Teoria dei Segnali - Esercitazione 7 Teorema del campionamento.

Esercizio 1

Con il termine frequenza di Nyquist si indica la minima frequenza di campionamento necessaria per la ricostruzione di un segnale analogico senza aliasing. Calcolare la frequenza di Nyquist f_N dei seguenti segnali analogici:

a)
$$x(t) = 1 + \cos(2000\pi t) + \sin(4000\pi t)$$

b)
$$x(t) = \frac{\sin(4000\pi t)}{\pi t}$$

c)
$$x(t) = \left(\frac{\sin(4000\pi t)}{\pi t}\right)^2$$

Esercizio 2

Si consideri un segnale x(t) reale e pari, con banda B=1 kHz. Si costruisca il segnale $y(t) = 2x(t)\cos^2(2\pi f_x t)$, dove $f_x=5$ kHz. Qual è la minima frequenza di campionamento necessaria per campionare y(t)?

Si supponga di campionare y(t) con una frequenza di campionamento uguale a 8 kHz e di ricostruire un segnale analogico con la nota operazione di filtraggio, utilizzando un filtro ideale con funzione di trasferimento H(f) = 1, per |f| < 4 kHz e nulla altrove. Valutare il segnale ricostruito z(t) in funzione del tempo, mettendone in evidenza la dipendenza da x(t).

Esercizio 3

Il segnale $s(t) = 2f_0 \mathrm{sinc}^2(f_0 t) \cos(6\pi f_0 t)$ viene campionato idealmente con passo di campionamento $T_c = \frac{1}{4f_0}$, e viene successivamente filtrato con un filtro passa basso ideale avente banda $[-2f_0; +2f_0]$. Calcolare l'espressione analitica del segnale in uscita dal filtro.

Esercizio 4

Il segnale x(t) con banda B_x è campionato ogni T_s secondi ed il seguente segnale:

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \operatorname{tri}(t - nT_s)$$

è generato, dove:

$$\operatorname{tri}(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{T_s} & \operatorname{per}|t| < T_s \\ 0 & \operatorname{altrimenti} \end{cases}$$

Teoria dei Segnali - Esercitazione 7 Teorema del campionamento.

Questo tipo di campionamento è detto first-order sampling.

- Trovare la trasformata di Fourier di $x_p(t)$
- Sotto quali condizioni è possibile ricostruire il segnale analogico x(t) a partire da $x_p(t)$?
- Determinare il filtro che consenta la ricostruzione perfetta del segnale x(t) a partire dal segnale $x_p(t)$.

Esercizio 5

Il segnale x(t) con banda B_x è campionato alla frequenza di Nyquist $1/T_s$. In seguito si genera il seguente segnale:

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n x(nT_s)\delta(t - nT_s)$$

- Trovare la trasformata di Fourier di $x_p(t)$
- È possibile ricostruire x(t) partendo da $x_p(t)$, utilizzando un sistema LTI?

Esercizio 6

Si consideri il segnale s(t) di tipo passabasso con banda B=50Hz; tale segnale viene campionato senza perdita alla minima frequenza di campionamento $f_{c,min}$, dando luogo ad una serie di campioni:

$$s(nT_c) = \begin{cases} -1 & n = -2, -1 \\ +1 & n = +1, +2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Determinare il valore del segnale nell'istante t = 0.005s.

Esercizio 7

Il segnale sinusoidale $x(t) = 2\sin(2\pi f_0 t)$ con $f_0 = 3$ kHz viene campionato senza perdite e quantizzato usando un quantizzatore uniforme a 256 livelli, seguito da un codificatore alla cui uscita è presente un flusso di bit. Quale è la minima velocità $R_{b:min}$ di generazione dei bit?