Sistemi lineari

Di Ciarlo Michele (S5337477) e Giampietro Andrea (S5208458)

# Esercizio 1

La matrice tridiagonale è stata generata dalla matricola di Andrea Giampietro (5208458), quindi  
d0 = 8 e d1 = 5.

Immagine che contiene testo, schermata, Carattere, design

Descrizione generata automaticamenteImmagine che contiene testo, schermata, Carattere, design

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene schermata, modello, testo, tessuto

Descrizione generata automaticamente

# Esercizio 2

Dopo aver calcolato il vettore b, è stato risolto il sistema *Ax = b* tramite eliminazione Gaussiana e pivoting parziale. Sono stati eseguiti anche i calcoli senza considerare il pivoting parziale per poter confrontare i risultati.

Immagine che contiene testo, schermata, Carattere

Descrizione generata automaticamente

Il pivoting parziale consiste nell’eseguire una permutazione delle righe della matrice prima di calcolare i moltiplicatori. Scambiamo la riga k con la riga h (con h = k+1 ,.. ,n). La caratteristica principale della nuova riga è che l'elemento pivot avrà un modulo maggiore o uguale rispetto agli altri elementi nella stessa colonna sotto la diagonale. Questa strategia ci consente di mantenere sotto controllo il valore assoluto dei moltiplicatori, garantendo che |mi,k| ≤ 1 e quindi aumentando la stabilità dell'algoritmo dell'eliminazione gaussiana, anche se ci sono eccezioni.

Notiamo come per le matrici A e B sia verificata la correttezza dell’algoritmo: infatti il vettore x ottenuto è uguale alla soluzione nota x’, principalmente grazie alle ridotte dimensioni delle matrici. Anche nella matrice T si può notare la correttezza dell’algoritmo e possiamo notare che, nonostante le dimensioni, i risultati con e senza pivoting parziale coincidano: ciò dipende dalla natura della matrice, dato che ha già l’elemento maggiore sulla diagonale rende ininfluente l’applicazione dell’ottimizzazione.  
D'altra parte, per la matrice di Pascal P, il vettore x ottenuto dalla risoluzione del sistema lineare è molto diverso dalla soluzione attesa x'. Questo problema è dovuto al fatto che si effettuano operazioni tra numeri non multipli tra loro, generando risultati intermedi con molte cifre decimali che non vengono memorizzate correttamente nella precisione singola, causando cancellazioni. Notiamo quindi come, in questo caso, l’algoritmo senza pivoting parziale risulti più affidabile.

# Esercizio 3

Immagine che contiene testo, schermata, Carattere

Descrizione generata automaticamente

Notiamo come sul vettore b in A, B e T non si riscontrino particolari alterazioni dovute alla perturbazione (rispettivamente ± 0.14, ± 0.08 e ± 0.04). Il vettore b in P, invece, sembra venire particolarmente alterato: otteniamo infatti valori ben lontani da b non perturbato.

Adesso osserviamo i risultati ottenuti risolvendo Ax = b + 𝛿b tramite l’algoritmo di eliminazione Gaussiana considerando il pivoting parziale.

Immagine che contiene testo, schermata, Carattere

Descrizione generata automaticamente

Appare evidente come per le matrici A, B e T il vettore ottenuto sia poco distante rispetto al vettore noto x’ (ciò è dovuto ad una perturbazione che altera di poco il vettore b originale, propagando un errore relativamente lieve).   
Non è lo stesso per quanto riguarda la matrice P: abbiamo infatti visto precedentemente come il vettore b venga pesantemente alterato e ciò non può solo che portare ad un ulteriore allontanamento dalla soluzione attesa, indipendentemente dalla precisione dell’algoritmo utilizzato. Abbiamo infatti sperimentato come l’algoritmo senza pivoting parziale non sia sufficiente a “salvare” i risultati.