Elaborazione dei Segnali

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

Lezione 6

Proprietà della DFT

Convoluzione circolare

DFT come realizzazione pratica della DTFT

A.A. 2023-2024

Proprietà della DFT

Osservazioni

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- La DFT possiede proprietà simili a quelle della DTFT (con dimostrazioni analoghe)
  - Le proprietà della DTFT posso essere applicate alla DFT, sostituendo f con k/N e considerando le estensioni periodiche delle sequenze (nel tempo e in frequenza).
- Per riferire le proprietà alle sequenze di lunghezza finita occorre introdurre l'operatore di «modulo» e «ritardo circolare».
- Per applicare le proprietà a sequenze di lunghezza differente occorre allungare la sequenza più corta con coefficienti nulli

Tabella proprietà DFT

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

Proprietà	x(n),y(n): N campioni	DFT X(k)
Linearità	$a_1 x(n) + a_2 y(n)$	$a_1 X(k) + a_2 Y(k)$
Ritardo	$x\left(\left\|n - N_0\right\|_N\right)$	$X(k) e^{-j2\pi \frac{k}{N} N_0}$
Modulazione	$e^{j2\pi \frac{k_0}{N} n} x(n)$	$X\left(\left\|k - k_0\right\|_N\right)$
Convoluzione circolare	$\sum_{p=0}^{N-1} x(p) y\left(\left\|n - p\right\|_N\right)$	$X(k) \cdot Y(k)$
Prodotto	$x(n) \cdot y(n)$	$\frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} X(p) Y\left(\left\|k - p\right\|_N\right)$
Teorema di Parseval	$\sum_{n=0}^{N-1} \left\|x(n)\right\|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left\|X(k)\right\|^2$	

Operazioni di modulo e ritardo

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- **MODULO** $|k|_N = k \bmod N$
  - È un numero compreso 0 e N-1

$$|5|_{16} = 5$$
$$|21|_{16} = 5$$
$$|-13|_{16} = 3$$

- **RITARDO (CIRCOLARE)** $x\left(|n-N_0|_N\right)$
  - Si genera la sequenza periodicizzata $\bar{x}(n)$
  - Si applica il ritardo di N_0 campioni a $\bar{x}(n)$
  - $x\left(|n-N_0|_N\right) = \bar{x}(n-N_0) \qquad n \in [0, N-1]$

Estensione periodica della sequenza *x(n)*

Convoluzione circolare

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- E' analoga alla convoluzione lineare ma:
  - Il risultato deve essere una sequenza composta da *N* campioni
  - Deve essere considerata come applicata a due sequenze periodiche di periodo *N*

$$\boxed{\bar{z}_{cc}(n) = \sum_{p=0}^{N-1} \bar{x}(p)\bar{y}(n-p)}$$

- $\bar{z}_{cc}(n)$ è una sequenza periodica di periodo *N*:

$$\bar{z}_{cc}(n+N) = \sum_{p=0}^{N-1} \bar{x}(p)\bar{y}(n+N-p) = \sum_{p=0}^{N-1} \bar{x}(p)\bar{y}(n-p) = \bar{z}_{cc}(n)$$

  - $z_{cc}(n)$ è composta solamente dai campioni nell'intervallo $n \in [0, N-1]$

Convoluzione circolare

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- La convoluzione circolare può anche essere scritta come:

$$\boxed{z_{cc}(n) = x(n) \otimes y(n) = \sum_{p=0}^{N-1} x(p)\, y\left(\left.n-p\right|_N\right) \qquad n \in [0, N-1]}$$

- Proprietà: operatore commutativo

$$x(n) \otimes y(n) = \sum_{p=0}^{N-1} \bar{x}(p)\,\bar{y}(n-p)$$

$$y(n) \otimes x(n) = \sum_{p=0}^{N-1} \bar{y}(p)\,\bar{x}(n-p) = \sum_{k=0}^{N-1} \bar{y}(n-k)\,\bar{x}(k) = x(n) \otimes y(n)$$

Esempio 1

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- Calcolare la convoluzione lineare e circolare tra le sequenze:

$$x(n)=\{\underline{1},0,2,3\} \qquad y(n)=\{\underline{1},2,2\}$$

- **Convoluzione lineare**:

Nota: per la convoluzione lineare su sequenze discrete e finite si devono "graficamente" aggiungere un numero sufficiente di zeri prima e dopo la sequenza di partenza

$$z(n)=x(n)*y(n)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x(k)y(n-k)$$

$$x(k)=\{0,0,\underline{1},0,2,3,0,0\}$$

$$z(0)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x(k)y(-k)=1 \qquad y(-k)=\{2,2,\underline{1},0,0,0,0,0\}$$

$$z(1)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x(k)y(1-k)=2 \qquad y(1-k)=\{0,2,\underline{2},1,0,0,0,0\}$$

Esempio 1

POLITECNICO
DI TORINO
Dipartimento
di Elettronica
e Telecomunicazioni

$$x(k) = \{0,0,\underline{1},0,2,3,0,0\}$$

$$z(2) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\,y(1-k) = 4 \qquad y(2-k) = \{0,0,\underline{2},2,1,0,0,0\}$$

$$z(3) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\,y(-k) = 7 \qquad y(3-k) = \{0,0,\underline{0},2,2,1,0,0\}$$

$$z(4) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\,y(1-k) = 10 \qquad y(4-k) = \{0,0,\underline{0},0,2,2,1,0\}$$

$$z(5) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\,y(1-k) = 6 \qquad y(5-k) = \{0,0,\underline{0},0,0,2,2,1\}$$

$$z(n) = \{\underline{1},2,4,7,10,6\}$$

Esempio 1

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- Convoluzione circolare:

$$x(n)=\{\underline{1},0,2,3\} \qquad y(n)=\{\underline{1},2,2\}$$

$$z_{cc}(n)=x(n)\otimes y(n)=\sum_{p=0}^{N-1}x(p)y\left(|n-p|_N\right) \qquad n\in[0,N-1]$$

$$z_{cc}(0)=\sum_{p=0}^{3}x(p)y\left(|-p|_4\right)=x(0)y(0)+x(1)y(3)+x(2)y(2)+x(3)y(1)=$$

$$=1+0+4+6=11$$

$$z_{cc}(1)=\sum_{p=0}^{3}x(p)y\left(|1-p|_4\right)=x(0)y(1)+x(1)y(0)+x(2)y(3)+x(3)y(2)=$$

$$=2+0+0+6=8$$

Esempio 1

$$x(n) = \{\underline{1}, 0, 2, 3\} \qquad y(n) = \{\underline{1}, 2, 2\}$$

$$z_{cc}(2) = \sum_{p=0}^{3} x(p)\, y\left(\left|2-p\right|_4\right) = x(0)\,y(2) + x(1)\,y(1) + x(2)\,y(0) + x(3)\,y(3) =$$

$$= 2 + 0 + 2 + 0 = 4$$

$$z_{cc}(3) = \sum_{p=0}^{3} x(p)\, y\left(\left|3-p\right|_4\right) = x(0)\,y(3) + x(1)\,y(2) + x(2)\,y(1) + x(3)\,y(0) =$$

$$= 0 + 0 + 4 + 3 = 7$$

$$z_{cc}(n) = \{\underline{11}, 8, 4, 7\}$$

Nota: il risultato ottenuto è completamente diverso rispetto a quello relativo alla convoluzione lineare (vedi esempio precedente)

Osservazione

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- La convoluzione circolare si può rappresentare con un prodotto matrice per vettore:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} y(0) & y(3) & y(2) & y(1) \\ y(1) & y(0) & y(3) & y(2) \\ y(2) & y(1) & y(0) & y(3) \\ y(3) & y(2) & y(1) & y(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ x(3) \end{bmatrix}$$

- La matrice è di tipo “circolante”: si può ottenere con una rotazione ciclica degli elementi della prima colonna.

Il risultato dipende da N

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

$$x(n)=\{\underline{1},0,2,3\} \qquad y(n)=\{\underline{1},2,2,0\}$$

$$\mathbf{z}=\begin{bmatrix}1&0&2&2\\2&1&0&2\\2&2&1&0\\0&2&2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\\2\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}11\\8\\4\\7\end{bmatrix}$$

$$x(n)=\{\underline{1},0,2,3,0\} \qquad y(n)=\{\underline{1},2,2,0,0\}$$

$$\mathbf{z}=\begin{bmatrix}1&0&0&2&2\\2&1&0&0&2\\2&2&1&0&0\\0&2&2&1&0\\0&0&2&2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\\2\\3\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\2\\5\\7\\10\end{bmatrix}$$

$$x(n)=\{\underline{1},0,2,3,0,0\} \qquad y(n)=\{\underline{1},2,2,0,0,0\}$$

$$\mathbf{z}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&2&2\\2&1&0&0&0&2\\2&2&1&0&0&0\\0&2&2&1&0&0\\0&0&2&2&1&0\\0&0&0&2&2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\\2\\3\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\2\\4\\7\\10\\6\end{bmatrix}$$

$$x(n)=\{\underline{1},0,2,3,0,0,0\} \qquad y(n)=\{\underline{1},2,2,0,0,0,0\}$$

$$\mathbf{z}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&2&2\\2&1&0&0&0&0&2\\2&2&1&0&0&0&0\\0&2&2&1&0&0&0\\0&0&2&2&1&0&0\\0&0&0&2&2&1&0\\0&0&0&0&2&2&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\\2\\3\\0\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\2\\4\\7\\10\\6\\0\end{bmatrix}$$

Osservazioni

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- La convoluzione lineare tra due sequenze *x(n)* e *y(n)*, di durata finita N_x e N_y, fornisce una sequenza *y(n)* di durata pari a $N_z=N_x+N_y-1$ campioni.
- In generale, il risultato della convoluzione circolare non coincide con il risultato della convoluzione lineare.
- La convoluzione circolare coincide con la convoluzione lineare se si aggiunge un numero opportuno di zeri al termine delle sequenze, in modo da ottenere una lunghezza pari al supporto della convoluzione lineare (N_z):

$$x_z(n)=\begin{cases} x(n) & \forall n\in[0,N_x-1] \\ 0 & \forall n\in[N_x,N_z-1] \end{cases} \qquad y_z(n)=\begin{cases} y(n) & \forall n\in[0,N_y-1] \\ 0 & \forall n\in[N_y,N_z-1] \end{cases}$$

Proprietà di simmetria della DFT

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

Segnale $x(n) \in R$	**DFT $X(k)$**
$x(n)$	$X(k) = X_R(k) + j\,X_I(k)$
$x(n)$	$X(k) = X^*\left(\lvert -k \rvert_N\right)$
$x(n)$	$\lvert X(k) \rvert = \left\lvert X\left(\lvert -k \rvert_N\right)\right\rvert$
$x(n)$	$\varphi(X(k)) = -\varphi\left(X\left(\lvert -k \rvert_N\right)\right)$
$x(n)$ pari	$X(k) = X_R(k)$
$x(n)$ dispari	$X(k) = j\,X_I(k)$

DFT come realizzazione pratica della DTFT

DFT come realizzazione pratica della DTFT

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- I segnali che si incontrano nella realtà hanno durata finita

- Si vuole valutare la DTFT di una sequenza x(n) composta da N campioni nella griglia di frequenze:

$$f_k = \frac{k}{N_1} \quad k = 0, \ldots, N_1 - 1 \ \text{ con } \ N_1 >> N$$

Nota: questa espressione NON è la DFT di x(n) (che sarebbe definita solo su N sequenze discrete), ma ci «assomiglia».

$$X\left(e^{j2\pi f_k}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi f_k n} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi \frac{k}{N_1} n} \quad \forall k = 0, \ldots, N_1 - 1$$

  - Solo N campioni di x(n) sono noti
  - Aggiungo N_1-N campioni nulli alla sequenza x(n):

DFT come realizzazione pratica della DTFT

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

$$x_z(n) = \begin{cases} x(n) & n = 0, \ldots, N-1 \\ 0 & n = N, \ldots, N_1 - 1 \end{cases}$$

- Gli zeri non aggiungono alcuna informazione ulteriore e non alterano il risultato dell'equazione:

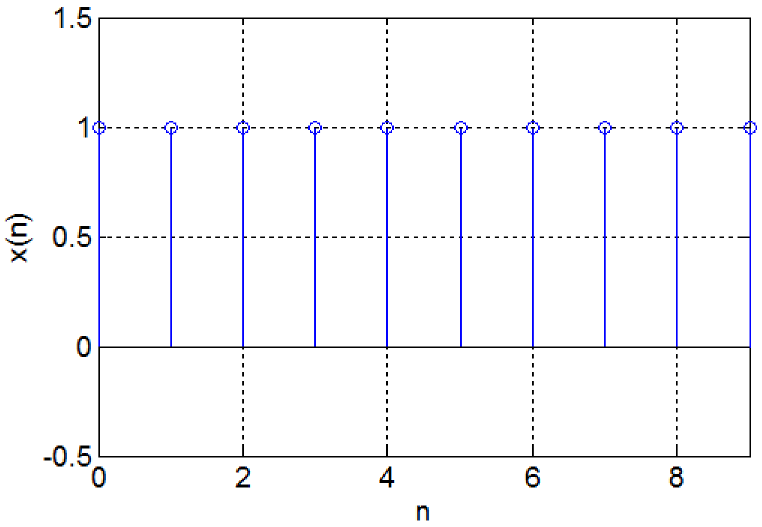
$$X\left(e^{j2\pi f_k}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi f_k n} = \sum_{n=0}^{N_1-1} x_z(n) e^{-j2\pi \frac{k}{N_1} n} \quad \forall k = 0, \ldots, N_1 - 1$$

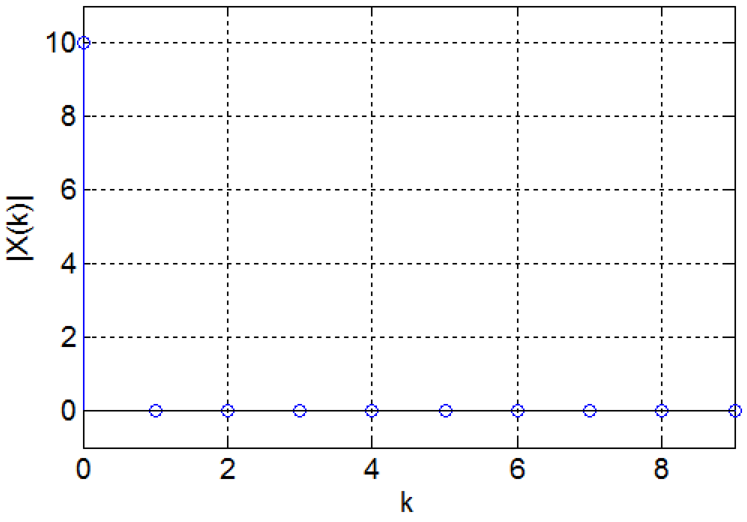
- L'espressione sopra rappresenta la DFT su N_1 punti della sequenza $x_z(n)$ lunga N_1 campioni e corrisponde alla DTFT di $x(n)$ valutata sull'insieme di frequenze discrete: $f_k = \frac{k}{N_1} \quad k = 0, \ldots, N_1 - 1$

Esempio 1

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- Segnale porta con durata nel tempo di *N* campioni
  - Calcoliamone la DFT: $$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j2\pi n\frac{k}{N}}=\sum_{n=0}^{N-1}e^{-j2\pi n\frac{k}{N}}=\frac{1-e^{-j2\pi k}}{1-e^{-j2\pi k/N}}=0\quad\forall k\neq 0$$
  - *X(k)* è diverso da zero solo se *k=0*: $X(k)=N\delta(k)$





Nota: in questo caso specifico, la DFT della sequenza di partenza su N campioni non è significativa, poiché non ha abbastanza "risoluzione in frequenza"

Esempio 1 - Codice Matlab

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

```
N=10;
n=[0:N-1]
x=[ones(1,N)];
y=fft(x,length(x));


figure
set (gca,'FontSize',14)
stem(n,x)
xlabel('n')
ylabel('x(n)')
axis([0 N-1 -0.5 1.5])
grid on
```

```
figure
set (gca,'FontSize',14)
stem(n,abs(y),'o')
xlabel('n')
ylabel('|X(k)|')
axis([0 N-1 -1 11])
grid on
```

Esempio 1

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- Aggiungo *N* zeri al segnale *x(n)* ($N_1=2N$):

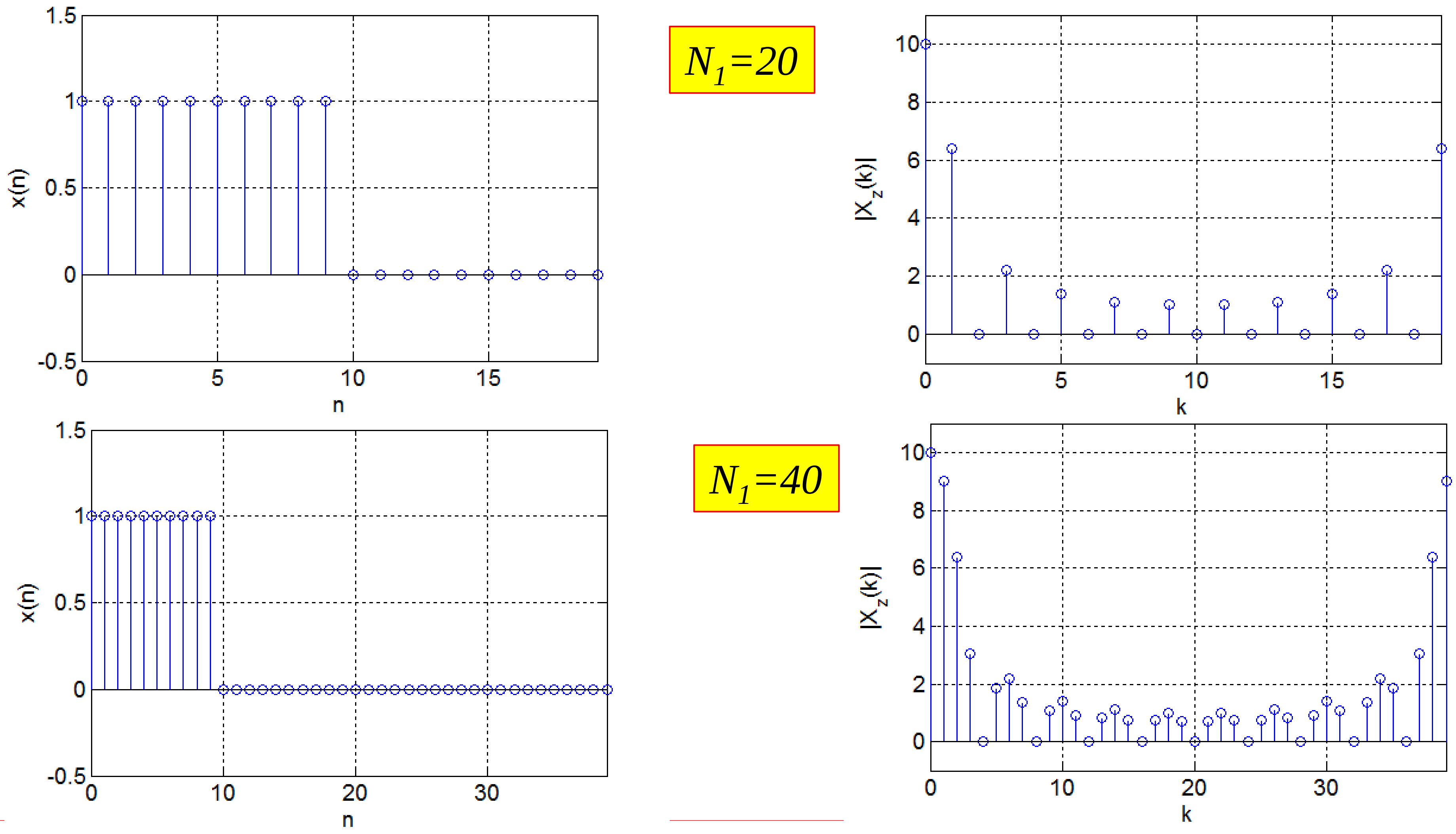
$$X_z(k)=\sum_{n=0}^{2N-1} x_z(n) e^{-j2\pi n\frac{k}{2N}} = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi n\frac{k}{2N}} = \frac{1-e^{-j2\pi k/2}}{1-e^{-j2\pi k/(2N)}} =$$

$$= \frac{1-e^{-j\pi k}}{1-e^{-j\pi k/N}} = \frac{e^{-j\pi k/2}\left(e^{j\pi k/2}-e^{-j\pi k/2}\right)}{e^{-j\pi\frac{k}{2N}}\left(e^{j\pi\frac{k}{2N}}-e^{-j\pi\frac{k}{2N}}\right)} = \frac{\sin(\pi k/2)}{\sin\left(\pi\frac{k}{2N}\right)} e^{-j\pi\frac{k}{2}\left(1-\frac{1}{N}\right)}$$

  - Solo più un campione ogni due è pari a zero

Esempio 1

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni



Esempio 1 - Codice Matlab

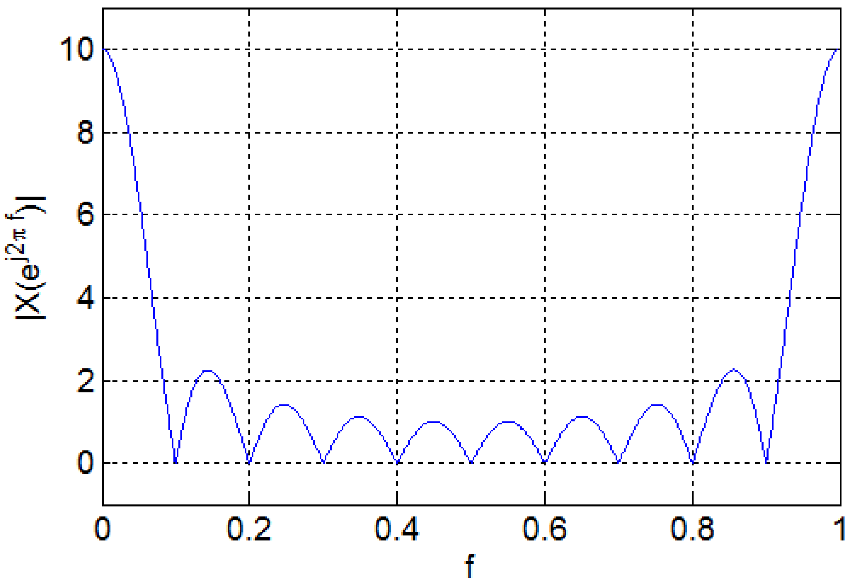

```
N=10;
N1=2*N;
x=[ones(1,N) zeros(1,N1-N)];
n=[0:N1-1];
y=fft(x,length(x));

figure
set (gca,'FontSize',14)
stem(n,x)
xlabel('n')
ylabel('x(n)')
axis([0 N1-1 -0.5 1.5])
grid on
```

```
figure
set (gca,'FontSize',14)
stem(n,abs(y),'o')
xlabel('k')
ylabel('|X_z(k)|')
axis([0 N1-1 -1 11])
grid on
```

Esempio 1

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- Per N_1=1000:



$$f_k = \frac{k}{N_1} \qquad k = 0, \ldots, N_1 - 1$$

$$\left| X\left(e^{j2\pi f}\right) \right| = \frac{\sin(\pi\, f\, N)}{\sin(\pi f)}$$

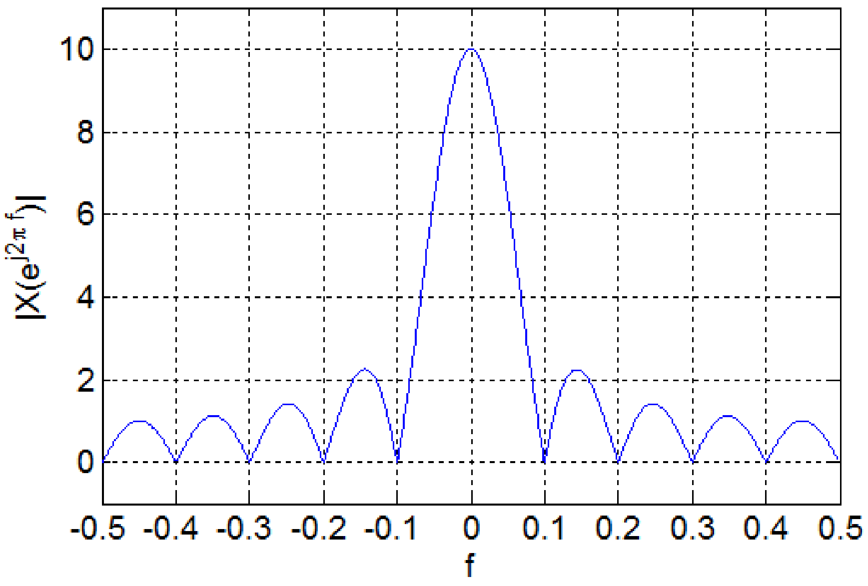
Esempio 1 - Codice Matlab

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

```
N=10;
N1=1000;
x=[ones(1,N) zeros(1,N1-N)];
n=[0:N1-1];
y=fft(x,length(x));
f=n/N1;
```

```
figure
set (gca,'FontSize',14)
plot(f,abs(y))
xlabel('f')
ylabel('|X(e^{j2\pi f})|')
axis([0 1 -1 11])
grid on
```

Esempio 1




```
N=10;
N1=1000;
x=[ones(1,N) zeros(1,N1-N)];
n=[0:N1-1];
y=fftshift(fft(x,length(x)));
f=(n-N1/2)/N1;

figure
set (gca,'FontSize',14)
plot(f,abs(y))
xlabel('f')
ylabel('|X(e^{j2\pi f})|')
axis([-0.5 0.5 -1 11])
grid on
```

Esempio 2

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- Consideriamo la sequenza esponenziale monolatera:

$$x(n) = a^n u(n) \qquad 0 < a < 1$$

- La sequenza *x(n)* ha durata infinita.

- La DTFT di *x(n)* si può calcolare esplicitamente come:

$$X\left(e^{j2\pi f}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j2\pi nf} = \sum_{n=0}^{\infty} a^n e^{-j2\pi nf} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left(ae^{-j2\pi f}\right)^n = \frac{1}{1-ae^{-j2\pi f}}$$

Esempio 2

- Campionando la DTFT nel primo periodo con un numero di campioni *N* si ottiene:

$$X(k) = X\left(e^{j2\pi\frac{k}{N}}\right) = \frac{1}{1-ae^{-j2\pi\frac{k}{N}}} \qquad \forall k = 0,\dots,N-1$$

- La DFT della sequenza *x(n)* troncata su *N* campioni è invece pari a:

$$X_N(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi n\frac{k}{N}} = \sum_{n=0}^{N-1} a^n e^{-j2\pi n\frac{k}{N}} =$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1}\left(ae^{-j2\pi\frac{k}{N}}\right)^n = \frac{1-a^N e^{-j2\pi k}}{1-ae^{-j2\pi k/N}} = \frac{1-a^N}{1-ae^{-j2\pi\frac{k}{N}}} \qquad \forall k = 0,\dots,N-1$$

Esempio 2

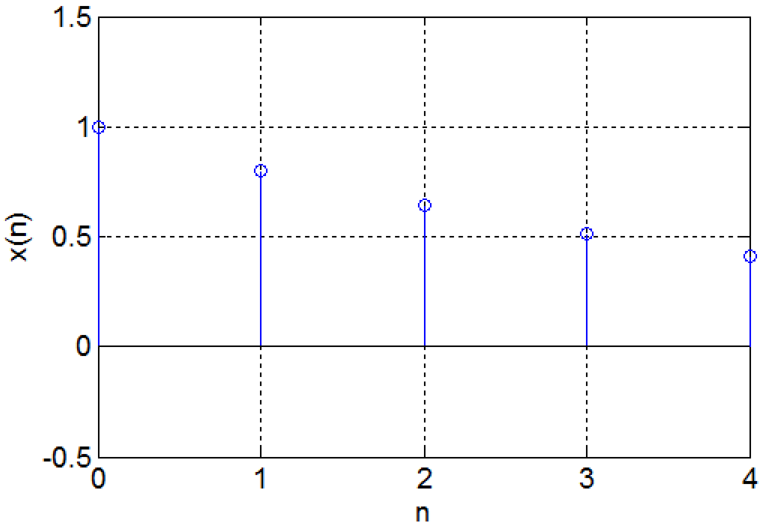
POLITECNICO
DI TORINO
Dipartimento
di Elettronica
e Telecomunicazioni

$$X(k) = \frac{1}{1 - ae^{-j2\pi\frac{k}{N}}} \qquad X_N(k) = \frac{1 - a^N}{1 - ae^{-j2\pi\frac{k}{N}}} \qquad \forall k = 0, \dots, N-1$$

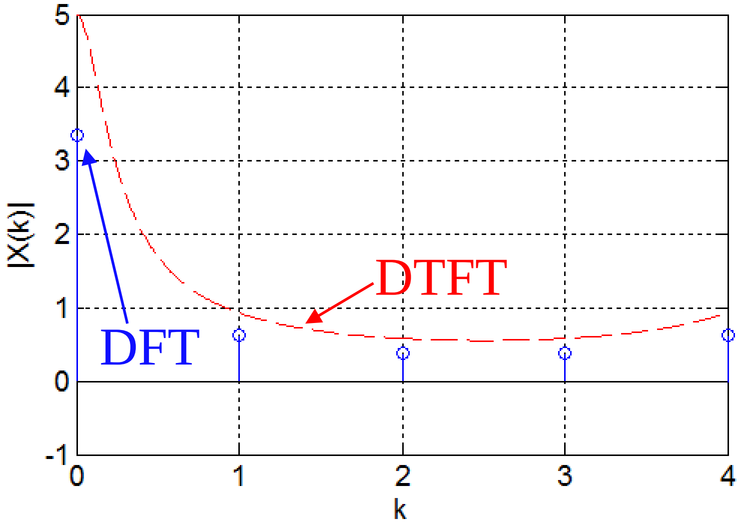
- Al denominatore, $X_N(k)$ coincide con la sequenza $X(k)$
- Il termine a numeratore (fattore di scala) differenzia quanto ottenuto da quanto volevamo ottenere → la periodicizzazione nel tempo ha portato a una sovrapposizione dei campioni nel dominio trasformato:
  - All'aumentare di N il termine a^N diminuisce e quindi l'errore tende a scomparire.
  - Questo è dovuto al fatto che il segnale esponenziale tende praticamente a 0 dopo un certo tempo.

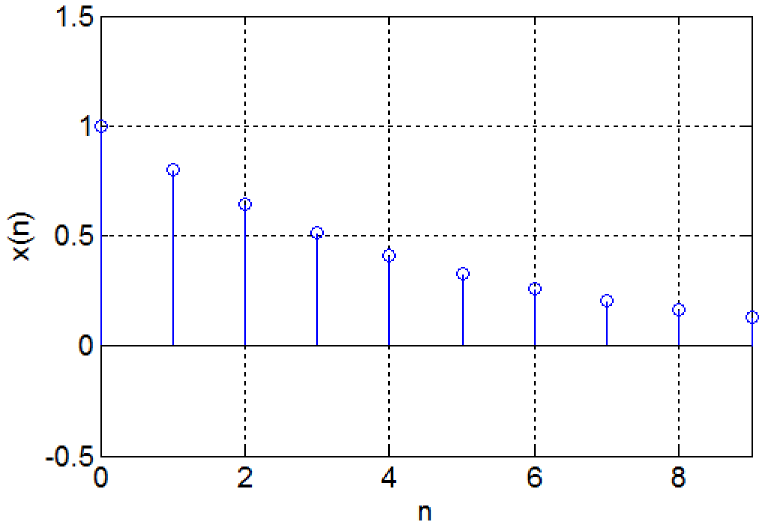
Esempio 2

$a = 0.8$

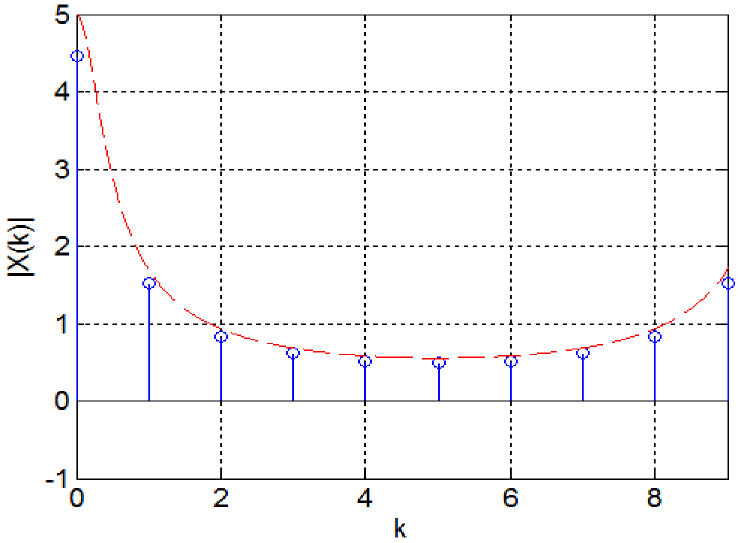


N=5



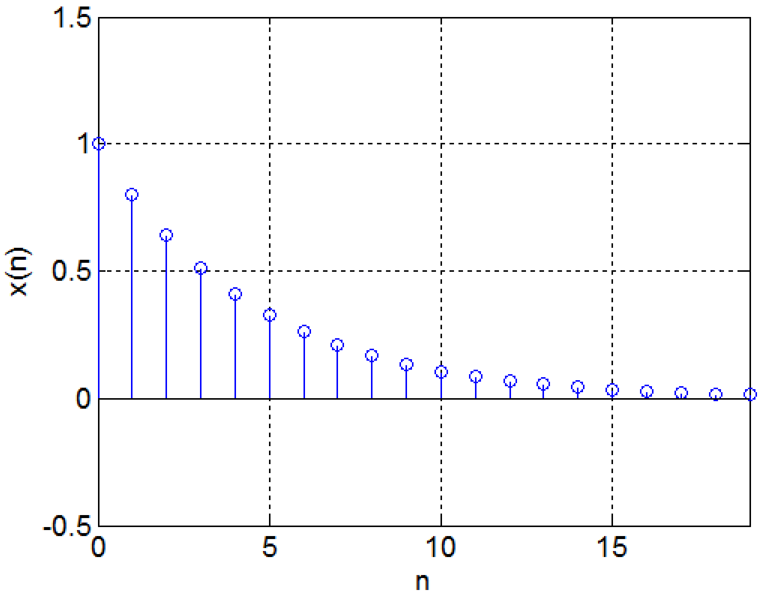


N=10



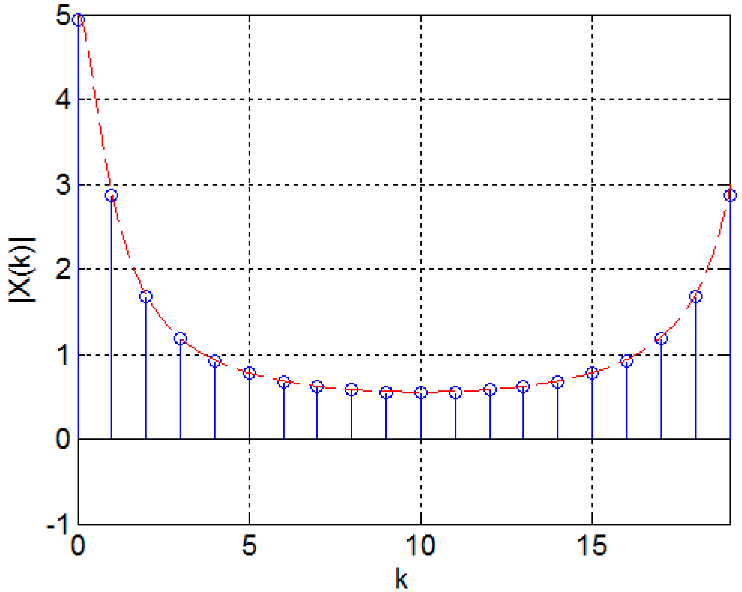
Esempio 2

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni



$a = 0.8$

$N = 20$



Esempio 2 - Codice Matlab

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

```
a=0.8;
N=10;
n=[0:N-1];
x=a.^n;
y=fft(x,length(x));

figure
set (gca,'FontSize',14)
stem(n,x)
xlabel('n')
ylabel('x(n)')
axis([0 N-1 -0.5 1.5])
grid on
```

```
figure
set (gca,'FontSize',14)
stem(n,abs(y))
xlabel('k')
ylabel('|X(k)|')
axis([0 N-1 -1 5])
grid on

f=linspace(0,1,1000);
X=1./(1-a*exp(-j*2*pi*f));
hold on
plot(f*N,abs(X),'r--')
```

Calcolo della convoluzione lineare tramite DFT

- La convoluzione lineare può essere calcolata in modo efficiente utilizzando la convoluzione circolare.
- Per velocizzare l'operazione, quando si tratta di sequenze molto lunghe, è preferibile passare al dominio della frequenza:
  - Si calcolano le DFT delle sequenze
  - Si fa il loro prodotto
  - Si calcola la DFT inversa del prodotto per ottenere la $y[n]$ corrispondente.
- Per far sì che il risultato coincida con la convoluzione lineare, occorre procedere all'inserimento di zeri nelle due sequenze, in numero tale da garantire la lunghezza di una convoluzione lineare.
  - L'inserimento di zeri ("zero padding") non aggiunge informazione alle sequenze.

Calcolo veloce della convoluzione

- Si vuole calcolare la convoluzione lineare tra le due sequenze *x(n)* e *h(n)*, di durata finita N_x e N_h.

- Passo 1: si generano le due sequenze

$$x_z(n)=\begin{cases} x(n) & \forall n \in [0, N_x-1] \\ 0 & \forall n \in [N_x, N_y-1] \end{cases} \qquad h_z(n)=\begin{cases} h(n) & \forall n \in [0, N_h-1] \\ 0 & \forall n \in [N_h, N_y-1] \end{cases}$$

- Passo 2: si calcola la DFT su $N_y=N_x+N_h-1$ punti di entrambe le sequenze:

$$X_z(k)=DFT[x_z(n)] \qquad H_z(k)=DFT[h_z(n)]$$

Calcolo veloce della convoluzione

POLITECNICO DI TORINO
Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni

- Passo 3: prodotto in frequenza tra le due DFT:

$$Y_z(k) = X_z(k) H_z(k)$$

- Passo 4: si calcola la IDFT su $N_y = N_x + N_h - 1$ punti del prodotto

$$y(n) = IDFT[Y_z(k)]$$

  - Se N_y viene scelto come potenza di 2 e si impiega la FFT per il calcolo delle 3 DFT, la complessità finale è proporzionale a: $N_y \log_2(N_y)$
  - La complessità del calcolo della convoluzione nel dominio del tempo è invece dell'ordine di $N_h N_x$ operazioni.