# Sperimentazioni di Fisica 2

## 1 Diottri

Si indica con il termine diottro sferico una calotta sferica che separa due mezzi con indice di rifrazione diverso. In approssimazione di Gauss e dunque lavorando con raggi parassiali vale la formula di Gauss:

$$\frac{n}{p} + \frac{n'}{q} = \frac{n' - n}{R}$$

Assumendo che l'immagine si formi all'infinito ($q \to \infty$) si ottiene

$$\frac{n}{f} = \frac{n - n'}{R}$$

dove $f = p = \overline{FV}$.
Se invece è l'oggetto a trovarsi all'infinito ($p \to \infty$) si ottiene:

$$\frac{n'}{f'} = \frac{n' - n}{R}$$

dove $f' = q = \overline{VF'}$.
Le quantità $f$ e $f'$ si chiamano fuochi del diottro e fra loro esiste la relazione

$$\frac{f'}{f} = \frac{n'}{n}$$

Le posizioni dei fuochi sono simmetriche nel caso in cui i due mezzi abbiano lo stesso indice di rifrazione, cosa che si verifica nel caso in cui la superficie sferica del diottro abbia uno spessore molto sottile rispetto alle distanze in gioco.
L'**ingrandimento** è definito come

$$m = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{q - R}{p + R}$$

dove $A$ e $B$ sono gli estremi dell'oggetto e $A'$ e $B'$ sono gli estremi dell'immagine. A mano a mano che aumenta la distanza dell'oggetto dal diottro, l'immagine diventa più piccola. L'ingrandimento vale 1 quando l'oggetto è a distanza $p = q - 2R$ ed è maggiore di 1 quando $p < q - 2R$ mentre è minore di 1 nel caso opposto e l'immagine appare rovesciata.

## 2 Lenti

Una lente è un sistema ottico costituito da materiale trasparente e omogeneo limitato da due superfici che possono essere entrambe sferiche oppure una piana e una sferica le quali separano un mezzo con indice di rifrazione $n$ da uno con indice di rifrazione $n'$.

### 2.1 Lenti sottili

Una lente si dice sottile quando si può assumere che il suo spessore sia piccolo in confronto alle lunghezze in gioco. In termini di ottica geometrica la lente si considera assimilata ad un piano e si trascura ciò che avviene all'interno di essa. Esistono due famiglie principali di lenti: convergenti e divergenti.

Consideriamo due diottri concavi addossati che creano una sorta di lente spessa di spessore $d$ avente indice di rifrazione $n$. I due diottri hanno raggi di curvatura diversi $R_1$ ed $R_2$. Si arriva alle equazioni

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Nel caso di una lente convergente si ha $R_1 > 0$ e $R_2 < 0$ quindi si ha $f > 0$ mentre per una lente divergente si ha $R_1 < 0$ e $R_2 > 0$ per cui $f < 0$. Per una lente menisco-convergente entrambi i raggi sono positivi ma $R_2 > R_1$ mentre per una menisco-divergente $R_2 < R_1$.
L'equazione dei punti coniugati o **formula di Gauss** per la lente sottile è

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Mettendo in relazione la focale della lente con le distanze di oggetto e immagine dai fuochi

$$\frac{x}{f} = \frac{y}{-y'} \qquad \frac{x'}{f} = \frac{-y'}{y}$$

si ottiene la **formula di Newton**:

$$x \cdot x' = f^2$$

L'**ingrandimento** di una lente sottile è il rapporto fra la dimensione dell'immagine e la dimensione dell'oggetto ovvero

$$m = \frac{-y'}{y} = \frac{f + x'}{f + x} = \frac{q}{p}$$

che si può scrivere anche come

$$m = \frac{f}{p - f}$$

Per $p > f$ l'ingrandimento è positivo $m > 0$ e l'immagine è reale e capovolta dalla parte opposta rispetto all'oggetto mentre per $p < f$ l'ingrandimento è negativo $m < 0$ e si forma un'immagine virtuale e dritta dalla stessa parte dell'oggetto. L'ingrandimento è pari a 1 per $p = 2f$.

Si definisce potere diottrico di una lente la quantità

$$P = \frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

e viene misurato in diottrie se la lunghezza focale è in metri.

In un sistema formato da due (o più) lenti sottili **addossate** la lunghezza focale equivalente è data da

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

e quindi il suo potere diottrico è

$$P = P_1 + P_2$$

## 2.2 Lenti spesse

Nel caso in cui non possiamo considerare lo spessore della lente trascurabile si utilizzano i **piani principali** definibili come due piani coniugati per i quali l'ingrandimento vale +1. Siano $f_{11}$ e $f_{12}$ le distanze focali del primo diottro e $f_{21}$ e $f_{22}$ le distanze focali del secondo diottro. SI ha che vale:

$$R_1 = \frac{n-1}{n} f_{12}$$
$$R_2 = \frac{n-1}{n} f_{21}$$

Considerando la lunghezza focale della lente

$$\frac{1}{f} = \frac{n}{f_{12}} + \frac{n}{f_{21}} - \frac{nd}{f_{12} f_{21}}$$

le distanze dei piani principali dai vertici della lente sono

$$V_2 N_2 = \frac{d f_{21}}{n(f_{12} + f_{21} - d)} = \frac{d}{f_{12}} f$$

analogamente per l'altro vertice

$$V_1 N_1 = \frac{d}{f_{21}} f$$

Espressioni equivalenti per la lunghezza focale della lente spessa

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_{11}} + \frac{1}{f_{22}} - \frac{d}{n(f_{11}f_{22})} = \frac{n}{f_{12}} + \frac{1}{f_{22}} - \frac{d}{f_{12}f_{22}} = \frac{1}{f_{11}} + \frac{n}{f_{21}} - \frac{d}{f_{11}f_{21}}$$

Si possono fare alcune considerazioni:

- le lenti biconvesse e biconcave hanno i piani principali all'interno, equidistanti dai vertici se simmetriche
- le lenti piano-convesse e piano-concave hanno un piano tangente alla faccia curva della lente
- il menisco ha i due piani esterni alla lente

## 2.3 Lenti sottili separate

Consideriamo due lenti sottili separate da una distanza $d$, il ragionamento è analogo a quello per una lente spessa ma con una semplificazione:

$$f_{11} = f_{12} = f_1$$
$$f_{21} = f_{22} = f_2$$
$$n = 1$$

da cui si ottiene l'equazione della lunghezza focale equivalente per un sistema composto da due lenti

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1f_2}$$

Si ha il massimo potere diottrico quando $d = 0$ ovvero quando le due lenti sono addossate mentre si ha potere diottrico nullo quando:

$$\frac{1}{f} = 0 \Rightarrow \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{d}{f_1f_2} \Rightarrow f_1 + f_2 = d$$

## 2.4 I doppietti

Se prendiamo due lenti piano-convesse con la stessa focale $f_1 = f_2 = f$ separate da una distanza $d$ e con il lato curvo rivolto l'uno verso l'altro otteniamo il **doppietto di Ramsden**. Se $d = f$ non si ha alcun effetto quindi in genere si usa una distanza inferiore del tipo $d = 0.8f$ e in questo modo si ha

$$\frac{1}{f_R} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f} - \frac{0.8f}{f^2} = \frac{2}{f} - \frac{0.8}{f} = \frac{1.2}{f}$$

La lunghezza focale del doppietto di Ramsden si può esprimere come $f_R = 0.833f$ e le posizioni dei paini principali sono

$$V_1N_1 = \frac{fd}{f_{21}} = \frac{0.833f \cdot 0.8f}{f} = 0.667f$$
$$V_2N_2 = \frac{fd}{f_{12}} = \frac{0.833f \cdot 0.8f}{f} = 0.667f$$

Nel **doppietto di Huygens** si ha tipicamente $f_1 = 2f_2$ e la condizione è tale che $\frac{1}{f} = \frac{3}{2f_1}$. La separazione tra le due lenti vale

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{2}{f_1} - 2\frac{d}{f_1^2} = \frac{3}{2f_1}$$

da cui

$$d = \frac{3}{4}f_1$$

e le distanze dei piani principali sono

$$V_1N_1 = \frac{\frac{2}{3}f_1 \cdot \frac{3}{4}f_1}{\frac{1}{2}f_1} = f_1$$
$$V_2N_2 = \frac{\frac{2}{3}f_1 \cdot \frac{3}{4}f_1}{f_1} = \frac{f_1}{2}$$

## 2.5 Stop e pupille

Uno stop è un'apertura, tipicamente un diaframma, in grado di limitare le dimensioni di un fascio di raggi luminosi che entrano in un sistema ottico (**stop di apertura**, limita la quantità di luce), o di limitare l'angolo di entrata del fascio incidente (**stop di campo**, limita la dimensione del campo inquadrato).
Si definisce **pupilla di entrata** l'immagine dello stop di apertura formata del sistema ottico che lo precede e **pupilla d'uscita** l'immagine dello stop di apertura formata dal sistema ottico che lo segue. Analogamente si definiscono **finestra di entrata** e **finestra d'uscita** le immagini dello stop di campo formate dal sistema ottico rispettivamente quando questo lo precede o lo segue.

# 3 Specchio sferico

Se al posto di un diottro sferico consideriamo una superficie sferica riflettente e concava otteniamo lo specchio sferico. Anche in questo caso abbiamo unna lunghezza focale che si ottiene considerando un fascio di raggi parassiali, cioè raggi vicini all'asse ottico del sistema, e ciò equivale all'approssimazione di angoli piccoli.
Si ha un'equazione dei punti coniugati uguale a quella delle lenti sottili ovvero

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$$

La distanza dell'immagine dal vertice dello specchio in funzione della distanza dell'oggetto e della lunghezza focale è

$$q = \frac{pf}{p-f} \Rightarrow q = \frac{f}{1-\frac{f}{p}}$$

L'ingrandimento $m$ è dato da

$$\frac{y'}{y} = \frac{R-q}{p-R}$$

ma sapendo che

$$\frac{p-R}{R-q} = \frac{p}{q}$$

si ha

$$m = \frac{q}{p} = \frac{\frac{f}{p}}{1-\frac{f}{p}} = \frac{1}{\frac{p}{f}-1}$$

Se poniamo l'oggetto a distanza $p > R$ otteniamo un'immagine reale, rovesciata, rimpicciolita ($m < 1$) e a distanza $q > f$. Se l'oggetto si trova a distanza $p = R$, cioè in corrispondenza del centro di curvatura, si ha ancora un'immagine capovolta ma con ingrandimento pari a 1 e posizionata anch'essa nel centro di curvatura dello specchio. Poniamo ora l'oggetto tra fuoco e centro di curvatura ($f < p < R$): l'immagine si forma a distanza $q > R$, capovolta e ingrandita. Se infine mettiamo l'oggetto tra fuoco e specchio $p < f$ si ottiene un'immagine virtuale, dritta e ingrandita.

Per uno **specchio convesso** sia raggio che fuoco si trovano dall'altra parte rispetto alla superficie riflettente: si verifica facilmente che qualunque sia il punto in cui viene posizionato l'oggetto.

# 4 Le aberrazioni

## 4.1 Aberrazione sferica

In approssimazione di Gauss, i raggi parassiali prodotti da una sorgente puntiforme posta posta sull'asse di un sistema ottico vanno ad incontrarsi n un punto-immagine posto anch'esso sull'asse. In generale questo non avviene, cioè i raggi si incontrano in punti diversi dell'asse a seconda della loro distanza dall'asse stesso. Questo fenomeno è la causa dell'**aberrazione sferica**. In particolare si ha aberrazione sferica **longitudinale** e **trasversale** e nello spazio la composizione di queste due produce una figura chiamata **caustica**. L'aberrazione sferica è l'unica delle aberrazioni monocromatiche che dipende solo dall'apertura.
In particolare si ha che la distanza focale decresce al crescere della distanza dei raggi marginali dall'asse stesso.

### 4.1.1 Aberrazione sferica nello specchio sferico

Chiamiamo **aberrazione sferica longitudinale principale** la quantità

$$l = \frac{f\omega^2}{2}$$

con $\omega$ angolo di apertura del raggio. Esprimiamo $l$ in funzione di $h$ (distanza del punto di incidenza del raggio rispetto all'asse ottico)

$$l \approx \frac{h^2}{8f}$$

Definiamo **aberrazione sferica principale trasversale principale** la quantità

$$t = 2l \cdot \tan 2\omega$$

espandendo in serie la tangente e approssimando si ottiene

$$t \approx 2\frac{h^2}{8f}\frac{2h}{2f} = \frac{h^3}{4f^2}$$

Bisogna inoltre considerare la diffrazione: la dimensione sul piano focale dell'immagine di una sorgente puntiforme in assenza di aberrazioni è data dalla diffrazione

$$d = 2 \cdot \frac{1.22\lambda}{D} \cdot f$$

tuttavia l'effetto dell'aberrazione sferica è quasi sempre superiore a quello della diffrazione e inoltre l'aberrazione sferica longitudinale è maggiore di quella trasversale.

### 4.1.2 Aberrazione sferica nella lente sottile

L'espressione dell'aberrazione sferica longitudinale nel caso della lente sottile è più complicata di quella per lo specchio sferico. Vi sono tuttavia dei termini dipendenti dai raggi di curvatura della lente e dall'indice di rifrazione che quindi possono essere assunti come costanti e si può scrivere

$$l = c\frac{R^2}{f}$$

con $c$ costante adimensionale. Per quanto riguarda l'aberrazione sferica trasversale, invece, si ha

$$t \approx 2c\frac{R^3}{f^2}$$

Si può definire il **fattore di forma** ovvero la quantità

$$q = \frac{R_2 + R_1}{R_2 - R_1} = \frac{\frac{R_2}{R_1} + 1}{\frac{R_2}{R_1} - 1}$$

da cui

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{q+1}{q-1}$$

È possibile minimizzare l'aberrazione sferica trovando il valore di $q$ che minimizza la costante $c$

$$\frac{dc}{dq} = 0$$

## 4.2 Aberrazione cromatica

Per mezzi trasparenti, come il vetro, si osserva che $n$ decresce al crescere della lunghezza d'onda

$$\frac{dn}{d\lambda} < 0$$

Verranno dunque deviati maggiormente i raggi a lunghezza d'onda minore rispetto a quelli a lunghezza d'onda maggiore. Questo meccanismo è alla base dell'**aberrazione cromatica**.

Usando tre filtri interferenziali corrispondenti alle lunghezze d'onda di Frauhnofer $\lambda_F = 4861$ Å(blu, riga $H\beta$ dell'idrogeno), $\lambda_D = 5892$ Å(giallo, doppietto del sodio), $\lambda_C = 6563$ Å(rosso, riga $H\alpha$ dell'idrogeno).
Dalla definizione di lughezza focale della lente possiamo scrivere

$$\frac{1}{f_F} = (n_F - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad \frac{1}{f_C} = (n_C - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$
$$\frac{1}{f_F} - \frac{1}{f_C} = (n_F - 1 - n_C + 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = (n_F - n_C)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Per poter eliminare il termine contenente i raggi di curvatura usiamo il filtro $D$:

$$\frac{1}{f_D} = (n_D - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = \frac{1}{f_D(n_D - 1)}$$

da cui

$$\frac{1}{f_F} - \frac{1}{f_C} = \frac{1}{f_D}\frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$$
$$\frac{f_C - f_F}{f_F f_C} = \frac{1}{f_D}\frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$$

Definiamo dunque **aberrazione cromatica longitudinale (principale)** la quantità

$$A = f_C - f_F = f(\lambda_C) - f(\lambda_F)$$

Chiamiamo **potere dispersivo** $\omega$ del materiale la quantità:

$$\omega = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$$

e **numero di Abbe** $\nu$ la quantità

$$\nu = \frac{1}{\omega} = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

per un $\nu$ grande si ha poca variazione di $n$ e dunque un piccolo potere dispersivo.
Dalla definizione di aberrazione cromatica otteniamo

$$A = \frac{f_F f_C}{f_D}\frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$$

e se assumiamo l'approssimazione $f_F f_C \approx f_D^2$ abbiamo

$$A \approx \omega f_D = \frac{f_D}{\nu}$$

Per l'**aberrazione cromatica non principale** si ha invece

$$q_C - q_F = \frac{f_D}{\nu}\left(\frac{q_D}{f_D}\right)^2$$

da cui si ricava che l'aberrazione cromatica cresce rapidamente con il crescere della distanza dell'immagine dalla lente e decresce rapidamente con il decrescere della distanza dell'immagine dalla lente.

Possiamo definire anche l'**aberrazione cromatica trasversa** $d$ come

$$d = \frac{1}{2}\frac{f_C - f_F}{f_D}D \approx \frac{1}{2}\frac{D}{\nu}$$

dove $D$ è il diametro del fascio di luce.

# 5 Teoria di Seidel delle aberrazioni

Un'onda piana che si propaga nella direzione dell'asse $x$ ha equazione

$$E_y(x,t) = E_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$$

essendo $n = \frac{c}{v}$ possiamo scrivere il campo elettromagnetico come

$$E_y(x,t) = E_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{nx}{v}\right)\right]$$

e utilizzando la notazione complessa

$$E'(x,t) = E_0 e^{i\omega\left(t - \frac{nx}{c}\right)}$$

dalla definizione di onda nel vuoto $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ e frequenza d'oscillazione $\omega = \frac{2\pi}{T}$ si ottiene

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{T}{T} = \frac{\omega}{c}$$

da cui

$$E'(x,t) = E_0 e^{i(-nk_0 x + \omega t)}$$

L'espressione generale per $n = cost$ è

$$E(\vec{r},t) = E_0 e^{i(-n\vec{k_0}\cdot\vec{r} + \omega t)}$$

che soddisfa l'equazione di d'Alembert:

$$\Delta E - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

Se invece $n \neq cost$ e in particolare $n = n(\vec{r})$, ma varia comunque su scale molto maggiori della lunghezza d'onda della radiazione, l'espressione per l'onda è

$$E(\vec{r},t) = E_0 e^{i(-k_0 S(\vec{r}) + \omega t)}$$

e la funzione $S(\vec{r})$ soddisfa l'**equazione iconale**

$$(\vec{\nabla}S)^2 = n^2(\vec{r}) \;\Rightarrow\; (\vec{\nabla}S)^2 = n^2$$

## 5.1 Teorema di Malus

Consideriamo l'onda

$$E(\vec{r},t) = E_0 e^{i(-k_0 S(\vec{r} + \omega t)}$$

la condizione $S(\vec{r}) = cost$ definisce in ogni istante $t$ i punti di ugual fase, cioè definisce l'equazione della superficie d'onda.
Nel caso di un'onda piana che si propaga in un mezzo omogeneo ($n = cost$) si ha

$$S = nx = cost \;\Rightarrow\; x = cost$$

cioè nel caso di onde piane le superfici d'onda sono piani ortogonali alla direzione di propagazione.
Se invece abbiamo a che fare con un'onda nello spazio conviene definire il versore

$$\vec{s} = \frac{\vec{\nabla}S}{n}$$

che indica la direzione e il verso di propagazione della superficie d'onda.

**Prima proposizione del teorema di Malus:** le superfici d'onda e i raggi luminosi in un mezzo isotropo qualsiasi formano due sistemi ortogonali.
**Seconda proposizione del teorema di Malus:** i cammini ottici misurati fra punti corrispondenti qualsiasi di due superfici d'onda $S_1$ e $S_2$ sono sempre uguali fra loro.

## 5.2 Le funzioni di aberrazione

La funzione di aberrazione $\tilde{\Phi}$ espansa in serie di Mac Laurin fino al quarto ordine individua le **5 aberrazioni primarie di Seidel**. A meno di una costante si ha:

$$\tilde{\Phi} \approx \tilde{\Phi}^{(4)} = Ee_1e_2 - \frac{1}{2}De_1e_3 - Ce_2^2 + Fe_2e_3 - \frac{1}{4}Be_3^2$$

dove $B$, $C$, $D$, $E$, $F$ sono i coefficienti rispettivamente di aberrazione sferica, astigmatismo, curvatura di campo, distorsione e coma mentre $e_1$, $e_2$, $e_3$ sono 3 invarianti definite dalle coordinate dei sistemi di riferimento.

## 5.3 Le cinque aberrazioni principali di Seidel

### 5.3.1 Aberrazione sferica

Supponiamo che $B \neq 0$ mentre $C = D = E = F = 0$. La funzione di aberrazione vale

$$\tilde{\Phi} = -\frac{1}{4}Be_3^2 = -\frac{1}{4}B(\epsilon_1^2 + \eta_1^2)^2$$

derivando e trasformando in coordinate polari si trova che l'aberrazione sferica non dipende da $y_0$ ma solamente dall'apertura del fascio $\rho_{max}^3$ $(0 < \rho < \rho_{max})$ dove $\rho_{max}$ è la massima apertura del fascio di raggi. Per far sparire l'aberrazione di sfericità non è necessario eliminare il fuori-asse, serve diminuire l'apertura del fascio:

$$\tilde{\Phi} = -\frac{1}{4}Be_3^2 = -\frac{1}{4}B(\rho^2 \sin^2\theta + \rho^2\cos^2\theta)^2 = -\frac{1}{4}B\rho^4$$

Quando si considerano raggi parassiali la funzione è appiattita attorno allo zero mentre all'aumentare della distanza dall'asse, e quindi di $\rho$, l'aberrazione sferica cresce rapidamente.

### 5.3.2 Aberrazioni di astigmatismo e curvatura di campo

Siano $C \neq 0$ e $D \neq 0$, mentre $B = E = F = 0$. Il termine che riguarda l'astigmatismo è $-Ce_2^2$ mentre quello della curvatura di campo è $-\frac{1}{2}De_1e_3$. La funzione di aberrazione vale quindi:

$$\tilde{\Phi} = -\frac{1}{2}De_1e_3 - Ce_2^2 = -\frac{1}{2}D(x_0^2 + y_0^2)(\epsilon_1^2 + \eta_1^2) - C(x_0\epsilon_1 + y_0\eta_1)$$

Passando in coordinate polari si ottiene

$$x_1 = Dy_0^2 \sin\theta$$
$$y_1 = y_0 + (2C + D)y_0\rho\cos\theta$$

Sul piano di Gauss la figura descritta da queste equazioni è un'ellisse di semiassi $Dy_0^2\rho$ e $(2C + D)y_0^2\rho$. Al crescere di $y_0$ cresce anche l'ellisse. Quando $D = 0$ si ha astigmatismo sagittale descritto da $x_1 = 0$ e $y_1 = y_0 + 2y_0^2C\rho\cos\theta$, mentre quando $2C + D = 0$ si ha astigmatismo tangenziale descritto da $x_1 = D_{y0}^2\rho\sin\theta$ e $y_1 = y_0$.
L'effetto di astigmatismo/curvatura dipende linearmente dal raggio della pupilla e con il quadrato del fuori asse. In particolare è nullo per raggi che partono dall'asse, mentre si somma ad un eventuale aberrazione sferica per i raggi fuori asse.

### 5.3.3 Aberrazione di distorsione

Sia ora $E \neq 0$ mentre $B = C = D = F = 0$. La funzione di aberrazione diventa

$$\tilde{\Phi} = E(x_0^2 + y_0^2)(x_0\epsilon_1 + y_0\eta_1)$$

Si ha che la distorsione dipende solamente dal fuori-asse e non fa perdere di stigmatismo al sistema. Avviene nella stessa direzione del vettore $\vec{OP_0}$ ma con verso concorde o discorde a seconda che $E < 0$ (si allontana dall'asse ottico) o $E > 0$ (si avvicina all'asse ottico) rispettivamente. Il suo modulo aumenta con il cubo del fuori-asse.

### 5.3.4 Aberrazione di coma

Sia $F \neq 0$ e $B = C = D = E = 0$. A causa dell'aberrazione di coma i raggi provenienti da mezza pupilla formano sul piano di Gauss una circonferenza di raggio $Fy_0\rho^2$ e di centro spostato rispetto al punto iniziale di una quantità $2Fy_0\rho^2$ (con $F < 0$). Al diminuire di $\rho$ non solo si formano circonferenze di raggio minore ma i loro centri si spostano verso il punto iniziale. È facile mostrare che si forma un immagine circolare che si assottiglia fino a diventare una punta in corrispondenza del punto iniziale e l'angolo di apertura è 60°.
A causa dell'aberrazione di coma l'immagine di una sorgente puntiforme è una figura allungata, tondeggiante da un lato e appuntita dall'altro e con la punta rivolta verso l'asse ottico. Dipende sia dal fuori asse che dal quadrato dell'apertura del fascio luminoso.

#### 5.3.5 Riassunto

Riassumiamo le dipendenze delle aberrazioni. Abbiamo chiamato con $y_0$ il fuori asse e con $\rho_{max}$ la massima apertura della pupilla d'uscita. Mentre l'aberrazione sferica, la coma e l'astigmatismo fanno perdere di stigmatismo al sistema, la distorsione e la curvatura di campo spostano semplicemente il punto immagine.

$$\text{Sferica (B)} \rightarrow \propto \rho_{max}^3$$
$$\text{Coma (F)} \rightarrow \propto \rho_{max}^2 y_0$$
$$\text{Astigmatismo (C) e Curvatura (D)} \rightarrow \propto \rho_{max} y_0^2$$
$$\text{Distorsione} \rightarrow \propto y_0^3$$

# 6 Telescopi

Consideriamo un telescopio estremamente semplice formato da un obiettivo (lente o specchio) di diametro $D$ e lunghezza focale $f$. Definiamo rapporto d'apertura $f/$ la quantità $f/D$.
Consideriamo una sorgente in cielo di dimensione angolare $\alpha$. La sua distanza è tale per cui $\alpha$ può essere considerato molto piccolo. Da ogni punto della sorgente proviene un fascio di raggi paralleli, con inclinazione crescente al crescere della distanza dall'asse ottico. Sia $h$ la dimensione angolare dell'immagine sul piano focale del telescopio. Si ha:

$$\frac{h}{f} = \tan\alpha \approx \alpha \Rightarrow h = f\alpha \Rightarrow \frac{\alpha}{h} = \frac{1}{f}$$

con $\alpha$ in radianti.
Definiamo **scala del telescopio** il rapporto tra la dimensione angolare della sorgente in cielo ($\theta$) espressa in secondi d'arco e la dimensione dell'immagine sul piano focale

$$S = \frac{\theta}{h} = \frac{206265}{f}$$

La lunghezza focale si esprime in mm e la scala in arcsec/mm. Quindi, nota la dimensione angolare di una sorgente e la focale del telescopio è facilmente calcolabile la dimensione lineare dell'immagine che si forma sul piano focale. Al diminuire della scala aumentano le dimensioni lineari sul piano focale del telescopio.

## 6.1 Telescopio riflettore

Il telescopio riflettore è costituito da uno specchio di forma concava o convessa la cui superficie è descritta dall'equazione di una conica in coordinate cilindriche:

$$(1+b)z^2 - 2Rz + r^2 = 0$$

dove $z$ e $r$ sono le varibili delle coordinate cilindriche ($r\cos\theta$, $r\sin\theta$, $z$) e $R$ è il raggio di curvatura della conica. Al variare di $b$ cambia il tipo di conica:

- $b > 0$ ellissoide prolato
- $b = 0$ sfera
- $-1 < b < 0$ ellissoide oblato
- $b = -1$ paraboloide
- $b < -1$ iperboloide

La lunghezza focale di una conica generica è

$$f = \frac{R}{2} - (1+b)\frac{r^2}{4R} - (1+b)(3+b)\frac{r^4}{16R^3} - ...$$

e dipende dal tipo di conica ($b$), dall'apertura del fascio ($r$) e dal raggio di curvatura ($R$). Quando $b = -1$ ovvero quando la conica è un paraboloide, si ottiene

$$f = \frac{R}{2}$$

quindi abbiamo un'unica focale che dipende solo dal raggio di curvatura della superficie ed è indipendente dall'apertura del fascio: i raggi marginali e parassiali vanno a fuoco sullo stesso piano focale. Quando invece $b = 0$, cioè quando la conica è una superficie sferica, si ottiene:

$$f = \frac{R}{2} - \frac{r^2}{4R} - \frac{3}{16}\frac{r^4}{R^3} - ...$$

quindi al variare dell'apertura del fascio ($r$) varia la posizione del piano focale e in particolare la focale si accorcia al crescere dell'apertura del fascio. Nel caso in cui $r$ sia piccolo ovvero se consideriamo solamente i raggi parassiali, la quantità $\frac{r}{R} << 1$ e la focale vale $f = \frac{R}{2}$.

## 6.2 Coefficienti di aberrazione

La funzione di aberrazione è

$$\tilde{\Phi} = -\frac{1}{4}B(\epsilon_1^2 + \eta_1^2)^2 - Cy_0^2\eta_1^2 - \frac{1}{2}Dy_0^2(\epsilon_1^2 + \eta_1^2) + Ey_0^3\eta_1 + Fy_0\eta_1(\epsilon_1^2 + \eta_1^2)$$

Sul piano delle immagini l'aberrazione lungo gli assi cartesiani $XY$ vale:

$$\Delta x = -\frac{\partial\tilde{\Phi}}{\partial\epsilon_1} = B\epsilon_1(\epsilon_1^2 + \eta_1^2) + Dy_0^2\epsilon_1 - 2Fy_0\epsilon_1\eta_1$$

$$\Delta y = -\frac{\partial\tilde{\Phi}}{\partial\eta_1} = B\eta_1(\epsilon_1^2 + \eta_1^2) + 2Cy_0^2\eta_1 + Dy_0^2\eta_1 - Ey_0^3 - Fy_0(\epsilon_1^2 + \eta_1^2) - 2Fy_0\eta_1^2$$

Delle 5 aberrazioni consideriamo le 3 che fanno perdere di stigmatismo al sistema: sferica ($B$), coma ($F$) e astigmatismo ($C$).
Chiamiamo $y$ il raggio dello specchio primario del telescopio mentre $\varphi$ sia la distanza angolare della sorgente osservata dal centro del campo, che coincide con la direzione dell'asse ottico, quindi $\varphi$ viene anche detto fuori-asse.
L'aberrazione sferica trasforma una sorgente puntiforme in un disco di raggio $By^3$, la coma invece in una figura appuntita di lunghezza complessiva $3Fy^2\varphi$ (il fattore 3 è dovuto al fatto che consideriamo la circonferenza massima che ha raggio $r = Fy^2\varphi$ ed è posta ad una distanza dall'asse pari a $d = r = Fy^2\varphi$, per cui la dimensione totale è pari a $2r + d = 3Fy^2\varphi$) e infine l'astigmatismo in una figura allungata di dimensione $2Cy\varphi^2$.
I coefficienti di aberrazione sono stati calcolati da Schwarzschild per un telescopio con due specchi:

$$B = \frac{1+b_1}{8f_1^3} - \left[b_2 + \left(\frac{f+f_1}{f-f_1}\right)^2\right]\frac{(f-f_1)^3(f_1-d)}{8f^3f_1^4} \qquad \text{sferica}$$

$$F = \frac{1}{4f^2} + \left[b_2 + \left(\frac{f+f_1}{f-f_1}\right)^2\right]\frac{(f-f_1)^3 d}{8f^3f_1^3} \qquad \text{coma}$$

$$C = \frac{f_1(f-d)}{2f^2(f_1-d)} - \left[b_2 + \left(\frac{f+f_1}{f-f_1}\right)^2\right]\frac{(f-f_1)^3 d^2}{8f^3f_1^2(f_1-d)} \qquad \text{astigmatismo}$$

In queste formule $f$, $f_1$, $f_2$ sono la focale equivalente $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$, la focale dello specchio primario, la focale dello specchio secondario; $d$ è la distanza tra primario e secondario, $b_1$, $b_2$ sono i coefficienti delle coniche dei due specchi.

## 6.3 Telescopio Newton

Consideriamo un telescopio composto da un unico specchio e assumiamo $f = f_1$ e $b_2 = 0$. I coefficienti di aberrazione diventano:

$$B = \frac{1+b_1}{8f^3} \qquad C = \frac{1}{2f} \qquad F = \frac{1}{4f^2}$$

L'unico coefficiente che è possibile eliminare, avendo un singolo specchio, è l'aberrazione sferica imponendo $B = 0$. Questo significa che $b_1 = -1$, cioè lo specchio deve essere **parabolico**.
Un telescopio in cui lo specchio primario è parabolico mentre quello secondario è uno specchio piano si chiama telescopio Newton o newtoniano. Nel telescopio newtoniano lo specchio secondario è inclinato di 45° rispetto all'asse ottico e ha l'unica funzione di deviare i raggi di luce in direzione ortogonale a quella di arrivo . Il bordo del secondario ha forma ellittica in modo da intercettare tutta la luce in arrivo e minimizzare l'ostruzione.

Calcoliamo i valori delle aberrazioni per un telescopio Newton di diametro $D = 120$ cm e lunghezza focale $f = 600$

cm. Assumiamo, solo per esercizio, che il primario sia sferico ovvero $b_1 = 0$.
L'aberrazione sferica è data da

$$\mathbf{By^3} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{8f^3}}\left(\frac{\mathbf{D}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{3}} = \frac{1}{64}\left(\frac{120}{600}\right)^3 = 1.25 \cdot 10^{-4}\text{rad}$$

Trasformando i radianti in secondi d'arco, cioè moltiplicando per $206265''/\text{rad}$ si ottiene un valore di circa $26''$. Il valore dell'aberrazione sferica è identico in tutto il campo, infatti dipende solo dall'apertura del fascio. Le aberrazioni di coma e astigmatismo sono date da:

$$\mathbf{3Fy^2}\varphi = \mathbf{3}\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4f^2}}\mathbf{y^2}\varphi = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\left(\frac{\mathbf{D}}{\mathbf{2f}}\right)^{\mathbf{2}}\varphi$$

$$\mathbf{2Cy}\varphi^{\mathbf{2}} = \mathbf{2}\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2f}}\mathbf{y}\varphi^{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{D}}{\mathbf{2f}}\varphi^{\mathbf{2}}$$

Supponiamo che $\varphi = 10'$, cioè di osservare una sorgente a distanza di 10' dal centro del campo. Convertendo in radianti, $\varphi = 2.91 \cdot 10^{-3}$ rad, e sostituendo:

$$\frac{3}{4}\left(\frac{120}{2 \cdot 600}\right)^2 \cdot 2.91 \cdot 10^{-3} = 2.18 \cdot 10^{-5}\,\text{rad}$$

che convertito in arcosecondi corrisponde a circa 4.5".

$$\frac{120}{2 \cdot 600}(2.91 \cdot 10^{-3})^2 = 8.47 \cdot 10^{-7}\,\text{rad}$$

che corrisponde a circa 0.17".
Calcolando la scala del telescopio $S = \frac{206265}{6000} \approx 34.4''/\text{mm}$ convertendo i valori delle aberrazioni da angolari a lineari si ottiene rispettivamente 760 $\mu$m, 130 $\mu$m e 5 $\mu$m.
Come si vede, l'astigmatismo produce un effetto trascurabile essendo inferiore alla dimensione di un singolo pixel quindi l'aberrazione principale per un telescopio Newton è l'aberrazione di coma.

## 6.4 Telescopio Cassegrain

Uno specchio parabolico è dunque privo di aberrazione sferica ma ha una forte aberrazione di coma. Per ridurre questa bisogna intervenire allungando la focale del telescopio, infatti abbiamo visto che la coma è inversamente proporzionale al quadrato della focale ($F \propto f^{-2}$).
Il modo più pratico per farlo è introdurre un secondo specchio nel sistema. Prendiamo dunque in considerazione un sistema ottico formato da due specchi.
Per prima cosa, vogliamo eliminare l'aberrazione sferica che, come abbiamo visto, rappresenta il contributo più significativo. Imporre la condizione che l'aberrazione sferica del sistema sia nulla significa imporre che:

$$B = 0 \Rightarrow b_1 = -1 \,\text{e}\, b_2 = -\left(\frac{f + f_1}{f - f_1}\right)^2$$

Quindi il primario deve essere ancora **parabolico**. Consideriamo ora l'espressione per $b_2$: la focale del primario non può essere negativa perché i raggi che provengono dall'infinito devono convergere e la focale equivalente ($f$) deve essere maggiore della focale del primario, perché in questo modo riduciamo la coma quindi $f + f_1 > |f - f_1|$, per cui si trova facilmente che $b_2 < -1$, cioè che lo specchio secondario deve essere **iperbolico**.
Con queste soluzioni, il coefficiente dell'aberrazione di coma vale $F = \frac{1}{4f^2}$ come prima. Stavolta però $f$ è la focale equivalente del telescopio. Per ridurre la coma la lunghezza focale deve aumentare. Partiamo dall'espressione della focale equivalente del sistema ottico:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

imporre che la focale equivalente sia maggiore della focale del primario comporta che

$$f > f_1 \Rightarrow \frac{1}{f} < \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} < 0$$

Per quanto riguarda la focale $f_2$ del secondario abbiamo due possibili casi:

- Primo caso: $f_2 < 0$ (secondario **convesso**)

$$-\frac{1}{|f_2|} + \frac{d}{f_1 |f_2|} < 0 \Rightarrow d < f_1$$

- Secondo caso: $f_2 > 0$ (secondario **concavo**)

$$\frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} < 0 \Rightarrow d > f_1$$

Nel primo caso il telescopio è in configurazione **Cassegrain**, il secondario è posto prima del piano focale del primario, nel secondo caso invece si ha una specie di telescopio Gregoriano con il secondario posto oltre il piano focale del primario anche se in realtà il Gregoriano utilizza un secondario concavo di superficie ellissoidale.
La configurazione Cassegrain consente dunque di ottenere telescopi con lunghezze focali lunghe mantenendo il telescopio di dimensioni relativamente compatte, infatti il secondario è posto a una distanza dal primario inferiore alla focale di quest'ultimo. In entrambi i casi il piano delle immagini è localizzato dietro lo specchio primario che risulta quindi forato al centro.
Consideriamo il telescopio di Asiago con focale equivalente $F = 1200$ cm e con distanza $d = 372$ cm fra primario e secondario. Calcoliamo l'aberrazione di coma e astigmatismo a $10'$ di distanza dal centro del campo. Convertendo in radianti, $\varphi = 2.91 \cdot 10^{-3}$ rad, e sostituendo:

$$3Fy^2\varphi = \frac{3}{4}\left(\frac{60}{1200}\right)^2 \cdot 2.91 \cdot 10^{-3} = 5.46 \cdot 10^{-3}\,\text{rad} = 1.125''$$

$$C = \frac{600 \cdot (1200 - 372)}{2 \cdot 1200^2(600 - 372)} = 7.56 \cdot 10^{-4}\,\text{cm}^{-1}$$

$$2Cy\varphi^2 = 2 \cdot 7.56 \cdot 10^{-4} \cdot 60 \cdot (2.91 \cdot 10^{-3})^2 = 7.68 \cdot 10^{-7}\,\text{rad} \approx 0.16''$$

Usando la scala del telescopio che ora vale $S = \frac{206265}{1200} \approx 17''/\text{mm}$. Una dimensione angolare in $10'$ si traduce sul piano focale il 66 $\mu$m di coma e 9.4 $\mu$m di astigmatismo. In questo caso l'astigmatismo è trascurabile e la coma è al di sotto delle condizioni tipiche del seeing dell'osservatorio quindi entro $10'$ di raggio non si osserva.
Il valore della costante di superficie conica del secondario è:

$$b_2 = -\left(\frac{1200 + 600}{1200 - 600}\right)^2 = -9$$

Concludendo nel telescopio Cassegrain si utilizza una combinazione di due specchi, un primario parabolico concavo e un secondario iperbolico convesso, posto ad una distanza dal primario maggiore della focale. Il piano focale si trova dietro lo specchio primario che risulta quindi forato. In questo modo si elimina l'aberrazione sferica e si riduce quella di coma, mantenendo compatte le dimensioni dello strumento.

## 6.5 Telescopio Ritchey-Chrétien

I coefficienti delle coniche che permettono di porre a zero sia il coefficiente $B$ dell'aberrazione sferica, sia il coefficiente $F$ delle coma:

$$B(b_1, b_2) = 0 \qquad F(b_2) = 0$$

$$B = 0 \Rightarrow \frac{1 + b_1}{8f_1^3} - \left[b_2 + \left(\frac{f + f_1}{f - f_1}\right)^2\right]\frac{(f - f_1)^3(f_1 - d)}{8f^3 f_1^4} = 0$$

$$F = 0 \Rightarrow \frac{1}{4f^2} + \left[b_2 + \left(\frac{f + f_1}{f - f_1}\right)^2\right]\frac{(f - f_1)^3 d}{8f^3 f_1^3} = 0$$

da cui si ricava

$$b_2 = -\frac{2ff_1^3}{(f - f_1)^3 d} - \left(\frac{f + f_1}{f - f_1}\right)^2$$

$$b_1 = -1 - 2\frac{f_1 - d}{d}\left(\frac{f_1}{f}\right)^2$$

Se $f_1 > d$ ovvero se primario e secondario si trovano a distanza minore della focale del primario così come avviene nel Cassegrain, si ottiene che $b < -1$ cioè il primario deve essere **iperbolico** e concavo, visto che $f_1 > d > 0$.
Se consideriamo l'espressione di $b_2$ il primo termine è sicuramente negativo, perché $f$ sarà maggiore di $f_1$ come nel caso del Cassegrain e $f_1 > 0$, quindi sono entrambe positive e il secondo è minore di -1 perché $f + f_1 > f - f_1$ e quindi anche $b_2 < -1$, cioè anche il secondario è **iperbolico**. Inoltre il secondario è posto a $d < f_1$ ed è convesso.
Il telescopio che unisce primario iperbolico e concavo a secondario iperbolico convesso è il Ritchey-Crétien ed è un telescopio compatto, privo di aberrazione sferica e di aberrazione di coma, l'astigmatismo ha valori confrontabili con quelli del Newton e del Cassegrain.

## 6.6 Telescopio Schmidt

Schmidt sviluppò un sistema ottico caratterizzato da lunghezza focale corta e largo campo di vista corretto. Per ottenere un grande campo di vista Schmidt sostituisce lo specchio parabolico che produce immagini prive di coma soltanto per sorgenti in asse, implicando quindi un piccolo campo di vista corretto, con uno specchio sferico. Per ridurre l'aberrazione sferica introdotta, il fascio viene diaframmato. Si può dimostrare che esiste una posizione particolare in cui porre il diaframma che permette di azzerare la coma e l'astigmatismo.
Rispetto ai casi precedenti in cui la pupilla d'entrata e di uscita coincidevano con lo specchio primario, qui la pupilla d'entrata è il diaframma che possiamo considerare come una superficie piana, quindi con curvatura pari a zero e raggio di curvatura infinito, di conseguenza $f \propto R \to \infty$, mentre la focale del telescopio coincide con quella dello specchio sferico ($f \equiv f_2$). Quindi le equazioni di Schwarzschild si modificano e in particolare bisogna calcolarne il limite per $f_1 \to \infty$ e si ottiene:

$$B = B_0$$
$$F = F_0 - dB_0$$
$$C = C_0 - 2dF_0 + d^2 B_0$$

con

$$B_0 = \frac{1 + b_2}{8f^3}$$
$$F_0 = \frac{1}{4f^2}$$
$$C_0 = \frac{1}{2f}$$

Nel caso di uno specchio parabolico, $B_0 = 0$ e quindi $F = F_0 = \frac{1}{4f^2}$, cioè l'aberrazione di coma non dipende dalla distanza della pupilla d'entrata rispetto allo specchio. La coma non può essere eliminata, ma solo ridotta aumentando la lunghezza focale.
In uno specchio sferico, invece, $b_2 = 0$ quindi $B_0 = \frac{1}{8f^3} \neq 0$ e possiamo cercare il valore di $d$ che annulli sia $F$ che $C$. Annullando l'aberrazione di coma si ha

$$F = \frac{1}{4f^2} - d\frac{1}{8f^3} = 0 \Rightarrow d = 2f$$

e considerando che $f = \frac{R}{2}$ si ottiene $d = R$ con $R$ raggio di curvatura dello specchio. Quindi, per annullare la coma, bisogna porre il diaframma in coincidenza con il centro di curvatura dello specchio, ad una distanza dallo specchio pari al doppio della distanza focale. Sostituiamo questo valore di $d$ nell'espressione di $C$:

$$C0\frac{1}{2f} - \frac{2f}{2f^2} + \frac{1}{8f^3}(2f)^2 = \frac{1}{2f} - \frac{1}{f} + \frac{1}{2f} = 0$$

Quindi la condizione $d = 2f$ annulla sia la coma che l'astigmatismo: il sistema ottico costituito da uno specchio sferico e da un diaframma posto nel centro di curvatura dello specchio risulta, quindi, privo di coma e di astigmatismo. Questa posizione particolare del diaframma fa sì che il fascio di raggi paralleli provenienti dalla sorgente, sia imperniato nel centro di curvatura dello specchio: in tal modo, anche se il fascio è inclinato rispetto all'asse ottico principale, proprio per la sfericità della superficie riflettente, di volta in volta viene isolata una porzione dello specchio rispetto alla quale l'asse ottico secondario del fascio diventa asse ottico principale. In altre parole il sistema ottico non è più in grado di avvertire che i fasci sono fuori-asse quindi è esente da tutte le aberrazioni dipendenti da $\varphi$.

Resta il problema, non trascurabile, dell'aberrazione sferica. Più il diaframma è chiuso, minore è la sferica perchè si utilizzano raggi sempre più parassiali, d'altra parte è minore anche la quantità di luce che entra e si finisce per non sfruttare la superficie dello specchio come collettore di luce. L'aberrazione sferica viene corretta utilizzando una **lente correttrice** che diaframma il fascio, avente sezione inferiore al diametro dello specchio e posta nel centro di curvatura dello specchio.
Il telescopio Schmidt è quindi ottenuto dalla combinazione di due elementi ottici, uno specchio sferico e una lente correttrice che permettono di avere uno strumento privo di aberrazione sferica, coma e astigmatismo. La lente correttrice è in grado di trasformare uno specchio sferico in parabolico modificando il cammino ottico dei raggi in modo che sembrino provenire, una volta riflessi, da uno specchio parabolico e non da uno sferico. La lente ha una curvatura asferica molto leggera, calcolata in modo da dare al fronte d'onda incidente la deformazione necessaria per far sì che il fronte d'onda riflesso risulti sferico.
La lente correttrice ha forma piano-divergente ma soffre di aberrazione cromatica. La lente correttrice di Schmidt può

cancellare l'aberrazione sferica dello specchio solo per una singola lambda per la quale la forma della lastra correttrice produce l'esatta quantità di ritardo del fronte d'onda, necessario per la cancellazione. Per le altre lunghezze d'onda, devierà sotto o sopra l'ottimo risultando in aberrazione sferica. Per evitare questo effetto si possono usare vetri con una bassa dispersione $\omega$ oppure si minimizzano gli angoli. Si utilizza dunque una lente piano-convergente al centro e piano-divergente ai bordi.

Le problematiche del telescopio Schmidt sono sostanzialmente il piano focale curvo e le dimensioni elevate. La lunghezza elevata è dovuta al fatto che la sua dimensione totale è pari a due volte la lunghezza focale mentre nel Cassegrain è circa un terzo. Per risolvere questo problema sono state costruite delle configurazioni più compatte come ad esempio lo Schmidt-Newton e lo Schmidt-Cassegrain.