

Astronomia 1

1 Correzione di coordinate

Le coordinate equatoriali ed eclittiche sono basate rispettivamente sul piano dell'equatore celeste e dell'eclittica, avendo comune origine nel punto vernale γ : ogni movimento di questi due piani rispetto alle stelle fisse risulterà una variazione temporale delle coordinate.

Per ragioni dinamiche il piano dell'eclittica è molto più stabile di quello equatoriale, i cui movimenti sono maggiori. Per quanto piccole queste incertezze hanno notevole interesse astrofisico perché limitano la precisione con cui possiamo conoscere il campo di forze complessivo della via Lattea.

Il sistema equatoriale (α, δ) è il solo usato in cataloghi di alta precisione: dipende dall'orientazione della Terra nello spazio e dalla sua rotazione (posizione del piano equatoriale rispetto alle stelle fisse, meridiano, Tempo Siderale) e dalla rivoluzione attorno al Sole (eclittica, punto γ).

Il moto della Terra si può considerare come una combinazione di due moti non correlati cioè una traslazione del centro di massa e una rotazione della figura attorno ad un asse passante per il baricentro.

In prima approssimazione, il baricentro della Terra rivolve attorno al Sole come una particella puntiforme soggetta alla forza gravitazionale del Sole e dei pianeti. Più rigorosamente, sarebbe il baricentro del sistema Terra-Luna a seguire le leggi di Keplero se non ci fossero gli altri pianeti a perturbare l'orbita. Dunque, è preferibile identificare l'eclittica con il piano orbitale del sistema Terra-Luna e liberarlo dalle perturbazioni periodiche di Giove, Venere e degli altri pianeti. Il Sole comunque non è mai più di $2''$ sopra o sotto tale piano, per cui con buona approssimazione l'eclittica è ancora quella definita in precedenza.

1.1 Orientazione e rotazione della Terra

La massa terrestre è $M_\oplus = 5.976 \cdot 10^{27} \text{ g}$, la massa degli oceani è circa $10^{-4} M_\oplus$ e quella dell'atmosfera circa $10^{-7} M_\oplus$. La distribuzione di tali masse non ha simmetria sferica e nemmeno del tutto azimutale.

La posizione dell'asse di rotazione istantaneo è influenzato dalla presenza del Sole e della Luna (moti di precessione e nutazione forzate rispetto alle stelle fisse). L'asse di rotazione non coincide con l'asse polare che quindi è in rotazione attorno all'asse di rotazione e per l'osservatore appare descrivere una curva (diametro 18 metri, nutazione libera o euleriana).

La variabile orientazione rispetto alle stelle fisse indotta da Sole e Luna causa una variazione delle coordinate equatoriali; la nutazione euleriana causa invece una piccola variazione delle latitudini astronomiche (altezza del polo di rotazione sull'orizzonte) e delle longitudini.

A causa della costituzione della terra la rotazione non può essere del tutto uniforme, assistiamo infatti ad una diminuzione secolare della durata del giorno cui si sovrappongono fluttuazioni periodiche e bruschi cambiamenti: sono tutte complicazioni piccole e in prima approssimazione trascurabili, tuttavia sono ben misurabili.

1.2 Precessione degli equinozi

La principale variazione delle coordinate astrali fu scoperta da Ipparco confrontando le coordinate eclitticali di Spica con quelle determinate 144 anni prima. Egli ipotizzò che la sfera delle stelle fisse ruoti in senso diretto attorno all'asse eclitticale per cui il sole incontra ogni anno il punto γ con un piccolo anticipo rispetto all'anno precedente da cui il termine **precessione degli equinozi**. Con il passare dei secoli la costellazione in cui il sole entra in γ cambia apprezzabilmente. Solo 1600 anni più tardi Copernico trovò la spiegazione corretta: è l'asse di rotazione terrestre che ruota rispetto ad una delle stelle fisse descrivendo un cono di semi-apertura fissa ϵ attorno al polo eclittico in un periodo di circa 25800 anni ($= 360^\circ / 50''.4 \text{ yr}^{-1}$, periodo talvolta chiamato **anno platonico**). Il polo celeste PCN è ad ogni istante su un punto del cerchio minore distante ϵ dal polo eclitticale PEN, come si vede in Fig. 1.

Il parallelo di latitudine eclittica $\beta = 90^\circ - \epsilon$ è il luogo descritto dal PCN in 25800 anni. Durante questo movimento il polo celeste verrà visto in costellazioni differenti.

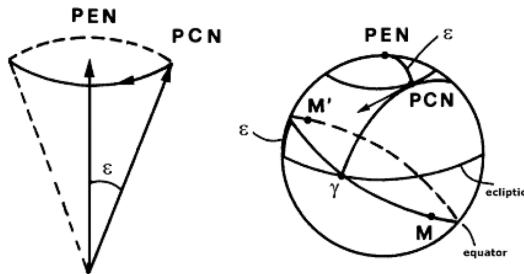


Figura 1: PCN e PEN

Tale effetto venne spiegato dinamicamente da Newton: si deve considerare che la forma della Terra è più simile ad uno sferoide oblato di rivoluzione attorno all'asse polare. L'asse equoriale deve quindi essere più lungo dell'asse polare, pertanto il sole che solitamente non è sul piano dell'equatore terrestre esercita una coppia di forze sull'asse di rotazione che tenderebbe a dar coincidere tale direzione con la normale alla congiungente al Sole stesso, cioè a far coincidere l'equatore con l'eclittica. Tuttavia l'asse polare è in rotazione per cui la coppia lo fa muovere perpendicolarmente al piano Terra-Sole.

La Luna esercita lo stesso effetto, tuttavia siccome l'ampiezza della coppia è proporzionale alla massa del corpo forzante e al cubo della distanza della terra, l'effetto della Luna è oltre due volte maggiore di quello del Sole. Da qui il termine **precessione luni-solare**.

1.3 La nutazione

Le descrizioni date da Ipparco e Copernico devono essere corrette per due ragioni:

- il piano dell'orbita lunare è inclinato sull'eclittica di circa $5^{\circ}9'$
- la distanza Terra-Luna cambia apprezzabilmente nel corso del mese lunare (analogamente anche quella Terra-Sole nel corso dell'anno)

Pertanto il moto del polo celeste non può essere semplicemente una rivoluzione sul parallelo di latitudine eclittica $90^{\circ} - \epsilon$. Ci deve essere tutta una serie di movimenti ciclici di diversa ampiezza e periodo che interessano anche l'obliquità istantanea. Questi termini sono tuttavia periodici e non si accumulano come quelli precessionali quindi non erano individuabili prima dell'avvento dei telescopi dei passaggi. È come se l'asse di rotazione, descrivendo un ampio cono attorno alla normale al piano dell'eclittica avesse un leggero tremolio, un'oscillazione periodica con un periodo di 18 anni e $2/3$ (tale periodo è esattamente quello di retrogradazione dei nodi dell'orbita lunare sull'eclittica). Tale fenomeno è la cosiddetta **nutazione** che al più raggiunge un'ampiezza di $9''.2$, avendo un termine in longitudine ed un termine in obliquità.

Le cause della nutazione sono molteplici: innanzitutto Sole e Luna non esercitano sempre la stessa azione sul rigonfiamento equoriale a causa della loro diversa posizione rispetto all'equatore terrestre, inoltre il piano dell'orbita lunare subisce pura una oscillazione precessionale che da luogo alla retrogradazione dei nodi.

1.4 Il moto dell'eclittica

Sinora abbiamo assunto che il piano dell'eclittica sia fisso rispetto alle stelle ma in realtà non è così a causa delle perturbazioni esercitate dai pianeti, in particolare da Giove e da Venere sulla giacitura del piano. All'epoca presente l'obliquità decresce di circa $0''.47$ all'anno. L'influenza dei pianeti è un effetto periodico ma tale periodo è così lungo che per molti secoli si comporta come se fosse progressivo (o meglio secolare), come la precessione luni-solare. Da qui la decisione di chiamarla **precessione planetaria** e di includerla matematicamente nei termini della precessione generale.

La precessione planetaria, avendo segno negativo, rende un po' più piccola di $50''.4$ la costante di precessione.

A rigore di logica ci dovrebbe anche essere una nutazione planetaria, tuttavia i movimenti dell'eclittica rispetto all'equatore non cambiano le declinazioni stellari ma solamente le loro ascensioni rette e dunque la nutazione di mescola con le incertezze sull'origine e in ogni caso non si nota in misure differenziali.

1.5 I movimenti dei piani fondamentali

Si considerino i due piani fondamentali alle due date t_1 e t_2 che si intersecano in γ_1 e γ_2 con obliquità ϵ_1 ed ϵ_2 rispettivamente, come in Fig. 2

Ciascun elemento, ad esempio l'angolo J , si può ritenere composto di due parti:

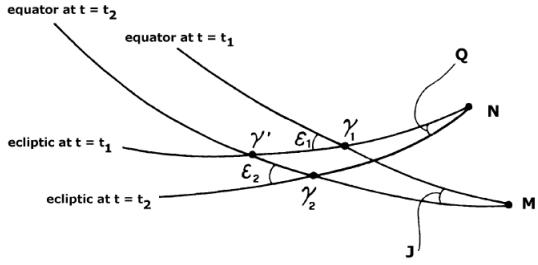


Figura 2: Piani fondamentali

- una secolare (a periodo lunghissimo)
- una a corto periodo

Durante parecchi decenni, o anche secoli, un elemento su può sviluppare in una serie temporale di cui manteniamo solo i primi termini più una parte periodica $n(t)$:

$$J(t) = at + bt^2 + ct^3 + \dots + n(t) - n(t_0)$$

dove i termini secolari (precessione) sono nulli all'epoca iniziale ma non così i termini periodici (nutazione). Allo stesso modo procediamo per gli altri elementi.

Gli elementi istantanei si dicono **veri** (equatore vero, equinozio vero, obliquità vera...), quelli ricavati dai soli effetti secolari senza considerare la nutazione di dicono **elementi medi** (equatore medio, equinozio medio, obliquità media, etc.)

1.6 Effetti al primo ordine della precessione

Chiamiamo dunque precessione luni-solare l'effetto che si avrebbe su una Terra *rigida* da una coppia luni-solare costante. L'effetto sarebbe una rotazione rigorosamente periodica del polo celeste attorno a quello eclitticale con velocità angolare e obliquità ϵ costanti. Le longitudini dunque crescerebbero con velocità uniforme:

$$\dot{\lambda} = \psi \approx +50''.37 \quad \text{per anno } tropico$$

Questo valore di ψ è determinato per 1/3 dal Sole e 2/3 dalla Luna. Esso dipende ovviamente dagli **elementi orbitali** dei due corpi forzanti, dalla **obliquità dell'eclittica** ϵ e dai **momenti d'inerzia della Terra**.

1.7 Effetti al primo ordine della precessione

Nell'ipotesi di eclittica fissa, dopo un tempo elementare $dt = 1$ anno, l'equatore mobile avrà fatto una rotazione elementare dJ attorno al diametro MM' e allo stesso tempo il polo celeste si sarà mosso da P a $P + dP$ lungo il cerchio orario dell'equinozio iniziale γ_1 cosicché $dP = dJ$ [riferimenti in Fig. 3].

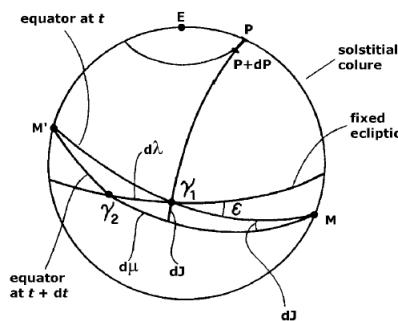


Figura 3: Precessione al primo ordine

L'intersezione tra eclittica ed equatore si sarà mossa da γ_1 a γ_2 descrivendo la precessione elementare in longitudine:

$$d\lambda = \psi dt = \frac{dJ}{\sin \epsilon} \approx +50''.37$$

1.8 Precessione planetaria

La precessione planetaria è l'effetto delle perturbazioni gravitazionali dei pianeti sulla giacitura dell'eclittica e dunque sull'obliquità. Il piccolo effetto che tale fenomeno crea è la precessione del polo eclitticale attorno a quello equatoriale che può essere rappresentato come una rotazione elementare dell'eclittica attorno ad una retta passante per N (Fig. 4).

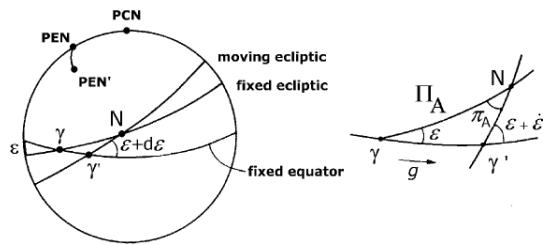


Figura 4: Precessione planetaria

Tale rotazione elementare dell'eclittica muove γ in senso diretto lungo l'equatore di circa $g = 0''.13 \text{ y}^{-1}$ che si devono sottrarre al valore della precessione luni-solare per ottenere il valore della precessione generale:

$$G = \psi - g \cos \epsilon = +50''.26 \text{ y}^{-1}$$

Ne consegue che il valore della costante $m = \psi \cos \epsilon - g$ decresce a circa $46''.07 \text{ y}^{-1} = 3^s.07 \text{ y}^{-1}$.

1.9 Diminuzione dell'obliquità ϵ

Una seconda conseguenza di questa rotazione dell'eclittica attorno a N è una piccola diminuzione dell'obliquità stessa. Facendo riferimento alla Fig. 4 si consideri il triangolo elementare $\gamma N \gamma'$ dove γ' è la posizione di γ sull'equatore fisso dopo un anno, Π_A è la longitudine N (circa $174^\circ.85$ all'epoca presente) e π_A è l'angolo in N (cioè l'inclinazione dell'eclittica mobile, a quella data, su quella fissa). Dalle leggi di trasformazione si ottiene:

$$\begin{aligned} \sin \Pi_A \sin \pi_A &= \sin g \sin (\epsilon + \dot{\epsilon}) \\ \cos \epsilon \cos g &= \sin g \cot \Pi_A + \sin \epsilon \cot (\epsilon + \dot{\epsilon}) \end{aligned}$$

da cui

$$g = \pi_A \sin \Pi_A \csc \epsilon \quad , \quad \dot{\epsilon} \approx \pi_A \cos \Pi_A \approx -0''.47 \text{ y}^{-1}$$

Dopo τ anni l'inclinazione dell'eclittica mobile sarà $\pi_A \approx \epsilon \tau / \cos \Pi_A$.

L'obliquità dell'eclittica è dunque lentamente in diminuzione (ma parte di un lunghissimo ciclo periodico). Nel 1590 Tycho Brahe ne ottene una determinazione precisa trovando $\epsilon = 23^\circ 30'$ mentre oggi ϵ è più vicina a $23^\circ 26'$; di conseguenza nessuna delle costanti viste in precedenza è realmente una costante e dunque devono essere riviste periodicamente.

2 Parallasse

Il fenomeno della parallasse è dovuto alla distanza finita dell'astro dall'osservatore. Osservatori situati in diverse località, o lo stesso osservatore che si muove a causa della rotazione diurna o della rivoluzione annua, vedranno lo stesso oggetto in direzioni diverse sulla volta celeste. La parallasse è in grado di dare, a differenza degli altri fenomeni che alterano la direzione apparente dell'astro, delle informazioni dirette riguardo la **distanza** della stella e dunque sulla sua natura e non solo sui movimenti dell'osservatore o sulle proprietà fondamentali della luce.

La conoscenza in unità lineari della distanza fornisce un collegamento tra le scale di distanza terrestre e cosmica: la determinazione delle parallassi è perciò una delle più fondamentali misure astronomiche.

2.1 La parallasse diurna

Chiamiamo **parallasse orizzontale diurna** π l'angolo sotto cui X vede perpendicolarmente il raggio terrestre. In altre parole π è il valore massimo di p ad ogni distanza di X da C e varierà solo con la relativa posizione di X e di C nelle loro rispettive orbite eliocentriche.

La parallasse orizzontale della Luna varia tra $51'$ e $61'$ a causa della forte eccentricità dell'orbita lunare. Questi valori sono circa il doppio del diametro lunare apparente per cui l'occorrenza di una occultazione stellare da parte della luna dipende molto criticamente dalla posizione dell'osservatore. Gli altri corpi celesti sono molto più distanti della luna

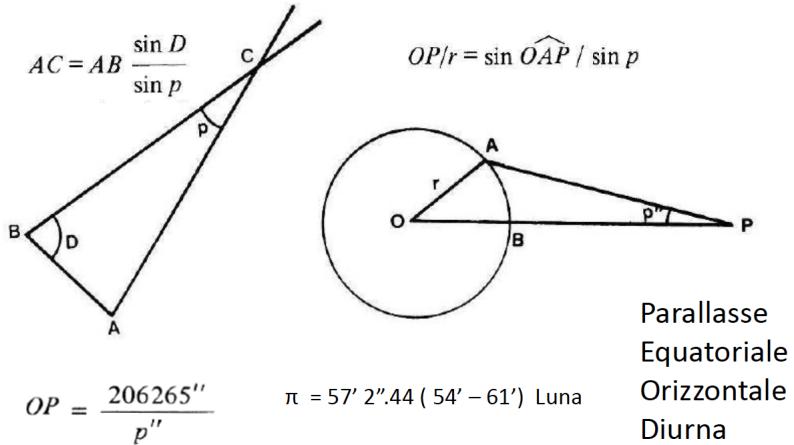


Figura 5: Parallasse equatoriale orizzontale diurna

quindi la loro parallasse è molto minore e può variare tra limiti molto ampi (per esempio π_{Venere} varia tra $5''$ e $34''$). In modo analogo si definisce la parallasse annua usando come base di riferimento il semiasse maggiore dell'orbita terrestre ($1 au = 149\,600\,000 km$). La parallasse della stella più vicina, ovvero α – Centauri è di $0''.76$ ($1''$ d'arco è l'angolo sotteso da una moneta di un euro alla distanza di $4 km$).

2.2 Parallassi differenziali

In linea di principio si potrebbero determinare parallassi annue dalla misura dell'angolo tra sole e stella ma logicamente tale procedura non è possibile. Si segue allora una strada differenziale misurando lo spostamento relativo rispetto allo sfondo di stelle distanti, il che può portare ad un piccolo errore sistematico.

2.3 Il Parsec

Usando l'Unità Astronomica come linea di base è possibile istituire la fondamentale unità delle distanze astronomiche: il **Parsec [pc]**.

Un parsec è la distanza da cui l'UA sottende perpendicolarmente un angolo di $1''$. Dunque:

$$1 pc = 206264.8 UA = 3.09 \cdot 10^{13} km$$

dove l'ultimo fattore di conversione deriva dalla parallasse solare.

Dalla definizione di parsec conseguono che, se esprimiamo le distanze (d) in parsec (pc), vale la relazione:

$$d(pc) = 1/\pi''$$

dove π'' è la parallasse espressa in arcsec.

Un'unità secondaria di distanza è l'anno luce ly corrispondente alla distanza percorsa dalla luce in un anno nel vuoto e quindi $1 pc \approx 3.26 ly$

2.4 Movimento delle stelle sulla sfera celeste

Aberrazione e parallasse sono delle prove dirette del movimento di rivoluzione (e di rotazione) della Terra. A causa di tali fenomeni le stelle descrivono apparentemente delle ellissi che possiamo identificare come:

- Ellisse di aberrazione (legato al vettore spostamento dell'osservatore e dipendente solamente dalla posizione della stella) definita come

$$(\Delta\lambda \cos \beta)^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{\sin \beta} \right)^2 = K^2$$

dove $K = 20''.36$ è l'aberrazione annua mentre $K = 0''.32$ è l'aberrazione diurna.

- Ellisse di parallasse annua (dipende dalla posizione e dalla distanza della stella):

$$\cos^2 \beta \left(\frac{\Delta\lambda}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{\pi \sin \beta} \right)^2 = 1$$

dove $\pi = 1/d$ con π in arcsec e d in parsec.

2.5 Parallassi secolari

Il Sistema Solare si muove rispetto all'insieme delle stelle vicine con una velocità di circa 20 km/s in direzione della costellazione della Lira (tale direzione si chiama **apice** del moto solare). Un ipotetico osservatore fermo rispetto a tale insieme vedrebbe il Sole in moto rettilineo verso l'apice dunque le rivoluzioni annue dei pianeti viste da tale osservatore sono orbite aperte. La distanza percorsa dal sole è 4 UA all'anno ovvero una linea di base 4 volte maggiore di quella delle parallassi annue.

Chiamiamo allora **parallasse secolare H** della stella X l'angolo sotto cui questa linea di base si vede perpendicolarmente. Chiamiamo $s_\odot (\text{km/s})$ la velocità del Sole, n il numero di secondi in un anno, $d (\text{km})$ la distanza eliocentrica di X, e otteniamo dopo alcune conversioni:

$$H = \pi \frac{s_\odot}{4.74} \approx 4\pi$$

Tale movimento tuttavia non è periodico, bensì secolare ed è frammisto al moto proprio della stella. La parallasse secolare pertanto non è utile per le stelle prese singolarmente ma ha validità statistica per tutto un gruppo di stelle aventi la stessa distanza.

2.6 Parallassi dinamiche nel Sistema Solare

Presi la terza legge di Keplero:

$$P^2 = \frac{4\pi}{G} \frac{a^3}{(M_A + M_B)} \quad \text{che per ogni pianeta ha espressione approssimata} \quad P^2 = \left(\frac{4\pi}{GM_\odot} \right) a^3$$

dove P è il periodo siderale, a è il semiasse maggiore e M_\odot è la massa del Sole. Confrontando con la Terra si ottiene

$$P^2/P_\oplus^2 = a^3/a_\oplus^3$$

Possiamo cioè derivare le **dimensioni relative** di ciascuna orbita e dunque ricavare una mappa in scala del Sistema Solare. Ci vuole almeno una determinazione in unità lineari terrestri (es. km) per fissare la scala del Sistema Solare, il cui valore preciso si conosce da appena un secolo. In passato uno dei metodi più utilizzati è stato osservare da parecchi siti un asteroide la cui orbita lo porti il più vicino possibile alla Terra.

La parallasse solare da Eros: Il risultato migliore con tale metodo si ebbe con 433 Eros, il cui periolio è a 1.13 UA . Eros fu in opposizione nel 1900-1901 e nel 1930-1931. Il primo evento, durante il quale la distanza minima da Terra fu di 0.32 UA , fu osservato visualmente e diede il valore $\pi_\odot = (8.806 \pm 0.004) \text{ arcsec}$. Nella seconda opposizione l'asteroide arrivò a 0.17 UA e le osservazioni furono fotografiche. Si trovò il valore: $\pi_\odot = (8.790 \pm 0.001) \text{ arcsec}$. Eros fu osservato nuovamente nel 1975 attraverso echi radar con i quali si riuscirono a determinare anche le dimensioni di tale asteroide (circa $16 \times 35 \text{ km}$) e sulla forte rugosità del suolo, e diedero un valore di parallasse $\pi_\odot = (8.79418) \text{ arcsec}$.

La tecnica delle **distanze via radar** furono molto utilizzate in passato in quanto, oltre a misurare la distanza, il radar fornisce anche la velocità radiale grazie allo spostamento in frequenza misurato dall'effetto Doppler. Il radar pertanto fornisce allo stesso tempo posizione e velocità per integrare le equazioni del moto.

3 Moti propri

Le stelle non sono in quiete l'una rispetto all'altra: al contrario esse mostrano dei movimenti relativi nello spazio tridimensionale. I moti propri sono composti dalle due componenti $\mu_\alpha \cos \delta$ e μ_δ dell'apparente moto μ tangente alla sfera celeste e dunque perpendicolare alla linea congiungente l'osservatore e l'oggetto osservato, come visibile in Fig. 6. Il $\cos \delta$ è necessario perché i moti propri sono tabulati come grandi angoli sferici e sono misurati in $"/\text{yr}$ o mas/yr a partire da un'epoca di riferimento (solitamente, ma non sempre epoca = equinotzio). Consideriamo innanzitutto i moti propri delle stelle vicine. Sia S l'osservatore eliocentrico, e X una generica stella a distanza d e velocità eliocentrica V , a una certa data (vedi Fig. 7).

A causa delle enormi distanze, per molti decenni o secoli la velocità si può considerare rettilinea e uniforme (con la

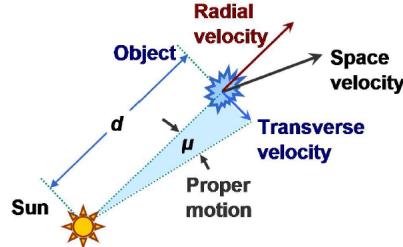


Figura 6: Moto proprio

possibile eccezione di stelle come la stella di Barnard). Esprimendo il modulo in km/s e indicando con n il numero di secondi in un anno, dopo un anno la stella verrà osservata in X' , dopo aver percorso il cammino $V \cdot n \text{ km}$ lungo una direzione facente l'incognito angolo θ con l'asse SX . Sul piano tangente alla volta celeste la stella si sarà mossa del piccolo angolo μ ($\sin \mu \approx \mu$) derivante dall'equazione:

$$\mu = n \frac{V}{d} \sin \theta \text{ rad}$$

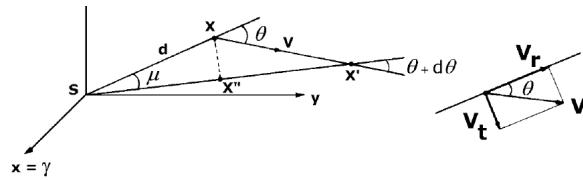


Figura 7: Moto proprio

La componente di V perpendicolare alla linea di vista, cioè V_t è detta velocità *trasversa* o *tangenziale*. La corrispondente velocità angolare μ si dice **moto proprio** della stella X e viene generalmente espressa in arcsec/anno o arcsec/secolo. Usando la parallasse π in arcsec anziché la distanza d in km e considerando gli appropriati fattori di conversione (ovvero $1 \text{ km/s} = 0.21095 \text{ UA/anno}$, $1 \text{ UA/anno} = 4.74045 \text{ km/s}$) deriviamo:

$$V_t = V \sin \theta = 4.740 \frac{\mu}{\pi} \text{ km/s} \quad \mu = \frac{\pi}{4.740} V_t \text{ arcsec/anno}$$

La maggior parte delle stelle hanno moto proprio $\mu < 2''/\text{anno}$ ma ci sono delle eccezioni come la stella di Barnard che ha moto proprio di $10''/\text{anno}$. Ovviamente le stelle più vicine tendono ad avere il moto proprio maggiore ma il viceversa non è necessariamente vero a causa dell'arbitraria orientazione nello spazio del loro vettore velocità.

Per le stelle più vicine la parallasse annua è trascinata dal moto proprio, come si vede in Fig. 8.
Il moto proprio pari a $\mu = 0''.03/\text{anno}$ trascina l'ellisse di parallasse della stella vicina ($\pi = 0''.08$).

4 Velocità radiali

La velocità radiale si misura per mezzo dell'effetto Doppler cioè mediante la variazione in lunghezza d'onda λ della radiazione a causa della velocità relativa V_r lungo la visuale. Le velocità degli oggetti del Sistema Solare e anche delle stelle della Via Lattea sono in generale così piccole rispetto a quella della luce c che non si commettono errori utilizzando la formula pre-relativistica:

$$V_r = c \frac{\lambda_O - \lambda_S}{\lambda_S} = c \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = cz$$

$$\frac{\lambda_O}{\lambda_S} = 1 + \frac{V_r}{c} = 1 + z \quad z = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$$

dove λ_O è la lunghezza d'onda misurata dall'osservatore e λ_S è quella misurata nel riferimento a riposo con la sorgente. L'uso della lettera z per indicare $\Delta \lambda / \lambda$ è molto diffuso.

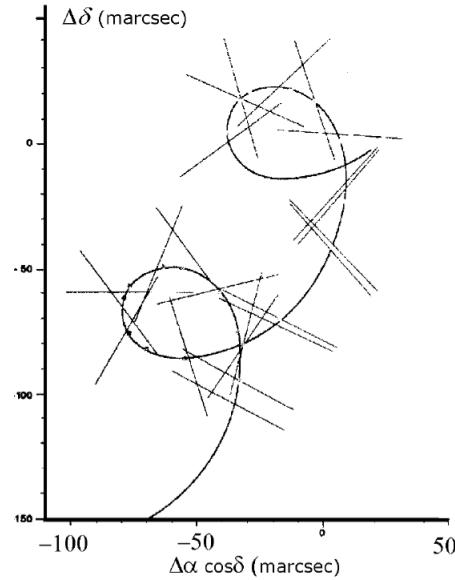


Figura 8: Relazione parallasse e moto proprio

5 Rifrazione atmosferica

Il fenomeno della rifrazione ha influenza sull'osservatore da terra degli oggetti celesti a causa della presenza dell'atmosfera terrestre che, oltre ad assorbire parte della radiazione, ne devia la traiettoria. Le leggi della rifrazione impongono che i raggi incidente e rifratto giacciono nello stesso piano e che tra gli angoli di incidenza e di rifrazione sussista la relazione

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = n_{1,2}$$

Si definisce rifrazione atmosferica $R = z_V - z_O$, come si vede in Fig. 9. R dipende dalle condizioni dell'atmosfera

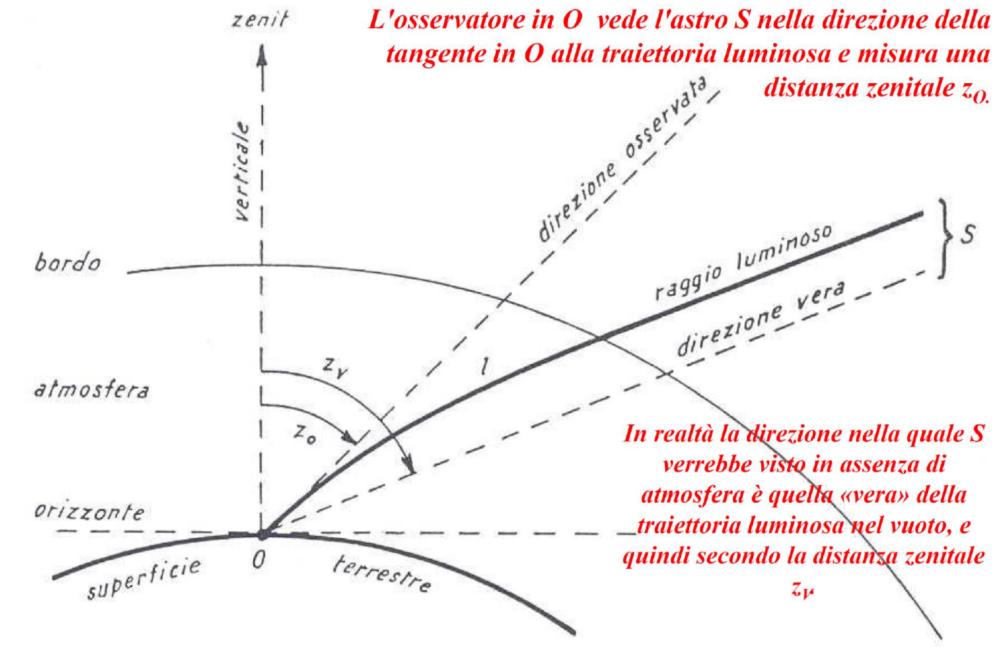


Figura 9: Rifrazione atmosferica

(estensione, costituzione, ecc.) e dall'inclinazione dei raggi luminosi. Si ha $R = 0$ per gli astri allo zenith poiché i raggi luminosi attraversano perpendicolarmente gli strati atmosferici. In generale dalla definizione di R si ha

$$R = \int_l dz$$

l'integrazione è lungo la traiettoria luminosa l alla base al bordo superiore dell'atmosfera.

Data la forma quasi sferica della terra e la limitata estensione dell'atmosfera possono essere introdotte le seguenti ipotesi semplificatorie:

- la costituzione dell'atmosfera ha una simmetria sferica
- la densità è una funzione continua del raggio

Ciò comporta che per la rifrazione un astro risulta spostato solamente in altezza e non in azimut. Poiché l'indice di rifrazione è una funzione decrescente della distanza degli strati atmosferici dal suolo, la traiettoria luminosa è una curva con la concavità rivolta verso il basso.

I maggiori effetti della rifrazione sono il fatto che alza apparentemente gli astri sull'orizzonte (tanto più quanto maggiore è la loro distanza zenitale) e deforma i dischi apparenti del Sole e della Luna.

La rifrazione aumenta al diminuire della temperatura e all'aumentare della pressione perché allora la densità aumenta e aumenta l'indice di rifrazione.

Per distanze zenitali minori di 10° si può assumere che gli strati atmosferici siano piani e paralleli. Tra due strati infinitesimi contigui sussiste allora la relazione di invarianza:

$$(n + dn) \sin i + di = n \sin i$$

Se n_0 è l'indice di rifrazione assoluto nel posto di osservazione (ed è uguale a 1 quello relativo al bordo superiore dell'atmosfera, che confina con il vuoto), posto $i = z_O$ al suolo e $i = z_V$ al bordo atmosferico si ha:

$$n_0 \sin z_O = \sin z_V = \sin(R - z_O) = \sin R \cos z_O + \cos R \sin z_O$$

Trascurando i termini del secondo ordine in R negli sviluppi delle funzioni trigonometriche di R si arriva all'espressione finale

$$R = (n_0 - 1) \tan z_O$$

La rifrazione si può dunque calcolare utilizzando solo i valori al suolo dell'indice di rifrazione e della distanza zenitale. Indicativamente per $\lambda = 550\text{ nm}$ ed in condizioni normali si può prendere $n_0 = 1.003$ e si ottiene $R'' = 60'' \tan z_O$.

Fissata la lunghezza d'onda λ , il valore dell'indice di rifrazione è dato dalla legge di Gladston-Dale

$$n - 1 = k\rho$$

dove ρ è la densità. Considerando l'atmosfera come un gas perfetto di pressione P , temperatura T e peso molecolare μ vale l'equazione di stato $\rho = \frac{\mu P}{RT}$. Si ha dunque:

$$n - 1 = k' \frac{P}{T}$$

In condizioni standard ($P = 760\text{ mmHg}$, $T_0 = 0^\circ\text{C} = 273\text{ K}$), nel visibile

$$n - 1 \approx 78.7 \cdot 10^{-6} \frac{P}{T} \quad R'' \approx 60'' 4 \frac{P/760}{T/273} \tan z_O \quad \text{P in mmHg, T in Kelvin}$$

6 Moti dei Pianeti

6.1 Moto del Sole

Il Sole si sposta sull'eclittica di moto diretto compiendo 360 gradi in un anno siderale, ovvero si sposta di circa un grado al giorno. In realtà si sposta di circa $57'$ al giorno ad inizio luglio (si trova vicino all'afelio) e di circa $61'$ al giorno all'inizio di gennaio (perielio). Corrispondentemente le sue dimensioni angolari cambiano: vanno da un massimo di $32''.6$ a gennaio e un minimo di $31''.5$ a luglio. La velocità angolare diurna del sole è legata al suo diametro apparente dalla relazione

$$\frac{d\lambda_O}{dt} = AS''^2$$

dove λ è la sua longitudine eclitticale ed A è una costante.

D'altra parte essendo S molto piccolo cosicché la sua tangente trigonometrica può confondersi con l'arco, si ha, chiamando r la distanza Terra-Sole. $r = B/S$ dove B è costante (raggio del Sole). Segue dunque:

$$\frac{d\lambda_O}{dt} r^2 = \text{cost}$$

che è una delle varie forme con cui si può esprimere la seconda legge di Keplero.

La formula precedente consentirebbe inoltre di avere, a meno di una costante moltiplicativa, le distanze r del sistema Terra-Sole per ogni valore di $d\lambda/dt$. Sarebbe facile vedere allora che la traiettoria descritta dalla Terra attorno al Sole è un'ellisse di cui il Sole occupa uno dei due fuochi (prima legge di Keplero).

Il punto in cui il Sole si trova più vicino alla Terra si dice perigeo (perielio) mentre il punto di massima lontananza si dice apogeo (afelio).

6.2 Moto della Luna

La Luna si sposta sulla sfera celeste percorrendo un circolo massimo inclinato di $5^{\circ}9'$ sull'eclittica che viene intersecata nei due nodi (o punti draconici). La Luna percorre su questo circolo massimo un arco di 360° , muovendosi nel verso diretto (antiorario) in $27^d.32166$ giorni solari medi, ossia $27^d7^h43^m12^s$ (**mese siderale**). In 24 ore essa si sposta di circa 13° . Si è detto che l'orbita apparente della Luna interseca l'eclittica in due punti nodali: questi due punti non sono fissi, si spostano sull'eclittica di moto retrogrado, percorrendo i 360 gradi dell'eclittica in **18 anni e 213 giorni (6797 giorni)**. Tale fenomeno è indicato col nome di **retrogradazione dei nodi** ed è dovuto in parte allo schiacciamento dei poli terrestri ed al rigonfiamento equatoriale che determinano appunto una perturbazione del moto lunare. Ogni anno si ha dunque una retrogradazione di $360/18.6$ ossia di circa 19° , ed ogni mese una retrogradazione di circa $1^{\circ}.6$. L'intervallo di tempo impiegato dalla Luna per passare due volte di seguito al nodo ascendere è quindi inferiore al mese siderale di tutto il tempo necessario affinché la Luna percorra un arco di $1^{\circ}.6$ e vale dunque 27.2122 giorni solari medi (**mese draconico**). La retrogradazione dei nodi fa variare da un anno all'altro, fissato il luogo dell'osservatore, la Luna rispetto all'orizzonte.

La successione delle fasi lunari indica chiaramente che la luna ruota attorno al globo: l'alterno ciclo delle fasi è infatti causato dalla mutua posizione dei tre corpi Sole, Terra e Luna. Quando la Luna si trova in congiunzione con il sole ossia ha la stessa longitudine del Sole, essa è invisibile (**Luna nuova**) e rivolge alla Terra l'emisfero oscuro mentre l'emisfero opposto è illuminato dai raggi solari. Con il passare dei giorni, però le posizioni mutano e la Luna, non più allineata con il Sole, mostra una parte sempre più crescente dell'emisfero illuminato. Si giunge così al **primo quarto (PQ)** quando la metà esatta del dell'emisfero illuminato è visibile dalla Terra. In tale epoca la Luna tramonta circa 6 ore dopo il Sole e si vede nella prima metà della notte. Col passare dei giorni la porzione luminosa si fa sempre più grande finché la Luna si trova nuovamente allineata con la Terra e con il sole ma dalla parte opposta, cioè in opposizione col Sole rispetto alla Terra: si ha quindi l'epoca di Luna piena (LP): in tale momento la Luna sorge quando tramonta il sole e splende quindi per tutta la notte. Infine, proseguendo nel suo moto si ha una fase di Luna calante e si raggiunge così l'ultimo quarto: in tale fase la Luna è visibile solamente nella seconda parte della notte. Poi la falce lunare si assottiglia avvicinandosi angolarmente al Sole fino a ritornare al novilunio.

Le fasi di novilunio e plenilunio si chiamano **sizigie**, l'età della Luna si conta a partire dal novilunio.

6.3 Mese sinodico o lunazione

Il mese sinodico è l'intervallo che intercorre tra un novilunio e il successivo. È facile constatare che il mese sinodico è più lungo del mese siderale. Infatti mentre la Luna partendo da L_2 compie il suo giro di 360° , il Sole si sposta nel verso diretto da S_2 ad S_1 di circa 27° essendo il periodo siderale della luna di 27.322 giorni. La Luna dovrà dunque percorrere ancora quest'arco per ritrovarsi in congiunzione con il sole il L_1 .

Il calcolo esatto della lunghezza del mese sinodico è semplice: siano A l'anno siderale, M il mese siderale, L il mese sinodico tutti espressi in giorni solari medi. Allora la velocità angolare diurna del Sole sarà $360^{\circ}/A$, quella della Luna $360^{\circ}/M$. L'angolo descritto dal Sole in un mese sinodico sarà $360L/A$ e quello descritto dalla Luna in pari tempo $360L/M$. Il secondo supera il primo di un angolo giro cosicchè:

$$(360/M)L = (360/A)L + 360 \\ \text{ossia } 1/M = 1/A + 1/L \\ \text{da cui } L = AM/(A - M)$$

Risulta così per la durata del mese sinodico $L = 29^d.53029 = 29^d12^h44^m3^s$ di tempo solare medio.

6.4 Eclissi solari e lunari

Se i piani orbitali del Sole e della Luna fossero coincidenti anziché essere inclinati di $5^{\circ}1'$, ad ogni novilunio si avrebbe un'eclissi di Sole e ad ogni plenilunio un'eclissi di Luna. Inoltre, benché abbiano dimensioni molto diverse, Sole e Luna si trovano a distanze tali dalla Terra da mostrare diametri apparenti simili. Il diametro apparente del Sole oscilla infatti tra $31'.5$ e $32'.6$ mentre quello della Luna tra $29'.5$ e $33'.5$. Ne consegue che se la Luna si interpone tra il Sole

e la Terra, essa occulta completamente il primo (eclissi totale) se il suo diametro eccede quello del Sole e se i centri dei due dischi sono quasi allineati rispetto all'osservatore terrestre. Se il diametro apparente lunare è più piccolo di quello solare la Luna occulta solo la parte centrale lasciando scoperto un piccolissimo anello (eclissi anulare). Se infine il disco della Luna copre solo in parte quello del Sole e di conseguenza i centri dei due corpi celesti non sono allineati si ha un'eclissi parziale.

Analogamente, durante il plenilunio, può succedere che la Terra si vada ad interporre tra il Sole e la Luna intercettando in tutto o in parte i raggi solari che illuminano la luna. Si ha allora un'eclissi lunare che può essere parziale o totale. Nel primo caso la Luna entra completamente nel cono d'ombra proiettato dalla Terra, nel secondo solo in parte.

Per avere un'eclissi è necessario quindi che la Luna si trovi in fase di novilunio o di plenilunio. Tale condizione è necessaria ma non sufficiente dal momento che i piani orbitali proiettati sulla sfera celeste sono inclinati di $5^{\circ}9'$ ma le dimensioni angolari dei dischi apparenti del Sole e della Luna hanno dimensioni dell'ordine di $30'$. Ciò implica che per avere un'eclissi non solo è indispensabile che i due corpi celesti si trovino in congiunzione o in opposizione rispetto alla Terra, devono trovarsi anche vicinissimi ai nodi dell'orbita lunare.

In particolare perché avvenga un'eclissi lunare è necessario che il Sole disti da un nodo in media non più di $9^{\circ}.9$ (tra $12^{\circ}15'$ e $9^{\circ}30'$ a seconda dei casi) per un'eclissi parziale, e non più di $4^{\circ}.6$ per una totale.

Per un'eclissi solare i limiti sono più larghi dal momento che basta che il Sole si trovi ad una distanza dal nodo inferiore in media di $15^{\circ}.5$ (per la precisione inferiore ad una quantità che oscilla tra $18^{\circ}31'$ e $15^{\circ}21'$).

Per massimizzare a durata di un'eclissi solare sono necessarie alcune condizioni:

- Luna al perigeo (disco lunare più grande)
- Terra all'afelio (disco solare più piccolo)
- trovarsi in una zona equatoriale dal momento che è più vicina alla luna e quindi interseca una sezione maggiore del cono d'ombra da questa creato)
- a mezzogiorno la Terra si trova più vicino alla Luna di circa $1\ r_{\oplus}$ quindi il disco lunare ha diametro apparente maggiore
- Sole allo zenith

Le eclissi sono distribuite ogni anno in due gruppi lontani poco meno di sei mesi, il tanto che basta perché il Sole si porti da un nodo a quello opposto (anno draconico o delle eclissi: 346.620 giorni). Nel ciclo delle eclissi vi è una periodicità di 18 anni e 10 o 11 giorni (**ciclo di Saros**). Infatti l'intervallo di tempo necessario perché la Luna ripassi due volte a uno dei nodi è di 27.212220 giorni (ciclo o mese draconico), invece la durata del mese sinodico o di lunazione è di 29.530588 giorni. Entrambi questi intervalli sono sottomultipli di un periodo di 6585 giorni e 8 ore che si indica con il nome di Saros. Trascorso questo intervallo di tempo che corrisponde a 18 anni e 11 giorni, se nell'intervallo vi sono quattro anni bisestili e 18 anni e 11 giorni se vi sono cinque anni bisestili, Terra, Sole e Luna si trovano quasi esattamente nelle condizioni di partenza ovvero la Luna ritorna alla stessa fase e posizione rispetto ai nodi di 18 anni prima. Un'eclissi si ripete nello stesso luogo dopo 3 cicli di Saros ovvero dopo circa 54 anni. Durante un Saros avvengono 29 eclissi di Luna e 42 di Sole.

6.5 Numero delle eclissi in un anno

Per la retrogradazione dei nodi si ha che i nodi si spostano di circa 19° all'anno in senso retrogrado quindi l'intervallo di tempo che il Sole impiega, partendo da un nodo, a ritornarvi è uguale ad un anno siderale meno l'intervallo di tempo impiegato dal Sole a percorrere l'arco descritto in verso retrogrado dal nodo stesso in pari tempo. La durata dell'anno delle eclissi ossia il tempo impiegato dal Sole a passare due volte consecutive al nodo ascendente è di 342.620 giorni solari medi. Inoltre va ricordato che per avere un'eclissi è necessario che la Luna si trovi in plenilunio o novilunio e che il mese sinodico dopo le quali le fasi si ripetono uguali è di $29^d.5$ nel corso dei quali il Sole percorre in media sull'eclittica $29^{\circ}5'$.

Nel corso di un anno delle eclissi si possono avere quindi al più tre eclissi lunari (con la condizione che la prima avvenga a gennaio) e, in casi sfavorevoli, zero. Per quanto riguarda invece le eclissi solari si hanno sempre almeno due eclissi nel corso di un anno delle eclissi. Al più si potranno avere, con la condizione che la prima avvenga a gennaio, cinque eclissi solari.

Riepilogando si potranno avere quindi da 0 a 3 eclissi lunari e da 2 a 5 eclissi solari. Ragionando in termini totali si avranno un massimo di 7 eclissi (due lunari e cinque solari) a un minimo di due (solamente solari).

6.6 Occultazioni

Quando la Luna passa davanti ad una stella avviene un fenomeno chiamato occultazione. In tale fenomeno si distinguono due fasi: l'immersione ovvero l'improvvisa sparizione della stella dietro il bordo lunare e l'emersione ovvero la

riapparizione della stella da un altro punto del bordo della Luna. La determinazione precisa degli istanti di questi avvenimenti permette di stabilire la posizione della Luna e di verificare e migliorare le teorie del moto lunare. Sfruttando il fenomeno della diffrazione della luce al bordo lunare è inoltre possibile attraverso l'analisi fotometrica delle circostanze dell'immersione di una stella, stabilire se essa è o no una stella doppia stretta non risolubile con altre tecniche e qual è la separazione delle due componenti oppure, nel caso di stelle giganti o supergiganti, è possibile risalire al diametro apparente.

Se le occultazioni avvengono da parte di pianeti si può determinare sempre attraverso lo studio fotometrico l'estensione dell'atmosfera e la sua densità.

6.7 Transito dei pianeti Mercurio e Venere sul disco solare

Una mini-eclissi di Sole ha luogo quando uno dei pianeti inferiori (Mercurio o Venere) transita di fronte al Sole e dunque si trova necessariamente in congiunzione inferiore. Perché il transito avvenga è necessario che la differenza di latitudine eclitticale tra il centro del Sole e il pianeta in prossimità della congiunzione sia inferiore a $16'$, raggio apparente del Sole visto dalla Terra. Ciò avviene solamente in prossimità dei nodi. Tale condizione è molto restrittiva e il transito non avviene se al momento della congiunzione superiore la distanza dai nodi supera un certo valore critico, piccolo per Mercurio e piccolissimo per Venere.

Transito di Mercurio: Mercurio ha un periodo siderale di 87.969 giorni e un periodo sinodico di 115.88, la sua inclinazione è di 7° e passa al nodo discendente attorno al 7 maggio e all'ascendente attorno al 9 novembre. In novembre Mercurio si trova al perielio quindi le condizioni sono più favorevoli per un transito (disco di 10 arcsec) mentre a maggio si trova all'afelio ed è più lento nell'orbita. I transiti di Mercurio si ripetono ad intervalli di 7 o 13 anni al nodo ascendente oppure ad intervalli di 13 o 20 anni a quello discendente.

Transito di Venere: Venere ha un periodo siderale di 224.701 giorni e un periodo sinodico di 583.93 , l'inclinazione della sua orbita è di $3^\circ 24'$. I suoi transiti sono più rari rispetto a quelli di Mercurio: perché il fenomeno avvenga è infatti necessario che sia il Sole che Venere passino quasi simultaneamente (entro $16'$) ai nodi. Il minimo comune multiplo tra il periodo sinodico di Venere e il periodo siderale della Terra ci dà la periodicità dei transiti che è di 8, 235, 243 anni. Tenuto conto che i transiti possono avvenire all'uno o all'altro nodo gli intervalli si dimezzano. In generale i transiti distanti otto anni si presentano due volte di seguito, sono marginali e pressapoco simmetrici. Passa poi un intervallo di 235 anni e si ripresentano altri due passaggi intervallati di 8 anni. Questo periodo si riduce però a 105 o 122 anni quando si prendono in considerazione i transiti relativi ad entrambi i nodi.

In passato i transiti di Venere avevano importanza perché attraverso la sua parallasse era possibile misurare la distanza del pianeta dalla Terra e di conseguenza la misura dell'unità astronomica.

6.8 Moti lunari

La Terra e la Luna costituiscono in un certo senso un pianeta doppio: le dimensioni del satellite non sono affatto trascurabili rispetto a quelle della Terra. La Terra ha un raggio medio di 6371 km mentre quello della Luna è di 1738 km ovvero appena $1/3.67$ del raggio terrestre. La massa della Luna è $1/81.3$ di quella della Terra. Il baricentro del sistema si trova a 4670 km dal centro della Terra. Il moto di rivoluzione della Luna è sincrono con il moto di rotazione quindi in prima approssimazione la Luna rivolge sempre lo stesso emisfero verso la Terra.

Una caratteristica dell'orbita lunare è che essa rivolge sempre la concavità verso il Sole, cosa che invece non avviene negli altri satelliti.

La Luna è soggetta ad altri movimenti apparenti detti di **librazione**:

1. Librazione in latitudine: dovuta al fatto che l'asse di rotazione della Luna è inclinato di $6^\circ 41'$ rispetto alla perpendicolare al suo piano orbitale. Ne consegue che il suo moto attorno alla Terra sembra inclinarsi in su e in giù, con periodicità il mese draconico $27^{d}5^{h}5^{m}.6$, mostrando alternativamente il polo Sud e il polo Nord.
2. Librazione in longitudine: moto di rivoluzione non uniforme. La Luna ruota uniformemente, almeno in prima approssimazione, attorno al proprio asse, ma il suo moto orbitale attorno alla Terra è più rapido all'apogeo e più lento al perigeo. Ciò fa sì che possiamo vedere dalla Terra a volte $7^\circ\text{--}8^\circ$ in più del lembo orientale, a volte altrettanto in più del lembo occidentale (periodicità mese anomalistico $27^{d}13^{h}18^{m}.6$)
3. Librazione diurna: esiste poi l'effetto della parallasse diurna, $\pm 1^\circ$

In pratica per effetto della librazione, un osservatore può vedere il 59% della superficie lunare.

Un osservatore posto sulla Luna, nell'emisfero rivolto verso la Terra, vede a sua volta la Terra come un disco di $1^\circ 54'$ di diametro ossia 3.67 volte più grande di quando noi vediamo la Luna. Tale disco, pur spostandosi per effetto della librazione, non partecipa del moto di rotazione apparente della sfera celeste che si svolge in circa 27 giorni attorno al

polo lunare. Le fasi della Terra sono complementari a quelle della Luna.

Il Sole, come terzo corpo nel sistema Sole-Terra-Luna, perturba il moto della Luna attorno alla Terra e ne rende la traiettoria e la velocità estremamente complesse. Le perturbazioni più notevoli sono

1. Precessione della linea degli apsidi (che corrisponde all'asse maggiore dell'ellisse orbitale): la linea congiungente l'apogeo al perigeo lunari - la linea degli apsidi - ruota lentamente nella stessa direzione della Luna (moto diretto) facendo un giro completo in circa 8.85 anni
2. Retrogradazione dei nodi: la retrogradazione sposta i nodi dell'orbita lunare sull'ellittica in senso orario con un periodo di circa 18 anni e 2/3

6.9 Le maree

L'attrazione della Luna e del Sole sulla superficie delle acque e sulla stessa crosta terrestre provoca il fenomeno delle maree.

Sia T il centro della terra e L quello della Luna ed esprimiamo distanze, raggi e masse in funzione del raggio e della massa della Terra assunti come unità. Consideriamo il punto A sulla superficie terrestre, posto sulla congiungente TL. L'accelerazione che subisce il punto A per effetto dell'attrazione lunare è

$$a_A = \frac{GM_L}{(d-1)^2}$$

e quella subita dal centro T della Terra:

$$a_T = \frac{GM_L}{d^2}$$

la differenza è

$$a_A - a_T = GM_L \frac{2d-1}{(d-1)^2 d^2} \approx \frac{2GM_L}{d^3}$$

Anche il sole provoca un effetto di marea che si somma con quello lunare, quando Sole e Luna agiscono nella stessa direzione ossia quando è Luna piena o Luna nuova si ha

$$\begin{aligned} a_L &= 0.173 \text{ m/s}^2 & , & a_\odot = 0.079 \text{ m/s}^2 \\ a_L/a_\odot &= 2.18 \end{aligned}$$

Questa accelerazione tende in A a portare la superficie delle acque verso il centro di attrazione e in B, essendo contraria di segno, tende ad allontanarle altrettanto. Ne consegue una deformazione della massa fluida terreste.

Poiché la Terra ruota mentre la Luna in pari tempo si sposta di poco, l'onda di marea percorre la superficie delle acque con un intervallo di circa 6 ore tra alta e bassa marea (precisamente 6h 13m perché la Luna si sposta di circa $3^\circ.3$ mentre la Terra ruota di 90°).

Poiché la crosta terrestre presenta un certo grado di elasticità partecipa anch'essa ad un movimento mareale e vi partecipa anche l'atmosfera terrestre. Negli oceani l'onda di marea non supera in genere il metro ma lungo le coste può arrivare anche a 20 metri.

L'azione mareale si traduce in una dissipazione di energia, una sorta di attrito che determina sulla Terra un rallentamento della velocità di rotazione e quindi un allungamento del giorno. La Terra dunque rallenterà il suo moto di rotazione fino a rivolgere sempre lo stesso emisfero verso la Luna.

6.10 Moto apparente dei pianeti

I pianeti si spostano sulla sfera celeste secondo traiettorie che, essendo le risultanti del moto combinato della Terra e dei pianeti stessi, appaiono complicate, con la presenza nodi e da cappi, nei quali il moto si inverte e da diretto che era diviene retrogrado, per tornar poi, dopo un certo tempo, di nuovo diretto.

Distinguiamo tra pianeti inferiori e superiori I pianeti inferiori o interni (Mercurio e Venere) oscillano apparentemente attorno al Sole, a oriente e ad occidente di esso, senza mai allontanarsi dal Sole più di un certo limite (elongazione massima). Per esempio Venere in prossimità della sua congiunzione superiore col Sole appare vicinissima ad esso (nei giorni della congiunzione è del tutto invisibile) e si muove di moto diretto assai più rapidamente del Sole che, sull'ellittica, si sposta pure nel verso antiorario. Dopo qualche tempo, per la maggiore velocità, Venere sopravanza il Sole portandosi ad oriente di esso (ossia a sinistra, per un osservatore dell'emisfero boreale che guardi a mezzogiorno) cosicché il Sole tramonta prima e Venere resta visibile ancora per alcune ore (Vespero o stella della sera). Questo moto a oriente prosegue finché Venere raggiunge la sua massima elongazione orientale (circa 46°); il pianeta ha allora un intenso splendore biancastro. Via via che Venere si avvicina alla massima elongazione orientale il suo moto rallenta e

quando questo punto è raggiunto, il Sole e Venere si muovono con la medesima velocità angolare; successivamente però Venere perde terreno rispetto al Sole, finché il suo moto si inverte, e da diretto si fa retrogrado. Il pianeta si avvicina allora rapidamente al Sole, fino a tornare in congiunzione inferiore con esso, sempre procedendo nel verso retrogrado. Nella congiunzione inferiore Venere non è più visibile (perché rivolge a noi l'emisfero non illuminato) a meno che essa non transiti sopra il disco solare. Continuando nel suo movimento retrogrado, il pianeta torna ad allontanarsi dal Sole stavolta verso occidente (ossia a destra per un osservatore disposto come sopra), cosicché esso nasce prima del Sole ed è visibile all'alba (Lucifero, stella del mattino). Raggiunta la massima elongazione occidentale il moto si inverte ancora, diventando diretto e Venere si avvia verso la congiunzione superiore.

Allo stesso modo si muove Mercurio (le massime elongazioni per Mercurio, che ha orbita molto ellittica, vanno da 18° a 28° con la differenza che l'intero ciclo si svolge più rapidamente (in 116 giorni anziché 584).

I pianeti superiori (Marte, Giove, Saturno, Urano, Nettuno) possono invece assumere qualsiasi distanza angolare dal Sole, tra 0° e 180°. Al momento della congiunzione il pianeta, Marte ad esempio, è invisibile, nascendo e tramontando col Sole, e procede con moto diretto allontanandosi a occidente del Sole che corre più veloce. Il moto, via via che l'elongazione aumenta, si fa più lento, finché il pianeta diventa stazionario e poi retrogrado. Durante la retrogradazione l'allontanamento del Sole procede rapidissimo, perché i due corpi, visti dalla Terra, si muovono in direzioni opposte. Raggiunta la elongazione di 180° (opposizione), la velocità retrograda è massima. All'epoca dell'opposizione il pianeta nasce quando tramonta il Sole e resta visibile tutta la notte. Superata l'opposizione, sempre con moto retrogrado, il pianeta si avvicina al Sole da oriente; successivamente inverte il moto che torna diretto e viene poco a poco raggiunto dal Sole (congiunzione).

È ovvio che, se le orbite della Terra e dei pianeti sono descritte attorno al Sole, i pianeti inferiori debbono presentare, essendo corpi opachi illuminati dal Sole, tutto il ciclo delle fasi, come la Luna. Anche i pianeti superiori, ma in minor grado, presenteranno delle fasi, dipendendo queste dalla elongazione e dalla distanza del pianeta dalla Terra.

Le fasi rappresentano un'altra prova diretta del moto di rivoluzione dei pianeti attorno al Sole.

6.11 Leggi di Keplero

Keplero usò le osservazioni di Marte fatte da lui e Tycho Brahe per derivare le tre leggi che portano il suo nome. Siano A l'anno siderale della Terra, che avrà velocità angolare $360/A$. Sia P l'anno siderale di Marte che avrà velocità angolare $360/P$ e S il periodo sinodico di Marte. La velocità relativa sarà dunque $360/S$. Deve essere quindi per ogni pianeta superiore

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{A} - \frac{1}{P} \quad \text{ovvero} \quad P = \frac{SA}{S-A} \quad (\text{se si trattasse di un pianeta inferiore } P = \frac{SA}{S+A}) \quad (1)$$

Ma essendo A=1 anno, S=2.135 anni segue che P=1.881 anni.

Del quadrilatero ST_1MT_2S sono noti tre angoli : ST_2M , ST_1M e T_1ST_2 . Quindi possiamo misurare SM in funzione di $ST = 1AU = ST_1$. Con coppie intervallate di 1.881 anni si può fare la misura molte volte, quando Marte è in M1, M, M2, ..., Mi. In questo modo Keplero, vide che l'orbita doveva essere una ellisse. Da 5 serie di osservazioni di Marte distanziate di 1.881 anni di Tycho (Marte sempre in M, Terra in T1, T2, ...,) Keplero riconobbe che anche l'orbita della terra era ellittica, con $e = 0.017$.

Queste osservazioni portarono alla derivazione della prima legge di Keplero.

Il Sole percorre i 360° sull'eclittica in 365 giorni. È facile constatare che il moto non è costante e la velocità angolare varia da un minimo di 57' ad inizio luglio e un massimo di 61' ad inizio gennaio. Con misure di precisione si può verificare anche che il diametro del Sole varia da 32'.6 ad inizio gennaio a 31'.5 in luglio.

Graficando i due parametri si trova facilmente che la velocità angolare in longitudine eclittica del sole $d\lambda_\odot/dt = AS^2$ con A costante. Ma S è un angolo molto piccolo quindi la tangente si confonde con l'arco, ovvero se r è la distanza Terra-Sole, si ha $r = B/S$ con B costante quindi

$$\frac{d\lambda_\odot}{dt} r^2 = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad \text{seconda legge di Keplero}$$

Riassumendo le leggi di Keplero sono:

- i pianeti descrivono attorno al Sole delle orbite ellittiche di cui il Sole occupa uno dei fuochi. In formula

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \nu} \quad \text{con} \quad p = a(1 - e^2)$$

- le aree descritte dal raggio vettore di ciascun pianeta sono proporzionali ai tempi impiegati a percorrerle ossia i raggi vettori dei pianeti descrivono aree uguali in tempi uguali

$$r^2 \frac{d\nu}{dt} = \text{cost}$$

3. i quadrati dei tempi di rivoluzione dei pianeti attorno al Sole sono proporzionali ai cubi dei semiassi maggiori delle rispettive orbite. In formula

$$P^2 = Ka^3$$

L'espressione esatta per dei corpi nel sistema solare è

$$P^2(m_1 + m_2) = \frac{4\pi^2 a^3}{G}$$

6.12 Elementi di un'orbita

L'orbita di un corpo soggetto all'attrazione newtoniana è piana ed in particolare è una conica. Per definire quest'orbita occorre dare:

- la giacitura del piano dell'orbita rispetto ad un piano fondamentale e ad una sua retta orientata che nel caso dei corpi del Sistema Solare sono il piano dell'eclittica e la direzione del punto γ
- gli elementi geometrici della conica ossia eccentricità, semiasse maggiore (o distanza al perielio), direzione dell'asse maggiore
- elementi temporali, ossia periodo di una rivoluzione siderale P e epoca T_o del passaggio al perielio (da cui si contano le anomalie vere ν)

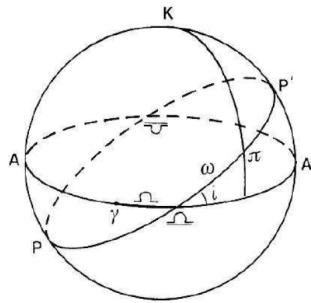


Figura 10: Elementi di un'orbita

Sia dunque nella sfera celeste AA' l'eclittica e PP' il circolo massimo che rappresenta il piano orbitale di un corpo gravitante attorno al Sole. Gli elementi che definiscono la giacitura orbitale sono:

- inclinazione i , ossia l'angolo diedro formato dai due piani (eclittica e piano orbitale)
- la longitudine del nodo ascendente, ossia l'arco Ω contato da 0 a 360 nel verso delle longitudini crescenti

Gli elementi che definiscono la forma dell'orbita e la sua orientazione nel piano orbitale sono:

- la distanza ω del perielio dal nodo contata nel verso del moto da Ω a π
- l'eccentricità e
- il semiasse maggiore a

Gli elementi temporali sono:

- il tempo T_o del passaggio al perielio
- il periodo P

Nel caso di pianeti orbitanti attorno al Sole quest'ultimo non è necessario se si conosce la distanza a essendo P definito in funzione di a nella terza legge di Keplero.

6.13 Parallassi dinamiche nel Sistema Solare

Si prenda in considerazione la terza legge di Keplero

$$P^2 = \frac{4\pi}{G} \frac{a^3}{(M_A + M_B)}$$

che per ogni pianeta ha l'espressione approssimata $P^2 = (4\pi/M_\odot)a^3$ dove P è il periodo siderale, a il semiasse maggiore e M_\odot è la massa del Sole. Confrontando con la Terra si ha

$$P^2/P_\odot^2 = a^3/a_\odot^3$$

Possiamo cioè derivare le dimensioni relative di ciascuna orbita. Ci vuole almeno una determinazione in unità lineari terrestri (es: km) per fissare la scala del Sistema Solare, il cui valore preciso è conosciuto da appena un secolo. Uno dei metodi preferiti in passato è stato osservare da parecchi siti un asteroide (dato che la sua immagine è puntiforme) la cui orbita lo porti il più possibile vicino alla Terra.

7 Il Sistema Solare

Il sistema planetario del Sole ha 8 pianeti principali, alcuni pianeti minori, decine di satelliti e miliardi di piccoli oggetti (asteroidi e comete). I pianeti e i satelliti hanno generalmente orbite poco eccentriche e poco inclinate rispetto al piano dell'orbita terrestre (piano dell'eclittica).

Tutti i pianeti e la maggior parte dei satelliti ruotano nello stesso senso, eccetto Venere, Urano e Plutone. Il loro asse di rotazione è generalmente perpendicolare al piano dell'orbita e la sua inclinazione determina lo scorrere delle stagioni.

Di ciascun pianeta sono stati stabiliti, con l'osservazione, i periodi (siderali e sinodici) di rivoluzione, le distanze dal Sole, i raggi, le masse, le densità medie, i periodi di rotazione, l'inclinazione dell'asse, oltre agli elementi $e, i, \Omega, \omega, \alpha$ (tempo di passaggio al perielio).

Le dimensioni dei pianeti sono molto diverse tra loro e la loro densità cresce avvicinandosi al Sole.

I pianeti e gli altri corpi del nostro sistema solare, eccetto i satelliti, possono essere suddivisi in tre categorie distinte nel modo seguente:

- un **pianeta** è un corpo celeste che orbita attorno al Sole, ha una massa sufficiente affinché la sua gravità possa vincere le forze di corpo rigido cosicché assume una forma di equilibrio idrostatico (quasi sferica) e ha ripulito vicinanze intorno alla sua orbita.
- un **pianeta nano** è un corpo celeste che orbita attorno al sole, ha massa sufficiente affinché la sua gravità possa vincere le forze di corpo rigido cosicché assume una forma di equilibrio idrostatico (quasi sferica) ma non ha ripulito le vicinanze della sua orbita e non è un satellite.
- tutti gli altri oggetti, eccetto i satelliti, che orbitano attorno al sole possono essere chiamati in maniera collettiva "small Solar-System bodies".

Secondo questa suddivisione Plutone viene definito pianeta nano e viene riconosciuto come prototipo di una nuova categoria di oggetti transnettuniani.

7.1 Leggi empiriche delle distanze planetarie

Le distanze dei pianeti dal Sole possono essere approssimate attraverso formule empiriche del tipo:

$$x_n = b + cd^n$$

dove n rappresenta una conveniente successione di numeri interi e b, c, d sono opportune costanti.

La più famosa delle leggi empiriche delle distanze planetarie è quella formulata da Titius e Bode, la cui formulazione analitica è

$$X_n = 0.4 + 0.3 \cdot 2^n$$

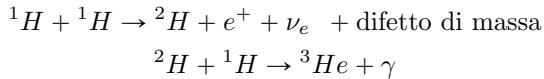
tale legge è in difetto per Nettuno ma rappresenta bene Plutone con $n = 7$. Tali relazioni, sebbene non abbiano un grande significato fisico, hanno indubbiamente un significato di cui non si può non tenere conto quando si avanzano ipotesi sulla formazione del Sistema Solare.

7.2 Il Sole

Le quantità principali che descrivono il Sole sono:

1. Raggio: $700000 \text{ km} \approx 109 r_{\oplus}$
2. Massa: $1.99 \cdot 10^{30} \text{ kg} \approx 333000 m_{\oplus}$
3. Composizione chimica (X)70% H, (Y)28% He, (Z)2% altri elementi
4. Temperatura: 5770 K sulla superficie, all'interno $\approx 15 \cdot 10^6 \text{ K}$
5. Luminosità: $3.8 \cdot 10^{26} \text{ Watt}$

L'energia nel nucleo viene prodotta attraverso il fenomeno di fusione nucleare secondo la reazione



il difetto di massa è dovuto al fatto che ogni volta che un energia di legame E (attrattiva o negativa) viene aggiunta ad un insieme di particelle, la loro massa finale è minore di quella che avrebbero le stesse particelle libere nello spazio per un fattore m dato dalla relazione

$$E = mc^2$$

Il Sole produce $1.21 \cdot 10^{41} \text{ erg/anno}$ corrispondenti alla trasformazione di $2 \cdot 10^{22} \text{ grammi/anno}$ di idrogeno, ovvero ogni secondo 650 milioni di tonnellate di idrogeno vengono trasformate in elio. La fusione nucleare avviene soltanto nel core, temperatura, densità e luminosità decrescono verso l'esterno.

Stelle come il Sole sono radiative internamente e convettive negli strati esterni: per tale motivo la fotosfera del sole appare ribollire (granulazione).

Sulla superficie del Sole si presentano le **macchie solari**: regioni della fotosfera caratterizzate da una temperatura minore e da una forte attività magnetica. Sebbene le macchie solari siano estremamente luminose (hanno una temperatura di circa 4000 K) il contrasto per emissività termica rispetto alle regioni circostanti (più luminose con temperatura di circa 6000 K) le rende chiaramente visibili come macchie scure. Le macchie solari possono essere usate per mettere in evidenza la rotazione della fotosfera, la quale avviene in circa 28 giorni. L'equatore, inoltre, ha una velocità angolare maggiore rispetto alle regioni vicino ai poli.

L'attività delle macchie solari segue un ciclo di circa 11 anni: ogni ciclo comprende un massimo e un minimo che sono identificati contando il numero di macchie solari che appare in quell'anno. La variazione delle macchie solari con la latitudine genera un diagramma "a farfalla", il cosiddetto **diagramma di Maunder**.

Il campo magnetico solare determina l'attività della parte sopra la fotosfera: la **cromosfera**. Tale regione è caratterizzata da fiammate di gas chiamate **spicule**: le spicule si vengono a formare in particolare attorno a strutture dette supergranuli. Nella cromosfera vi sono anche le **prominenze**, anch'esse regolate dal campo magnetico.

Vi sono dei fenomeni, chiamati **flares**, durante i quali le onde si propagano nella corona a grande velocità. Verso l'esterno si propaga un vento di particelle che arriva fino ai pianeti più esterni, il **vento solare**: in vicinanza di un pianeta le particelle del vento solare possono essere catturate dal campo magnetico creando una magnetosfera e delle fasce di particelle, le cosiddette Fasce di Van Allen. Le particelle intrappolate nelle linee di campo arrivano a bassa quota dai poli, ionizzando l'atmosfera che riemette luce producendo un'aurora polare: la presenza di un'aurora indica l'esistenza di una magnetosfera.

7.3 I pianeti interni

I pianeti del Sistema Solare possono essere suddivisi in due gruppi: i pianeti interni e quelli esterni.

I pianeti appartenenti al primo gruppo sono pianeti piccoli, di migliaia di chilometri di raggio, e rocciosi ($\rho = 3 - 5$), denominati: Mercurio, Venere, Terra, Marte.

- **Mercurio:** questo pianeta presenta un'atmosfera sottile, è estremamente vicino al Sole il quale causa una forte attrazione di oggetti estranei che spesso impattano sulla superficie del pianeta creando crateri. Mercurio durante il suo movimento osservato dalla Terra si sposta di poco dal Sole ed è quindi molto difficile da vedere ad occhio nudo e presenta delle fasi come la Luna. La sua orbita modifica il proprio asse generando un fenomeno chiamato orbita a rosetta. Il suo periodo di rotazione è esattamente i $2/3$ del periodo di rivoluzione e si può dunque definire la risonanza.

- **Venere:** presenta un atmosfera spessa, il verso della sua rotazione è opposto rispetto al senso di rivoluzione. Come Mercurio presenta delle fasi e il fenomeno dei transiti. Si è inoltre osservata sulla sua superficie una tettonica a zolle e dei fenomeni di vulcanesimo. I vulcani venusiani emettono gas sulfurei che entrano nell'atmosfera provocando un effetto serra che a sua volta causa un'altissima temperatura.
- **Terra:** la Terra rappresenta un caso anomalo a causa del suo satellite, la Luna, che la rende assimilabile ad un corpo doppio. La Luna è in risonanza 1/1 tra rotazione e rivoluzione, di conseguenza rivolge alla Terra sempre la stessa faccia.
- **Marte:** più piccolo della Terra, si trova nella parte esterna della zona di abitabilità, all'epoca della sua formazione era più freddo di ora. La sua orografia è simile a quella terrestre e presenta vulcani che in passato erano molto attivi. Tali vulcani possono aver generato un effetto serra con una temperatura tale da mantenere l'acqua liquida al suolo. Terminata l'attività vulcanica l'effetto serra è scomparso e l'atmosfera si è diradata nello spazio. Ora la pressione al suono si aggira attorno a 0.007 atm e la sua temperatura tra 25 e -130°C

Tra i pianeti interni e quelli esterni vi è la cosiddetta **fascia degli asteroidi**: il primo ad essere scoperto fu Cerere nel 1801. Più di 200 asteroidi presentano un diametro superiore ai 100 km, 1-2 milioni di asteroidi hanno un diametro maggiore di 1 km mentre milioni hanno un diametro inferiore. Gli asteroidi che si trovano nei due punti lagrangiani dell'orbita di Giove vengono chiamati asteroidi troiani mentre si indicano con "Near Earth Objects" quegli asteroidi (≈ 10.000) la cui orbita è interna all'orbita terrestre. La classificazione principale degli asteroidi è basata sulla loro composizione chimica:

- **S-type/silicaceous asteroids:** hanno un colore che varia dal verde al rossastro, sono circa il 17% degli asteroidi conosciuti e dominano la parte interna della fascia degli asteroidi. Sono costituiti di materiali silicacei e ferro-nickel
- **M-type/metallic asteroids** hanno un colore rossastro, costituiscono la maggior parte degli asteroidi e si distribuiscono nella parte centrale della fascia. Sono composti principalmente di ferro-nickel.

7.4 Pianeti esterni

I pianeti esterni, chiamati anche pianeti giganti o gioviani, hanno dimensioni molto grandi e densità molto basse. Sono:

- **Giove:** pianeta di grandi dimensioni, la sua atmosfera presenta fasce e nubi e rappresenta la maggior parte del volume del pianeta. Tali nubi sono fatte a strati e sono formate da numerosi vortici come la Grande Macchia Rossa. Possiede un sottile sistema di anelli fatti di roccia e ghiacci e numerosi satelliti, le cui orbite talvolta sono interne al sistema di anelli: i 4 satelliti più grandi sono visibili con un binocolo e sono detti galileiani. Tra i satelliti ricordiamo Io, il pianeta più attivo del Sistema Solare in fatto di attività vulcanica, la cui superficie è ricoperta di magmi sulfurei e la cui energia interna è stimolata da una risonanza orbitale con Europa. Il satellite Europa ha una superficie altrettanto anomala, ricoperta di ghiacci fratturati sotto i quali, secondo i modelli teorici, potrebbe esserci un oceano di acqua mescolata a metano e ammoniaca oppure un sottosuolo di clatrati ($\text{H}_2\text{O} + \text{CH}_4 + \text{NH}_3$) con moti convettivi. Gli altri due satelliti gioviani sono Ganimede e Callisto. Gli altri piccoli satelliti di Giove sono come degli asteroidi.
- **Saturno:** anche Saturno presenta delle nubi ma sono meno definite di quelle di Giove mentre il suo sistema di anelli è più sviluppato di quello gioviano. Tra gli anelli spunta la grande divisione Cassini, la separazione presente nel sistema di anelli, nella quale si ha meno densità di materiale e la quale presenta una risonanza. Le particelle ghiacciate negli anelli riflettono la luce ma se visti in ombra essi sono molto scuri. La presenza dei satelliti (circa 62) disturba la struttura degli anelli. Nel 2005 la sonda Huygens è atterrata sulla superficie di uno dei satelliti di saturno, Titano, analizzandolo in 2.5 ore di discesa e 1 ora di trasmissione. Durante questa analisi si individuarono terreni gioviani contornati da zone scure e una rete dendritica di canali nei quali si può pensare la presenza di etano liquido considerando che la temperatura al suolo scende fino a -160°C .
- **Urano:** anche Urano è ricoperto di nuvole come gli altri pianeti gioviani e presenta un sistema di anelli molto sottili che possono essere individuati solamente con esposizioni molto profonde. Possiede circa 27 satelliti. Il suo asse di rotazione è quasi orizzontale.
- **Nettuno:** questo pianeta fu scoperto dai calcoli di Le Verrier e Adams nel 1845 i quali studiarono le perturbazioni dell'orbita di Urano, tuttavia fu osservato già da Galileo nel 1612 che però non lo riconobbe. Nettuno è ricoperto da nuvole di metano che gli conferiscono la caratteristica colorazione blu, con delle nubi superficiali. Anche esso presenta un sistema di anelli molto sottili e circa 14 satelliti noti.

Dopo l'orbita di Nettuno vi è **Plutone**, un pianeta nano che si trova a circa 40 unità astronomiche dalla Terra. La sua orbita è estremamente inclinata e anomala e fu scoperto studiandone il moto rispetto alle stelle di fondo. La sua orbita attraversa la fascia di Kuiper, possiede 5 satelliti e molti detriti che non è riuscito a ripulire (una delle cause del suo passaggio da pianeta a pianeta nano). La sua superficie non è osservabile dalla Terra, appaiono zone con diversa albedo. È stato raggiunto dalla sonda New Horizon, la quale poi si è spinta fino ad Ultima Thule. Uno dei satelliti di Plutone è Caronte: tra questi due corpi vi è un fenomeno di interazione mareale a causa del quale si sono evoluti in una configurazione stabile rivolgendosi sempre lo stesso lato.

Oltre l'orbita di Plutone vi è la **fascia di Kuiper**, una regione del Sistema Solare costituita da corpi minori, simile alla fascia degli asteroidi ma 20 volte più estesa e da 20 a 200 volte più massiccia. Inoltre mentre i corpi della fascia degli asteroidi sono principalmente rocciosi, quelli della fascia di Kuiper sono composti principalmente da sostanze volatili congelate come ammoniaca, metano ed acqua.

Ancora più lontano della fascia di Kuiper, tra 50000 e 100000 UA vi è la **nube di Oort**, un enorme serbatoio di oggetti, principalmente comete. Si ritiene che da questa regione provengano le comete a lungo periodo come la Hale-Bopp. Secondo i modelli teorici la nube di Oort sarebbe un residuo della nebulosa originale da cui si formarono il Sole e i pianeti.

Le **comete** rappresentano campioni ghiacciati dei materiali primordiali, sono oggetti di qualche decina di km e avvicinandosi al Sole nella loro orbita fortemente ellittica i ghiacci di cui sono formate cominciano a sublimare nello spazio formando la coda. Tale coda è spinta indietro dal vento solare ed è perciò sempre opposta al Sole anche quando la cometa si allontana. In realtà le comete presentano due code: una di ioni e l'altra di plasma. L'orbita delle comete è molto eccentrica, in alcuni casi addirittura aperta (parabolica o iperbolica). Uno studio diretto della composizione delle comete può essere fatto solamente con le sonde spaziali. Molte comete collidono con il Sole, altre addirittura con i pianeti. Quando la Terra transita attraverso il residuo di una cometa si hanno i cosiddetti "sciami meteorici", la maggior parte dei quali avvengono periodicamente e prendono il nome dalla costellazione da cui sembrano provenire.

Il **materiale extraterrestre** che può arrivare sulla terra può essere classificato nel seguente modo:

- **Meteoridi**: rocce nello spazio, se più grandi di centinaia di chilometri possono essere chiamati asteroidi
- **Meteore**: meteoridi che attraversano l'atmosfera terrestre e vengono riscaldati per attrito perdendo materiale e disintegrandosi nell'atmosfera
- **Pioggia di meteore**: caduta di polvere cometaria e altri frammenti concentrata da una direzione del cielo
- **Bolidi**: grandi meteore che esplodono nell'atmosfera
- **Meteoriti**: meteore che arrivano al suolo
- **Micrometeoriti** (polvere cosmica): particelle grandi decimi di millimetro che cadono al suolo senza produrre grande attrito con l'atmosfera

All'epoca attuale molte meteoriti vengono raccolte tra i ghiacci dell'Antartide nei quali vengono preservate per migliaia di anni. Sepolte nel ghiaccio le meteoriti affondano ed il movimento dei ghiacci le porta lontano fino a farle affiorare in zone precise a causa di barriere naturali.

Le meteoriti possono essere classificate sulla base della loro composizione:

- Metalliche: sideriti, predomina ferro e nickel
- Litido-ferrose: sideroliti, composte da una mistura di metalli e silicati
- Litoidi: condriti e acondriti: predominano i silicati e sono simili alle rocce terrestri

o in base alla loro evoluzione:

- Primitive: meteoriti litoidi con età comparabile a quella del Sistema Solare
- Differenziate o ignee: tutte le sideriti e alcune litoridi i cui materiali sono stati fusi e si sono poi solidificati
- Brecce: materiali primitivi e differenziati, frammentati in pezzi e poi ri-cementati insieme

I micrometeoriti sono piccole particelle sub-millimetriche che entrano nell'atmosfera terrestre. Alcune fondono totalmente o parzialmente, molte sono non fuse a causa della loro piccola massa. Vi è poi la polvere interplanetaria: particelle di pochi micron disperse nel Sistema Solare che vengono raccolte nell'alta atmosfera. Hanno una forma irregolare e vari tipi di mineralogia.

La polvere cosmica e i micrometeoriti, insieme al materiale della crosta fratturato dagli impatti e dalle variazioni termiche hanno ricoperto i pianeti senza atmosfera fino a formare strati di diversi metri di **regolite**.

I corpi genitori delle meteoriti potrebbero essere asteroidi, comete e pianeti rocciosi esterni.

8 Telescopi

Esistono varie tipologie di telescopi, quelli più moderni differiscono tra loro sia per quanto riguarda la montatura che per la soluzione ottica adottata per focalizzare le immagini.

8.1 Telescopi di passaggio

Telescopio con montatura meccanica con un solo grado di libertà in **elevazione** con l'asse ottico giacente nel piano meridiano. Il piano focale è equipaggiato con un reticolo di alta precisione in modo da determinare accuratamente l'istante di passaggio della stella in meridiano. Viene chiamato cerchio meridiano o strumento dei transiti a seconda delle diverse realizzazioni pratiche possibili.

Noto il tempo siderale **TS**, misurando la distanza Zenitale e il TS nel passaggio della stella ne possiamo determinare l'ascensione retta e la declinazione alla data dell'osservazione. Alternativamente, conoscendo un insieme di *stelle fondamentali* di cui si conosce con grande precisione l'ascensione retta, dall'istante della loro culminazione superiore ne ricaveremmo subito il TS dal momento che in tale istante **AR=TS**.

8.2 Telescopi equatoriali

Tipica montatura meccanica comune a tutti i telescopi fino ad una ventina di anni fa. Un loro asse è parallelo a quello di rotazione, l'altro è perpendicolare e assicura il puntamento in declinazione. Durante le osservazioni l'asse orario si muove con velocità angolare costante di $15''/\text{secondo}$ (TS), l'asse di declinazione rimane fisso a meno di correzioni dovute alla variabile rifrazione atmosferica e alle variabili flessioni della struttura. Il 1.22m e il 1.80 m di Asiago hanno una montatura equatoriale, seppur con evidenti differenze di struttura.

8.3 Telescopi Alt-Azimutali

I telescopi più moderni dispongono di una montatura Alt-Az, la quale ha notevoli vantaggi ingegneristici:

- Un asse orizzontale e uno verticale permettono un migliore controllo delle flessioni scaricando il peso della struttura sulla verticale
- La cupola è di dimensioni minori
- La massa complessiva è minore dunque si ha un miglior controllo termico

Nonostante tali vantaggi si hanno anche alcuni svantaggi:

- Necessità di controllare tre assi (azimut, altezza e rotazione di campo) ciascuno con velocità variabile
- Vi sono grossi problemi di inseguimento per gli oggetti vicino allo Zenit
- Polarizzazione variabile

Il **Telescopio Nazionale Galileo (TNG)** di 3.5 m derivante dal gemello NTT (New Technology Telescope) è tra i primi telescopi ad avere una montatura altazimutale. La rotazione in azimut è assicurata da pattini idrostatici con scorrimento su velo di olio mentre la rotazione in elevazione è garantita da cuscinetti a sfera. Gli assi sono conrollati con motori brushless e con encoder. In questo telescopio cupola e montatura non sono indipendenti come invece accade nel Copernico di Asiago: tutta la struttura deve ruotare assieme al telescopio per seguire il movimento della sfera celeste. In questo modo si vengono a ridurre le turbolenze che si creano all'apertura della cupola causate dalla differenza tra la temperatura esterna e quella interna.

Il **Large Binocular Telescope (LBT)** ha la più grande montatura altazimutale mai costruita: è formato da due specchi di 8.2 m montati solidarmente come una specie di binocolo.

8.4 Astronomia ed ottica

Astronomia ed ottica sono sempre state indissolubilmente legate.

Le osservazioni da terra sono tuttavia ostacolate dall'assorbimento dell'atmosfera: le osservazioni al vicino UV (da 1000A a 3000A), infatti, sono possibili solamente dallo spazio mentre quelle nel vicino IR (da $1 \mu\text{m}$ a $20 \mu\text{m}$) sono possibili anche da terra. Per coprire questa banda ci vogliono differenti rivelatori ma le ottiche rimangono essenzialmente quelle usate a terra.

Lo specchio del telescopio viene costruito di dimensioni sempre maggiori sostanzialmente per due fattori: raccogliere una sempre maggiore quantità di luce e distinguere dettagli angolari sempre più piccoli. I maggiori oggi al suolo hanno diametri fino a circa 10 metri e se ne progettano di circa 40 metri.

Inizialmente gli specchi venivano costruiti con uno spessore pari a $1/5$ o $1/6$ del diametro in modo tale da ridurre le imperfezioni e garantire una maggiore risoluzione dell'immagine: ciò implica che per telescopi di diametro molto grande si debba costruire uno specchio estremamente spesso. I telescopi moderni, invece, montano specchi molto sottili dotati di pistoni in grado di modificarne la forma con estrema precisione per avere un forte controllo dell'immagine rilevata attraverso l'applicazione dell'**ottica attiva**.

Esistono principalmente due famiglie di telescopi: quelli riflettori e quelli rifrattori. I telescopi rifrattori sono sostanzialmente telescopi a lenti, limitati in dimensioni a circa 1m, e sono affetti da **cromatismo**. I telescopi riflettori, invece, sono telescopi a specchi: tutti i grandi telescopi sono riflettori. Le lenti sono comunque molto utili per schematizzare e visualizzare i vari concetti ottici e sono inoltre impiegate anche all'interno di grandi telescopi come, ad esempio, i riduttori di focale (AFOSC) e gli spettrografi.

8.5 La scala del telescopio

Il parametro $s = 206264.8/f$ è la **scala angolare** del telescopio (misurata in arcsec/mm). Tale grandezza non è da confondere con l'ingrandimento: quest'ultimo è infatti il rapporto tra focale del telescopio e quella dell'obiettivo e serve dunque per le osservazioni visuali.

Il parametro s va confrontato con le dimensioni dell'elemento dell'immagine (es: le dimensioni del pixel del CCD in micrometri) sul piano focale del telescopio per ottenere la **scala spaziale** dello strumento. ad esempio, se la focale f fornisce $s = 10''/\text{mm}$ e il CCD ha pixel di lato $10 \mu\text{m}$ avremo una scala spaziale di $0''.1/\text{px}$ (risoluzione effettiva causata dalle sole dimensioni finite del pixel sarà di circa $0''.2$ in virtù del teorema del **campionamento**).

8.6 Aberrazioni geometriche

Un sistema ottico di specchi o di lenti è sempre affetto da vari tipi di aberrazioni geometriche che vengono dette: aberrazione sferica, curvatura di campo, coma, astigmatismo, distorsione. Le lenti hanno un'ulteriore aberrazione ovvero il cromatismo che però può essere minimizzato con un'opportuna combinazione di vetri a diverso indice di rifrazione.

8.7 Tipologie di fuochi

Esistono diverse tipologie di fuochi, ognuna delle quali ha particolari applicazioni pratiche.

In uno **specchio parabolico** (Fig. 11) con un solo fuoco la luce va al primo fuoco I'_1 (nel quale si può mettere l'osservatore a spese di una ostruzione centrale) oggi al primo fuoco ci sono camere a grande campo che però richiedono un correttore di aberrazioni oppure spettrografi a multifibre ottiche. In telescopi più piccoli si può aggiungere uno specchio piano inclinato di 45° che non produce aberrazioni ma polarizza la luce (**fuoco newtoniano**). Lo **schema**

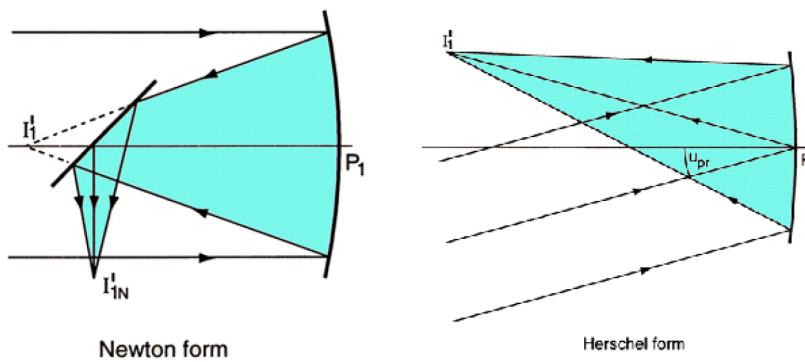


Figura 11: Specchio parabolico

Cassegrain (Fig. 12) è invece un telescopio focale a due specchi. Il fuoco esce sul retro del primario. Un fuoco di tipo Cassegrain è montato sul Copernico 1.82 m a cima Ekar.

Lo schema Cassegrain può essere modificato per ottenere una configurazione **Nasmyth**, visibile in Fig. 13: questa variante si ottiene ponendo un terzo specchio piano prima del fuoco Cassegrain, alla intersezione dell'asse ottico con

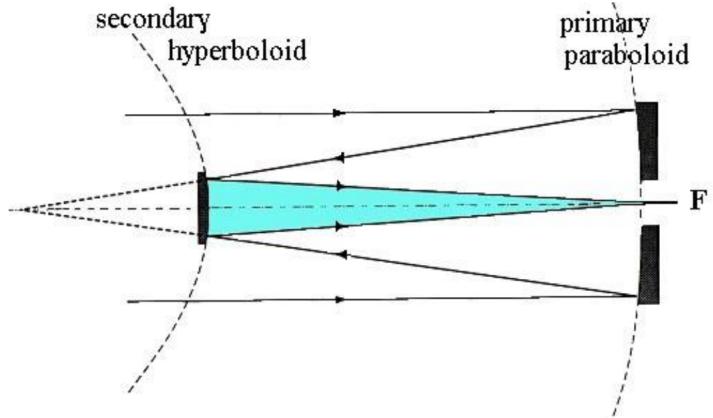


Figura 12: schema Cassegrain

quello di elevazione; il fuoco esce sopra al primario sul fianco del tubo. Lo specchio piano non cambia il numero di $f/$, e non introduce ulteriori aberrazioni (anche se la luce è polarizzata). Per apportare le correzioni allo specchio si

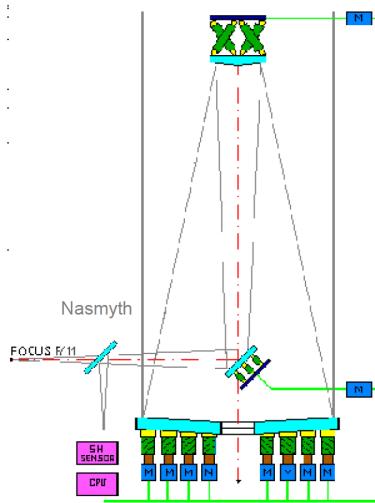


Figura 13: Variante Nasmyth

applica l'**ottica attiva** che consiste nel utilizzare un sistema di pistoni posti sotto allo specchio sottile, controllati da un computer, in grado di correggere automaticamente le aberrazioni ottiche viste in precedenza.

8.8 Il grande campo: telescopio Schmidt

Un modo per minimizzare le aberrazioni sul grande campo Schmidt inserì una lastra correttrice al centro di curvatura di uno specchio sferico. Tale lastra rifrattrice ha una particolare forma e la combinazione può minimizzare le 3 aberrazioni su una superficie curva convessa verso il primario. La difficoltà odierna con tutti gli Schmidt è la mancanza di rivelatori di grande area sensibile, una volta abbandonata la lastra fotografica. Attualmente si montano grandi camere con mosaici di CCD ma su un campo più piccolo di quello originale.

8.9 Confronto tra le varie configurazioni

- Uno specchio (primo fuoco, newtoniano): molto efficiente e veloce, serve un correttore di campo sia per il grande campo che per un primario RC, si adatta bene al $f/$ delle fibre ottiche data la luminosità si usa di prevalenza in notte di luna nuova.
- Due specchi (Cassegrain, Rithcey-Chrétien, Gregory, + specchio piano = Nasmyth): usato per la gran parte delle applicazioni sia per immagini che per spettroscopia, campo di vista modesto e corretto, può sostenere strumenti pesanti e serve un adattatore per fibre ottiche. Usato per tutte le condizioni di luna.

- Coudè: piccolo campo di vista, si usa per altissima risoluzione spettrale, o per interferometria, per sostenere strumenti molto grandi e pesanti, bassa efficienza per l'alto numero di riflessioni. Si usa bene in notti di luna piena o anche di giorno.
- Schmidit: grande campo di vista, veloce ed efficiente, buon accoppiamento alle fibre ottiche, vuole luna nuova e siti bui, lieve cromatismo, necessita di rivelatori con un gran numero di pixel e piccole dimensioni, si può usare anche per realizzare camere per spettrografi, esistono varianti per ottiche a grande campo.

8.10 Limiti dell'atmosfera terrestre

Il primo limite imposto dall'atmosfera è il **seeing**: a causa della presenza nell'aria di bolle con diverse indice di rifrazione che trasformano l'onda piana in una fortemente distorta. La stella appare confusa e varia rapidamente. Un secondo limite sono le luci artificiali e il conseguente inquinamento luminoso le quali disturbano le osservazioni astronomiche.

Un altro rimedio agli effetti del seeing è l'**ottica adattiva** ovvero l'introduzione di un dispositivo ottico che corregga le distorsioni del fronte d'onda. Per applicare l'ottica adattiva è necessario un riferimento (stella naturale o artificiale). Per avere una buona onda di riferimento ci vorrebbe una sorgente intensa: per ovviare a ciò sui telescopi moderni viene montata una tecnologia laser in grado di illuminare lo strato di Sodio presente a circa 90 km di altitudine. Il risultato è una brillante stella gialla quasi monocromatica con la quale è possibile calibrare il telescopio con molta precisione.

9 Elementi di fotometria astronomica

9.1 Misura della luminosità delle stelle

Lo splendore apparente dei corpi celesti può misurarsi con semplicità anche a occhio nudo, già Ipparco e Tolomeo avevano suddiviso le stelle visibili ad occhio nudo in sei classi di splendore decrescente (o più propriamente magnitudini) indicate con le lettere greche $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta$ e seguite dal nome latino della costellazione nella quale si trovano. Il criterio ideale per questa classificazione è che nel passare dall'una all'altra classe l'occhio avverte la stessa differenza di stimolo visivo. Tuttavia l'occhio può stimare bene tale differenza solamente su piccole scale angolari e per oggetti di colore simile cosicché la classificazione non è coerente su tutta la sfera celeste.

9.2 Legge di Planck

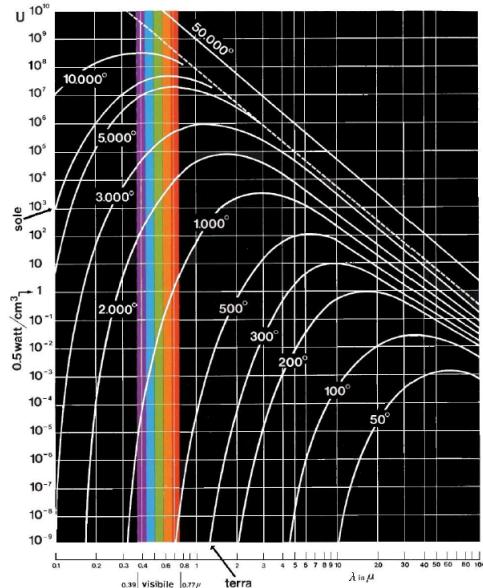


Figura 14: Legge di Planck

È opportuno richiamare la legge di Planck sull'irraggiamento di **corpo nero**. Ricordiamo che nessun corpo celeste si comporta davvero come un corpo nero, tuttavia il confronto con questa espressione è molto utile. La legge di Planck si può esprimere come

$$F_\lambda = \pi B_\lambda(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/k\lambda T} - 1}$$

$$F_\nu = \pi B_\nu(T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT}}$$

dove $h = 6.57 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$ è la costante di Planck e $k = 1.38 \cdot 10^{-16} \text{ erg} \cdot \text{s}$ è la costante di Boltzmann. Prendendo λ in centimetri allora $2\pi hc^2 = c_1 = 3.742 \cdot 10^{-2} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$ e $hc/k = c_2 = 1.439 \text{ cm} \cdot \text{K}$. La funzione B_λ (o B_ν) esprime l'irraggiamento per unità di superficie per unità di tempo per unità di banda nell'unità di angolo solido (cioè per steradiante). Si noti che bisogna moltiplicare per π e non per 2π per avere l'irraggiamento in tutto il semispazio in virtù del fattore di proiezione della superficie.

La funzione di Planck è in scala bilogaritmica. La fascia colorata è quella di sensibilità dell'occhio umano e nel grafico sono indicate anche le linee relative alla Terra e al Sole.

L'andamento della curva varia al variare della temperatura: per T diverse le varie curve non si sovrappongono mai e all'aumentare della temperatura il picco si sposta verso le lunghezze d'onda del blu (vedi stelle molto calde).

La legge di Planck può essere anche scritta in relazione all'emissività degli elettroni come:

$$\pi N_\lambda(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^4} \frac{1}{e^{hc/k\lambda T}}$$

$$\pi N_\nu(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

9.3 Legge dello spostamento di Wien

In una scala lineare si vede molto bene la legge dello spostamento di Wien.

Tale legge è una legge fisica sperimentale che consente di individuare per quale lunghezza λ_{max} è massima l'emissione radiativa di un corpo nero di massa generica posto ad una certa temperatura T . La legge dello spostamento si scrive come

$$\lambda_{max} \cdot T = \text{const}$$

Ad esempio, per una temperatura pari a $T = 10^4 K$ si ha $\lambda_{max} = 2900 \text{ \AA}$ che si trova nel violetto e non è visibile da Terra a causa dell'assorbimento atmosferico. I corpi con $T > 10000 K$ hanno un picco nell'ultravioletto non osservabile da Terra.

Le stelle non irraggiano come corpi neri ideali, tuttavia come prima approssimazione per la loro forma nel continuo la funzione di Planck $\pi B(\lambda)$ è un utile punto di partenza. È possibile vedere graficamente infatti che lo spettro del Sole è ben rappresentato da un corpo nero a $5800 K$ sebbene vi siano differenze significative soprattutto nell'ultravioletto.

In generale indicheremo con $F(\lambda)$ l'irraggiamento nel continuo stellare ad ogni λ .

9.4 Legge di Stefan Boltzmann

Integrando B_λ su tutte le lunghezze d'onda si ottiene l'irraggiamento bolometrico, che viene espresso dalla legge di Stefan Boltzmann

$$\pi \int_0^\infty B_\lambda d\lambda = \sigma T^4$$

dove $\sigma = 2\pi^5 k^4 / 15h^3 c^2 = 5.6696 \cdot 10^{-5} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-4}$. Se la stella ha raggio R e irradia come un corpo nero la sua luminosità bolometrica è

$$L(R, T) = 4\pi R^2 \sigma T^4 \quad \text{erg} \cdot \text{s}^{-1} \text{ oppure Watt}$$

9.5 Approssimazione di Wien

Per $hc/k\lambda T \gg 1$ e $\lambda \ll 1.44T$ vale l'approssimazione di Wien

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}$$

dove:

1. $I(\lambda, T)$ è la quantità di energia per unità di area per unità di angolo solido per unità di frequenza emessa a frequenza ν
2. T è la temperatura del corpo nero
3. h è la costante di Planck
4. c è la velocità della luce
5. k è la costante di Boltzmann

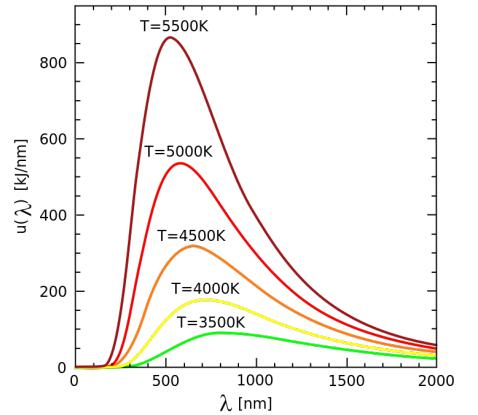


Figura 15: Legge di Wien

9.6 La magnitudine astronomica

Siano S_1 ed S_2 i flussi luminosi prodotti da due stelle, l'occhio produce una differenza di stimoli $V_1 - V_2$ che sono quasi una funzione logaritmica del rapporto tra i flussi

$$V_1 - V_2 = k \log \frac{S_1}{S_2}$$

Questa legge fisiologica fu trovata da Fechner e Weber nel XIX secolo. Il vero comportamento dell'occhio non è descritto così semplicemente da una funzione logaritmica ma l'equazione è stata assunta corretta in tutte le applicazioni astronomiche. In particolare l'astronomo inglese Pogson trovò che la legge riproduceva abbastanza bene il sistema fotometrico degli antichi purchè si ponesse la costante k uguale a -2.5 e i logaritmi fossero in base decimale.

Date allora due stelle i cui flussi luminosi osservati ad una generica lunghezza d'onda λ siano rispettivamente $S_1(\lambda)$ e $S_2(\lambda)$ si definisce **differenza di magnitudine** a quella λ la quantità:

$$\Delta m(\lambda) = m_1(\lambda) - m_2(\lambda) = -2.5 \log_{10} \frac{S_1(\lambda)}{S_2(\lambda)}$$

che va quindi sotto il nome di legge di Pogson.

Si notino il segno meno (la stella più debole ha magnitudine maggiore) e la base 10 del logaritmo. La legge di Pogson si può anche esprimere come

$$\frac{S_1}{S_2} = 10^{-0.4(m_1 - m_2)}$$

Con riferimento ad una data stella assunta come standard (ad esempio la Polare o Vega), potremo allora porre:

$$m(\lambda) = m_0(\lambda) - 2.5 \log_{10} S(\lambda)$$

con m_0 opportuna costante che dipende da λ .

Nel visibile la polare ha magnitudine di circa 2.1, le stelle più brillanti sono Sirio, Canopo, Vega, la cui magnitudine è tra -1.5 e 0. Le stelle più deboli visibili ad occhio nudo sono attorno alla sesta. Venere può raggiungere -4.5, il Sole ha $m = -26.8$ e la Luna piena $m = -12.5$. Tuttavia il Sole, Venere e la Luna sono corpi estesi, non puntiformi come possono essere le stelle lontane. Ha senso quindi definire una magnitudine per unità d'area (ad esempio per secondi d'arco al quadrato o per steradiani), dividendo il flusso per l'area sottesa dall'astro. Il concetto di *mag/arcsec²* si usa per definire il flusso degli oggetti estesi.

9.7 La magnitudine assoluta

Definiamo magnitudine assoluta M la magnitudine apparente che m che l'astro avrebbe se fosse posto a 10 pc da noi. Nell'ipotesi di uno spazio perfettamente trasparente il flusso luminoso osservato scala con l'inverso del quadrato della distanza dalla sorgente per cui se R è il raggio dell'astro e d la sua distanza si ha

$$S(\lambda) = \frac{4\pi R^2 F(\lambda)}{4\pi d^2}$$

in cui la quantità $4\pi R^2 F(\lambda)$ è la luminosità dell'astro $L(\lambda)$ a quella lunghezza d'onda. Lo stesso risultato vale per quantità bolometriche ovvero per flussi integrati su tutte le lunghezze d'onda.

Tenendo conto della legge di Pogson ed esprimendo d in parsec si ha:

$$M = m - 2.5 \log_{10} \left(\frac{d}{10} \right)^2 = m + 5 - 5 \log_{10} d$$

La conoscenza di M implica quella di d , sia direttamente con le parallassi goniometriche che mediante opportuni indicatori di distanza.

In presenza di polveri e gas la luminosità della stella viene attenuata. Si parla di un **assorbimento** che corrisponde ad una differenza di magnitudini A . Tenendo conto anche dell'assorbimento, l'espressione corretta della magnitudine assoluta diventa

$$M = m - A + 5 - 5 \log_{10} d$$

Il Sole dista $1/206265\text{ pc}$ per cui la sua magnitudine assoluta nel visuale è $M_V \approx 4.83$. Vega dista circa 10 pc quindi la sua M_V è circa uguale a quella apparente m_V cioè circa 0.

Le stelle intrinsecamente più luminose hanno M circa -6, quelle intrinsecamente più deboli hanno M circa 15-20. La differenza di magnitudine assoluta tra la generica stella e il Sole sarà:

$$M - M_{\odot} = -2.5 \log_{10} \frac{L}{L_{\odot}} = -2.5 \log_{10} \frac{R^2 T^2}{R_{\odot}^2 T_{\odot}^2}$$

che mette bene in evidenza la dipendenza sia dal raggio che dalla temperatura.

9.8 Modulo di distanza

La quantità

$$y_{\lambda} = m_{\lambda} - M_{\lambda} = 2.5 \log_{10} \left(\frac{d}{10} \right)^2 = 5 \log_{10} d - 5$$

si chiama **modulo di distanza** di quell'astro.

Si è tenuta esplicitamente la dipendenza da λ (che a prima vista non dovrebbe esserci) per avvertire che lo spazio non è trasparente, la magnitudine osservata dipende quindi dalla lunghezza d'onda e così farà anche il modulo di distanza. Per questo motivo i moduli di distanza ricavati con diversi sistemi fotometrici possono differire tra loro, causa l'imperfetta conoscenza dell'assorbimento interstellare.

Le **cefeidi** sono un tipo di stelle gignate che pulsa aumentando e diminuendo il suo diametro con un periodo che può variare da poche ore a centinaia di giorni. Sono utilizzate come stelle di riferimento base per la magnitudine assoluta e vengono chiamate in gergo "candele standard": la loro distanza è infatti calcolabile precisamente confrontando le due misure di periodo e magnitudine apparente: si è scoperto infatti che per queste stelle il valore della luminosità corrisponde esattamente al valore del periodo.

Per indicare la distanza di galassie lontane si ricorre invece alle supernovae di tipo Ia.

9.9 Luminosità stellari

Una volta nota la magnitudine M di una stella possiamo risalire alla sua luminosità assoluta, una volta nota la sua magnitudine apparente m : $M = m - A + 5 - 5 \log d$. Possiamo esprimere la magnitudine assoluta in termini di luminosità solari:

$$M = M_{\odot} - 2.5 \log L/L_{\odot}$$

La luminosità bolometrica esprime l'intera energia emessa da una stella, integrata su tutte le lunghezze d'onda. Ad essa corrisponde la magnitudine integrata e per il Sole si ha $M_{bol,\odot} = 4.74$ e $L_{bol,\odot} = 3.828 \cdot 10^{26} W$.

9.10 Il sistema fotometrico UBV

Sono stati sviluppati vari sistemi fotometrici, adatti per osservazioni visuali, per i rivelatori fotografici o per rivelatori a stato solido (tipo i CCD), e con opportuni filtri per limitare la banda passante. Tra quelli più utilizzati vi è quello UBV di Johnson. Nella tabella relativa a tale sistema (vedi appunti) si ha la lunghezza d'onda λ_{eff} ovvero quella che rappresenta al meglio le osservazioni dal momento che dipende sia dal sistema fotometrico che dalla distribuzione spettrale della luce dell'astro, cioè dalla sua temperatura. Il sistema di Johnson è stato esteso al vicino rosso e infrarosso.

9.11 Gli indici di colore

Consideriamo una stella che osserviamo a due lunghezze d'onda diverse λ_1, λ_2 con $\lambda_1 < \lambda_2$. Definiamo allora indice di colore per quella data stella la quantità:

$$c_{\lambda_1 \lambda_2} = m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = c_0 \lambda_1 \lambda_2 - 2.5 \log_{10} \frac{S(\lambda_1)}{S(\lambda_2)}$$

che è indipendente dal raggio della stella. La costante c_0 è un'opportuna costante che dipende dalle due lunghezze d'onda.

Se lo spazio è trasparente l'indice di colore è indipendente anche dalla distanza dell'astro. Se infine l'astro irraggiasse come un corpo nero avremmo anche:

$$c_{\lambda_1 \lambda_2} = m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = c_0 \lambda_1 \lambda_2 - 2.5 \log_{10} \frac{B(\lambda_1)}{B(\lambda_2)}$$

Per convenzione internazionale le costanti arbitrarie $c_{0\lambda_1\lambda_2}$ sono state scelte in modo che gli indici di colore siano nulli, qualunque sia la coppia di lunghezze d'onda, per un insieme di stelle dalle caratteristiche spettrofotometriche simili a quelle di Vega. Tali stelle si indicano con il tipo spettrale A0-V e per esse si ha

$$U - B = B - V = V - R = R - I = \dots = 0$$

Evidentemente indice di colore nullo non significa egual flusso nelle due bande.

[temperatura di colore e formule di Russel vedi libro + slide]

10 Elementi di spettroscopia astronomica

La spettroscopia stellare permette di stimare innanzitutto i principali parametri fisici di una stella (temperatura e gravità per prime) e la sua composizione chimica. Combinata alla fotometria e alla misura della distanza di una stella permette di ottenere la luminosità intrinseca di una stella ed il suo raggio.

Vi sono due relazioni fondamentali che permettono di valutare il grado di eccitazione e ionizzazione delle specie atomiche in atmosfera stellare: la formula di Boltzmann e la formula di Saha.

10.1 Formula di Boltzmann

Questa formula permette di individuare il rapporto tra il numero di atomi al livello energetico n (N_n) rispetto al numero di atomi al livello energetico m (N_m)

$$\frac{N_n}{N_m} = \frac{g_n}{g_m} e^{-\Delta E_{mn}/kT} = \frac{g_n}{g_m} e^{-h\nu/kT}$$

dove k è la costante di Boltzmann $1.38 \cdot 10^{-16} \text{ erg/deg}$, g_n , g_m sono i pesi statistici dei due livelli, ΔE_{nm} è la differenza di energia tra i due livelli e ν è la frequenza del fotone emesso nella transizione.

Una formulazione equivalente è la seguente:

$$\frac{N_n}{N_m} = \frac{g_n}{g_m} 10^{-\Delta E_{mn}(eV) \cdot 5040/T}$$

con ΔE_{mn} in elettronvolt, o anche in forma logaritmica

$$\log \frac{N_n}{N_m} = \log \frac{g_n}{g_m} - \chi_{nm} \cdot \theta$$

dove $\theta = 5040/T$.

Da questa formula si evince che la presenza di determinate righe nello spettro non è solamente dovuta alla presenza o meno dell'elemento chimico in questione ma è anche dovuta alla temperatura e alla pressione.

10.2 Formula di Saha

$$\begin{aligned} \frac{N_{i+1}}{N_i} N_e &= \frac{2u_{i+1}}{u_i} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{3/2}}{h^3} e^{-E_i/kT} \\ &= 4.83 \cdot 10^{15} T^{3/2} \frac{g_{i+1}}{g_i} e^{-E_i/kT} \end{aligned}$$

dove g_i , g_{i+1} sono i pesi statistici dei livelli fondamentali dei due ioni presi in considerazione e E_i è il potenziale di ionizzazione dello ione i -esimo.

Forme alternative della formula di Saha sono

$$\begin{aligned} \log_{10} \left(\frac{N_{i+1}}{N_i} N_e \right) &= -\chi_i \cdot \theta - \frac{3}{2} \log_{10} \theta + 20.9366 + \log_{10} \frac{2U_{i+1}}{U_i} \\ \log_{10} \frac{N_{i+1}}{N_i} P_e &= -\chi_i \cdot \theta + \frac{5}{2} \log_{10} T - 0.4772 + \log_{10} \frac{2U_{i+1}}{U_i} \end{aligned}$$

avendo fatto uso della seconda equazione di stato dei gas perfetti applicata alla componente elettronica $P_e = N_e kT$, dove N_i e N_{i+1} sono il numero di ioni ionizzati i e $i - 1$ volte rispettivamente, P_e è la pressione elettronica e T la temperatura; U_{i+1} e U_i sono le funzioni di ripartizione che dipendono da T e dalla specie atomica, $\theta = 5040/T$, χ_i è il potenziale di ionizzazione i -esima.

Dalla formula di Saha si ricava che il grado di ionizzazione dipende da:

- **Potenziale di ionizzazione:** quanto più è elevato, tanto più è difficile strappare un elettrone dall'atomo
- **Temperatura atmosferica:** col crescere delle temperature aumentano densità e energia dei fotoni, nonché lo scambio di energia durante gli urti. Il grado di ionizzazione tende pertanto a crescere
- **Pressione:** col crescere della pressione diminuisce il libero cammino medio delle particelle. Ioni ed elettroni si incontrano più spesso e la ricombinazione degli atomi neutri tende a diminuire il grado di ionizzazione

La formula di Saha e la formula dell'eccitazione sono fondamentali per l'interpretazione degli spettri stellari. Nella formula di Saha, inoltre, compare la pressione e si può dunque risalire dalle righe spettrali al raggio delle stelle distinguendole in nane, giganti e supergiganti. Si nota inoltre che le stelle giganti e supergiganti hanno, a parità di classe spettrale, una temperatura di ionizzazione inferiore rispetto a quella delle stelle nane.

Dal momento che le stelle hanno più o meno tutte la stessa composizione chimica, la classificazione degli spettri è almeno bidimensionale (temperatura - raggio). I raggi vengono schematizzati con 5 classi indicate con il numerale romano I (supergiganti), III (giganti), V (nane). Le classi II e IV sono intermedie.

La conoscenza del raggio dà anche modo di avere un criterio indiretto di distanza.

10.3 Classificazione spettrale

Il primo lavoro di classificazione spettrale risale a Padre Angelo Secchi il quale suddivise gli spettri stellari in quattro categorie: I bianche, II gialle, III arancioni e IV rosse). In seguito fu creata la classificazione di Harvard (HD catalog) e infine quella di Morgan, Keenan e Kellman (MKK).

Nel **catalogo HD** le stelle sono suddivise in 7 classi principali in funzione della temperatura T decrescente: O, B, A, F, G, K, M (*oh be a fine guy kiss me*). Ogni classe è suddivisa a sua volta in 10 sottoclassi, da 0 a 9, sempre in ordine di T decrescente. Dopo la classe sono posti dei numeri romani che indicano la luminosità della stella (I supergigante, III gigante, V nana o stella di sequenza principale).

Le caratteristiche delle classi spettrali sono:

- **Classe O:** molto luminose, giganti o supergiganti, con una massa notevole dell'ordine di $10M_{\odot}$. Il loro colore è bianco-azzurro e il loro indice di colore è negativo. La loro temperatura è di circa 40 mila gradi, il loro spettro di assorbimento presenta le righe di Balmer deboli, dal momento che l'idrogeno è quasi totalmente ionizzato, righe di *HeI* e *HeII*.
- **Classe B:** colore bianco-azzurro, indice di colore B-V negativo, temperatura tra i 30000 e gli 11000 gradi Kelvin, luminosità e masse notevoli. Oltre alla serie di Balmer si notano righe dell'elio neutro e dell'elio ionizzato.
- **Classe A:** colorazione biancastra, molto diffuse specialmente nella Via Lattea. Nel tipo A0-V l'indice di colore (in assenza di assorbimento) è nullo per definizione. La loro luminosità è circa 100 volte quella del Sole, la loro massa circa 2-3 masse solari. La loro temperatura è tra i 10500 e i 7500 K. Nel loro spettro si presentano con la massima intensità le righe di Balmer, tra la classe A0 e la A9 aumentano le due righe *K* e *H* del calcio ionizzato *CaII*.
- **Classe F:** colore bianco-giallo, indice di colore B-V da 0.28 a 0.58, temperatura tra 7mila e 6mila gradi. Le righe della serie di Balmer appaiono più deboli mentre cresce l'intensità delle righe *K* e *H* del *CaII*, appaiono inoltre molte righe metalliche. Col tipo F avanzato si nota una netta suddivisione tra nane e giganti (con M_V compresa tra 0 e 2.5).
- **Classe G:** il Sole, che ha tipo spettrale G2-V è il più noto rappresentante di questa classe. Hanno colore dorato, indice di colore tra 0.68 (G0) e 0.85 (G9). La loro temperatura varia tra 6000 e 4800 gradi, si ha una netta distinzione tra nane, giganti e supergiganti. Spettro: numerose righe metalliche in assorbimento, serie di Balmer molto debole, *H* e *K* del *CaII* molto marcate.
- **Classe K:** colore giallo-arancio, temperature tra 4700 e 3200 per stelle della sequenza principale. Spettri con caratteri della classe G molto marcati, serie di Balmer molto debole.
- **Classe M:** colore rossastro, temperatura minore di 30000 gradi, intense bande molecolari dovute al radicale *TiO* e numerose righe metalliche, talvolta le righe dell'*H* si mostrano in emissione (perlopiù nelle stelle variabili).

Non tutte le stelle possono essere classificate in questo modo, ne esistono altri tipi come le stelle Wolf Rayet (molto rare, caldissime e luminosissime), le stelle Am e le stelle Ap.

Vi sono poi le **stelle al carbonio di classe C**, caratterizzate da forti bande di assorbimento dovute al *C₂* (bande di Swan) e al *CN* (cianogeno) la cui testa è rivolta verso il rosso. Per effetto dell'assorbimento molecolare e della temperatura sono le stelle più rosse osservabili e il loro indice di colore B-V è circa 4.

La classificazione di Harvard si basa prevalentemente sulla temperatura, tuttavia si può introdurre un secondo parametro: la pressione media P legata all'accelerazione di gravità e di conseguenza al raggio delle stelle. Fissato T avendo il raggio si può ricavare la luminosità dal momento che $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$. Negli spettri vi sono inoltre righe particolarmente sensibili alla pressione, visibili o meno a seconda del suo valore. Anche le righe della serie di Balmer si allargano quando la pressione è elevata.

Nella **classificazione MKK** i due parametri sono la classe spettrale di Harvard (dipendente da T) e la classe di luminosità (dipendente da P). Lo spettro si descrive dando il tipo spettrale di Harvard seguito dalla classe di luminosità (I supergiganti, II, III giganti, IV subgiganti, V nane). In definitiva i parametri utilizzati in questa classificazione sono tre: la temperatura, la luminosità e la composizione chimica [classificazione razionale degli spettri dovrebbe essere tridimensionale].

Come detto in precedenza le classificazioni sono legate alla presenza e all'intensità delle righe spettrali, le quali si allargano in relazione alla pressione e di conseguenza al raggio dal momento che una stella più grande ha un'atmosfera più rarefatta, la sua pressione è più bassa e i suoi atomi hanno un'interazione minore mentre una stella più piccola, avendo un'atmosfera meno estesa, avrà una pressione maggiore e i suoi atomi avranno molta più interazione.

Inoltre, dal momento che una stella più grande emette più luce $L = 4\pi R^2 \epsilon$, dove ϵ è l'emissività, e una stella più calda emette più energia $\epsilon = \sigma T^4$ (legge di Stefan Boltzmann) si ha $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ e quindi a parità di tipo spettrale una stella più grande sarà più luminosa.

11 Diagrammi

Nel 1913 E. Hertzsprung e H. N. Russell presentarono un diagramma di classificazione e notarono che le stelle occupavano determinate regioni nel diagramma addensandosi lungo certe linee e in determinate zone.

11.1 Il diagramma HR e il diagramma cm

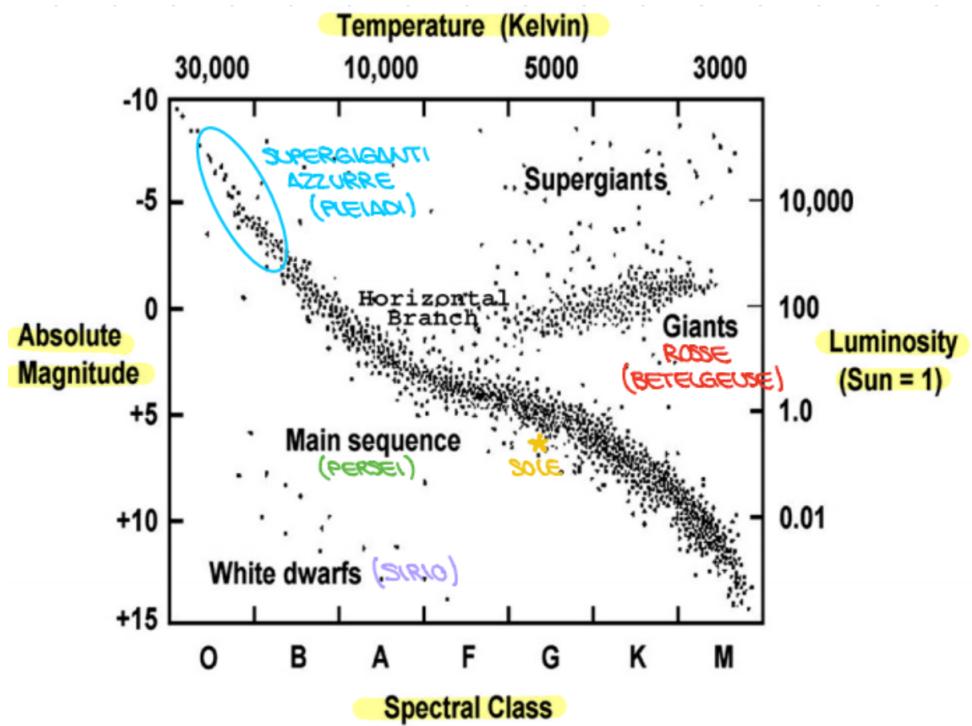


Figura 16: Diagramma HR

La linea di massimo addensamento si chiama **sequenza principale** e vi sono raggruppate le stelle che traggono la loro energia dalla trasformazione termonucleare dell'idrogeno in elio. Le stelle di sequenza principale sono stelle nane ($R \leq R_{\odot}$) e appartengono quindi alla classe di luminosità V.

In alto a destra ci sono le stelle giganti (classe III) con magnitudini visuali comprese tra -2 e +2 e tipi spettrali tra G e M ($10 R_{\odot} < R < 100 R_{\odot}$) come ad esempio Betelgeuse. Al di sopra delle stelle giganti ci sono le stelle di classe G-M

con magnitudine fino a -4: le supergiganti. In basso a destra, invece, ci sono le nane bianche: stelle con magnitudine inferiore a +8 e tipo spettrale B-F, come Sirio. Nelle nane bianche la materia si trova ad uno stato degenero: uno stato gassoso in cui il gas (di nucleoni) segue la statistica di Fermi anziché quella di Boltzmann. Sono considerate come uno stato di evoluzione molto avanzato.

Le stelle non sono distribuite uniformemente nelle varie classi spettrali. Per avere una rappresentazione più conforme al vero si sono prese in considerazione solamente le stelle più vicine di 25 pc oppure quelle che fanno parte di associazioni fisiche (es. Pleiadi, Iadi, Presepe, Orione...).

Le stelle di ammasso, essendo tutte alla stessa distanza da noi, hanno una magnitudine apparente che differisce di una costante additiva dalla magnitudine assoluta:

$$M = m + 5 - 5 \log d \Rightarrow M = m + \text{costante}$$

Anziché il diagramma HR si preferisce dunque utilizzare il diagramma c-m o diagramma colore grandezza in cui in ascissa vengono riportati gli indici di colore $B-V$ e in ordinata le loro magnitudini apparenti (vi è buona corrispondenza tra tipi spettrali, indici di colore e temperature degli astri, è dunque l'esatto equivalente di un diagramma HR). Ammassi stellari diversi hanno diagrammi cm diversi.

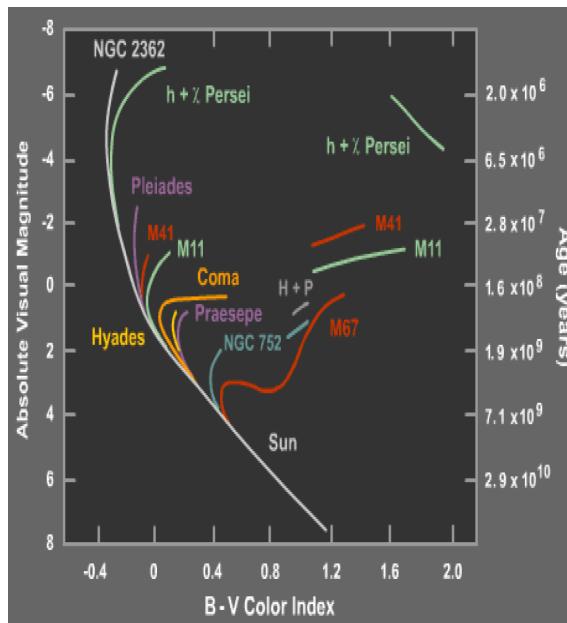
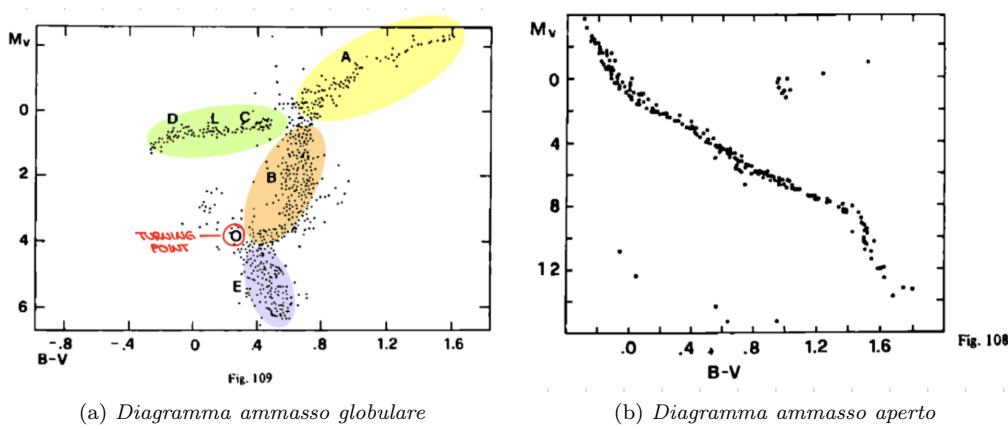


Figura 17: Diagrammi cm

Se è nota la distanza dell'ammasso si può sostituire alla magnitudine apparente quella assoluta.

Se è si può escludere la presenza di assorbimento interstellare è possibile stabilire una corrispondenza biunivoca tra indice di colore $(B - V)_0$ non arrossato e magnitudine assoluta.



Si nota inoltre che i diagrammi HR e cm degli ammassi globulari (nell'alone) sono molto diversi da quelli degli ammassi

aperti che si trovano lungo la Via Lattea (nel disco).

Negli ammassi aperti stelle si dispongono con una dispersione minima lungo la sequenza principale, negli ammassi globulari, invece la situazione va analizzata nel dettaglio.

In giallo è evidenziato il **ramo delle giganti** (A): stelle giganti e supergiganti con $B-V$ compreso tra +1.6 e +0.8 e M_V tra -3 e 0.

Il **ramo orizzontale** (DLC) evidenziato in verde raggruppa stelle con $M_V \approx +0.6$, le stelle nella sezione L sono variabili pulsanti con un periodo inferiore ad un giorno.

Il tratto arancione è la regione delle **subgiganti** (B) che si estende fino al punto O detto turning point o turnoff.

La sezione in viola è la **sequenza principale**: si estende verso il basso ma tronca in alto attorno alla $M_V \approx +4$ dove gira continuando con la sequenza delle subgiganti.

I due diagrammi in figura rappresentano i due tipi estremi di **popolazioni stellari** introdotti da Walter Bode:

- **Popolazione I**: stelle giganti (Pleiadi, Iadi, Presepe), poco evolute. La sequenza principale è ben estesa verso l'alto e termina con le stelle OB bluastre e molto splendenti. Le stelle di questa popolazione sono concentrate sul piano della galassia e hanno piccole velocità perché si muovono concordemente al Sole.
- **Popolazione II**: sono stelle evolute. Tutte le stelle della sequenza principale più brillanti di $M_V = +3.5$ si sono staccate dalla sequenza principale emigrando in altre zone del diagramma. Tali stelle non sono nel piano galattico bensì negli ammassi di halo e partecipano in minima parte alla rotazione galattica, viste dal Sole sembrano avere grande velocità. Il loro contenuto metallico in rapporto all'idrogeno è nettamente inferiore che nelle stelle di popolazione I.

11.2 Diagramma a due colori

Una volta determinate le grandezze U, B, V, di un certo numero di stelle vicine (sistemi di magnitudine più utilizzati) rappresentiamo gli indici di colore $(U-B)_0$ e $(B-V)_0$ (considerando le stelle come non arrossate dall'assorbimento interstellare) di ciascuna stella in un diagramma con $(B-V)$ in ascissa, crescenti verso destra, e $(U-B)$ in ordinata, crescenti verso il basso. Se le stelle avessero uno spettro continuo planckiano senza righe di assorbimento i punti si si-

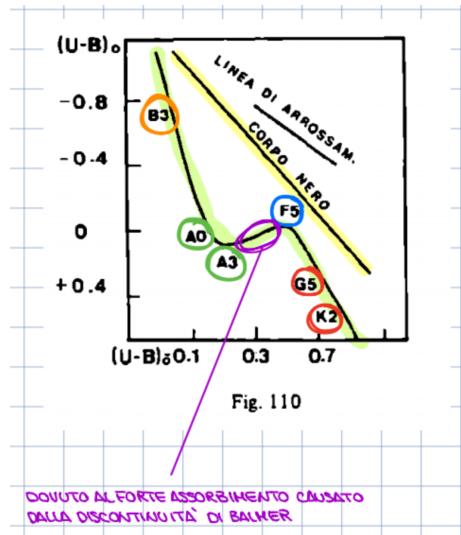


Figura 18: Diagramma a due colori generale

disporrebbero su una linea retta inclinata di 45° sull'asse delle ascisse:

$$B - V = -a + b/T \quad , \quad U - B = -c + d/T \\ \Rightarrow (B - V) - \lambda(U - B) = \text{cost}$$

Lo spettro stellare è tuttavia solcato da righe e bande di assorbimento dell'idrogeno e dei metalli particolarmente intense nell'UV quindi i punti si dispongono su una curva che si discosta rispetto alla linea del corpo nero.

Nel diagramma sono evidenziate in rosso le stelle con un grande indice di colore $(B-V)_0$ (tipo spettrale avanzato) che subiscono una diminuzione del flusso in U assai più che in B. $(U-B)_0$ è quindi, a parità di $(B-V)_0$, più grande che per il corpo nero. La deviazione diminuisce mano a mano che la temperatura cresce e $(B-V)_0$ diminuisce.

Per $T > 7 - 8$ mila gradi (tipo spettrale F, in blu) vi è l'addensamento nell'UV delle righe di assorbimento di He e del continuo balmeriano quindi il flusso nell'UV diminuisce e $(U - B)$ torna a crescere: la curva torna a deviare fino a toccare un minimo sul tipo spettrale A0-A5 (verde).

Aumentando ulteriormente la temperatura le righe dell'idrogeno ormai completamente ionizzato si indeboliscono e la curva torna ad avvicinarsi a quella di corpo nero (tipo spettrale B, in arancio).

Il diagramma a due colori è molto importante soprattutto nello studio di oggetti peculiari come le nane bianche, le quasar o le stelle variabili dal momento che questa tipologia di diagramma ne indica alcune caratteristiche peculiari. Le stelle di popolazione I, a forte contenuto metallico si dispongono sulla traccia in Fig. 18 mentre le stelle a basso contenuto metallico (popolazione II) si dispongono tra quelle di popolazione I e la traccia di corpo nero. Se le righe metalliche mancano i punti finiscono sulla traccia di corpo nero.

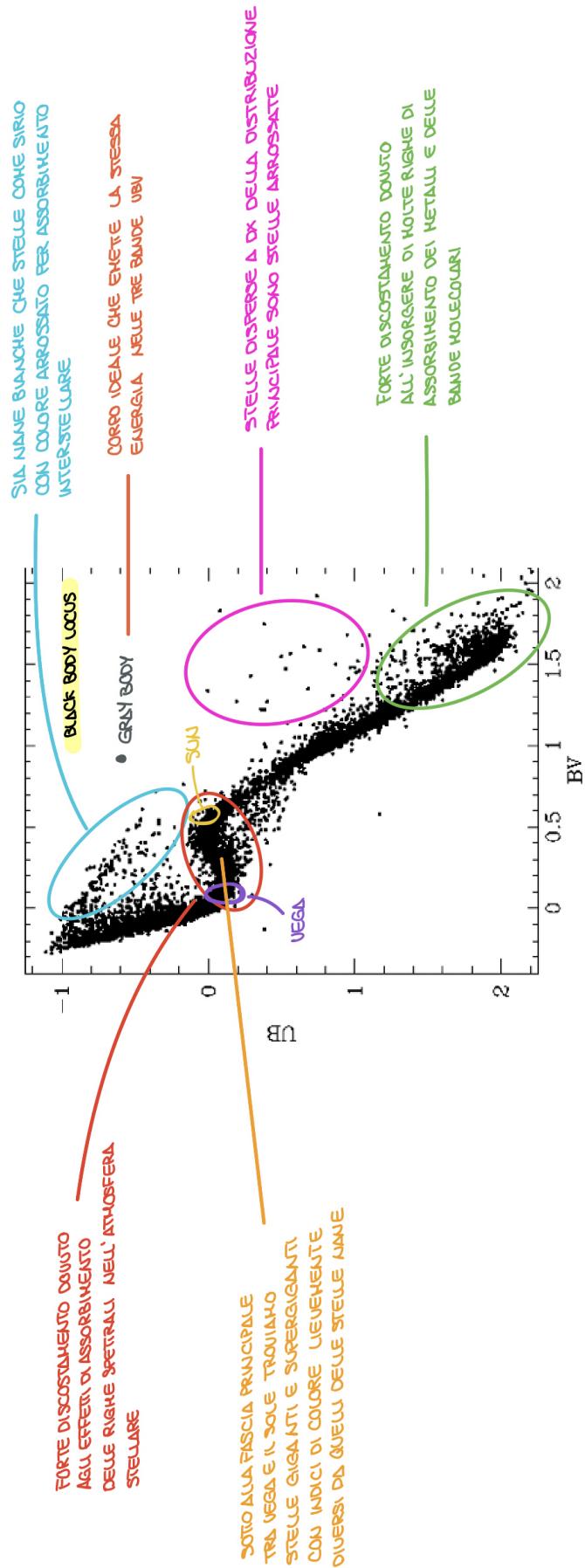


Figura 19: Diagramma a due colori

12 Assorbimento interstellare. Eccesso di colore

Nello spazio interstellare sono presenti polveri solide e gas quindi la luce proveniente da stelle remote subisce un assorbimento (particolarmente intenso nell'UV). Le stelle affette da assorbimento appaiono arrossate.

L'effetto di reddening è posto in evidenza se si conosce il tipo spettrale della stella (le stelle A0-V ha per definizione indice di colore B-V nullo quindi dovrebbe apparire bianca ma in realtà sono rossastre).

L'entità dell'arrossamento si stabilisce dando l'eccesso di colore

$$E(B - V) = (B - V) - (B - V)_0$$

ovvero la differenza tra colore B-V osservato e quello teorico in assenza di polveri. L'eccesso di colore è dunque un parametro per misurare l'arrossamento e di conseguenza l'assorbimento. $E(B - V) \geq 0$ dal momento che $B - V$ aumenta in presenza di polveri.

Esiste una relazione tra il valore del reddening $E(B - V)$ e l'assorbimento interstellare:

$$A_\lambda = R_\lambda E(B - V)$$

Per la banda V si ha che $R_V = A_V/E(B - V)$ ha un valore compreso tra 3.1 e 3.3, tuttavia in particolari direzioni questo valore può essere più alto. Noto $E(B - V)$ (arrossamento) per calcolare l'assorbimento e di conseguenza la magnitudine si usa la relazione

$$M_V = m_V + 5 - 5 \log d \quad \text{con} \quad A_V = 3.2E(B - V)$$

Il diagramma a due colori può essere utilizzato anche per determinare il reddening, solamente per i primi tipi spettrali.

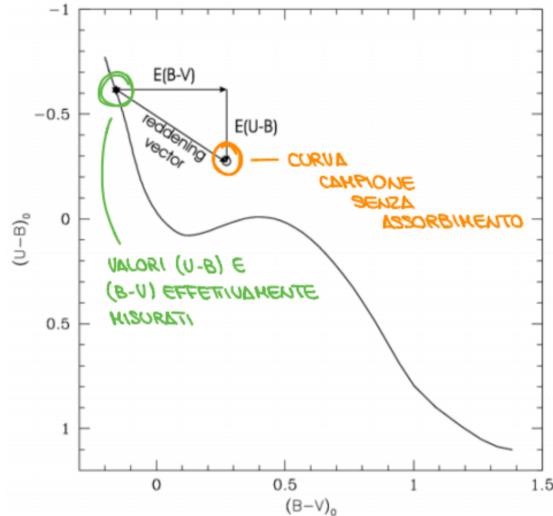


Figura 20: Diagramma a due colori per reddening

Si procede nel modo seguente (metodo valido solamente per sistemi di stelle): si misurano le magnitudini U, B e V e si proiettano sul diagramma gli indici $(U - B)$ e $(B - V)$ ottenendo una curva analoga alla curva campione ma traslata. Per ottenere $E(B - V)$ e $E(U - B)$ si trasla la prima curva fino a farla coincidere con quella campione.

Nel caso di stelle singole di cui non si conosce lo spettro si usa un parametro Q definito come

$$Q = (U - B) - \frac{E(U - B)}{E(B - V)}(B - V)$$

indipendente dall'assorbimento dal momento che

$$(U - B) - E(U - B)/E(B - V)(B - V) = (U - B)_0 - E(U - B)/E(B - V)(B - V)_0$$

Per le stelle dei primi tipi spettrali si ha $E(U - B)/E(B - V) = 0.72$ e di conseguenza $Q = (U - B) - 0.72(B - V)$.