

# ÔN TẬP CHƯƠNG IV. VECTO'

- | FanPage: Nguyễn Bảo Vương

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Trong mặt phẳng tọa độ, cặp vectơ nào sau đây có cùng phương?

- A.  $\vec{u} = (2; 3)$  và  $\vec{v} = \left(\frac{1}{2}; 6\right)$
- B.  $\vec{a} = (\sqrt{2}; 6)$  và  $\vec{b} = (1; 3\sqrt{2})$
- C.  $\vec{i} = (0; 1)$  và  $\vec{j} = (1; 0)$
- D.  $\vec{c} = (1; 3)$  và  $\vec{d} = (2; -6)$

**Câu 2.** Trong mặt phẳng tọa độ, cặp vectơ nào sau đây vuông góc với nhau?

- A.  $\vec{u} = (2; 3)$  và  $\vec{v} = (4; 6)$
- B.  $\vec{a} = (1; -1)$  và  $\vec{b} = (-1; 1)$
- C.  $\vec{z} = (a; b)$  và  $\vec{t} = (-b; a)$
- D.  $\vec{n} = (1; 1)$  và  $\vec{k} = (2; 0)$

**Câu 3.** Trong mặt phẳng tọa độ, vectơ nào sau đây có độ dài bằng 1 ?

- A.  $\vec{a} = (1; 1)$
- B.  $\vec{b} = (1; -1)$
- C.  $\vec{c} = \left(2; \frac{1}{2}\right)$
- D.  $\vec{d} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$

**Câu 4.** Góc giữa vectơ  $\vec{a} = (1; -1)$  và vectơ  $\vec{b} = (-2; 0)$  có số đo bằng:

- A.  $90^\circ$
- B.  $0^\circ$
- C.  $135^\circ$
- D.  $45^\circ$

**Câu 5.** Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c})$
- B.  $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \vec{a}^2 \cdot \vec{b}^2$
- C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin(\vec{a}, \vec{b})$
- D.  $\vec{a}(\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c}$

**Câu 6.** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh  $a$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}) = 45^\circ$
- B.  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}) = 45^\circ$  và  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$
- C.  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = a^2 \sqrt{2}$
- D.  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} = -a^2$

**Câu 7.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Xét các vectơ có hai điểm mút lấy từ các điểm  $A, B, C, D$  và  $O$ . Số các vectơ khác vectơ - không và cùng phương với  $\overrightarrow{AC}$  là

- A. 6.                    B. 3.                    C. 4.                    D. 2.

**Câu 8.** Cho đoạn thẳng  $AC$  và  $B$  là một điểm nằm giữa  $A, C$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là một khẳng định đúng?

- A. Hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CB}$  cùng hướng.
- B. Hai vectơ  $\overrightarrow{CA}$  và  $\overrightarrow{BC}$  cùng hướng.

C. Hai vecto  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng hướng.

D. Hai vecto  $\overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{BA}$  cùng hướng.

**Câu 9.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $K, L, M, N$  tương ứng là trung điểm các cạnh  $AB, BC, CD, DA$ . Trong các vecto có đầu mút lấy từ các điểm  $A, B, C, D, K, L, M, O$ , có bao nhiêu vecto bằng vecto  $\overrightarrow{AK}$ ?

A. 2.

B. 6.

C. 4.

D. 8.

**Câu 10.** Cho hình thoi  $ABCD$  có độ dài các cạnh bằng 1 và  $\widehat{DAB} = 120^\circ$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

B.  $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$ .

C.  $|\overrightarrow{BD}| = 1$ .

D.  $|\overrightarrow{AC}| = 1$ .

**Câu 11.** Cho tam giác  $ABC$  đều, trọng tâm  $G$ , có độ dài các cạnh bằng 3. Độ dài của vecto  $\overrightarrow{AG}$  bằng

A.  $\sqrt{3}$ .

B.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

D.  $2\sqrt{3}$

**Câu 12.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và  $AB = 3, AC = 4$ . Độ dài của vecto  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$  bằng

A.  $\sqrt{13}$ .

B.  $2\sqrt{13}$

C. 4

D. 2

**Câu 13.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 2, BC = 4$  và  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Độ dài của vecto  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}$  bằng

A. 2.

B.  $\sqrt{19}$ .

C. 4.

D.  $\frac{\sqrt{19}}{2}$ .

**Câu 14.** Cho tam giác  $ABC$  và điểm I sao cho  $\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ . Khẳng định nào sau đây là một khẳng định đúng?

A.  $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ .

B.  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ .

C.  $\overrightarrow{AI} = \frac{\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}}{-3}$ .

D.  $\overrightarrow{AI} = \frac{\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}}{3}$ .

**Câu 15.** Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Khẳng định nào sau đây là một khẳng định đúng?

A.  $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GM}$ .

B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$

C.  $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MG}$ .

**D.**  $3\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{AM}$

**Câu 16.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho ba điểm  $A(-3;1), B(2;-1), C(4;6)$ .

- Trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  có tọa độ là
- (1;2).
  - (2;1).
  - (1;-2).
  - (-2;1).

**Câu 17.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho ba điểm  $A(-3;3), B(5;-2)$  và  $G(2;2)$ .

- Toạ độ của điểm  $C$  sao cho  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  là
- (5;4).
  - (4;5).
  - (4;3).
  - (3;5).

**Câu 18.** Cho hình vuông  $ABCD$  với độ dài cạnh bằng  $a$ . Tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  bằng

- $a^2\sqrt{2}$
- $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$ .
- $a^2$
- $\frac{a^2}{2}$ .

**Câu 19.** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng khác  $\vec{0}$ . Khi đó  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$  tương đương với

- $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương.
- $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  ngược hướng.
- $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng.
- $\vec{a} \perp \vec{b}$ .

**Câu 20.** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng khác  $\vec{0}$ . Khi đó  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$  tương đương với

- $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương.
- $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  ngược hướng.
- $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng.
- $\vec{a} \perp \vec{b}$ .

**Câu 21.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(3;4); B(2;5)$ . Tọa độ của  $\overrightarrow{AB}$  là:

- (1;-1)
- (1;1)
- (-1;1)
- (-1;-1)

**Câu 22.** Cho các vectơ  $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot |\cos(\vec{a}, \vec{b})|$ .
- $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$ .
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ .

**Câu 23.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Biểu thức  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD}$  bằng:

- $CD^2$ .
- 0.
- $\vec{0}$ .
- 1.

Câu 24. Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , cho  $A(-2;1), B(1;-3)$ . Toạ độ của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là:

- A.  $(1;-4)$ .
- B.  $(-3;4)$ .
- C.  $(3;-4)$ .
- D.  $(1;-2)$ .

Câu 25. Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1;-5), B(5;2)$  và trọng tâm là gốc toạ độ. Tọa độ điểm  $C$  là:

- A.  $(4;-3)$ .
- B.  $(-4;-3)$ .
- C.  $(-4;3)$ .
- D.  $(4;3)$ .

Câu 26. Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ , vectơ nào sau đây có độ dài bằng 1 ?

- A.  $\vec{a} = (1;1)$ .
- B.  $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .
- C.  $\vec{c} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{2}{3}\right)$ .
- D.  $\vec{d} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ .

Câu 27. Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 1, BC = 2$  và  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Tích vô hướng  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$  bằng

- A.  $\sqrt{3}$ .
- B.  $-\sqrt{3}$ .
- C. 3
- D. -3.

Câu 28. Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho ba điểm  $A(2;-1), B(-1;5)$  và  $C(3m;2m-1)$ . Tất cả các giá trị của tham số  $m$  sao cho  $AB \perp OC$  là

- A.  $m = -2$ .
- B.  $m = 2$ .
- C.  $m = \pm 2$ .
- D.  $m = 3$ .

Câu 29. Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  với  $AB = 1, AC = 2$ . Lấy  $M, N, P$  tương ứng thuộc các cạnh  $BC, CA, AB$  sao cho  $2BM = MC, CN = 2NA, AP = 2PB$ . Giá trị của tích vô hướng  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NP}$  bằng

- A.  $\frac{2}{3}$ .
- B.  $-\frac{1}{2}$ .
- C. 0.
- D. 1.

Câu 30. Cho tam giác  $ABC$  đều các cạnh có độ dài bằng 1. Lấy  $M, N, P$  lần lượt thuộc các cạnh  $BC, CA, AB$  sao cho  $BM = 2MC, CN = 2NA$  và  $AM \perp NP$ . Tỉ số của  $\frac{AP}{AB}$  bằng

- A.  $\frac{5}{12}$ .
- B.  $\frac{7}{12}$ .

C.  $\frac{5}{7}$ .D.  $\frac{7}{5}$ .

**Câu 31.** Cho tam giác  $ABC$  đều có độ dài các cạnh bằng  $3a$ . Lấy điểm  $M$  thuộc cạnh  $BC$  sao cho  $MB = 2MC$ . Tích vô hướng của hai vectơ  $\overrightarrow{MA}$  và  $\overrightarrow{MC}$  bằng

A.  $\frac{a^2}{2}$ .B.  $-\frac{a^2}{2}$ .C.  $a^2$ .D.  $-a^2$ .

**Câu 32.** Cho tam giác  $ABC$ . Tập hợp các điểm  $M$  thoả mãn  $|\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{AC}|$  là

A. đường tròn tâm  $A$  bán kính  $BC$ .B. đường thẳng đi qua  $A$  và song song với  $BC$ .C. đường tròn đường kính  $BC$ .D. đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $BC$ .**BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Câu 1.** Cho 3 vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đều khác vectơ  $\vec{0}$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Nếu hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương với  $\vec{c}$  thì  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phươngb) Nếu hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng ngược hướng với  $\vec{c}$  thì  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng

**Câu 2.** Cho  $|\vec{a} + \vec{b}| = 0$ . So sánh độ dài, phương và hướng của hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$

**Câu 3.** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$ . Chứng minh rằng  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  khi và chỉ khi trung điểm của hai đoạn thẳng  $AD$  và  $BC$  trùng nhau.

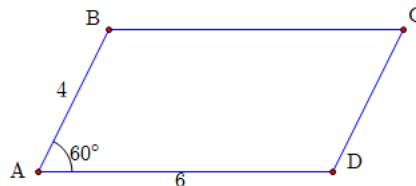
**Câu 4.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Chứng minh rằng với mọi điểm  $M$ , ta có:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$$

**Câu 5.** Chứng minh:

a) Nếu  $ABCD$  là hình bình hành thì  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AE}$  với  $E$  là điểm bất kì;b) Nếu  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  thì  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{IN} = 2\overrightarrow{MN}$  với  $M, N$  là hai điểm bất kì;c) Nếu  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  thì  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - 3\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{NG}$  với  $M, N$  là hai điểm bất kì.

**Câu 6.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $AB = 4, AD = 6, \widehat{BAD} = 60^\circ$  (Hình).

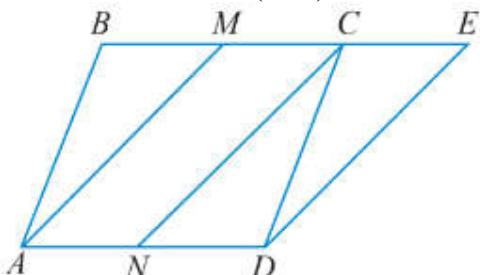
a) Biểu thị các vectơ  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$  theo  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ .b) Tính các tích vô hướng  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$ .c) Tính độ dài các đường chéo  $BD, AC$ .

**Câu 7.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $O$  là giao điểm của hai đường chéo và  $AB = a, BC = 3a$ .

a) Tính độ dài các vectơ  $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ b) Tìm trong hình ảnh vectơ đối nhau và có độ dài bằng  $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

**Câu 8.** Cho hình thoi  $ABCD$  đi có cạnh bằng  $a$  và có góc  $A$  bằng  $60^\circ$ . Tìm độ dài của các vectơ sau:  
 $\vec{p} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}; \vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}; \vec{v} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

**Câu 9.** Cho hình bình hành  $ABCD$  hai điểm  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $AD$ . Vẽ điểm  $E$  sao cho  $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AN}$  (hình)



- a) Tìm tổng của các vectơ:  $\overrightarrow{NC}$  và  $\overrightarrow{MC}; \overrightarrow{AM}$  và  $\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{AD}$  và  $\overrightarrow{NC}$
- b) Tìm các vectơ hiệu:  $\overrightarrow{NC} - \overrightarrow{MC}; \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{ME}$
- c) Chứng minh  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

**Câu 10.** Cho  $\vec{a}, \vec{b}$  là hai vectơ khác vectơ  $\vec{0}$ . Trong trường hợp nào thì đẳng thức sau đúng?

- a)  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$
- b)  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$

**Câu 11.** Cho tam giác  $ABC$ . Bên ngoài tam giác vẽ các hình bình hành  $ABIJ, BCPQ, CARS$ . Chứng minh rằng  $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$ .

**Câu 12.** Trên cạnh  $BC$  của tam giác  $ABC$  lấy điểm  $M$  sao cho  $MB = 3MC$ .

- a) Tìm mối liên hệ giữa hai vectơ  $\overrightarrow{MB}$  và  $\overrightarrow{MC}$
- b) Biểu thị vectơ  $\overrightarrow{AM}$  theo hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 13.** Cho vectơ  $\vec{a} \neq \vec{0}$ . Chứng minh rằng  $\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$  (hay còn được viết là  $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ ) là một vectơ đơn vị, cùng hướng với vectơ  $\vec{a}$ .

**Câu 14.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{u}$  với  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$  và  $\vec{a} \perp \vec{b}$ . Xét một hệ trục Oxy với các vectơ đơn vị  $\vec{i} = \vec{a}, \vec{j} = \vec{b}$ . Chứng minh rằng:

- a) Vectơ  $\vec{u}$  có tọa độ là  $(\vec{u} \cdot \vec{a}; \vec{u} \cdot \vec{b})$
- b)  $\vec{u} = (\vec{u} \cdot \vec{a}) \cdot \vec{a} + (\vec{u} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{b}$

**Câu 15.** Cho tam giác  $ABC$ . Chứng minh rằng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(AB^2 + AC^2 - BC^2)$ .

**Câu 16.** Cho ba điểm phân biệt  $I, A, B$  và số thực  $k \neq 1$  thoả mãn  $\overrightarrow{IA} = k\overrightarrow{IB}$ . Chứng minh rằng với  $O$  là điểm bất kì ta có:  $\overrightarrow{OI} = \left(\frac{1}{1-k}\right)\overrightarrow{OA} - \left(\frac{k}{1-k}\right)\overrightarrow{OB}$ .

**Câu 17.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 4, AC = 5, \widehat{BAC} = 120^\circ$ . Điểm  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ , điểm  $D$  thoả mãn  $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  và chứng minh  $AM \perp BD$ .

**Câu 18.** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  và  $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 5, (\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$ .  
Tính  $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$ .

**Câu 19.** a) Chứng minh đẳng thức  $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$  với  $\vec{a}, \vec{b}$  là hai vectơ bất kì.  
b) Cho  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3, |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{7}$ . Tính  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  và  $(\vec{a}, \vec{b})$ .

**Câu 20.** Cho tam giác  $ABC$  có ba trung tuyến  $AD, BE, CF$ . Chứng minh rằng:  
 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CF} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

- Câu 21.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $M, N$  theo thứ tự là trung điểm của  $BC, AD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là giao điểm của  $BD$  với  $AM, CN$ . Xét các vectơ khác  $\vec{0}$ , có đầu mút lấy từ các điểm  $A, B, C, D, M, N, I, J, O$ .
- Hãy chỉ ra những vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{AB}$ ; những vectơ cùng hướng với  $\overrightarrow{AB}$ .
  - Chứng minh rằng  $BI = IJ = JD$ .
- Câu 22.** Trên cạnh  $BC$  của tam giác  $ABC$  lấy các điểm  $M, N$ , không trùng với  $B$  và  $C$  sao cho  $BM = MN = NC$ .
- Chứng minh rằng hai tam giác  $ABC$  và  $AMN$  có cùng trọng tâm.
  - Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Đặt  $\overrightarrow{GB} = \vec{u}$  và  $\overrightarrow{GC} = \vec{v}$ . Hãy biểu thị các vectơ sau qua hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ :  $\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GM}, \overrightarrow{GN}$ .
- Câu 23.** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  trong mặt phẳng. Chứng minh rằng
- $$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} = 0.$$
- Câu 24.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho ba vectơ  $\vec{a} = (1; 2), \vec{b} = (3; -4), \vec{c} = (-5; 3)$ .
- Tính các tích vô hướng  $\vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{b} \cdot \vec{c}, \vec{c} \cdot \vec{a}$
  - Tìm góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b} + \vec{c}$ .
- Câu 25.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2; 1), B(-2; 5)$  và  $C(-5; 2)$ .
- Tìm tọa độ của các vectơ  $\overrightarrow{BA}$  và  $\overrightarrow{BC}$
  - Chứng minh rằng A, B, C là ba đỉnh của một tam giác vuông. Tính diện tích và chu vi của tam giác đó.
  - Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .
  - Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác BCAD là một hình bình hành.
- Câu 26.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho bốn điểm  $A(2; 1), B(1; 4), C(4; 5), D(5; 2)$ .
- Chứng minh  $ABCD$  là hình vuông.
  - Tìm tọa độ tâm I của hình vuông  $ABCD$ .
- Câu 27.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(1; 2), B(3; 4), C(-1; -2)$  và  $D(6; 5)$ .
- Hãy tìm tọa độ của các vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$
  - Hãy giải thích tại sao các vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  cùng phương.
  - Giả sử  $E$  là điểm có tọa độ  $(a; 1)$ . Tìm  $a$  để các vectơ  $\overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{BE}$  cùng phương.
  - Với  $a$  tìm được, hãy biểu thị vectơ  $\overrightarrow{AE}$  theo các vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .
- Câu 28.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 4, AC = 5$  và  $\widehat{CAB} = 60^\circ$
- Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ .
  - Lấy các điểm  $M, N$  thoả mãn  $2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$  và  $\overrightarrow{NB} + x\overrightarrow{NC} = \vec{0} (x \neq -1)$ . Xác định  $x$  sao cho  $AN$  vuông góc với  $BM$ .
- Câu 29.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  theo thứ tự là trung điểm các cạnh  $AB, CD$ . Lấy  $P$  thuộc đoạn  $DM$  và  $Q$  thuộc đoạn  $BN$  sao cho  $DP = 2PM, BQ = xQN$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$  và  $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$ .
- Hãy biểu thị các vectơ  $\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AQ}$  qua hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ .
  - Tìm  $x$  để  $A, P, Q$  thẳng hàng.
- Câu 30.** Cho tứ giác lồi  $ABCD$ , không có hai cạnh nào song song. Gọi  $E, F$  theo thứ tự là trung điểm  $AB, CD$ . Gọi  $K, L, M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AF, CE, BF, DE$ .
- Chứng minh rằng tứ giác  $KLMN$  là một hình bình hành.
  - Gọi  $I$  là giao điểm của  $KM, LN$ . Chứng minh rằng  $E, I, F$  thẳng hàng.
- Câu 31.** Cho hình thang vuông  $ABCD$  có  $\widehat{DAB} = \widehat{ABC} = 90^\circ, BC = 1, AB = 2$  và  $AD = 3$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ .
- Hãy biểu thị các vectơ  $\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{CD}$  theo hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AD}$ .

b) Gọi  $N$  là trung điểm  $CD$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $MCD$ , và  $I$  là điểm thuộc cạnh  $CD$  sao cho  $9IC = 5ID$ . Chứng minh rằng  $A, G, I$  thẳng hàng.

c) Tính độ dài các đoạn thẳng  $AI$  và  $BI$ .

**Câu 32.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho ba điểm  $A(-2;1), B(1;4)$  và  $C(5;-2)$ .

a) Chứng minh rằng  $A, B, C$  là ba đỉnh của một tam giác. Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

b) Tìm tọa độ trực tâm  $H$  và tâm đường tròn ngoại tiếp  $I$  của tam giác  $ABC$ .

**Câu 33.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho ba điểm  $A(2;-1), B(5;3)$  và  $C(-2;9)$ .

a) Tìm điểm  $D$  thuộc trực hoành sao cho  $B, C, D$  thẳng hàng.

b) Tìm điểm  $E$  thuộc trực hoành sao cho  $EA + EB$  nhỏ nhất.

c) Tìm điểm  $F$  thuộc trực tung sao cho vecto  $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC}$  có độ dài ngắn nhất.

**Câu 34.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $MNP$  có  $M(2;1); N(-1;3); P(4;-2)$

a. Tim tọa độ của các vecto  $\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}$

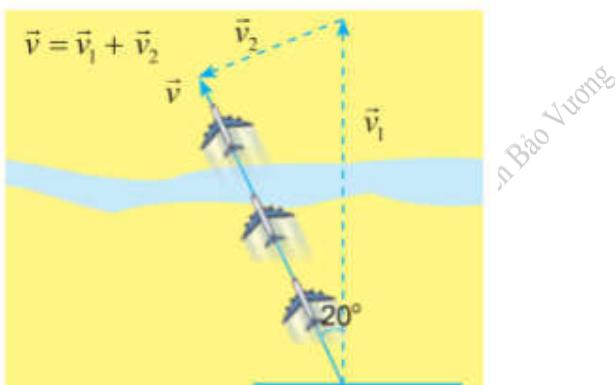
b. Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP}$

c. Tính độ dài các đoạn thẳng  $MN, MP$

d. Tính  $\cos \widehat{NMP}$

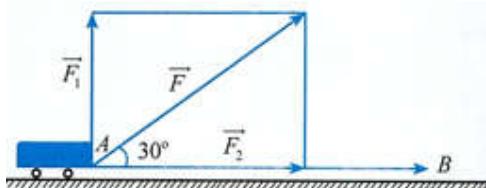
e. Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của  $NP$  và trọng tâm  $G$  của tam giác  $MNP$ .

**Câu 35.** Một chiếc máy bay được biết là đang bay về phía Bắc với tốc độ  $45m/s$ , mặc dù vận tốc của nó so với mặt đất là  $38m/s$  theo hướng nghiêng một góc  $20^\circ$  về phía tây bắc (hình). Tính tốc độ của gió

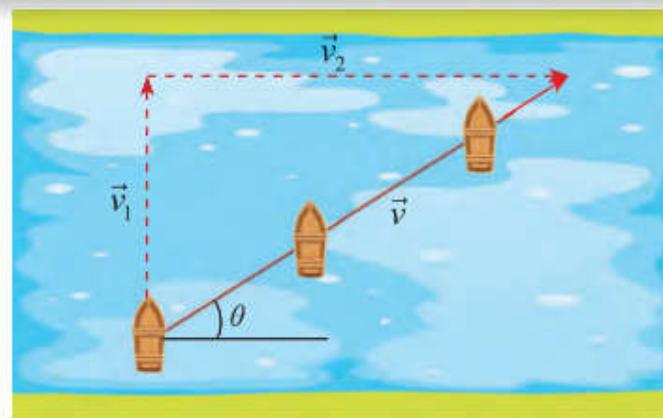


**Câu 36.** Cho tam giác đều  $ABC$  có  $O$  là trọng tâm và  $M$  là một điểm tùy ý trong tam giác. Gọi  $D, E, F$  là lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ  $M$  đến  $BC, AC, AB$ . Chứng minh rằng  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2} \overrightarrow{MO}$

**Câu 37.** Một xe goòng được kéo bởi một lực  $\vec{F}$  có độ lớn là  $50N$ , di chuyển theo quãng đường từ  $A$  đến  $B$  có chiều dài là  $200m$ . Cho biết góc giữa lực  $\vec{F}$  và  $\overrightarrow{AB}$  là  $30^\circ$  và  $\vec{F}$  được phân tích thành 2 lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  (hình). Tính công sinh ra bởi các lực  $\vec{F}, \vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$ .

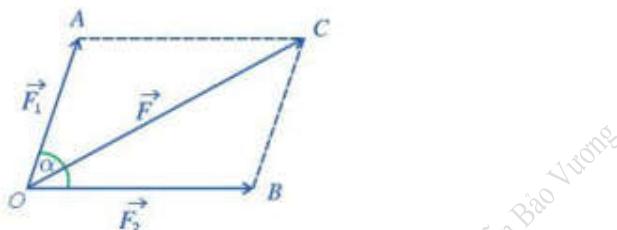


**Câu 38.** Một chiếc thuyền cối găng đi thẳng qua một con sông với tốc độ  $0,75m/s$ . Tuy nhiên dòng chảy của nước trên con sông đó chạy với tốc độ  $1,20m/s$  về hướng bên phải. Gọi  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}$  lần lượt là vận tốc của thuyền so với dòng nước, vận tốc của dòng nước so với bờ và vận tốc của thuyền so với bờ.



- a) Tính độ dài của các vecto  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}$   
 b) Tốc độ dịch chuyển của thuyền so với bờ là bao nhiêu?  
 c) Hướng di chuyển của thuyền lệch một góc bao nhiêu so với bờ?

**Câu 39.** Hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  cho trước cùng tác dụng lên một vật tại điểm  $O$  và tạo với nhau một góc  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \alpha$  làm cho vật di chuyển theo hướng từ  $O$  đến  $C$  (Hình). Lập công thức tính cường độ của hợp lực  $\vec{F}$  làm cho vật di chuyển theo hướng từ  $O$  đến  $C$  (giả sử chỉ có đúng hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  làm cho vật di chuyển).



- Câu 40.** Cho tứ giác  $ABCD$ .  $M$  là điểm thay đổi trong mặt phẳng thoả mãn  $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = 0$ .  
 Chứng minh rằng điểm  $M$  luôn nằm trên một đường tròn cố định.  
**Câu 41.** Cho tam giác  $ABC$  và đường thẳng  $d$  không có điểm chung với bất kì cạnh nào của tam giác.  $M$  là điểm thay đổi trên đường thẳng  $d$ . Xác định vị trí của  $M$  sao cho biểu thức  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.  
**Câu 42.** Trên sông, một cano chuyển động thẳng đều theo hướng  $S15^\circ E$  với vận tốc có độ lớn bằng  $20 \text{ km/h}$ . Tính vận tốc riêng của cano, biết rằng, nước trên sông chảy về hướng đông với vận tốc có độ lớn bằng  $3 \text{ km/h}$ .  
**Câu 43.** Một ô tô có khối lượng  $2,5 \text{ tấn}$  chạy từ chân lên đỉnh một con dốc thẳng. Tính công của trọng lực tác động lên xe, biết dốc dài  $50 \text{ m}$  và nghiêng  $15^\circ$  so với phương nằm ngang (trong tính toán, lấy giá tốc trọng trường bằng  $10 \text{ m/s}^2$ )