Corso di Laboratorio di Ricerca Operativa

Prova scritta d'esame del.....
(studenti che hanno seguito il corso A.A. 22/23)

Esercizio 1
La Bevitorella produce acqua minerale attingendo da 4 sorgenti $S_i, i = 1, \ldots, 4$, ciascuna delle quali è capace di erogare, giornalmente, d_i quintali di acqua $i = 1, \ldots, 4$. L'acqua viene quindi trasferita presso quattro impianti di imbottigliamento $P_j, j = 1, \ldots, 4$, ciascuno dei quali è capace di imbottigliare giornalmente $r_j, j = 1, \ldots, 4$ quintali di acqua. Trasportare un quintale di acqua dalla sorgente S_i all'impianto P_j costa all'azienda $c_{ij}, i, j = 1, \ldots, 4$. I valori di $d_i, r_j, c_{ij},\ i, j = 1, \ldots, 4$ sono riassunti nella tabella seguente in cui nell'ultima riga sono riportati i valori di r_j, nell'ultima colonna quelli di d_i e tutti gli altri valori numerici sono i costi c_{ij}:

	P_1	P_2	P_3	P_4	d_i
S_1	9	10	8	6	200
S_2	7	3	4	7	100
S_3	10	5	9	4	140
S_4	6	5	7	12	260
r_j	120	170	210	200	

1. Formulare il corrispondente problema dei trasporti
2. Stabilire se il piano di trasporti definito da $x_{11} = 120$, $x_{12} = 80$, $x_{22} = 90$, $x_{23} = 10$, $x_{33} = 140$, $x_{43} = 60$, $x_{44} = 200$ è ammissibile. In caso di risposta positiva, calcolare il valore di funzione obiettivo e stabilire se esso corrisponde ad un vertice della regione ammissibile.

Esercizio 2
E' assegnato il seguente problema di Programmazione Lineare $\mathcal{P}$
E' assegnato il seguente problema di Programmazione Lineare $\mathcal{P}$

$$\begin{array}{lcccccccccc}
\min & 15x_1 & + & 9x_2 & + & 4x_3 & & & + & 5x_5 & \\
 & x_1 & - & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & & & = 3 \\
 & 3x_1 & + & 3x_2 & - & 2x_3 & - & 2x_4 & + & x_5 & = 4 \\
 & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & , & x_5 & \geq 0
\end{array}$$

1. Determinare quali tra i seguenti punti $x_A = (0, 0, 0, 3, 10)^\top$, $x_B = (1, 0, 0, 2, 5)^\top$ sono vertici della regione ammissibile del problema $\mathcal{P}$.
2. Calcolare il valore della funzione obiettivo in x_A, in x_B ed in un generico punto $\bar{x}$ che sta sul segmento di estremi x_A ed x_B.
3. Determinare la soluzione ottima di $\mathcal{P}$.
4. Determinare la soluzione ottima del problema duale $\mathcal{D}$ di $\mathcal{P}$, applicando la teoria della dualità.
5. Dopo aver riportato su di un piano cartesiano la regione ammissibile e la funzione obiettivo del problema duale, dimostrare che la variabile x_5 assume sempre valore nullo in qualsiasi soluzione ottima di P.

Esercizio 3

Il considri il problema di flusso di costo minimo definito dal grafo seguente.

1. Stabilire se il seguente insieme di archi $calT = \{(1, 2), (1, 3), (4, 2), (4, 5), (4, 6), (7, 4)\}$ corrisponde ad una soluzione ammissibile di MCF .

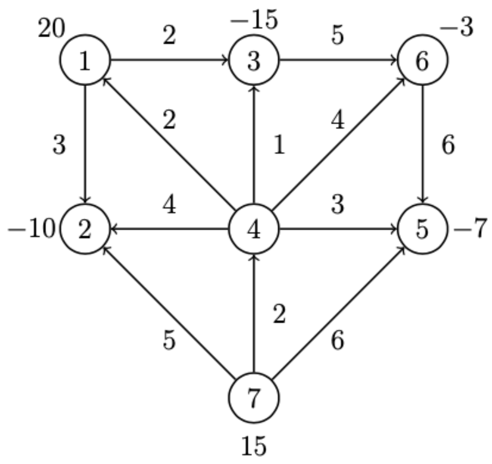


Figura 1: La rete di flusso dell'esercizio 3.

2. In caso di risposta positiva al punto precedente calcolare il valore di funzione obiettivo in corrispondenza della soluzione ammissibile di base determinata.

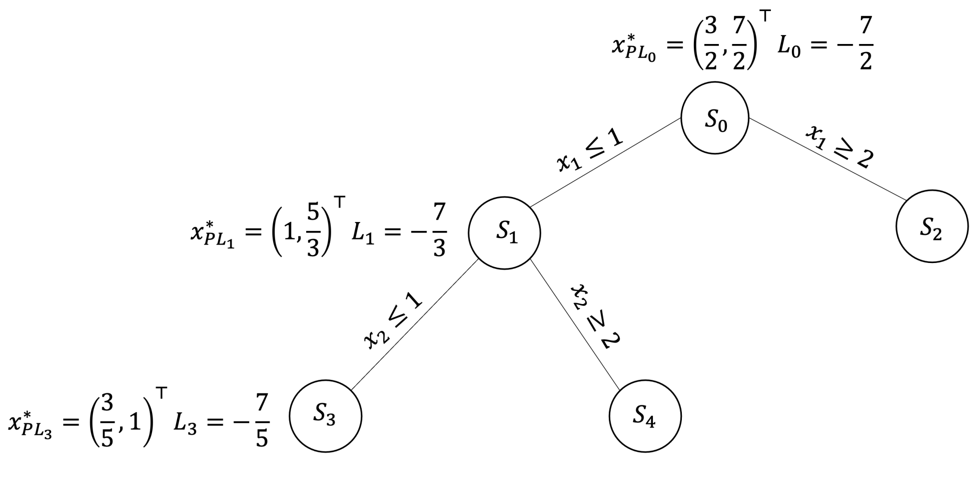
3. Considerato il seguente insieme di costi ridotti $\hat{c}_{36} = 4,\ \hat{c}_{41} = 1,\ \hat{c}_{43} = -2,\ \hat{c}_{65} = 7,\ \hat{c}_{72} = -1,\ \hat{c}_{75} = 1$ si esegua un'iterazione dell'Algoritmo del Simplesso su Rete e si calcoli il colsto della nuova soluzione.

Esercizio 4

Al problema di PLI $\mathcal{P}$

$$\begin{array}{rrcrcl} \min & x_1 & - & 2x_2 & & \\ & 2x_1 & + & 4x_2 & \leq & 13 \\ & 5x_1 & - & 3x_2 & \geq & 0 \\ & x_1 & , & x_2 & \in & \mathbb{Z}_+ \end{array}$$

è stato parzialmente applicato l'algoritmo Branch-and-Bound, con visita in profondità, i cui risultati sono riportati nella figura seguente



Completare la risoluzione di $\mathcal{P}$ procedendo sempre con la visita in profondità.