Esercizio 1

Un segnale v(t) ha forma d'onda quadra, fra -5V e +1V (v.figura), ha duty cycle del 40%.
Si determinino i valori attesi di lettura ottenute con:

1. Voltmetro a singola semionda tarato in valore efficace di classe 1 e fondo scala di 10V
2. Voltmetro a doppia semionda tarato in valore efficace di classe 2 e fondo scala 100V
3. Voltmetro di picco tarato in valore efficace di classe 5 e fondo scala 5V
4. Voltmetro a vero valore efficace con fondo scala 1,3,5,10V ed incertezza espressa come $\delta V = \pm(0.1\% V_{letto} + 0.05\% V_{fs})$.

Soluzione

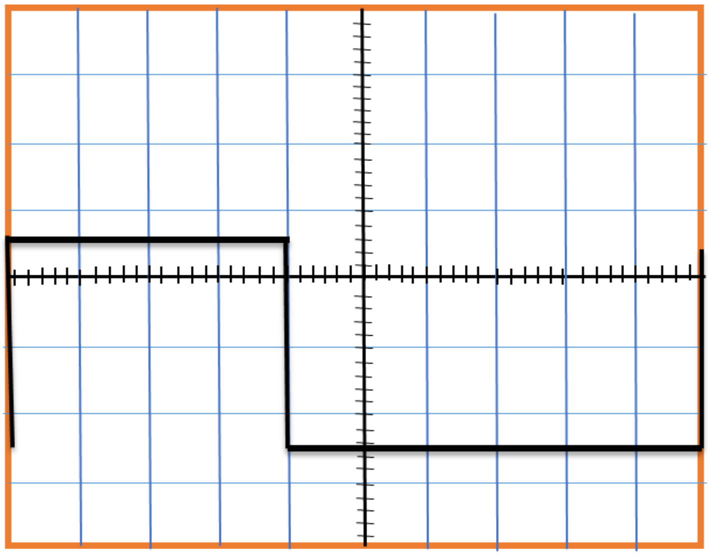


Fig.1 Visualizzazione del segnale su schermo di oscilloscopio con sensibilità verticale di 2 V/div

1. Per il voltmetro a **singola semionda** si considera il singolo contributo del segnare maggiore di zero:

$$V_m = \frac{1}{T}\int_0^{0.4T} 1\, dt = 0.4 \text{ V}$$

$$V_l = K_s V_m = 2.22 * 0.4 = 0.888 \text{ V}$$

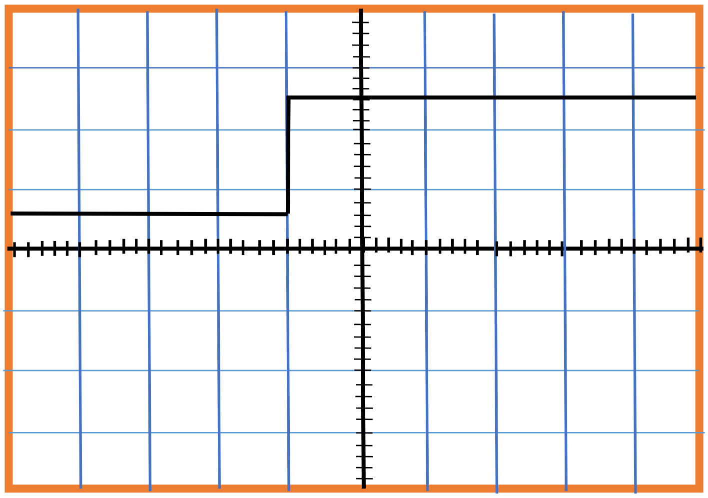
Relativamente al calcolo dell'incertezza ottengo:

$$\delta V = 1\% \ V_{fs} = 0.1 \text{ V}$$

Da cui:

$$V_l = (0.9 \pm 0.1) \text{ V}$$

2. Se si utilizza invece un voltmetro a **doppia semionda:**



$$V_m = \frac{1}{T}[1 * 0.4\mathrm{T} + 5 * 0.6\mathrm{T}] = 3.4\ \mathrm{V}$$
$$V_l = 1.11 * 3.4 = 3.8\ \mathrm{V}$$

Incertezza come per il caso precedente:

$$\delta V = 2\mathrm{V}$$
$$V_l = (4 \pm 2)\ \mathrm{V}$$

3. Con un **voltmetro di picco:**

$$V_m = 1V$$

poiché V_p = max[s(t)] = 1 V

$$V_l = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707\ \mathrm{V}$$
$$\delta V = 0.25\ \mathrm{V}$$
$$V_l = (0.71 \pm 0.25)\ \mathrm{V}$$

4. Infine eseguendo la misura con un voltmetro a **vero valore efficace**

$$V^2{}_{rms} = \frac{1}{T}\left[\int_0^{0.4T} 1^2\ dt + \int_{0.4T}^{T} (-5)^2\ dt\right] = 15.4\ V^2$$

V_{rms}= 3.92428… V

Per un fondo scala scelto V_{fs} = 5 V si ha:

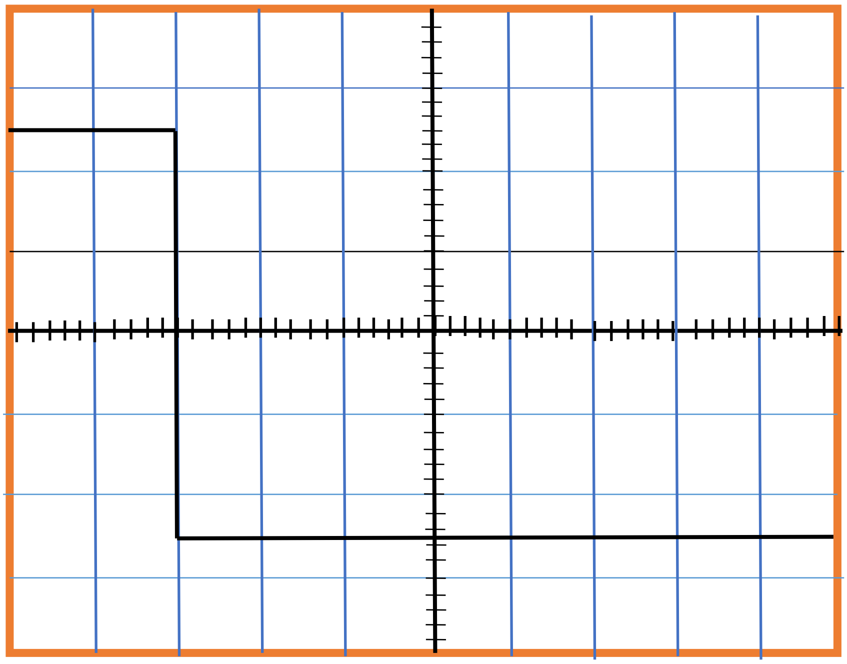
$$\delta V = \frac{0.1}{100}\ 3.92 + \frac{0.05}{100}\ 5 = 6.4\ \mathrm{mV}$$
$$V_{rms} = (3.9243 \pm 0.0064)\ \mathrm{V}$$

Esercizio 2

Un segnale ad onda quadra ha un duty cycle del 20%, valore massimo 5V, valore minimo -5V . Determinare la lettura attesa e l'incertezza se si utilizza un voltmetro a valor medio, a doppia semionda con condensatore in serie. Il voltmetro, di classe 1, è dotato dei seguenti fondo scala: 1V, 3V, 5V, 10V.

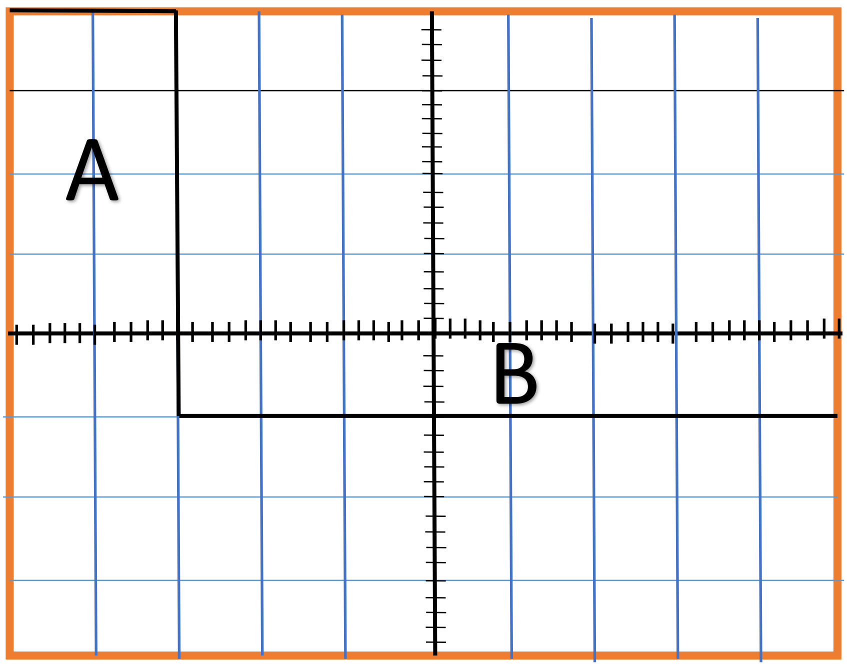
Svolgimento

I segnali visualizzati hanno sempre risoluzione verticale di 2V/div.



Il testo specifica l'impiego di un voltmetro a valor medio, a doppia semionda con un condensatore in serie per effettuare le misure. La capacità in serie elimina la componente continua il cui valore è pari a

$$V_m = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)dt = \frac{1}{T}[2T \cdot 5 - 0.8T \cdot 5] = -3\ V$$



Le aree A e B devono essere uguali affinchè $V_m = 0$

s(t), a seguito del circuito **non lineare a doppia semionda**, diventa s'(t).
Per cui:

$$V_m = \frac{1}{T} \cdot 2 \cdot 0.2T \cdot 8 = 3.2\ V$$

$$V_l = 1.11 V_m = 3.552\ \mathrm{V}$$

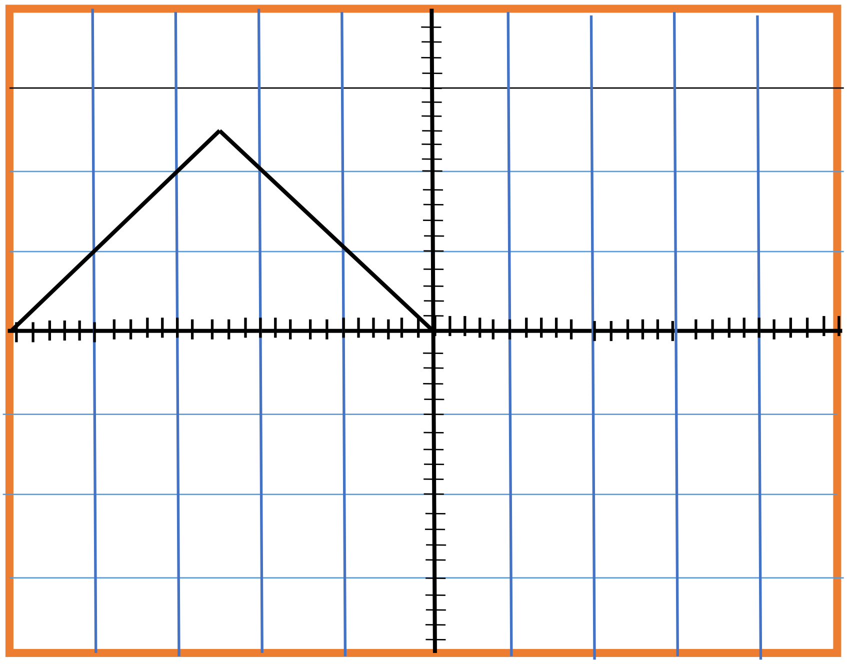
Scegliendo un valore di fondo scala V_{fs} pari a 5 V si ottiene:

$$\delta V = 0.05\ \mathrm{V}$$

$$V_l = (3.55 \pm 0.05)\ \mathrm{V}$$

Esercizio 3

Il seguente segnale periodico (T=0.312ms) è misurato per mezzo di un voltmetro a vero valore efficace con condensatore in serie. Determinare il valore atteso di lettura. Sapendo che il manuale del voltmetro riporta la seguente tabella delle incertezze, indicare il valore del fondo scala scelto e l'incertezza assoluta di misura.



Range	Accuracy
1V	$\pm(0.01\%V_l + 0.005\%V_{fs})$
5V	$\pm(0.02\%V_l + 0.005\%V_{fs})$
10V	$\pm(0.03\%V_l + 0.005\%V_{fs})$

Soluzione

Il valore efficace di ''metà'' segnale triangolare è, per la forma triangolare:

$$V_{eff} = \sqrt{\left(\frac{Vp}{\sqrt{3}}\right)^2 \frac{1}{2}} = \frac{V_p}{\sqrt{6}}$$

Il valore medio del segnale s(t) è pari a:

$$V_m = \frac{1}{T} * Area = \frac{1}{T}\frac{T}{2} * 5 * \frac{1}{2} = 1.25\text{ V} = \frac{V_m}{4}$$

Il segnale s(t), privato del valore medio, verrà misurato dal voltmetro a vero valore efficace

$$V_{rms}^2 = \frac{V_p{}^2}{6} - \frac{V_p{}^2}{16} = V_p{}^2\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{16}\right) = \frac{10}{96}V_p{}^2$$

$$V_{rms} = 0.32275\,V_p = 1.613743\ldots\text{ V}$$

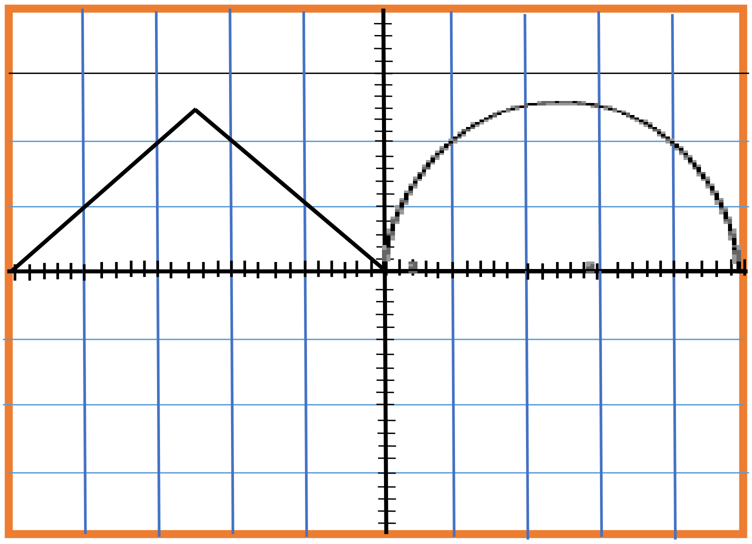
Per un fondo scala pari a 5V

$$\delta V = 0.02\%\,V_l + 0.005\%\,V_{fs} = \frac{0.02}{100}1.61 + \frac{0.005}{100}5 = (0.32 + 0.25) = 0.57\text{ mV}$$

$$V_l = (1.613743 \pm 0.00057)\text{ V}$$

Esercizio 4

Un segnale periodico (T=0.312ms, per un semiperiodo si ha una forma d'onda triangolare, nell'altro semiperiodo una forma d'onda sinusoidale, valori massimi 5V, valore minimo 0V, v. figura) è misurato per mezzo di un voltmetro a vero valore efficace senza condensatore in serie.
1.Determinate il valore atteso di lettura.
2.Sapendo che il manuale del voltmetro riporta la seguente tabella delle incertezze, indicate il valore del fondo scala scelto e l'incertezza assoluta di misura.
3.Determinate infine il valor medio del segnale.



Range	Accuracy
1 V	$\pm(0.02\%V_l+0.005\%V_{fs})$
5 V	$\pm(0.03\%V_l+0.005\%V_{fs})$
10 V	$\pm(0.04\%V_l+0.005\%V_{fs})$

Soluzione
1.

$$V_{rms}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{Vp}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{Vp}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{Vp^2}{6} + \frac{Vp^2}{4}$$

$$V_{RMS} = \left(\frac{10}{24}\right)^{1/2} V_p = 3.22749 \text{ V}$$

2. Per un fondo scala pari a 5V

$$\delta V = \frac{0.03}{100} 3.2 + \frac{0.005}{100} 5 = 0.96 + 0.25 = 1.2 \text{ mV}$$

$$V_{rms} = (3.2275 \pm 0.0012) \text{ V}$$

3.

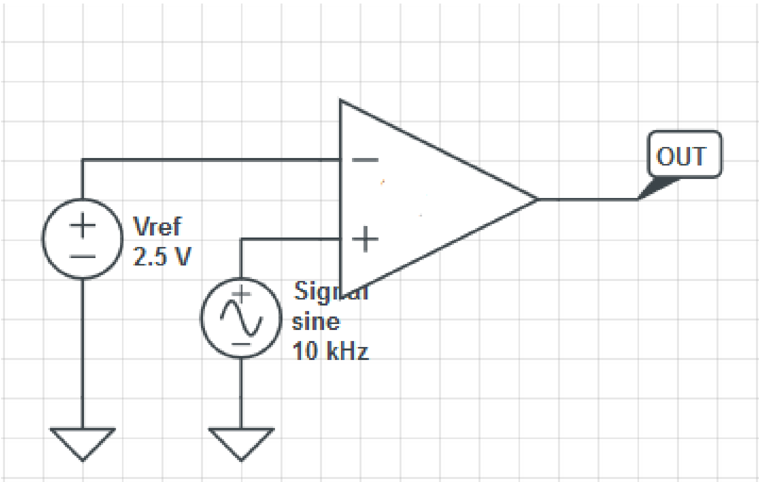
$$V_m = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)dt = \frac{1}{T}\left[\frac{T}{2} * \frac{1}{2} V_p\right] + \frac{V_p}{\pi} = (1.25 + 1.59) = 2.84 \text{ V}$$

Esercizio 5

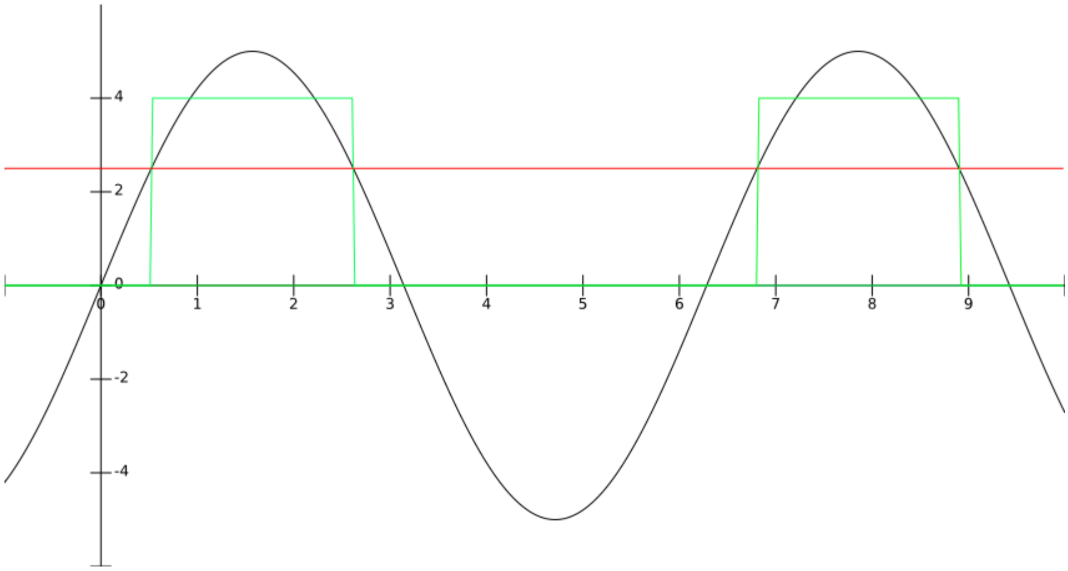
Un segnale sinusoidale con frequenza 10kHz, ampiezza 5V è collegato al piedino non invertente di un comparatore. Il piedino invertente del comparatore è collegato ad un segnale costante di valore 2.5V.

Disegnate la forma del segnale in uscita del comparatore e calcolate il duty cycle.

Svolgimento



Dove è possibile calcolare l'output, in verde, del circuito e disegnarlo come segue:



Al fine di quotare opportunamente il grafico si ha:
s(t) ≥ 2.5 V

$$\text{Vp}$$

$$V_p \sin \phi \ \geq 2.5\ V$$

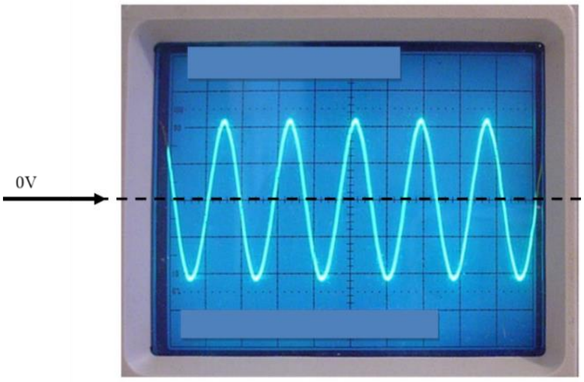
$$\sin\phi \ \geq \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}$$

$$30° \leq \phi \leq 150°$$

Duty cycle → $\frac{120°}{360°}$ = 0.33 => 33%

Esercizio 6

Il seguente segnale sinusoidale è visualizzato sullo schermo del vostro oscilloscopio. Sapendo che la sensibilità verticale è di 200mV/div e quella orizzontale di 50ns/div, facendo opportune ipotesi sull'incertezza di misura, determinate l'ampiezza del segnale e la frequenza del segnale.



Svolgimento

Ipotizziamo un'incertezza della base tempi del 3% e un'incertezza verticale del 3% relativa allo strumento di misura e un'incertezza di lettura relativa all'operatore di 0.2 div. Riassumendo quindi:

Hp: Incertezza So: 3%
Incertezza Sv: 3%
Incertezza lettura: 0.2 div

1.

$$\mathrm{A} = \frac{A_{pp}}{2} = \frac{4 \cdot 4\, div}{2} = 2.2 \text{ div}$$

$$\mathrm{A\ (V)} = 2.2 \text{ div} \cdot 200\, \frac{mV}{div} = 440 \text{ mV}$$

$$\frac{\delta A}{A} = 3\% + \frac{0.2 + 0.2}{4.4} = 3\%\, \frac{0.4}{4.4} \cong 13\%$$

A = 0.44 (1$\pm$0.13) V

2.

$$\mathrm{T} = 2 \text{ div} * 50\, {}^{ns}/_{div} = 100 \text{ ns} \qquad f = 10MHz$$

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{\delta f}{f} = 3\% + \frac{0.4}{2} = 23\%$$

$$\mathrm{f} = 10\ (1 \pm 0.23) \text{ MHz}$$

NOTE: Per migliorare ''di poco'' l'incertezza nella misura di frequenza si potrebbe osservare che 5 periodi T sono pari a 9 divisioni.

$$5\ \mathrm{T} = 9 \text{ div} * 50\, {}^{ns}/_{div}$$

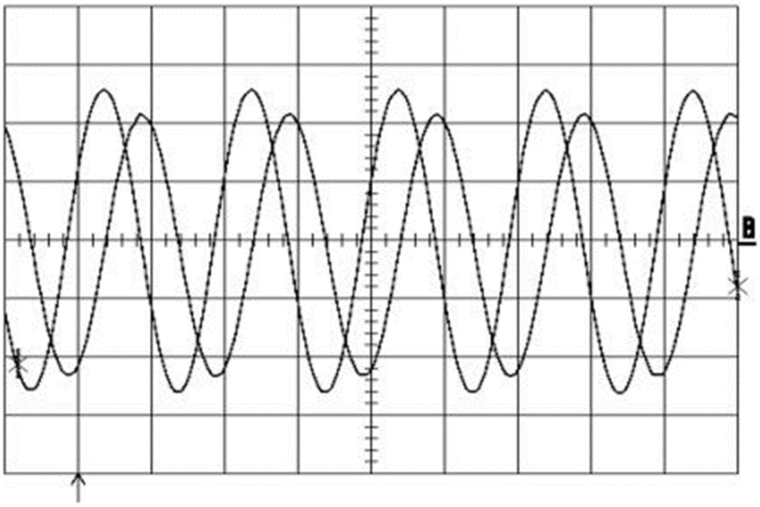
T = 90 ns f = 11.1 MHz

Inoltre $\frac{\delta T}{T}$ di lettura = $\frac{0.4}{9}$

$$\frac{\delta T}{T} = 3\% + \frac{0.4}{9} = 7\%$$

Esercizio 7

Due segnali sinusoidali sono inviati al CH1 e al CH2 impostati, rispettivamente, a 2V/div e 5V/div. La base tempi è “triggerata” sul CH1 (TL=-3V, SLOPE -) con sensibilità di 50ms/div. L’immagine ottenuta è la seguente.



Determinare la frequenza dei segnali e la loro differenza di fase (non è richiesta l’incertezza).

Svolgimento

$$\mathrm{T} = 2 \text{ div x } 50 \ {}^{ms}/_{div} = 100 \text{ ms}$$

f = 10 kHz

$$\frac{\Delta\emptyset}{360°} = \frac{{}^{3}/_{5}\,div}{2\,div} = \frac{3}{10}$$

$$\Delta\phi = \frac{3}{10} \cdot 360° = 108°$$

Esercizio 8

Per mezzo di un voltmetro a valor medio, a singola semionda senza condensatore in serie misurate il codice ASCII ''Y'' (01011001) sulla linea.

Sapendo che lo '0' è pari a 0V e '1' è pari a 5V, si determini l'incertezza assoluta dello strumento che permette di discriminare fra 'Y' e 'W' (01010111).

Svolgimento

$$V_m^Y = \frac{1}{T}\,\frac{4}{8}\,T\,\cdot 5 = \frac{20}{8}\mathrm{V} = 2.5\ \mathrm{V}$$

$$V_L^Y = 5.55$$

$$V_m^W = \frac{1}{T}\,\frac{5}{8}\,T\,\cdot 5 = \frac{25}{8}\,V = 3.125\,V$$

$$V_m^W = 6.94\,V$$

$$V_m^W - V_m^Y = 6.94\ \mathrm{V} - 5.55\ \mathrm{V} = 1.39 \approx 1.4\ \mathrm{V}$$

Con un voltometro con δV = 0.7 V le due fasce di incertezza non si sovrappongono e quindi posso distinguere Y da W.

Esercizio 9

Un blocco rettangolare di Al, forato nel centro, ha le seguenti dimensioni l = 100.0 ± 0.1 mm w = 80.0 ± 0.1 mm t = 3.00 ± 0.02 mm

Il diametro del foro è Ø = 35.0 ± 0.1 mm

Sapendo che la densità ρ è pari a (2700 ± 10) $^{kg}/_{m^3}$, determinare la massa del blocco.

Svolgimento

Blocco Al di ρ = (2700± 10) $^{kg}/_{m^3}$

l = (100.0±0.1) mm
w = (80.0±0.1) mm
t = (3.00±0.02) mm
D = (35.0±0.1) mm

Viene richiesto di determinare la massa blocco. Calcolo il volume del blocco se non fosse forato:

$$V = l\cdot w \cdot t = 24\text{x}10^{-6}\ m^3$$

Mentre posso trovare il volume del foro come:

$$V\phi = \frac{\pi}{4}\ D^2\ \cdot t = \ 2.89\text{x}10^{-6}\ \text{m}^3$$

$$M = (V - V\emptyset)\ \rho = 21\text{x}10^{-6} \cdot 2700 = 0.0567\ \text{kg}$$

Calcolo adesso l’incertezza:

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{\delta l}{l} + \frac{\delta w}{w} + \frac{\delta t}{t} = \ 10^{-3} + \frac{0.1}{80} + \frac{0.02}{3} = 0.89\ \%$$

$$\delta V\ = 8.9\ \frac{1}{1000}\ \cdot 24\ 10^{-6} = 0.21\ 10^{-6}\ m^3$$

$$\frac{\delta V\phi}{V\phi} = 2\ \frac{\delta D}{D} + \frac{\delta t}{t} = 2\ \frac{0.1}{35} + \frac{0.02}{3} = 1.2\%$$

$$\delta V\phi = 2.89\ 10^{-6}\ \cdot \frac{1.2}{100} = 0.035\ 10^{-6}\ m^3$$

$$\delta V = \ \delta V + \ \delta V\phi = (0.21 + 0.035)10^{-6}\ m^3 = 0.25\ 10^{-6}\ m^3$$

$$\frac{\delta M}{M} = \frac{\delta V}{V} + \frac{\delta \rho}{\rho} = \frac{0.25\ 10^{-6}}{21\ 10^{-6}} + \frac{10}{2700} = 1.2\% + 0.4\% = 1.6\%$$

$$\delta M = 1.6\%\ \cdot 0.0567 = 0.91g$$

$$M = (0.0567 \pm 0.0009)\ \text{kg}$$

Esercizio 10

Un alimentatore stabilizzato è collegato alla serie di due resistenze R1 ed R2. La prima ha valore 10kΩ, la seconda 30.1kΩ, entrambe con tolleranza dello 0.1%. Per mezzo di un voltmetro misurate la tensione ai capi di R2 ottenendo 0.92373254V. Il voltmetro è stato tarato nelle ultime 24 ore ed ha resistenza di ingresso ideale:

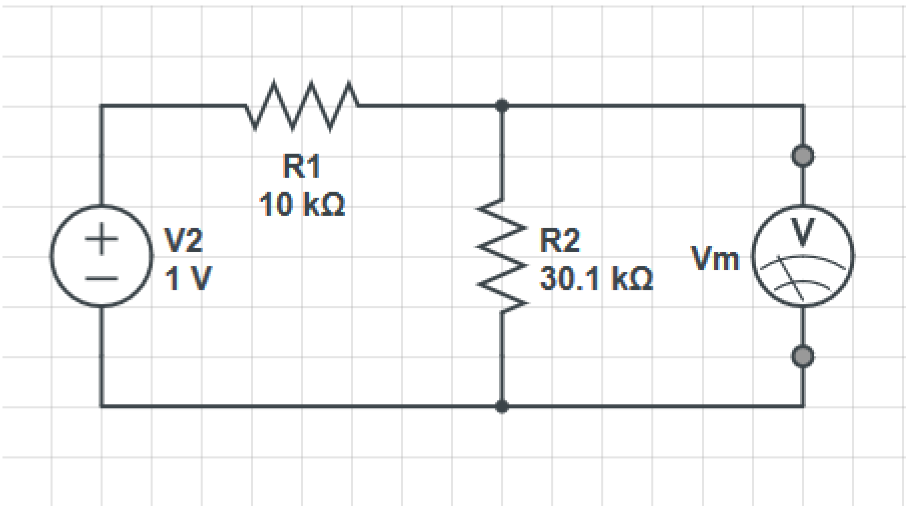
1. Disegnate il circuito di misura;

2. Valutate l'incertezza di misura utilizzando la tabella al fondo e indicate quali cifre significative utilizzerete della tensione letta in precedenza;

3. In base ai valori ed alle tolleranze indicate in precedenza, determinate il valore di tensione dell'alimentatore stabilizzato ipotizzando, per il voltmetro, una resistenza di ingresso idealmente infinita.

Svolgimento

1.



R1 = 10 kΩ, 0.1%

R2 = 30.1 KΩ, 0.1%

V_{R2} = 0.92373254 V

2. Dalla tabella del multimetro del testo, settando come fondo scala V_{fs} = 1 V e ricordando che il voltmetro è stato tarato nelle ultime 24 ore, ottengo:

$$\delta V = \frac{0.002}{100} V_{R2} + \frac{0.0006}{100} V_{fs} = \frac{0.002}{100} \cdot 0.92 + \frac{0.0006}{100} \cdot 1 = 18\ \mu\text{V} + 6\ \mu\text{V} = 24\ \mu\text{V}$$

V_{R2} = (0.923732±0.000024) V

3. Determino adesso il valore di V_{al} dal partitore: $V_{R2} = \frac{R2}{R1+R2}\, Val$

$$V_{al} = \left(1 + \frac{R1}{R2}\right) V_{R2}$$

$$\delta Val = \left|\frac{\partial Val}{\partial R1}\right| \delta R1 + \left|\frac{\partial Val}{\partial R2}\right| \delta R1 + \left|\frac{\partial Val}{\partial V_{R2}}\right| \delta V_{R2} =$$

$$= \frac{V_{R2}}{R2}\, \delta R1 + \frac{R1 V_{R2}}{R2_2^2}\, \delta R2 + \left(1 + \frac{R1}{R2}\right) \delta V_{R2} =$$

$$= \frac{V_{R2}}{R2}\, R1\, \frac{\delta R1}{R1} + \frac{R1}{R2}\, V_{R2}\, \frac{\delta R2}{R2} + \left(1 + \frac{R1}{R2}\right) \delta V_{R2} =$$

= 0.62 mV + 0.03 mV = 0.65 mV

Da cui ottengo:

V_{al} = (1.23062 + 0.00065) V

Esercizio 11

Un sensore ha una caratteristica del tipo:

$$v\,(t) = S \cdot (t - t0) + V0$$

Con:

t: $temperatura\ in\ Celsius$
V_0: 0.25V ($incertezza\ trascurabile$)
t_0: (25.0 ± 0.2) °C
S = 10 $^{mV}/_{°C}$, ε_s= 0.4%

Determinare t quando v = (820 ± 3) mV

Svolgimento

Il sensore ha una caratteristica del tipo v(t) = S (t - t_0) + V_0, da cui ricavo:

$$t - t_0 = \frac{v(t)}{S} - \frac{V_0}{S}$$
$$t = \frac{v}{S} - \frac{V_0}{S} + t_0$$
$$\mathrm{t} = \frac{0.82}{0.01} - \frac{0.25}{0.01} + 25 = 82°\mathrm{C}$$

Relativamente all'incertezza avrò:

$$\delta t = \left|\frac{\partial t}{\partial v}\right| \delta v + \left|\frac{\partial t}{\partial s}\right| \delta S + \left|\frac{\partial t}{\partial t_0}\right| + \left|\frac{\partial t}{\partial V_0}\right| \delta V_0 =$$
$$\frac{1}{S}\,\delta v + \frac{v - V_0}{S}\,\frac{\delta S}{S} + \delta t_0 =$$
$$0.3 + \left(57 \cdot \frac{4}{1000}\right) + 0.2 = 0.7\ °\mathrm{C}$$

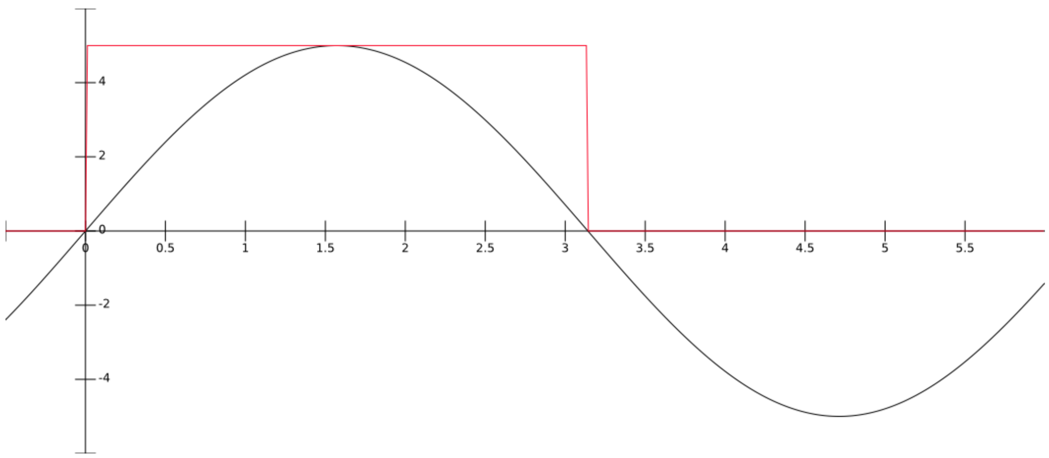
t = (82.0±0.7) °C

Esercizio 12

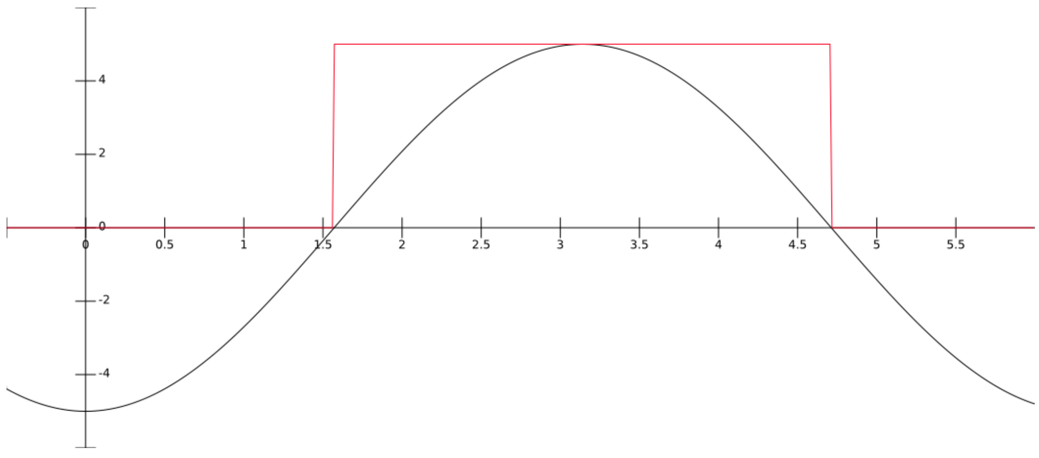
Due segnali sinusoidali s1(t) e s2(t) sono collegati ai piedini non invertenti di due comparatori C1 e C2 (gli ingressi invertenti sono collegati a 0V). Le uscite dei due comparatori (VH=5V, VL=0V) sono collegate ai due ingressi di una porta AND. L'uscita della porta AND è, a sua volta, collegata ad un voltmetro a doppia semionda con condensatore in serie (classe 2, Vfs disponibili 1V, 5V, 10V). Sapendo che lo sfasamento tra i due segnali è di circa 90°.
1. Disegnate lo schema circuito.
2. Disegnate l'andamento dei segnali all'ingresso e all'uscita dei comparatori e della porta AND.
3. Determinate il duty cycle del segnale di uscita della porta AND.
4. Determinate la lettura e l'incertezza di tipo B del voltmetro.

Svolgimento

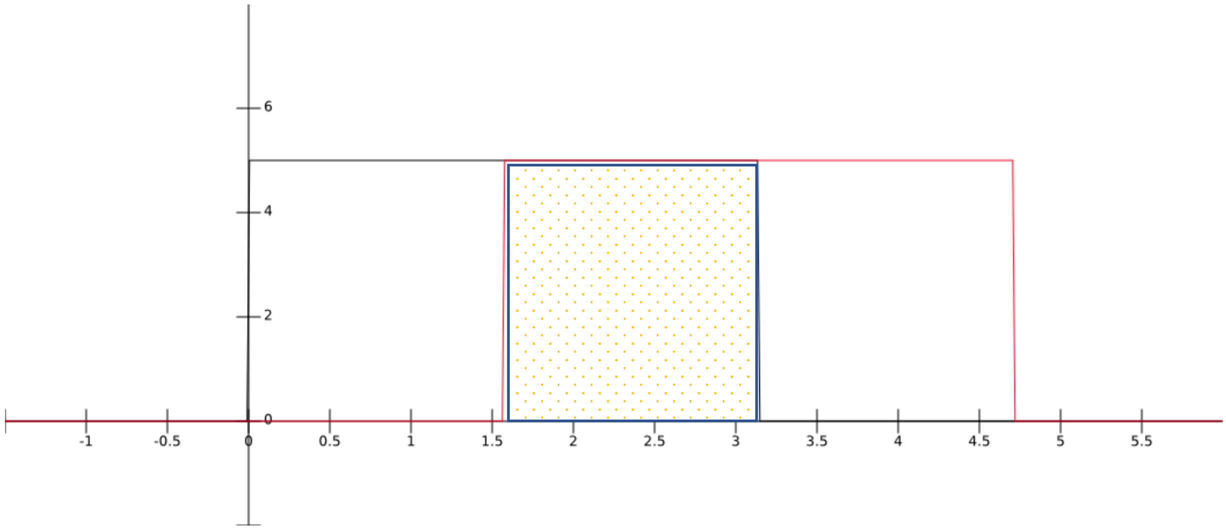
2. All'uscita del primo comparatore avrò il seguente segnale in rosso:



Mentre all'uscita del secondo avrò:

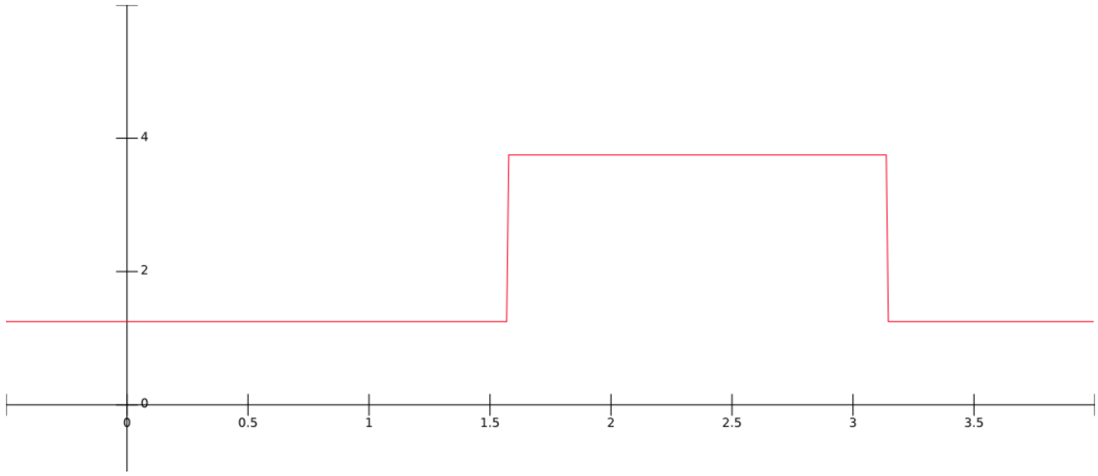


L'intervallo di tempo in cui entrambi i segnali avranno valore logico pari a '1' sarà quello evidenziato dalla zona blu:



3. Il segnale è pari a 1 tra π/2 e π, che relativamente ad un periodo di 2 π rappresenta il 25%.

4. Poiché il segnale viene misurato da un voltmetro a doppia semionda con condensatore in serie il segnale "visto" dallo strumento in misura sarà dunque:



$$V_m = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)dt = \frac{1}{T}\frac{1}{4}T \cdot 5 = 1.25\ V$$

$$V_l = 1.11 \text{ x } \left[\frac{1}{T}\left(1.25 \cdot \frac{3}{4}T + 3.75 \cdot \frac{1}{4}T\right)\right] = 1.11 \text{ x } 1.875 = 2.08 \text{ V}$$

$$V_{fs} = 5 \text{ V} \qquad \delta V = 0.1 \text{ V}$$

$$V_l = (2.1 \pm 0.1) \text{ V}$$

Esercizio 13

Un sensore capacitivo SC è costituito da due superfici quadrate di lato L = (10.00 ± 0.02) mm distanti fra loro d = (1.000 ± 0.006)mm e costante dielettrica $r0$ = 10 $pF\ m$ di incertezza trascurabile. Tale sensore è utilizzato in un oscillatore la cui frequenza di uscita, sinusoidale e di ampiezza 5V, è legata alla capacità secondo la relazione $fout$ = 1/($2\pi RC$) con C capacità di SC ed R = 100 ± 1 $k\Omega$. Determinate

1. Il valore di $fout$ e la sua incertezza.
2. Nel caso che d aumenti di 0.01mm, di quanto varia la frequenza dell'oscillatore?

Svolgimento

1.

$$\mathrm{C} = \varepsilon_0\, \varepsilon_r\, \frac{S}{d} = \varepsilon_0\, \varepsilon_r\, \frac{L^2}{d} = 10^{-11} \cdot \frac{10^{-4}}{10^{-3}} = 10^{-12}\, F$$

$$\frac{\delta C}{C} = \frac{\delta S}{S} + \frac{\delta d}{d} = 2\,\frac{\delta L}{L} + \frac{\delta d}{d} = 0.4\% + 0.6\% = 1\%$$

fout = $\frac{1}{2\pi RC}$ dove R = (100±1) kΩ

$$f_{out} = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{10^7}{2\pi} = 1.59\, MHz \sim 1.6\, MHz$$

$$\frac{\delta f_{out}}{f_{out}} = \frac{\delta R}{R} + \frac{\delta C}{C} = 1\% + 1\% = 2\%$$

2. Se d aumenta di $\Delta d = 0.01\ mm$ (aumenta dell'1%) C scende dell'1%

Infatti:

$$\mathrm{C} = \varepsilon_0 \varepsilon_r\, \frac{S}{d + \Delta d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r\, \frac{S}{d\left(1 + \frac{\Delta d}{d}\right)} \cong \varepsilon_0 \varepsilon_r\, \frac{S}{d}\left(1 - \frac{\Delta d}{d}\right)$$

Se C scende dell'1% f_{out} aumenta dell'1%.

Esercizio 14

Un segnale ad onda quadra, di ampiezza massima +Vp e minima –Vp, ha duty cycle del 20% e valor medio pari a -6V. Il segnale viene misurato con un voltmetro a vero valore efficace con condensatore in serie: determinate il valore di lettura attesa.

Sapendo che il voltmetro ha portate pari a 1, 10, 100V ed incertezza espressa per mezzo della formula

$$\delta V = \pm(0.05\% \cdot Vletta + 0.005\% \cdot Vfs);$$

Determinate l'incertezza.

Svolgimento

$$V_m = -6\ V = 0.2\ Vp - 0.8\ Vp$$
$$Vp = 10\ V$$

Il condensatore elimina la componente continua ed il voltmetro misura il valore efficace.
La lettura attesa è pari a:

$$V_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T s^2\,(t)dt = \frac{1}{T}\left[\int_0^{0.2T} 16^2 dt + \int_{0.2T}^{T} (-4)^2 dt\right] = 64V^2$$

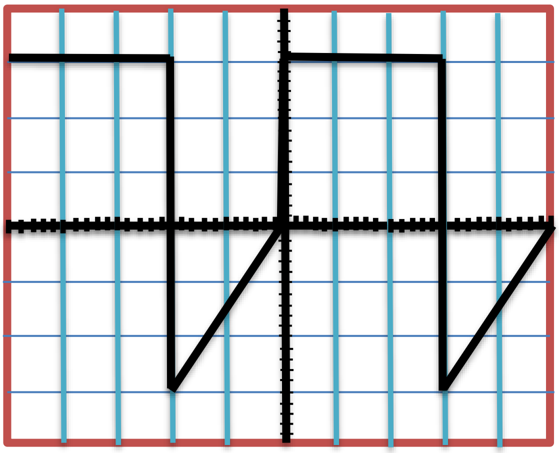
$$V_{eff} = 8\,V \rightarrow V_{fs} = 10\,V$$

$$\delta V = \pm\left(\frac{0.05}{100}\,8 + \frac{0.005}{100}\,10\right) = 4\,mV + 0.5\,mV = 4.5\,mV$$

$$V_l = (8.0000\ \pm\ 0.0045)\ \mathrm{V}$$

Esercizio 15

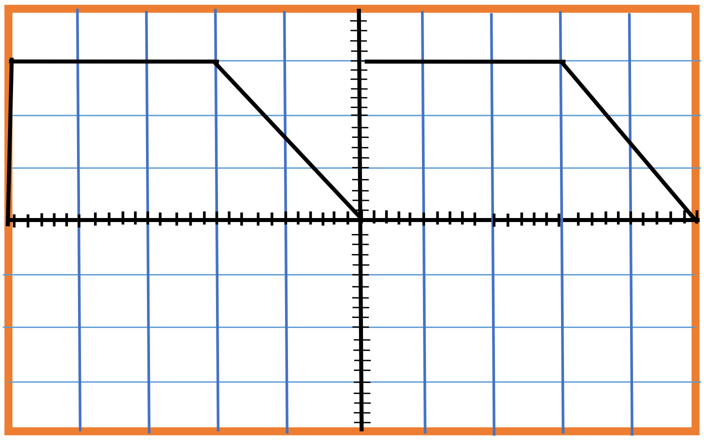
Il seguente segnale, vedi figura, (Vmax=15V, Vmin=-15V, periodo 0.5ms) è misurato per mezzo di un voltmetro a valor medio a doppia semionda senza condensatore in serie.



Sapendo che il voltmetro è di classe 2 ed ha fondo scala di 1V, 10V, 100V si determini la lettura attesa e l'incertezza strumentale.

Svolgimento

Il segnale a valle del circuito non lineare a doppia semionda è il seguente:



$$V_m = \frac{1}{T}\left[0.6\,T\cdot 15 + 0.4\,T\,15\,\frac{1}{2}\right] = 12\text{ V}$$

$$V_l = k_5\cdot V_m = 1.11\text{ x }12 = 13.3\text{ V}$$

Per un voltmetro di classe 2 e V_{fs} = 100 si ha:

$$\delta\text{V} = 2\%\text{ x }100 = 2\text{ V}$$

$$V_l = (13 \pm 2)\text{ V}$$

Esercizio 16

Il segnale periodico s(t), di frequenza f e periodo T, è descritto dall'equazione:

$$s(\mathrm{t}) = 5\sin(2\pi f t)\ per\ 0 < t \leq T/2$$

$$0\mathrm{V\ per}\ T/2 < t \leq T$$

Si disegni il segnale. Si determinino le letture attese dei seguenti voltmetri in alternata effettuate sul fondo scala più opportuno.

1. Voltmetro a valor medio a doppia semionda senza condensatore in serie, portate di 1, 2, 5, 10, 20, 50V, classe 1.
2. Voltmetro a vero valore efficace con condensatore in serie, portate 1, 10, 100V ed incertezza espressa per mezzo della formula:

$$\delta V = \pm\,(0.05\% \cdot Vletta + 0.005\% \cdot Vfs)$$

3. Voltmetro di picco con portate 1, 3, 10, 30V, classe 2 Non è richiesta di valutare l'incertezza di lettura.

Svolgimento

1. V_m del segnale s(t) è pari a $\frac{Vp}{\pi}$

Considero:

$$k_s = 1.11 \qquad V_l = \frac{Vp}{\pi} \cdot 1.11 = 1.767\ \mathrm{V}$$

$$V_{fs} = 2\ \mathrm{V} \qquad \delta\mathrm{V} = \frac{1}{100} \qquad V_{fs} = 0.02\ \mathrm{V}$$

$$V_l = (1.77 \pm 0.02)\ \mathrm{V}$$

2. La potenza del segnale s risulta:

$$P_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{Vp}{\sqrt{2}}\right)^2$$

La potenza del valor medio:

$$P_{DC} = \left(\frac{Vp}{\pi}\right)^2$$

Da cui la potenza misurata dal voltmetro risulta:

$$P_m = P_1 - P_{DC} = \frac{{V_p}^2}{4} - \frac{{V_p}^2}{\pi^2}$$

$$V_{eff} = \sqrt{P_m} = \sqrt{\frac{{V_p}^2}{4} - \frac{{V_p}^2}{\pi^2}} = 1.927\ V$$

$$\delta V = \left(\frac{0.05}{100}\ V.letta + \frac{0.005}{100}\ V_{fs}\right) = 1\ mV$$

Per $V_{fs} = 10\ V$:

$$V_l = (1.927 \pm 0.001)V$$

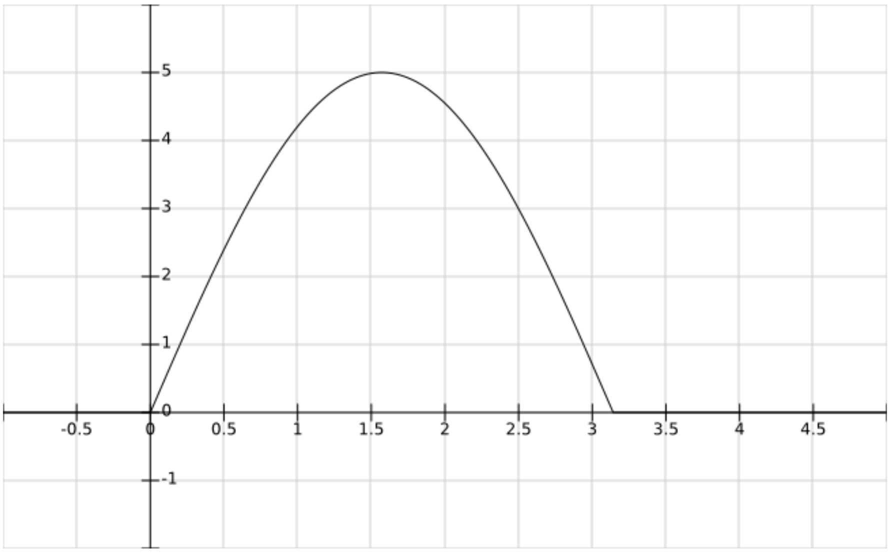
3.

$$V_l = K_s \ \ \mathrm{Vm} \ = \frac{1}{\sqrt{2}} 5 \ = \ 0.70 \ \cdot 5 = \ 3.535 \ \mathrm{V}$$

$$\delta V = \frac{2}{100} \, 10 = 0.2 \, V$$

$$V_l = \ (3.5 \pm 0.2)$$

Di seguito si riporta il grafico del segnale:



Esercizio 17

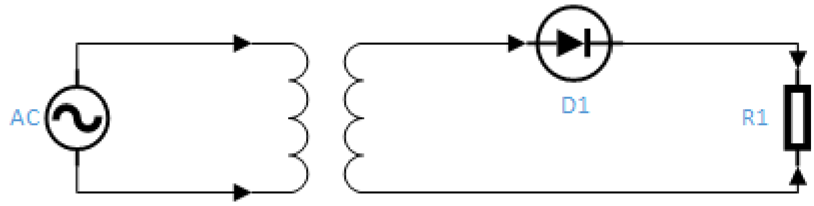
Un trasformatore con rapporto spire 220:12 riduce la tensione di rete (220V, 50Hz) a 12V nominali. Con tale trasformatore, che si suppone ideale, si alimenta un carico resistivo tramite un diodo, anch'esso ideale.

Disegnate il circuito.

Quale lettura vi aspettate di ottenere con un voltmetro a valor medio, doppia semionda, senza condensatore in serie, connesso ai capi del carico resistivo?

Ammettendo che il voltmetro sia di classe 1.5 con fondo scala di 10V determinare l'incertezza di misura (si ipotizzi che sia nullo in contributo di incertezza dovuto alla lettura).

Svolgimento



$$V_m = \frac{Vp}{\pi}$$

$$V_l \ = k_s Vm = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{12\sqrt{2}}{\pi} = \ 6 \text{ V}$$

Calcolo l'incertezza:

$$\delta V \ = \frac{1.5}{100} \ 10 = 0.15 \ V$$

$$V_l = \ (6.00 \pm 0.15) \text{ V}$$

Esercizio 18

La potenza P irradiata da un corpo nero alla temperatura termodinamica T è data dall'equazione:

$$P = \sigma T^4 A$$

dove A è l'area del corpo nero e $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ Wm^{-2}K^{-4}$ è la costante di Stefan-Boltzmann (si supponga priva di incertezza).

Un corpo nero di area di $1cm^2$ irradia 15W. Determinarne la temperatura.

Ammettendo che l'area sia stata misurata con incertezza di 10−2 e che la potenza sia nota con incertezza di 500 mW con quale incertezza assoluta si ricava la temperatura?

Svolgimento

$$\mathrm{P} = \sigma T^4 A$$

Dati:

A = 1 cm^2 $\quad \frac{\delta A}{A} = 10^{-2}$

P = 15 W $\quad \delta \mathrm{P} = 500\ \mathrm{mW}$

$$\mathrm{T} = \left({}^{P}\!/_{6A}\right)^{1/4}$$

Si ottiene:

$$T = 1275\ K$$

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{1}{4}\left[\frac{0.5}{15} + 10^{-2}\right] = 0.011 = 1.1\%$$

$$\delta T = 1275 \times 0.011 = 14\ K$$

$$T = (1275 \pm 14)\ K$$

Esercizio 19

Un fasore di un'impedenza ha parte reale ReZ = (120 ± 5)W e parte immaginaria Im Z = (65 ± 5)W.

Determinare il modulo di Z. Si determini l'incertezza del modulo di Z utilizzando sia il metodo deterministico che il metodo probabilistico per il calcolo della propagazione dell'incertezza.

Soluzione

Dati:

$$\mathrm{Re}\,(\mathrm{Z}) \;=\; (120 \pm 5)\;\Omega \;=\; (\mathrm{a} \pm\; \delta a)\;\Omega$$
$$\mathrm{Im}\,(\mathrm{Z}) \;=\; (65 \pm 5)\;\Omega \;=\; (\mathrm{b} \pm \delta b)\;\Omega$$

1.

$$|Z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{120^2 + 65^2} = 136\;\Omega$$

2. Relativamente al calcolo dell'incertezza con il metodo deterministico si ha:

$$\delta|Z| = \left|\frac{\partial|Z|}{\partial a}\right|\delta a + \left|\frac{\partial|z|}{\partial b}\right|\;\delta b = \frac{a}{|Z|}\;\delta a + \frac{b}{|Z|}\;\delta b$$
$$\delta|Z| = \frac{120}{136}\;5 + \frac{65}{136}\;5 = 7\;\Omega$$
$$\frac{\delta|Z|}{Z} = \frac{7}{136} = 5\%$$

3. Mentre con quello probabilistico:

$$\delta|Z| = \sqrt{\left(\frac{\partial|Z|}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial|Z|}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2}$$
$$= \sqrt{\left(\frac{120}{136}\right)^2 \cdot 5^2 + \left(\frac{65}{136}\right)^2 \cdot 5^2} = \frac{5}{136}\sqrt{120^2 + 65^2} = 5\;\Omega$$

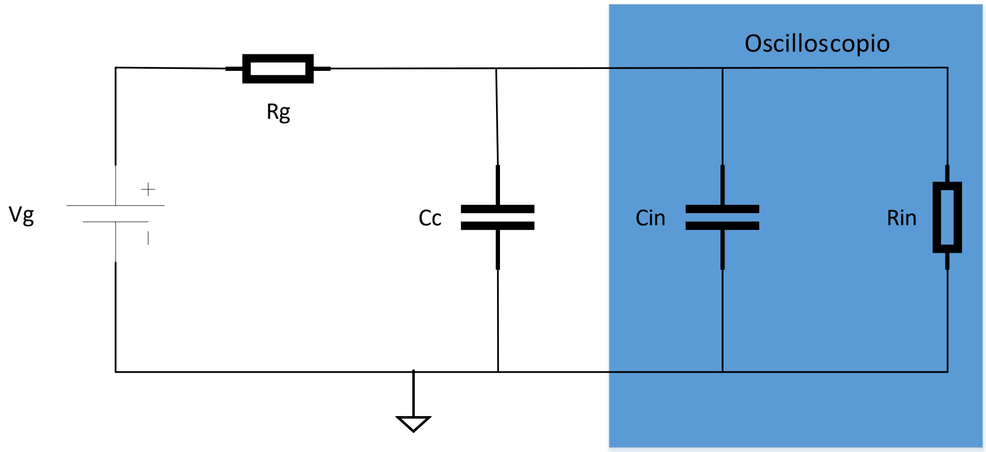
$$\frac{\delta|Z|}{Z} = \frac{5}{136} = 4\%$$

Esercizio 20

Un oscilloscopio (BW=200MHz, Rin=1MΩ, Cin=15pF) è collegato ad un generatore di segnali sinusoidali (Rg=50Ω) per mezzo di un cavo di lunghezza L e capacità per unità di lunghezza pari a 100pF/m.
Disegnate il circuito composto dal generatore di segnali, il cavo ed il circuito equivalente di ingresso dell'oscilloscopio.
Determinare la lunghezza del cavo che permetta di ottenere una larghezza di banda di almeno 50MHz senza dover ricorrere alla sonda compensata.

Svolgimento

$K_c = 100\ {}^{pF}/_{m} \qquad C_c = 100\ {}^{pF}/_{m} * \mathrm{L}$



Dalla teoria si ha che la frequenza di taglio del circuito è:

$$f_T = \frac{1}{2\pi(R_g \oplus R_{in})(C_c + C_{in})} \cong \frac{1}{2\pi Rg(K_c L + C_{in})}$$

Poiché f_T deve essere almeno 50 MHz

$$K_c L = 64 - 15 = 49\ pF$$

$$\mathrm{L} = \frac{49\ pF}{100\ {}^{pF}/_{m}} \cong 0.5m$$

Il cavo deve essere al più di 0.5 m.

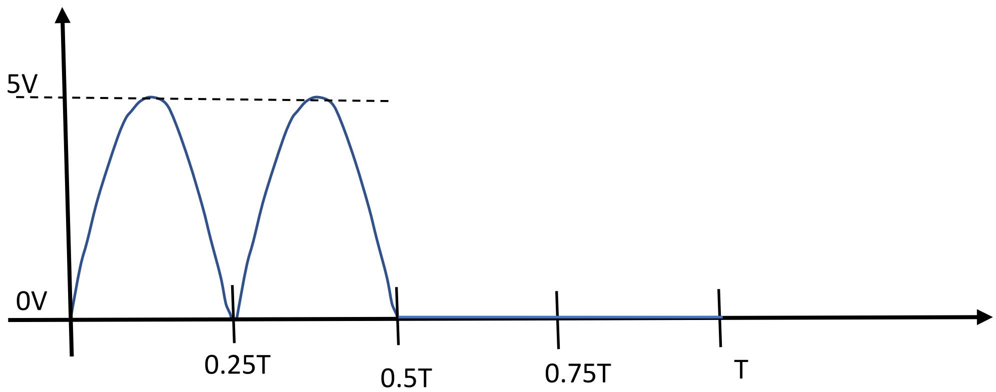
Esercizio 21

Il segnale periodico indicato in figura è compreso fra 0V e 5V ed è composto da due tratti di segnale sinusoidale per metà periodo. Il segnale è nullo fra T/2 e T (v. figura). Si hanno a disposizione i seguenti voltmetri:

1. Volmetro a singola semionda, classe 1 e fondo scala a disposizione di 1V, 10V e 30V
2. Volmetro a vero valore efficace (senza condensatore in serie) con incertezza espressa come $dV=\pm\ (0.05\%V_{letto}+0.01\%V_{fs})$ e fondo scala a disposizione di 3V e 10V

Per ciascun voltmetro si determini la lettura attesa e l'incertezza di misura.

Determinare inoltre la lettura attesa del voltmetro al punto (2) nel caso in cui venga inserito, tra segnale e voltmetro, un condensatore in serie.



Svolgimento

1. Per il voltmetro a singola semionda si ha:

$$V_m = \frac{V_p}{\pi}$$

$$V_l = \frac{V_p}{\pi}\frac{\pi}{\sqrt{2}} = 3.53\ V$$

$$\delta V_l = 1\% * 10V = 0.1V$$

$$V_l = (3.5 \pm 0.1)V$$

2. Per il voltmetro a vero valore efficace:

$$V_l = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{{V_p}^2}{2}} = 2.5V$$

$$\delta V_l = \left(\frac{0.05}{100}\ V_l + \frac{0.01}{100}\ V_{fs}\right) =$$
$$1.2mV + 0.3mV = 1.5mV$$

$$V_l = (2.5000 \pm 0.0015)V$$

3. Se si aggiunge il condensatore in serie:

$$V_l = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{{V_p}^2}{2} - \frac{{V_p}^2}{\pi^2}} = 0.38V_p = 1.9279V$$

$$\delta V_l = 1.3mV$$

$$V_l = (1.9279 \pm 0.0013)V$$

Esercizio 22

Avete misurato una resistenza R con metodo voltamperometrico. Gli strumenti utilizzati hanno fornito i seguenti valori: V_R=5.1234567V, I_R=9.87654321mA.

Lo strumento utilizzato è stato tarato da più di un anno. Determinare:

1. δV_R
2. δI_R
3. V_R ed I_R
4. R e δR
5. Quanto vale la resistenza introdotta dall'amperometro nel corso della misura?

■ DC Characteristics

Accuracy Specifications ± (% of reading + % of range) [1]

Function	Range [3]	Test Current or Burden Voltage	24 Hour [2] 23°C ± 1°C	90 Day 23°C ± 5°C	1 Year 23°C ± 5°C	Temperature Coefficient /°C 0°C – 18°C 28°C – 55°C
DC Voltage	100.0000 mV		0.0030 + 0.0030	0.0040 + 0.0035	0.0050 + 0.0035	0.0005 + 0.0005
	1.000000 V		0.0020 + 0.0006	0.0030 + 0.0007	0.0040 + 0.0007	0.0005 + 0.0001
	10.00000 V		0.0015 + 0.0004	0.0020 + 0.0005	0.0035 + 0.0005	0.0005 + 0.0001
	100.0000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0006	0.0045 + 0.0006	0.0005 + 0.0001
	1000.000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0010	0.0045 + 0.0010	0.0005 + 0.0001
DC Current	10.00000 mA	< 0.1 V	0.005 + 0.010	0.030 + 0.020	0.050 + 0.020	0.002 + 0.0020
	100.0000 mA	< 0.6 V	0.01 + 0.004	0.030 + 0.005	0.050 + 0.005	0.002 + 0.0005
	1.000000 A	< 1 V	0.05 + 0.006	0.080 + 0.010	0.100 + 0.010	0.005 + 0.0010
	3.000000 A	< 2 V	0.10 + 0.020	0.120 + 0.020	0.120 + 0.020	0.005 + 0.0020

Svolgimento

1.

$$\delta V_R = \left(\frac{0.0035}{100} V_R + \frac{0.0005}{100} V_{fs}\right) = 0.18mV + 0.05mV = 0.23mV$$

2.

$$\delta I_R = \left(\frac{0.050}{100} V_R + \frac{0.005}{100} I_{fs}\right) = 4.9\ \mu A + 2\mu A = 6.9\mu A$$

3.

$$V_R = (5.12345\ \pm 0.00023)V \qquad \varepsilon_V = 4.5 * 10^{-5}$$

$$I_R = (9.87654\ \pm 0.0068)mA \qquad \varepsilon_I = 7 * 10^{-4}$$

4.

$$R = \frac{5.1234V}{9.8765\ mA} = 518.746\Omega$$

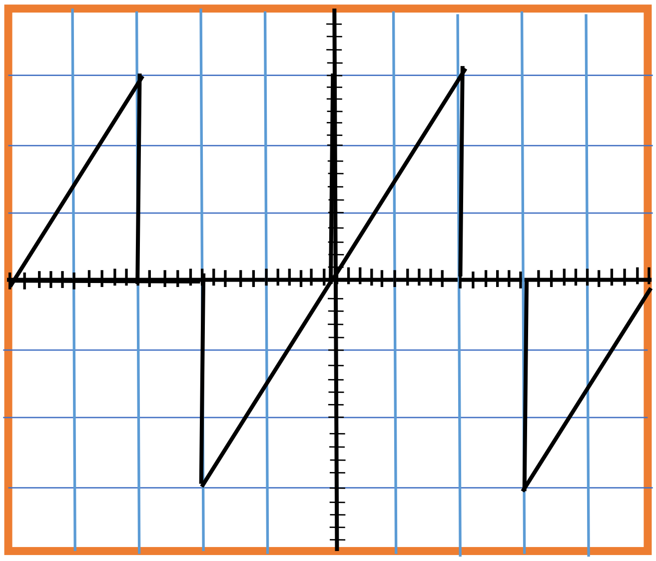
$$\delta R = R\ (4.5 * 10^{-5} + 7 * 10^{-4}) = 0.39\Omega$$

$$R = (518.75 \pm 0.39)\Omega$$

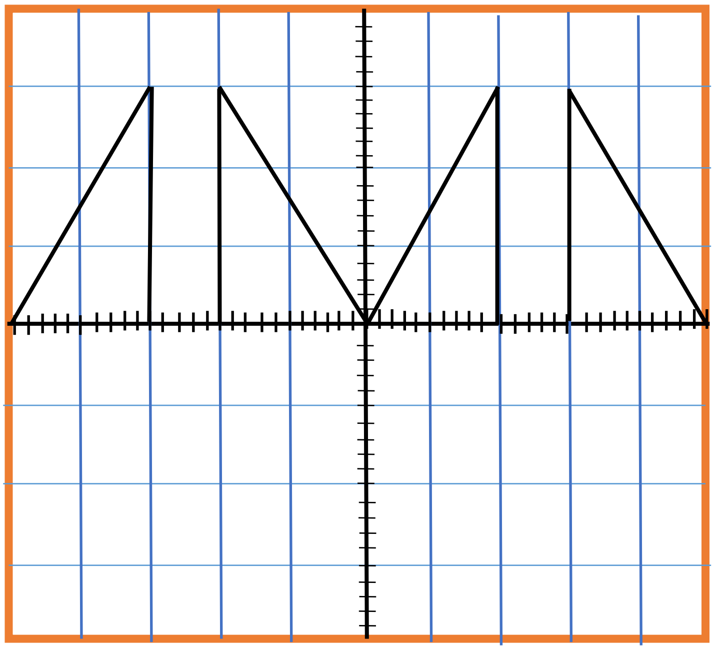
5. Per I_{fs} pari a 10 mA R_A inferiore a 10 Ω $\quad R_A < \frac{0.1}{10^{-2}}\Omega$

Esercizio 23

Il seguente segnale (V_{max}=3V, V_{min}=-3V, periodo 0.5ms) è misurato per mezzo di un voltmetro a valor medio a doppia semionda senza condensatore in serie. Il voltmetro è tarato in valore efficace per segnali sinusoidali. Sapendo che il voltmetro è di classe 2 ed ha fondo scala di 3V, 10V, 30V si determini la lettura attesa e l’incertezza strumentale.



Svolgimento



$$V_m = \frac{4}{5}\frac{3V}{2} + \frac{1}{5}0V = 1.2V$$

$$V_l = 1.11V_m = 1.33\ V \qquad \delta V_l = 2\% * 3V = 0.06V$$

$$V_l = (1.33 \pm 0.06)V$$

Esercizio 24
Un tubo a raggi catodici presenta un potenziale di accelerazione di 2kV. La distanza tra le placchette di deflessione è pari a 1cm, la lunghezza delle placchette di deflessione è 2cm mentre la distanza delle placchette dallo schermo è di 20cm.

1. Determinare la sensibilità del tubo a raggi catodici
2. Determinare il guadagno dell'amplificatore che pilota le placchette di deflessione affinché si abbia uno spostamento del fascio di elettroni di 10mm quando viene applicata una tensione in ingresso all'oscilloscopio di 2mV

Svolgimento

1.

$$S = \frac{1}{2}\frac{lL}{dV_a} = \frac{1}{2}\frac{2\ cm * 20\ cm}{1cm * 2kV} = 100\ \frac{\mu m}{V}$$

2.

$$S_f = AS = \frac{10mm}{2mV} = 5\frac{m}{V}$$

$$A = \frac{5\ {}^{m}/_{V}}{10^{-4}\ {}^{m}/_{V}} = 50000$$

$$G = 100\ dB - 6dB = 94dB$$

Esercizio 25
Un segnale periodico ad onda quadra (tra 0V e 5V) ha duty cycle compreso fra 0% e 100%. Si hanno a disposizione i seguenti voltmetri:

1. Volmetro a singola semionda
2. Volmetro di picco
3. Voltmetro a vero valore efficace

Per ciascun voltmetro si determini la relazione che lega la lettura attesa ed il duty cycle.

Svolgimento

1. Per il voltmetro a singola semionda:

$$V_m = \frac{1}{T}\int_0^T s\,(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^{T_1} 5\,dt = \frac{1}{T}\,T_1 5V = DC * 5V$$

$$V_l = 2.22V_m = DC * 11\ V$$

2. Per il voltmetro di picco:

$$V_l = \max\big(s(t)\big)\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Per DC>0 :

$$V_l = \frac{1}{\sqrt{2}}5V$$

Per DC=0:

$$V_l = 0V$$

3. Per il voltmetro a vero valore efficace:

$$V_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_0^{T_1} s^2\,(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^{T_1} 5^2 dt = DC^2 * 25V^2$$

$$V_{eff} = \sqrt{DC} * 5V$$

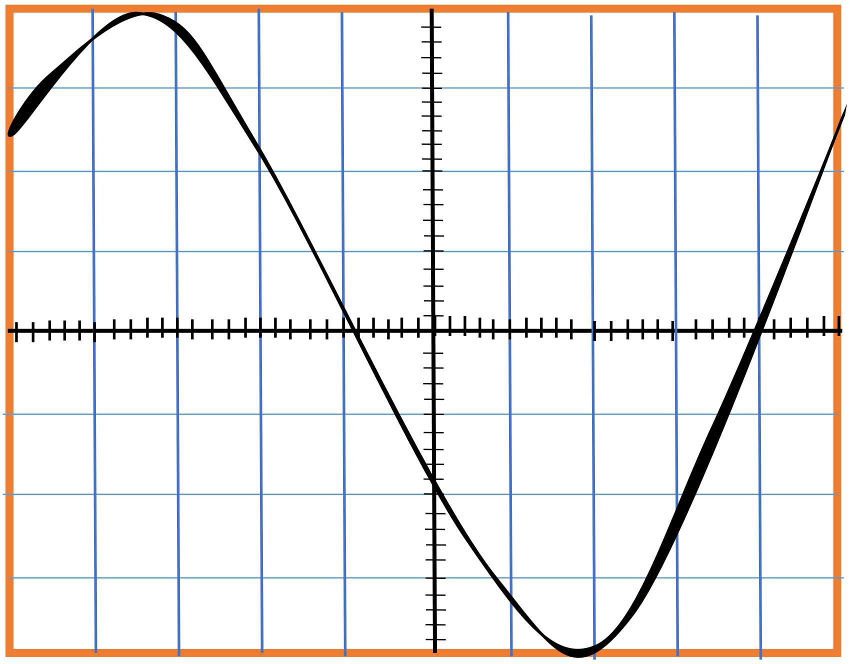
Esercizio 26

Un segnale sinusoidale ha ampiezza pari a 10V e frequenza di 10kHz. Si è scelto di rappresentare sullo schermo un unico periodo del segnale a partire dal valore di fase pari a 60°. Riguardo l'ampiezza il segnale deve occupare verticalmente 4 divisioni.

1) Definire i parametri dell'oscilloscopio (TL, Slope, Sens. Orizz., Sens. Vert.)per ottenere l'immagine richiesta.

Disegnare l'andamento del segnale in base al punto precedente

Svolgimento



Il trigger level è il valore di tensione che attiva la visualizzazione a schermo, ovvero il valore iniziale assunto dal segnale:

$$TL = 10V sin(60°) = 8.66V$$

Per come è stato disegnato il segnale lo slope è positivo.

Relativamente alle sensibilità si ha:

$$S_o = 10\frac{\mu s}{div}$$

$$S_v = 2.5\frac{V}{div}$$

Nel caso in cui si volesse visualizzare il segnale in 4 divisioni totali picco picco avremmo bisogno di una sensibilità verticale doppia.

Esercizio 27
Volete misurare una tensione di 3.3131415V con un voltmetro in continua le cui caratteristiche sono le seguenti:

TECHNICAL DATA PM2618/02/12 — **ZERO SET for all operating modes except LOGIC**

Function	Ranges	Resolution	Accuracy ± (% reading + % range)	Input	Response time	Overload protection	Scale length (digits)
V⎓	1 V 10 V 100 V 1000 V	100 μV 1 mV 10 mV 100 mV	0,07 + 0,02 0,07 + 0,02 0,07 + 0,02 0,1 + 0,02	10 MΩ	Manual < 1 s Auto < 1,5 s	1000 V rms	11000 Bleeper

Si chiede di indicare:

1. quale fondo scala scegliete;
2. quanto vale l'incertezza;
3. quanto vale la lettura ottenuta indicando le cifre significative;
4. quanto vale la resistenza di ingresso del voltmetro.

Svolgimento

1.

$$V_{fs} = 10\ V$$

2.

$$\delta V_l = \left(\frac{0.035}{100}\ V_l + \frac{0.005}{100}\ V_{fs}\right) =$$

$$2.2mV + 2mV = 4.2mV$$

3.

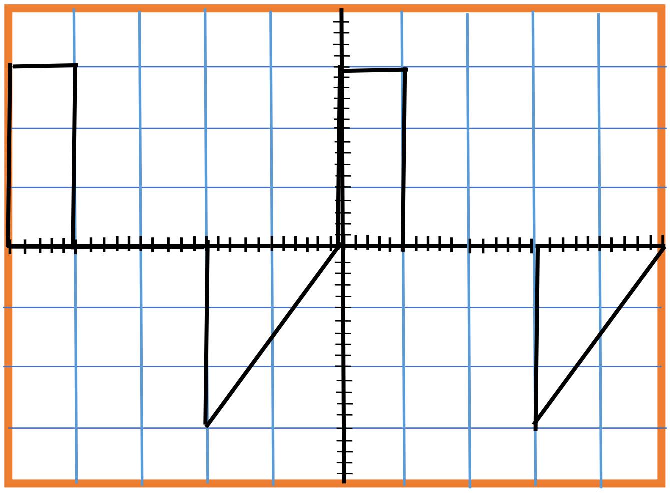
$$V_l = (3.3131 \pm 0.0042)V$$

4.

$$R_{in} = 10\ M\Omega$$

Esercizio 28

Il seguente segnale (V_{max}=15V, V_{min}=-15V, periodo 0.5ms) è misurato per mezzo di un voltmetro a valor medio a doppia semionda senza condensatore in serie. Il voltmetro è tarato in valore efficace per segnali sinusoidali. Sapendo che il voltmetro è di classe 1 ed ha fondo scala di 1V, 10V, 100V si determini la lettura attesa e l'incertezza strumentale.



Svolgimento

Considerando il voltmetro a **doppia semionda:**

$$V_m = \frac{1}{T}\left(\frac{1}{5}T * 15V \ + \frac{2}{5}T * \frac{15V}{2}\right) = 6V$$

$$V_l = 1.11V_m = 6.66V$$

$$\delta V_l = 1\% V_{fs} = 0.1V$$

$$V_l = (6.7V \pm 0.1)V$$