

**Sistemi Elettronici, Tecnologie e Misure**  
**Appello del 1° Marzo 2024**

Nome: \_\_\_\_\_ SOLUZIONE \_\_\_\_\_  
Cognome: \_\_\_\_\_  
Matricola: \_\_\_\_\_

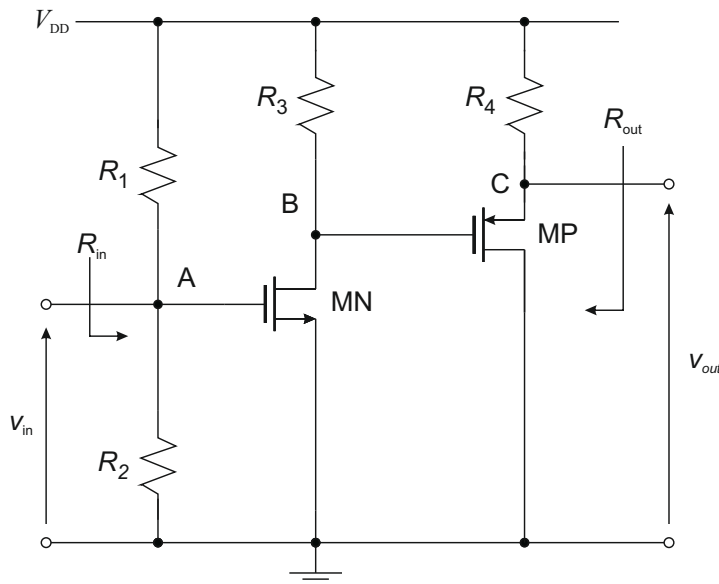
**ATTENZIONE**

1. Compilare subito questa pagina con nome, cognome e numero di matricola
2. Per i quesiti a risposta multipla, la risposta errata determina la sottrazione di un punteggio pari a metà del valore della risposta esatta
3. Riportare le **risposte esatte** dei quesiti a risposta multipla nella tabella posta all'inizio della relativa sezione
4. Le risposte ai vari quesiti vanno riportate **esclusivamente** nello spazio reso disponibile immediatamente dopo il quesito stesso
5. Si può fare uso di fogli di brutta **bianchi** resi disponibili a cura dello studente. La brutta non deve essere consegnata
6. Non si possono utilizzare libri, appunti o formulari

## Domande a risposta multipla

	1	2	3	4
a	X			X
b			X	
c		X		
d				

- Un amplificatore differenziale fornisce in uscita una tensione  $v_{\text{out}} = 99 v^+ - 101 v^-$ . Il rapporto di reiezione del modo comune (CMRR) dello stadio vale:
  - 34 dB
  - 40 dB
  - 100 dB
  - 6 dB
- Un amplificatore di tensione non-invertente in cui  $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$  è realizzato utilizzando un operazionale con amplificazione differenziale  $A_d$  finita, resistenze d'ingresso e uscita trascurabili ( $R_{\text{in,d}} \rightarrow \infty$ ,  $R_{\text{in,cm}} \rightarrow \infty$ ,  $R_{\text{out}} = 0$ ). L'amplificazione di tensione ad anello chiuso  $A_v = v_{\text{out}}/v_{\text{in}}$  dell'amplificatore di tensione non-invertente vale:
  - $\frac{1}{\beta}$
  - $\frac{1}{\beta A_d + 1}$
  - $\frac{A_d}{\beta A_d + 1}$
  - $\frac{A_d}{A_d + 1}$
- In un amplificatore di tensione non-invertente basato su operazionale si sono scambiati erroneamente i morsetti non-invertente ed invertente dell'operazionale. Il circuito che si ottiene si comporta come:
  - comparatore di tensione non invertente con isteresi
  - comparatore di tensione invertente con isteresi
  - comparatore di tensione non invertente senza isteresi
  - comparatore di tensione invertente senza isteresi
- In un amplificatore di transresistenza basato su operazionale con  $R_m = 2 \text{ k}\Omega$ , la dinamica del segnale d'ingresso è (0 mA, 1 mA) e la porta d'uscita è collegata ad un carico di  $100 \Omega$ . Quali sono la minima dinamica della tensione d'uscita dell'operazionale  $\Delta V$  e la minima dinamica della corrente d'uscita dell'operazionale  $\Delta I$  richieste all'operazionale per funzionare in linearità con il segnale d'ingresso dato?
  - $\Delta V = (0 \text{ V}, 2 \text{ V})$ ,  $\Delta I = (0 \text{ mA}, 21 \text{ mA})$
  - $\Delta V = (-2 \text{ V}, 0 \text{ V})$ ,  $\Delta I = (0 \text{ mA}, 21 \text{ mA})$
  - $\Delta V = (0 \text{ V}, 2 \text{ V})$ ; non ci sono requisiti su  $\Delta I$  perchè l'uscita è in tensione
  - $\Delta I = (0 \text{ mA}, 20 \text{ mA})$ ; non ci sono requisiti su  $\Delta V$  perchè l'uscita è in corrente

**Esercizio 1.**

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 200\text{k}\Omega & \text{per MN:} \\
 R_2 &= 100\text{k}\Omega & \beta_n = 2\text{mA/V}^2 \\
 R_3 &= 120\text{k}\Omega & V_{TH,n} = 0.5\text{V} \\
 R_4 &= 800\Omega & \lambda = 0\text{V}^{-1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_A &= 0.6\text{V} & \text{per MP:} \\
 V_B &= 0.6\text{V} & \beta_p = 50\text{mA/V}^2 \\
 V_C &= 1\text{V} & V_{TH,p} = 0.2\text{V} \\
 V_{DD} &= 1.8\text{V} & \lambda = 0\text{V}^{-1}
 \end{aligned}$$

Con riferimento allo stadio in figura:

1. determinare il punto di funzionamento a riposo dei transistori MN ed MP, verificare il funzionamento dei dispositivi in regione di saturazione e ricavarne i parametri del modello per il piccolo segnale;
2. disegnare il circuito equivalente per il piccolo segnale dello stadio e calcolare, in condizioni di piccolo segnale, l'amplificazione di tensione  $A_v = v_{out}/v_{in}$ , la resistenza di ingresso  $R_{in}$  e la resistenza di uscita  $R_{out}$ ;
3. con riferimento allo stadio analizzato al punto precedente, si considerino i due casi:
  - (a) lo stadio è accoppiato in AC ad una sorgente di segnale  $v_s$  con resistenza interna  $R_S = 10\Omega$  e la porta di uscita è accoppiata in AC ad un carico resistivo  $R_L = 10\text{M}\Omega$ ;
  - (b) lo stadio è accoppiato in AC ad una sorgente di segnale  $v_s$  con resistenza interna  $R_S = 100\text{M}\Omega$  e la porta di uscita è accoppiata in AC ad un carico resistivo  $R_L = 10\text{M}\Omega$ .

Per ciascuno dei due casi si valuti la tensione sul carico  $R_L$  in funzione di  $v_s$ , assumendo che i condensatori di accoppiamento in AC si possano considerare come corto circuiti nella banda del segnale. Si indichi inoltre quale delle possibili rappresentazioni dello stadio (amplificatore di tensione, corrente, transconduttanza o transresistenza) è più appropriata nel caso a) e quale è più appropriata nel caso b), motivando le risposte.

## Soluzione

### Punto di funzionamento a riposo

Punto di funzionamento a riposo di MN:

$$V_{GS} = V_A = 0.6V;$$

$$V_{DS} = V_B = 0.6V;$$

$$I_D = \frac{1}{2}\beta_n(V_{GS} - V_{TH,n})^2 = 10\mu A.$$

Poiché  $V_{GS} > V_{TH,n} = 0.6V$  e  $V_{DS} = 0.6V > V_{GS} - V_{TH,n} = 0.1V$ , MN lavora in regione di saturazione. La transconduttanza è

$$g_{m,n} = \beta_n(V_{GS} - V_{TH,n}) = 200\mu S$$

mentre la conduttanza di uscita  $g_{o,n}$  è nulla ( $\lambda = 0$ ).

Punto di funzionamento a riposo di MP:

$$V_{SG} = V_C - V_B = 0.4V;$$

$$V_{SD} = V_C = 1V;$$

$$I_D = \frac{1}{2}\beta_p(V_{SG} - V_{TH,p})^2 = 1mA.$$

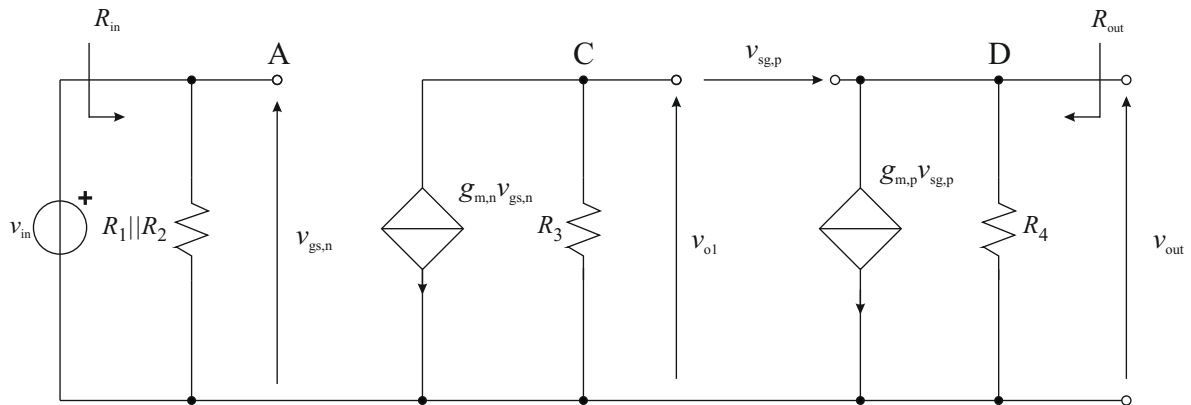
Poiché  $V_{SG} > V_{TH,p} = 0.4V$  e  $V_{SD} = 1V > V_{SG} - V_{TH,p} = 0.2V$ , MP lavora in regione di saturazione. La transconduttanza è

$$g_{m,p} = \beta_p(V_{SG} - V_{TH,p}) = 10mS$$

mentre la conduttanza di uscita  $g_{o,p}$  è nulla ( $\lambda = 0$ ).

### Circuito di piccolo segnale

Si tratta di uno stadio amplificatore source comune nMOS a cui è collegato in cascata uno stadio drain comune pMOS. Il circuito di piccolo segnale è riportato in figura.



da cui si ha che:

$$v_{gs,n} = v_{in}$$

$$v_{o1} = -g_{m,n}R_3 v_{in}$$

$$v_{sg,p} = -g_{m,p}R_4 v_{sg,p} - v_{o1}$$

$$v_{sg,p} = -\frac{v_{o1}}{1 + g_{m,p}R_4}$$

$$v_{out} = v_{o1} \frac{g_{m,p} R_4}{1 + g_{m,p} R_4} = -\frac{g_{m,n} R_3 \cdot g_{m,p} R_4}{1 + g_{m,p} R_4} v_{in}$$

Da cui:

$$A_v = -\frac{g_{m,n} R_3 \cdot g_{m,p} R_4}{1 + g_{m,p} R_4} = -21.33 \quad (26.58 \text{ dB})$$

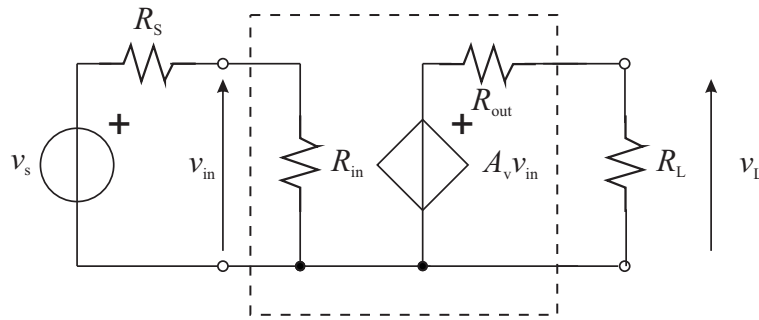
Si ha poi

$$R_{in} = R_1 \parallel R_2 = 66.6 \text{ k}\Omega$$

$$R_{out} = \frac{v_t}{i_t} = \frac{R_4}{1 + g_{m,p} R_4} = 88.8 \Omega$$

### Circuito con sorgente e carico

Per risolvere all'ultimo punto, si considera il modello a doppio bipolo dell'amplificatore riportato in figura. Dal momento che la sorgente ed il carico sono accoppiate in AC, il punto di funzionamento a riposo dello stadio non cambia per cui i valori di  $A_v$ ,  $R_{in}$  ed  $R_{out}$  sono quelli ricavati al punto precedente.



Con riferimento al circuito considerato si ricava quindi:

$$v_L = A_v \frac{R_{in}}{R_{in} + R_S} \frac{R_L}{R_L + R_{out}} v_s$$

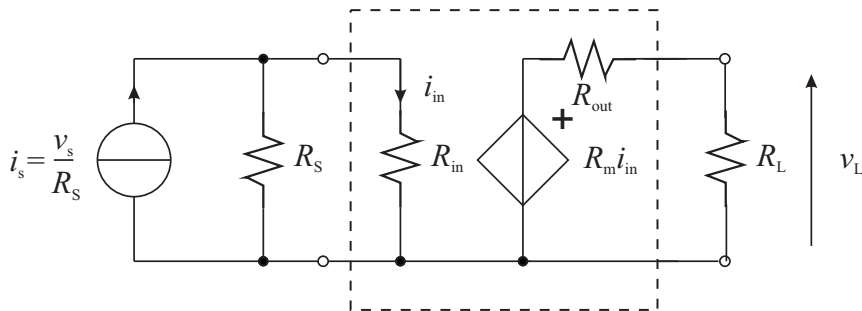
Sostituendo i valori numerici si ottiene, nel caso (a):

$$v_L = -21.32994 v_s \simeq A_v v_s$$

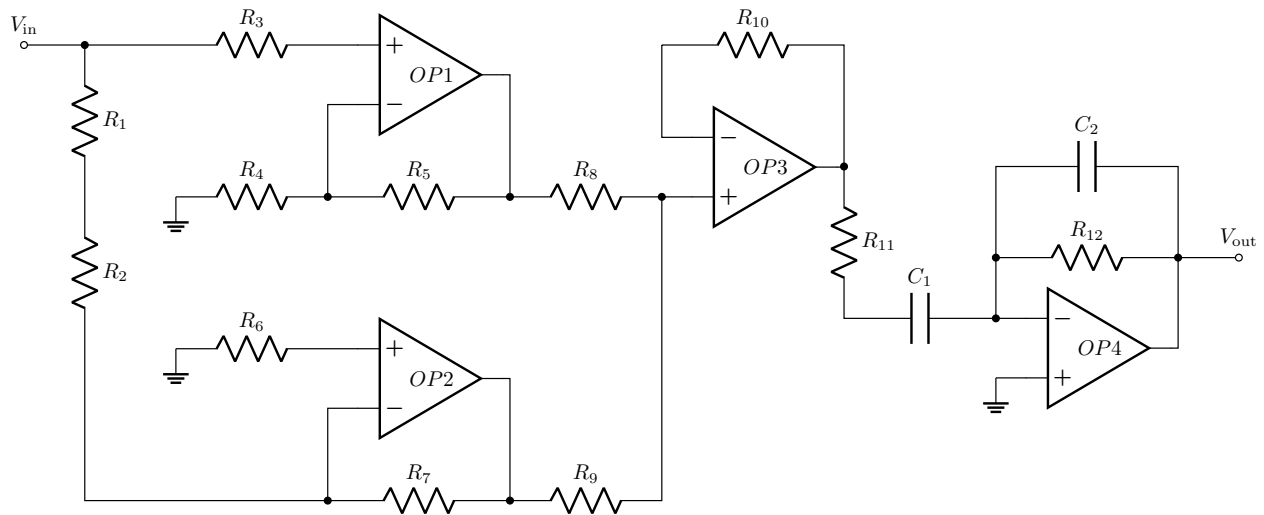
e nel caso (b):

$$v_L = -0.0142 v_s$$

Si osserva che nel caso (a) si ha  $R_{in} \gg R_S$  e  $R_{out} \ll R_L$ , per cui lo stadio può essere opportunamente rappresentato come amplificatore di tensione. Nel caso (b), invece si ha  $R_{in} \ll R_S$  e  $R_{out} \ll R_L$ , per cui lo stadio può essere opportunamente rappresentato come amplificatore di transresistenza, con transresistenza  $R_m = A_v R_{in} = -1.422 \text{ M}\Omega$ , come riportato sotto (nota: il circuito relativo a questa rappresentazione ed il valore della transresistenza non erano richiesti dall'esercizio).



## Esercizio 2.



Dato il circuito in figura, dove:

- $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R$
- $R_7 = R_8 = R_9 = R_{10} = R_{11} = 20R$
- $R_{12} = 50R$
- $C_1 = 1000C$
- $C_2 = C$

con  $R = 1 \text{ k}\Omega$  e  $C = \frac{10}{2\pi} \text{ nF}$

Determinare:

1. l'espressione simbolica (in funzione di  $R_1, R_2$ , etc.) e il valore numerico del guadagno di tensione  $A_V = V_{\text{out}}/V_{\text{in}}$  assumendo che  $C_1$  si comporti come un cortocircuito e  $C_2$  come un circuito aperto;
2. l'espressione simbolica (in funzione di  $R_1, R_2$ , etc.) e il valore numerico del guadagno di tensione  $A_V(s) = V_{\text{out}}(s)/V_{\text{in}}(s)$  al variare della frequenza;
3. il diagramma di Bode asintotico di modulo e fase di  $A_V(s)$  al punto precedente;
4. l'intervallo di tensioni in cui può variare  $V_{\text{OUT}}$  in continua assumendo che tutti gli amplificatori operazionali presentino input offset voltage (max.) pari a 5 mV.

Soluzione:

1. In banda:

$$A_V = -\frac{R_{12}}{R_{11}} \left[ \frac{R_9}{R_8 + R_9} \left( 1 + \frac{R_5}{R_4} \right) - \frac{R_8}{R_8 + R_9} \frac{R_7}{R_1 + R_2} \right] = 10 \quad (20 \text{ dB}, 0^\circ)$$

2. In frequenza:

$$A_V(s) = -\frac{sR_{12}C_1}{(1 + sR_{11}C_1)(1 + sR_{12}C_2)} \left[ \frac{R_9}{R_8 + R_9} \left( 1 + \frac{R_5}{R_4} \right) - \frac{R_8}{R_8 + R_9} \frac{R_7}{R_1} \right]$$

$$A_V(s) = \frac{s \cdot 50\,000 RC}{(1 + s \cdot 20\,000 RC)(1 + s \cdot 50 RC)} = \frac{s \cdot (2 \text{ s}/2\pi)}{(1 + s \cdot (200 \text{ ms}/(2\pi))(1 + s \cdot 500 \mu\text{s}/(2\pi))}$$

La funzione di trasferimento presenta uno zero semplice nell'origine ( $s_z = 0$ ) e due poli reali negative, con frequenze di taglio  $f_{p1} = 5 \text{ Hz}$  e  $f_{p2} = 2 \text{ kHz}$

3. Bode

Diagramma di Bode di modulo, dB

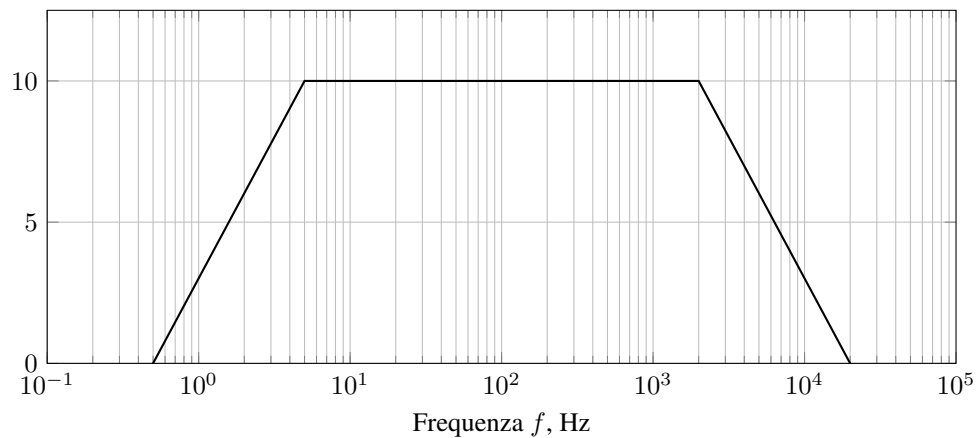
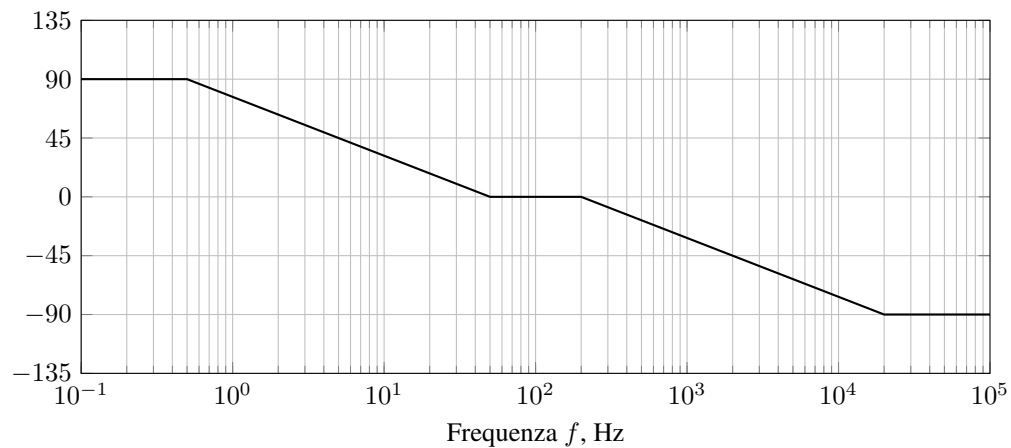


Diagramma di Bode di fase, gradi



4. In continua OP4 è in configurazione voltage follower ed è disaccoppiato dall'uscita di OP3. Pertanto  $V_{\text{OUT,DC}} = V_{\text{OFF,4}}$  e  $V_{\text{OUT,DC}} \in (-5, +5) \text{ mV}$ .