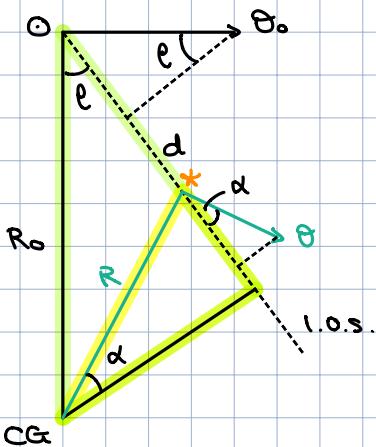


FORMULE DI OORT → Oort vuol a provare che la V.L.LATTED nata da se stessa è di tipo differenziale



Consideriamo il Sole che si muove in un'orbita circolare ad una distanza R_0 dal centro galattico CG ad una velocità tangenziale θ_0 .

Se θ è una stella di longitudine galattica θ che si trova ad una distanza d dal Sole e ad una distanza R dal centro galattico.

La stella ruota attorno al centro galattico con una velocità θ e ad una distanza R

Immaginiamo che stella e Sole stiano sul piano galattico.

Definiamo la velocità radiale v_r (lungo la linea di vista) e tangenziale v_t della stella rispetto al Sole

VELOCITÀ RADIALE v_r

$$v_r = \theta \cos \alpha - \theta_0 \sin \alpha \rightarrow \text{devo riuscire ad eliminare il parametro } d$$

$$R_{\text{occa}} = R_0 \sin \alpha \quad \cos \alpha = \frac{R_0 \sin \alpha}{R}$$

$$v_r = \theta \left(\frac{R_0 \sin \alpha}{R} \right) - \theta_0 \sin \alpha = \frac{\theta}{R} R_0 \sin \alpha - \frac{\theta_0}{R_0} R_0 \sin \alpha = \left(\frac{\theta}{R} - \frac{\theta_0}{R_0} \right) R_0 \sin \alpha$$

$$= (w - w_0) R_0 \sin \alpha \quad (1) \rightarrow \text{dove } w = \frac{\theta}{R} \text{ e } w_0 = \frac{\theta_0}{R_0} \text{ sono le velocità}$$

angolari rispettivamente della stella e del Sole

VELOCITÀ TANGENZIALE v_t

$$v_t = \theta \sin \alpha - \theta_0 \cos \alpha \rightarrow R_{\text{occa}} = R_{\text{occa}} \sin \alpha \quad \sin \alpha = \frac{R_{\text{occa}} \sin \alpha}{R} - \frac{d}{R}$$

$$\Rightarrow v_t = \theta \left(\frac{R_{\text{occa}} \sin \alpha - d}{R} \right) - \theta_0 \cos \alpha = \frac{\theta}{R} R_{\text{occa}} \sin \alpha - \frac{\theta_0}{R_0} R_{\text{occa}} \sin \alpha - \frac{\theta}{R} d \\ = \left(\frac{\theta}{R} - \frac{\theta_0}{R_0} \right) R_{\text{occa}} \sin \alpha - \frac{\theta}{R} d = (w - w_0) R_{\text{occa}} \sin \alpha - wd \quad (2)$$

Ricaviamo nel caso di dintorni solarj $\rightarrow R \approx R_0$ e $w \approx w_0$

$$w - w_0 \approx \frac{dw}{dR} \Big|_{R=R_0} (R - R_0)$$

con uno serie di Taylor dove

$$\frac{dw}{dR} \Big|_{R_0} = \frac{d}{dR} \left(\frac{\theta}{R} \right) \Big|_{R_0} = \left[\frac{1}{R} \frac{d\theta}{dR} - \frac{\theta}{R^2} \right]_{R_0} = \frac{1}{R_0} \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} - \frac{\theta_0}{R_0^2}$$

gradiante

$$\text{e quindi } w - w_0 = \left(\frac{1}{R} \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} - \frac{\theta_0}{R_0^2} \right) (R - R_0) \rightarrow \text{sostituisco in (1) e (2)}$$

Dallo (1) si ha

$$\begin{aligned} J_r &= \left(\frac{1}{R_0} \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} - \frac{\theta_0}{R_0} \right) (R - R_0) \cancel{R \cos \ell} = \left(\frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} - \frac{\theta_0}{R_0} \right) (R - R_0) \sin \ell \\ &\approx \left(\frac{\theta_0}{R_0} - \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} \right) d \cos \ell = \frac{1}{2} \left(\frac{\theta_0}{R_0} - \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} \right) d \cancel{2 \cos \ell} \cancel{\sin \ell} \\ &\quad = A \text{ (costante)} \end{aligned}$$

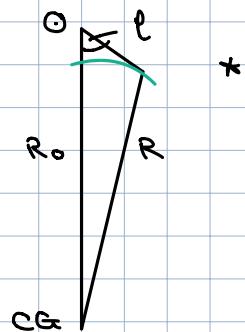
dove, per i distanze solari si ha (per $R \approx R_0$, $d \ll R_0$)

$$R_0 - R \approx d \cos \ell$$

$\Rightarrow 1^{\circ}$ EQUAZIONE DI CORT $J_r = A d \sin 2\ell$

$\rightarrow 1^{\circ}$ costante di Cort

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{\theta_0}{R_0} - \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} \right)$$



Dallo (2) si ha

$$\begin{aligned} J_t &= \left(\frac{1}{R_0} \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} - \frac{\theta_0}{R_0} \right) (R - R_0) \cancel{R \cos \ell} - wd = \left(\frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} - \frac{\theta_0}{R_0} \right) (R - R_0) \cos \ell - wd \\ &\approx \left(\frac{\theta_0}{R_0} - \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} \right) d \cos^2 \ell - wd = \left(\frac{\theta_0}{R_0} - \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} \right) d \cos^2 \ell - \frac{\theta_0 d}{R_0} = \\ &= \left(\frac{\theta_0}{R_0} - \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} \right) d \frac{1}{2} (1 + \cos 2\ell) - \frac{\theta_0 d}{R_0} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\theta_0 d}{R_0} - \frac{1}{2} \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} d + \frac{1}{2} \left(\frac{\theta_0}{R_0} - \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} \right) d \cos 2\ell - \frac{\theta_0 d}{R_0} \\ &= -\frac{1}{2} \left(\frac{\theta_0}{R_0} + \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} \right) d + \frac{1}{2} \left(\frac{\theta_0}{R_0} - \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} \right) d \cos 2\ell \\ &\quad = B \qquad \qquad \qquad = A \end{aligned}$$

$\Rightarrow 2^{\circ}$ EQUAZIONE DI CORT $J_t = (B + A \cos 2\ell) d$

$\rightarrow 2^{\circ}$ costante di Cort

$$B = -\frac{1}{2} \left(\frac{\theta_0}{R_0} + \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} \right)$$

Possiamo ricavare la seconda equazione in termini di moto proprio

$$\begin{aligned} J_t &= dl (\text{km s}^{-1}) = d(\text{pc}) \cdot 3.086 \cdot 10^{19} \left(\frac{\text{km}}{\text{pc}} \right) \mu e \left(\frac{\text{"}}{\text{yr}} \right) \frac{1}{206265} \left(\frac{\text{rad}}{\text{"}} \right) \frac{1}{3.156 \cdot 10^7} \left(\frac{\text{sr}}{\text{s}} \right) \\ &= 4.74 \frac{1}{\pi \left(\frac{\text{"}}{\text{yr}} \right)} \mu e \left(\frac{\text{"}}{\text{yr}} \right) \end{aligned}$$

(anno siderale)

$$\Rightarrow \mu l = \frac{B + A \cos 2\ell}{4.74}$$

\rightarrow moto proprio in longitudine galattica

= arco coperto dalla stella in 1 yr

Le due costanti A e B nei distanze solari danno

$$A + B = \frac{1}{2} \frac{\theta_0}{R_0} - \frac{1}{2} \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} - \frac{1}{2} \frac{\theta_0}{R_0} - \frac{1}{2} \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} = -\frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0}$$

opposto del
gradiente della
velocità circolare

$$A - B = \frac{1}{2} \frac{\theta_0}{R_0} - \frac{1}{2} \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} + \frac{1}{2} \frac{\theta_0}{R_0} + \frac{1}{2} \frac{d\theta}{dR} \Big|_{R_0} = \frac{\theta_0}{R_0} \rightarrow$$

velocità angolare del Sole

$$e i loro valori sono \quad A = \frac{1}{2} \left[\frac{\theta_0 - d\theta}{R_0 \frac{dR}{R_0}} \right] = 14.8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$$

$$B = -\frac{1}{2} \left[\frac{\theta_0 + d\theta}{R_0 \frac{dR}{R_0}} \right] = -12.4 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$$

- HP per tutto lo spazio →
- moto sul piano galattico
 - moto su orbite circolari
 - posizione vicinanza al Sole (dintorni solari)
- ⇒ determinazione molto precisa delle distanze + permette sviluppo in serie dal punto di vista matematico

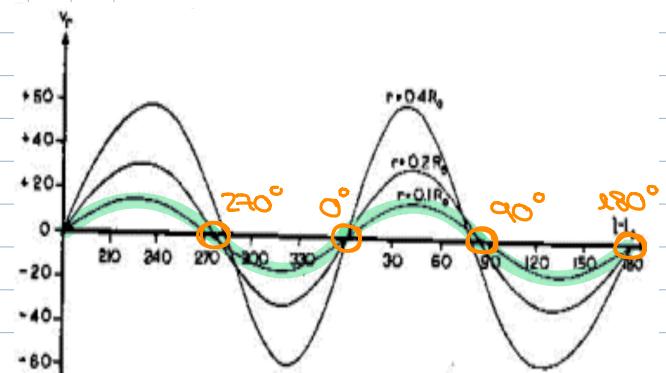
CONFRONTO CON LE OSSERVAZIONI

$$\dot{\gamma}_r = Ad \sin 2\ell \rightarrow \text{andamento sinusoidale}$$

$$\Rightarrow \dot{\gamma}_r = 0 \text{ km s}^{-1} \text{ per}$$

$$\ell = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$$

[considero stelle in $d < 100 \text{ pc}$, allontanandosi si ha ancora andamento sinusoidale ma negli cambiamenti leggermente posizione]



→ se guardo in direzione del CG le stelle si muovono ortogonalmente alla linea di vista ($\ell = 0^\circ$) e analogamente se guardo in direzione dell'anticentro ($\ell = 180^\circ$). A $\ell = 90^\circ$ sto guardando nella stessa direzione e verso del moto solare; per stelle molto vicine al Sole $R \approx R_0$ e $\dot{\gamma}_t \approx \dot{\gamma}_r$ quindi i due vettori sono quasi allineati quindi la differenza tra le due velocità lungo la l.o.s. è nulla (velocità relative). Analogamente per $\ell = 270^\circ$. Se mi allontano per costruzione geometrica il nodo a $\ell = 90^\circ$ si sposta a valori più piccoli e quello a $\ell = 270^\circ$ si sposta a valori più grandi.

$$\dot{\gamma}_t = (B + A \cos 2\ell) d$$

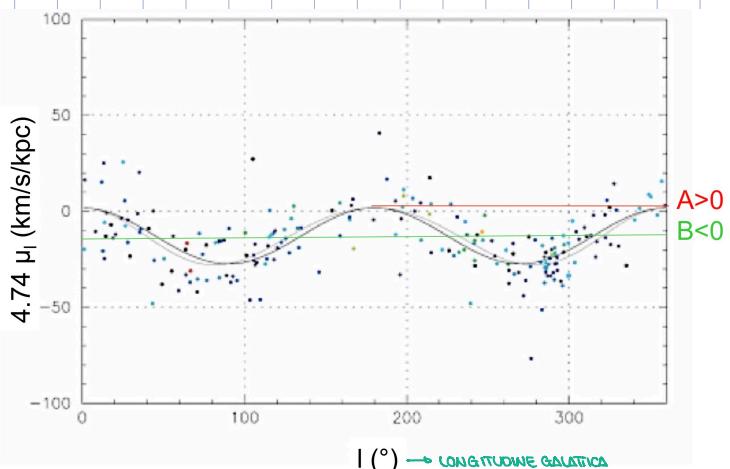
$$4.74 \mu \ell = A \cos 2\ell + B$$

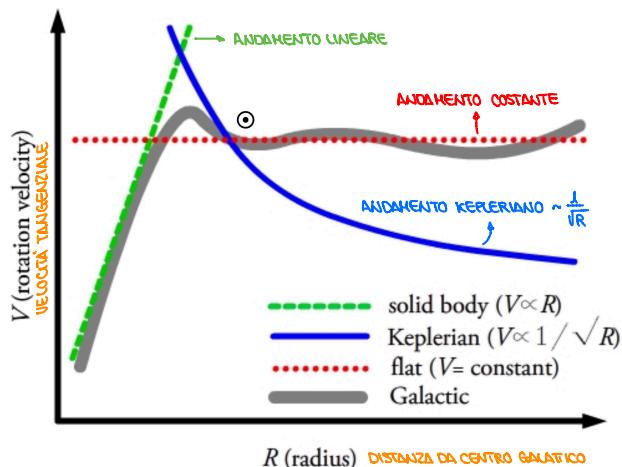
$$\Rightarrow 4.74 \mu \ell = B$$

$$\text{per } \ell = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$$

posso vedere dove $\cos 2\ell = 1$ per avere $\mu \ell = A + B$

→ osservazioni confermano il modello teorico



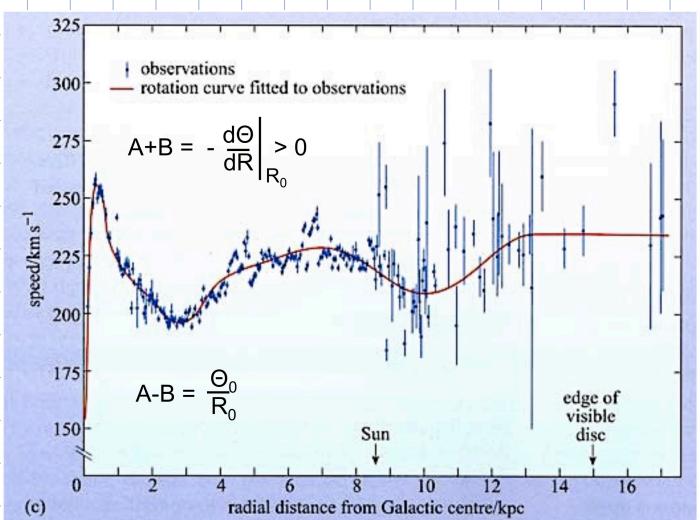
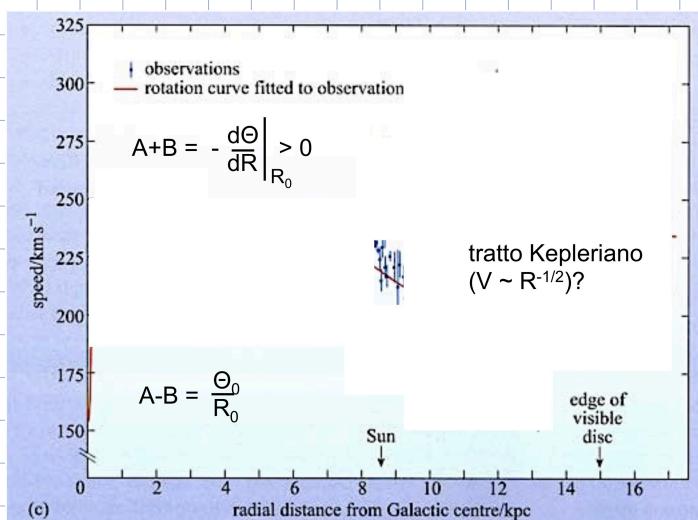


→ possibili andamenti della curva di rotazione

⇒ così pone il problema del tratto kepleriano (Tutto lo stesso contenuto all'interno dell'orbita solare)

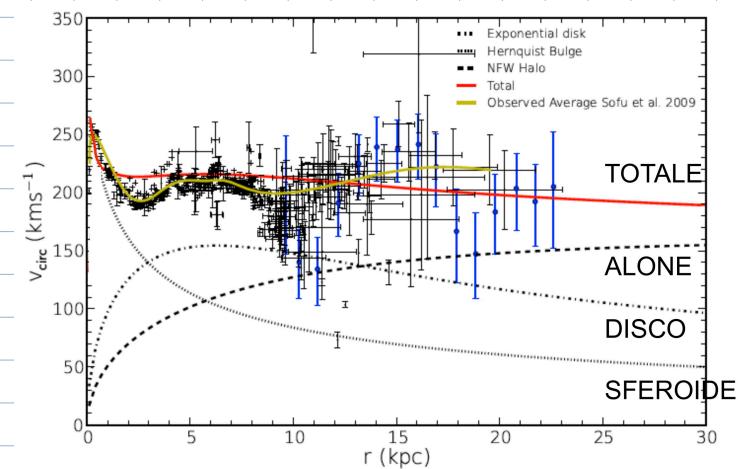
→ ricordo andamento delle velocità dei pianeti attorno al Sole

→ nei dintorni solari si hanno velocità tratto kepleriano



Nella curva di rotazione completa non si hanno evidenze di tratto kepleriano

→ si ha contributo della materia oscura



→ in giallo si ha le medie dei punti osservati mentre in rosso si ha il modello dinamico

alone molto esteso, tocca l'altezza di M31 (750 kpc)

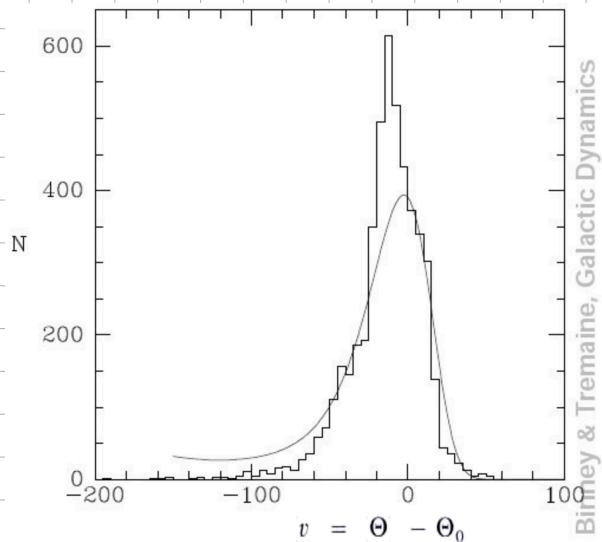
ANISOMETRIC DRIFT → contenute stelle asimmetriche

Velocità peculiari del Sole rispetto LSR →

$$\begin{cases} u_0 = -\langle u \rangle \\ \sigma_0 = \langle \sigma \rangle - \langle v \rangle = \langle \sigma \rangle + \sigma_0' \\ w_0 = -\langle w \rangle \end{cases}$$

$\langle \sigma \rangle$ è il valore medio della componente tangenziale di velocità del gruppo di stelle di riferimento è $\langle \sigma \rangle = \langle \theta \rangle - \theta_0$

⇒ per trovare σ_0 devo calcolare $\langle \sigma \rangle$



Come sono distribuiti i valori di δ nei dintorni solari?

$\delta = \Theta - \Theta_0$ non è centrato sulla zero, è spostato sistematicamente verso valori negativi (δ minore della velocità del LSR)

→ serve a formare uno scatto di corrente stellare rivolto in una data direzione
[da cui il nome assimmetric drift]

[$\langle \delta \rangle$ sistematicamente più basso della velocità circolare]

Matematicamente

$$\langle \delta \rangle = \langle \Theta \rangle - \Theta_0 = \frac{\langle \pi^2 \rangle}{2R_0(A-B)} \left[\frac{\partial \ln \nu}{\partial \ln R} + \frac{\partial \ln \langle \pi^2 \rangle}{\partial \ln R} + \left(1 - \frac{\langle \theta^2 \rangle}{\langle \pi^2 \rangle} \right) + \left(1 - \frac{\langle z^2 \rangle}{\langle \pi^2 \rangle} \right) \right]$$

LEGATI A ELLISOIDE VEL.

dove R_0 = distanza dal centro galattico

A, B = costanti di Oort

ν = densità di stelle (ci interessa il gradiente non il valore assoluto)

$\langle \theta^2 \rangle, \langle \pi^2 \rangle, \langle z^2 \rangle$ = velocità quadrate medie

⇒ $\frac{\partial \ln \nu}{\partial \ln R}$ = gradiente della densità

$\frac{\partial \ln \langle \pi^2 \rangle}{\partial \ln R}$ = gradiente della velocità quadratica media radiale

Semplificazione → $\langle \delta \rangle = \langle \Theta \rangle - \Theta_0 = \frac{\langle \pi^2 \rangle}{2R_0(A-B)} \left[\frac{\partial \ln \nu}{\partial \ln R} \right] < 0$

↳ HP : - ellisoidale delle velocità sopra $\langle \theta^2 \rangle / \langle \pi^2 \rangle = \langle z^2 \rangle / \langle \pi^2 \rangle = \lambda$
- variazione della velocità quadratica media radiale costante

$$\frac{\partial \ln \langle \pi^2 \rangle}{\partial \ln R} = 0$$

⇒ entra in gioco il numero di stelle e la loro dispersione di velocità

la SB decresce allontanandosi dal centro della galassia quindi si hanno più stelle nella periferia R_0 (regioni centrali)

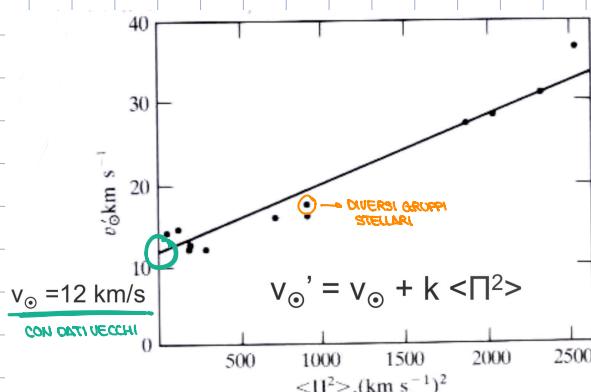
⇒ velocità più bassa di quella centrale

→ per avere $\langle \Theta \rangle - \Theta_0 = \frac{\langle \pi^2 \rangle}{2R_0(A-B)} \left[\frac{\partial \ln \nu}{\partial \ln R} \right] < 0$ deve avere

$$\frac{\partial \ln \nu}{\partial \ln R} < 0$$
 → densità di stelle decresce allontanandosi dal centro

$$\text{possiamo ricavare} \quad \frac{\langle \Pi^2 \rangle}{2R_0(A-B)} \left[\frac{\partial \ln v}{\partial \ln R} \right] = k \langle \Pi^2 \rangle = \langle \sigma \rangle \quad \text{ed entrare nell'espressione}$$

$$\text{di } \dot{\sigma}_0 \Rightarrow \dot{\sigma}_0 = \sigma_0 - \bar{\sigma} = \sigma_0 + k \langle \Pi^2 \rangle \quad \text{con } k > 0$$



→ relazione lineare tra $\langle \Pi^2 \rangle$ e $\dot{\sigma}_0'$, che sono quantità misurabili

→ posso interpolare e trovare l'intercetta σ_0

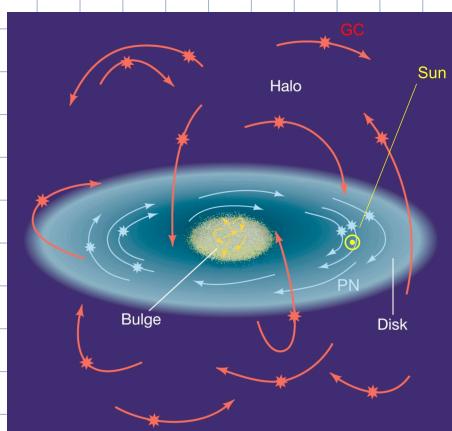
→ $\sigma_0 \approx 5 \text{ km s}^{-1}$ (utilizzando dati moderni)

Il Sole non è un Local Standard of Rest

Calcolo di $\langle \theta \rangle - \theta_0$ per diversi oggetti della nostra galassia

per $R_0 = 10 \text{ kpc}$ e $\theta_0 = 250 \text{ km s}^{-1}$

→ dato $\langle \theta \rangle$ è grande
 $\sqrt{\langle \Pi^2 \rangle}$ è piccolo (PNe)
 viceversa per GC



| Oggetti | numero di oggetti studiati per classe | $\Theta_0 - \langle \theta \rangle$ | $\langle \theta \rangle$ | $\sqrt{\langle \Pi^2 \rangle}$ | $\sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$ | $\sqrt{\langle Z^2 \rangle}$ | $\log_{10} \rho$ | GRADIENTI DI DENSITÀ |
|---|---------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|------------------|----------------------|
| Nebulose Planetarie | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | |
| Variabili a lungo periodo $P > 300d$ | 110 | + 18±5 | +232 | 40±4 | ... | 27 | -6.2±1.8 | |
| Variabili a lungo periodo $200d < P < 300d$ | 167 | + 10±4 | +240 | 39±4 | 40±4 | 32±7 | -4.1±1.5 | |
| Variabili RR Lirae $\Delta S < 5\%$ | 143 | + 31±7 | +219 | 55±8 | 45±9 | 45±11 | -6.3±1.2 | |
| Variabili a lungo periodo $150d < P < 200d$ | 16 | + 51±14 | +199 | 60±9 | 50±7 | 34±5 | -7.4±2.4 | |
| Ammassi Globulari | 70 | +167±30 | + 83 | 145±10 | ... | ... | (-4.0±0.5) | |
| Extreme subnane | 22 | +183±19 | + 67 | 172±27 | 91±14 | 66±10 | -3.5±0.6 | |
| Variabili RR Lyrae $\Delta S > 5\%$ | 33 | +220±23 | + 30 | 210±27 | 119±17 | 91±12 | -2.9±0.4 | |

→ visivamente si traduce in questo diagramma dove PNe sono su orbite circolari del disco mentre GC stanno nell'alone con orbite tutte diverse

$$\langle \theta \rangle_{\text{PNe}} = 232 \text{ km s}^{-1}$$

$$\langle \theta \rangle_{\text{GCs}} = 83 \text{ km s}^{-1}$$

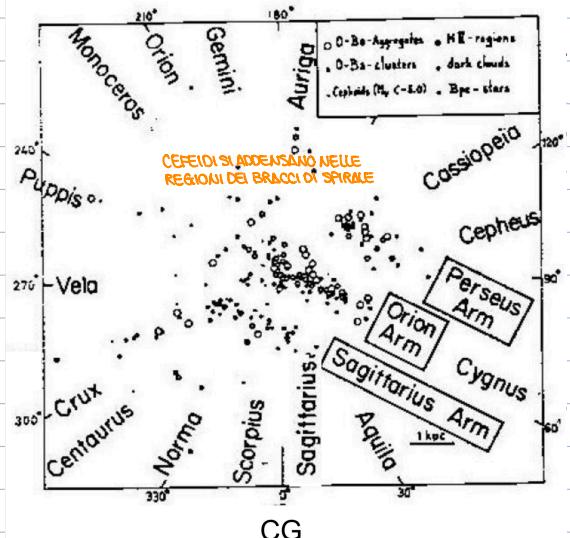
STRUTTURA A SPIRALE

Le stelle si adattano sul piano privilegiato del disco ⇒ è SO o spirale

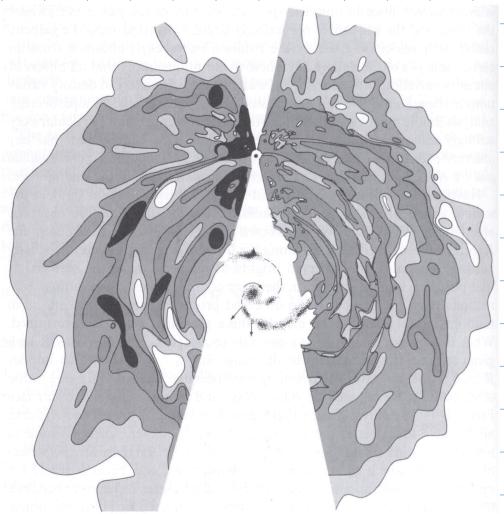
Cerco tracce di bracci di spirale in ottica (stelle supersigillate, ceppi, regioni HII)

- - associati ai bracci
- mortosigillati
- morto luminosi
- luminosità nata e radio (radio HII)

→ Distribuzione ceppi in coord. polari



La mappa delle strutture a spirale si può ottenere anche guardando la distribuzione dell'HI che si addossa su strutture filamentose dei bracci di spirale [osservazioni radio]



POPOLAZIONI GALATTICHE

Si possono organizzare le stelle sulla base delle loro proprietà in popolazioni

↓

- altezza media sul piano di simmetria della Via Lattea
- velocità verticale
- distribuzione sferoidale + rapporto ossido
- concentrazione verso il centro
- metalliato (suvani molto metalliche, vecchie molto metalliche)
- etc
- massa

⇒ sono state individuate 5 popolazioni suddivise in 3 tipi

- Popolazione I = stelle suvani (estrema e più vecchia)
 - ↳ si trovano nei bracci di spirale
- Popolazione di disco = stelle intermedie
- Popolazione II = stelle vecchie (halo e intermedio)

| | Popolazione II | | Popolazione di Disco | Popolazione I | |
|---|--|------------|---|--|---|
| | Halo | Intermedia | | Più vecchia | Estrema |
| Subnane, Ammassi Globulari, Variabili RR Lyrae con $P > 0.4d$ | Stelle di alta velocità con: $Z > 30 \text{ Km/sec}$, Variabili a lungo periodo $P < 250d$ e tipo spettrale anteriore ad M5e | | Stelle del Nucleo Galattico, Nebulose Planetarie, Variabili RR Lyrae $P < 0.4d$, Stelle a righe deboli | Stelle di tipo A, Stelle a righe forti, Nane Me, | Gas Stelle giovani associate con l'attuale struttura a spirale, Supergiganti, Cefeedi, Variabili T Tauri, Ammassi Galattici |
| $\langle z \rangle$ (pc) $\langle Z \rangle$ (Km/sec) | 2000 75 | 700 25 | 400 17 | 160 10 | 120 8 |
| Rapporto Assiale della Distribuzione Sferoidale | ATA PERCHE STELLE VECCHIE STANNO IN ALONE ② STRUTURA QUASI SPERICA | | 25? | ? | 100 |
| Concentrazione verso il centro | Forte | Forte | Forte? | Piccola | Piccola |
| Distribuzione | Regolare | Regolare | Regolare? | A zone, con bracci di spirale | Estremamente frammentaria con bracci di spirale |
| $Z_{\text{h,e}}$ | 0.003 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 |
| Età (10^9 anni) | 6 | 6.0 a 5.0 | 1.5 a 5.0 | 0.1 a 1.5 | <0.1 |
| Massa Totale ($10^9 M_\odot$) | 16 | | 47 → CONTRIBUTO ALTO | 5 | 2 |

→ SCHEMA RIASSUNTIVO

