ESEMPIO ITERAZIONI SIMPLESSO IN FORMA MATRICIALE

$$\min \; -3x_1 + 2x_2 + 4x_3$$
$$-x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1$$
$$x_1 - 2x_2 + x_3 + x_5 = -1$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

NOTA: INVERSA DI UNA MATRICE $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ SE A È INVERTIBILE ($\det(A) \neq 0$)

$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C^T = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} A_{B(1)} & A_{B(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad x_B = \begin{bmatrix} x_{B(1)} \\ x_{B(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad C^T_B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} A_{N(1)} & A_{N(2)} & A_{N(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_4 & A_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad x_N = \begin{bmatrix} x_{N(1)} \\ x_{N(2)} \\ x_{N(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \quad C^T_N = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 \\ 2/3 & -1/3 \end{pmatrix}$$

$$\hat{C}^T_N = C^T_N - C^T_B B^{-1} N = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/3 & -2/3 \\ 2/3 & -1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10/3 & -8/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -6 & 10/3 & -8/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -\frac{10}{3} & \frac{8}{3} \end{bmatrix}$$

$C_{N(2)} < 0 \Rightarrow C_4 < 0$ VARIABILE ENTRANTE x_4

$$\boxed{x_B = \bar{x}_B - \vartheta d}$$

$$d = B^{-1}A_4 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ +\frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{array}{l} d_{B(1)} \to d_2 \\ d_{B(2)} \to d_3 \end{array}$$

SCEGLIAMO LA VARIABILE USCENTE:

$$\bar{\vartheta} = \min_{1 \le i \le m} \left\{ \frac{x_{B(i)}}{d_i} \,\middle|\, d_i > 0 \right\} = \min \left\{ \frac{x_{B(1)}}{d_1}, \frac{x_{B(2)}}{d_2} \right\} = \min \left\{ 3 \quad \frac{3}{2} \right\} =$$

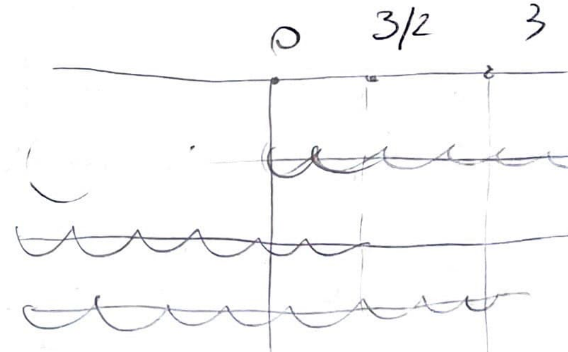
$$x_B = B^{-1} b = \begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 \\ 2/3 & -1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_B(\vartheta) = \bar{x}_B - \vartheta d = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{3}\vartheta \\ +\frac{2}{3}\vartheta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{3}\vartheta \\ 1 - \frac{2}{3}\vartheta \end{bmatrix} \ge 0$$

$1 - \frac{1}{3}\vartheta \ge 0 \qquad 1 \ge \frac{1}{3}\vartheta \qquad 3 \ge \vartheta \qquad \vartheta \le 3$

$1 - \frac{2}{3}\vartheta \ge 0 \qquad 3 - 2\vartheta \ge 0 \qquad 3 \ge 2\vartheta \qquad \vartheta \le \frac{3}{2}$

$0 \le \vartheta \le \frac{3}{2} = \bar{\vartheta}$



$x_{B(2)} = x_3$ È LA VARIABILE USCENTE

ESEMPIO METODO DEL SIMPLESSO – FORMA MATRICIALE

ENTRA

$$\mathcal{B}=\{2,4\} \quad B=[A_2 \quad A_4]=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ -2 & 0\end{bmatrix}$$

$$\mathcal{N}=\{1,3,5\} \quad N=[A_1 \quad A_3 \quad A_5]=\begin{bmatrix}-1 & 2 & 0\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$B^{-1}=+\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0 & -1\\ +2 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -1/2\\ 1 & -1/2\end{bmatrix}$$

$(2\times 2)(2\times 3)$

$$B^{-1}\cdot N=\begin{bmatrix}0 & -1/2\\ 1 & -1/2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 2 & 0\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1/2 & -1/2 & -1/2\\ -3/2 & 3/2 & -1/2\end{bmatrix}$$

$$\hat{c}^T_N=c^T_N-c^T_B B^{-1}N=[-3 \quad 4 \quad 0]-[2 \quad 0]\begin{bmatrix}-1/2 & -1/2 & -1/2\\ -3/2 & 3/2 & -1/2\end{bmatrix}=$$

$$=[-3 \quad 4 \quad 0]-[-1 \quad -1 \quad -1]=[-2 \quad 5 \quad 1]$$

$c(x_1)=1 \Rightarrow$ VARIABILE ENTRANTE x_1

$$d=B^{-1}A_1=\begin{bmatrix}0 & -1/2\\ 1 & -1/2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1/2\\ -1/2\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ PROBLEMA ILLIMITATO

$\Rightarrow$ STOP