

Homework #2



1. Caratteristiche dell'homework

1.1 Obiettivo

L'obiettivo di questa esercitazione è applicare un filtraggio numerico a due segnali audio campionati, utilizzando diverse risposte all'impulso $h(n)$ e confrontando i risultati in termini di spettro e qualità audio. Le risposte $h(n)$ includono:

- Funzione porta discreta nel dominio del tempo.
- Funzione porta discreta nel dominio della frequenza.
- Filtro passa-alto ottenuto da $1 - H(f)$.

1.2 Software utilizzato

1. Matlab R2024b;
2. Libreria di Matlab per la FFT;
3. Brani scelti, gli stessi del primo homework, in formato wav.
 - Hans Zimmer, The Wormhole (brano classico);
 - Ozzy Osbourne, Crazy Train (Brano rock).

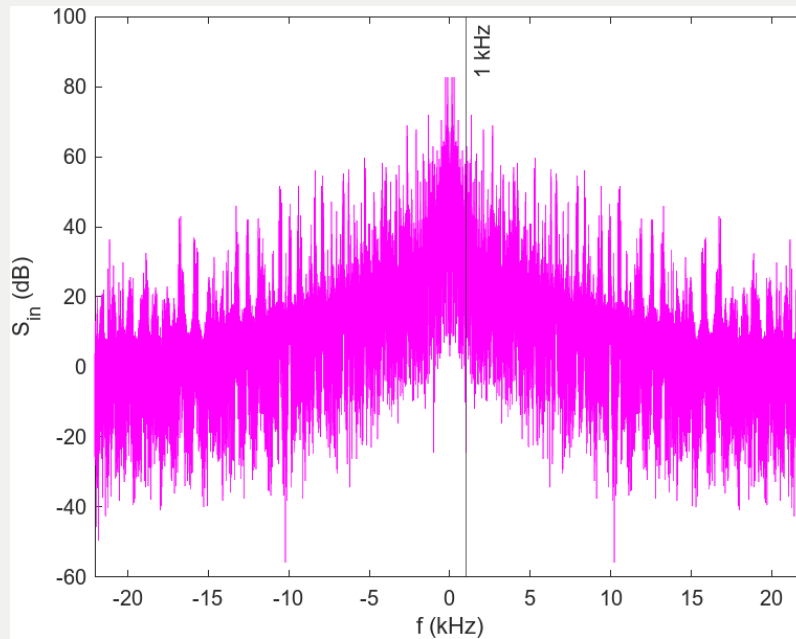
2. The Wormhole

2.1 Spettro di ingresso

Lo spettro di ingresso del brano classico è stato calcolato utilizzando la FFT. Questo processo consente di analizzare la distribuzione delle frequenze presenti nel segnale audio originale. Il risultato mostra come le frequenze siano distribuite lungo l'intera durata del brano. La risoluzione spettrale è determinata dalla lunghezza del segmento $N = 2^{20}$, scelta per ottenere un buon compromesso tra precisione e complessità computazionale.



Output

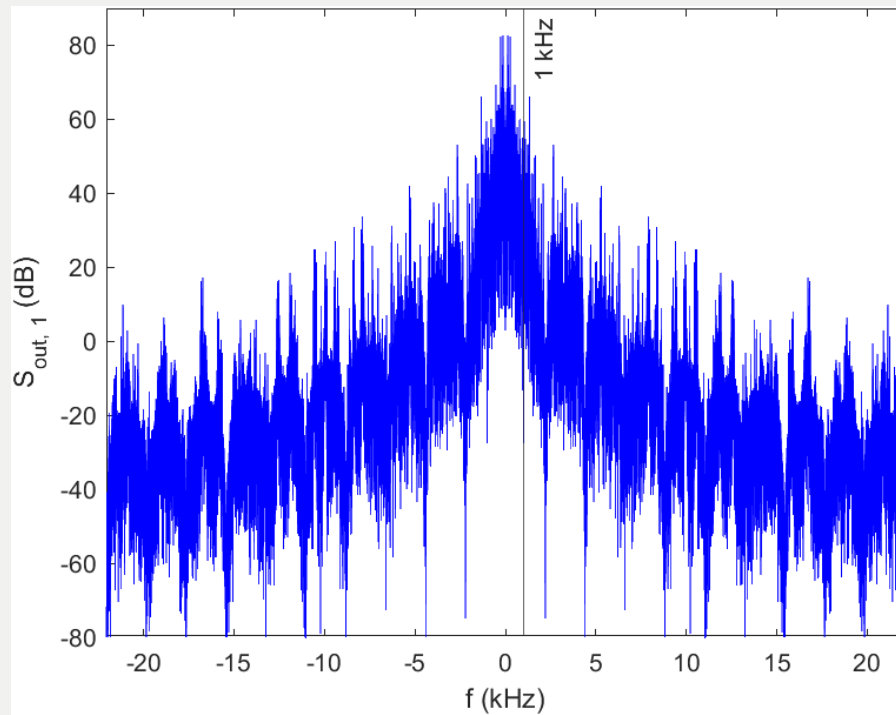


2.2 Applicazione della funzione porta nel dominio del tempo

1. **Descrizione:** La funzione porta nel dominio del tempo è utile per filtrare i segnali riducendo l'energia delle alte frequenze. È stata implementata come una finestra rettangolare normalizzata per evitare distorsioni nel risultato con durata pari a $T_0 = 0.000422$ s.
2. **Spettro di uscita:** La convoluzione tra il segnale e la funzione porta riduce l'ampiezza delle frequenze più alte, mantenendo quelle più basse. Lo spettro risultante è mostrato in figura:



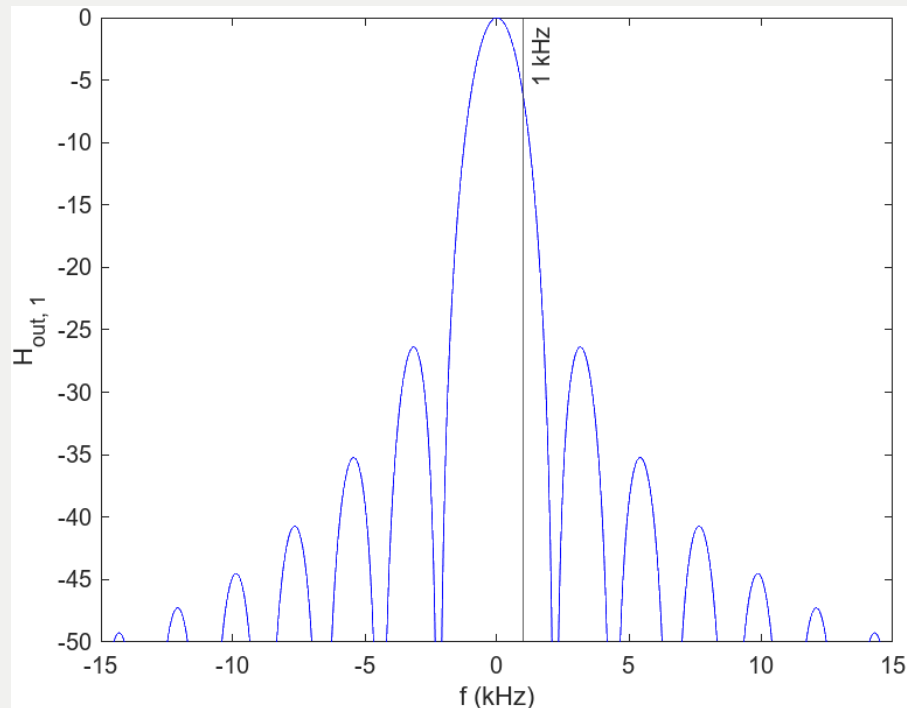
Output



3. **Funzione di trasferimento:** Il rapporto tra lo spettro di uscita e quello di ingresso.



Output

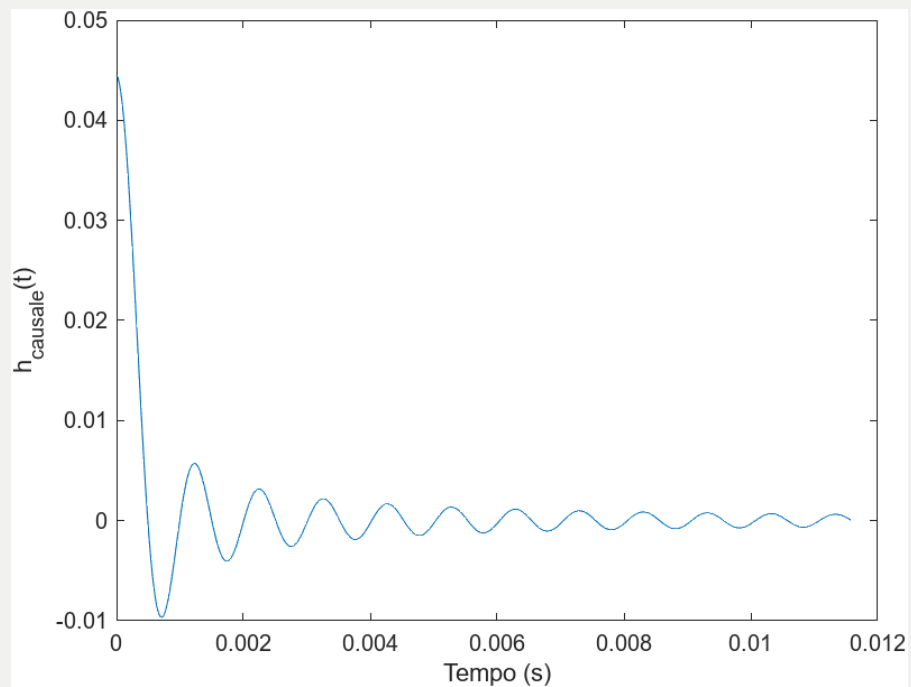


2.3 Applicazione della funzione porta nel dominio della frequenza

1. **Descrizione:** La funzione sinc nel dominio della frequenza, ottenuta campionando una sinc continua, offre un filtraggio più netto rispetto alla porta temporale. La banda passante del filtro è stata scelta per ridurre le frequenze sopra 1 kHz.
2. **Causalità:** È importante notare che la funzione sinc, nel suo dominio continuo, non è causale, ovvero ha valori non nulli sia per tempi positivi che negativi. Questo implica che la risposta all'impulso non è immediata ma si estende nel tempo sia prima che dopo il segnale di ingresso. In teoria, per ottenere un filtro causale, è necessario introdurre un ritardo sufficiente per garantire che la risposta all'impulso venga calcolata solo per tempi successivi a quello di arrivo del segnale, ossia per $t \geq 0$. In MATLAB, però, la funzione sinc, che è stata utilizzata per il filtraggio, è non causale per definizione. Pertanto, sebbene teoricamente il filtro sinc non sia causale, l'assenza di un ritardo esplicito non ha compromesso la qualità dell'output audio e la sua coerenza spettrale. Questo rende il risultato pratico accettabile per il tipo di segnali trattati.



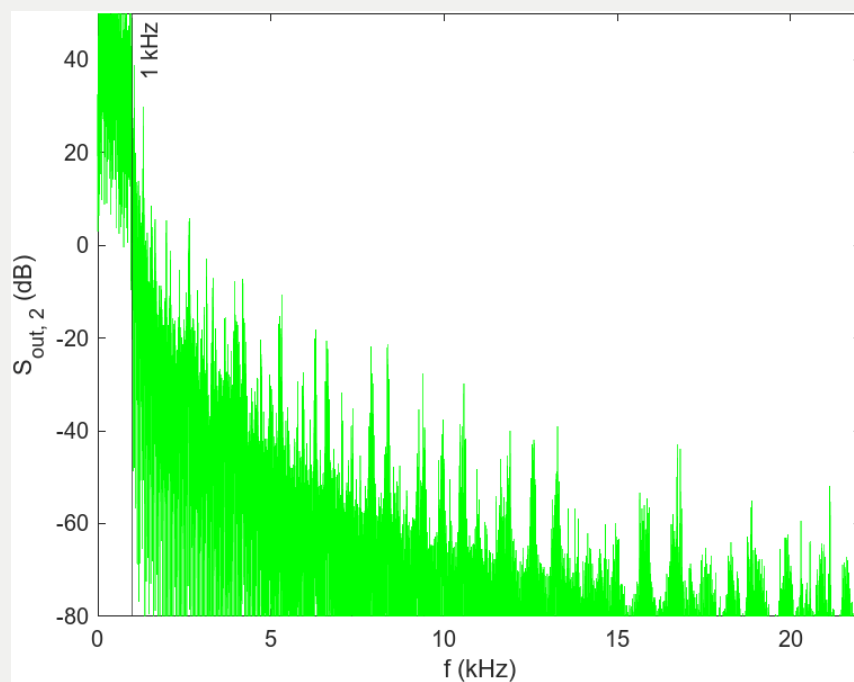
Output



3. **Spettro di uscita:** Il filtraggio genera una maggiore selettività rispetto alla funzione porta nel dominio del tempo, con una riduzione più marcata dell'energia spettrale nelle alte frequenze.



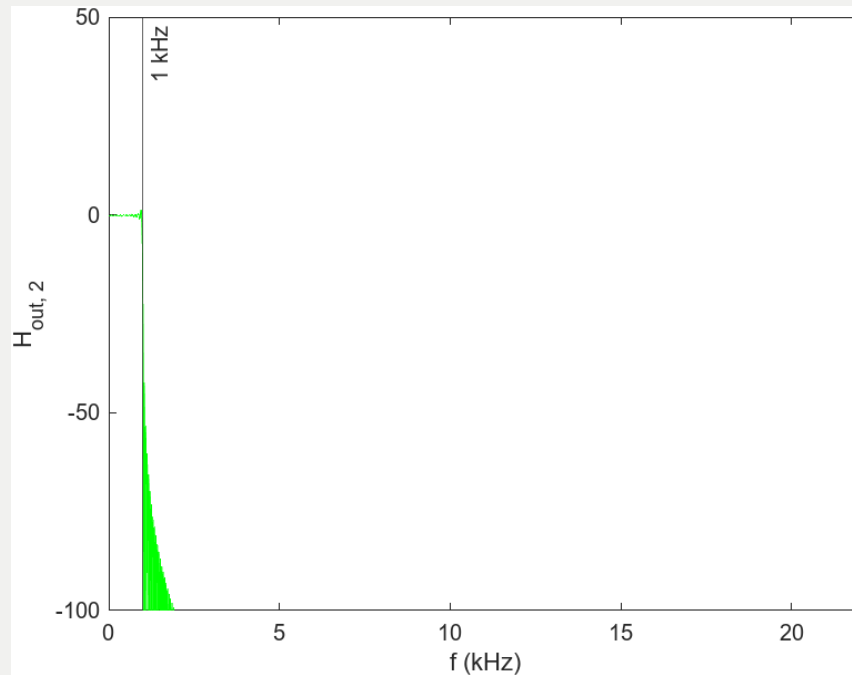
Output



4. **Funzione di trasferimento:** Il grafico della funzione di trasferimento mostra un comportamento più netto alle alte frequenze:




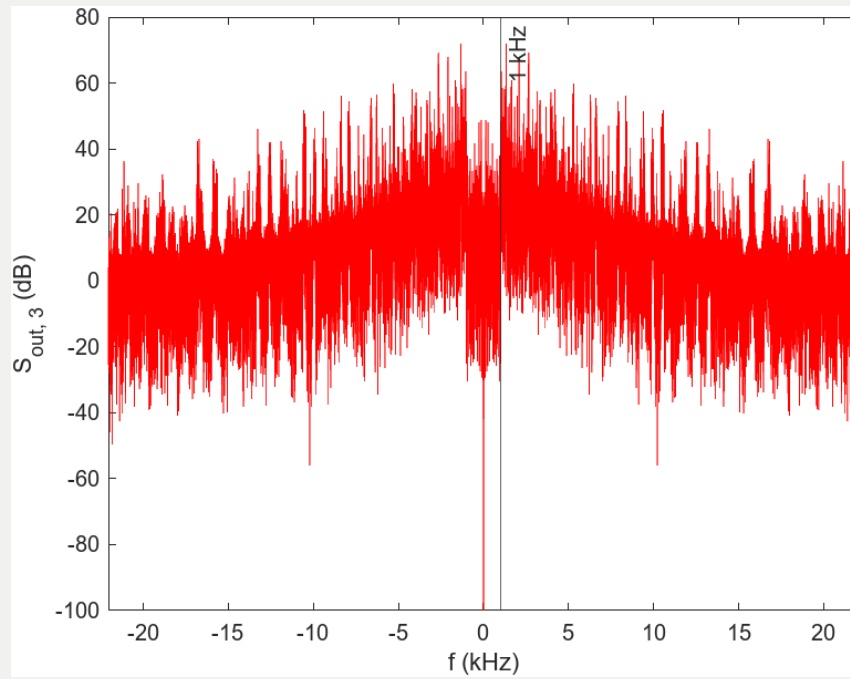
Output




2.4 Applicazione del filtro passa-alto

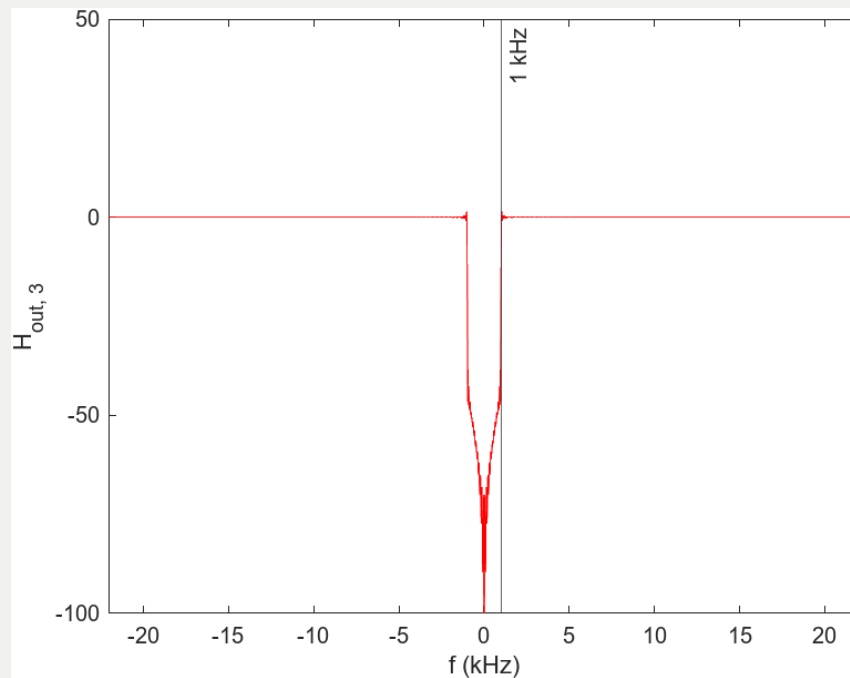
1. **Descrizione:** Il filtro passa-alto è stato progettato per preservare le alte frequenze, attenuando le basse. È stato ottenuto come $1 - H(f)$, dove $H(f)$ è la funzione sinc del filtro passa-basso.
2. **Spettro di uscita:** La convoluzione con questo filtro enfatizza le componenti di frequenza superiori a 1 kHz.

 Output



3. **Funzione di trasferimento:** Il grafico evidenzia la preservazione delle alte frequenze:

 Output



2.5. Analisi del Rumore Bianco Gaussiano

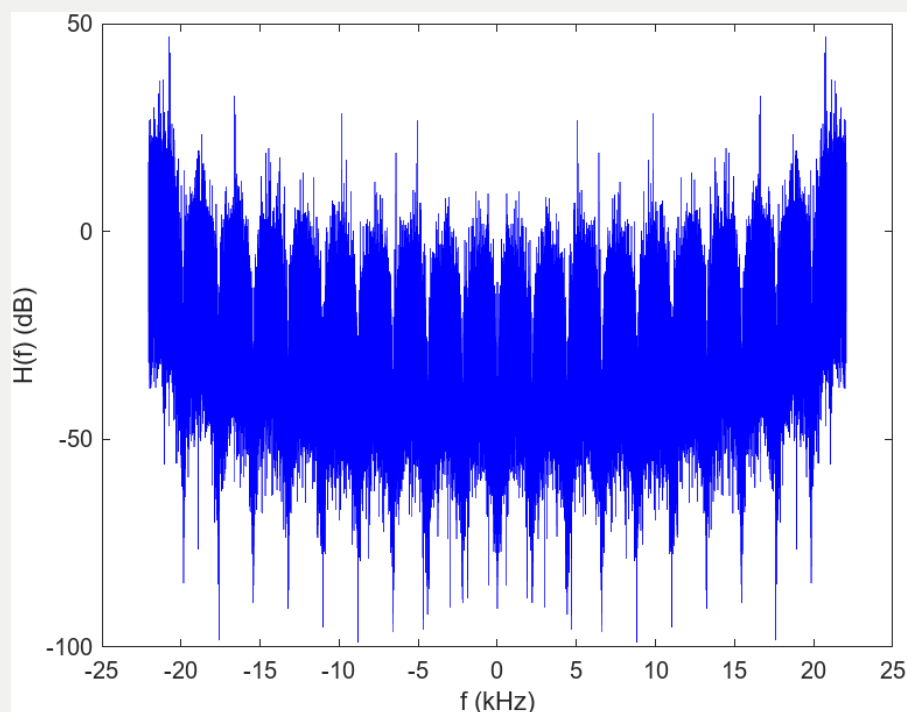
Il rumore bianco gaussiano è stato utilizzato per stimare la funzione di trasferimento dei tre filtri. Questo approccio è utile perché il rumore bianco presenta uno spettro piatto in frequenza, rendendo più semplice osservare gli effetti di ogni filtro sul segnale. Di seguito, vengono riportati i risultati per ciascun filtro applicato.

2.5.1 Funzione Porta Discreta nel Tempo

La funzione porta nel dominio del tempo attenua gradualmente le alte frequenze del rumore bianco, mantenendo invariata la risposta a basse frequenze. Nel grafico si nota una riduzione dell'energia spettrale proporzionale alla larghezza della finestra rettangolare utilizzata.



Output

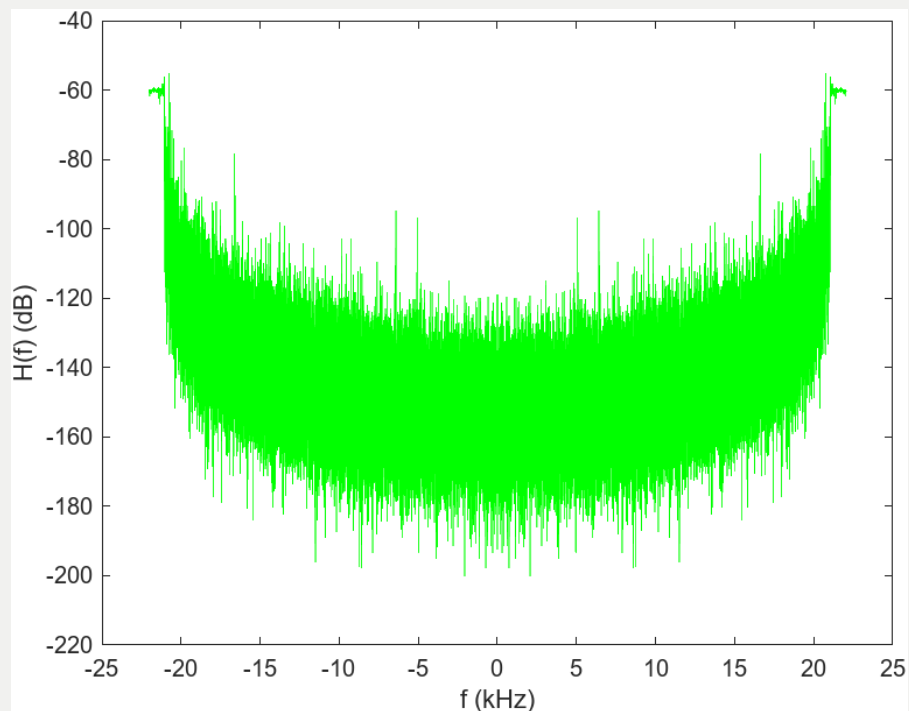


2.5.2 Funzione Porta Discreta nel Dominio della Frequenza

La funzione sinc, usata come filtro passa-basso, produce una risposta più selettiva rispetto alla funzione porta temporale. Il grafico mostra un'attenuazione netta sopra la frequenza di taglio impostata (1 kHz), con una transizione più graduale rispetto al filtro rettangolare.



Output

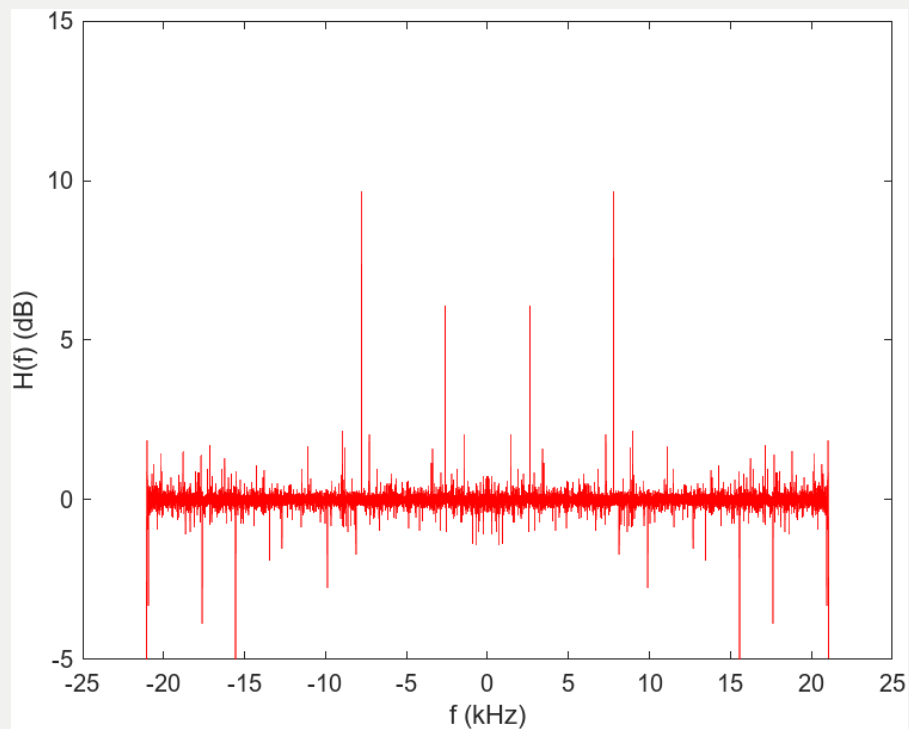


2.5.3 Filtro Passa-Alto

Il filtro passa-alto, ottenuto come $1 - H(f)$, inverte il comportamento dei filtri passa-basso, preservando le alte frequenze e attenuando quelle basse. Nel grafico si osserva un incremento dell'energia nelle alte frequenze, mentre le basse vengono progressivamente ridotte.



Output



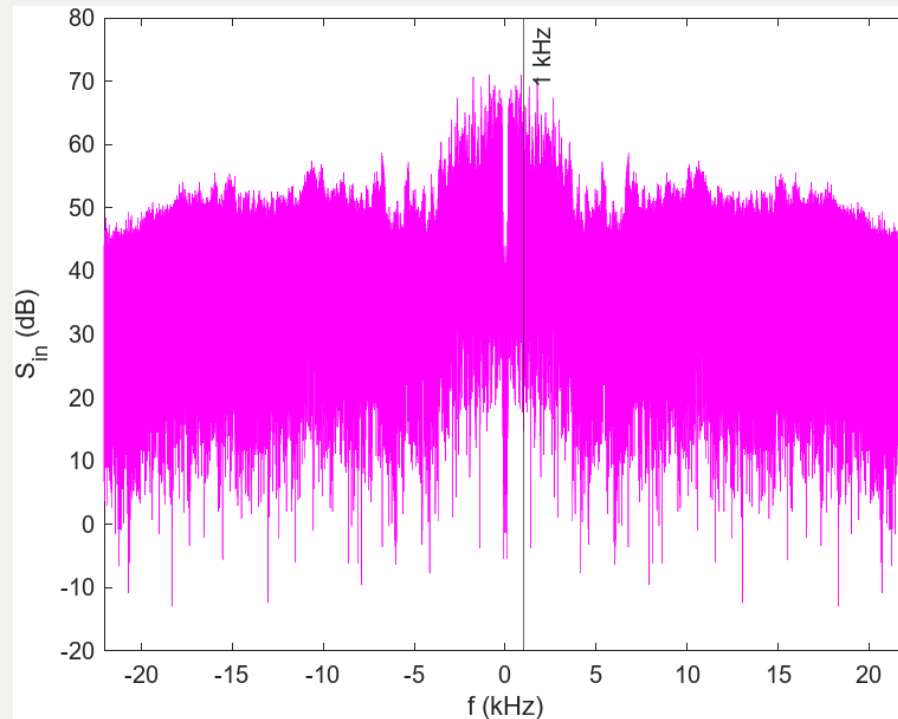
3. Crazy Train

3.1 Spettro di ingresso

Come per il brano classico, lo spettro di ingresso del brano rock è stato calcolato utilizzando la FFT. Essendo un brano con caratteristiche ritmiche e armoniche diverse, ci si aspetta una distribuzione di frequenze più ampia e uniforme, con picchi corrispondenti alle componenti della batteria e degli strumenti a corda.

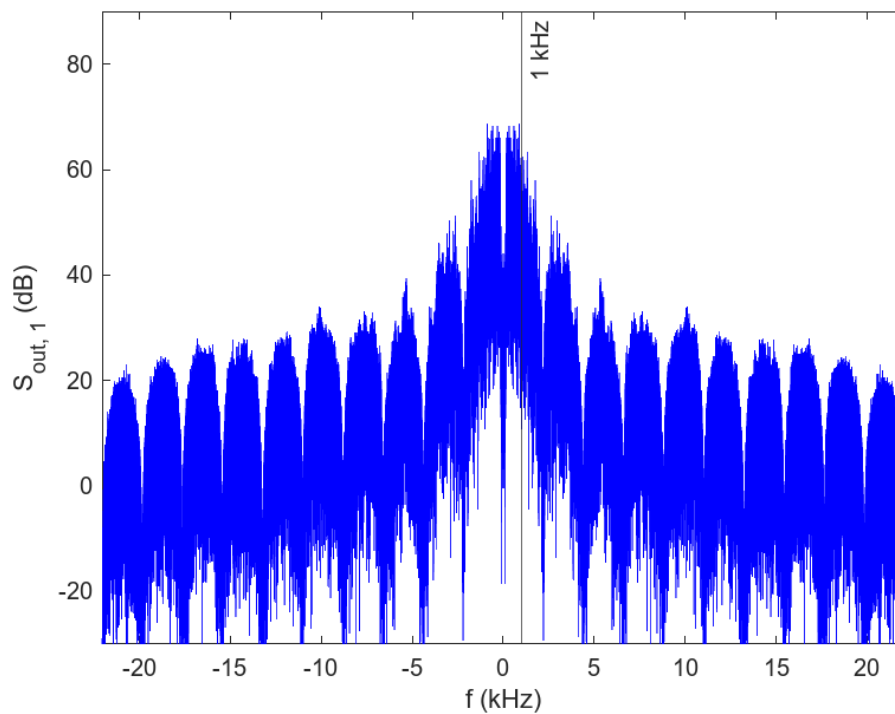


Output

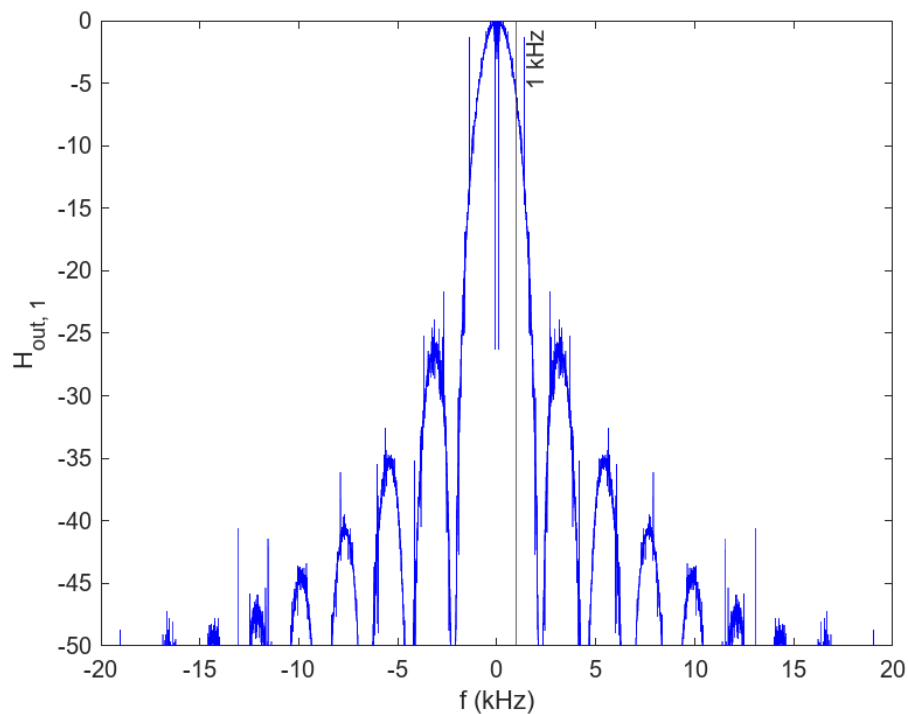


3.2 Applicazione della funzione porta nel dominio del tempo

1. **Descrizione:** Anche per il brano rock, la funzione porta nel dominio del tempo riduce l'energia delle alte frequenze. In questo caso, è interessante osservare come le alte frequenze, tipiche delle chitarre distorte, siano attenuate.
2. **Spettro d'uscita:** L'energia nelle alte frequenze, tipica delle chitarre distorte e della batteria, è stata ridotta in modo significativo. Le basse frequenze risultano invece predominanti nello spettro risultante.



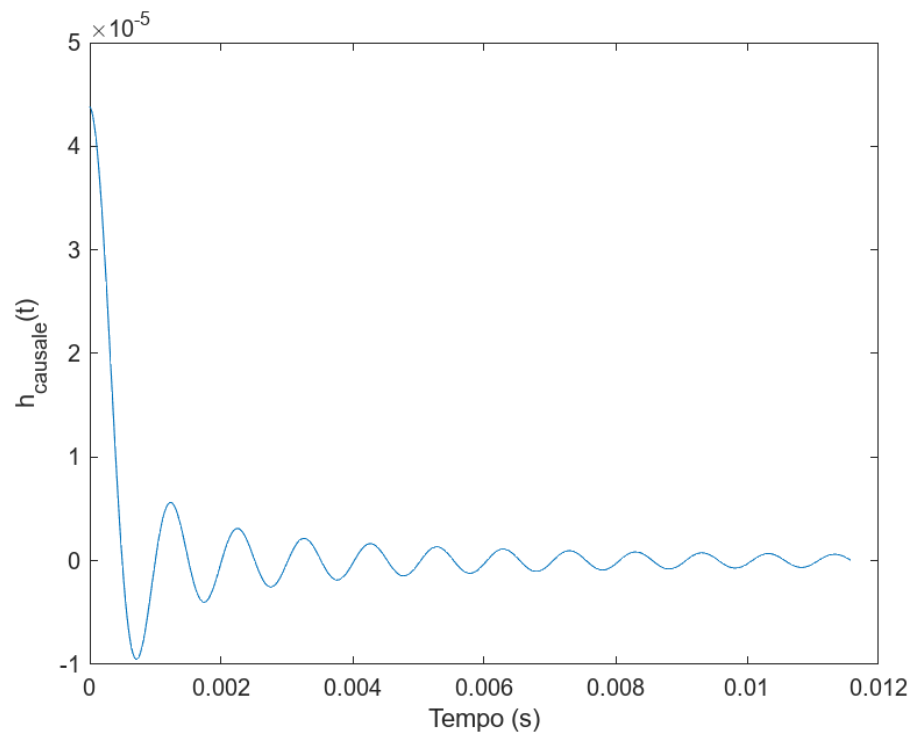
3. **Funzione di trasferimento:** La funzione di trasferimento evidenzia un'attenuazione costante sopra la frequenza di taglio, con una caduta rapida ma non troppo netta.



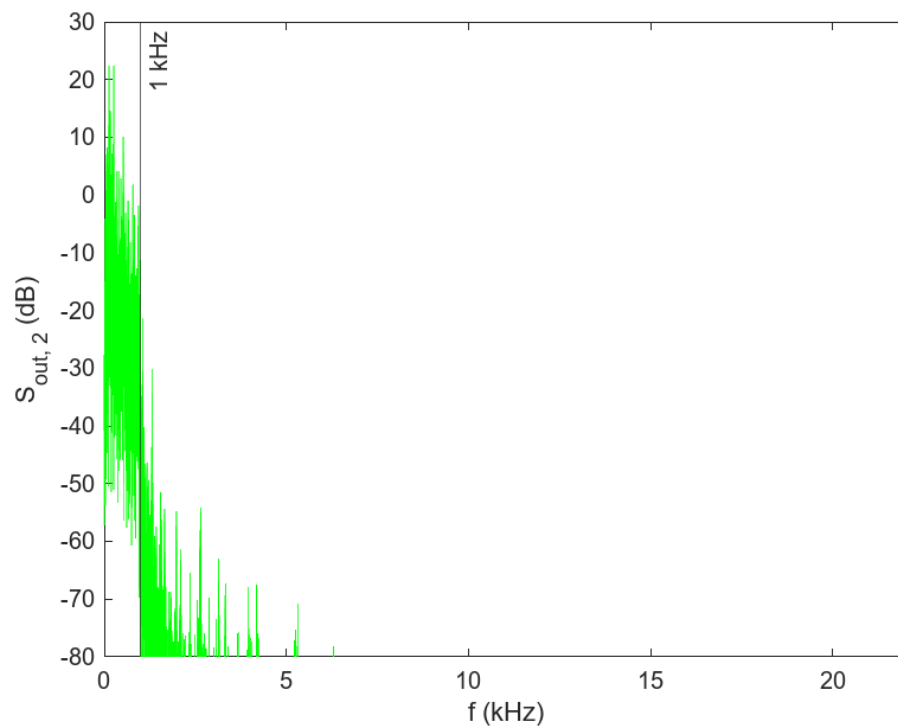
3.3 Applicazione della funzione porta nel dominio della frequenza

1. **Descrizione:** Come per il brano classico, la funzione sinc è stata utilizzata per ottenere un filtro passa-basso selettivo. La risposta di questo filtro dovrebbe ridurre drasticamente le frequenze superiori a 1 kHz, che caratterizzano la distorsione delle chitarre e la batteria.

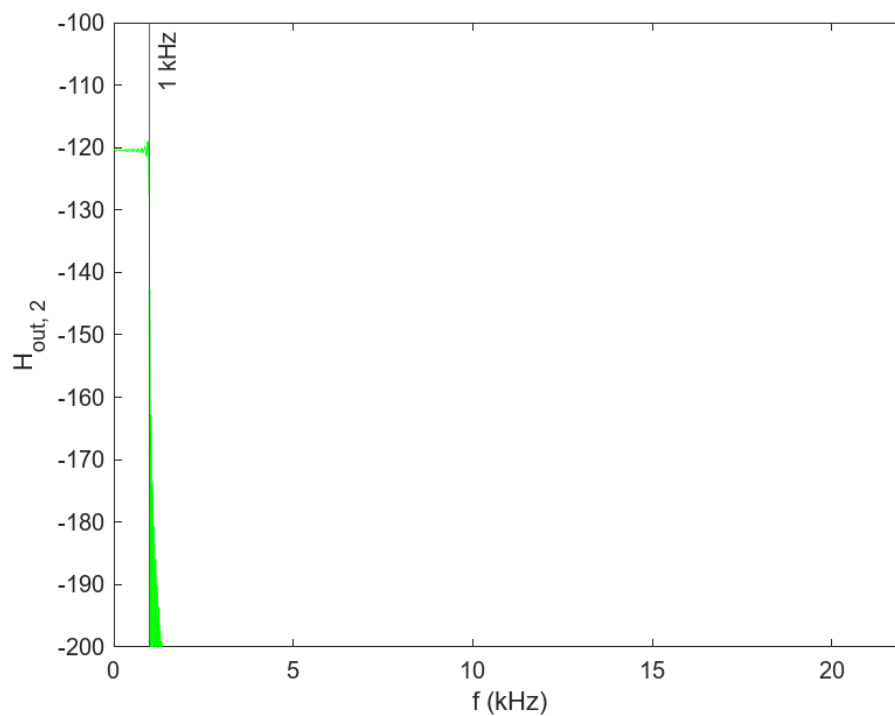
NOTA: Come osservato al punto 2.3, la sinc in MATLAB è non causale.



2. **Spettro d'uscita:** Lo spettro risultante è caratterizzato da una riduzione marcata delle frequenze sopra il punto di taglio, con un'attenuazione più graduale rispetto al filtro rettangolare.

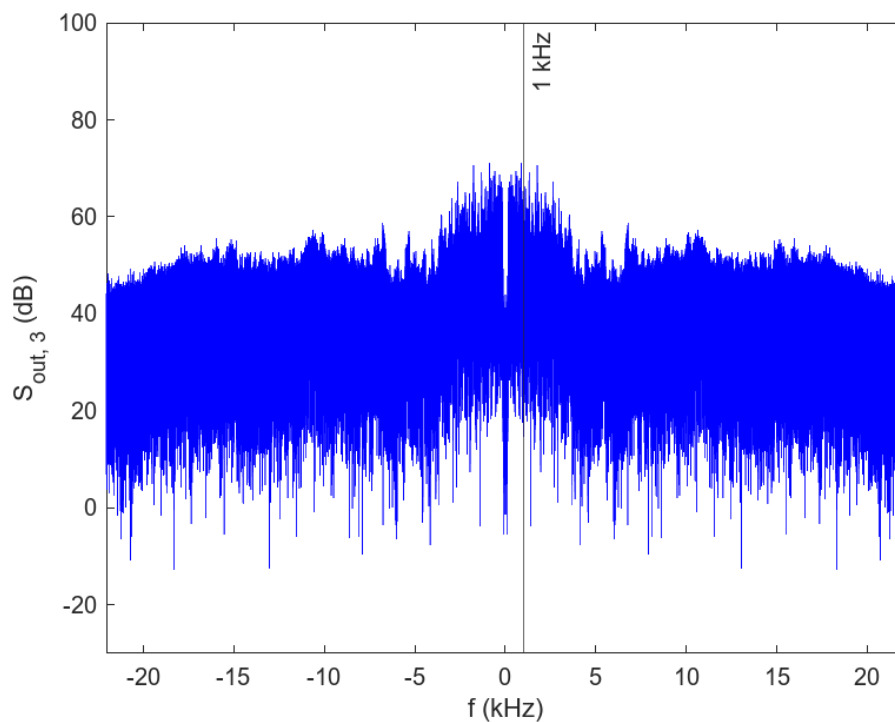


3. **Funzione di trasferimento:** Il grafico della funzione di trasferimento mostra un comportamento più netto alle alte frequenze:

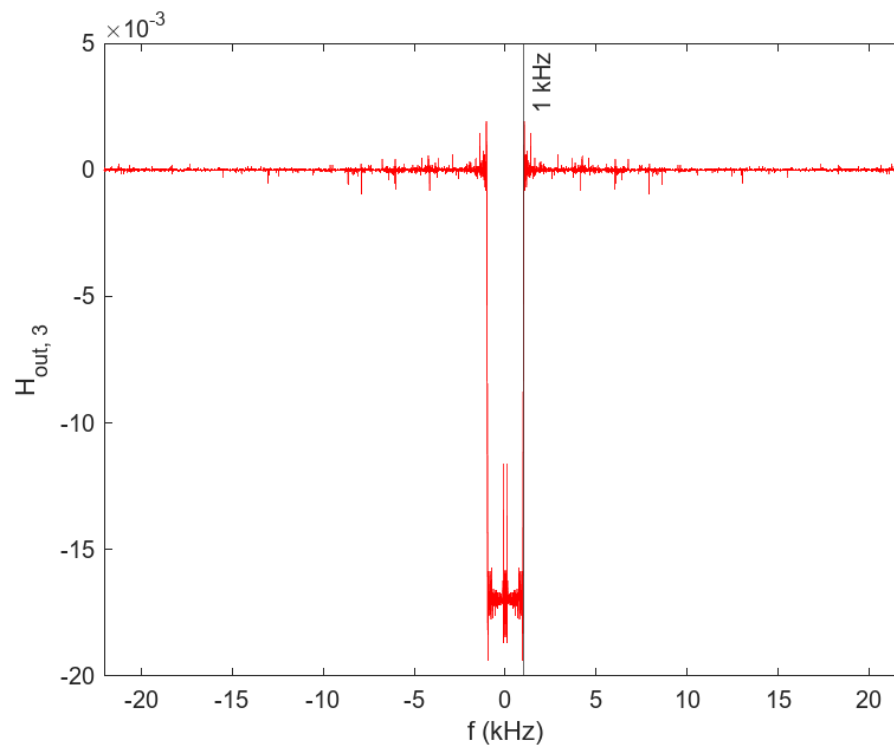


3.4 Applicazione del filtro passa-alto

1. **Descrizione:** Il filtro passa-alto è stato progettato per preservare le alte frequenze, attenuando quelle basse, caratterizzate da componenti ritmiche e bassi elettrici. È stato ottenuto come $1 - H(f)$ rispetto al filtro sinc.
2. **Spettro d'uscita:** L'energia nelle alte frequenze risulta enfatizzata. Le basse frequenze sono attenuate in modo significativo.



3. **Funzione di trasferimento:** La funzione di trasferimento conferma l'attenuazione progressiva delle basse frequenze



3.5 Analisi del Rumore Bianco Gaussiano

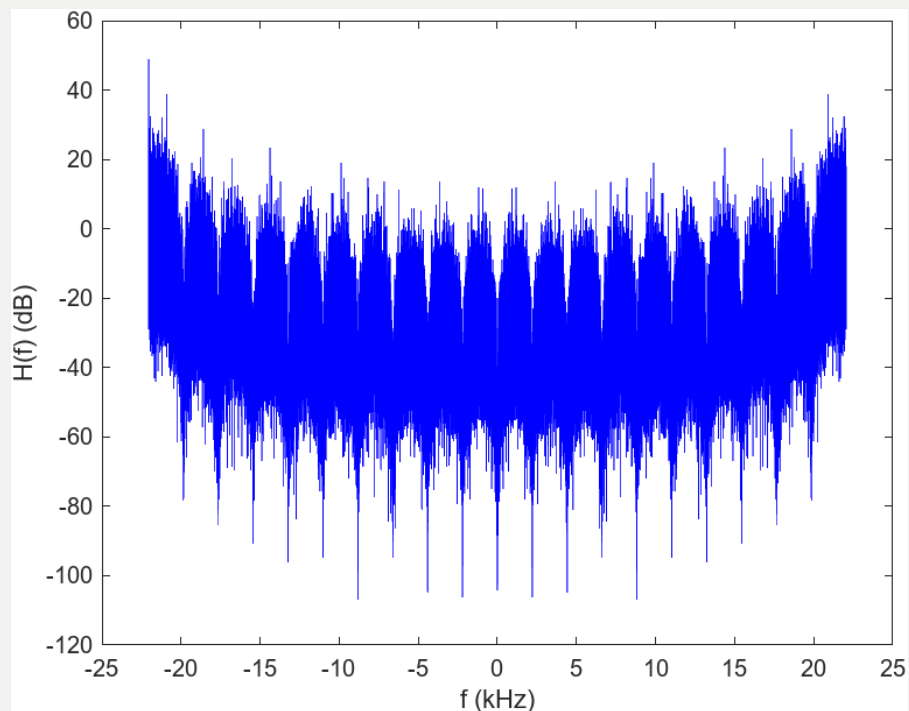
Il rumore bianco gaussiano è stato utilizzato per stimare la funzione di trasferimento dei tre filtri. Questo approccio è utile perché il rumore bianco presenta uno spettro piatto in frequenza, rendendo più semplice osservare gli effetti di ogni filtro sul segnale. Di seguito, vengono riportati i risultati per ciascun filtro applicato.

3.5.1 Funzione Porta Discreta nel Tempo

La funzione porta nel dominio del tempo attenua gradualmente le alte frequenze del rumore bianco, mantenendo invariata la risposta a basse frequenze. Nel grafico si nota una riduzione dell'energia spettrale proporzionale alla larghezza della finestra rettangolare utilizzata.



Output

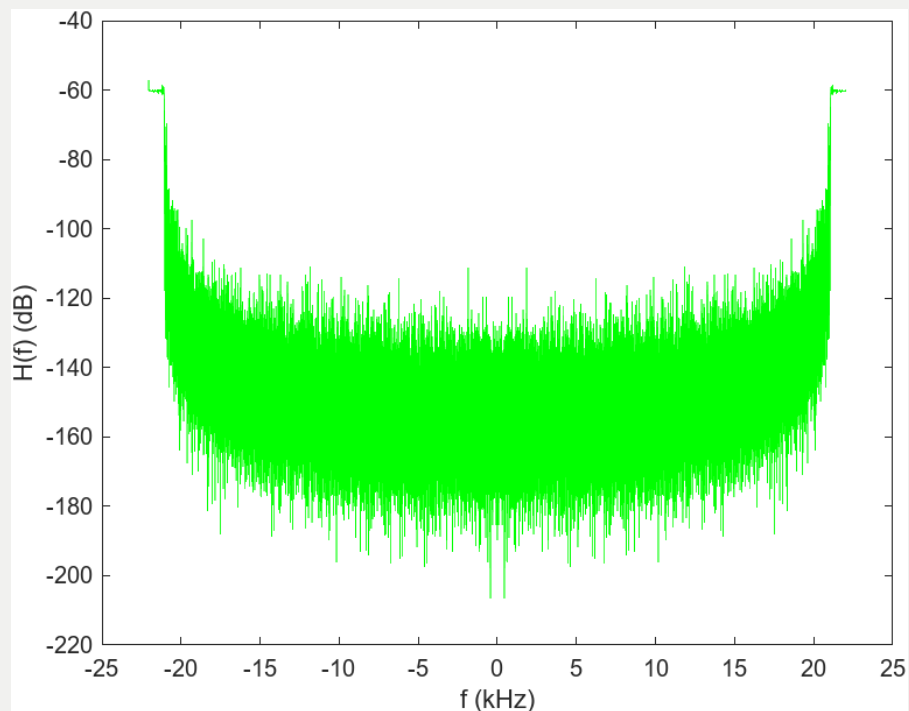


3.5.2 Funzione Porta Discreta nel Dominio della Frequenza

La funzione sinc, usata come filtro passa-basso, produce una risposta più selettiva rispetto alla funzione porta temporale. Il grafico mostra un'attenuazione netta sopra la frequenza di taglio impostata (1 kHz), con una transizione più graduale rispetto al filtro rettangolare.



Output

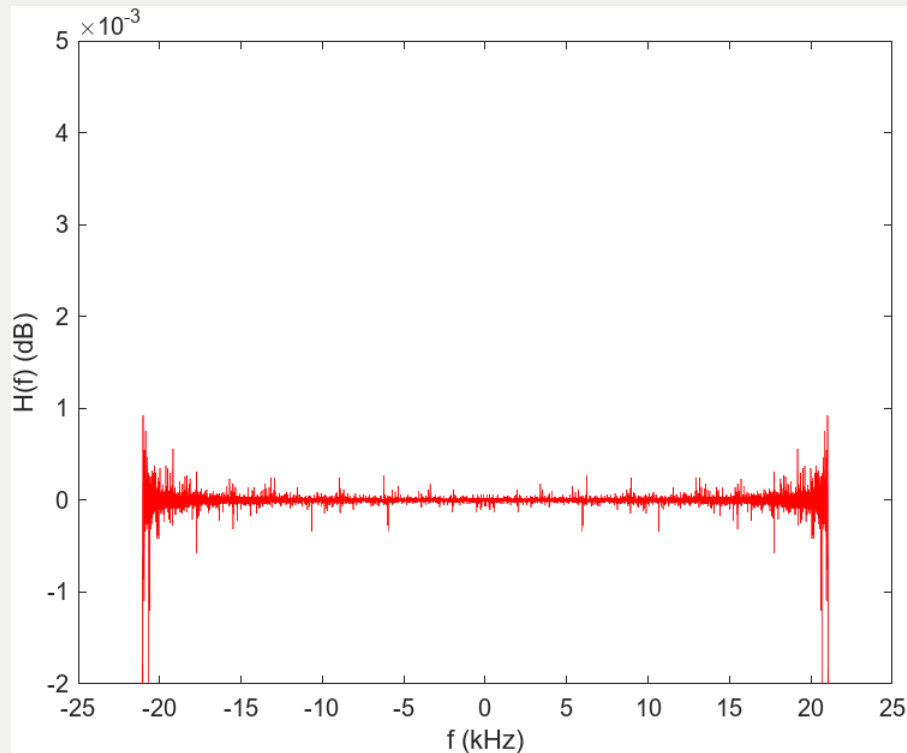


3.5.3 Filtro Passa-Alto

Il filtro passa-alto, ottenuto come $1 - H(f)$, inverte il comportamento dei filtri passa-basso, preservando le alte frequenze e attenuando quelle basse. Nel grafico si osserva un incremento dell'energia nelle alte frequenze, mentre le basse vengono progressivamente ridotte.



Output



4. Conclusioni

L'analisi svolta sui due brani musicali, *The Wormhole* e *Crazy Train*, ha permesso di applicare diversi filtri numerici per studiare gli effetti del filtraggio lineare su segnali campionati. Di seguito, sono riassunti i punti chiave dell'esercitazione.

4.1 Risultati Generali

4.1.1 Confronto tra i Filtri

- La funzione porta discreta nel dominio del tempo ha dimostrato di essere un filtro semplice ma meno selettivo, con una transizione rapida e un'attenuazione costante sopra la frequenza di taglio.
- La funzione sinc nel dominio della frequenza ha offerto una maggiore precisione, con una transizione più graduale e una selettività migliore, rendendola adatta per applicazioni che richiedono un controllo accurato delle frequenze attenuate.
- Il filtro passa-alto ha enfatizzato le alte frequenze, invertendo l'effetto dei filtri passa-basso e preservando la brillantezza dei segnali.

4.1.2 Effetti sullo Spettro

- Nel brano classico, caratterizzato da una maggiore dinamica e variazioni di frequenza, i filtri hanno avuto un impatto evidente, ridistribuendo l'energia spettrale in modo significativo.
- Nel brano rock, più uniforme e ricco di alte frequenze, i filtri hanno mostrato effetti meno marcati sulle basse frequenze, ma hanno comunque enfatizzato o attenuato i picchi caratteristici delle chitarre distorte e delle percussioni.

5.2 Causalità e Progettazione dei Filtri

Un aspetto interessante è emerso durante l'implementazione della funzione sinc. Sebbene questa non sia causalmente corretta, i risultati ottenuti sono stati comunque soddisfacenti, dimostrando che la non causalità non ha compromesso l'analisi spettrale. Questo suggerisce che, per segnali musicali, l'introduzione di un ritardo per rendere il filtro causale potrebbe non essere sempre necessaria.

5.3 Considerazioni sull'Approccio

1. **Scelte Tecniche:** L'utilizzo della FFT e della convoluzione discreta ha garantito un'implementazione efficiente e precisa, permettendo un'analisi dettagliata dello spettro per ogni filtro. La scelta di $N = 2^{20}$ ha bilanciato risoluzione e tempi di calcolo.
2. **Uso del Rumore Bianco:** L'adozione del rumore bianco gaussiano come segnale di test ha fornito una verifica diretta e chiara delle funzioni di trasferimento, confermando il comportamento atteso dei filtri implementati.