# TỔNG LIÊN ĐOÀN LAO ĐỘNG VIỆT NAM TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÔN ĐỨC THẮNG KHOA CỐNG NGHỆ THỐNG TIN



## BÀI BÁO CÁO CUỐI KÌ MÔN CẤU TRÚC RỜI RẠC HỌC KỲ 1 NĂM HỌC 2021-2022

Người hướng dẫn: GV NGUYỄN THỊ HUỲNH TRÂM

Người thực hiện: Nguyễn Thị Hương Giang

MSSV: C1900103

Lóp : 19050402

Khoá : 23

THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH, NĂM 2022

# TỔNG LIÊN ĐOÀN LAO ĐỘNG VIỆT NAM TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÔN ĐỨC THẮNG KHOA CỐNG NGHỆ THỐNG TIN



## BÀI BÁO CÁO CUỐI KÌ MÔN CẤU TRÚC RỜI RẠC HỌC KỲ 1 NĂM HỌC 2021-2022

Người hướng dẫn: GV NGUYỄN THỊ HUỲNH TRÂM

Người thực hiện: Nguyễn Thị Hương Giang

MSSV: C1900103

Lóp : 19050402

Khoá : 23

THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH, NĂM 2022

#### LÒI CẨM ƠN

Trong thời gian học tập trực tuyến học kì 1 năm học 2021-2022, em được sự dẫn dắt tận tình trong quá trình học tập trực tuyến của cô Nguyễn Thị Huỳnh Trâm, em xin chân thành cảm ơn cô đã tận tình giảng dạy để hôm nay em có được thêm kiến thức môn học cũng như kinh nghiệm trong cuộc sống. Do kiến thức còn hạn hẹp nên không tránh khỏi những thiếu sót trong cách hiểu, lỗi trình bày. Em rất mong nhận được sự đóng góp ý kiến của cô để bài cuối kỳ có được kết quả tốt nhất.

Một lần nữa em xin chân thành cảm ơn cô và chúc cô có một năm mới thật vui vẻ, hạnh phúc, xinh đẹp và thành công trong sự nghiệp.

TP. Hồ Chí Minh, ngày 08 tháng 01 năm 2022 Tác giả (Ký tên và ghi rõ họ tên)

Nguyễn Thị Hương Giang

a Hus Graz &

## BÁO CÁO ĐƯỢC HOÀN THÀNH TẠI TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÔN ĐỨC THẮNG

Tôi xin cam đoan đây là bản báo cáo của riêng tôi và được sự hướng dẫn của Cô Nguyễn Thị Huỳnh Trâm. Các nội dung nghiên cứu, kết quả trong bài báo cáo này là trung thực và chưa công bố dưới bất kỳ hình thức nào trước đây. Những số liệu trong các bảng biểu phục vụ cho việc phân tích, nhận xét, đánh giá được chính tác giả thu thập từ các nguồn khác nhau có ghi rõ trong phần tài liệu tham khảo.

Nếu phát hiện có bất kỳ sự gian lận nào tôi xin hoàn toàn chịu trách nhiệm về nội dung đồ án của mình. Trường đại học Tôn Đức Thắng không liên quan đến những vi phạm tác quyền, bản quyền do tôi gây ra trong quá trình thực hiện (nếu có).

TP. Hồ Chí Minh, ngày 08 tháng 01 năm 2022

Tác giả

(ký tên và ghi rõ họ tên)

& Hungar

Nguyễn Thị Hương Giang

## MŲC LŲC

MỤC LỤC	1
CHƯƠNG 1 – MỞ ĐẦU	4
CHƯƠNG 2 – BÀI LÀM	4
Question 1: Euclid's algorithm and Bezout's identity	4
Question2 - Recurrence relation	6
Question 3: Set	6
Question 4 - Relations	7
Question 5: Multiplicative Inversion	8
Question 6: Kruskal's algorithm	9
Question 7 : Eulerian circuit	10
Question 8: Map coloring	19
CHƯƠNG 3 – TÀI LIỆU THAM KHẢO	22

#### CHƯƠNG 1 – MỞ ĐẦU

- 1. Euclid's algorithm and Bezout's identity
- 2. Recurrence relation
- 3. Set
- 4. Relations
- 5. Multiplicative inversion
- 6. Kruskal's algorithm
- 7. Eulerian circuit
- 8. Map coloring

#### CHƯƠNG 2 – BÀI LÀM

#### Question 1: Euclid's algorithm and Bezout's identity

a. MSSV: C1900103

$$gcd(2021, 1000 + 103) = gcd(2021, 1103)$$

$$2021 = 1103 * 1 + 918 \leftarrow \gcd(1103, 918)$$

$$1103 = 918 * 1 + 185 \quad \leftarrow \gcd(918, 185)$$

$$918 = 185 * 4 + 178 \leftarrow \gcd(185, 178)$$

$$185 = 178 * 1 + 7 \qquad \leftarrow \gcd(178, 7)$$

$$178 = 7 * 25 + 3$$
  $\leftarrow$  gcd(7, 3)

$$7 = 3 * 2 + 1$$
  $\leftarrow \gcd(3, 1)$ 

$$3 = 3 * 1 + 0$$
  $-$  gcd $(3, 0)$ 

#### $V_{ay} \gcd(2021, 1095) = 1$

Tìm ước số chung lớn nhất của 2021 và 1103 lcm(2021, 1103)

Tích của 2 số nguyên a \* b = gcd(a, b) \* lcm(a, b)

$$<=> lcm(2021, 1103) = \frac{a*b}{gcd(a,b)} = \frac{2021*1103}{1} = 2229163$$

$$V_{\text{ay lcm}}(2021,1103) = 43*47*1103 = 2229163$$

$$2021x + 1103y = \gcd(2021,1103) = 1$$

Ta có : (theo thuật toán euclid mở rộng)

$$1 = 7 - 3*2$$

$$=7-(178-7*25)*2$$

$$=7-(178-(185-178)*25)*2$$

$$=7-(178-(185-(918-185*4))*25)*2$$

$$=7 - (178 - (185 - (918 - (1103 - 918)*4))*25)*2$$

$$=7 - (178 - (185 - (918 - (1103 - (2021 - 1103))*4))*25)*2$$

$$= 2021 * 787 + 1103 * (-1442)$$

Trong đó 
$$x = 787$$
,  $y = -1442$ 

Với 
$$k=1 \Rightarrow (787 + 1*1103, (-1442) - 1*2021) = (1890, -3463)$$

$$1 = 2021 * 1890 + 1103 * (-3463)$$

Với 
$$k=2 => (787 + 2*1103, (-1442) - 2*2021) = (2993, -5484)$$

$$1 = 2021 * 2993 + 1103 * (-5484)$$

Với k=3 => 
$$(787+3*1103, (-1442) - 3*2021) = (4096, -7505)$$

$$1 = 2021 * 4096 + 1103 * (-7505)$$

Với k=4 => 
$$(787 + 4*1103, (-1442) - 4*2021) = (5199, -9526)$$

$$1 = 2021 * 5199 + 1103 * (-9526)$$

Với 
$$k=5 = > (787 + 5*1103, (-1442) - 5*2021) = (6302, -11547)$$

$$1 = 2021 * 6302 + 1103 * (-11547)$$

#### **Question2 - Recurrence relation**

Giải bài toán hệ thức truy hồi  $a_n = 8_{n-1} - 15_{n-2}$  với  $a_0 = 5$ ,  $a_1 = 3$ 

Phương trình đặc trưng của hệ thức truy hồi là : $x^2 - 8x + 15 = 0$ 

Nghiệm của phương trình đặc trưng là:  $\begin{cases} r = 5 \\ s = 3 \end{cases}$ 

Khi đó 2 nghiệm này thỏa mãn phương trình nghiệm tổng quát là $F_n = a*5^n + b*3^n$ 

Với 
$$a_0 = 5 <=> F_0 = 5^0 * a + 3^0 * b = 5$$

$$a_1 = 3 <=> F_1 = 5^1 * a + 3^1 * b = 3$$

$$<=> \begin{cases} a + b = 5 \\ 5a + 3b = 3 \end{cases}$$

$$<=> \begin{cases} a = -6 \\ b = 11 \end{cases}$$

Kết quả:  $a_n = -6 * 5^n + 11 * 3^n$ 

#### **Question 3: Set**

a) Tên đầy đủ: Nguyễn Thị Hương Giang

$$\Gamma = \{A, E, G, H, I, N, O, T, U, Y\}.$$

b) 
$$\Gamma = \{A, E, G, H, I, N, O, T, U, Y\}$$
  
 $\Delta = \{A, C, D, G, H, N, O, T, U\}.$ 

Union of  $\Gamma$  and  $\Delta$ 

$$\Gamma \cup \Delta = \{A, C, D, E, G, H, I, N, O, T, U, Y\}$$

Intersect of  $\Gamma$  and  $\Delta$ 

$$\Gamma \cap \Delta = \{A, G, H, N, O, T, U\}$$

Non-symmetric difference of  $\Gamma$  and  $\Delta$ 

$$\Gamma \setminus \Delta = \{E, I, Y\}$$

$$\Delta \setminus \Gamma = \{C, D\}$$

symmetric difference of  $\Gamma$  and  $\Delta$ 

$$(\Gamma \setminus \Delta) \cup (\Delta \setminus \Gamma) = \{C, D, E, I, Y\}$$

#### **Question 4 - Relations**

 $\forall a, b \in N (aRb \leftrightarrow 3 | (a*b))$ 

R is reflexive: To show that R is reflexive, it is necessary to show that

For every  $a \in \mathbb{N}$ , aRa

By definition of R, this means that

For every  $a \in \mathbb{N}$ , 3|(a\*a)

Which is false because choose a = 1 so  $3 \nmid (1*1)$ .

#### Hence R is not reflexive.

R is symmetric: To show that R is symmetric, it is necessary to show that

For every  $a,b \in N$ , if a R b then b R a

By definition of R, this means that

For every  $a,b \in N$ , if 3|(a \* b) then 3|(b \* a)

which is true because a\*b = b\*a by the commutative law of multiplication

#### Hence R is symmetric.

R is transitive: For every a ,b,  $c \in N$ , if aRb and bRc then aRc

By definition of R, this means that

For every  $a,b,c \in \mathbb{N}$ , if 3|(a\*b) and 3|(b\*c) then 3|(a\*c)

Which is false because choose a = 1, b = 3,  $c = 2 \Rightarrow a*b = 3$ , b\*c = 6, a\*c = 2 then 3|(1\*3) and 3|(3\*2) but  $3 \nmid (1*2)$ .

#### Hence R is not transitive.

*R* is anti-symmetric: For R to be antisymmetric means that for all real numbers a and b, if aRb and bRa then a = b.

By definition of R, this means that for every  $a,b \in N$ , if 3|(a \* b) and 3|(b \* a) then a=b. The following counterexample shows that this is false. Because if a=3 and b=1 then 3|(3 \* 1) and 3|(1 \* 3) but  $3 \ne 1$ .

#### Since R is not transitive.

#### **Question 5: Multiplicative Inversion**

Định lý 8.4.1 (Epp): Tương đương Modulo

Cho a, b và n là số nguyên bất kỳ và giả sử n > 1.

Các phát biểu sau đây đều là tương đương:

- 1. n | (a b)
- 2.  $a \equiv b \pmod{n}$
- 3. a = b + kn với k là 1 số nguyên
- 4. a và b cùng có 1 số dư (không âm) khi chia cho n
- 5.  $a \mod n = b \mod n$
- a). Với mọi số nguyên a; n với n> 1:

Nếu gcd (a; n) = 1:

Sau đó theo B'ezout's Identity, tồn tại các số nguyên s, t sao cho as + nt = 1

Như vậy as = 1 - tn, theo đại số cơ bản.

Khi đó theo Định lý 8.4.1 (Epp), as  $\equiv 1 \pmod{n}$ .

Lưu ý rằng phần trên cho chúng ta biết cách tìm một nghịch đảo nhân cho một modulo n: đơn giản chạy Thuật toán Euclid mở rộng!

Các bước giải của thuật toán Euclidean mở rộng :

Ta 
$$có : r = ax+by$$

các bước giải của bảng Euclidean mở rộng:

 $ri = ri-2 \mod ri-1$ 

$$qi = ri-2 / ri-3$$

$$xi = xi-2 - qixi-1$$

$$yi = yi-2 - qiyi-1$$

b.

Vì 101 là số nguyên tố, và  $4=2^2$ , dễ thấy rằng gcd(4, 101) = 1

Ta có: 101 = 4\*25 + 1

=> 4\*(-25) = 1 - 101

Theo định lý 8.4.1 (Epp) (ở trên),  $4*(-25) \equiv 1 \pmod{101}$ .

Do đó  $4^{-1} = -25 \mod 101$ 

Vì số nghịch đảo = -25 < 0 nên có thể thay bằng cách thêm bội số của 101 là -

25+101=76

 $V_{ay}^{2} 4^{-1} = 76 \pmod{101}$ 

#### Question 6: Kruskal's algorithm

Trong thuật toán kruskal Các cạnh của một đồ thị liên thông được kiểm tra lần lượt theo trọng số tăng dần.

Trong mỗi lần cạnh được thêm vào để thành cây bao trùm nhỏ nhất, phải đảm bảo rằng cái sự thêm vào này không tạo thành một chu trình.

Sau n-1 cạnh được thêm vào (n là số đỉnh của đồ thị) các cạnh này cùng với các đỉnh của đồ thị tạo thành một cây bao trùm tối thiểu cho đồ thị.

Mã giả:

Input: G (đồ thị liên thông có trọng số với n đỉnh)

Thuật toán:

Bước 1: Khởi tạo  $T = \emptyset$  (để lấy tất cả các đỉnh của đồ thị)

Bước 2: gọi E là tập tất cả các cạnh của G, và cho m=0

Bước 3: While(m<n-1)

3.1: Tìm cạnh e trong E có trọng số nhỏ nhất

3.2: Xóa e từ E

3.3: Nếu thêm e vào E không tạo thành 1 chu trình thì thêm e vào tập cạnh của T

vam = m+1

end while

Output: T (T là cây bao trùm tối thiểu cho đồ thị G)

Khi thuật toán của Kruskal được sử dụng trên biểu đồ trong đó một số cạnh có cùng trọng số với các cạnh khác, output sẽ có nhiều hơn một cây bao trùm tối thiểu. Để output là duy nhất, các cạnh của đồ thị có thể được đặt trong một mảng và các cạnh có cùng trọng số có thể được thêm vào theo thứ tự chúng xuất hiện trong mảng.

#### **Question 7: Eulerian circuit**

a.

Đồ thị có chu trình Eulerian vì tất cả các đỉnh của đồ thị đều có bậc chẵn và đồ thị là đồ thị liên thông

Đồ thị không có đường đi Eulerian vì đồ thị không có 2 đỉnh bậc lẻ (đồ thị có đường đi Eulerian là đồ thị liên thông và có 2 đỉnh có bậc lẻ, các đỉnh còn lại phải có bậc chẵn)

b. B1: Xác định 1 chu trình đơn của đồ thị G là  $R_1$ ;  $\mathbf{i}=1$ 

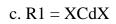
B2: Nếu  $R_i$  chứa toàn bộ : kết thúc;  $R_i$  là kết quả

B3: Nếu  $R_i$  không chứa toàn bộ G<br/> Xét đỉnh  $v_i \in R_i$  là đỉnh của cạnh  $e_i$  không thuộ<br/>c $R_i$ 

B4: Xác định chu trình đơn  $Q_i$  bắt đầu từ vi , đi qua ej

B5: Tạo  $R_{i+1}$  bằng cách thay vi trong  $R_i$  bằng  $Q_i$ 

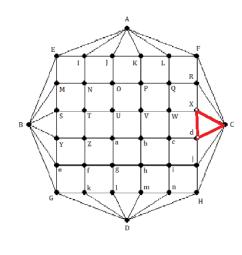
B6: Tăng i lên 1, quay lại bước 2.

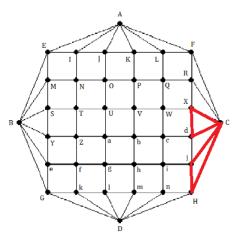


### Q1 = CHjC

## R2 = XCHjCdX

$$Q2 = djicd$$



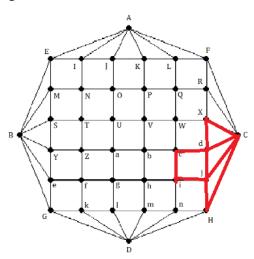


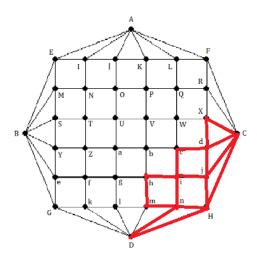
R3 = XCHjCdjicdX

Q3 = inHDnmhi

R4 = XCHjCdjinHDnmhicdX

$$Q4 = DmlD$$

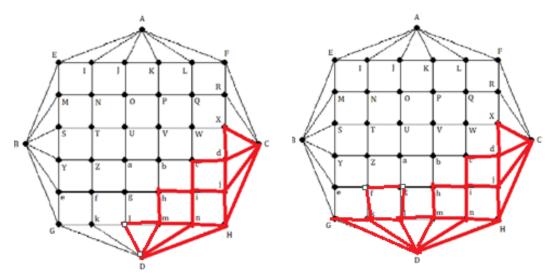




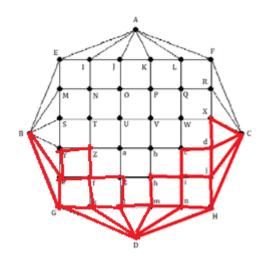
R5 = XCHjCdjinHDmlDnmhicdX

Q5 = lkDGkfgl

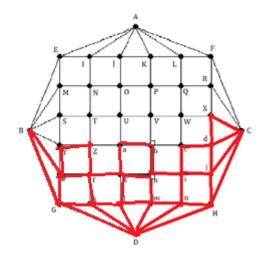
 $R6 = XCHjCdjinHDmlkDGkfglDnmhicdX \\ Q6 = feGBeYZf$ 



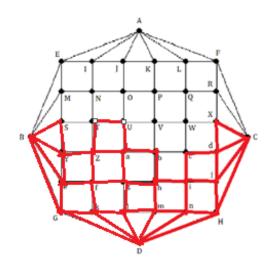
 $R7 = XCHjCdjinHDmlkDGkfeGBeYZfglDnmhicdX \\ Q7 = hgabh$ 



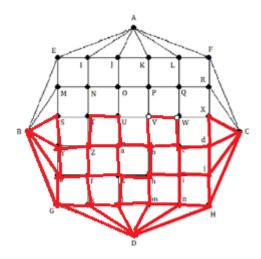
 $R8 = XCHjCdjinHDmlkDGkfeGBeYZfglDnmhgabhicdX \\ Q8 = YBSY$ 



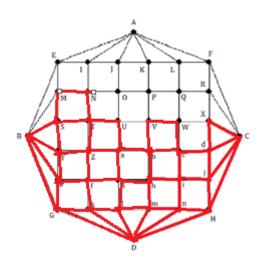
 $R9 = XCHjCdjinHDmlkDGkfeGBeYBSYZfglDnmhgabhicdX \\ Q9 = aZTUa \\$ 



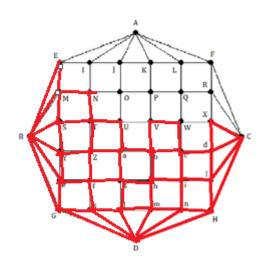
 $R10 = XCHjCdjinHDmlkDGkfeGBeYBSYZfglDnmhgaZTUabhicdX \\ Q10 = TSMNT$ 



 $R11 = XCHjCdjinHDmlkDGkfeGBeYBSYZfglDnmhgaZTSMNTUabhicbVWcdX \\ Q11 = MBEM$ 

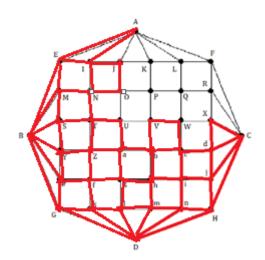


## $R12 = XCHjCdjinHDmlkDGkfeGBeYBSYZfglDnmhgaZTSMNTUabhicbVWcdX \\ Q12 = NIEAIJON$



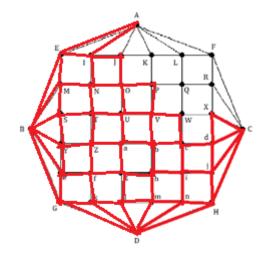
 $R13 = \\ XCHjCdjinHDmlkDGkfeGBeYBSYZfglDnmhgaZTSMBEMNIEAIJONTUabhicbVW \\ cdX$ 

Q13 = VUOPV

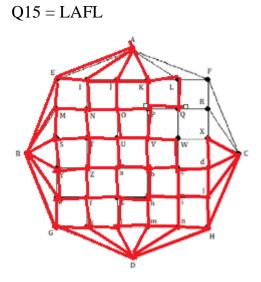


 $R14 = \\ XCHjCdjinHDmlkDGkfeGBeYBSYZfglDnmhgaZTSMBEMNIEAIJONTUabhicbVU\\ OPVWcdX$ 

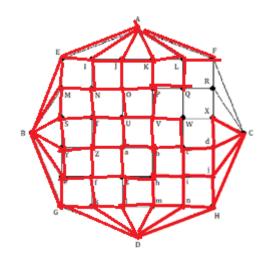




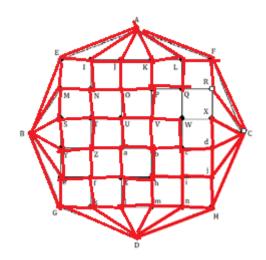
 $R15 = \\ XCHjCdjinHDmlkDGkfeGBeYBSYZfglDnmhgaZTSMBEMNIEAIJONTUabhicbVU\\ OPKJAKLQPVWcdX$ 



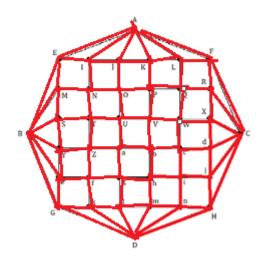
R16 = \$XCHjCdjinHDmlkDGkfeGBeYBSYZfglDnmhgaZTSMBEMNIEAIJONTUabhicbVU\$ OPKJAKLAFLQPVWcdX \$Q16 = FCRF \$



R17 =  $XCHjCdjinHDmlkDGkfeGBeYBSYZfglDnmhgaZTSMBEMNIEAIJONTUabhicbVU \\ OPKJAKLAFCRFLQPVWcdX \\ Q17 = RQWXR$ 



 $R18 = \\ XCHjCdjinHDmlkDGkfeGBeYBSYZfglDnmhgaZTSMBEMNIEAIJONTUabhicbVU\\ OPKJAKLAFCRQWXRFLQPVWcdX$ 

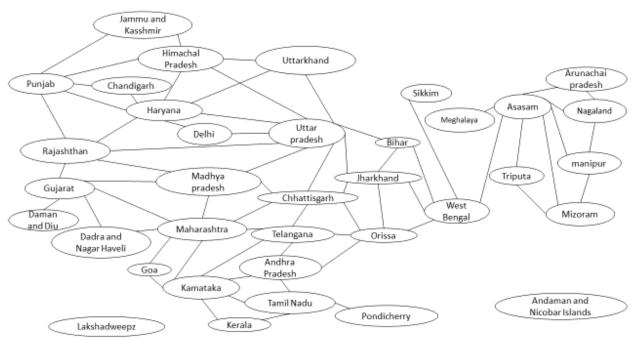


=> Chu trình Eulerian sử dụng thuật toán Hierholzer khi bắt đầu chu trình tại R1= XcdX là: R18

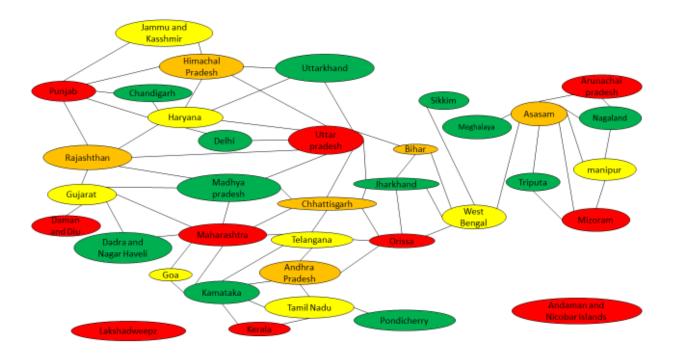
XCHjCdjinHDmlkDGkfeGBeYBSYZfglDnmhgaZTSMBEMNIEAIJONTUabhicbVU OPKJAKLAFCRQWXRFLQPVWcdX

#### **Question 8: Map coloring MSSV: C1900103 (103%4 = 3)**

a) Lập mô hình bản đồ bằng biểu đồ



#### b) Tô màu từ Meghalaya:



Các bước thực hiện tô màu đồ thị:

Bước 1: Chọn đỉnh có bậc cao nhất và tô màu, sử dụng cùng 1 màu để tô nhiều đỉnh nhất có thể mà không tô cùng màu các đỉnh được nối bởi 2 cạnh kề nhau

Bước 2: Chọn 1 màu mới và lặp lại bước 1

Bước 3: Lặp lại bước 1 cho đến khi tất cả các đỉnh được tô màu.

- Đầu tiền khi tô màu từ Meghalaya (đỉnh bậc 1) tô màu xanh cho Meghalaya, chọn đỉnh Asasam (đỉnh bậc 7) và tô màu cam
- Tại đỉnh Asasam, chọn đỉnh West Bengal (đỉnh bậc 5) tô màu vàng, chọn đỉnh Manipur (đỉnh bậc 3) và tô màu vàng, chọn Mizoram(đỉnh bậc 3) và tô màu đỏ,chọn Nagaland (đỉnh bậc 3) và tô màu xanh, chọn Triputa (đỉnh bậc 2) và tô màu xanh, chọn Arunachai pradesh (đỉnh bậc 2) và tô màu đỏ
- Tại đỉnh West Bengal, chọn đỉnh Jharkhand (đỉnh bậc 5) và tô màu xanh, chọn đỉnh Orissa(đỉnh bậc 5) và tô màu đỏ, chọn đỉnh Bihar (đỉnh bậc 3) và tô màu cam, chọn đỉnh Sikkim(đỉnh bậc 1) và tô màu xanh
- Tại đỉnh Jharkhand, chọn đỉnh Uttar pradesh (đỉnh bậc 9) và tô màu đỏ, chọn
   đỉnh Chhattisgard(đỉnh bậc 6) và tô màu cam
- Tại đỉnh Oissa, chọn đỉnh Telangana(đỉnh bậc 5) cà tô màu vàng, chọn đỉnh
   Andhra Pradesh (đỉnh bậc 4) và tô màu cam
- Tại đỉnh Uttar pradesh, chọn đỉnh Haryana(đỉnh bậc 7) và tô màu vàng, chọn đỉnh Madhya Pradesh(đỉnh bậc 5) và tô màu xanh, chọn đỉnh Rajashthan(đỉnh bậc 5) và tô màu cam, chọn đỉnh Himachal Pradish(đỉnh bậc 5) và tô màu cam, chọn đỉnh Uttarkhand (đỉnh bậc 3) và tô màu xanh, chọn đỉnh Delhi(đỉnh bậc 2) và tô màu xanh
- Tại đỉnh Chhattisgarh, chọn đỉnh Maharashtra(đỉnh bậc 7) và tô màu đỏ
- Tại đỉnh Telangana, chọn đỉnh Kamataka(đỉnh bậc 6) và tô màu xanh

- Tại đỉnh Andhra Pradesh, chọn đỉnh Tamil Nadu(đỉnh bậc 4) và tô màu vàng
- Tại đỉnh Haryana, chọn đỉnh Punjab(đỉnh bậc 5) và tô màu đỏ, chọn đỉnh
   Chandigarh (đỉnh bậc 2) và tô màu xanh
- Tại đỉnh Madhya Pradesh, chọn đỉnh Gujarat (đỉnh bậc 5) và tô màu vàng
- Tại đỉnh Rajashthan, (tất cả các đỉnh kề đã được tô màu)
- Tại đỉnh Himachal Pradish, chọn đỉnh Jammu adn Kasshmir(đỉnh bậc 2) và tô màu vàng
- Tại đỉnh Maharashtra, chọn đỉnh Dadra and Nagar Haveli (đỉnh bậc 2) và tô màu xanh, chọn đỉnh Goa (đỉnh bậc 2) và tô màu vàng
- Tại đỉnh Tamil Nadu chọn đỉnh Kerala(đỉnh bậc2) và tô màu đỏ, chọn đỉnh
   Pondicherry (đỉnh bậc 1) và tô màu xanh
- Tại đỉnh Gujarat, chọn đỉnh Daman and Diu (đỉnh bậc 1) và tô màu đỏ
- Chọn đỉnh Lakshadweepz (đỉnh bậc 0) và đỉnh Andaman and Nicobar Islands
   (đỉnh bâc 0) và tô màu đỏ

## CHƯƠNG 3: TÀI LIỆU THAM KHẢO

- 1. Slide bài giảng CTRR
- 2. Coloring Graphs Part 1: Coloring and Identifying Chromatic Number

access: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=-gOh1aG0\_zQ&t=112s">https://www.youtube.com/watch?v=-gOh1aG0\_zQ&t=112s</a>

3. Bài toán tìm chu trình Euler

access: https://ichoosefish.com/wp-content/uploads/2018/11/TRR8-

EulerHam.pdf?fbclid=IwAR0U824LSs-

7Xs8STsUSMazpFqSgKJOCxfgeuidcOIrnpQ0N--mSLRKrq\_M

4. Thuật toán Kruskal, access:

https://vi.wikipedia.org/wiki/Thu%E1%BA%ADt\_to%C3%A1n\_Kruskal