

Prova scritta – 5 novembre 2021

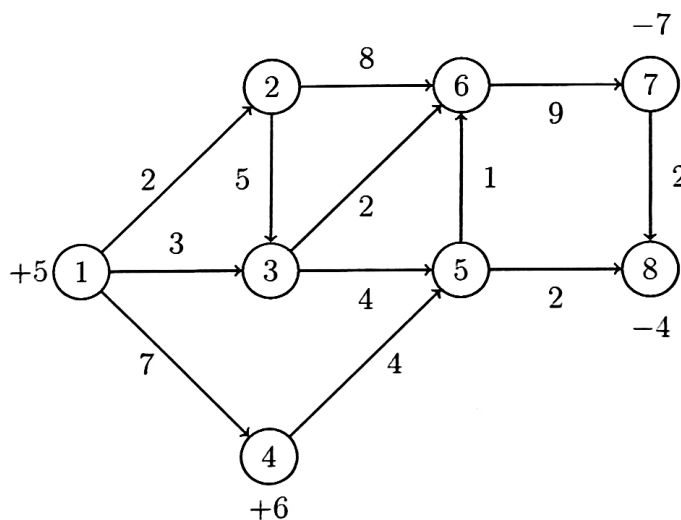
Durata della prova: 2 ore

**Esercizio 1** È dato il seguente problema di programmazione lineare

$$(P) \begin{cases} \min & 7x_1 + 2x_2 - 5x_3 - x_4 \\ & 4x_1 + 3x_2 + \phantom{-5x_3} + 2x_4 \geq 2 \\ & -5x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 \leq 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

1. Si determini una soluzione ammissibile di base  $x^{(0)}$  applicando la prima fase dell'algoritmo del simplesso.
2. A partire da  $x^{(0)}$  si esegua un'iterazione della seconda fase dell'algoritmo del simplesso e si determini se la nuova soluzione ammissibile di base è ottima.
3. Si costruisca il problema  $(D)$  duale di  $(P)$  e lo si risolva per via grafica. Si può affermare che il problema  $(P)$  ammette ottimo finito?

**Esercizio 2** Si consideri il problema di flusso di costo minimo relativo alla rete riportata in figura, in cui le etichette sugli archi rappresentano i costi unitari di flusso e le etichette sui nodi la loro divergenza.



1. Si identifichi quale tra i due insiemi di archi

$$A^{(1)} = \{(1, 2), (1, 4), (2, 3), (4, 5), (5, 6), (5, 8), (6, 7)\}$$

$$A^{(2)} = \{(1, 2), (1, 4), (2, 6), (4, 5), (5, 6), (5, 8), (6, 7)\}$$

rappresenta una base ammissibile per il problema di flusso e lo si identifichi con  $T^{(0)}$ .

2. Si identifichi il flusso  $f^{(0)}$  associato a  $T^{(0)}$ , e se ne calcoli il costo.
3. Si esegua un'iterazione dell'algoritmo del simplesso su rete a partire dalla soluzione  $f^{(0)}$ , determinando una nuova distribuzione di flusso  $f^{(1)}$  e se ne calcoli il costo.

**Esercizio 3** È dato il seguente problema ( $PLI$ ) di programmazione lineare intera

$$(PLI) \left\{ \begin{array}{ll} \max & -x_1 + 2x_2 \\ & 3x_1 - 2x_2 \geq 6 \\ & x_1 \leq 5 \\ & x_1 \geq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

1. Si risolva il problema applicando il metodo Branch-and-Bound.