Teoria dei Segnali - Esercitazione 8
Processi casuali.

Esercizio 1

Dato un processo casuale stazionario $X(t) = A + \cos(2\pi t + \phi)$, dove A e ϕ sono due variabili casuali statisticamente indipendenti, che variano da realizzazione a realizzazione, con distribuzione uniforme negli intervalli
$1 \leq A \leq 3$, e $-\pi \leq \phi \leq +\pi$, rispettivamente.

1. Determinare se il processo è ergodico
2. Determinare la densità spettrale di potenza del processo
3. Determinare la potenza del processo $Y(t)$ ottenuto filtrando il processo $X(t)$ con un filtro con funzione di trasferimento $H(f) = \frac{1}{1+j2\pi f}$

Esercizio 2

Il processo casuale stazionario $X(t)$ è noto statisticamente. Determinare la funzione di autocorrelazione e la densità spettrale di potenza del processo casuale:

$$Y(t) = X(t) - X(t - t_0)$$

Se il processo $X(t)$ è gaussiano con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = p_4(f) + \eta_x \delta(f)$$

determinare la densità spettrale del processo $Y(t)$ con $t_0 = 1/4$.

Esercizio 3

Un rumore gaussiano $n(t)$ con densità spettrale di potenza $S_n(f) = \frac{N_0}{2}$ per $|f| < B$ passa attraverso un sistema lineare con risposta all'impulso $h(t) = \delta(t) + 0.5\delta(t - T)$. Il segnale in uscita passa attraverso un sistema non lineare che ne fa il quadrato. Calcolare il valor medio dell'uscita, nel caso $B = 3/4T$.

Esercizio 4

Si consideri un processo casuale $X(t) = \xi + \cos(2\pi f_o t + \theta)$, dove ξ è una variabile casuale discreta che assume i due valori ± 1 con uguale probabilità, e θ è una variabile casuale indipendente da ξ distribuita uniformemente nell'intervallo $[-\pi; +\pi]$. Calcolare $E\{X^2(t)\}$.

Esercizio 5

Un processo casuale $n(t)$ WSS ha una densità di probabilità del primo ordine uniforme nell'intervallo $[-A;+A]$ e spettro di potenza $S_n(f) = \frac{N_0}{2} p_{2B}(f)$. Ricavare la relazione che lega A, B e N_0.

Esercizio 6

Dato il processo casuale $X(t)$ stazionario con valor medio nullo, potenza 10 e densità spettrale di potenza triangolare nella banda $-5Hz \leq f \leq +5Hz$, determinare T_c in modo che i campioni $X(nT_c)$, ottenuti campionando $X(t)$ con passo T_c risultino incorrelati.
Il segnale $X(t)$ entra in un filtro ideale passa-basso con guadagno A e frequenza di taglio $f_0 = 2.5Hz$. Calcolare il valor quadratico medio del segnale in uscita.

Esercizio 7

Sia $x(t)$ un processo casuale Gaussiano stazionario con funzione di autocorrelazione

$$R_x(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{T} & \text{per } |\tau| < T \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Si consideri il processo $y(t) = x(t) + x(t - T)$, dove $T > 0$ è un ritardo fisso. Calcolare valor medio e varianza di $y(t)$.