Teoria dei Segnali - Esercitazione 1
Energia e potenza. Spazio dei segnali.

Esercizio 1

Calcolare l'energia dei seguenti segnali:

$$\begin{aligned}
x_1(t) &= \mathrm{e}^{-\alpha t} p_{2T}(t), \;\; t \in \mathbb{R} \\
x_2(t) &= p_1\left(\tfrac{t-2}{4}\right) e^{-2t}, \;\; t \in \mathbb{R} \\
x_3(t) &= A \cos^2(2\pi f_0 t) p_{T_0}\left(t - \tfrac{T_0}{2}\right), \;\; t \in \mathbb{R}
\end{aligned}$$

dove α, T, A e $f_0 = 1/T_0$ sono costanti reali positive e

$$p_a(t) = \begin{cases} 1 & -a/2 \leq t \leq a/2, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Esercizio 2

Calcolare la potenza media del seguente segnale:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \phi(t - 2nT_2)$$

dove

$$\phi(t) = 2 \sin\left(\frac{2\pi t}{2T_1}\right) p_{T_1}\left(t - \frac{T_1}{2}\right)$$

e T_1 e T_2 sono due costanti reali positive, con $T_1 < 2T_2$.

Esercizio 3

Calcolare la distanza Euclidea delle seguenti coppie di segnali:

a)

$$x_1(t) = \mathrm{e}^{-\alpha t} u(t) \quad \alpha > 0$$
$$x_2(t) = 2u(t)$$

b)

$$x_1(t) = \begin{cases} \left(\frac{t}{T}\right)^2 & \text{se } 0 \leq t \leq T, \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

$$x_2(t) = \begin{cases} -\frac{t}{T} & \text{se } 0 \leq t \leq T, \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Esercizio 4

Dato l'insieme di segnali ortonormali raffigurati in Figura 1, si sviluppi la funzione

$$z(t) = \frac{1}{2} + \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right) + \sin(\pi t)$$

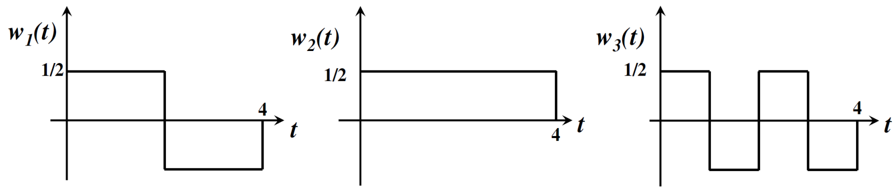

Figura 1: Esercizio 4

Esercizio 5

E' dato il segnale a energia finita $x(t) = p_\tau$, con $\tau < T$. Calcolarne lo sviluppo in serie di Fourier nell'intervallo $(-T/2, T/2)$, ossia:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mu_n e^{\jmath \frac{2\pi}{T} nt} \quad \text{con} \quad \mu_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-\jmath \frac{2\pi}{T} nt} dt$$

Esercizio 6

E' dato il segnale $f(t)$ ad energia finita in Figura 2. Calcolarne lo sviluppo in serie di Fourier nell'intervallo $(-3T, +3T)$.

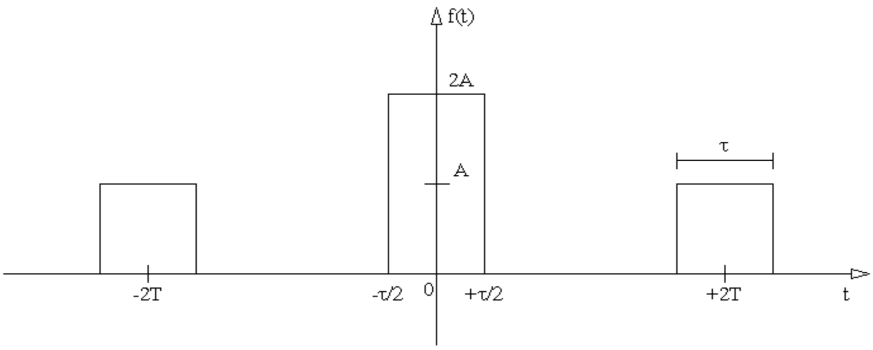

Figura 2: Esercizio 6