

Esercitazione N.

Gruppo AA

Luca Ciambriello, Gianfranco Cordella, Leonardo Bertini

14 Febbraio 2017

1 Scopo e strumentazione

L'esperienza, divisa in due parti, è volta dapprima alla misura della lunghezza d'onda della riga gialla del sodio, a partire dall'angolo di diffrazione, quindi viene stimata la costante di Rydberg a partire dalle lunghezze d'onda delle righe dell'idrogeno.

La strumentazione include:

- Uno spettroscopio a prisma (utilizzato nella prima parte), la cui struttura è mostrata in figura (1), dotato di un goniometro con risoluzione di 1' di grado.
- Uno spettroscopio a reticolo di diffrazione (figura (2), utilizzato nella seconda parte), il cui goniometro a risoluzione di 0.5' di grado.
- Una lampada al cadmio, una lampada al mercurio, una all'idrogeno ed una al sodio.

2 Misura della lunghezza d'onda della riga gialla del sodio

2.1 Calibrazione dello strumento con la lampada al cadmio

Abbiamo posto la lampada al cadmio nella posizione indicata in figura (1), in modo tale che la luce investisse completamente la fenditura. Lo spessore della fenditura è stato scelto in modo tale da non essere eccessivo e quindi compromettere la qualità della misura, ed al contempo troppo ridotto da impedire la visualizzazione di alcune bande.

Si è rimosso quindi il prisma e si sono allineati i due telescopi, ricercando la fenditura e centrandola con il telescopio mobile. Leggendo il goniometro abbiamo così potuto determinare un angolo di riferimento. La misura dell'angolo in generale è affetta da tre tipi di errore: il primo è casuale, dovuto al posizionamento del telescopio, il secondo strumentale dovuto alla risoluzione del goniometro, il terzo dovuto alla larghezza della banda di luce visualizzata.

Per stimare il primo tipo di errore ciascuna misura di angolo è stata effettuata indipendentemente dai componenti del gruppo e ne è stata trovata la dispersione. Per il secondo tipo di incertezza si è considerata la risoluzione di un primo di grado. Per il terzo si è valutata metà larghezza della banda. E' stata effettuata la misura dell'angolo di riferimento e si è ottenuto: $\theta_0 = 203.067 \pm 0.03$ gradi. L'errore attribuito in questo caso è dovuto solamente alla larghezza della banda. Tuttavia nel seguito gli errori sono stati attribuiti in maniera differente. Ognuno dei componenti del gruppo ha individuato il centro della banda (che ha uno spessore di circa 2') ed ha effettuato la propria misura. Si è considerata come misura dell'angolo la media delle tre misure; si è inoltre ritenuto opportuno attribuire come errore della misura solo la dispersione delle tre misure e non la risoluzione dello strumento e la larghezza della banda (che non danno informazioni sul centro della banda)

Ricollocato il prisma nella sua posizione originaria, abbiamo dunque ruotato lo stesso in modo da formare un angolo di almeno 60 gradi con la normale. Ruotando il telescopio e il prisma abbiamo raggiunto la posizione di minima deviazione per la riga verde. La posizione del prisma non è più stata variata in seguito. Abbiamo così misurato gli angoli per le righe di emissione blu, azzurra, verde e

rossa (tabella (1)). Si è svolto così un fit lineare al modello $y = mx + q$ a due parametri, che dà i seguenti risultati riportati anche in figura (3):

- $m_{fit} = -3195 \pm 40 \text{ nm}^{-1}$
- $q_{fit} = 160.83 \pm 0.07 \text{ gradi}$
- covarianza normalizzata = -0.99
- $\chi^2/ndof = 3.15/2$
- probabilità associata = 0.21

λ [1/nm]	θ [gradi]	$\Delta\theta$ [gradi]
508.6	154.62	0.07
643.8	155.87	0.02
467.8	153.99	0.02
480.0	154.22	0.03

Table 1: lunghezza d'onda nominale e rispettivo angolo di rifrazione misurato.

Dal valore del χ^2 possiamo affermare che l'andamento lineare è compatibile con i nostri dati.

Nel fit non è stato utilizzato l'angolo θ_0 . In questo modo gli angoli non sono quelli rispetto alla posizione di allineamento, tuttavia la calibrazione può essere effettuata comunque perché l'eventuale offset viene inglobato nella stima del termine noto fatta col fit. La conoscenza dei valori nominali delle lunghezze d'onda ha un errore associato sufficientemente piccolo da poter essere trascurato nel fit.

2.2 Misura con la lampada al sodio

Sostituita la lampada al cadmio con la lampada al sodio, abbiamo misurato l'angolo a cui si è osservata la banda gialla, pari a $\theta_s = 155.49 \pm 0.03$ gradi. L'errore è stato valutato attraverso la dispersione su 5 misure effettuate dai componenti del gruppo. Utilizzando la dipendenza lineare con i parametri determinati nella sezione precedente, abbiamo così potuto calcolare il valore della lunghezza d'onda della riga gialla del sodio $\lambda = 598 \pm 3 \text{ nm}$. L'errore è stato attribuito a partire da quelli sui parametri di fit e dalla loro covarianza.

3 Misura della costante di Rydberg

3.1 Misura del passo reticolare

Si è utilizzato lo strumento nella configurazione in figura (2), con la lampada al mercurio in ingresso. Dapprima sono state regolate le messe a fuoco dei due telescopi in modo tale da osservare un'immagine nitida. E' stato regolato lo spessore della fenditura in modo tale da non essere troppo spessa aumentando l'incertezza nè troppo piccolo compromettendo la visualizzazione di alcune bande. Si è dunque misurato l'angolo di riferimento corrispondente ai due telescopi allineati sull'asse ottico.

In seguito sono stati misurati gli angoli α_0 e α_d di deflessione rispetto all'asse ottico rispettivamente del fascio riflesso e del fascio relativo al primo ordine di diffrazione relativo alla banda verde del mercurio. Ne sono stati dunque ricavati gli angoli di incidenza θ_i e quello di diffrazione θ_d , entrambi rispetto alla normale del reticolo, tramite le relazioni:

$$\theta_i = \frac{\pi - \alpha_0}{2} \quad (1)$$

$$\theta_d = \pi - \theta_i - \alpha_d \quad (2)$$

Infine è stato possibile calcolare il passo reticolare dell'elemento diffrattore grazie alla relazione:

$$d = \frac{m\lambda}{\sin\theta_i - \sin\theta_d} \quad (3)$$

dove m è l'ordine di diffrazione. Nella misura è stata utilizzata la lunghezza d'onda nominale di 546.074 nm corrispondente al colore verde. E' stato scelto un angolo di incidenza ampio in modo tale da ridurre l'incertezza sui seni in (??)

I valori ottenuti per gli angoli sono riportati in tabella (2). Come nelle sezioni precedenti è stato

θ_i [gradi]	$\Delta\theta_i$ [gradi]	θ_d [gradi]	$\Delta\theta_d$ [gradi]
59.64	0.02	12.08	0.05

Table 2: angolo di riflessione θ_i e rifrazione θ_d del primo ordine(banda verde) per il mercurio.

determinato l'errore effettuando separatamente più misure di ciascun angolo e determinandone media e dispersione.

Dalla ?? si ottiene il valore $d=835 \pm 1$ nm. L'errore sul passo reticolare discende da quello sugli angoli trascurando invece quello sull'ultima cifra della lunghezza d'onda che risulta trascurabile.

3.2 Righe spettrali dell'idrogeno

Sostituendo alla lampada a mercurio la lampada a idrogeno, abbiamo misurato l'angolo di riflessione e gli angoli di diffrazione per le bande viola e azzurra (primi due ordini) e per le banda rossa (solo primo ordine). Noto il passo reticolare d e misurati gli angoli, abbiamo quindi calcolato la lunghezza d'onda λ invertendo la ?. I risultati sono riportati in tabella (4):

θ_d [gradi]	$\Delta\theta_d$ [gradi]	λ [nm]	$\Delta\lambda$ [nm]
20.01	0.05	435.0	0.9
19.8	0.05	437.9	0.9
16.20	0.05	487.8	0.9
4.28	0.05	658	1
69.99	0.05	435.5	0.5
77.35	0.05	487.6	0.5

Table 3: angolo di rifrazione e relativa lunghezza d'onda per la banda misurata.

Per alcune bande si è misurato sia il primo che il secondo ordine di diffrazione e i due valori ricavati per le lunghezze d'onda sono compatibili tra loro entro 1 sigma.

E' nota l'equazione di Rydberg:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad (4)$$

dove n_1 e n_2 sono due numeri quantici associati all'idrogeno ed R è la costante di Rydberg. Conoscendo preliminarmente l'ordine di grandezza della costante R si sono stimati i valori dei due numeri quantici per ciascuna lunghezza d'onda. E' stato eseguito un fit lineare numerico a due parametri $y=mx+q$, ottenendo:

- $m=1.0909 \pm 0.0047[10^7\text{m}]$
- $q= 40 \pm 90[\text{m}]$
- covarianza normalizzata = -0.99
- $\chi^2/ndof = 8.08/4$
- probabilità associata = 0.088

l'intercetta risulta compatibile con il valore nullo e m è il valore della costante di Rydberg che si voleva misurare.

3.3 Misura doppietto giallo del sodio

Si è sostituita la lampada ad idrogeno con quella a sodio. Lo scopo è misurare la lunghezza d'onda del doppietto giallo e confrontarla con ricavata usando il prisma. Utilizzando la ?? si è ottenuto:

θ_d [gradi]	$\Delta\theta_d$ [gradi]	λ [nm]	$\Delta\lambda$ [nm]
9.08	0.05	588.9	1.0
9.02	0.02	589.9	0.8

Table 4: ogni riga riporta ii valori relativi ad una singola banda del doppietto.

4 Grafici ed immagini

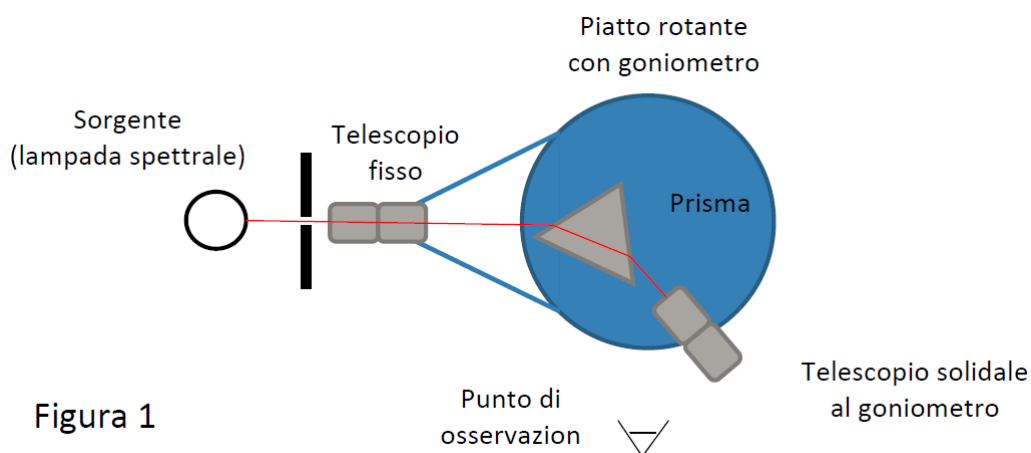


Figura 1

Figure 1: spettroscopio a prisma usato nella prima parte dell'esperienza

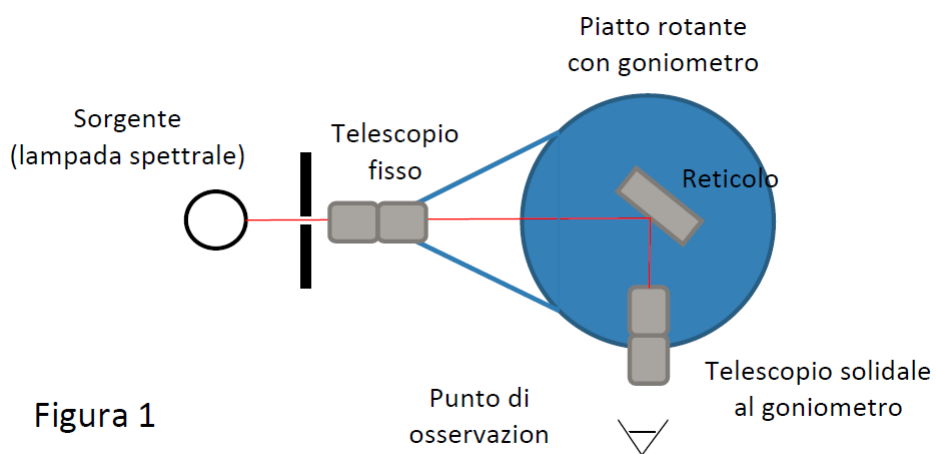


Figura 1

Figure 2: spettroscopio a reticolo usato nella seconda parte dell'esperienza

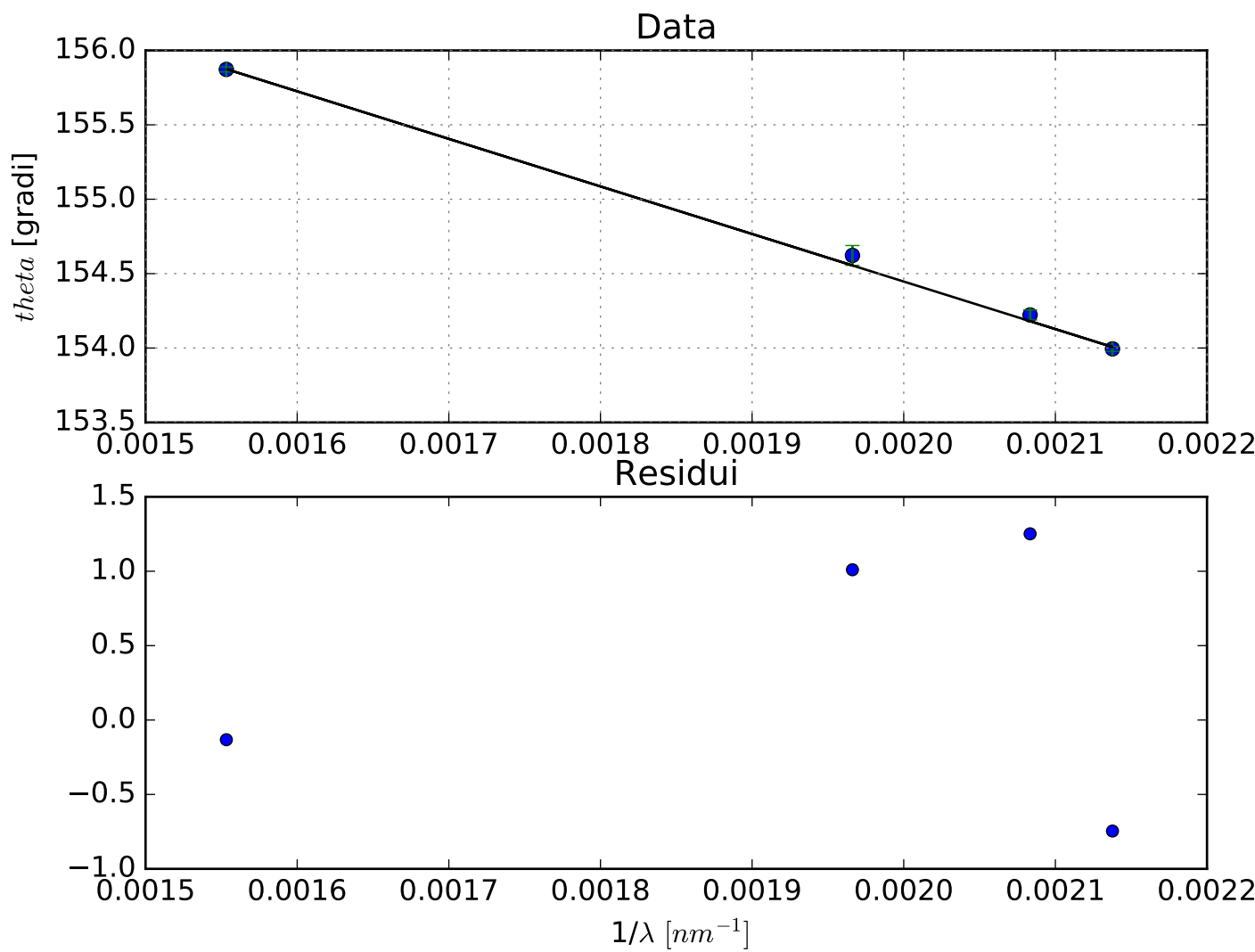


Figure 3: calibrazione dello spettroscopio utilizzando la lampada a cadmio.

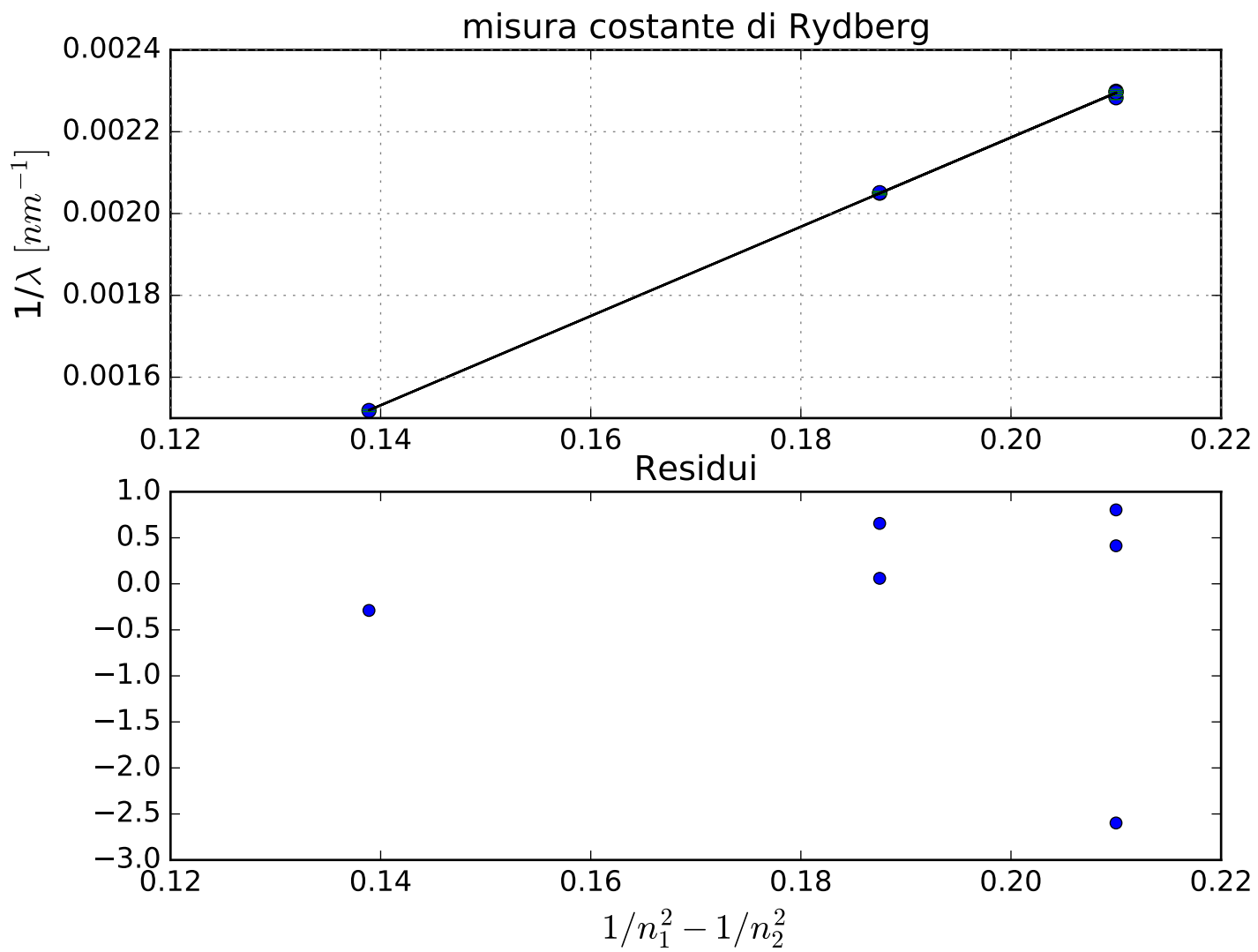


Figure 4: misura della costante di rydberg