

Ottica 1

Gruppo AA

Luca Ciambriello, Gianfranco Cordella, Leonardo Bertini

14 Febbraio 2017

1 Scopo e strumentazione

L'esperienza, divisa in due parti, è volta dapprima alla misura della lunghezza d'onda della riga gialla del sodio, a partire dall'angolo di diffrazione; la seconda prevede la stima della costante di Rydberg a partire dalle lunghezze d'onda delle righe dell'idrogeno.

La strumentazione include:

- Uno spettroscopio a prisma (utilizzato nella prima parte), la cui struttura è mostrata in figura (1), dotato di un goniometro con risoluzione di 1' di grado.
- Uno spettroscopio a reticolo di diffrazione (figura (2), utilizzato nella seconda parte), il cui goniometro ha risoluzione di 0.5' di grado.
- Una lampada al cadmio, una lampada al mercurio, una all'idrogeno ed una al sodio.

2 Misura della lunghezza d'onda della riga gialla del sodio

2.1 Calibrazione dello strumento con la lampada al cadmio

Abbiamo posto la lampada al cadmio nella posizione indicata in figura (1), in modo tale che la luce investisse completamente la fenditura. Lo spessore della fenditura è stato scelto in modo tale da non essere eccessivo e quindi compromettere la qualità della misura, ed al contempo non troppo ridotto da impedire la visualizzazione di alcune bande.

Si è rimosso quindi il prisma e si sono allineati i due telescopi, ricercando la fenditura e centrandola con il telescopio mobile. Leggendo il goniometro abbiamo così potuto determinare un angolo di riferimento. La misura dell'angolo in generale è affetta da tre tipi di errore: il primo è casuale, dovuto al posizionamento del telescopio, il secondo strumentale dovuto alla risoluzione del goniometro, il terzo dovuto alla larghezza della banda di luce visualizzata.

Per stimare il primo tipo di errore ciascuna misura di angolo è stata effettuata indipendentemente dai componenti del gruppo e ne è stata trovata la semidispersione. Per il secondo tipo di incertezza si è considerata la risoluzione di un primo di grado. Per il terzo si è valutata metà larghezza della banda. È stata effettuata la misura dell'angolo di riferimento e si è ottenuto: $\theta_0 = 203.70 \pm 0.06$ gradi. L'errore attribuito in questo caso è dovuto solamente alla larghezza della banda. Tuttavia nel seguito gli errori sono stati attribuiti in maniera differente. Ognuno dei componenti del gruppo ha individuato il centro della banda (che ha uno spessore di circa 2') ed ha effettuato la propria misura. Si è considerata come misura dell'angolo la media delle tre misure; si è inoltre ritenuto opportuno attribuire come errore solo la semidispersione delle tre misure e non la risoluzione dello strumento e la larghezza della banda (che non danno informazioni sul centro della banda)

Ricollocato il prisma nella sua posizione originaria, abbiamo dunque ruotato lo stesso in modo da formare un angolo di almeno 60 gradi con la normale. Ruotando il telescopio e il prisma abbiamo raggiunto la posizione di minima deviazione per la riga verde. La posizione del prisma non è più stata variata in seguito. Abbiamo così misurato gli angoli per le righe di emissione blu, azzurra, verde e

rossa (tabella (1)). Si è svolto così un fit lineare al modello $y = mx + q$ a due parametri, che dà i seguenti risultati riportati anche in figura (3):

- $m_{fit} = -3169 \pm 84 \text{ nm}^{-1}$
- $q_{fit} = -42.9 \pm 0.02 \text{ gradi}$
- covarianza normalizzata = -0.99
- $\chi^2/ndof = 2.12/2$
- probabilità associata = 0.34

λ [1/nm]	θ [gradi]	$\Delta\theta$ [gradi]
508.6	154.62	0.07
643.8	155.87	0.02
467.8	153.99	0.02
480.0	154.22	0.03

Table 1: lunghezza d'onda nominale e rispettivo angolo di rifrazione misurato.

Dal valore del χ^2 possiamo affermare che l'andamento lineare è compatibile con i nostri dati. La conoscenza dei valori nominali delle lunghezze d'onda ha un errore associato sufficientemente piccolo da poter essere trascurato nel fit.

2.2 Misura con la lampada al sodio

Sostituita la lampada al cadmio con la lampada al sodio, abbiamo misurato l'angolo a cui si è osservata la banda gialla, pari a $\theta_s = 155.49 \pm 0.03$ gradi. L'errore è stato valutato sommando in quadratura la semidispersione su 5 misure effettuate dai componenti del gruppo, la semilarghezza della banda e la risoluzione dello strumento. Utilizzando la dipendenza lineare con i parametri determinati nella sezione precedente, abbiamo così potuto calcolare il valore della lunghezza d'onda della riga gialla del sodio $\lambda = 597 \pm 6 \text{ nm}$. L'errore è stato attribuito a partire da quelli sui parametri di fit e dalla loro covarianza.

3 Misura della costante di Rydberg

3.1 Misura del passo reticolare

Si è utilizzato lo strumento nella configurazione in figura (2), con la lampada al mercurio in ingresso. Dapprima sono state regolate le messe a fuoco dei due telescopi in modo tale da osservare un'immagine nitida. E' stato regolato lo spessore della fenditura in modo tale da non essere troppo spessa, aumentando così l'incertezza, nè troppo piccola compromettendo la visualizzazione di alcune bande. Si è dunque misurato l'angolo di riferimento corrispondente ai due telescopi allineati sull'asse ottico. In seguito sono stati misurati gli angoli α_0 e α_d di deflessione rispetto all'asse ottico rispettivamente del fascio riflesso e del fascio relativo al primo ordine di diffrazione della banda verde del mercurio. Ne sono stati dunque ricavati gli angoli di incidenza θ_i e quello di diffrazione θ_d , entrambi rispetto alla normale del reticolo, tramite le relazioni:

$$\theta_i = \frac{\pi - \alpha_0}{2} \quad (1)$$

$$\theta_d = \pi - \theta_i - \alpha_d \quad (2)$$

Infine è stato possibile calcolare il passo reticolare dell'elemento diffrattore grazie alla relazione:

$$d = \frac{m\lambda}{\sin\theta_i - \sin\theta_d} \quad (3)$$

dove m è l'ordine di diffrazione. Nella misura è stata utilizzata la lunghezza d'onda nominale di 546.074nm corrispondente al colore verde. E' stato scelto un angolo di incidenza ampio in modo tale da ridurre l'incertezza sui seni in 3

I valori ottenuti per gli angoli sono riportati in tabella (2). Come nelle sezioni precedenti è stato

θ_i [gradi]	$\Delta\theta_i$ [gradi]	θ_d [gradi]	$\Delta\theta_d$ [gradi]
59.64	0.02	12.08	0.05

Table 2: angolo di riflessione θ_i e rifrazione θ_d del primo ordine(banda verde) per il mercurio.

determinato l'errore effettuando separatamente più misure di ciascun angolo e determinandone media e semidispersione.

Dalla 3 si ottiene il valore $d=835 \pm 1$ nm. L'errore sul passo reticolare discende da quello sugli angoli trascurando invece quello sull'ultima cifra della lunghezza d'onda che risulta trascurabile.

3.2 Righe spettrali dell'idrogeno

Sostituendo alla lampada a mercurio la lampada a idrogeno, abbiamo misurato l'angolo di riflessione e gli angoli di diffrazione per le bande viola e azzurra (primi due ordini) e per le bande verde e rossa (solo primo ordine). Qualora vi fosse più di una banda dello stesso colore, abbiamo misurato l'angolo per la più evidente. Noto il passo reticolare d e misurati gli angoli, abbiamo quindi calcolato la lunghezza d'onda λ invertendo la 3. I risultati sono riportati in tabella (3).

θ_d [gradi]	$\Delta\theta_d$ [gradi]	λ [nm]	$\Delta\lambda$ [nm]
20.01	0.05	435.0	0.9
19.8	0.05	437.9	0.9
16.20	0.05	487.8	0.9
4.28	0.05	658	1
69.99	0.05	435.5	0.5
77.35	0.05	487.6	0.5

Table 3: angolo di rifrazione e relativa lunghezza d'onda per la banda misurata.

Per alcune bande si è misurato sia il primo che il secondo ordine di diffrazione e i due valori ricavati per le lunghezze d'onda sono compatibili tra loro entro 1σ . Avendo due misure della stessa banda di emissione si è dunque presa come misura della lunghezza d'onda la media delle due.

E' nota l'equazione di Rydberg:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (4)$$

dove n_1 e n_2 sono due numeri quantici associati all'idrogeno ed R è la costante di Rydberg. Conoscendo preliminarmente l'ordine di grandezza della costante R si sono stimati i valori dei due numeri quantici per ciascuna lunghezza d'onda. E' stato eseguito un fit lineare numerico a due parametri al modello $y=mx+q$, ottenendo (figura (4)):

- $m=1.051 \pm 0.005[10^7 m^{-1}]$
- $q= 40 \pm 10[10^4 m^{-1}]$
- covarianza normalizzata = -0.99
- $\chi^2/ndof = 2100/3$

l'intercetta non risulta compatibile con il valore nullo.

Si nota dal grafico in (figura (4)) che la misura associata alla riga verde si discosta molto ($\approx 40\sigma$) dall'andamento lineare. Rimuovendo questa misura dal fit numerico (figura (5)) si ottiene un nuovo valore per la costante di Rydberg:

- $m = 1.089 \pm 0.005 [10^7 \text{m}^{-1}]$
- $q = 7 \pm 10 [m^{-1}]$
- covarianza normalizzata = -0.99
- $\chi^2/ndof = 6.7/2$
- probabilità associata = 0.04

l'intercetta risulta compatibile con il valore nullo e m è il valore della costante di Rydberg che si voleva misurare.

4 Doppietto giallo del sodio e precisione dello strumento

Allo stesso apparato di misura è stata sostituita la lampada all'idrogeno con quella al sodio. Nella prima sezione si era determinata la lunghezza d'onda dello spettro di emissione tramite uno spettroscopio a rifrazione. Utilizzando lo spettroscopio a diffrazione si può osservare, corrispondentemente alla stessa lunghezza d'onda, un doppietto. Lo scopo è misurare la lunghezza d'onda del doppietto giallo e confrontarla con quella ricavata usando il prisma. E' stata effettuata (allo stesso modo delle sezioni precedenti) la misura dei due angoli corrispondenti alle due diverse bande. Utilizzando la 3 si è ottenuto:

θ_d [gradi]	$\Delta\theta_d$ [gradi]	λ [nm]	$\Delta\lambda$ [nm]
9.08	0.05	588.9	1.0
9.02	0.02	589.9	0.8

Table 4: ogni riga riporta ii valori relativi ad una singola banda del doppietto.

La distanza nominale tra le due lunghezze d'onda è $\delta\lambda = 0.6 \text{ nm}$.

Essendo la risoluzione dello strumento pari a 0.5 primi si distinguono 8 intervalli di risoluzione. Da cui la risoluzione delle lunghezze d'onda è dell'ordine di $\delta\lambda/8 \approx 0.08 \text{ nm}$.

Questo valore ottenuto è una stima della risoluzione dello strumento. Si può notare che in tutte le misure è dominante (circa un ordine di grandezza più grande) l'errore statistico dovuto al posizionamento del telescopio mobile, stimato facendo la dispersione di tre misure effettuate indipendentemente. Proprio per questo motivo la stessa stima della precisione, ottenuta da misure di angoli) ha una tolleranza che è dell'ordine del 30 %.

5 conclusioni

Lo spettroscopio a rifrazione ha consentito una misura della lunghezza d'onda del doppietto di emissione del sodio, all' 1 %. Questa precisione non ha consentito di distinguere le due bande del doppietto. E' stato analizzato lo spettroscopio a reticolo di diffrazione ed è stata valutata la sua precisione. E' stata effettuata anche con spettroscopio a reticolo la misura della lunghezza d'onda di emissione del sodio, distinguendo le due bande del doppietto. Sono entrambe in accordo entro 2σ con la misura effettuata con spettroscopio a diffrazione.

E' stato osservato lo spettro di emissione della lampada ad idrogeno. Sono state determinate le lunghezze d'onda di emissione allo 0.2%. Ciò che ci si aspetta per l'idrogeno è che per ogni coppia di numeri quantici esista una frequenza di emissione secondo l'equazione di Rydberg. Ciò non si osserva nei dati: compaiono doppietti a cui non si possono associare due diverse coppie di numeri quantici, la banda del verde è completamente fuori dall'andamento lineare.

Ciò è dovuto al fatto che l'equazione di Rydberg è valida per singoli atomi di idrogeno non interagenti tra loro (esempio gas monoatomico rarefatto) e non per molecole biatomiche e non rarefatte come nel caso della lampada.

Dalle misure delle lunghezze d'onda si può osservare che l'andamento lineare dell'equazione di Rydberg è qualitativamente rispettato a parte per la banda del verde. Si suppone che la comparsa dei doppietti misurati sia dovuta a piccole perturbazioni delle bande di emissione rispetto a quelle ideali in cui l'equazione è valida. Per la banda verde invece si suppone che questa sia dovuta ad una perturbazione significativa. In effetti escludendo quest'ultima lunghezza d'onda si ottiene un valore per la costante di Rydberg compatibile con quello nominale entro 2σ . Tutte le misure tramite reticolo di diffrazione di angoli effettuate sono affette principalmente da errore statistico dovute al posizionamento manuale del telescopio mobile. Questo tipo di errore sovrasta la risoluzione dello strumento.

6 Grafici ed immagini

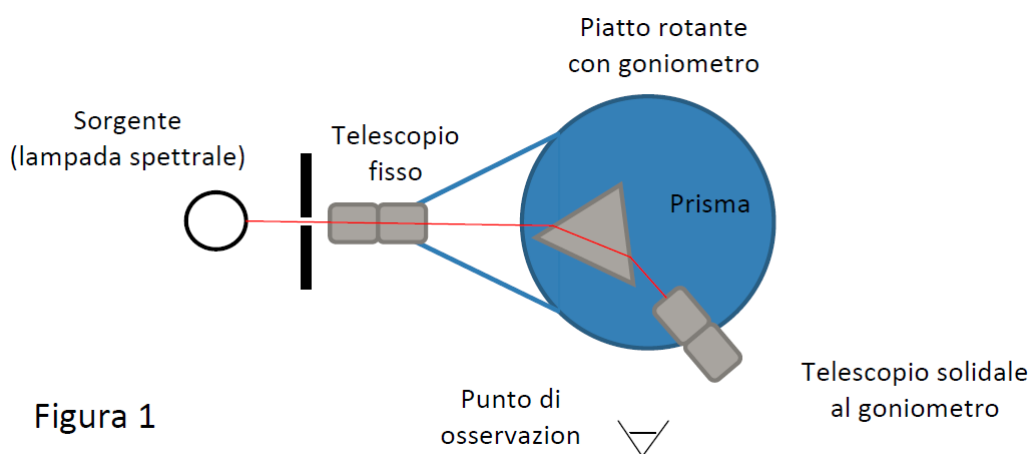


Figure 1: spettroscopio a prisma usato nella prima parte dell'esperienza

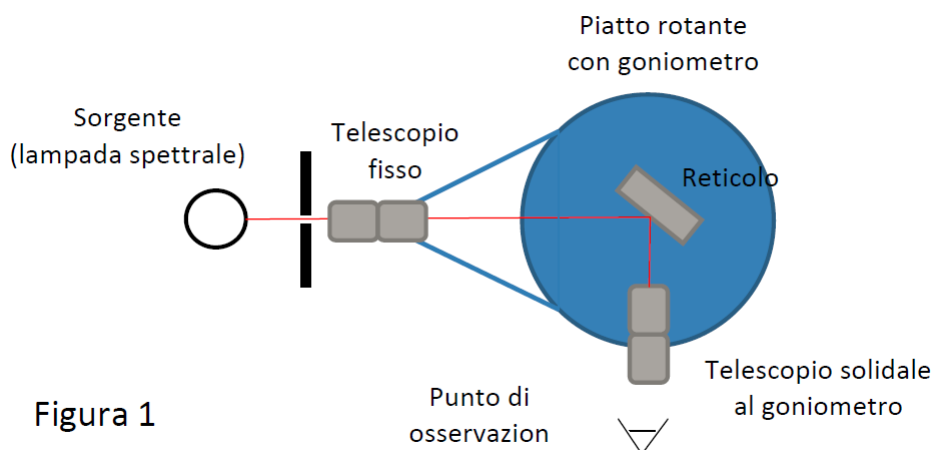


Figure 2: spettroscopio a reticolo usato nella seconda parte dell'esperienza

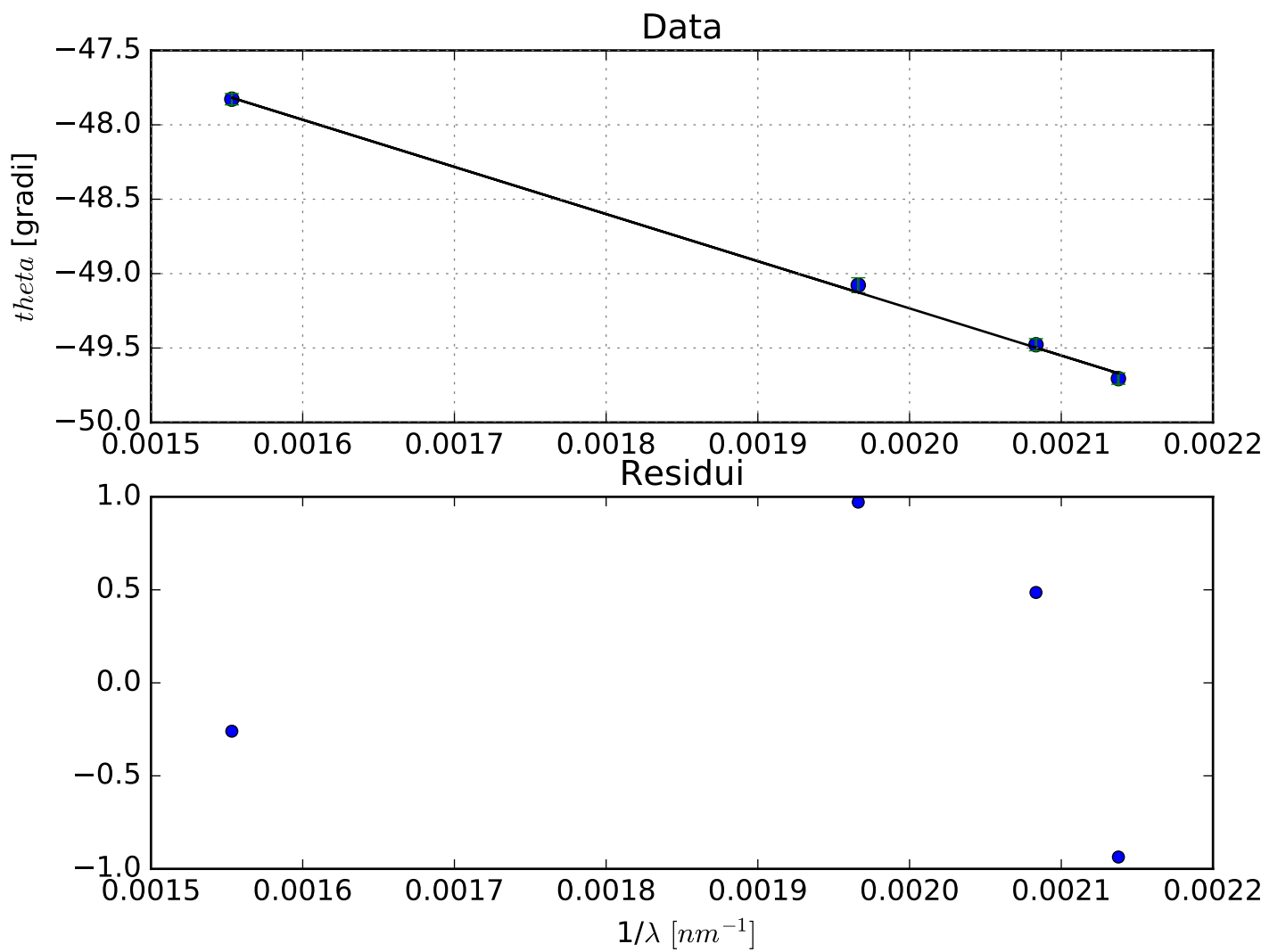


Figure 3: calibrazione dello spettroscopio utilizzando la lampada a cadmio.

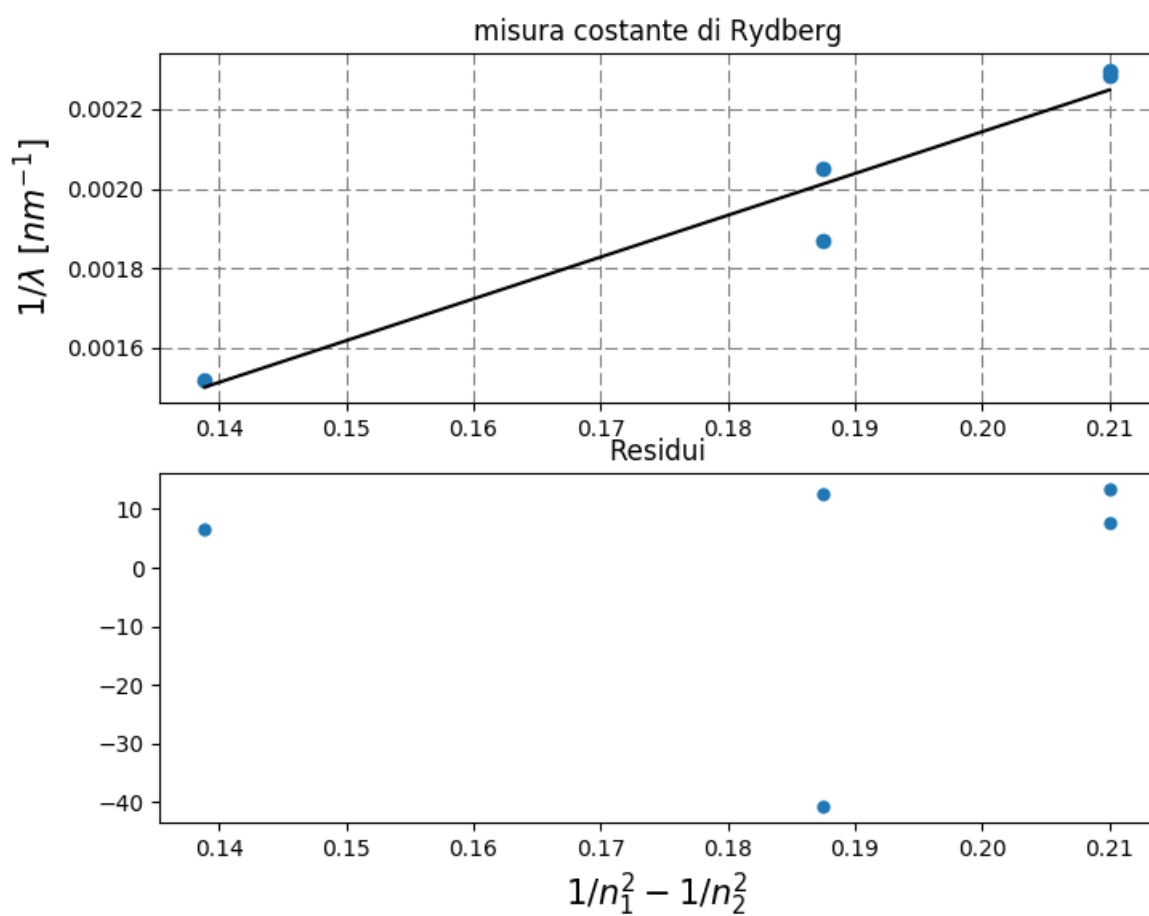


Figure 4: misura della costante di rydberg

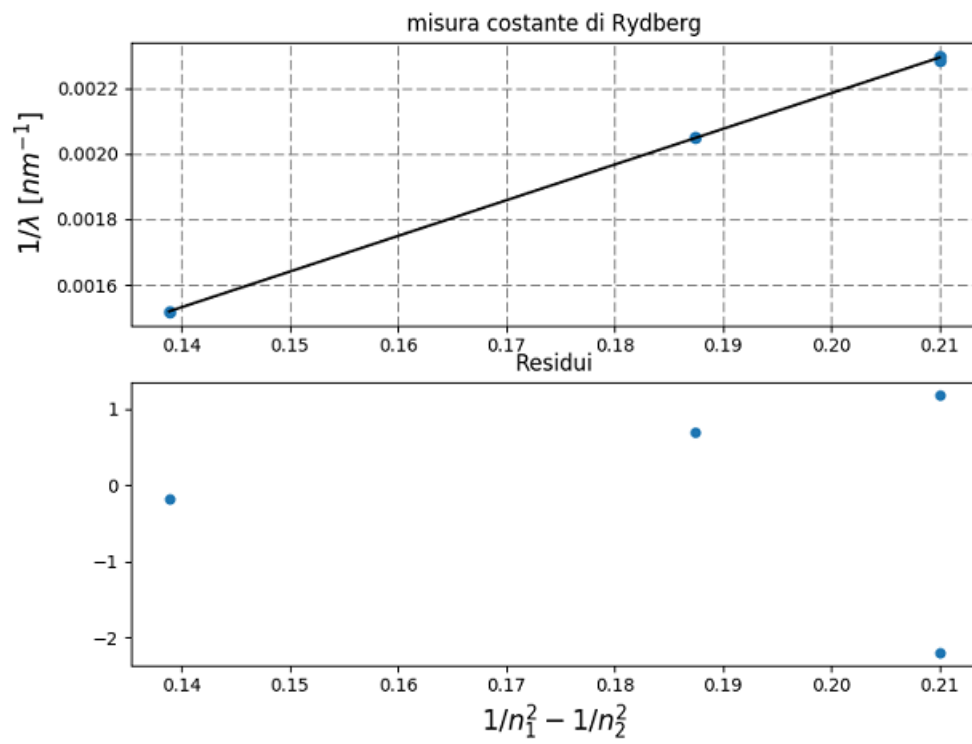


Figure 5: misura della costante di rydberg escludendo la banda verde