

1 Introduzione, cenni storici

1.1 Lo spettro elettromagnetico

Le caratteristiche dell'intero spettro sono riportate in Fig. 1 dove oltre alla distribuzione in frequenza sono riportate le lunghezze d'onda corrispondenti, le finestre di trasmissione atmosferica, i rivelatori correntemente usati e le temperature di picco di corpo nero in funzione della frequenza.

La finestra radio è più ampia rispetto alle altre e inoltre il picco di emissione di corpo nero non cade mai nella finestra radio anche a basse temperature. Di conseguenza nel dominio radio si osserva solamente la parte decrescente del corpo nero (la coda della funzione di Planck). Si nota che la finestra del visibile è limitata dalle molecole di ozono O_3 e ossigeno O_2 a piccole lunghezze d'onda (nell'UV) λ e da H_2O e CO_2 a lunghezze d'onda maggiori (nell'infrarosso). La finestra radio è invece limitata in basso dalle bande rotazionali dell'ossigeno e del vapore acqueo e dalla riflessione ionosferica a qualche decina di metri. I ricettori per l'ottico e l'ultravioletto si basano sull'effetto fotoelettrico o sulla

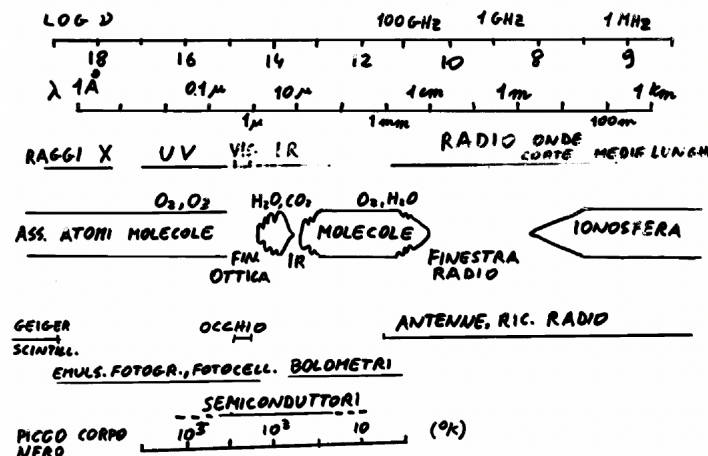


Figura 1: Spettro elettromagnetico, trasmissione atmosferica e rivelatori

transizione dallo stato legato a quello di conduzione o sull'effetto fotochimico. A lunghezze d'onda maggiore, fino al regime millimetrico, si usano bolometri a resistenza variabile. Viene sfruttata quindi l'energia di ogni singolo fotone. La tecnologia delle antenne sfrutta invece la caratteristica del segnale di essere costituito da un numero molto elevato di fotoni in grado di creare un segnale elettrico variabile. L'onda elettromagnetica mette in oscillazione gli elettroni liberi di un dipolo creando una corrente elettrica da amplificare con opportune tecniche radio.

Le osservazioni radio presentano molti vantaggi: si conservano informazioni come la **distribuzione temporale** e **fase dell'onda** (in ottica si conserva solamente l'intensità della radiazione perdendo tutte le altre informazioni) in modo tale da poter fare anche misure interferometriche, e permette inoltre di individuare la polarizzazione senza utilizzare filtri.

1.2 Origine della radioastronomia

I primi tentativi di rivelare segnali radio da corpi celesti si devono ad Oliver Lodge nel 1895 il quale tentò di osservare il Sole. La tecnica radio utilizzata, tuttavia non era sufficiente a rivelare l'emissione.

Jansky, tra il 1929 e il 1932, trova disturbi radioelettrici alla frequenza di 20.4 MHz associati ad un punto in movimento da est a ovest che si ripeteva ogni giorno con un anticipo sistematico di circa 4 minuti. Inizialmente la sorgente fu identificata con il Sole ma poi ci si rese conto che la sorgente era un punto fisso sulla sfera celeste e non coincideva con il Sole: la posizione trovata coincideva con le coordinate del centro galattico. Trovò inoltre una seconda sorgente di radioemissione proveniente dalla fascia della Via Lattea: questo suggerì l'idea di una distribuzione di radiosorgenti analoga a quella delle stelle sul piano galattico. Tali sorgenti dovevano avere un rapporto di emissione radio/visibile molto più elevato di quello del Sole dato che quest'ultimo non dava un segnale misurabile.

In radio le stelle non sono visibili mentre le sorgenti più intense corrispondono a resti di supernovae o deboli sorgenti extragalattiche come nuclei attivi di galassie e quasar. Si hanno rilevazioni intense verso il centro della galassia dove invece in ottico si ha un'emissione ridotta a causa degli assorbimenti delle polveri.

1.3 Confronto tecnologia radio/ottica

La maggior lunghezza dell'onda nel dominio radio comporta una risoluzione minore di circa un fattore di 10^4 fissato il diametro del collettore. Per risolvere questo problema vanno utilizzati collettori di grandi dimensioni o interferometri con una base molto lunga (radioastronomia intercontinentale).

La **risoluzione di uno strumento ottico** è limitata dalla dimensione della macchia di diffrazione (**disco di Airy**) la cui dimensione è data da un raggio definito da:

$$r = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad [\text{rad}]$$

dove λ è la lunghezza d'onda della radiazione e D è l'apertura circolare del telescopio. Misurando la dimensione dell'immagine sul piano focale in secondi d'arco e l'apertura del telescopio in cm, per l'ottico (con $\lambda = 0.55 \mu\text{m}$) si ha:

$$r'' = 14/D$$

Si definisce come **limite di risoluzione o potere risolutivo di uno strumento** (limite empirico, di natura osservativa) una quantità pari all'85% del disco di Airy e dunque la costante, nel visuale, diventa circa 12. In queste condizioni i due segnali restano ancora separati da una "valle" con depressione massima del 5% rispetto all'intensità del picco, sufficiente per risolvere le due sorgenti.

Queste condizioni si possono estendere nel campo radio e infrarosso dunque, a prescindere dal seeing, la risoluzione in campo radio è almeno un fattore 10^4 inferiore.

2 Struttura dell'atmosfera terrestre

Le caratteristiche fisiche dell'atmosfera di riferiscono per convenzione all'atmosfera standard (STP) caratterizzata dalle seguenti grandezze:

- **Pressione standard** $P = 760 \text{ mmHg} = 1013.246 \text{ mbar}$
- **Gravità standard** $g = 980.665 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$
- **Densità standard** $\rho = 0.001293 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$
- **Massa molecolare media** $m = 4.810 \cdot 10^{-23} \text{ g}$

La fisica dell'atmosfera terrestre mostra molte analogie con quella delle atmosfere stellari. Analogamente alle stelle la sorgente di energia è situata alla base dell'atmosfera e si comporta come un gas perfetto. L'andamento della pressione e della densità si ricavano dall'**equazione di equilibrio idrostatico** e dall'**equazione di stato dei gas perfetti**:

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \quad PV = nRT$$

La prima equazione dice che la forza di pressione deve essere in equilibrio con quella gravitazionale per ogni volume elementare di gas. Risolvendo le due equazioni e tenendo conto che $\rho = mn/V$ dove m è la massa molecolare media, integrando tra $z = 0$ e z si ricava la legge di andamento della pressione con l'altezza detta **legge barometrica** o **legge di Halley**:

$$P(z) = P_0 e^{-z/H}$$

dove $P(z)$ è la pressione a quota z , P_0 quella a livello del mare ed H l'altezza di scala, a sua volta espressa da:

$$H = \frac{RT}{mg}$$

Tale equazione si ritrova ogni volta che si ha un gas in equilibrio idrostatico con una forza di gravità.

Il significato fisico della legge barometrica è che la pressione diminuisce con l'altezza riducendosi di un fattore e quando $z = H$. L'altezza di scala H rappresenta l'altezza che avrebbe l'atmosfera se fosse omogenea.

La densità ha un andamento analogo dove però cambia l'altezza di scala:

$$\rho(z) = \rho_0 e^{-z/H}$$

Queste espressioni sono approssimate perché l'altezza di scala non è costante a causa della variazione della temperatura con l'altezza. Per ricavare l'equazione esatta si dovrebbe introdurre l'andamento della temperatura con l'altezza e integrare su z . La dipendenza dell'altezza di scala dalla temperatura spiega la differenza di altezza dell'atmosfera all'equatore rispetto ai poli.

2.1 Struttura verticale termica

Analogamente alle atmosfere stellari, le trasformazioni sono adiabatiche, con scambi termici per conduzione quasi trascurabili.

La sorgente principale di calore è la bassa atmosfera. La sorgente principale di energia è la radiazione solare che giunge agli strati esterni dell'atmosfera: essa ne assorbe una minima parte nell'ultravioletto (circa il 5% viene assorbita al di sopra di 40 km di altezza) mentre la maggior parte della radiazione è concentrata nel visibile dove l'atmosfera possiede una buona trasparenza. L'assorbimento maggiore di radiazione avviene a livello del suolo che ha un'albedo media di 0.4 e converte la radiazione visibile (distribuzione di corpo nero a circa 5700-6000 K) in quella di corpo nero di 280 K circa con il picco a 12-13 μm e cade nel dominio infrarosso (m-IR), nella regione di maggior assorbimento atmosferico dovuto alle bande di H_2O e CO_2 .

L'irradiazione termica infrarossa del suolo deve quindi essere considerata la causa principale di riscaldamento della troposfera dal basso verso l'alto. L'efficienza del riscaldamento dell'atmosfera dipende anche dal contenuto delle molecole di vapor d'acqua e anidride carbonica.

Il trasporto di calore può essere **radiativo** se il gradiente termico è piccolo, come avviene in alcune regioni dell'alta atmosfera, altrimenti è **convettivo**, come per le atmosfere stellari, quando supera il **valore critico dell'instabilità convettiva**

$$\frac{dT}{dz} = -gm \frac{C_p - C_v}{RC_p}$$

dove C_p e C_v sono i calori specifici a pressione e a volume costante. Il gradiente espresso dall'equazione è quello che si instaura una volta innescato il meccanismo della convezione ed è dunque anche il valore massimo del gradiente termico in un'atmosfera. Questo valore è indipendente dalle condizioni atmosferiche o climatiche e dipende solo dalla gravità e dalle proprietà del gas.

La soluzione numerica dell'equazione dà un **gradiente termico verticale adiabatico secco** di $-1^\circ\text{C}/100\text{ m}$, nel senso che la temperatura decresce con l'altezza, e differisce dal gradiente empirico. Il gas atmosferico, tuttavia contiene anche una componente di vapore acqueo non trascurabile che nella bassa atmosfera non si comporta come un gas perfetto dato che raggiunge facilmente il punto di condensazione. Bisogna dunque introdurre una correzione opportuna che ne abbassi il valore. L'interpretazione fisica è che durante il processo convettivo le masse d'aria calda che si sollevano tendono a raffreddarsi per espansione adiabatica a mano a mano che la pressione si abbassa. Quando il vapore acqueo raggiunge il valore di saturazione condensa, liberando il calore latente di condensazione e opponendosi al decremento di temperatura della bolla d'aria.

Il risultato netto è una riduzione del gradiente termico verticale da $-1^\circ\text{C}/100\text{ m}$ a $-0.6^\circ\text{C}/100\text{ m}$, valore che prende il nome di **gradiente termico verticale adiabatico umido** e corrisponde al valore medio tipico misurato nella regione che si estende fino a circa 1 km di altezza che viene chiamata troposfera.

Vi sono casi di inversione termica locale che si verificano sotto particolari condizioni meteorologiche che portano ad un rapido raffreddamento degli strati più bassi, bloccando il processo convettivo. L'inversione termica al limite della troposfera, sopra la quale la temperatura cresce con l'altezza, blocca temporaneamente la convezione: le bolle d'aria si troverebbero ad una temperatura più bassa rispetto all'ambiente esterno e avrebbero una spinta idrostatica negativa.

Partendo dal basso si individuano quattro regioni atmosferiche principali, caratterizzate da diversi andamenti del gradiente di temperatura verticale: **troposfera, stratosfera, mesosfera, termosfera**.

La **troposfera** si estende fino ad un'altezza di circa 10 km (maggiore all'equatore), limitata da un'inversione permanente di gradiente termico. La troposfera è caratterizzata da un gradiente termico negativo coincidente con il valore teorico del gradiente termico verticale adiabatico umido. Il valore minimo della temperatura è circa $-30/-40^\circ\text{C}$ e contiene circa l'80% della massa totale dell'atmosfera terrestre. È responsabile della maggior parte dell'assorbimento ottico, instabile e con un elevato indice di rifrazione. Vi avvengono i più importanti fenomeni meteorologici.

La **stratosfera** si estende sopra i 10 km e qui la temperatura cresce con la quota per effetto del riscaldamento causato dallo **strato di ozono (ozonofera)**.

Nella **mesosfera** il gradiente termico si inverte nuovamente fino a 80-90 km di altezza dal suolo, dove riprende a crescere nella **termosfera** fino a raggiungere valori di temperatura cinetica corrispondenti a diverse centinaia di gradi.

2.2 Composizione chimica

La composizione chimica è dominata dall'azoto (78%) e dall'ossigeno (21%) mentre gli altri costituenti (CO_2 , gas rari) sono presenti in quantità minime. Questa composizione è quasi costante fino a 100 km di altezza ma esiste una piccola percentuale di gas variabili (H_2O , CO , NO_2 , O_3 , SO_3 , CH_4) legati alle condizioni meteorologiche o a situazioni locali di inquinamento atmosferico. Questi gas hanno implicazioni importanti soprattutto per le osservazioni astronomiche e per l'effetto serra in quanto sono costituiti dalle molecole che più assorbono la radiazione infrarossa emessa dal suolo.

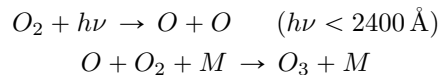
Il **vapore acqueo** è il più rilevante dal punto di vista astronomico: la sua quantità si misura in **umidità asso-**

luta che è il rapporto tra la massa di vapore e quella del volume d'aria corrispondente (solitamente misurato come altezza della colonna d'acqua precipitabile, in un buon sito di osservazioni radioastronomiche o in IR si aggira attorno 3-5 mm).

La distribuzione verticale del vapore d'acqua segue una legge barometrica identica a quella dei costituenti permanenti ma con un'altezza di scala minore (circa 3 km) a causa del limite della troposfera. Il guadagno in termini di trasparenza atmosferica in infrarosso-radio aumenta rapidamente con la quota.

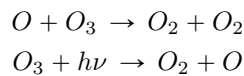
2.3 L'ozono

L'aumento della temperatura nella stratosfera è dovuto principalmente all'ozonosfera situata a circa 25 km di altezza, generata dalla dissociazione dell'ossigeno molecolare in ossigeno monoatomico e successiva combinazione con l'ossigeno molecolare secondo la reazione:



dove M è una molecola che funge da catalizzatore per la conservazione del momento e dell'energia.

Viene prodotto ozono fino a quando non si entra nell'azione distruttiva, operata dall'ossigeno monoatomico e dalla fotodissociazione causata da fotoni con $\lambda < 2500 \text{ Å}$ secondo le reazioni:



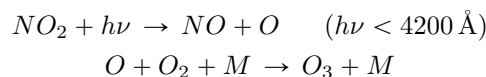
L'abbondanza dell'ozono dipende quindi dall'equilibrio fotochimico di queste reazioni.

L'ossigeno viene dissociato da fotoni con λ compresa tra 2000 Å e 2400 Å o tra 1500 e 1700 Å. A causa dell'assorbimento dell'atmosfera ci sono due zone privilegiate per la produzione di ozono, una intorno ai 100 e l'altra attorno ai 25 km di altezza. Quest'ultima è la più abbondante a causa della più alta probabilità di incontri tripli.

L'ozono assorbe molto la radiazione ultravioletta a lunghezze d'onda di circa 3500 Å. Questo assorbimento spiega la temperatura relativamente alta dell'ozonosfera. L'inversione termica che produce è fondamentale per il mantenimento dell'acqua sulla terra in tempi scala geologici in quanto impedisce al vapor d'acqua di salire in atmosfera dove potrebbe essere dissociato dai fotoni di alta energia.

L'ozonosfera è instabile e richiede la continua azione della radiazione ultravioletta solare per il suo mantenimento. La maggiore produzione di ozono si ha nelle regioni equatoriali durante il giorno, in seguito esso migra guidato dai venti atmosferici.

La presenza di ozono in alta atmosfera (**ozono stratosferico**) non deve essere confusa con una quantità variabile di ozono a basse quote derivante da un'azione fotochimica sullo smog prodotto soprattutto da attività antropiche detto **ozono troposferico**. Quest'ultimo è in aumento e deriva dalla dissociazione del NO_2 presente nello smog ad opera di radiazioni con λ di circa 4300 Å che libera un atomo di ossigeno che a sua volta si combina con l'ossigeno molecolare secondo la reazione:



Questa radiazione non richiede fotoni ultravioletti e quindi può avvenire a bassa quota. L'ozono si può inoltre formare a partire dagli idrocarburi incombusti allo stato di vapore.

L'ozono troposferico è responsabile della decrescita della radiazione ultravioletta nelle zone urbane.

2.4 La ionosfera

La ionosfera (60-800 km) è caratterizzata dalla presenza di elettroni liberi generati dalla radiazione solare ultravioletta di breve lunghezza d'onda (100 Å) che ionizza le molecole di NO , O_2 e N_2 . Questa radiazione è di origine coronale ed è influenzata dai cicli di attività solare e segue il ciclo diurno con il massimo della ionizzazione prodotta nella seconda metà del giorno. La ionosfera influenza la propagazione delle onde radio di bassa frequenza. Vengono prodotte righe di emissione responsabili della luce aurorale (*neq* aurore, prodotte da particelle di alta energia presenti nel vento solare, non fotoni, e guidate dalle linee di forza del campo magnetico terrestre).

3 Influenza dell'atmosfera sulle osservazioni

L'atmosfera influisce sulle osservazioni sia a causa di assorbimento, diffusione o riflessione, sia per la presenza della radiazione di fondo che spesso ha origine nell'alta atmosfera. A brevi lunghezze d'onda (1000-3000 Å) l'atmosfera è

opaca e la profondità di penetrazione varia dai 150 ai 20 km a causa dell'elevato coefficiente di assorbimento delle molecole di O_2 e N_2 .

La magnitudine di un corpo celeste corretta al di fuori dell'atmosfera può essere espressa da

$$m_0 = m_z - K \cdot am + C$$

dove m_0 è la magnitudine corretta, m_z quella osservata alla distanza zenitale z , K il coefficiente di assorbimento per massa d'aria e am (air mass) è la massa d'aria in unità di spessore atmosferico in direzione dello zenit e C è una costante.

L'assorbimento è dovuto a tre distinti processi:

1. **Scattering di Rayleigh** da parte di molecole (grandezza inferiore alla lunghezza d'onda)
2. **Scattering di Mie** quando le particelle (polveri, aerosol) hanno dimensioni paragonabili o maggiori della lunghezza d'onda
3. **Assorbimento molecolare** (in ottico soprattutto da parte dell'ozono)

Il dominio dello scattering di Rayleigh su quello di Mie dipende anche dall'indice di rifrazione (Mie più importante per n alti).

Il **coefficiente di assorbimento atmosferico totale** può essere espresso da

$$K = K_{Ray} + K_{Mie} + K_{O_3}$$

ed è quindi sensibile alla pressione e alla temperatura (K_{Ray}) mentre lo scattering di Mie dipende dalla presenza di polveri e il K_{O_3} dipende dallo spessore dello strato di ozono.

Lo scattering di Rayleigh dipende dal numero di interazioni con molecole lungo la linea di vista, dalla distanza R dell'osservatore e dipende da $1/\lambda^4$ secondo l'equazione:

$$\frac{I}{I_0} = c \frac{1 + \cos^2 \phi}{\lambda^4}$$

dove ϕ è l'angolo tra la direzione del fascio e quella di osservazione, il numeratore è dovuto alle componenti di polarizzazione e la costante vale

$$c = \frac{8\pi^4 N}{R^2}$$

e dipende dalla quota, dalla pressione e dalla temperatura. Lo scattering è massimo lungo la direzione di incidenza ed è minima a 90° .

L'**assorbimento di Mie** ha una dipendenza complessa dalla lunghezza d'onda a differenza dello scattering di Rayleigh che è quasi costante al variare di λ . Nella banda ottica lo scattering di Rayleigh è dominante rispetto a quello di Mie e come prima conseguenza si ha che l'assorbimento ottico dipende soprattutto dall'altezza del sito di osservazione.

3.1 La riflessione ionosferica

Un plasma è caratterizzato da una frequenza di risonanza detta **frequenza di plasma** f_p data da:

$$f_p^2 = \frac{N_e e^2}{\pi m} = \text{cost} \cdot N_e$$

dove N_e è la densità elettronica.

L'indice di rifrazione n a lunghezze d'onda radio per una data frequenza f è dato da:

$$n^2 = 1 - \frac{f_p^2}{f^2} = 1 - \frac{N_e e^2}{\pi m f^2}$$

si nota che esiste un valore critico di f sotto il quale l'indice di rifrazione diventa immaginario e si ha quindi riflessione completa dell'onda. Questo fenomeno avviene nell'alta atmosfera (ionosfera) a lunghezze d'onda molto alte. La frequenza critica dipende dall'angolo di incidenza ed è variabile a seconda del grado di ionizzazione della ionosfera.

3.2 Radiazione di fondo

Le osservazioni astronomiche sono condizionate anche dalla radiazione di fondo, di diversa origine in base all'intervallo spettrale. Nel visibile si hanno quattro componenti naturali alle quali si aggiungono le sorgenti artificiali:

1. luce aurorale ($\approx 30\%$)
2. luce zodiacale ($\approx 70\%$)
3. luce galattica (stellare) e la componente extragalattica

La **luce zodiacale** è la più rilevante: di origine extraterrestre, dovuta alla luce solare diffusa dalle polveri interplanetarie nel visibile e ad emissione di corpo nero a 160-220 K nell'IR. La sua distribuzione è funzione della latitudine e longitudine rispetto all'eclittica, l'intensità massima è concentrata sul piano dell'eclittica (massimo nella direzione del Sole e in quella opposta).

La **luce aurorale** è invece generata nell'alta atmosfera ed è dovuta alla ricombinazione e diseccitazione di atomi e ioni della ionosfera. Ha uno spettro a righe ed è influenzata dall'attività solare, la sua distribuzione varia dal punto di osservazione geografico.

Queste due componenti dominano il fondo naturale per le osservazioni da Terra e danno un minimo nel visuale di circa $V = 22$ mag/arcsec.

Ad esse si aggiunge il **contributo di luce artificiale**: esso è lineare con la popolazione P e decresce con la distanza r secondo la relazione

$$I_{art} = 0.01Pr^{-2.5}$$

dove I_{art} è l'aumento del fondo cielo ad opera della luce artificiale quando si osserva ad una distanza zenitale di 45 gradi nella direzione del centro abitato di popolazione P (ad esempio 170 000 abitanti a 50 km contribuiscono col 10 % oltre al fondo naturale).

La **Luna** infine può dare un contributo fino a 3 mag ad una distanza di 45 gradi (quantità variabile a seconda della fase e da altri elementi).

Le osservazioni dallo spazio possono evitare il contributo aurorale ma non quello zodiacale.

La componente di luce zodiacale decresce rapidamente a lunghezze d'onda crescenti seguendo la distribuzione di corpo nero a 5500 K circa mentre prevale la componente zodiacale di emissione termica (temperatura delle polveri interplanetarie). Il punto di incrocio tra luce solare diffusa e la radiazione termica atmosferica si trova a circa $2\text{ }\mu\text{m}$ per le osservazioni notturne e $4\text{ }\mu\text{m}$ per quelle diurne. Questo punto di minimo si chiama **finestra cosmologica** (il cielo di giorno ha la stessa luminosità di quello notturno).

L'emissione termica è un fattore limitante anche per le osservazioni in radio di breve lunghezza d'onda. Nella finestra radio ci sono altri due fattori importanti: l'emissione galattica e quella cosmologica di fondo a 2.7 K. Il minimo di emissione galattica apre un'altra finestra cosmologica tra l'emissione termica e quella non termica (5 mm - 40 cm se si opera dallo spazio, 3 cm - 40 cm se si opera da terra). Non sono trascurabili i contributi di contaminazione di segnali radio da emissioni artificiali (si utilizzano tecniche di chopping per limitarne l'influenza).

4 La rifrazione astronomica: seeing

4.1 La rifrazione astronomica

L'indice di rifrazione dell'aria, nell'ottico, in funzione della lunghezza d'onda λ in micron, pressione P , temperatura assoluta T e pressione di vapor d'acqua e è dato dall'**espressione di Cauchy** (valida nell'intervallo 0.4-0.8 μm):

$$n - 1 = \frac{77 \cdot 10^{-6}}{T} \left(1 + \frac{7.52 \cdot 10^{-3}}{\lambda^2} \right) \left(P + 4810 \frac{e}{T} \right)$$

dove il termine contenente e può essere trascurato. In condizioni standard è di poco superiore all'unità ($n = 1.0003$).

L'angolo di rifrazione astronomica varia dunque con la lunghezza d'onda. Il fenomeno è noto come **dispersione atmosferica** e si manifesta come un'immagine allungata anziché puntiforme.

Approssimando l'atmosfera terrestre ad un insieme di strati concentrici possiamo immaginare che la rifrazione si ripeta più volte nei successivi strati e il raggio luminoso si avvicina sempre più alla normale alla superficie terrestre. L'angolo tra le due direzioni è detto **angolo di rifrazione astronomica** (in realtà i raggi seguono una curvatura). Per distanze zenitali inferiori di 45 gradi è minore di 1' e cresce fino a 35' all'orizzonte.

4.2 Il seeing

Il seeing è il fenomeno per il quale le variazioni della rifrazione atmosferica locale nel tempo e nello spazio dovute a disomogeneità termiche combinate con moti non laminari nell'atmosfera provocano una continua alterazione nella direzione dei raggi. Il seeing si manifesta con

1. Scintillazione (twinkling)
2. Moto dell'immagine (deviazione rapida della posizione apparente)
3. Allargamento (smearing) di immagini puntiformi

Al seeing è dovuto anche il fenomeno dell'ondulazione del bordo delle immagini estese.

Esso è legato all'instaurarsi di **turbolenza** nell'atmosfera terrestre, caratterizzata dallo sviluppo di vortici e condizionato dal **numero di Reynolds** R_e espresso da

$$R_e = \frac{LV}{\nu}$$

dove L è la grandezza di scala spaziale superiore (es: spessore di uno strato atmosferico), V velocità del fluido e ν viscosità cinematica del fluido.

Il numero di Reynolds è adimensionale ed esprime il rapporto tra le forze di inerzia (numeratore) e quelle di viscosità. La turbolenza si manifesta quando le forze d'inerzia prevalgono su quelle di viscosità. Il valore critico è attorno 1000-2000 ma può variare a seconda delle condizioni del moto.

Nel caso dell'atmosfera terrestre R_e vale circa 10^6 ed è quindi sempre molto superiore del valore critico (solitamente per $R_e > 10^3$ si ha moto turbolento mentre per valori minori si ha moto laminare).

Se non ci fosse turbolenza i fronti d'onda arriverebbero perpendicolarmente e andrebbero a fuoco in un punto; il movimento di masse d'aria, tuttavia, crea perturbazioni nel fronte d'onda creando dunque raggi che arrivano in modo divergente e convergente. L'alternanza continua crea la scintillazione.

Si nota che i pianeti non subiscono l'effetto della scintillazione: essendo corpi estesi la luce proveniente da essi forma un cono di dimensioni maggiori rispetto a quello proveniente dalle stelle. Nel cono di luce dei pianeti, quindi, divergenza e convergenza si compensano.

Kolmogorov ha elaborato la **teoria della turbolenza** nel caso stazionario di turbolenza completamente sviluppata, nel regime compreso tra la scala superiore (vortici di maggiore dimensione) e quella inferiore di dissipazione detta regime inerziale. Da considerazioni dimensionali si ricava che

$$E_k \propto k^{-5/3} \quad \left(k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ numero d'onda} \right)$$

ovvero l'energia cinetica del vortice decresce al decrescere della dimensione del vortice all'incirca con andamento quadratico.

Poichè i quadrati delle fluttuazioni degli indici di rifrazione sono proporzionali alle energie dei vortici si ha che le fluttuazioni degli indici di rifrazione sono proporzionali alla dimensione dei vortici stessi.

Nel caso dell'atmosfera terrestre la gravità può influenzare lo sviluppo della turbolenza. Il **parametro di Richardson** R_i esprime questa condizione come rapporto tra il gradiente termico verticale (\Rightarrow equilibrio idrostatico) e il gradiente della velocità del vento (contributo delle forze dinamiche):

$$R_i = \frac{\frac{g}{T} \left(\frac{dT}{dz} - \gamma \right)}{\left(\frac{dv}{dz} \right)^2}$$

dove γ è il gradiente termico verticale adiabatico ($-1^\circ\text{C}/100 \text{ m}$). Per $R_i < 0.25$ il regime turbolento viene smorzato dalle condizioni atmosferiche.

4.3 Parametri di seeing

Il seeing è caratterizzato da tre parametri principali:

- raggio di Fried r_0
- il campo isoplanatico

- il campo di coerenza

Un altro parametro molto utilizzato è il rapporto di Strehl SR.

Il **raggio di Fried** r_0 è un parametro matematico esprimibile in tre modi diversi:

1. dimensione del fronte d'onda imperturbato
2. dimensione media della cella turbolenta
3. dimensione del telescopio diffraction-limited (non affetto da seeing) che ha la stessa risoluzione di un telescopio che riceve il segnale affetto da seeing. La risoluzione di un telescopio affetto da seeing è indipendente dalla sua dimensione al di sopra di un valore minimo, ovvero r_0 , il quale dipende da $\lambda^{6/5}$.

Il **campo isoplanatico** ϕ_0 o di **coerenza** è il campo dove la PSF può essere considerata costante ed è dato da:

$$\phi_0 = 0.31 \frac{r_0}{H}$$

con H altezza media della turbolenza dipendente da $\lambda^{6/5}$.

Il **tempo di coerenza** τ_0 è il tempo in cui la PSF resta costante ed è dato da:

$$\tau_0 = 0.36 \frac{r_0}{v}$$

con v velocità del vento dipendente da $\lambda^{6/5}$.

Il **rapporto di Strehl** non è propriamente un parametro di seeing ed è definito come il rapporto tra l'intensità di picco della PSF osservata e quella dell'immagine di diffrazione imperturbata, idealmente ottenuta con lo stesso strumento. Va da 1 a 0 (1 per immagine imperturbata) e normalmente è compreso tra 0.2 e 0.9.

5 Caratteristiche del seeing: equazioni fondamentali

È necessario definire un parametro per la misura della turbolenza e trovare la dipendenza dei parametri di seeing da esso.

Le variazioni di n dipendono dalla temperatura, dalla pressione totale e dalla pressione parziale del vapor d'acqua. A parità di altezza, in un mezzo turbolento, le fluttuazioni di temperatura sono dominanti nel determinare le variazioni locali dell'indice di rifrazione, come si ricava facilmente derivando l'equazione di Cauchy rispetto alla pressione e alla temperatura, o meglio dalla sua espressione approssimata detta **legge di Gladstone**:

$$n - 1 = 80 \cdot 10^{-6} \frac{P}{T}$$

Le fluttuazioni di temperatura possono essere espresse dal **parametro di struttura di temperatura** definito come

$$C_T^2 = \frac{\langle (T(x) - T(x + dx))^2 \rangle}{dx^{2/3}}$$

che esprime le variazioni di temperatura tra due punti posti a distanza dx . Da questa relazione si ricava l'equivalente **parametro di struttura dell'indice di rifrazione** definito come

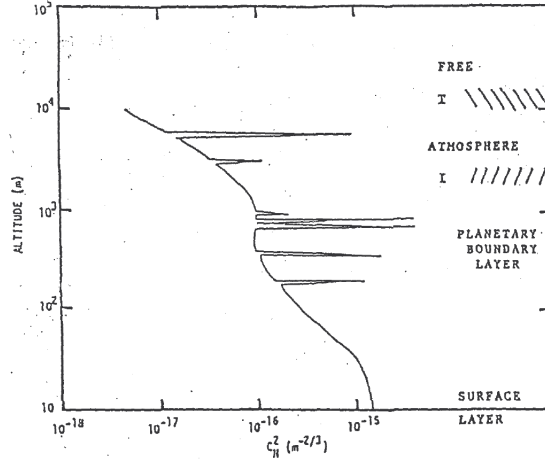
$$C_n^2 = \left(80 \cdot 10^{-6} \frac{P}{T} \right)^2 \cdot C_T^2$$

queste formule sono definite ad altezza costante dal suolo.

In Fig. 2 si vede la distribuzione del C_n^2 in funzione dell'altezza dove si vedono i picchi di turbolenza a bassa quota, un picco caratteristico a metà troposfera (5 km, cella di Hadley) e un picco al limite della tropopausa (quota di inversione di temperatura). Le regioni di massimo valore di C_n^2 si manifestano in corrispondenza di strati di contatto tra masse d'aria in moto.

Nei limiti di validità della legge di Kolmogorof esiste una dimensione tipica della turbolenza, il **raggio di Fried**, che può essere espressa in funzione del parametro C_n^2 da

$$r_0 = \left(0.423 \cdot \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \cdot \frac{1}{\cos \phi} \cdot \int C_n^2(z) dz \right)^{-3/5}$$



Schematic subdivision of atmosphere into layers is shown at right of figure. Typical inversion capping boundary layer shown by I: tropopause by T. A typical profile of C_n^2 as obtained with balloon-borne, fast-response thermometer is shown by continuous line.

Figura 2: Distribuzione del C_n^2 in funzione dell'altezza

misurato in metri, dove z è l'altezza, ϕ l'angolo zenitale e λ la lunghezza d'onda di osservazione. Il raggio di Fried diminuisce al crescere della turbolenza e cresce quasi linearmente con la lunghezza d'onda. In caso di moto laminare il coefficiente di struttura della temperatura vale zero. Conoscendo il profilo del C_n^2 lungo la linea di vista in teoria si potrebbe ricavare il seeing. Non esiste al momento un modello soddisfacente di distribuzione del C_n^2 nell'atmosfera terrestre.

5.1 Effetti del seeing sulle immagini

5.1.1 Scintillazione

Ad occhio nudo prevale la scintillazione che è anche l'unico fenomeno evidente di seeing senza strumentazione. Esso può essere semplificato come effetto di curvatura, cioè di divergenza e convergenza del fronte d'onda proveniente da un corpo molto lontano operato da masse d'aria con n diversi. La scintillazione è tanto più accentuata quanto più piccola è la pupilla e tanto più lo strato turbolento si trova lontano dall'osservatore per effetto di leva ottica (atmosfera come costituita da un insieme di lenti divergenti e convergenti in moto). Il fenomeno è accentuato per oggetti bassi sull'orizzonte per aumento della profondità ottica, dove si nota anche l'effetto della scintillazione cromatica. Il tempo scala della scintillazione occupa un campo di frequenze molto ampio, tra 0.1 e 10 Hz con prevalenza delle basse frequenze. Un fenomeno analogo avviene nel radio nel regime millimetrico ad opera delle fluttuazioni del vapore acqueo lungo la linea di vista. A lunghezze d'onda maggiori la scintillazione radio è dovuta a fluttuazioni turbolente del plasma interplanetario e interstellare; in radio viene utilizzata per stimare la distanza delle sorgenti e la loro dimensione angolare.

Quantitativamente:

$$\frac{\sigma_I^2}{I^2} = 19.12 \lambda^{-7/6} \frac{1}{(\cos \phi)^{11/6}} \int C_n^2(z) z^{5/6} dz \propto D^{-7/3} \frac{1}{(\cos \phi)^3} \int C_n^2(z) z^2 dz$$

con $D > \sqrt{\lambda h} \approx 6 - 10$ cm

5.1.2 Moto dell'immagine

Dovuto alla variazione di angolo con cui entrano nella pupilla porzioni di fronte d'onda perturbato che possono essere approssimati a porzioni relativamente piane. Il moto dell'immagine è dominante per aperture confrontabili con la dimensione del fronte d'onda imperturbato. Il moto decresce per aperture maggiori mentre aumenta la dimensione dell'immagine puntiforme perché entrano nella pupilla diverse porzioni di fronte d'onda approssimativamente imperturbato. Il moto dell'immagine è indipendente dalla distanza della perturbazione dalla pupilla d'ingresso ed è la componente più facilmente compensabile con un sistema di ottica adattiva.

Quantitativamente:

$$\sigma^2(x) = \sigma^2(y) = 0.18 D^{-1/3} r_0^{-5/3} \cdot \lambda^2$$

5.1.3 Allargamento

Pupille di grande apertura confrontate con celle turbolente o tempi di esposizione molto lunghi producono allargamento dell'immagine perché integrano le distorsioni del fronte d'onda includendo diverse inclinazioni di porzioni di fronte d'onda. La dimensione dell'immagine si stabilizza in tempi scala di qualche decina di secondi (tempo di esposizione minimo per stabilire la "point spread function" ed effettuare il fuoco del telescopio).

Quantitativamente:

$$FWHM = 1.035 \frac{\lambda}{r_0} = 5.6 \lambda^{-1/5} \left(\frac{1}{\cos \phi} \int C_n^2(z) dz \right)^{3/5} \simeq 2.0 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{\cos \phi} \int C_n^2(z) dz \right)^{3/5}$$

dove la prima uguaglianza è in radianti mentre la seconda è in arcosecondi, assumendo $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$.

La dipendenza di questi parametri dalla lunghezza d'onda è limitata anche se l'effetto del seeing tende a decrescere al crescere di λ . Con l'equazione del moto dell'immagine è possibile ricavare r_0 direttamente dalle misure del moto dell'immagine in un piccolo telescopio.

La scintillazione permette invece di ricavare l'altezza degli strati turbolenti in quanto la coordinata z appare al quadrato all'interno dell'integrale. Anch'essa cresce al diminuire della dimensione della pupilla.

6 Il seeing in radio

L'indice di rifrazione a lunghezza d'onda comprese tra i millimetri e i centimetri, subisce delle variazioni causate dal vapor d'acqua non condensato lungo la linea di vista.

La deviazione della rifrazione media dal valore unitario si traduce in un effetto di rifrazione chiamato **rifrazione astronomica**. L'allargamento della direttività delle onde (allargamento dell'immagine puntiforme in ottico) è trascurabile in radio dove la risoluzione è notevolmente più bassa. L'effetto più rilevante, soprattutto nel millimetrico, è quello dell'inclinazione del fronte d'onda, corrispondente ad uno sfasamento variabile lungo l'antenna. La variazione della posizione della sorgente a seguito dell'inclinazione del fronte d'onda viene chiamata in radio **"rifrazione anomala"**.

In termini quantitativi l'effetto dipende dalle fluttuazioni dell'indice di rifrazione D_e , dalla lunghezza tipica della turbolenza l_0 (equivalente di r_0 in ottico) e dalla lunghezza tipica attraversata dall'onda nell'atmosfera L_0 . Una differenza rispetto all'ottico è che spesso le antenne hanno dimensioni superiori alla scala superiore della turbolenza.

6.1 Scintillazione interplanetaria e interstellare

Esiste un'ulteriore sorgente di scintillazione al di fuori della ionosfera, ipotesi supportata da diversi elementi:

- i tempi scala sono tendenzialmente più corti della ionosfera
- solo sorgenti di diametro molto piccolo scintillano

Perché la scintillazione sia visibile l'angolo massimo della sorgente deve essere inferiore al rapporto tra la dimensione della perturbazione e la distanza dall'osservatore. Questa scintillazione è causata dal **plasma interplanetario** connesso al vento solare. Il vento solare viaggia a circa 300 km s^{-1} e i tempi di scintillazione sono attorno 0.5-1 s, si conclude quindi che le nubi di plasma hanno dimensioni tipiche di 150-300 km.

Un altro tipo di scintillazione con tempi scala maggiori e frequenze inferiori è particolarmente evidente in sorgenti di dimensione molto piccola come le pulsar o le quasar. La variazione di luminosità in questo caso è legata alla misura di dispersione e quindi alla distanza dal Sole e quindi ad un effetto legato agli elettroni liberi del mezzo interstellare.

7 Radar-astronomia

Un radar trasmette un fascio di radio-onde nella direzione del target e misura il segnale diffuso dagli oggetti che si trovano nella sua traiettoria (misura l'eco radar). Lo studio dell'eco consiste nella misura accurata della sua intensità, del ritardo della ricezione rispetto all'impulso inviato, dell'effetto Doppler e della polarizzazione.

Le proprietà fisiche dei target si ottengono dallo studio delle proprietà riflettenti. Lo spettro angolare del segnale riflesso è legato invece alla distribuzione macroscopica. La risoluzione temporale dell'eco dà la terza coordinata.

L'equazione radar più generale può essere espressa in termini della potenza ricevuta P_r in funzione di quella trasmessa P_t :

$$P_r = \frac{P_t A s G}{(4\pi d^2)}$$

dove A è l'area del collettore, G il guadagno dell'antenna, s la sezione d'urto del target (RCS, radar cross section) e d la distanza target-antenna. La quantità s può essere espressa in termini di parametri geometrici connessi alla sezione geometrica del target:

$$s = \pi a^2 r g$$

dove πa^2 è la sezione geometrica del target, r è la brillantezza radar (equivalente dell'albedo nell'ottico), legata alla costante dielettrica ϵ e g è il coefficiente di direzionalità legato alle irregolarità.

In generale una superficie emette secondo la **legge di Lambert** e ha dunque una brillantezza superficiale indipendente dalla direzione di osservazione: se la superficie è scabra, il coefficiente g è elevato.

Un altro aspetto da considerare è la penetrazione dell'onda radio nel suolo e la possibilità di incontrare materiali con proprietà dielettriche (e quindi riflettività) diverse. Si ha quindi che g dà informazioni sulla natura del terreno mentre ϵ sul materiale.

La risoluzione spaziale radar è molto elevata, dal momento che si può sfruttare la rotazione del target per aumentarla.

7.1 Le meteore

Per quanto riguarda i dati sulle meteore, l'eco radar è dovuto alla scia ionizzata prodotta dal processo di ablazione con il quale le molecole d'aria staccano molecole dal materiale solido della meteorite e ne provocano la dissociazione e ionizzazione. Si stima che arrivino sulla terra circa 10^7 g/giorno di materiale meteorico. La velocità d'impatto varia tra un minimo di 11 km/s (dovuta al campo gravitazionale con v_0 nulla) ad un massimo di poco più di 70 km/s (somma della velocità di rivoluzione 30 km/s, con la velocità parabolica limite per un oggetto che giunge sulla Terra dall'esterno del sistema solare 42 km/s). Tenendo conto anche del campo gravitazionale le meteore non potrebbero avere velocità maggiore di 73 km/s.

La maggior parte delle meteore ha una velocità di decine di km/s e il processo di ablazione inizia nella regione E della ionosfera a 100 km di altezza.

I corpi che arrivano in questa regione hanno un'elevata energia cinetica se confrontata con quella di vaporizzazione o di ionizzazione, è normale quindi che l'impatto con l'atmosfera porti alla completa vaporizzazione della meteora. La velocità della meteora non decresce in modo apprezzabile poiché la massa d'aria attraversata fino alla totale distruzione è piccola rispetto a quella della meteora stessa. Dall'altezza di sparizione della meteora si può ricavare la sua massa e la sua dimensione. Gli atomi vaporizzati mantengono la stessa velocità fino a che non dissipano la loro energia cinetica in collisioni con molecole d'aria di dimensioni paragonabili. Queste collisioni sono responsabili della formazione della scia di gas ionizzato e dell'emissione di luce per successiva ricombinazione degli ioni dopo il passaggio della meteora. Tale scia si comporta, a λ sufficientemente lunghe, come un cilindro metallico riflettente.

8 Emissione di corpo nero

Le principali grandezze di interesse astronomico sono:

1. **Luminosità assoluta L** di una sorgente: energia in unità di tempo, o potenza, irradiata dalla sorgente in tutto lo spettro elettromagnetico. Misurata in Watt.
2. **Luminosità monocromatica $L(\nu)$** : definita come la luminosità irradiata nell'unità di frequenza. Misurata in Watt/Hz.
3. **Flusso** o densità di flusso o luminosità apparente $S(\nu)$. Definito da:

$$S(\nu) = \frac{L(\nu)}{4\pi d^2}$$

Si misura in W Hz^{-1} . L'unità usata nel medio-lontano IR e in radio è il Jansky e vale $10^{-26} \text{ W Hz}^{-1} \text{ m}^{-2}$.

4. **Brillantezza $B(\nu)$** : il rapporto tra il flusso e l'angolo solido $d\Omega$ sotto il quale è vista la sorgente:

$$B(\nu) = \frac{S(\nu)}{d\Omega} = \frac{L(\nu)}{4\pi d^2 \cdot d\Omega} = \frac{L(\nu)}{4\pi d \Sigma}$$

ed è quindi indipendente dalla distanza d . Si misura in $\text{W Hz}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$

8.1 Le leggi di corpo nero

Un qualunque corpo con una temperatura superiore a zero emette radiazione elettromagnetica ed assorbe (o riflette) energia elettromagnetica incidente.

Si chiama **corpo nero** un perfetto assorbitore in grado di assorbire tutta l'energia che riceve. L'energia emessa da un corpo nero è funzione esclusivamente della sua temperatura.

La **brillanza** segue la **legge di Planck** che stabilisce che la brillantezza di un corpo nero ad una temperatura T e alla frequenza ν è data da:

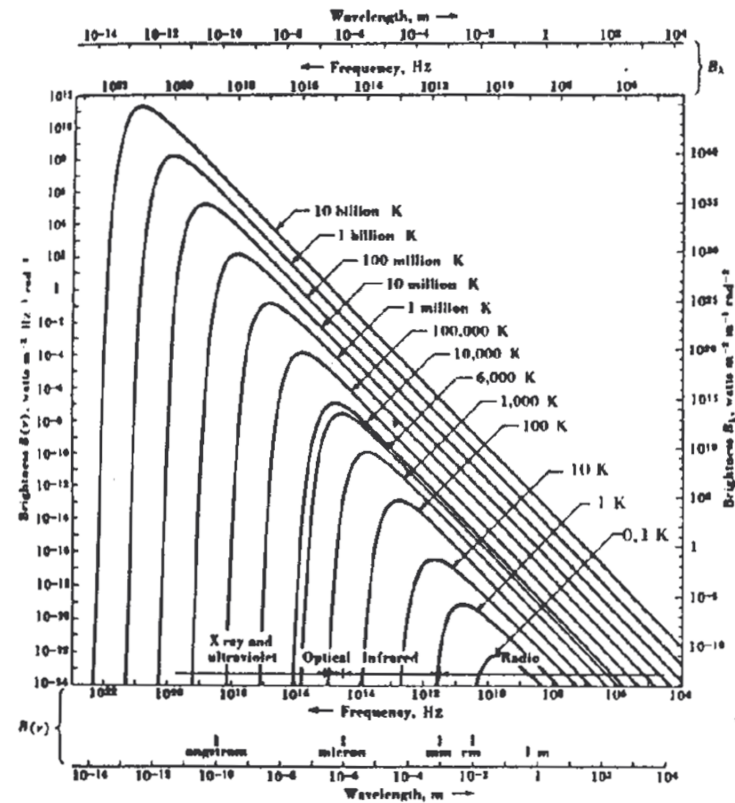
$$B(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

L'emissione tende a zero per valori molto alti o molto bassi di frequenza. Il punto di massimo si sposta a lunghezze d'onda minori col crescere della temperatura ed è dato dalla **legge dello spostamento di Wien**:

$$\lambda_{max} = \frac{2900}{T}$$

dove λ è espressa in μm e la temperatura in K.

Ad ogni punto del piano (B, ν) corrisponde un solo valore di T . Le curve di diversa temperatura hanno forma identica ma sono spostate l'una rispetto all'altra e non si intersecano in nessun punto. L'energia totale emessa in tutto lo



Planck-law radiation curves to logarithmic scales with brightness expressed as a function of frequency $B(\nu)$ (left and bottom scales) and as a function of wavelength B_λ (right and top scales). Wavelength increases to the right.

Figura 3: Legge di corpo nero in scala logaritmica

spettro è data dall'area racchiusa dalla curva di corpo nero ed è espressa dalla **legge di Stefan-Boltzmann**

$$J = \sigma T^4$$

dove σ è una costante. Questa legge determina la quantità di energia che viene emessa da un corpo celeste se è nota l'estensione della superficie emittente.

Per $h\nu \gg kT$ come si verifica spesso a brevi lunghezze d'onda la legge di Planck può essere approssimata con la legge di Wien:

$$B(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

Per $h\nu \ll kT$ invece si ha l'**approssimazione di Rayleigh-Jeans** (verificata nel lontano IR e in radio) data da:

$$B(\nu, T) = 2kT \cdot \frac{\nu^2}{c^2}$$

che dice che la brillantezza è proporzionale alla temperatura per cui nota la brillantezza e la costante K è possibile ricavare la temperatura della sorgente, che viene detta **temperatura di brillantezza T_b** :

$$T_b = \frac{\lambda^2}{2K} \cdot B$$

Questa temperatura coincide con la temperatura fisica solo se il corpo è opaco alla lunghezza d'onda di osservazione e se l'emissione avviene in condizioni di equilibrio termodinamico.

8.2 Misure di temperatura in ottico e in radio

Per applicare l'equazione precedente è necessario conoscere l'angolo apparente della sorgente per conoscere la brillantezza, dato mancante per quanto riguarda le osservazioni di oggetti non risolti, risulta quindi di facile applicazione nel dominio ottico. Nel campo radio invece è applicabile perché la radiazione arriva da sorgenti estese risolte delle quali si conosce la brillantezza.

Le tecniche usate in ottico per ricavare la temperatura sono basate sull'indice di colore (B-V o V-I) attraverso la relazione:

$$T = \frac{8540}{(B - V) + 0.865}$$

Questo metodo è molto sensibile quando applicato alle stelle nell'intervallo 3000-10 000 K dove il picco della planckiana cade all'interno dell'intervallo coperto dalle bande fotometriche.

Nel medio-lontano IR e in radio il metodo dell'indice di colore non è applicabile perché dove vale l'approssimazione di Rayleigh-Jeans la pendenza non varia con λ .

8.3 Legge di Kirchhoff

Un generico corpo che si trovi ad una temperatura superiore a 0 K in equilibrio termodinamico è un radiatore tanto migliore quanto è migliore il suo potere assorbente alla stessa lunghezza d'onda, ed emette onde elettromagnetiche di lunghezza d'onda da zero a infinito secondo la legge:

$$b(\lambda, T) = k(\lambda, T) \cdot B(\lambda, T)$$

dove b è la brillantezza osservata, B è la brillantezza di corpo nero alla temperatura T e k è un coefficiente di assorbimento adimensionale che varia tra $k = 1$ (corpo perfettamente opaco, corpo nero per definizione) e $k = 0$ (corpo perfettamente trasparente) ma è generalmente minore di 1.

Tale legge si dimostra sulla base delle condizioni di equilibrio termodinamico e di conservazione dell'energia in quanto afferma che il potere emittente deve coincidere con il potere assorbente.

Il coefficiente k sarà in generale funzione della lunghezza d'onda e della temperatura e va studiato caso per caso. Quando k non varia con λ si parla di **corpo grigio** e mostra una curva di emissione termica simile ad una planckiana ma con una brillantezza ridotta di un fattore k a tutte le lunghezze d'onda. L'atmosfera non è un corpo grigio dal momento che $k = 0$ nell'ottico e $k > 0$ in IR.

9 L'emissione termica e l'equazione del trasporto

Consideriamo un elemento di nube emittente dV . Il flusso dS ricevuto dall'osservatore da una nube trasparente in funzione del coefficiente di emissione per unità di volume J nell'unità di tempo e frequenza è:

$$dS = J \cdot \frac{dV}{4\pi d^2} = J dl \cdot \frac{d\Omega}{4\pi}$$

dove d è la distanza della nube dall'osservatore e dl è la profondità della nube lungo la visuale.

Si ha $dV = dl \cdot d\Sigma$ e $d\Omega = d\Sigma/d^2$ ed essendo la brillantezza il flusso per unità di angolo solido si ha:

$$dB = J \cdot \frac{dl}{4\pi}$$

integrando lungo la linea di vista

$$B = J \cdot \frac{l_0}{4\pi}$$

dove l_0 è lo spessore totale della regione emittente lungo la visuale. La temperatura di brillanza corrispondente è:

$$T_b = J \cdot \frac{\lambda^2}{2K} \frac{l_0}{4\pi}$$

quindi brillanza e temperatura crescono linearmente con lo spessore della nube, il che è fisicamente impossibile. Non si è infatti tenuto conto dell'**assorbimento** che può essere descritto in termini del **coefficiente di assorbimento k** tale che la radiazione osservata I è funzione della radiazione incidente I_0 secondo la relazione:

$$I = I_0 e^{-kl}$$

La quantità kl è anche chiamata **profondità ottica** (τ) e quantifica il numero di atomi lungo la linea di vista, la loro massa e densità.

La brillanza di una nube con emissione ed assorbimento interno è quindi data da:

$$dB = J \cdot \frac{dl}{4\pi} \cdot e^{-\tau}$$

Ponendo $kdl = d\tau$ e integrando si ottiene l'**equazione di Leibniz**

$$B = J \cdot \frac{1 - e^{-\tau}}{4\pi \cdot k}$$

dove $J/4\pi k$ è la **brillanza intrinseca della nube B_i** (emissione di corpo nero nell'unità di volume) e si può quindi riscrivere la relazione precedente come

$$B = B_i(1 - e^{-\tau})$$

e sostituendo alla brillanza la temperatura corrispondente in approssimazione di Rayleigh-Jeans

$$T_b = T_{cn}(1 - e^{-\tau})$$

dove T_{cn} è la temperatura di corpo nero.

Sapendo che per $\tau \rightarrow 0$ $(1 - e^{-\tau}) \approx 1 - (1 - \tau) \approx \tau$ e che per $\tau \rightarrow \infty$ $e^{-\tau} \rightarrow 0$ si ha:

$$\begin{aligned} B &= B_{cn} & \text{per } \tau \gg 1 \\ B &= \tau B_{cn} & \text{per } \tau \ll 1 \end{aligned}$$

e per la temperatura:

$$\begin{aligned} T_b &= T_{cn} & \text{per } \tau \gg 1 \\ T_b &= \tau T_{cn} & \text{per } \tau \ll 1 \end{aligned}$$

quindi al crescere della profondità ottica la brillanza tenderà al valore della brillanza intrinseca e la temperatura di brillanza alla temperatura intrinseca.

10 Emissione termica galattica

10.1 Il mezzo interstellare

10.1.1 Le nebulose

In ottico il mezzo interstellare si presenta con la presenza di nebulose gassose e nubi oscure.

Le **nebulose gassose** si distinguono in due categorie principali: nebulose ad emissione e nebulose a riflessione.

Le **nebulose ad emissione** sono caratterizzate da spettri a righe di emissione e dalla presenza di stelle eccitatrici di alta temperatura (superiori a 30 000 K) in grado di produrre radiazione ultravioletta che provoca ionizzazione. In questa categoria ricadono regioni HII estese e nebulose planetarie e i resti di supernova dove però l'eccitazione è prodotta da meccanismi di "shock non collisionali".

Le **nebulose a riflessione** hanno invece uno spettro continuo di tipo stellare che corrisponde a quello della stella che illumina la nebulosa. Hanno temperature più basse e non creano regioni HII.

Le **nebulose oscure** appaiono come regioni dove cresce localmente l'assorbimento interstellare.

10.1.2 L'emissione diffusa

Il disco galattico presenta anche un'emissione diffusa osservabile principalmente in banda radio. Tutte le mappe galattiche presentano una forte concentrazione sul piano galattico e un massimo in direzione del centro galattico. Ad alta frequenza lo spettro ha la pendenza prevista dall'emissione termica mentre a frequenza più bassa tende ad appiattirsi e la corrispondente temperatura di brillantezza raggiunge valori più elevati sia in direzione del centro che dell'anticentro.

Nella galassia coesiste quindi una radiazione termica fortemente concentrata sul piano galattico mentre quella non termica si diffonde a più alte latitudini fino ad includere un alone diffuso.

10.2 La distribuzione delle stelle e l'emissione galattica in ottico

In ottico il contributo delle nebulose ad emissione è trascurabile e l'emissione galattica è largamente dominata dall'emissione termica delle stelle. I conteggi stellari mostrano un sensibile aumento verso il piano galattico che diviene immediatamente evidente nel vicino infrarosso dove l'assorbimento interstellare è notevolmente inferiore.

A λ superiori il contributo stellare diminuisce rapidamente e prevale l'emissione termica delle polveri interplanetarie.

10.3 L'emissione galattica di free free

10.3.1 Sorgenti di free free

L'interpretazione delle osservazioni radio richiede l'intervento di un meccanismo non termico dominante a basse frequenze per spiegare le elevate temperature di brillantezza T_b .

Nelle condizioni tipiche del gas interstellare i valori di densità sono molto bassi e quindi l'emissività e l'opacità sono molto basse. La maggior parte dell'idrogeno è allo stato neutro con elettroni nello stato fondamentale dato che il campo di radiazione è molto diluito in particolare nell'UV.

I fotoni con $\lambda < 912 \text{ \AA}$ emessi da stelle O-B (30 000 K) ionizzano il gas in loro prossimità per dar luogo a regioni HII ma degradano rapidamente a lunghezze d'onda maggiori per **scattering incoerente** (assorbimento di fotone ultravioletto e riemissione di più fotoni con minore energia che non sono in grado di ionizzare altri atomi) al di fuori della **sfera di Stroemgren** (sfera di ionizzazione). Alcuni fotoni tuttavia sfuggono al limite della sfera di ionizzazione e assieme ai raggi cosmici e a fotoni energetici prodotti per effetto compton inverso contribuiscono al mantenimento dell'idrogeno ionizzato ed elettroni liberi nel mezzo interstellare.

Le regioni HII diffuse costituiscono il principale mezzo emittente del disco galattico, con meccanismo termico, in campo radio. Le transizioni di free free infatti possono emettere con efficacia emissione elettromagnetica soprattutto a lunghezze d'onda radio.

10.3.2 Il meccanismo di emissione free free

La radiazione elettromagnetica emessa da un gas a temperatura superiore allo zero è sovrapposizione della radiazione che emettono i singoli elettroni per effetto delle accelerazioni che subiscono.

Quando un elettrone libero transita vicino ad uno ione può avere due destini: o viene accelerato (free free) oppure si lega (free bound).

L'emissione di frenamento termica o di bremsstrahlung termica è l'emissione da parte di elettroni liberi che passano in vicinanza dei nuclei costituenti lo stesso gas. Il termine "termica" si riferisce alla situazione in cui elettroni e nuclei sono in equilibrio termodinamico. In questo caso la distribuzione delle velocità degli elettroni è quella maxwelliana.

L'emissività e il coefficiente di assorbimento possono essere spiegati in termini dell'elettrodinamica classica applicabile finché gli elettroni non si legano agli ioni.

A causa delle accelerazioni che tali elettroni possono subire si verificano una serie di transizioni tra stati liberi o tra stati liberi e legati con conseguente emissione di fotoni. L'accelerazione dell'elettrone è espressa dalla **legge di Coulomb**:

$$a = \frac{e \cdot E}{m} = \frac{e \cdot Z}{m \cdot r^2} \quad \text{con} \quad F = eE, \quad a = eE/m$$

dove E è il campo elettrico del nucleo, Z la sua carica e r la distanza tra elettrone e nucleo. La potenza irraggiata da una carica libera è proporzionale al quadrato del momento di dipolo (**formula di Larmor**):

$$P = \frac{2}{3} \frac{(a \cdot e)^2}{c^3}$$

Un gas ionizzato a temperatura T contiene elettroni liberi con velocità v che secondo la teoria cinetica dei gas è pari a

$$v = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad \text{velocità più probabile per distribuzione di Maxwell}$$

Si può dunque ricavare il **coefficiente di emissione di free free**:

$$J = 5.8 \cdot 10^{-27} \cdot Z^2 \cdot n_e \cdot n_i \cdot T^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}} \cdot g \quad [\text{erg cm}^{-3}]$$

dove n_e è la densità elettronica, n_i quella degli ioni, T la temperatura elettronica e g il fattore di Gaunt, un fattore di correzione quantistico. Il fattore esponenziale ha come effetto quello di rendere la radiazione osservabile alle frequenze basse e quindi nel regime radio, dove tende a 1. L'espressione può essere approssimata a:

$$J = \text{cost} \cdot n_e^2 \cdot T^{-1/2}$$

dove si ha dipendenza solamente dalla temperatura e dalla densità elettronica. Da questa tramite la legge di Kirchoff, esprimendo la brillantezza in termini di temperatura nell'approssimazione di R-J si ottiene il **coefficiente di assorbimento**:

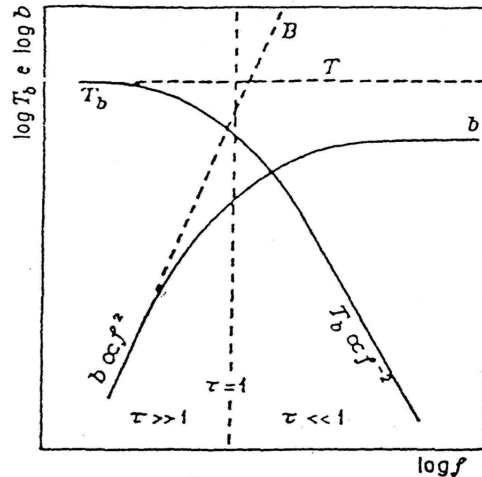
$$k = 0.13 \cdot n_e^2 \cdot T^{-3/2} \cdot \nu^{-2}$$

L'opacità dunque dipende dalla temperatura e decresce con l'inverso del quadrato della frequenza.

Dall'equazione del trasporto si ha che per nubi otticamente spesse (corpi neri) la brillantezza dipende dal quadrato della frequenza e la temperatura di brillantezza è costante mentre per nubi otticamente sottili, il prodotto della profondità ottica per la brillantezza darà una brillantezza costante e la temperatura di brillantezza sarà decrescente con il quadrato della frequenza:

$$\begin{aligned} \tau \ll 1 &\rightarrow B = \tau \cdot B_{cn} \rightarrow B = \text{cost} \\ &\rightarrow T_b = \tau \cdot T_{cn} \rightarrow T_b \propto \nu^{-2} \\ \tau \gg 1 &\rightarrow B = B_{cn} \rightarrow B \propto \nu^2 \\ &\rightarrow T_b = T_{cn} \rightarrow T_b = \text{cost} \end{aligned}$$

Possiamo dunque dividere in due il diagramma brillantezza-frequenza in due parti, una di bassa frequenza con elevata profondità ottica e una parte di alta frequenza dove il gas è più trasparente: Dalle misure della temperatura di brillantezza



Dipendenza della brillantezza e della temperatura di brillantezza di un gas emittente termicamente dalla frequenza.

Figura 4: Diagramma brillantezza-frequenza

si può ottenere la quantità $EM = n_e^2 \cdot l$ detta **misura di emissione**.

Ma in che modo si può ricavare la temperatura? Dal momento che $k \propto \nu^{-2}$ ho un numero critico in cui la nube si comporta come un corpo nero, vado dunque in un regime $\tau \gg 1$ e posso ricavare T_b , che è costante. Un altro modo per ricavare la temperatura è avendo uno ione con stati fondamentali ed eccitati che presenta righe di emissione diverse: attraverso l'equazione di Boltzmann (rapporto tra intensità dipende solamente dalla temperatura) posso ricavare la temperatura elettronica in ottico che converge con quella ricavata con il metodo precedente ad un valore di circa 10^4 K.

Anche la densità elettronica n_e si può ricavare in due modi. Il primo è osservando la brillantezza piatta a $\tau \ll 1$ dal momento che $B = B_{cn}kl = B_{cn}n_e^2 \cdot \text{cost} \cdot \nu^{-2}l$. Il secondo è osservando nello spettro delle righe molto vicine che hanno diverse probabilità di transizione (rapporti di righe proibite): l'intensità delle righe in questo caso dipende dalle

collisioni e quindi dalla densità.

Le n_e ricavate con questi due metodi differiscono di 1-2 ordini di grandezza (quella con il secondo metodo è maggiore) e ciò è indice della disomogeneità delle nubi: il rapporto tra le due densità è chiamato **filling factor** e vale in media 0.1.

Dalla temperatura di brillanza si ricava facilmente anche la densità media degli elettroni liberi nel piano galattico che corrisponde circa a 0.03 elettroni per cm^{-3} .

Le regioni HII emettono anche **righe di ricombinazione** nel radio difficilmente osservabili perchè, in accordo con la **formula di Rydberg**, si originano tra stati corrispondenti a numeri quantici molto alti (orbitali di grandi dimensioni) che sono molto vicini tra loro:

$$\nu = R \cdot c \cdot Z^2 \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+dn)^2} \right)$$

dove R è la costante di Rydberg, Z la carica elettronica efficace nel nucleo (carica elettrica risentita dal singolo elettrone) e n il numero quantico principale. La costante R varia con la massa del nucleo.

Per $n > 60$ la differenza di energia tra due livelli contigui è tanto piccola che la frequenza dei fotoni cade nel dominio radio. C'è da aspettarsi che queste righe siano molto deboli dal momento che per l'equazione di Boltzmann i livelli superiori sono meno popolati. In generale queste transizioni avvengono per ricombinazione di un elettrone con uno ione; si ha anche una discreta probabilità di avere una diseccitazione a cascata dei livelli superiori con emissione di righe corrispondenti a numeri quantici elevati. Poiché la sezione d'urto di questi atomi eccitati a livelli elevati è grande, l'eccitazione collisionale può non essere trascurabile.

La rivelazione delle righe di ricombinazione nel dominio radio permette di studiare la distribuzione galattica a grande scala delle regioni HII che riflette quella delle associazioni giovani locali (in ottico) e delinea bracci di spirale estesi anche oltre il centro galattico (estensione al radio).

Le regioni HII restano comunque al di fuori di un cerchio con raggio di circa 3 kpc e definiscono un anello di elevata concentrazione tra 4 e 5 kpc. Si può quindi concludere che è presente una *forte concentrazione anulare di gas attorno a 5 kpc con un'esaltazione della formazione stellare* (come indicato dalla presenza dei resti di supernova).

11 La radiazione di sincrotrone

Le temperature di brillanza elevate misurate a bassa frequenza in sorgenti radioastronomiche e l'andamento della brillanza in funzione della lunghezza d'onda con esponente positivo mette in evidenza la presenza di un meccanismo diverso da quello di bremsstrahlung termico responsabile delle emissioni radio a lunghezze d'onda maggiori.

La brillanza di corpo nero è $B \propto \lambda^{-2}$ secondo l'approssimazione di R-J e al più l'esponente può tendere a zero per un corpo trasparente ma non ha mai valori positivi (\Rightarrow la maggior parte delle sorgenti termiche non emette radiazione di sincrotrone).

Questo meccanismo si produce in presenza di campi magnetici e di elettroni relativistici e fu osservato per la prima volta nel 1946 nel sincrotrone (acceleratore di particelle) della General Electric Company dove si notava l'emissione di una radiazione blu che non poteva essere spiegata teoricamente.

La teoria dell'emissione di sincrotrone da parte del mezzo interstellare venne accettata dopo che Mills dimostrò che il continuo radio era correlato con i bracci a spirale dove è concentrato il campo magnetico.

Un elettrone in moto non emette radiazione fino a quando non subisce un'accelerazione o un frenamento. L'emissione è prodotta perpendicolarmente al vettore accelerazione (ad es: emissione di dipolo).

Se un elettrone entra in un campo magnetico con vettore velocità perpendicolare ad esso, subisce la **forza di Lorentz** $F_L = q/c \cdot (v \times B)$ e viene deviato in una traiettoria circolare (o a spirale). In seguito a questa accelerazione l'elettrone emette radiazione. Per velocità non relativistiche si ottiene che l'elettrone si muove nel campo magnetico descrivendo la spirale con frequenza espressa da:

$$f_0 = \frac{e \cdot H}{2\pi \cdot mc}$$

dove H è la componente del campo in direzione perpendicolare alla direzione della velocità dell'elettrone, e la carica dell'elettrone e m la sua massa.

L'emissione o l'assorbimento avviene alla frequenza f_0 chiamata **girofrequenza** o **frequenza di ciclotrone**. Nelle condizioni ordinarie del mezzo interstellare dove H è molto debole ($\approx 10^{-6}$ Gauss), l'emissione risultante è di appena 10-100 Hz e quindi al di fuori della frequenza radio osservabile da terra (non rivelabile).

Nel caso di **particelle relativistiche** l'orbita si allarga e la frequenza connessa al moto circolare dell'elettrone tende

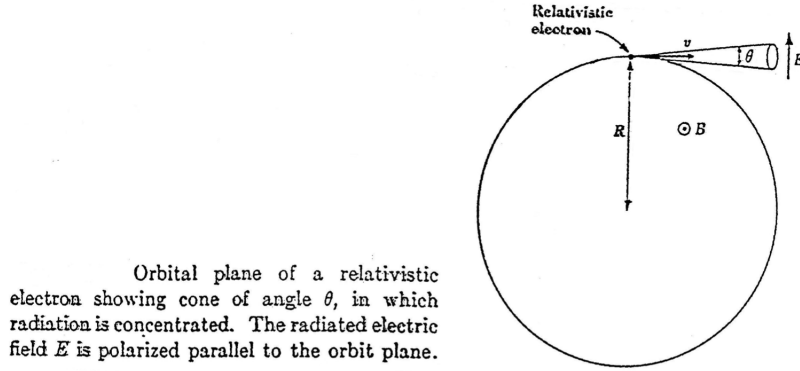


Figura 5: Traiettoria circolare di un elettrone relativistico

a zero:

$$f_{rel} = \gamma^{-1} \frac{eH}{2\pi \cdot mc} \quad \text{dove} \quad \gamma^{-1} = \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

Per gli elettroni dei **raggi cosmici** valori tipici di γ arrivano a $10^3 - 10^4$: nel caso relativistico, quindi, la frequenza della radiazione emessa dovrebbe essere ancora minore di quella classica e quindi non rivelabile. In realtà la frequenza rivelata è ordini di grandezza superiore a quella calcolata come sopra: a velocità relativistiche, infatti, l'emissione è perpendicolare al vettore accelerazione in un cono che ha come asse il vettore istantaneo di velocità e ampiezza del semiangolo inversamente proporzionale all'energia stessa dell'elettrone [vedi meccanismo di Fermi]. L'angolo di emissione si riduce a pochi primi e la radiazione è polarizzata in un piano che contiene il vettore velocità ed è perpendicolare al campo magnetico (radiazione molto concentrata).

Di conseguenza l'osservatore non riceve una radiazione continua ma una serie di impulsi di durata $dt = (2\pi \cdot f_0 \cdot \gamma^2)^{-1}$ ovvero circa 10^{-8} s, ovvero una frequenza molto minore al periodo tipico di ciclotrone, e alta intensità (\Rightarrow distribuzione fortemente piccata).

Lo spettro di radiazione di elettroni mono-energetici è quasi un continuo di armoniche elevate dalla frequenza fondamentale f_{rel} fino alla frequenza massima $1/dt$ (dominio X).

La radiazione emessa da elettroni relativistici prende il nome di **radiazione di sincrotrone** (ciclosincrotrone nei casi intermedi di elettroni quasi-relativistici, ad esempio la radiazione emessa da Giove).

La radiazione di sincrotrone si estende quindi in ampio intervallo dello spettro elettromagnetico, dalle basse frequenze radio al dominio X.

La potenza emessa da un singolo elettrone (monoenergetico) in funzione della sua frequenza ed energia è espressa dalla **relazione fondamentale di sincrotrone**:

$$P(E, f) = \text{cost} \cdot \frac{H}{m} \cdot p(f/f_c)$$

dove $p(f/f_c)$ contiene una funzione modificata di Bessel (calcolata e tabulata), della variabile f e il valore critico di frequenza $f_c = \text{cost} \cdot H \cdot \gamma^2$ corrispondente alla frequenza massima che varia poco in un ampio intervallo di frequenze ($p \propto H \Rightarrow$ particelle energetiche producono energia più rapidamente).

La potenza emessa da una particella integrata su tutto lo spettro è:

$$P(E) = \text{cost} \cdot H \cdot \gamma$$

dove è evidente la dipendenza dall'energia iniziale della particella. Per particelle ultrarelativistiche la potenza emessa è molto elevata (nel mezzo interstellare ci sono particelle ultrarelativistiche e distribuzione di energia).

Nel caso di emissione da un insieme di elettroni è facile ceder che la distribuzione di intensità della radiazione di sincrotrone segue quella degli elettroni. L'emissione specifica emessa da un insieme omogeneo e isotropico di elettroni è data da:

$$I(f) = \text{cost} \cdot \int P(E, f) \cdot N(E) dE$$

dove $N(E) = kE^{-n}$ è la distribuzione energetica degli elettroni nell'approssimazione che essa segua quella dei raggi cosmici e può dunque essere riscritta come:

$$I(f) \propto f^{-\frac{n-1}{2}}$$

Per i raggi cosmici $n \approx 2.5$ e quindi lo spettro in intensità ha indice -0.7 circa (coincidente con le osservazioni). Se lo spettro è espresso in funzione della brillantezza l'indice sarà -2.7. Tale relazione definisce un legame tra la distribuzione

dei raggi cosmici e la pendenza del continuo nella radiazione di sincrotrone.

Assumendo poi la densità locale del flusso di elettroni dei raggi cosmici nella stima di intensità della radiazione diffusa, si ricava un campo magnetico galattico medio di circa 10 microgauss, non lontano da altre stime indipendenti.

12 Rotazione di Faraday

La **rotazione di Faraday** o **effetto Faraday** consiste nella rotazione del piano di polarizzazione dell'onda elettromagnetica polarizzata linearmente quando attraversa un plasma in presenza di un campo magnetico (*plasma otticamente attivo*).

Un'onda monocromatica piana polarizzata linearmente può essere vista come la combinazione di due onde polarizzate circolarmente di verso opposto. Se la costante di fase di una delle due onde cambia si introduce una rotazione del piano dell'onda risultante che resta comunque polarizzata linearmente.

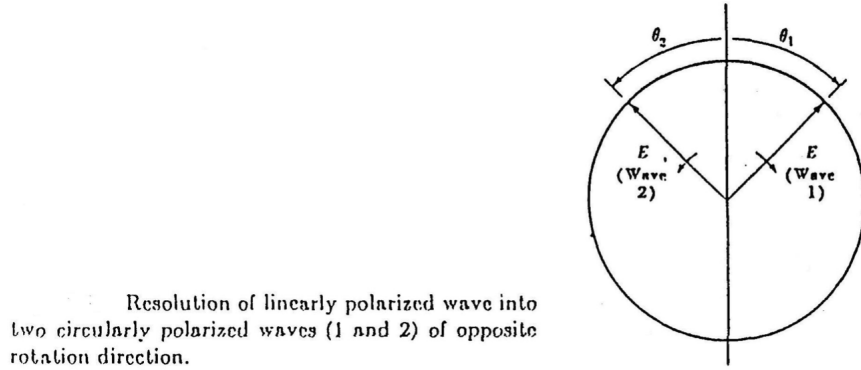


Figura 6: Combinazione di due onde a polarizzazione circolare di verso opposto

L'effetto Faraday è dovuto allo sfasamento di una delle due componenti a polarizzazione circolare rispetto all'altra dopo l'attraversamento del plasma associato ad un campo magnetico a causa della diversa velocità di fase delle componenti. Il fenomeno è dovuto alla direzionalità della forza di Lorentz imposta agli elettroni del plasma messi in oscillazione dall'onda incidente.

Analizziamo due situazioni estreme: quella quasi longitudinale (propagazione \parallel campo magnetico) e quella quasi trasversale (propagazione \perp campo magnetico). Nel primo caso la rotazione differenziale è data da:

$$d\Theta_{\parallel} = \frac{N_e \cdot e^3 \cdot H \cdot \lambda^2 \cdot \cos \phi}{8\pi^2 \cdot c^3 \cdot \epsilon_0 \cdot m^2} \cdot dr$$

dove H è l'intensità del campo magnetico, dr il percorso della radiazione nel plasma, N_e la densità elettronica, m ed e massa e carica dell'elettrone. L'angolo ϕ è quello tra la direzione di propagazione e quella del campo magnetico.

Nel secondo caso invece si ha:

$$d\Theta_{\perp} = \frac{N_e \cdot e^4 \cdot H^2 \cdot \lambda^3 \cdot \sin^2 \phi}{32\pi^3 \cdot c^4 \cdot \epsilon_0 \cdot m^3} \cdot dr$$

Il loro rapporto mostra la dipendenza da H e da λ :

$$\frac{d\Theta_{\parallel}}{d\Theta_{\perp}} = \frac{4 \text{ cm}}{eH \cdot \lambda}$$

Nel mezzo interstellare i campi magnetici sono molto deboli quindi la rotazione di Faraday è più importante nel caso longitudinale tipicamente per un fattore 100.

La rotazione totale di interesse astrofisico è l'integrale dell'equazione di $d\Theta_{\parallel}$:

$$\Theta = \text{cost} \cdot \lambda^2 \int N \cdot H \cdot \cos \phi \, dr$$

dove la costante include i valori delle costanti atomiche.

Si può ricavare la grandezza Θ/λ^2 detta **rotation measure** che dà il valore del prodotto integrato della densità elettronica per il campo magnetico longitudinale lungo il cammino tra l'osservatore e la sorgente. La quantità Θ è in realtà la somma di tre termini:

1. rotazione dovuta alla galassia
2. rotazione ionosferica
3. rotazione del mezzo interstellare

Misurando l'angolo di polarizzazione e estrapolando a $\lambda = 0$ si può risalire all'angolo di posizione intrinseco della sorgente e alla rotation measure. Conoscendo la densità elettronica e la rotation measure si può risalire all'intensità di H .

L'effetto Faraday spiega anche la **depolarizzazione in alcune sorgenti di sincrotrone**. Questa infatti può essere causata in due modi:

1. a causa delle turbolenze il campo magnetico locale della sorgente è diverso da punto a punto (problema intrinseco)
2. rotazione di Faraday di grado diverso a seconda del percorso tra le nubi nel mezzo interstellare. Si nota che al diminuire di λ diminuisce la rotazione di Faraday e quindi la radiazione risulta più polarizzata.

Le due cause si distinguono perché la seconda dipende dalla lunghezza d'onda mentre la prima è indipendente.

13 Pulsar e stelle a neutroni

Il nome **pulsar** (**pulsating radiource**) fu dato ad un tipo di radiosorgenti scoperte casualmente da Bell e Hewish. Le pulsars sono un tipo di radiosorgenti che si differenziano da ogni altra per il fatto che la radiazione emessa è costituita da impulsi della durata di qualche centesimo di secondo che si ripetono ad intervalli del secondo con una precisione dell'ordine di 1 parte su 10^{10} .

La mancata scoperta delle pulsar in precedenza è dovuta a due ragioni principali:

1. ricerche svolte sempre con tempi di integrazione molto lunghi dal momento che ci si concentrava sullo studio di sorgenti deboli
2. i radiotelescopi operavano principalmente nella banda millimetrica e centimetrica (nelle quali si ha una risoluzione maggiore) mentre le pulsar irradiano più intensamente nelle onde metriche

Solo lo strumento di Cambridge per lo studio delle dimensioni angolari delle radiosorgenti extragalattiche sfruttando la scintillazione interplanetaria aveva le caratteristiche adatte.

La *scintillazione interplanetaria* consiste in una rapida ed irregolare fluttuazione del segnale emesso da sorgenti lontane quando attraversano nubi di plasma soggette all'azione del vento solare. le nubi di plasma interstellare, invece, hanno un effetto analogo ma più lento che viene chiamato *scintillazione interstellare*.

Queste fluttuazioni sono più intense a bassa frequenza e sono osservabili in sorgenti di piccola dimensione angolare altrimenti si ha un effetto di integrazione delle fluttuazioni stesse.

La loro distribuzione è quella caratteristica di disco con una forte concentrazione sul piano galattico e in direzione del centro galattico. La maggior parte delle pulsar si trovano ad una distanza di non più di qualche kpc dal Sole (effetto di selezione dovuto alla loro debolezza).

13.1 Proprietà del segnale

Il segnale di una pulsar consiste in una serie di **stretti impulsi** ricorrenti ad intervalli regolari, con rapporto larghezza su periodo compreso tra 1 e 10 %. I valori tipici del periodo vanno da un decimo di secondo fino ad un massimo di 4 s e mostrano delle lente variazioni sistematiche, sempre positive, nel senso che i periodi aumentano.

Talvolta, oltre all'impulso principale, si rivela un *interpulso* situato a metà tra gli impulsi principali (nelle pulsar di breve periodo). A risoluzioni temporali elevate si nota che gli impulsi sono a loro volta costituiti da **microimpulsi** della durata di circa 0.1 ms.

Dalla variabilità su questa scala temporale si deduce che le dimensioni della pulsar (o meglio della sua superficie emittente) non possono essere superiori a:

$$r = 10^{-4}c = 30 \text{ km}$$

A lunghezze d'onda diverse si nota che la periodicità si mantiene uguale ma il picco risulta spostato temporalmente, fenomeno probabilmente dovuto al meccanismo di emissione.

La misura dello spettro dell'emissione è complicata dalle variazioni d'intensità. Gli impulsi mostrano un indice spettrale non termico, più ripido di quello della radiazione diffusa galattica di sincrotrone.

Il segnale è **fortemente polarizzato** linearmente ed il piano di polarizzazione ruota con regolarità all'interno dell'impulso fino a 180 gradi.

La **luminosità caratteristica** nella banda radio è attorno 10^{20-24} W. Dal valore del diametro ottenuto dalla durata dei microimpulsi si ottiene la brillantezza e di conseguenza la temperatura di brillantezza da:

$$T_b = B \cdot \frac{c^2}{2k\nu^2} = L(\nu) \cdot \frac{c^2}{4\pi \cdot D^2 \cdot 2k\nu^2}$$

con D diametro della sorgente. Il risultato è una temperatura di brillantezza attorno a 10^{22} K, temperatura che non può essere prodotta da processi incoerenti. Si ha quindi un'emissione non termica.

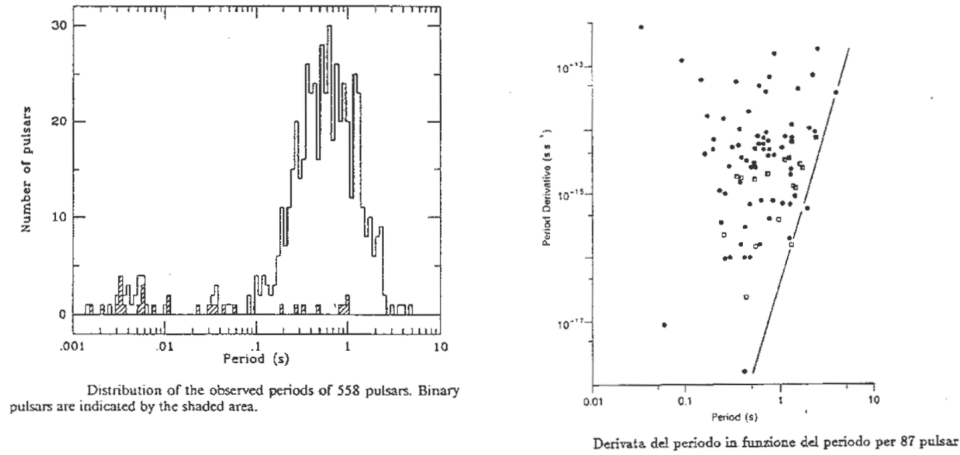


Figura 7: Distribuzione dei periodi, derivata del periodo

13.2 Determinazione dei moti propri

La regolarità dei segnali delle pulsar permette di vedere l'effetto del moto di rivoluzione terrestre nel senso che i periodi sono più brevi quando la Terra si avvicina alla pulsar e viceversa. Se la posizione della pulsar fosse fissa sulla sfera celeste le ampiezze delle variazioni dovrebbero essere perfettamente costanti; i residui invece mostrano andamenti variabili con continuità da attribuire al moto proprio delle pulsar. Si può misurare statisticamente la velocità della componente tangenziale del moto ovvero la velocità trasversale. Tali velocità risultano di circa $500-1000 \text{ km s}^{-1}$, molto maggiori rispetto a quelle delle altre stelle di circa 1-2 ordini di grandezza.

Questo risultato è interpretato con l'ipotesi che le pulsar siano prodotte a seguito di esplosioni asimmetriche a partire da una stella di popolazione I, oppure da una stella a sua volta residuo di un sistema binario distrutto.

13.3 Misure di distanza: la dispersione del segnale

Il segnale quando attraversa un mezzo con degli elettroni liberi subisce diversi effetti:

- può essere rifratto o diffratto producendo scintillazione/allargamento dell'immagine
- può subire la rotazione del piano di polarizzazione per effetto Faraday se si ha componente longitudinale del campo magnetico
- il segnale può essere disperso per effetto della variazione dell'indice di rifrazione con la frequenza (n dipende dalla frequenza del plasma ν_p)

La velocità del segnale può essere distinta in velocità di fase e velocità di gruppo.

La **velocità di fase** viene definita come $v_f = c/n$.

La **velocità di gruppo** in funzione della velocità di fase è:

$$v_g = v_f \left(1 - \frac{k}{n} \cdot \frac{dn}{dk} \right)$$

dove $k = 2\pi/\lambda$ e quindi le due velocità coincidono se non si ha variazione dell'indice di rifrazione con la lunghezza d'onda ($dn/dk = 0$) come ad esempio nel vuoto, altrimenti la velocità di gruppo è sistematicamente inferiore alla

velocità di fase.

Per ν_p piccoli rispetto alla frequenza del segnale elettromagnetico si può esprimere la velocità di gruppo in funzione del rapporto tra la ν_p e quella del segnale ($X = \nu_p/\nu_{oss}$ dove $\nu_p^2 = \text{cost} \cdot N_e$ quindi $X^2 \propto N_e$):

$$v_g = c \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot X^2\right)$$

La velocità di gruppo è quindi sistematicamente inferiore a c . Integrando sulla distanza percorsa si ottiene il tempo di propagazione (\simeq indica uno sviluppo in serie):

$$v_g^{-1} = c^{-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot X^2\right) \simeq c^{-1} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot X^2\right) \quad \text{dove } X^2 = \frac{\nu_p^2}{\nu_{oss}^2} = \frac{\text{cost} \cdot N_e}{\nu_{oss}^2}$$

moltiplicando per l si ottiene il tempo (integrale perchè la densità elettronica non è costante):

$$t = \frac{l}{c} + \frac{k}{\nu_{oss}^2} \cdot \int N_e dl$$

dove l è la distanza, N_e la densità elettronica del mezzo e k raccoglie i valori delle costanti atomiche noti. Al primo membro si ha il tempo di propagazione nel vuoto mentre al secondo si ha il ritardo dovuto alla presenza di elettroni liberi (tende a zero per frequenze all'infinito e rappresenta il ritardo osservato al variare della frequenza di osservazione). Nelle condizioni di osservazione delle pulsar vale una decina di secondi.

Si hanno troppe incognite: effettuo due misure distinte del segnale per misurare il ritardo dt del segnale tra due frequenze ν_1 e ν_2 :

$$dt = k \cdot DM \cdot \left(\frac{1}{\nu_1^2} - \frac{1}{\nu_2^2}\right)$$

dove k raccoglie le costanti e con DM si intende la **misura di dispersione**, ricavabile dalle osservazioni ed espressa dall'integrale:

$$DM = \int N_e dl$$

La distanza di una pulsar di nota misura di dispersione si ricava da un modello di distribuzione della densità elettronica (generalmente distribuzione uniforme nel disco), ma la calibrazione deve essere fatta con pulsar di distanza nota ricavata con metodi indipendenti.

Alcuni dei metodi indipendenti per ricavare la distanza delle pulsar sono:

1. assorbimento della riga interstellare di idrogeno a 21 cm (utilizzo delle formule di Oort)
2. appartenenza a sistemi di distanza noti (SNR, ammassi globulari...)
3. parallasse annua (per pulsar vicine)
4. scintillazione (per una data λ è funzione della distanza)

Il metodo della dispersione del segnale è caratterizzato da un fenomeno di bias: dal momento che sono necessari degli elettroni liberi per poter misurare la distanza in questo modo, in assenza di essi l'integrale della DM è nullo. Si potrebbe avere quindi una sottostima della distanza e dell'altezza reale sul piano galattico.

Ricavando con i metodo indipendenti la distanza di pulsar per le quali è nota la dispersion measure si può ricavare la densità elettronica media nel disco galattico, generalmente ritenuta essere $N_e = 0.03 \text{ cm}^{-3}$.

Taylor e Cordes hanno usato l'equazione del ritardo dt per ricavare la distribuzione galattica degli elettroni liberi nel disco galattico dalla misura di dispersione di pulsar di distanza nota: si nota un maggiore addensamento di elettroni lungo i bracci di spirale.

La misura di dispersione può inoltre essere utilizzata per ricavare direttamente la componente di campo magnetico interstellare longitudinale dal rapporto della misura di rotazione della polarizzazione per effetto Faraday con la misura di dispersione dal momento che:

$$RM = \int H \cdot N_e dl$$

Il campo magnetico derivato è comunque quello locale che corrisponde al volume occupato dalle pulsar osservate ($\approx 0.1 - 1$ microgauss con distribuzione ordinata).

13.4 La natura delle pulsar

I brevi periodi di pulsar necessitano di una trattazione specifica. Inizialmente furono paragonate con le **Cefeidi**, i cui periodi sono legati alle loro densità in modo inversamente proporzionale secondo l'equazione:

$$P = (\pi G \rho)^{-1/2}$$

I candidati migliori a pulsar sono le nane bianche a causa delle loro enormi densità ($10^5 - 10^8 \text{ g cm}^{-3}$) ma i periodi sulla base dell'equazione precedente risultano della decina di secondi quindi sono comunque troppo alti.

I **modelli vibrazionali** di oggetti anche più compatti come le stelle a neutroni sono comunque in disaccordo con le osservazioni perchè questi prevedono una diminuzione dell'ampiezza di oscillazione in seguito a dissipazione ma un periodo inalterato. Le pulsar invece presentano un allungamento sistematico dei periodi.

Un meccanismo alternativo è quello della **stella rotante** che tuttavia impone un limite al periodo di circa 10 secondi a causa della forza centrifuga che deve essere minore della forza gravitazionale:

$$r\omega^2 \ll \frac{GM}{r^2}$$

I modelli alternativi costituiti da **sistemi binari** ma per un sistema binario di nane bianche si hanno periodi ancora troppo lunghi mentre per un sistema binario di stelle a neutroni si ha che l'emissione di onde gravitazionali porterebbe al collasso del sistema molto rapidamente.

L'ultima alternativa è quella della **stella a neutroni rotante** che perde energia attraverso il modello di rotatore obliquo a spese dell'energia cinetica di rotazione e allungando il periodo (dipolo magnetico rotante ad alta velocità). Le caratteristiche di una stella a neutroni derivate dalle osservazioni sono:

- **Massa** $M = 1M_{\odot} = 2 \cdot 10^{33} \text{ g}$
- **Raggio** $r = 10 \text{ km}$ (il Sole ha $R_{\odot} = 7 \cdot 10^5 \text{ km}$)
- **Densità** $\rho = 10^{15} - 10^{17} \text{ g cm}^{-3}$
- **Momento d'inerzia** $I = 10^{45} \text{ g cm}^2$
- **Periodo** $P = 0.5 - 1 \text{ s}$
- **Energia di rotazione** $K = 1/2 I \omega^2 = 10^{46} - 10^{48} \text{ erg}$
- **Luminosità totale** $L = 10^{25} \text{ W}$ ($L_{\odot} = 2.8 \cdot 10^{26} \text{ W}$)

Questi valori corrispondono a quelli che avrebbe una stella di tipo solare che collassa da una stella della dimensione del Sole a quella della stella a neutroni.

Il campo magnetico congelato dal plasma passerebbe da un gauss al valore di 10^{10} , compatibile col modello del rotatore obliquo.

Le pulsar sono caratterizzate da una magnetosfera dove le linee di forza del campo sono chiuse solo all'interno di un cilindro coassiale con l'asse di rotazione con raggio (a distanze maggiori la velocità delle linee del campo è superiore a c):

$$r = \frac{c \cdot P}{2\pi}$$

Questo cilindro si chiama **cilindro luce** e si definisce come il cilindro coassiale all'asse di rotazione delle pulsar con un raggio corrispondente alla velocità tangenziale corotante pari a quella della luce. Le linee di forza del campo magnetico che attraversano la superficie del cilindro luce devono aprirsi e ritardare rispetto al moto di rotazione coassiale. Quest'apertura è responsabile dell'apertura del cono di emissione delle pulsar (per un periodo di circa 0.5 s il raggio del cilindro luce è dell'ordine di $2 \cdot 10^4 \text{ km}$).

13.5 Modelli di emissione delle pulsar: il rotatore obliquo

Il modello di rotazione obliquo assume che la stella a neutroni rotante abbia un campo magnetico di dipolo e che l'asse del dipolo sia inclinato rispetto a quello di rotazione di un angolo ϕ .

Sostanzialmente si eguaglia la perdita di energia con la variazione di energia cinetica $K = 1/2 I \omega^2$ dove I è il momento d'inerzia di una sfera omogenea che ruota attorno ad un asse passante per il centro.

Detto m il momento magnetico di dipolo, ω la sua velocità angolare, questo irradierà un segnale elettromagnetico di

frequenza pari a quella di rotazione ($v = \omega/2\pi$) corrispondente a qualche Hz, con potenza espressa dalla formula di Larmor:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2}{3} \frac{1}{c^3} \ddot{m}^2 = \frac{2}{3} \frac{1}{c^3} (\omega^2 m_0 \cdot \sin \phi)^2$$

e tale energia sarà irradiata a spese dell'energia cinetica di rotazione K :

$$-\frac{dK}{dt} = \frac{2}{3} \frac{1}{c^3} \omega^4 (m_0 \cdot \sin \phi)^2 = -I\omega \cdot \dot{\omega}$$

e dalla semplificazione di questa equazione si nota che $\dot{\omega} \propto \omega^3$. L'esponente $n = 3$ si chiama **indice di frenamento** ed è simile a quello trovato dalle osservazioni. Si hanno tuttavia casi con n minori ma sono solitamente riferiti a pulsar giovani (ho inoltre fatto l'ipotesi che sia un dipolo, in realtà solitamente non si ha simmetria).

L'ultima equazione si può riscrivere in termini del campo magnetico sulla superficie della stella dal momento che $m_0 \sin \phi = Hr^3$ e ricavare il campo magnetico conoscendo ω e $\dot{\omega}$ (tenendo conto che $\omega = 2\pi/P$ e $d\omega/dt = -2\pi \cdot P^{-2} dP/dt$):

$$H^2 = -\frac{I\dot{\omega}}{2/3 \cdot 1/c^3 \cdot \omega^3 \cdot r^6}$$

che espressa in termini del periodo P diventa:

$$H^2 = \frac{I\dot{\omega}}{2/3 \cdot 1/c^3 \cdot \omega^3 \cdot r^6} = \frac{3c^3 IP\dot{P}}{8\pi^2 r^6} = \text{cost} \cdot I \cdot P \cdot \dot{P}$$

dove I è noto mentre P e \dot{P} si ricavano dalle osservazioni.

Risulta che il valore di H è del valore di 10^{10} gauss come ci si aspetta dal collasso di una stella dove il campo magnetico è congelato.

Si ricava inoltre la quantità di energia irradiata da una pulsar che è compresa tra $10^{30} - 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$ o $10^{23} - 10^{26} \text{ W}$.

13.6 Età caratteristica delle pulsar

Facendo l'ipotesi che le pulsar nascano dal collasso idrodinamico di una supernova e sapendo che le stelle giovani di popolazione I estrema stanno nel disco si ha che l'altezza della pulsar rispetto al disco è indice della loro **età cinetica**. Considerando dunque la loro nascita sul piano galattico a $z = 0$ e una distribuzione di velocità iniziale lungo z (v_z) uguale a quella osservata si calcola l'età cinematica come:

$$t_K = \frac{z}{v_z}$$

Un altro modo di calcolare l'età si basa sul fatto che il periodo delle pulsar si allunga sistematicamente col tempo. Assumendo che nascano con un periodo brevissimo, se la derivata del periodo è costante, l'età della pulsar sarà il rapporto tra il periodo osservato e la sua derivata:

$$t = \frac{P}{dP/dt}$$

Un calcolo più accurato deriva dal modello del rotatore obliquo: sappiamo che il prodotto del periodo per la sua derivata è costante se il campo magnetico non varia (!!). Si ha quindi:

$$\frac{dP}{dt} = \text{cost} \cdot \frac{1}{P} \quad \text{oppure} \quad \text{cost} \cdot dt = PdP$$

integrando si ha:

$$\text{cost} \cdot t = \frac{P^2}{2} - \frac{P_0^2}{2}$$

sostituendo alla costante il suo valore $P \cdot \dot{P}$ e assumendo che $P_0 = 0$ (!!) ovvero che il periodo iniziale sia molto breve, si ha:

$$t_c = \frac{P}{2 \cdot dP/dt}$$

dove t_c è detta **età caratteristica** ed è facilmente calcolabile da dati diretti dell'osservazione. Si nota che la maggior parte delle pulsar hanno età caratteristiche inferiori a $5 \cdot 10^6$ anni, con punte fino a poco più di 10^7 anni.

L'età cinematica e quella caratteristica sono in accordo per età fino a circa 10^6 anni. per età maggiori si ha una forte discrepanza, con età cinematiche inferiori. Non si sa se questo sia dovuto ad errori sistematici nella misura delle distanze oppure ad un rapido decadimento del campo magnetico delle pulsar che porta ad una sovrastima dell'età caratteristica.

13.7 Frequenza di formazione delle pulsar

Assumendo un'età media di $5 \cdot 10^6$ anni e stimando la presenza di 10^6 pulsar all'interno della galassia si ricava una frequenza di formazione di una pulsar ogni 50 anni. Bisogna però correggere per effetto della selezione imposta dalla visibilità del cono previsto dal modello del rotatore obliquo: per una pulsar orientata casualmente si ha che la probabilità che essa sia visibile per un osservatore esterno è di circa 1 su 5 o 1 su 10. Tenendo conto che le pulsar più vecchie e quindi più deboli non possono essere rivelate si ritiene che la frequenza di formazione delle pulsar sia di una ogni pochi anni, valore molto superiore a quello dei resti di supernova.