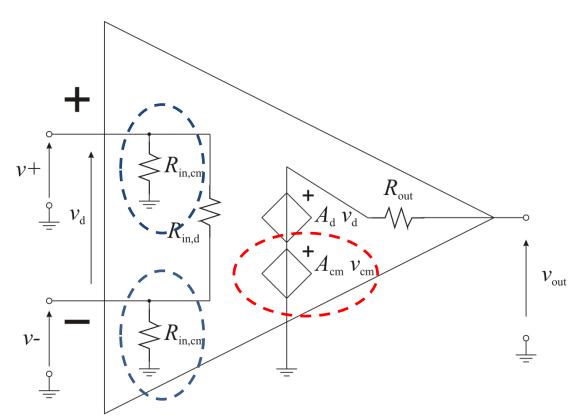
Common-Mode Rejection Ratio

Rapporto di reiezione del modo comune



Circuito Equivalente in Linearità – Modo Comune

- Commenti:
- Per $A_d \to \infty$, $R_{in,d}$ ed R_{out} diventano ininfluenti. $R_{in,cm}$ non risente della retroazione negativa e può dare effetto di carico, ma normalmente è molto alta (>1G Ω) e trascurabile.



$$v_{d} = v^{+} - v^{-}$$

$$v_{cm} = \frac{v^{+} + v^{-}}{2}$$

$$v_{out} = A_{d}v_{d} + A_{cm}v_{cm}$$

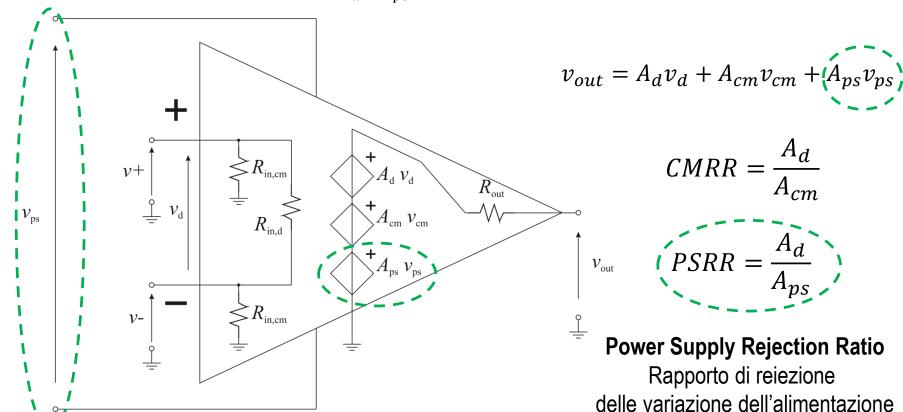
$$CMRR = \frac{A_{d}}{A_{cm}}$$

Common-Mode Rejection Ratio

Rapporto di reiezione del modo comune

Circuito Equivalente in Linearità

- La tensione di alimentazione è nominalmente costante, ma può presentare variazioni v_{ps} dovute a disturbi.
- L'operazionale dovrebbe essere insensibile alle *variazioni dell'alimentazione* v_{ps} : in pratica, però, influenzano v_{out} .
- Ciò è descritto da un **generatore di tensione sull'uscita controllato da** v_{ps} e con amplificazione A_{ps} .
- Nei datasheet è specificato il rapporto tra A_d e A_{ps} : rapporto di reiezione delle variazioni dell'alimentazione, **PSRR**



OP27 Data Sheet

SPECIFICATIONS

ELECTRICAL CHARACTERISTICS

 $V_s = \pm 15 \text{ V}$, $T_A = 25^{\circ}\text{C}$, unless otherwise noted.

Table 1.

			OP	27A/OP2	27E		OP27G		
Parameter	Symbol	Test Conditions	Min	Тур	Max	Min	Тур	Max	Unit
INPUT OFFSET VOLTAGE ¹	Vos			10	25		30	100	μV
LONG-TERM Vos STABILITY ^{2, 3}	V _{os} /Time			0.2	1.0		0.4	2.0	μV/M _o
INPUT OFFSET CURRENT	los			7	35		12	75	nA
INPUT BIAS CURRENT	I _B			±10	±40		±15	±80	nA
INPUT NOISE VOLTAGE ^{3, 4}	e _{n p-p}	0.1 Hz to 10 Hz		0.08	0.18		0.09	0.25	μV p-p
INPUT NOISE	en	fo = 10 Hz		3.5	5.5		3.8	8.0	nV/√Hz
Voltage Density ³		$f_0 = 30 \text{ Hz}$		3.1	4.5		3.3	5.6	nV/√Hz
		f ₀ = 1000 Hz		3.0	3.8		3.2	4.5	nV/√Hz
INPUT NOISE	in	f ₀ = 10 Hz		1.7	4.0		1.7		pA/√Hz
Current Density ³		fo = 30 Hz		1.0	2.3		1.0		pA/√Hz
		f ₀ = 1000 Hz		0.4	0.6		0.4	0.6	pA/√Hz
INPUT RESISTANCE									
Differential Mode ⁵	R _{IN}		1.3	6		0.7	4		ΜΩ
Common Mode	R _{INCM}			3			2		GΩ
INPUT VOLTAGE RANGE	IVR		±11.0	±12.3		±11.0	±12.3		V
COMMON-MODE REJECTION RATIO	CMRR	$V_{CM} = \pm 11 \text{ V}$	114	126		100	120		dB
POWER SUPPLY REJECTION RATIO	PSRR	$V_S = \pm 4 \text{ V to } \pm 18 \text{ V}$		1	10		2	20	μV/V
LARGE SIGNAL VOLTAGE GAIN	Avo	$R_L \ge 2 k\Omega$, $V_0 = \pm 10 V$	1000	1800		700	1500		V/mV
		$R_L \ge 600 \Omega$, $V_O = \pm 10 V$	800	1500		600	1500		V/mV
OUTPUT VOLTAGE SWING	Vo	$R_L \ge 2 k\Omega$	±12.0	±13.8		±11.5	±13.5		٧
		$R_L \ge 600 \Omega$	±10.0	±11.5		±10.0	±11.5		V
SLEW RATE ⁶	SR	$R_L \ge 2 k\Omega$	1.7	2.8		1.7	2.8		V/µs
GAIN BANDWIDTH PRODUCT ⁶	GBW		5.0	8.0		5.0	8.0		MHz
OPEN-LOOP OUTPUT RESISTANCE	Ro	$V_0 = 0, I_0 = 0$		70			70		Ω
POWER CONSUMPTION	P _d	Vo		90	140		100	170	mW
OFFSET ADJUSTMENT RANGE		$R_P = 10 \text{ k}\Omega$		±4.0			±4.0		mV

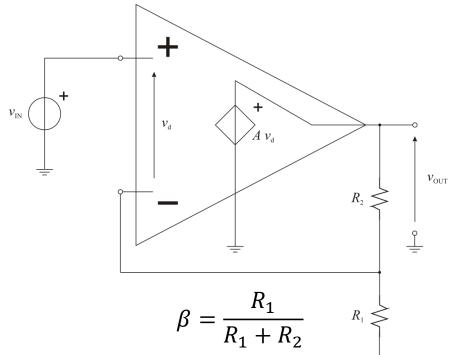






Amplificazione Differenziale Finita (I)

- Effetto di A_d finita sull'amplificazione A_v di un amplificatore di tensione consideriamo per semplicità $R_{in} \to \infty$, $R_{out} = 0$.



$$v_{out} = A_d(v_{in} - \beta v_{out})$$

Ideale:

$$A_{v\infty} = \frac{1}{\beta} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

Con A_d finita:

$$A_v = \frac{\beta A_d}{1 + \beta A_d} \frac{1}{\beta}$$

$$\frac{\beta A_d}{1 + \beta A_d} \simeq 1 - \frac{1}{\beta A_d}$$
 Errore relativo rispetto al caso ideale

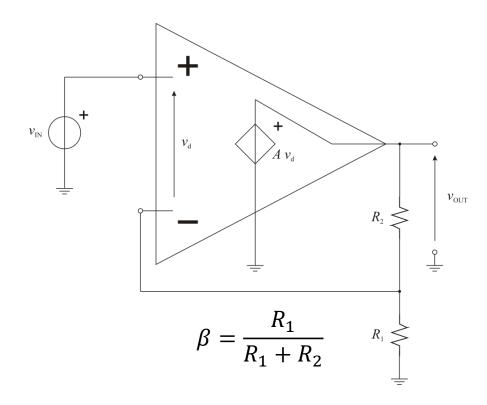
L'errore decresce all'aumentare del guadagno d'anello βA_d , in cui A_d è moltiplicata per $\beta=1/A_{v\infty}$

- L'errore relativo dovuto ad A_d finita è legato al rapporto tra $\frac{A_v}{A_d}$, dove A_v è l'amplificazione voluta ($\simeq A_{v\infty}$)
- L'amplificazione A_v effettiva non potrà mai essere maggiore di A_d !



Amplificazione Differenziale Finita (II)

- Effetto di A_d finita sull'amplificazione A_v di un amplificatore di tensione



Ideale:

$$A_{v\infty} = \frac{1}{\beta} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

Con A_d finita:

$$A_{v} = \frac{\beta A_{d}}{1 + \beta A_{d}} \frac{1}{\beta}$$

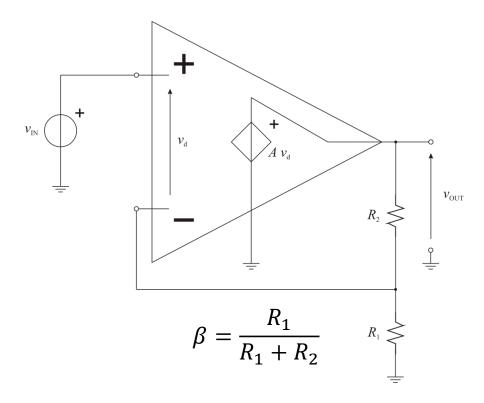
Esempi numerici:

$$A_{v\infty}=\left(1+rac{R_2}{R_1}
ight)=10$$
: caso ideale con un operazionale con $A_d=10^4~(80{
m dB})$ $eta A_d=10^3
ightarrow A_v=9.99~({
m errore}~10^{-3})$

con un operazionale con
$$A_d=10^3~(60 {\rm dB})$$
 $\beta A_d=10^2 \rightarrow A_v=9.9~({\rm errore}~1\%)$

Amplificazione Differenziale Finita (III)

- Effetto di A_d finita sull'amplificazione A_v di un amplificatore di tensione



Ideale:

$$A_{v\infty} = \frac{1}{\beta} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

Con A_d finita:

$$A_{v} = \frac{\beta A_{d}}{1 + \beta A_{d}} \frac{1}{\beta}$$

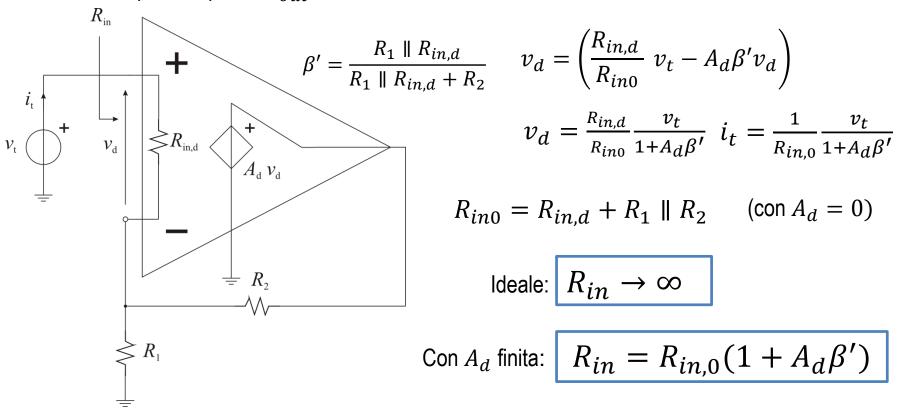
Esempi numerici:

$$A_{v\infty}=\left(1+rac{R_2}{R_1}
ight)=100$$
:caso ideale con un operazionale con $A_d=10^4~(80{
m dB})$ $eta A_d=10^2
ightarrow A_v=99~({
m errore}~1\%)$

con un operazionale con
$$A_d=10^3~(60 {\rm dB})$$
 $\beta A_d=10^1 \rightarrow A_v=91~({\rm errore}~9\%)$

Amplificazione Differenziale Finita (IV)

- Effetto di A_d finita sulla resistenza d'ingresso R_{in} di un amplificatore di tensione consideriamo per semplicità $R_{out}=0$.

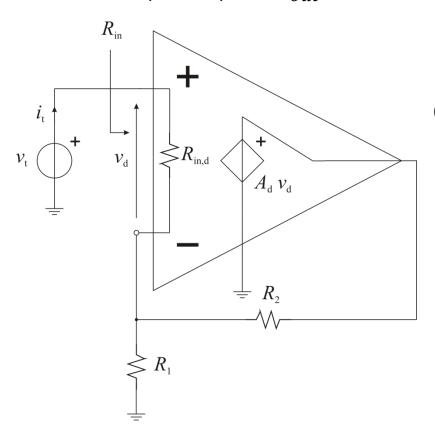


 R_{in} è pari alla resistenza in ingresso che si avrebbe con $A_d=0$ moltiplicata per $(1+A_d\beta')$



Amplificazione Differenziale Finita (V)

- Effetto di A_d finita sulla resistenza d'ingresso di un amplificatore di tensione consideriamo per semplicità $R_{out} = 0$.



Ideale:
$$R_{in}
ightarrow \infty$$

Con A_d finita: $R_{in} = R_{in,0}(1 + A_d\beta')$

Esempi numerici: $R_{in,d}=10\mathrm{M}\Omega$, $R_1=1\mathrm{k}\Omega$,

$$R_2 = 99 \text{k}\Omega$$
, $A_{v\infty} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 100$.

$$R_{in,0} = 10 \text{M}\Omega + 0.99 \text{k}\Omega \simeq 10 \text{M}\Omega$$

$$\beta' = \frac{R_1 \parallel R_{in,d}}{R_1 \parallel R_{in,d} + R_2} = 0.0099 \simeq 0.01$$

con un operazionale con $A_d = 10^4 \text{ (80dB)}$

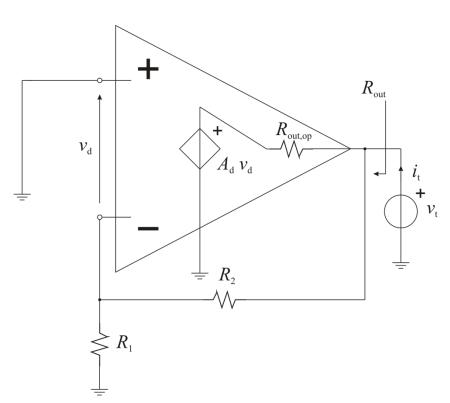
$$R_{in} = (1 + 100) \cdot 10M\Omega = 1.01G\Omega$$

con un operazionale con $A_d = 10^3$ (60dB)

$$R_{in} = (1 + 10) = 110 \text{M}\Omega$$

Amplificazione Differenziale Finita (VI)

- Effetto di A_d finita sulla resistenza d'uscita di un amplificatore di tensione



$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad v_d = -\beta v_t$$

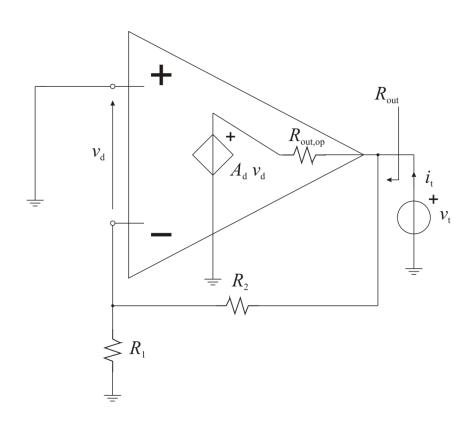
$$i_t = \frac{(\beta A_d + 1)v_t}{R_{out,op}} + \frac{v_t}{R_1 + R_2}$$

$$\uparrow^{i_t} \qquad R_{out} = \frac{R_{out,op}}{1 + A_d \beta} \parallel (R_1 + R_2) \simeq \frac{R_{out,op}}{1 + A_d \beta}$$
Ideale:
$$R_{out} = 0$$

La resistenza d'uscita R_{out} è pari alla resistenza d'uscita dell'operazionale $R_{out,op}$ divisa per $(1 + A_d\beta)$. La resistenza della rete di retroazione, in parallelo è normalmente trascurabile.

Amplificazione Differenziale Finita (VII)

- Effetto di A_d finita sulla resistenza d'uscita di un amplificatore di tensione



Ideale:

$$R_{out} = 0$$

con A_d finita:

$$R_{out} \simeq \frac{R_{out,op}}{1 + A_d \beta}$$

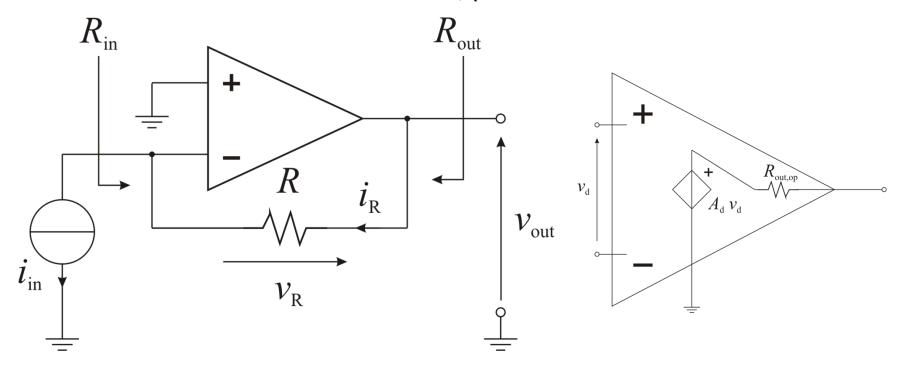
Esempi numerici:

$$\begin{aligned} & \text{per } R_{out,op} = 1k\Omega \text{ e } A_{v\infty} = \frac{1}{\beta} = 10 \\ & \text{con } A_d = 10^4 \text{ (80dB): } R_{out} = 0.999\Omega \\ & \text{con } A_d = 10^3 \text{ (60dB): } R_{out} = 9.9\Omega \end{aligned}$$

per
$$R_{out,op} = 1k\Omega$$
 e $A_{v\infty} = \frac{1}{\beta} = 100$
con $A_d = 10^4$ (80dB): $R_{out} = 9.9\Omega$
con $A_d = 10^3$ (60dB): $R_{out} = 90.9\Omega$

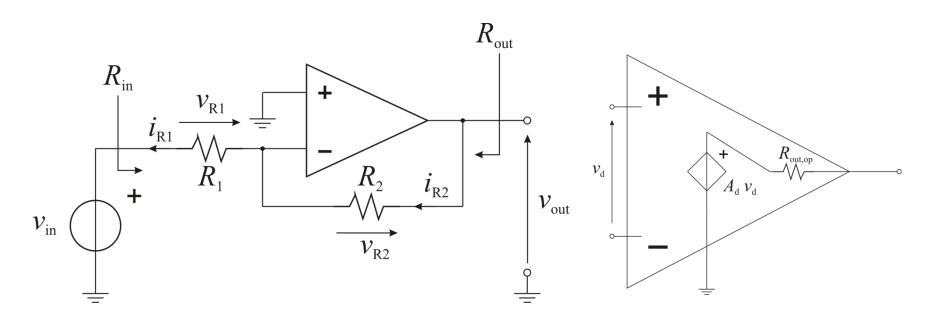
Con riferimento al circuito in figura a sinistra, in cui $R=100 \mathrm{k}\Omega$, si determini l'amplificazione di transresistenza $\frac{v_{out}}{i_{in}}$, la resistenza d'ingresso R_{in} e la resistenza d'uscita R_{out} :

- Nel caso in cui l'amplificatore operazionale sia ideale $(A_d \to \infty)$
- Nel caso in cui l'amplificatore operazionale presenti $A_d=10^4$ (80dB) resistenze d'ingresso trascurabili e resistenza d'uscita $R_{out,op}=100\Omega$ (figura a destra)



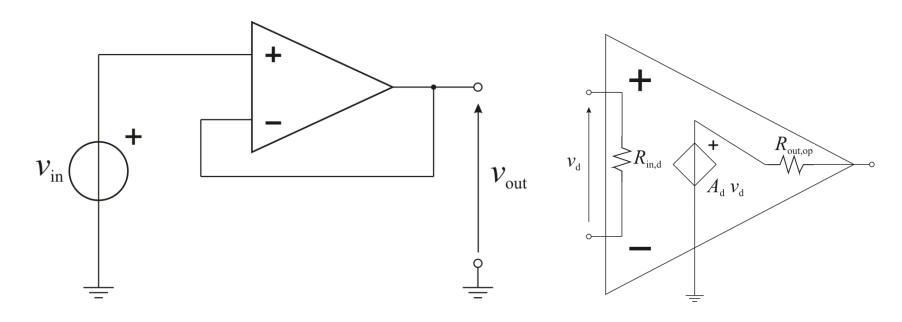
Con riferimento al circuito in figura a sinistra, in cui $R_1=10\mathrm{k}\Omega$, $R_2=100\mathrm{k}\Omega$, si determini l'amplificazione di tensione $\frac{v_{out}}{v_{in}}$, la resistenza d'ingresso R_{in} e la resistenza d'uscita R_{out} :

- Nel caso in cui l'amplificatore operazionale sia ideale $(A_d \rightarrow \infty)$
- Nel caso in cui l'amplificatore operazionale presenti $A_d=10^4$ (80dB) resistenze d'ingresso trascurabili e resistenza d'uscita $R_{out,op}=100\Omega$ (figura a destra)



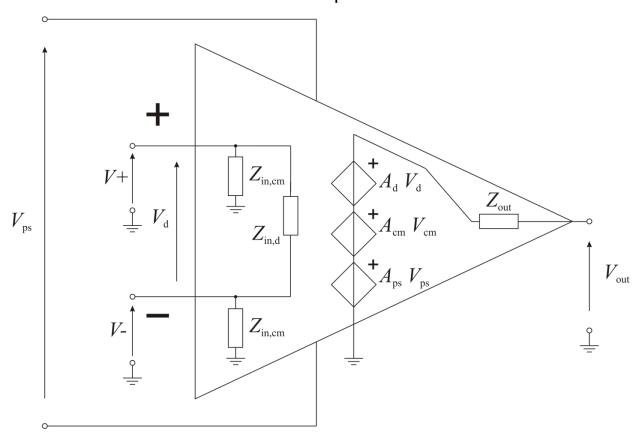
Con riferimento all'amplificatore in configurazione voltage follower in figura, determinare: l'amplificazione di tensione $\frac{v_{out}}{v_{in}}$, la resistenza d'ingresso R_{in} e la resistenza d'uscita R_{out} :

- Nel caso in cui l'amplificatore operazionale sia ideale $(A_d \rightarrow \infty)$
- Nel caso in cui l'amplificatore operazionale presenti $A_d=10^4$ (80dB) resistenza d'ingresso differenziale $R_{in}=1 {\rm M}\Omega$ e resistenza d'uscita $R_{out,op}=100 {\Omega}$ (figura a destra)



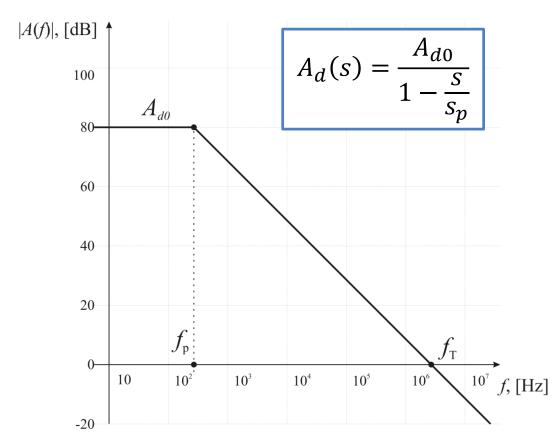
Limitazione di Banda (I)

Il circuito equivalente dell'operazionale in linearità, si può generalizzare in modo naturale alle condizioni dinamiche, sostituendo le resistenze con impedenze e considerando $A_d(s)$, $A_{cm}(s)$ e $A_{ps}(s)$ come funzioni di trasferimento nel dominio della frequenza.



Limitazione di Banda (II)

In un operazionale reale, l'amplificazione differenziale ha una risposta in frequenza a singolo polo:



 A_{d0} guadagno in continua $f_p = -\frac{s_p}{2\pi}$ frequenza di taglio del polo $f_T = f_p \ A_{d0}$ frequenza di taglio a 0dB, detto anche prodotto banda-guadagno (ingl.: GBW, *gain-bandwidth product*)

Valori tipici per un operazionale:

$$A_{d0}$$
: 60dB - 120dB $f_p = 1$ Hz $- 100$ Hz $f_T = A_{d0}f_p = 100$ kHz $- 10$ MHz

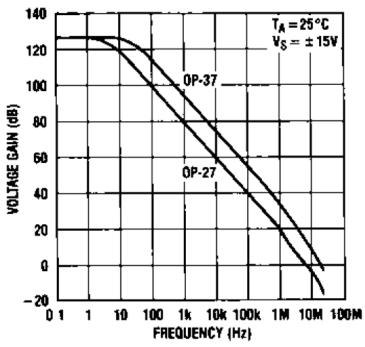
Nei datasheet normalmente sono riportati A_{d0} ed il prodotto banda-guadagno f_T



OUTPUT VOLTAGE SWING	Vo	$R_L \ge 2 k\Omega$	±12.0	±13.8		±11.5	±13.5		V
		$R_L \ge 600 \ \Omega$	±10.0	±11.5		±10.0	±11.5		V
SLEW RATE ⁶	SR	$R_L \ge 2 k\Omega$	1.7	2.8		1.7	2.8		V/µs
GAIN BANDWIDTH PRODUCT ⁶	GBW		5.0	8.0		5.0	8.0		MHz
OPEN-LOOP OUTPUT RESISTANCE	Ro	$V_0 = 0, I_0 = 0$		70			70		Ω
POWER CONSUMPTION	Pd	Vo		90	140		100	170	mW
OFFSET ADJUSTMENT RANGE		$R_P = 10 \text{ k}\Omega$		±4.0	, and the second		±4.0		mV



Voltage Gain vs Frequency

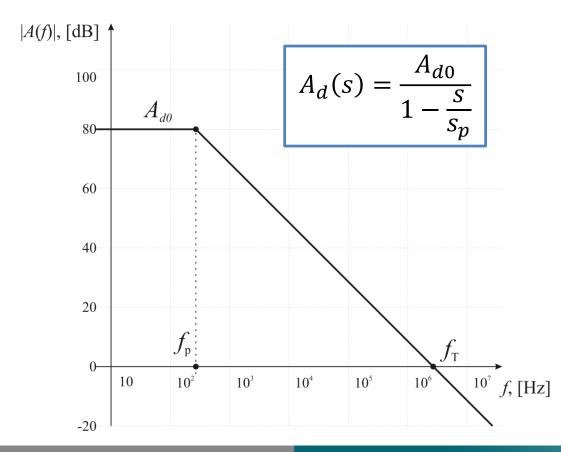






Limitazione di Banda (III)

All'aumentare della frequenza, l'amplificazione differenziale diminuisce in modulo con impatto sulle prestazioni in frequenza (limitazione di banda) degli amplificatori basati su operazionale. E' possibile studiare le limitazioni di banda sostituendo $A_d(s)$ nell'analisi per A_d finita.

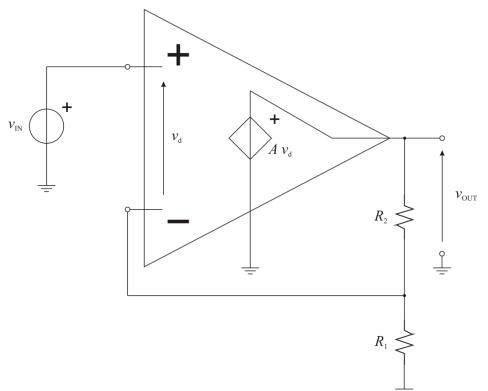


 A_{d0} guadagno in continua $f_p = -\frac{s_p}{2\pi}$ frequenza polo $f_T = f_p \ A_{d0}$ frequenza di taglio a 0dB, detto anche prodotto banda-guadagno (ingl.: GBW, *gain-bandwidth product*)

Valori tipici per un operazionale:

$$A_{d0}$$
: 60dB - 120dB
 $f_p = 1$ Hz $- 100$ Hz
 $f_T = A_{d0} f_{p} = 100$ kHz $- 10$ MHz

Limitazione di Banda – Amplificatore di Tensione (I)



$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad A_d(s) = \frac{A_{d0}}{1 - \frac{S}{S_p}}$$

$$A_v(s) = \frac{\beta A_d(s)}{1 + \beta A_d(s)} \frac{1}{\beta} \qquad \text{sostituendo}$$

$$\text{l'espr. di } A_d(s)$$

$$A_{v}(s) = \frac{\beta A_{d0}}{1 + \beta A_{d0} - \frac{s}{s_{p}}} \frac{1}{\beta}$$



$$A_{v}(s) = \frac{\beta A_{d0}}{1 + \beta A_{d0} - \frac{s}{s_{p}} \beta}$$

$$A_{v}(s) = \frac{1}{1 - \frac{s}{s_{p}(1 + \beta A_{d0})} \frac{\beta A_{d0}}{1 + \beta A_{d0}} \frac{1}{\beta}}$$

$$A_v(0) = \frac{\beta A_{d0}}{1 + \beta A_{d0}} \frac{1}{\beta}$$

Polo di $A_v(s)$: $s_{p,A_v} = s_p(1 + \beta A_{d0})$

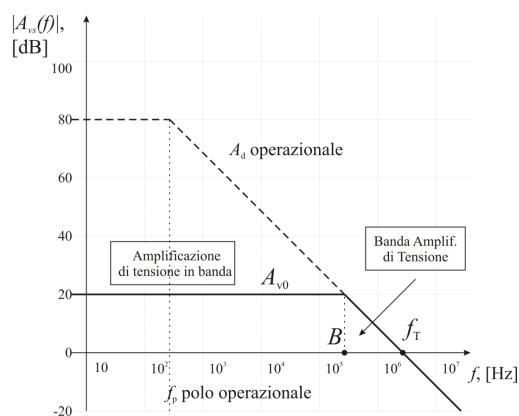
La banda B dell'amplificatore di tensione è limitata dal polo a frequenza di taglio f_{p,A_p} , che è βA_{d0} più alta rispetto alla freq. di taglio f_p del polo dell'operazionale e eta < 1 volte più bassa di f_T

Banda dell'Amplificatore di Tensione

$$B = f_{p,A_v} \simeq f_p A_{d0} \beta = \beta f_T$$



Limitazione di Banda – Amplificatore di Tensione (II)



$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad A_d(s) = \frac{A_{d0}}{1 - \frac{S}{S_p}}$$

$$A_v(s) = \frac{\beta A_d(s)}{1 + \beta A_d(s)} \frac{1}{\beta} \qquad \text{sostituendo}$$
l'espr. di $A_d(s)$

$$A_v(s) = \frac{\beta A_{d0}}{1 + \beta A_{d0} - \frac{s}{s_p}} \frac{1}{\beta}$$

$$A_{v}(s) = \frac{1}{1 - \frac{s}{s_{p}(1 + \beta A_{d0})}} \frac{\beta A_{d0}}{1 + \beta A_{d0}} \frac{1}{\beta}$$

$$A_{v}(0) = \frac{\beta A_{d0}}{1 + \beta A_{d0}} \frac{1}{\beta}$$

Polo di $A_v(s)$: $s_{p,A_v} = s_p(1 + \beta A_{d0})$

La banda B dell'amplificatore di tensione è limitata dal polo a frequenza di taglio f_{p,A_v} , che è βA_{d0} più alta rispetto alla freq. di taglio f_p del polo dell'operazionale e $\beta < 1$ volte più bassa di f_T

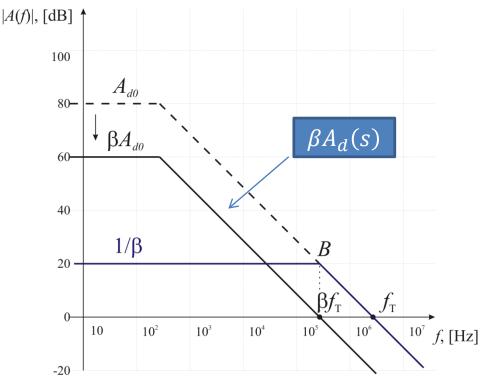
Banda dell'Amplificatore di Tensione

$$B = f_{p,A_v} \simeq f_p A_{d0} \beta = \beta f_T$$



Limitazione di Banda – Amplificatore di Tensione (III)

Approccio alternativo:



$$A_{v}(s) = \frac{\beta A_{d}(s)}{1 + \beta A_{d}(s)} \frac{1}{\beta}$$

$$\beta A_d(s) = \frac{\beta A_{d0}}{1 - \frac{s}{s_p}}$$

Condizione per essere in banda:

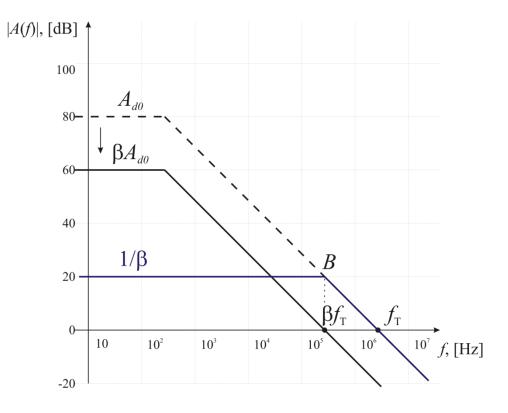
$$|\beta A_d(s)| > 1$$

Limite di banda:

$$B = \beta f_T$$

- -La retroazione è efficace solo se $|T| = |\beta A_d(s)| \gg 1$.
- -Risposta in frequenza del guadagno d'anello $\beta A_d(s)$: è la risposta di A_d traslata in basso di β
- -L'amplificatore è in banda fintanto che $|\beta A_d(s)|$ >1, cioè >0dB: questo avviene a una frequenza $B=\beta f_T$ più bassa di un fattore β rispetto alla frequenza a guadagno unitario f_T dell'operazionale.

Limitazione di Banda – Amplificatore di Tensione (IV)



Valido **solo per amplificatori di tensione non invertenti**

Limite di Banda

Guadagno in Banda

$$B = \beta f_T$$

$$A_{v\infty} = \frac{1}{\beta}$$

Prodotto banda-guadagno

$$f_T = \frac{B}{\beta} = A_{v\infty}B$$

- In tutti gli *amplificatori di tensione non invertenti* basati sullo stesso operazionale il prodotto bandaguadagno è costante e pari alla frequenza a guadagno unitario f_T dell'operazionale.
- La massima banda si ha per guadagno di tensione unitario (eta=1, voltage follower) ed è proprio f_T

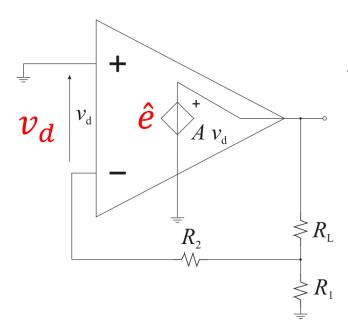
Limitazione di Banda

Osservazione n.1

Il metodo basato sul guadagno d'anello si applica a qualsiasi operazionale con retroazione negativa.

- Il fattore β (positivo) è il contributo del generatore pilotato, considerato come gen. Indipendente \hat{e} , su v_d , (come nel metodo del pilota)
- Il guadagno d'anello è βA_d , dove A_d è l'amplificazione differenziale.

Esempio: amplificatore di corrente



$$\beta = -\frac{v_d}{\hat{e}}$$

$$\beta = -\frac{v_d}{\hat{e}} = \frac{R_1}{R_1 + R_L}$$

Limite Banda

$$B = \beta f_T$$

Nota:
$$\frac{1}{\beta} \neq A_i$$



 $i_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)i_{in} = A_i i_{in}$

Stabilità (cenni)

Osservazione n.2

Guardando il denominatore dell'amplificazione di tensione ad anello chiuso $A_v(s)|_{s=j2\pi f}$

$$A_{v}(j2\pi f) = \frac{\beta A_{d}(j2\pi f)}{1 + \beta A_{d}(j2\pi f)} \frac{1}{\beta}$$

si osserva che per A_v è singolare se $\beta A_d(j2\pi f) = -1$, cioè se $|\beta A_d(j2\pi f)| = 1$ e $\angle \beta A_d(j2\pi f) = 180^\circ$. Questo si riscontra in tutti i sistemi dinamici con retroazione.

Se si verifica questa condizione ad una qualche frequenza, l'amplificatore diventa instabile, cioè si innescano oscillazioni spontanee non smorzate (questo fenomeno è sfruttato intenzionalmente negli oscillatori) che rendono l'amplificatore inutilizzabile.

Ogni polo in $A_d(s)$ e in β porta ad una rotazione di fase di -90°, per cui la condizione $|\beta A_d(j2\pi f)| = 1$ e $\angle \beta A_d(j2\pi f) = 180$ ° potrebbe verificarsi. Il progettista deve garantire che $|\beta A_d(s)| \ll 1$ (cioè l'amplificatore sia già fuori banda) quando $\angle \beta A_d(s)$ si avvicina a 180°.

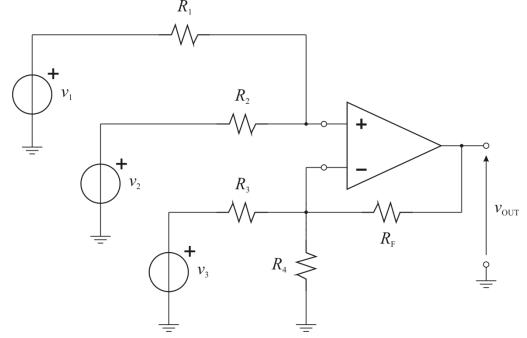
In quasi tutti gli operazionali in commercio, la stabilità è garantita **per qualsiasi rete di retroazione negativa resistiva** collegata esternamente.

Utilizzando una resistenza di retroazione $R_F = 100k\Omega$ progettare un circuito che generi una tensione $v_{out} = 3v_1 + 4v_2 - v_3$ a partire da v_1 , v_2 e v_3 fornite da generatori ideali di tensione.

→ L'esercizio è stato risolto nella lezione sul sommatore generalizzato

Quanto vale la banda passante del circuito progettato?

assumendo che l'operazionale abbia prodotto banda-guadagno f_T =1MHz, resistenza d'ingresso infinita e resistenza d'uscita nulla?



I valori delle resistenze del sommatore erano:

$$R_F = 100 \mathrm{k}\Omega$$

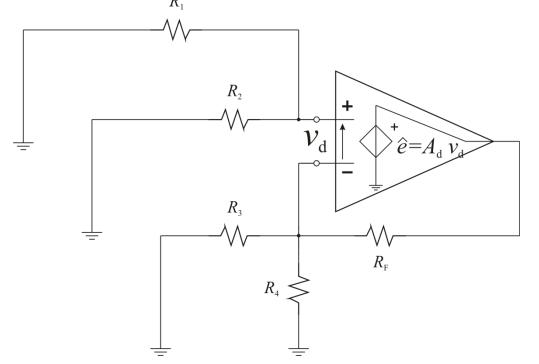
$$R_1 = \frac{R_F}{3} = 33k\Omega$$

$$R_1 = \frac{R_F}{4} = 25k\Omega$$

$$R_3 = R_F = 100 \mathrm{k}\Omega$$

$$R_4 = \frac{R_F}{5} = 20 \text{k}\Omega$$

La banda passante del circuito è la banda in cui il modulo del guadagno d'anello $|\beta A_d(f)|$ è maggiore di 1 \rightarrow la banda è pertanto pari a βf_T



$$|\beta A_d(f)| \simeq \frac{\beta A_{d0} f_p}{f} = \frac{\beta f_T}{f} > 1$$
per $f < \beta f_T$

$$R_1 = \frac{R_F}{3} = 33k\Omega$$

$$R_1 = \frac{R_F}{4} = 25k\Omega$$

$$R_3 = R_F = 100k\Omega$$

$$R_4 = \frac{R_F}{5} = 20k\Omega$$

calcolo del fattore β (contributo di \hat{e} alla grandezza pilota v_d , cambiato di segno)

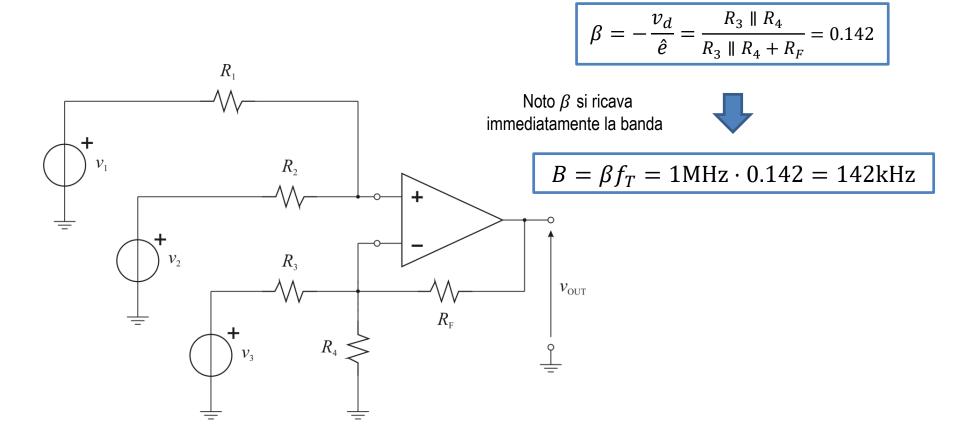
essendo
$$R_{\rm in,d} \rightarrow \infty$$
 e $R_{out} = 0$:

$$v_d = -\hat{e} \frac{R_3 \parallel R_4}{R_3 \parallel R_4 + R_F}$$



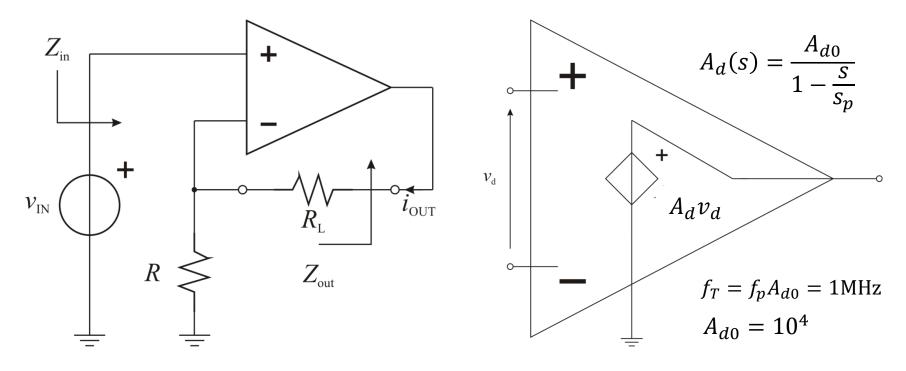
$$v_d = -\hat{e} \frac{R_3 \parallel R_4}{R_3 \parallel R_4 + R_F} \implies \beta = -\frac{v_d}{\hat{e}} = \frac{R_3 \parallel R_4}{R_3 \parallel R_4 + R_F} = 0.142$$

La banda passante del circuito è la banda in cui il modulo del guadagno d'anello $|\beta A_d|$ è maggiore di 1 ed è pari a βf_T

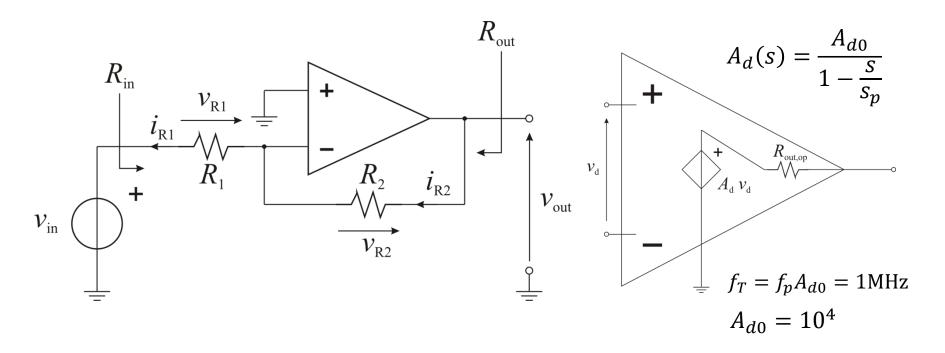


Con riferimento al circuito in figura a sinistra, in cui $R=10\mathrm{k}\Omega$, $R_L=100\mathrm{k}\Omega$, si determini la transammettenza $Y(f)=\frac{I_{out}}{V_{in}}$, l'impedenza d'ingresso Z_{in} e l'impedenza d'uscita Z_{out} :

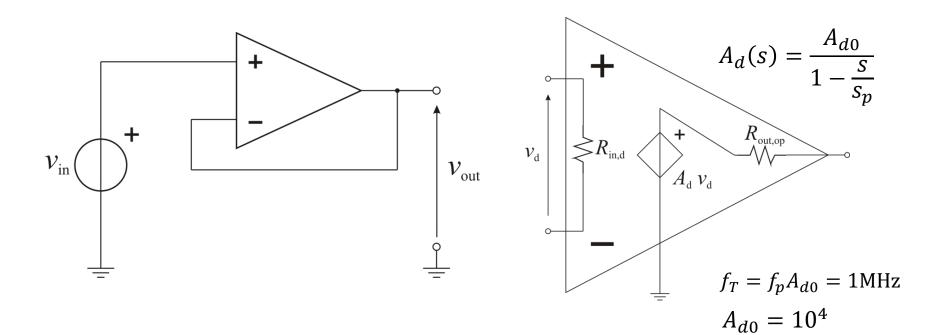
- Nel caso in cui l'amplificatore operazionale sia ideale $(A_d \rightarrow \infty)$
- Nel caso in cui l'amplificatore operazionale resistenze d'ingresso e d'uscita trascurabili, amplificazione differenziale a singolo polo con $A_{d0}=10^4$ e prodotto banda-guadagno 1MHz.



Con riferimento al circuito in figura a sinistra, in cui $R_1=10\mathrm{k}\Omega$, $R_2=90\mathrm{k}\Omega$, si determini l'amplificazione di tensione nel caso in cui l'amplificatore operazionale sia ideale $(A_d\to\infty)$ Si determini poi l'amplificazione di tensione in banda $A_v(0)$, e la banda passante del circuito, assumendo che l'operazionale presenti resistenza d'uscita $R_{out,op}=1\mathrm{k}\Omega$, amplificazione differenziale a singolo polo con $A_{d0}=10^4$ e prodotto banda-guadagno 1MHz (figura a destra)



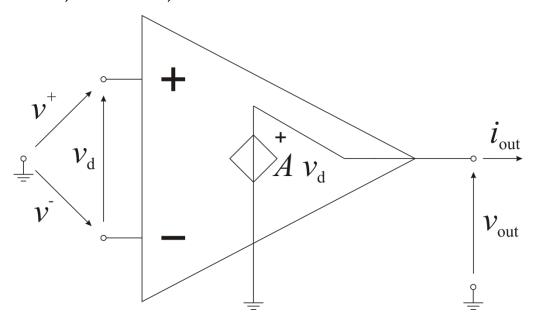
Con riferimento all'amplificatore in configurazione voltage follower in figura, determinare la banda passante del circuito, assumendo che l'operazionale presenti resistenza differenziale d'ingresso $R_{in,d}=10\mathrm{k}\Omega$, resistenza d'uscita $R_{out,op}=1\mathrm{k}\Omega$, amplificazione differenziale a singolo polo con $A_{d0}=10^4$ e prodotto banda-guadagno 1MHz (figura a destra)



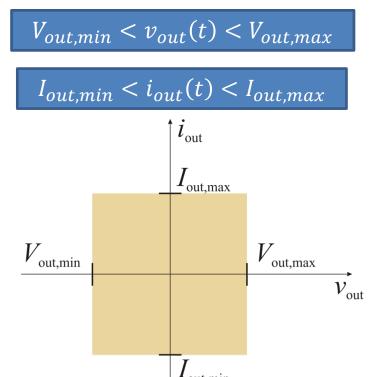
Dinamica d'uscita (tensione e corrente)

Come tutti gli amplificatori, anche gli operazionali presentano limitazioni sulla dinamica della tensione e della corrente alla porta d'uscita, che limitano l'ampiezza dei segnali elaborabili e/o il carico applicabile in condizioni di linearità.

 $V_{out,min}$ e $V_{out,max}$ sono tipicamente prossime alle tensioni di alimentazione.



 $v_d=v^+-v^-$ tensione differenziale d'ingresso $v_{cm}=rac{v^++v^-}{2}$ tensione di modo comune d'ingresso



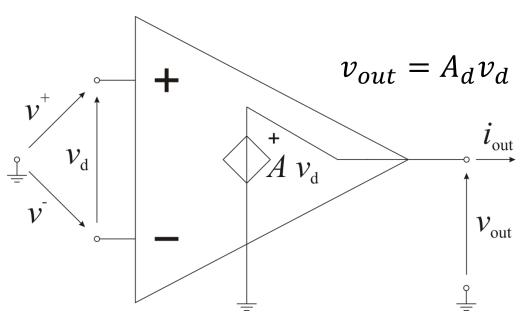
Caratteristiche d'uscita $v_{out} - i_{out}$



Dinamica d'ingresso - modo differenziale

Come in tutti gli amplificatori, la dinamica del segnale nominale d'ingresso, che è la tensione differenziale $v_d = v^+ - v^-$, è limitata.

Essendo A_d molto elevata (10^4-10^6), la dinamica d'ingresso di modo differenziale è molto ridotta (ordine dei microvolt/decine di microvolt). E' di scarso interesse, in quanto nominalmente $v_d \simeq 0$.



 $v_d=v^+-v^-$ tensione differenziale d'ingresso $v_{cm}=rac{v^++v^-}{2}$ tensione di modo comune d'ingresso

$$V_{out,min} < v_{out}(t) < V_{out,max}$$

$$\frac{V_{out,min}}{A_d} < v_d(t) < \frac{V_{out,max}}{A_d}$$

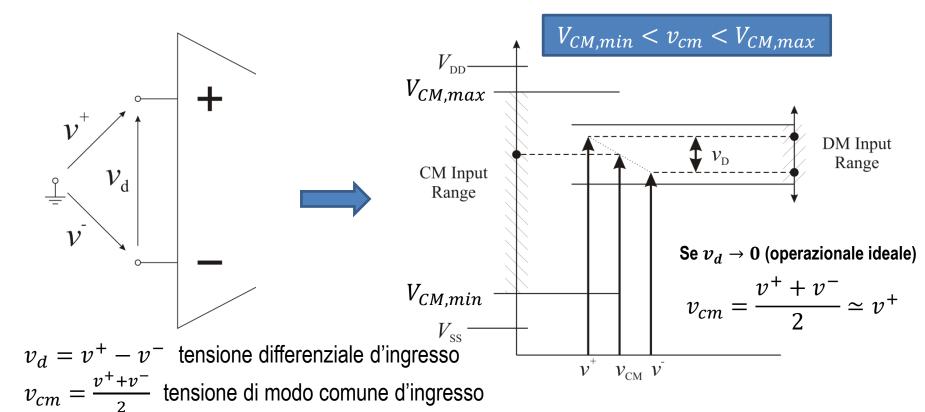
$$V_{out} \uparrow V_{out,max}$$

$$\downarrow$$
 Transcaratteristica $v_d - v_{out}$

 \mathcal{V}_{d}

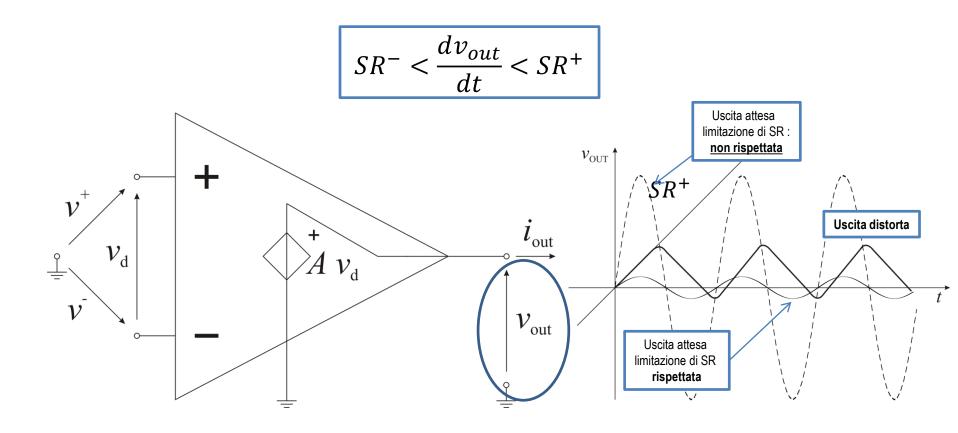
Dinamica d'ingresso - modo comune

- L'operazionale è idealmente insensibile alla componente di modo comune in ingresso v_{cm} , ma può funzionare solo se $V_{CM,min} < v_{cm} < V_{CM,max}$ cioè se v_{cm} è incluso nella **dinamica di ingresso per il modo comune.** (Common-Mode Input Range, **CMR**)
- Dal momento che $v^-\simeq v^+$, la limitazione di CMR implica una limitazione sulla dinamica di v^+



Limitazione di Slew Rate

 Gli amplificatori operazionali presentano limitazione sulla derivata temporale della tensione d'uscita (slew rate) della tensione d'uscita, come discusso in generale.



OP27 Data Sheet

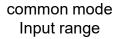
SPECIFICATIONS

ELECTRICAL CHARACTERISTICS

 $V_s = \pm 15 \text{ V}$, $T_A = 25^{\circ}\text{C}$, unless otherwise noted.

Table 1.

			OP	OP27A/OP27E			OP27G		
Parameter	Symbol	Test Conditions	Min	Тур	Max	Min	Тур	Max	Unit
INPUT OFFSET VOLTAGE ¹	Vos			10	25		30	100	μV
LONG-TERM Vos STABILITY ^{2, 3}	V _{os} /Time			0.2	1.0		0.4	2.0	μV/M _o
INPUT OFFSET CURRENT	los			7	35		12	75	nA
INPUT BIAS CURRENT	I _B			±10	±40		±15	±80	nA
INPUT NOISE VOLTAGE ^{3, 4}	e _{n p-p}	0.1 Hz to 10 Hz		0.08	0.18		0.09	0.25	μV p-p
INPUT NOISE	e n	fo = 10 Hz		3.5	5.5		3.8	8.0	nV/√Hz
Voltage Density ³		$f_0 = 30 \text{ Hz}$		3.1	4.5		3.3	5.6	nV/√Hz
		f ₀ = 1000 Hz		3.0	3.8		3.2	4.5	nV/√Hz
INPUT NOISE	in	f ₀ = 10 Hz		1.7	4.0		1.7		pA/√Hz
Current Density ³		fo = 30 Hz		1.0	2.3		1.0		pA/√Hz
		f ₀ = 1000 Hz		0.4	0.6		0.4	0.6	pA/√Hz
INPUT RESISTANCE									
Differential Mode ⁵	R _{IN}		1.3	6		0.7	4		ΜΩ
Common Mode	R _{INCM}			3			2		GΩ
INPUT VOLTAGE RANGE	IVR		±11.0	±12.3		±11.0	±12.3		V
COMMON-MODE REJECTION RATIO	CMRR	$V_{CM} = \pm 11 \text{ V}$	114	126		100	120		dB
POWER SUPPLY REJECTION RATIO	PSRR	$V_S = \pm 4 \text{ V to } \pm 18 \text{ V}$		1	10		2	20	μV/V
LARGE SIGNAL VOLTAGE GAIN	Avo	$R_L \ge 2 k\Omega$, $V_0 = \pm 10 V$	1000	1800		700	1500		V/mV
		$R_L \geq 600~\Omega, V_O = \pm 10~V$	800	1500		600	1500		V/mV
OUTPUT VOLTAGE SWING	Vo	$R_L \ge 2 k\Omega$	±12.0	±13.8		±11.5	±13.5		٧
		$R_L \ge 600 \Omega$	±10.0	±11.5		±10.0	±11.5		V
SLEW RATE ⁶	SR	$R_L \ge 2 k\Omega$	1.7	2.8		1.7	2.8		V/µs
GAIN BANDWIDTH PRODUCT ⁶	GBW		5.0	8.0		5.0	8.0		MHz
OPEN-LOOP OUTPUT RESISTANCE	Ro	$V_0 = 0, I_0 = 0$		70			70		Ω
POWER CONSUMPTION	P _d	Vo		90	140		100	170	mW
OFFSET ADJUSTMENT RANGE		$R_P = 10 \text{ k}\Omega$		±4.0			±4.0		mV



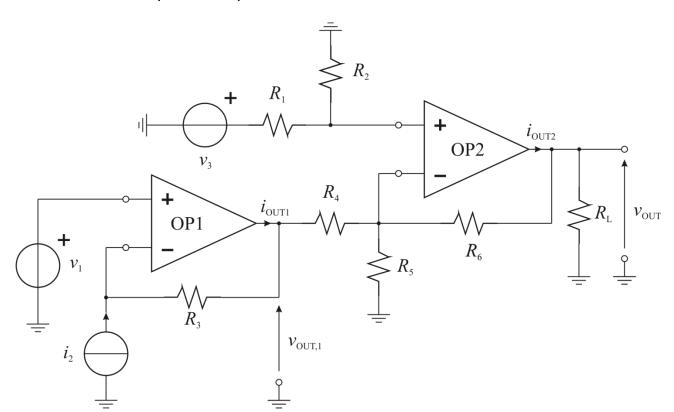


$$V_{OUT,MAX} = R_L I_{MAX}$$

$$\rightarrow I_{MAX} \simeq \frac{V_{OUT,MAX}}{R_L} \simeq 15 \text{mA}$$



- Con riferimento al circuito in figura,
 - determinare l'uscita v_{out} in funzione degli ingressi v_1 , i_2 e v_3 assumendo gli operazionali ideali.
 - volendo implementare OP1 e OP2 con operazionali reali, formulare le specifiche sulla minima dinamica d'uscita in tensione e in corrente e sulla minima dinamica d'ingresso per il modo comune degli operazionali reali da utilizzarsi per OP1 e per OP2.



$$R_1 = R_2 = 10k\Omega$$

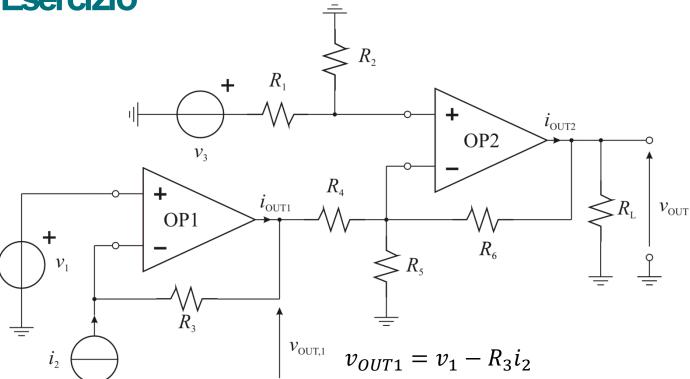
$$R_3 = 100k\Omega$$

$$R_4 = R_5 = 10k\Omega$$

$$R_6 = 20k\Omega$$

$$R_L = 250\Omega$$

Dinamica segnali in ingresso						
Min. Max.						
v ₁ +0.5V +2V						
$i_2 -10\mu A +10\mu A$						
v_3	-1V	+1V				



$$R_1 = R_2 = 10 \text{k}\Omega$$

 $R_3 = 100 \text{k}\Omega$
 $R_4 = R_5 = 10 \text{k}\Omega$
 $R_6 = 20 \text{k}\Omega$
 $R_L = 250 \Omega$

$$v_{OUT} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \left(1 + \frac{R_6}{R_4 \parallel R_5} \right) v_3 - \frac{R_6}{R_4} v_{OUT1}$$

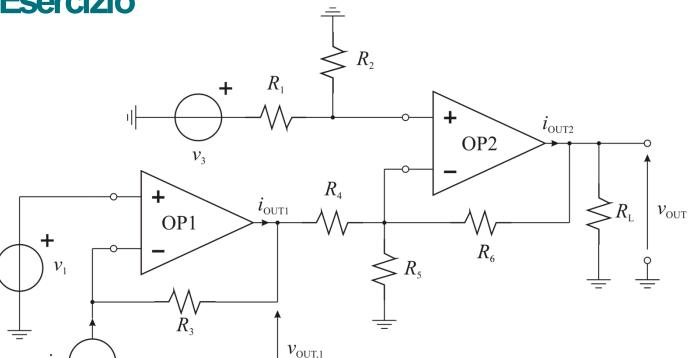
$$v_{OUT} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \left(1 + \frac{R_6}{R_4 \parallel R_5} \right) v_3 - \frac{R_6}{R_4} (v_1 - R_3 i_2)$$

$$v_{OUT} = \frac{5}{2} v_3 - 2v_1 + 200 \text{k}\Omega \cdot i_2$$

uscita complessiva:







$$R_1 = R_2 = 10 \text{k}\Omega$$

$$R_3 = 100 \text{k}\Omega$$

$$R_4 = R_5 = 10 \text{k}\Omega$$

$$R_6 = 20 \text{k}\Omega$$

$$R_L = 250 \Omega$$

Tensione d'uscita di OP1:

$$v_{OUT1} = v_1 - 100 k\Omega \cdot i_2$$

Tensione d'uscita di OP2:

$$v_{OUT2} = v_{OUT} = \frac{5}{2}v_3 - 2v_1 + 200k\Omega \cdot i_2$$

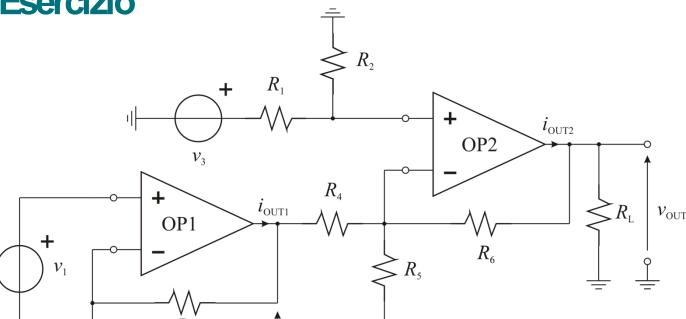
Si calcolano tutte le grandezze soggette a limitazioni di dinamica:

Per OP1: v_{out1} , i_{out1} , $v_{cm,in1}$

Per OP2: v_{OUT2} (coincide con v_{OUT})

 $i_{OUT2}, v_{cm,in2}$





 $v_{
m out,1}$

$$R_1 = R_2 = 10 \text{k}\Omega$$

$$R_3 = 100 \text{k}\Omega$$

$$R_4 = R_5 = 10 \text{k}\Omega$$

$$R_6 = 20 \text{k}\Omega$$

$$R_L = 250 \Omega$$

Si calcolano tutte le grandezze soggette a limitazioni di dinamica:

Per OP1: v_{OUT1} , i_{OUT1} , $v_{cm,in1}$

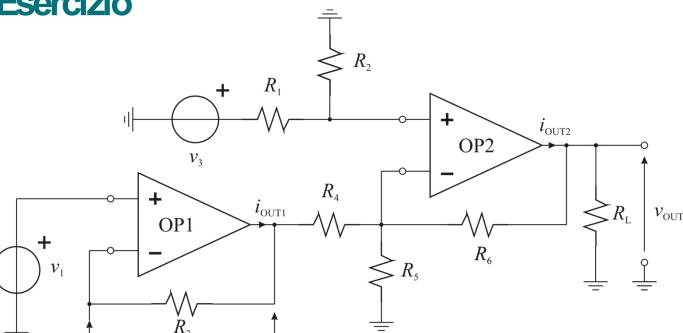
Per OP2: v_{OUT2} (coincide con v_{OUT})

 $i_{OUT2}, v_{cm,in1}$

$$i_{OUT1} = -i_2 + \frac{v_{out1} - \frac{R_2}{R_2 + R_1} v_3}{R_4}$$
$$-i_2 + \frac{\left(v_1 - R_3 i_2 - \frac{R_2}{R_2 + R_1} v_3\right)}{R_4}$$

$$i_{OUT1} = v_1 \cdot 100 \mu \text{S} - 11 i_2 - v_3 \cdot 50 \mu \text{S}$$





 $v_{
m out,1}$

$$R_1 = R_2 = 10 \text{k}\Omega$$

$$R_3 = 100 \text{k}\Omega$$

$$R_4 = R_5 = 10 \text{k}\Omega$$

$$R_6 = 20 \text{k}\Omega$$

$$R_L = 250 \Omega$$

$$i_{OUT2} = \frac{v_{OUT}}{R_L} + \frac{v_{OUT} - \frac{R_2}{R_2 + R_1}v_3}{R_6}$$

Si calcolano tutte le grandezze soggette a limitazioni:

Per OP1: v_{OUT1} , i_{OUT1} , $v_{cm,in1}$

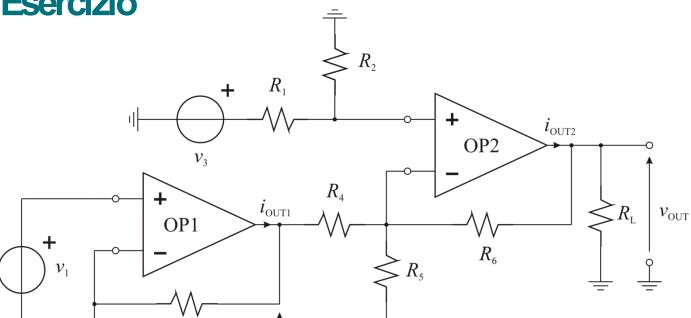
Per OP2: v_{OUT2} (coincide con v_{OUT})

 $i_{OUT2}, v_{cm,in2}$

$$i_{OUT2} = 10.1 \text{mS} \cdot v_3 - 8.1 \text{mS} \cdot v_1 + 810 \cdot i_2$$







 $v_{
m out,1}$

$$R_1 = R_2 = 10 \mathrm{k}\Omega$$

 $R_3 = 100 \mathrm{k}\Omega$
 $R_4 = R_5 = 10 \mathrm{k}\Omega$
 $R_6 = 20 \mathrm{k}\Omega$
 $R_L = 250 \Omega$

Tensione di modo comune in ingresso di OP1:

$$v_{cm,in1} = v_1^+ = v_1$$

Calcoliamo ora tutte le grandezze soggette a limitazioni di dinamica:

Per OP1: v_{OUT1} , i_{OUT1} , $v_{cm,in1}$

Per OP2: v_{OUT2} (coincide con v_{OUT})

 $i_{OUT2}, v_{cm,in2}$

Tensione di modo comune in ingresso di OP2:

$$v_{cm,in2} = v_2^+ = v_3 \frac{R_2}{R_2 + R_1} = \frac{v_3}{2}$$



Affinchè le limitazioni di dinamica siano sempre rispettate, i minimi requisiti in termini di dinamica della tensione d'uscita, della corrente d'uscita e del modo comune in ingresso coincidono con gli estremi inferiori e superiori di v_{out} , i_{out} e v_{cm} al variare di v_1 , i_2 e v_3 all'interno della loro dinamica riportata in tabella.

Dinamica segnali in ingresso						
Min. Max.						
v ₁ +0.5V +2V						
i_2	$i_2 = -10\mu A + 10\mu A$					
v_3	-1 <i>V</i>	+1V				

Tensione d'uscita di OP1:

$$v_{OUT1} = v_1 - 100 \text{k}\Omega \cdot i_2$$

$$\begin{split} V_{out1,max} &> \max_{v_1,i_2} v_{OUT1} = \max v_1 - 100 \text{k}\Omega \cdot \min i_2 = 3V \\ V_{out1,min} &> \min_{v_1,i_2} v_{OUT1} = \min v_1 - 100 \text{k}\Omega \cdot \max i_2 = -0.5V \end{split}$$

Minima dinamica della tensione d'uscita per OP1:

$$(V_{out1,min}, V_{out1,max}) = (-0.5V, 3V)$$

Dinamica segnali in ingresso						
Min. Max.						
v_1	+0.5 <i>V</i>	+2 <i>V</i>				
i_2	+10μΑ					
v_3	-1V	+1 <i>V</i>				

Tensione d'uscita di OP2:

$$v_{OUT2} = v_{OUT} = \frac{5}{2}v_3 - 2v_1 + 200k\Omega \cdot i_2$$

$$\begin{split} V_{out2,max} > \max_{v_1,i_2,v_3} v_{out2} &= \frac{5}{2} \max v_3 - 2 \min v_1 + 200 \mathrm{k}\Omega \cdot \max i_2 = 3.5V \\ V_{out2,min} < \min_{v_1,i_2,v_3} v_{out2} &= \frac{5}{2} \min v_3 - 2 \max v_1 + 200 \mathrm{k}\Omega \cdot \min i_2 = -8.5V \end{split}$$

Minima dinamica della tensione d'uscita per OP2:

$$(V_{out2,min}, V_{out2,max}) = (-8.5V, 3.5V)$$

Dinamica segnali in ingresso						
	Min.	Max.				
v_1	+0.5 <i>V</i>	+2 <i>V</i>				
i_2	$-10\mu A$	+10μΑ				
v_3	-1V	+1V				

Corrente d'uscita di OP1:

$$i_{OUT1} = v_1 \cdot 100 \mu \text{S} - 11 i_2 - v_3 \cdot 50 \mu \text{S}$$

$$I_{out1,max} > \max_{v_1, i_2, v_3} i_{OUT1} = 100 \mu S \max v_1 - 11 \min i_2 - 50 \mu S \cdot \min v_3 = 360 \mu A$$

$$I_{out1,min} < \min_{v_1,i_2,v_3} i_{OUT1} = 100 \mu S \min v_1 - 11 \max i_2 - 50 \mu S \cdot \max v_3 = -110 \mu A$$

Minima dinamica della corrente d'uscita per OP1:

$$(I_{out1,min}, I_{out1,max}) = (-110\mu A, 360 \mu A)$$



Dinamica segnali in ingresso						
Min. Max.						
v_1 +0.5 V +2 V						
i_2	$-10\mu A$	+10μΑ				
v_3	-1V	+1V				

Corrente d'uscita di OP2:

$$i_{OUT2} = 10.1 \text{mS} \cdot v_3 - 8.1 \text{mS} \cdot v_1 + 810 \cdot i_2$$

$$I_{out2,max} > \max_{v_1,i_2,v_3} i_{OUT2} = 10.1 \text{mS} \, \max v_3 - 8.1 \text{mS} \min v_1 + 810 \cdot \max i_2 = 14.15 \text{mA}$$

$$I_{out2,min} < \min_{v_1,i_2,v_3} i_{out2} = 10.1 \text{mS min } v_3 - 8.1 \text{mS max } v_1 + 810 \cdot \min i_2 = -34.6 \text{mA}$$

Minima dinamica della corrente d'uscita per OP2:

$$(I_{out2,min}, I_{out2,max}) = (-34.4mA, 14.15mA)$$



Dinamica segnali in ingresso						
Min. Max.						
v_1	+0.5 <i>V</i>	+2 <i>V</i>				
i_2	-10μΑ	+10μΑ				
v_3	-1V	+1 <i>V</i>				

Tensione di modo comune in ingresso di OP1:

$$v_{cm,in1} = v_1^+ = v_1$$

Tensione di modo comune in ingresso di OP2:

$$v_{cm,in2} = v_2^+ = v_3 \frac{R_2}{R_2 + R_1} = \frac{v_3}{2}$$

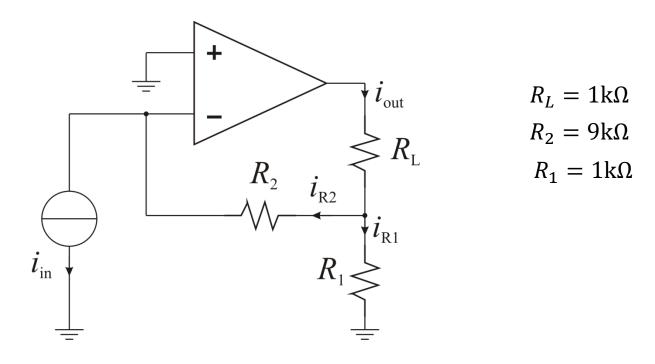
Minima dinamica d'ingresso per il modo comune di OP1:

$$(V_{cm,min}, V_{cm,max}) = (0.5V, 2V)$$

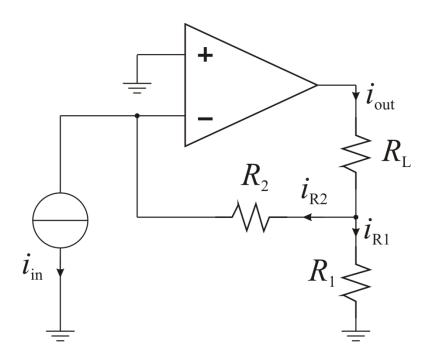
Minima dinamica d'ingresso per il modo comune di OP2:

$$(V_{cm,min}, V_{cm,max}) = (-0.5V, 0.5V)$$

- Nel circuito in figura:
 - determinare l'espressione della corrente di uscita i_{out} in funzione di i_{in} .
 - la massima dinamica del segnale d'ingresso i_{in} applicabile, assumendo che l'amplificatore presenti dinamica di tensione in uscita $(V_{out,min},V_{out,max})=(0V,5V)$, dinamica di corrente in uscita $(I_{out,min},I_{out,max})=(0MA,5mA)$, dinamica d'ingresso per il modo comune $(V_{CM,min},V_{CM,max})=(0V,3.5V)$,



Il circuito è un amplificatore di corrente basato su operazionale:



$$\begin{split} R_L &= 1 \mathrm{k} \Omega \\ R_2 &= 9 \mathrm{k} \Omega \\ R_1 &= 1 \mathrm{k} \Omega \\ i_{out} &= i_{R1} + i_{R2} \\ &= \frac{R_2}{R_1} i_{in} + i_{in} \\ i_{out} &= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) i_{in} = 10 \cdot i_{in} \end{split}$$

• Calcoliamo anche v_{CM} e v_{out} dell'operazionale, per discutere le limitazioni:

$$v_{CM} = v^{+} = 0$$
 $v_{out} = R_{L}i_{out} + R_{2}i_{in} = 10R_{L} \cdot i_{in} + R_{2}i_{in} = 19k\Omega \cdot i_{IN}$

Considerando le limitazioni, deve essere

$$0V \le v_{cm} \le 3.5V$$
 sempre verificata

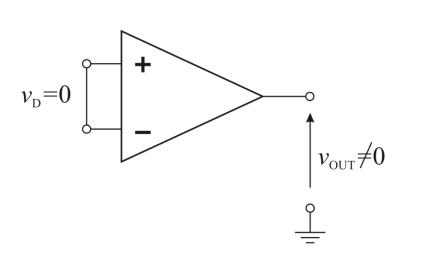
$$0 \le i_{out} \le 5mA \rightarrow 0 \le 10 \cdot i_{IN} \le 5mA \implies 0 \le i_{IN} \le 0.5mA$$

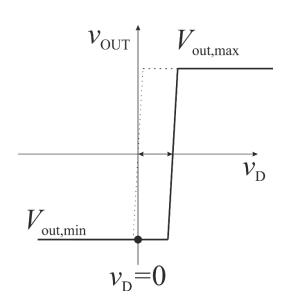
$$0 \leq v_{out} \leq 5V \rightarrow 0 < 19 \text{k}\Omega \cdot i_{IN} \leq 5V \quad \Longrightarrow \quad 0 \leq i_{IN} \leq 0.263 mA$$

 Considerando che le diseguaglianze devono essere verificate simultaneamente, la limitazione sulla dinamica della corrente d'ingresso risulta dalle condizioni più stringenti tra quelle ricavate, cioè:

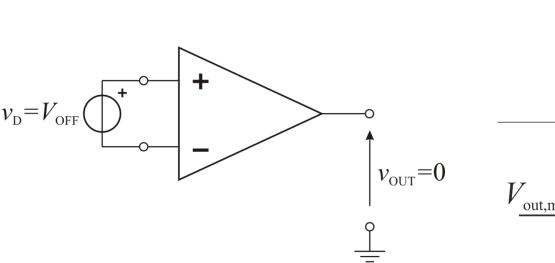
$$0 \le i_{IN} \le 0.263 mA$$

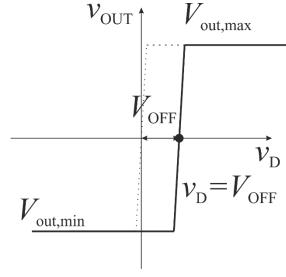
- A seguito delle tolleranze di fabbricazione, il punto di funzionamento a riposo di un operazionale varia rispetto a quanto previsto da progetto: ciò equivale a una traslazione della transcaratteristica ingresso-uscita.
- Per questo motivo, applicando $v_D=0$, normalmente $v_{OUT}\neq 0$. Anzi, essendo A_d elevata, l'uscita quasi certamente satura a $V_{out,max}$ o a $V_{out,min}$.



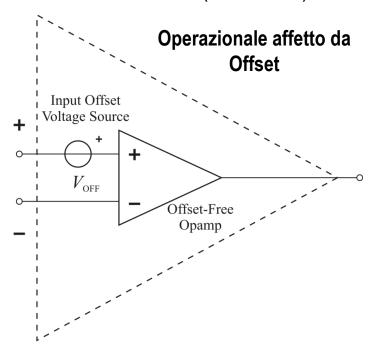


• Per ottenere $v_{OUT} = 0$, è necessario applicare una tensione continua in ingresso non nulla.



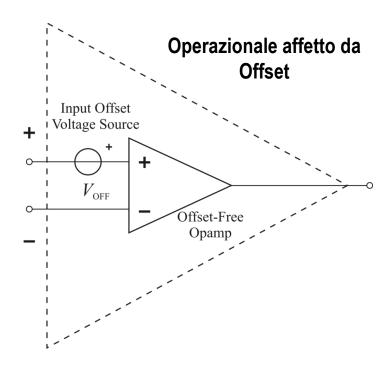


- L'operazionale soggetto ad errore di offset equivale ad un operazionale senza errore di offset con un generatore di tensione V_{OFF} , tensione di offset in ingresso, **input offset voltage**, collegato in serie all'ingresso non invertente.
- E' facile vedere che questo modello si comporta come l'operazionale affetto da offset.
- V_{OFF} varia da esemplare a esemplare e può essere visto come una variabile casuale. Nei datasheet è indicato il valore massimo in modulo (worst case)





- Per studiare l'impatto degli offset su un circuito con operazionali:
 - Si spengono i generatori indipendenti e si sostituiscono gli operazionali con i modelli con offset
 - Si determinano i contributi dei generatori di offset sull'uscita
 - Si valuta l'offset sull'uscita nel caso peggiore e/o se ne studia la statistica





Errori Statici: correnti di polarizzazione in ingresso

- I terminali d'ingresso di un operazionale reale in tecnologia BJT eroga o assorbe una piccola corrente continua I_{BIAS} : corrente di polarizzazione in ingresso, *input bias current*, nominalmente uguale ai due terminali.
- A seguito delle tolleranze di fabbricazione, queste due correnti possono differire di una quantità aleatoria indicata con $I_{OFF} = I^+ I^-$, detta *input offset current*.
- Le correnti di polarizzazione possono dare luogo ad errori statici (determistici, nel caso di I_{BIAS} , variabili da componente a componente, nel caso di I_{OFF}) nel circuito in cui è inserito l'operazionale.
- Negli operazionali MOS, i terminali di ingresso sono collegati a gate di transistori MOS, per cui I_{BIAS} e I_{OFF} sono praticamente nulle (<1pA).

$$I_{BIAS} = \frac{I^{+} + I^{-}}{2}$$

$$I_{OFF} = I^{+} - I^{-}$$

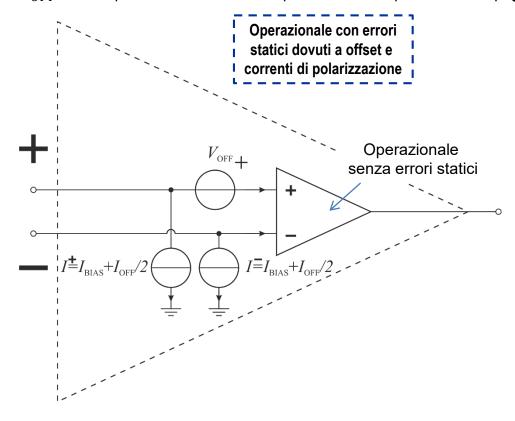
$$I^{=}I_{BIAS} + I_{OFF}/2$$

$$I^{=}I_{BIAS} - I_{OFF}/2$$

$$V_{OU}$$

Errori Statici: correnti di polarizzazione in ingresso

- Se non trascurabili, le correnti di polarizzazione in ingresso si devono includere nel circuito equivalente dell'operazionale per determinare gli errori statici.
- Si nota che
 - I_{BIAS} è una quantità **deterministica**: le diverse I_{BIAS} si sommano tra loro con segno opportuno ed il loro contributo di errore sulle uscite può essere compensato.
 - $-I_{OFF}$, così come V_{OFF} , è una quantità **aleatoria**: se ne può studiare l'impatto nel caso peggiore o la statistica.



OP27 Data Sheet

SPECIFICATIONS

ELECTRICAL CHARACTERISTICS

 $V_s = \pm 15 \text{ V}$, $T_A = 25^{\circ}\text{C}$, unless otherwise noted.

Table 1.

			OP27A/OP27E				OP27G		
Parameter	Symbol	Test Conditions	Min	Тур	Max	Min	Тур	Max	Unit
INPUT OFFSET VOLTAGE ¹	Vos			10	25		30	100	μV
LONG-TERM Vos STABILITY ^{2, 3}	V _{os} /Time			0.2	1.0		0.4	2.0	μV/M _o
INPUT OFFSET CURRENT	los			7	35		12	75	nA
INPUT BIAS CURRENT	I _B			±10	±40		±15	±80	nA
INPUT NOISE VOLTAGE ^{3, 4}	e _{n p-p}	0.1 Hz to 10 Hz		0.08	0.18		0.09	0.25	μV p-p
INPUT NOISE	e n	fo = 10 Hz		3.5	5.5		3.8	8.0	nV/√Hz
Voltage Density ³		$f_0 = 30 \text{Hz}$		3.1	4.5		3.3	5.6	nV/√Hz
		f ₀ = 1000 Hz		3.0	3.8		3.2	4.5	nV/√Hz
INPUT NOISE	in	$f_0 = 10 \text{ Hz}$		1.7	4.0		1.7		pA/√Hz
Current Density ³		fo = 30 Hz		1.0	2.3		1.0		pA/√Hz
		f ₀ = 1000 Hz		0.4	0.6		0.4	0.6	pA/√Hz
INPUT RESISTANCE									
Differential Mode ⁵	R _{IN}		1.3	6		0.7	4		ΜΩ
Common Mode	R _{INCM}			3			2		GΩ
INPUT VOLTAGE RANGE	IVR		±11.0	±12.3		±11.0	±12.3		V
COMMON-MODE REJECTION RATIO	CMRR	$V_{CM} = \pm 11 \text{ V}$	114	126		100	120		dB
POWER SUPPLY REJECTION RATIO	PSRR	$V_S = \pm 4 \text{ V to } \pm 18 \text{ V}$		1	10		2	20	μV/V
LARGE SIGNAL VOLTAGE GAIN	Avo	$R_L \ge 2 k\Omega$, $V_0 = \pm 10 V$	1000	1800		700	1500		V/mV
		$R_L \ge 600 \Omega$, $V_O = \pm 10 V$	800	1500		600	1500		V/mV
OUTPUT VOLTAGE SWING	Vo	$R_L \ge 2 k\Omega$	±12.0	±13.8		±11.5	±13.5		V
		$R_L \ge 600 \Omega$	±10.0	±11.5		±10.0	±11.5		V
SLEW RATE ⁶	SR	$R_L \ge 2 k\Omega$	1.7	2.8		1.7	2.8		V/µs
GAIN BANDWIDTH PRODUCT ⁶	GBW		5.0	8.0		5.0	8.0		MHz
OPEN-LOOP OUTPUT RESISTANCE	Ro	$V_0 = 0$, $I_0 = 0$		70			70		Ω
POWER CONSUMPTION	P _d	Vo		90	140		100	170	mW
OFFSET ADJUSTMENT RANGE		$R_P = 10 \text{ k}\Omega$		±4.0			±4.0		mV

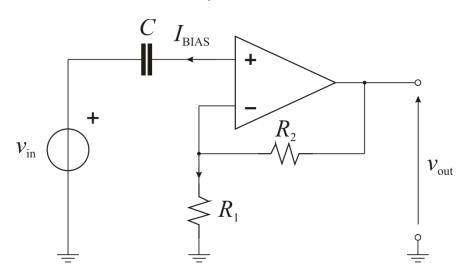




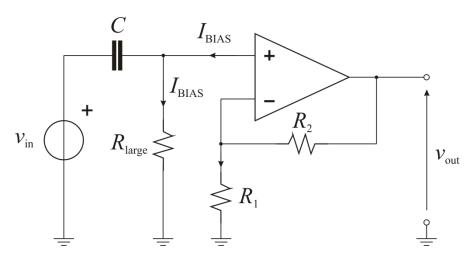
Errori Statici: correnti di polarizzazione in ingresso

 Anche se le correnti di bias sono piccole, è importante garantire un percorso resistivo per queste correnti verso 0V quando si vuole accoppiare un ingresso in AC.

Senza percorso verso 0V



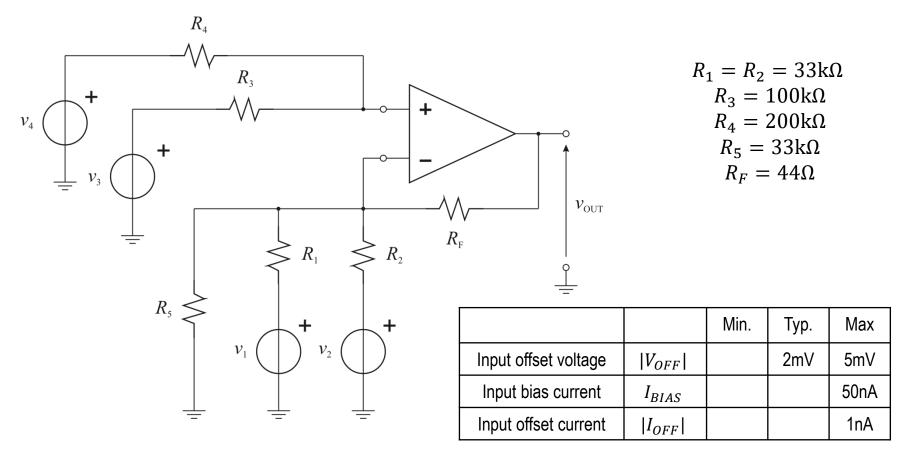
Con percorso verso 0V

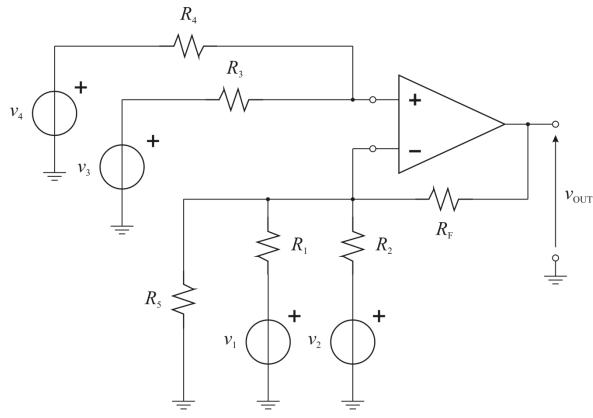


 I_{BIAS} , per quanto piccola, carica il condensatore C: la tensione continua ai suoi capi (che si somma alla tensione d'ingresso) prima o poi porta l'operazionale fuori dinamica.

 I_{BIAS} fluisce in R_{LARGE} . Essendo I_{BIAS} molto piccola (BJT: nA, MOS: pA), la caduta su R_{LARGE} è trascurabile anche se R_{LARGE} è dell'ordine di $100 \mathrm{M}\Omega$ - $1 \mathrm{G}\Omega$

Valutare la tensione in uscita v_{OUT} in funzione dei generatori indipendenti v_1 , v_2 , v_3 e v_4 e determinare l'offset sull'uscita nel caso peggiore, considerando i dati sulla tensione di offset in ingresso e sulle correnti di bias (entranti) e di offset in ingresso riportati in tabella e i valori dei resistori indicati.





$$R_1 = R_2 = 33k\Omega$$

$$R_3 = 100k\Omega$$

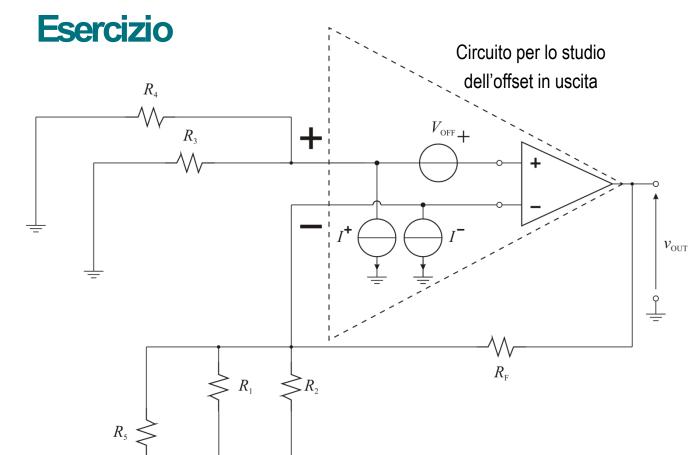
$$R_4 = 200k\Omega$$

$$R_5 = 33k\Omega$$

$$R_F = 44\Omega$$

$$\begin{split} v_{OUT} = & \left(v_3 \frac{R_4}{R_3 + R_4} + v_4 \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) \left(1 + \frac{R_F}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} \right) - \frac{R_F}{R_1} v_1 - \frac{R_F}{R_2} v_2 \\ v_{OUT} = & \frac{10}{3} v_3 + \frac{5}{3} v_4 - \frac{4}{3} v_1 - \frac{4}{3} v_2 \end{split}$$





$$R_1 = R_2 = 33 \text{k}\Omega$$

 $R_3 = 100 \text{k}\Omega$
 $R_4 = 200 \text{k}\Omega$
 $R_5 = 33 \text{k}\Omega$
 $R_F = 44 \Omega$

Le correnti in ingresso sono espresse come:

$$I^{+} = I_{BIAS} + \frac{I_{OFF}}{2}$$
$$I^{-} = I_{BIAS} - \frac{I_{OFF}}{2}$$

$$V_{OUT} = (-I^{+} \cdot R_{3} \parallel R_{4} + V_{OFF}) \left(1 + \frac{R_{F}}{R_{1} \parallel R_{2} \parallel R_{5}} \right) + I^{-}R_{F}$$



$$V_{OUT} = (-I^{+} \cdot R_{3} \parallel R_{4} + V_{OFF}) \left(1 + \frac{R_{F}}{R_{1} \parallel R_{2} \parallel R_{5}}\right) + I^{-}R_{F}$$

$$I^{+} = I_{BIAS} + \frac{I_{OFF}}{2}$$

$$I^{-} = I_{BIAS} - \frac{I_{OFF}}{2}$$

Si esplicitano I^+ e I^- in funzione di I_{BIAS} (nota) e I_{OFF} (aleatoria)

$$V_{OUT} = \left[-\left(I_{BIAS} + \frac{I_{OFF}}{2}\right) \cdot R_3 \parallel R_4 + V_{OFF} \right] \left(1 + \frac{R_F}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5}\right) + \left(I_{BIAS} - \frac{I_{OFF}}{2}\right) R_F$$

$$V_{OUT} = V_{OFF} \left(1 + \frac{R_F}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} \right) - \frac{I_{OFF}}{2} \left(R_3 \parallel R_4 + \frac{R_F \cdot R_3 \parallel R_4}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} + R_F \right) + \frac{\text{Errore aleatorio}}{\text{(contributi di V_{OFF}, I_{OFF})}} - I_{BIAS} \left(R_3 \parallel R_4 + \frac{R_F \cdot R_3 \parallel R_4}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} - R_F \right)$$

$$= -I_{BIAS} \left(R_3 \parallel R_4 + \frac{R_F \cdot R_3 \parallel R_4}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} - R_F \right)$$

$$= -I_{BIAS} \left(R_3 \parallel R_4 + \frac{R_F \cdot R_3 \parallel R_4}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} - R_F \right)$$

$$= -I_{BIAS} \left(R_3 \parallel R_4 + \frac{R_F \cdot R_3 \parallel R_4}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} - R_F \right)$$

$$= -I_{BIAS} \left(R_3 \parallel R_4 + \frac{R_F \cdot R_3 \parallel R_4}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} - R_F \right)$$

$$= -I_{BIAS} \left(R_3 \parallel R_4 + \frac{R_F \cdot R_3 \parallel R_4}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} - R_F \right)$$

Errore sistematico (contributo di I_{BIAS})

$$\begin{split} V_{OUT} &= V_{OFF} \left(1 + \frac{R_F}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} \right) - \frac{I_{OFF}}{2} \left(R_3 \parallel R_4 + \frac{R_F \cdot R_3 \parallel R_4}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} + R_F \right) + \\ &- I_{BIAS} \left(R_3 \parallel R_4 + \frac{R_F \cdot R_3 \parallel R_4}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} - R_F \right) \end{split}$$

Errore aleatorio $V_{OUT,al}$ (contributi di V_{OFF} , I_{OFF})

Errore sistematico $V_{OUT,det}$ (contributo di I_{BIAS})

$$V_{OUT} = 5V_{OFF} - \frac{566\text{k}\Omega}{3}I_{OFF} - \frac{868\text{k}\Omega}{3}I_{BIAS}$$

Errore aleatorio $V_{OUT,al}$ Errore sistematico $V_{OUT,sist}$

		Min.	Тур.	Max
Input offset voltage	$ V_{OFF} $		2mV	5mV
Input bias current	I_{BIAS}			50nA
Input offset current	$ I_{OFF} $			1nA

$$V_{OUT,det} = -14.46$$
mV

$$\max V_{OUT} = 5 \max V_{OFF} - \frac{566 \text{k}\Omega}{3} \min I_{OFF} + V_{OUT,det} = 25 \text{mV} + 188 \mu V - 14.46 \text{mV} = 10.7 \text{mV}$$

$$\min V_{OUT} = 5 \min V_{OFF} - \frac{566 \text{k}\Omega}{3} \max I_{OFF} + V_{OUT,det} = -25 \text{mV} - 188 \mu V - 14.46 \text{mV} = -39.6 \text{mV}$$

$$V_{OUT} \in (-39.6 \text{mV}, 10.7 \text{mV})$$



Errore sistematico dovuto alle correnti di polarizzazione

$$V_{OUT} = [\dots \text{componente aleatoria} \dots] - I_{BIAS} \left(R_3 \parallel R_4 + \frac{R_F \cdot R_3 \parallel R_4}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} - R_F \right)$$

Nell'esercizio appena svolto si osserva che nell'espressione dell'errore $V_{OUT,sist}$ dovuto alle correnti di polarizzazione compaiono due termini di segno opposto \rightarrow per opportuni valori delle resistenze è possibile compensare il termine sistematico.

Quale condizione deve essere verificata?

$$V_{OUT,sist} = -I_{BIAS} \left(R_3 \parallel R_4 + \frac{R_F \cdot R_3 \parallel R_4}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} - R_F \right) = 0$$

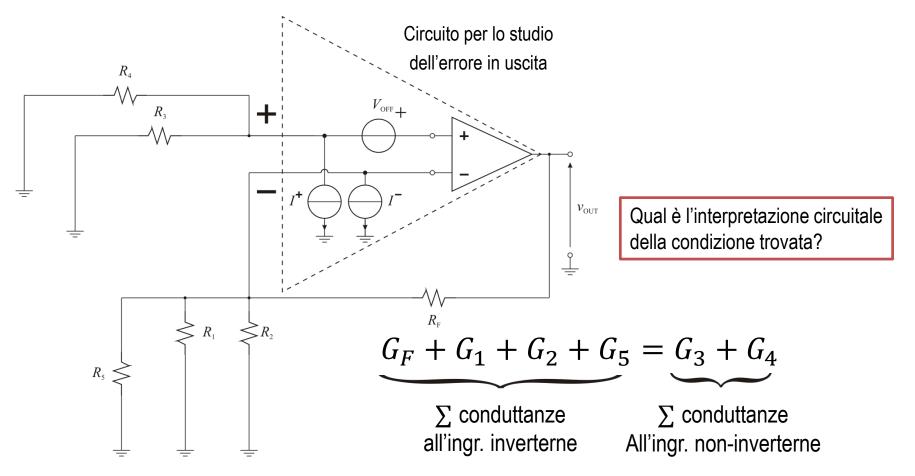
$$R_3 \parallel R_4 + \frac{R_F \cdot R_3 \parallel R_4}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} = R_F$$

$$\frac{1}{R_F} + \frac{1}{R_1 \parallel R_2 \parallel R_5} = \frac{1}{R_3 \parallel R_4}$$

$$\frac{1}{R_F} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}$$

$$G_F + G_1 + G_2 + G_5 = G_3 + G_4$$

Errore sistematico dovuto alle correnti di polarizzazione



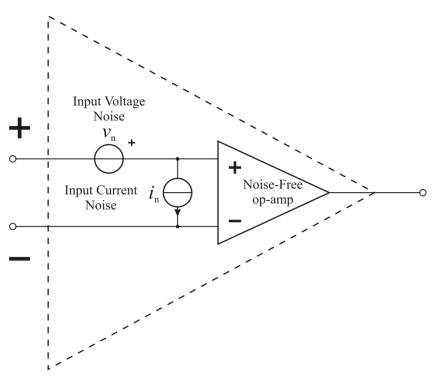
La condizione per compensare l'errore dovuto alle correnti di polarizzazione è che la somma delle conduttanze collegate all'ingresso invertente deve essere pari alla somma delle conduttanze all'ingresso non invertente.

Questo risultato è vero in generale ed è proprio la condizione che avevamo già imposto nel sommatore generalizzato ©!



Rumore e Distorsione

- Gli operazionali sono soggetti a rumore e distorsione di non-linearità, a cui si farà soltanto cenno.
- In analogia con gli errori in continua, le prestazioni in termini di rumore possono essere descritte da un generatore equivalente di rumore all'ingresso.
- I termini di rumore sono descritti nei datasheet in termini di densità spettrale di potenza.
- Spesso non si trovano informazioni riguardo alla distorsione: come tutte le non-idealità, è mitigata se il guadagno d'anello è elevato.



OP27 Data Sheet

SPECIFICATIONS

ELECTRICAL CHARACTERISTICS

 $V_s = \pm 15 \text{ V}$, $T_A = 25^{\circ}\text{C}$, unless otherwise noted.

Table 1.

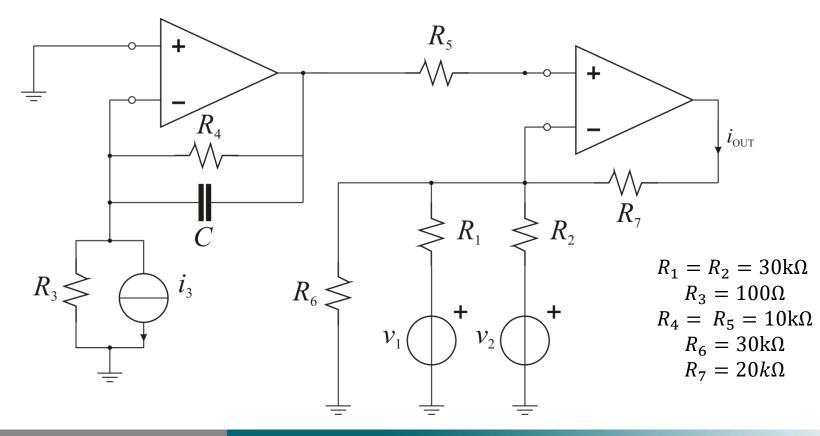
			OP	27A/OP2	7E				
Parameter	Symbol	Test Conditions	Min	Тур	Max	Min	Тур	Max	Unit
INPUT OFFSET VOLTAGE ¹	Vos			10	25		30	100	μV
LONG-TERM Vos STABILITY ^{2, 3}	V _{os} /Time			0.2	1.0		0.4	2.0	μV/M _o
INPUT OFFSET CURRENT	los			7	35		12	75	nA
INPUT BIAS CURRENT	I _B			±10	±40		±15	±80	nA
INPUT NOISE VOLTAGE ^{3,4}	e _{n p-p}	0.1 Hz to 10 Hz		0.08	0.18		0.09	0.25	μV p-p
INPUT NOISE	en	fo = 10 Hz		3.5	5.5		3.8	8.0	nV/√Hz
Voltage Density ³		$f_0 = 30 \text{ Hz}$		3.1	4.5		3.3	5.6	nV/√Hz
		f ₀ = 1000 Hz		3.0	3.8		3.2	4.5	nV/√Hz
INPUT NOISE	in	f ₀ = 10 Hz		1.7	4.0		1.7		pA/√Hz
Current Density ³		fo = 30 Hz		1.0	2.3		1.0		pA/√Hz
		f ₀ = 1000 Hz		0.4	0.6		0.4	0.6	pA/√Hz
INPUT RESISTANCE									
Differential Mode ⁵	R _{IN}		1.3	6		0.7	4		ΜΩ
Common Mode	R _{INCM}			3			2		GΩ
INPUT VOLTAGE RANGE	IVR		±11.0	±12.3		±11.0	±12.3		V
COMMON-MODE REJECTION RATIO	CMRR	$V_{CM} = \pm 11 \text{ V}$	114	126		100	120		dB
POWER SUPPLY REJECTION RATIO	PSRR	$V_S = \pm 4 \text{ V to } \pm 18 \text{ V}$		1	10		2	20	μV/V
LARGE SIGNAL VOLTAGE GAIN	Avo	$R_L \ge 2 k\Omega$, $V_0 = \pm 10 V$	1000	1800		700	1500		V/mV
		$R_L \ge 600~\Omega, V_O = \pm 10~V$	800	1500		600	1500		V/mV
OUTPUT VOLTAGE SWING	Vo	$R_L \ge 2 k\Omega$	±12.0	±13.8		±11.5	±13.5		V
		$R_L \ge 600 \Omega$	±10.0	±11.5		±10.0	±11.5		V
SLEW RATE ⁶	SR	$R_L \ge 2 k\Omega$	1.7	2.8		1.7	2.8		V/µs
GAIN BANDWIDTH PRODUCT ⁶	GBW		5.0	8.0		5.0	8.0		MHz
OPEN-LOOP OUTPUT RESISTANCE	Ro	$V_0 = 0, I_0 = 0$		70			70		Ω
POWER CONSUMPTION	P _d	Vo		90	140		100	170	mW
OFFSET ADJUSTMENT RANGE		$R_P = 10 \text{ k}\Omega$		±4.0			±4.0		mV

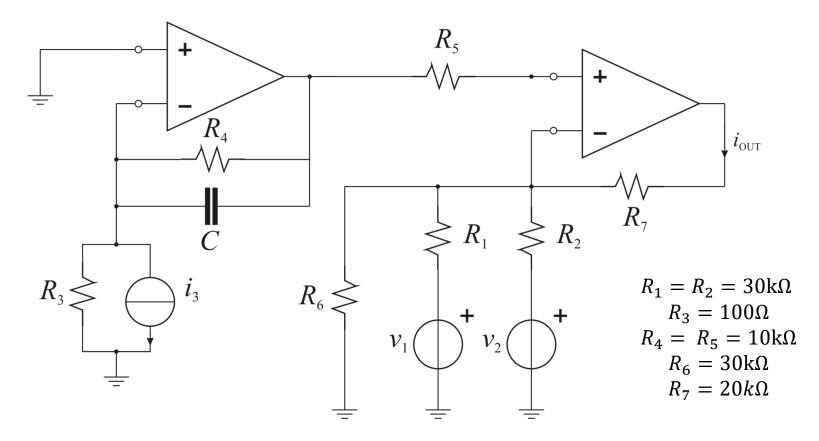




Con riferimento al circuito in figura:

- 1) valutare i_{OUT} in funzione di v_1 , v_2 e i_3 considerando C come un circuito aperto ed operazionali ideali.
- 2) Valutare l'errore in continua (offset) su i_{OUT} nei casi peggiori (minimo e massimo), sapendo che la massima (in modulo) tensione di offset in ingresso per gli operazionali è $V_{OFF}=5\mathrm{mV}$ e le correnti di bias sono trascurabili.



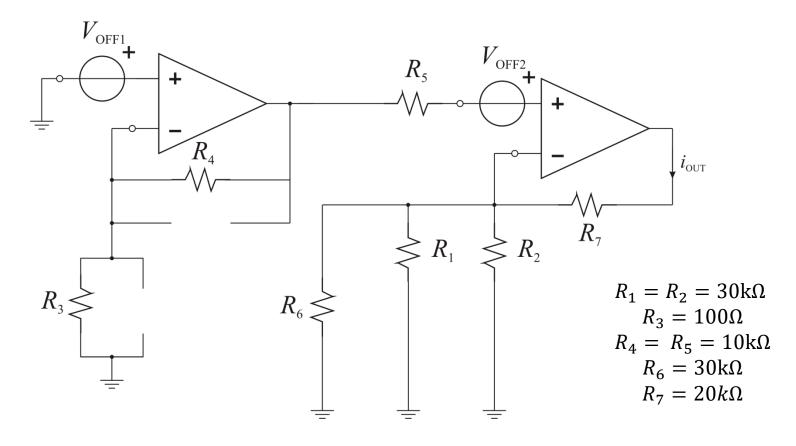


$$v_{OUT1} = R_4 i_3$$

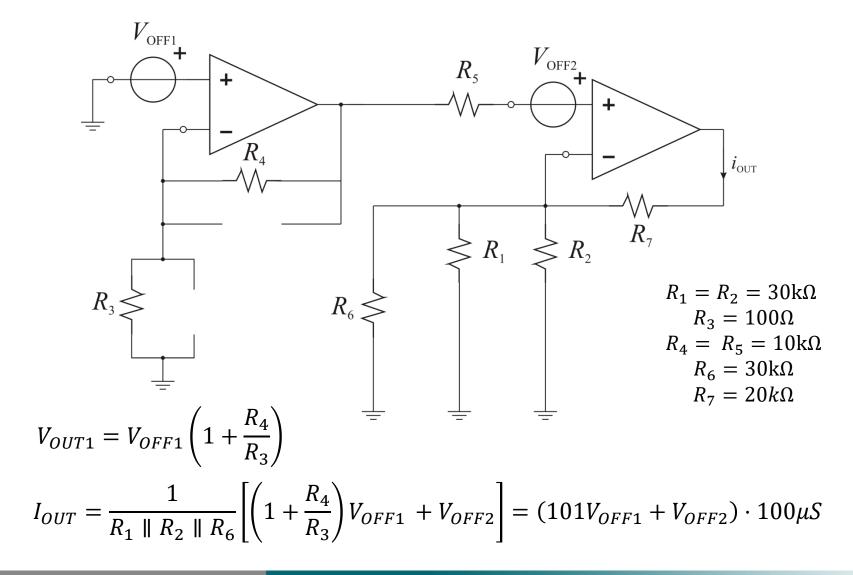
$$i_{OUT} = \frac{v_{OUT1}}{R_6 \parallel R_1 \parallel R_2} - \frac{v_1}{R_1} - \frac{v_2}{R_2}$$

$$i_{OUT} = v_{OUT1} \cdot 100\mu S - v_1 \, 33\mu S \, - v_2 \, 33\mu S$$





Si spengono i generatori indipendenti, si includono i modelli degli operazionali con offset (in generale diversi per i due dispositivi). Per l'analisi degli offset (=in continua) il condensatore è un circuito aperto.





Essendo $|V_{OFF1}|$, $|V_{OFF2}| < 5 \text{mV} \rightarrow -5 \text{m} V < V_{OFF1} < 5 \text{m} V \text{ e} -5 \text{m} V < V_{OFF2} < 5 \text{m} V$. Il caso peggiore per l'errore su I_{OUT} si avrà quindi quando V_{OFF1} e V_{OFF2} sono entrambi massimi o entrambi minimi

$$\Delta I_{OUT} = (101V_{OFF1} + V_{OFF2}) \cdot 100 \mu S$$

$$\Delta I_{OUT,max} = (101V_{OFF1,max} + V_{OFF2,max}) \cdot 100\mu S = 510mV \cdot 100\mu S = 51\mu A$$

$$\Delta I_{OUT,min} = (101V_{OFF1,min} + V_{OFF2,min}) \cdot 100\mu S = -510mV \cdot 100\mu S = -51\mu A$$

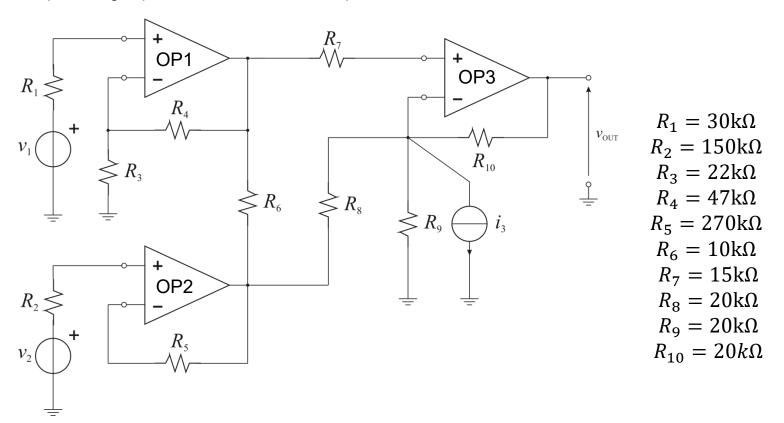
Si conclude quindi che:

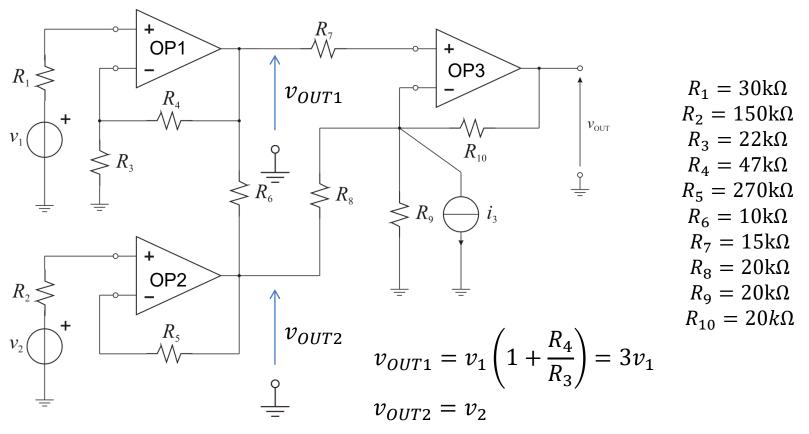
$$\Delta I_{OUT} \in (-51\mu\text{A}, 51\mu\text{A})$$

e si osserva come il contributo del primo amplificatore operazionale sia dominante

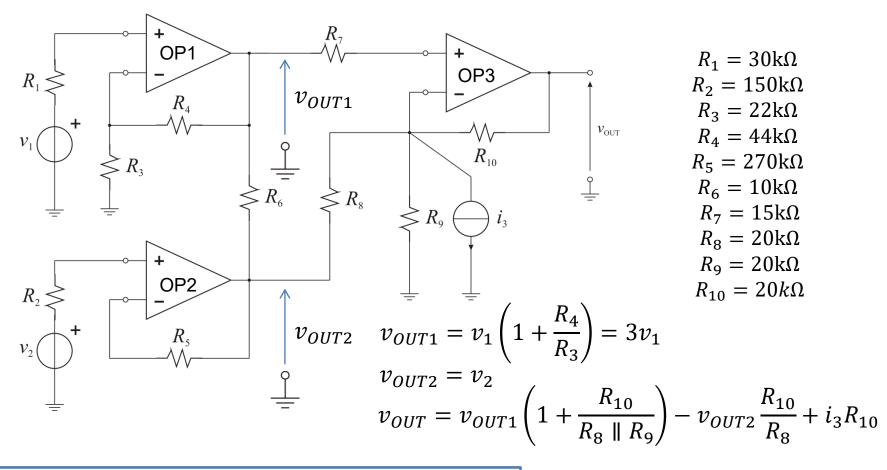
Con riferimento al circuito in figura:

- 1) valutare i_{OUT} in funzione di v_1 , v_2 e i_3 considerando gli operazionali ideali.
- 2) Valutare l'errore in continua ΔV_{OUT} nel caso peggiore, sapendo che la massima tensione di offset in ingresso è $V_{OFF} = 10 \,\mathrm{mV}$ per tutti gli operazionali e le correnti di polarizzazione sono trascurabili.





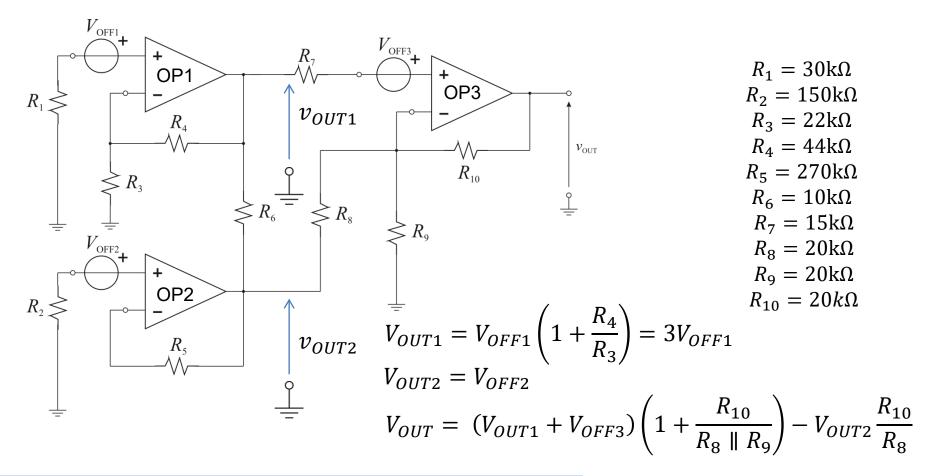
- $\ln R_1$, R_2 e R_5 la corrente è nulla.
- R_6 è collegata tra le uscite degli operazionali (\rightarrow generatori ideali di tensione): è un carico e non ha influenza nel calcolo di v_{OUT1} v_{OUT2})
- OP1 si riconduce ad un amplificatore di tensione non invertente, OP2 a un voltage follower.



$$v_{OUT} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \left(1 + \frac{R_{10}}{R_8 \parallel R_9}\right) v_1 - \frac{R_{10}}{R_8} v_2 + R_{10} i_3$$

$$v_{OUT} = 9v_1 - v_2 + 20k\Omega \cdot i_3$$





$$\Delta V_{OUT} = \left[\left(1 + \frac{R_4}{R_3} \right) V_{OFF1} + V_{OFF3} \right] \left(1 + \frac{R_{10}}{R_8 \parallel R_9} \right) - \frac{R_{10}}{R_8} V_{OFF2}$$

$$\Delta V_{OUT} = 9V_{OFF1} + 3V_{OFF3} - V_{OFF2}$$



$$\Delta V_{OUT} = 9V_{OFF1} + 3V_{OFF3} - V_{OFF2}$$

Il caso peggiore si ha quando tutti i contributi sono massimi in valore assoluto e si sommano in modulo (ad es.: V_{OFF1} e V_{OFF3} sono positivi e V_{OFF2} è negativo o V_{OFF1} e V_{OFF3} sono negativi e V_{OFF2} è positivo)

$$\Delta V_{OUT,max} = 90 \text{mV} + 30 \text{mV} - (-10 \text{mV}) = 130 \text{mV}$$

$$\Delta V_{OUT,max} = -90 \text{mV} - 30 \text{mV} - 10 \text{mV} = -130 \text{mV}$$

Si conclude quindi che:

$$\Delta V_{OUT} \in (-130m\mathrm{V}, 130m\mathrm{V})$$

e si osserva come il contributo del primo amplificatore operazionale sia dominante