

BÀI 7. GIẢI TAM GIÁC VÀ ỨNG DỤNG THỰC TẾ

• | Fanpage: Nguyễn Bảo Vương

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Giải tam giác

Giải tam giác là tìm số đo các cạnh và các góc còn lại của tam giác đó khi ta biết được các yếu tố đủ để xác định tam giác đó.

2. Phương pháp giải tam giác

- Nếu biết 2 cạnh và góc xen giữa hai cạnh đó: Sử dụng định lý côsin.
- Nếu biết 1 cạnh và 2 góc bất kì của tam giác: Sử dụng định lý sin.
- Nếu biết 3 cạnh của tam giác: Sử dụng định lý côsin.
- Có thể dùng các công thức tính diện tích để hỗ trợ giải tam giác.

3. Áp dụng giải tam giác vào thực tế

Vận dụng giải tam giác giúp ta giải quyết rất nhiều bài toán trong thực tế, đặc biệt trong thiết kế và xây dựng.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1. Giải tam giác

Phương pháp

- Nếu biết 2 cạnh và góc xen giữa hai cạnh đó: Sử dụng định lý côsin.
- Nếu biết 1 cạnh và 2 góc bất kì của tam giác: Sử dụng định lý sin.
- Nếu biết 3 cạnh của tam giác: Sử dụng định lý côsin.
- Có thể dùng các công thức tính diện tích để hỗ trợ giải tam giác.

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

- Câu 1.** Giải tam giác ABC , biết $c = 14$, $\hat{A} = 60^\circ$, $\hat{B} = 40^\circ$.
- Câu 2.** Giải tam giác ABC và tính diện tích của tam giác đó, biết $\hat{A} = 15^\circ$, $\hat{B} = 130^\circ$, $c = 6$.
- Câu 3.** Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 45^\circ$, $\hat{C} = 30^\circ$ và $c = 12$.
- Tính độ dài các cạnh còn lại của tam giác.
 - Tính độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác.
 - Tính diện tích của tam giác.
 - Tính độ dài các đường cao của tam giác.
- Câu 4.** Tam giác ABC có $a = 19$, $b = 6$ và $c = 15$.
- Tính $\cos A$.
 - Tính diện tích tam giác.
 - Tính độ dài đường cao h_c .
 - Tính độ dài bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác.
- Câu 5.** Cho tam giác ABC có $a = 4$, $\hat{C} = 60^\circ$, $b = 5$.
- Tính các góc và cạnh còn lại của tam giác.
 - Tính diện tích của tam giác.
 - Tính độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác.
- Câu 6.** Cho tam giác ABC có các góc thỏa mãn $\frac{\sin A}{1} = \frac{\sin B}{2} = \frac{\sin C}{\sqrt{3}}$. Tính số đo các góc của tam giác.
- Câu 7.** Giải tam giác ABC trong các trường hợp sau:
- $AB = 85$, $AC = 95$ và $\hat{A} = 40^\circ$
 - $AB = 15$, $AC = 25$ và $BC = 30$.
- Câu 8.** Giải tam giác ABC trong các trường hợp sau:
- $AB = 14$, $AC = 23$, $\hat{A} = 125^\circ$.

b) $BC = 22,4; \hat{B} = 64^\circ; \hat{C} = 38^\circ$.

c) $AC = 22, \hat{B} = 120^\circ, \hat{C} = 28^\circ$.

d) $AB = 23, AC = 32, BC = 44$

Câu 9. Giải tam giác ABC , biết $AB = 75m, AC = 100m$ và $\hat{A} = 32^\circ$.

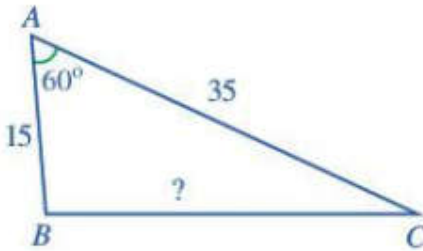
Câu 10. Tính các góc chưa biết của tam giác ABC trong các trường hợp sau:

a) $\hat{A} = 42^\circ, \hat{B} = 63^\circ$;

b) $BC = 10, AC = 20, \hat{C} = 80^\circ$;

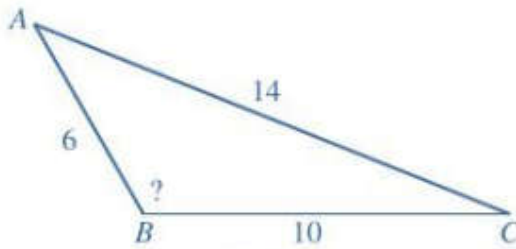
c) $AB = 15, AC = 25, BC = 30$.

Câu 11. Cho tam giác ABC có $AB = 15, AC = 35, \hat{A} = 60^\circ$.



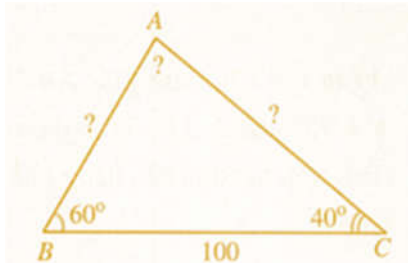
Tính cạnh BC (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) và góc B (làm tròn kết quả đến độ).

Câu 12. Cho tam giác ABC có $AB = 6, BC = 10, CA = 14$.



Tính số đo góc B .

Câu 13. Cho tam giác ABC có $BC = 100, \hat{B} = 60^\circ, \hat{C} = 40^\circ$.



Tính góc A và các cạnh AB, AC (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) của tam giác đó.

Câu 14. Cho tam giác ABC có $BC = 12, CA = 15, \hat{C} = 120^\circ$. Tính:

a) Độ dài cạnh AB .

b) Số đo các góc A, B .

c) Diện tích tam giác ABC .

Câu 15. Cho tam giác ABC có $AB = 5, BC = 7, \hat{A} = 120^\circ$. Tính độ dài cạnh AC .

Câu 16. Cho tam giác ABC có $AB = 100, \hat{B} = 100^\circ, \hat{C} = 45^\circ$. Tính:

a) Độ dài các cạnh AC, BC

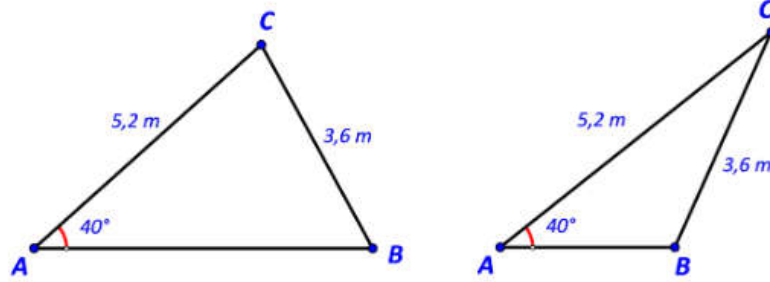
b) Diện tích tam giác ABC .

Câu 17. Cho tam giác ABC có $AB = 12, AC = 15, BC = 20$. Tính:

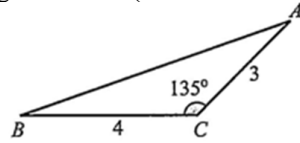
a) Số đo các góc A, B, C .

b) Diện tích tam giác ABC .

Câu 18. Tính độ dài cạnh AB trong mỗi trường hợp sau:

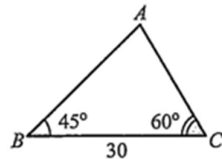


Câu 19. Cho tam giác ABC có $AC = 3$, $BC = 4$, $\hat{C} = 135^\circ$ (Hình 13). Tính độ dài cạnh AB và diện tích tam giác ABC (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 13

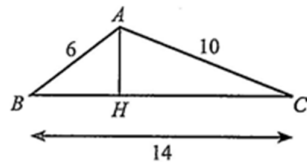
Câu 20. Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 45^\circ$, $\hat{C} = 60^\circ$ và cạnh $BC = 30$ (Hình 14).



Hình 14

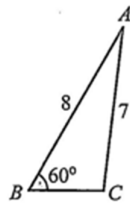
Tính độ dài các cạnh AB , AC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 21. Cho tam giác ABC có $AB = 6$, $AC = 10$, $BC = 14$. Tính số đo góc A và độ dài đường cao AH của tam giác ABC (Hình 15).

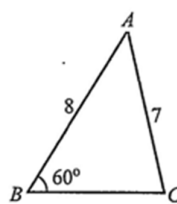


Hình 15

Câu 22. Cho tam giác ABC . Tính độ dài cạnh BC và số đo các góc A, C trong mỗi Hình 16, 17:



Hình 16



Hình 17

Câu 23. Cho tam giác ABC có $AB = 6,5 \text{ cm}$, $AC = 8,5 \text{ cm}$, $\hat{A} = 125^\circ$. Tính (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị tương ứng):

- Độ dài cạnh BC ;
- Số đo các góc B, C ;
- Diện tích tam giác ABC .

Câu 24. Cho tam giác ABC có $BC = 50 \text{ cm}$, $\hat{B} = 65^\circ$, $\hat{C} = 45^\circ$. Tính (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị xăng-ti-mét):

- Độ dài các cạnh AB, AC ;
- Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 25. Cho tam giác ABC có $AB = 5, AC = 8, BC = 9$. Tính (làm tròn kết quả đến hàng phần mười):

- a) Số đo các góc A, B, C ;
- b) Diện tích tam giác ABC .

Câu 26. Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 60^\circ, BC = 8, AB + AC = 12$. Tính độ dài các cạnh AB, AC .

BÀI TẬP BỔ SUNG

Câu 27. Giải tam giác ABC , biết

- a) $c = 14, A = 60^\circ, B = 40^\circ$.
- b) $b = 4,5, A = 30^\circ, C = 75^\circ$.

Câu 28. Giải tam giác ABC , biết

- a) $c = 35, A = 40^\circ, C = 120^\circ$.
- b) $a = 137,5, B = 83^\circ, C = 57^\circ$.

Câu 29. Giải tam giác ABC , biết $a = 6,3; b = 6,3; \hat{C} = 54^\circ$.

Câu 30. Giải tam giác ABC , biết $b = 32; c = 45; \hat{A} = 87^\circ$.

Câu 31. Giải tam giác ABC , biết $a = 7; b = 23; \hat{C} = 130^\circ$.

Câu 32. Giải tam giác ABC , biết $b = 14; c = 10; \hat{A} = 145^\circ$.

Câu 33. Giải tam giác ABC , biết $a = 14; b = 18; c = 20$.

Câu 34. Giải tam giác ABC , biết $a = 6; b = 5; c = 7$.

Câu 35. Giải tam giác ABC , biết $a = 6; b = 7,3; c = 4,8$.

Câu 36. Giải tam giác ABC , biết $\hat{B} = 60^\circ; \hat{C} = 45^\circ; BC = a$.

Dạng 2. Nhận dạng tam giác

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

Câu 37. Cho tam giác ABC có các góc thỏa mãn $\sin C = 2 \cdot \sin B \cdot \cos A$. Chứng minh rằng tam giác ABC là một tam giác cân.

Câu 38. Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng:

- a) $\cot A + \cot B + \cot C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S}$
- b) $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$.

Câu 39. Cho tam giác ABC có hai trung tuyến kẻ từ A và B vuông góc. Chứng minh rằng:

- a) $a^2 + b^2 = 5c^2$
- b) $\cot C = 2(\cot A + \cot B)$.

Câu 40. Cho tam giác ABC có $S = 2R^2 \sin A \sin B$. Chứng minh rằng tam giác ABC là một tam giác vuông.

Câu 41. Cho tam giác ABC với $BC = a; AC = b; AB = c$ và $a = b$. Chứng minh rằng: $c^2 = 2a^2(1 - \cos C)$.

BÀI TẬP BỔ SUNG

Câu 42. Cho tam giác ABC . Chứng minh:

- a) Góc A nhọn $\Leftrightarrow a^2 < b^2 + c^2$;
- b) Góc A tù $\Leftrightarrow a^2 > b^2 + c^2$;
- c) Góc A vuông $\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$;

Câu 43. Cho tam giác ABC thỏa mãn $a^3 = b^3 + c^3$. Chứng minh tam giác có ba góc nhọn.

Câu 44. Cho tam giác ABC thỏa mãn $a^4 = b^4 + c^4$. Chứng minh ABC là tam giác nhọn.

- Câu 45.** Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A = 2 \sin B \cdot \cos C$. Chứng minh ABC là tam giác cân.
- Câu 46.** Cho tam giác ABC có cạnh $a = 2\sqrt{3}$, $b = 2$, $C = 30^\circ$. Chứng minh ABC là tam giác cân. Tính diện tích và chiều cao h_a của tam giác.
- Câu 47.** Xét dạng tam giác ABC thỏa mãn $\frac{1 + \cos B}{\sin B} = \frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}}$.
- Câu 48.** Cho tam giác ABC có chiều cao $h_a = \sqrt{p(p-a)}$. Chứng minh ABC là tam giác cân.
- Câu 49.** Chứng minh tam giác ABC vuông tại A khi và chỉ khi $5m_a^2 = m_b^2 + m_c^2$.
- Câu 50.** Cho tam giác ABC có bán kính đường tròn nội tiếp bằng r và các bán kính đường tròn bàng tiếp các góc A, B, C tương ứng bằng r_a, r_b, r_c . Chứng minh rằng nếu $r = r_a - r_b - r_c$ thì góc A là góc vuông.
- Câu 51.** Cho tam giác ABC thỏa mãn $\frac{a^3 + b^3 - c^3}{a + b - c} = c^2$. Chứng minh góc $C = 60^\circ$.
- Câu 52.** Cho tam giác ABC biết $a = 7$, $b = 8$, $c = 5$. Chứng minh tam giác ABC có góc 60° .
- Câu 53.** Cho tam giác ABC thỏa mãn $c^4 - 2(a^2 + b^2)c^2 + a^4 + a^2b^2 + c^4 = 0$. Chứng minh tam giác ABC có góc 60° hoặc 120° .
- Câu 54.** Cho tam giác ABC thỏa mãn $a + b + c = 2(a \cos A + b \cos B + c \cos C)$. Chứng minh tam giác ABC đều.
- Câu 55.** Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ$, $a = 10$, $r = \frac{5\sqrt{3}}{3}$. Chứng minh tam giác ABC đều.
- Câu 56.** Xét tam giác ABC thỏa mãn $\frac{a^3 + c^3 - b^3}{a + c - b} = b^2$ và $\sin A \cdot \sin C = \frac{3}{4}$.
- Câu 57.** Chứng minh điều kiện cần và đủ để tam giác ABC đều là $m_a + m_b + m_c = \frac{9}{2}R$.
- Câu 58.** Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin C = 2 \sin B \cos A$. Chứng minh rằng tam giác ABC cân.
- Câu 59.** Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$. Chứng minh rằng tam giác ABC vuông.
- Câu 60.** Nhận dạng tam giác ABC trong các trường hợp sau:
- $a \sin A + b \sin B + c \sin C = h_a + h_b + h_c$.
 - $\frac{\cos^2 A + \cos^2 B}{\sin^2 A + \sin^2 B} = \frac{1}{2}(\cot^2 A + \cot^2 B)$.

Dạng 3. Ứng dụng thực tế

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

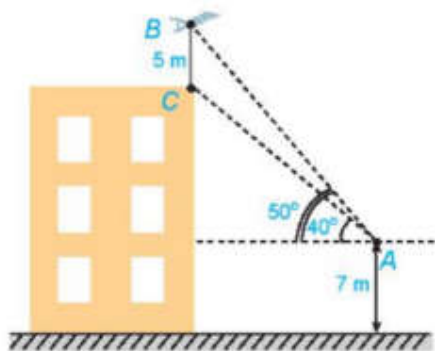
- Câu 61.** Ngắm Tháp Rùa từ bờ, chỉ với những dụng cụ đơn giản, dễ chuẩn bị, ta cũng có thể xác định được khoảng cách từ vị trí ta đứng tới Tháp Rùa. Em có biết vì sao?



- Câu 62.** Một tàu đánh cá xuất phát từ cảng A , đi theo hướng $S70^\circ E$ với vận tốc 70 km/h . Đi được 90 phút thì động cơ của tàu bị hỏng nên tàu trôi tự do theo hướng nam với vận tốc 8 km/h . Sau 2 giờ kể từ khi động cơ bị hỏng, tàu neo đậu được vào một hòn đảo.
- Tính khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

b) Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

Câu 63. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m . Từ một vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng là 50° và 40° so với phương nằm ngang (H.3.18)



Hình 3.18

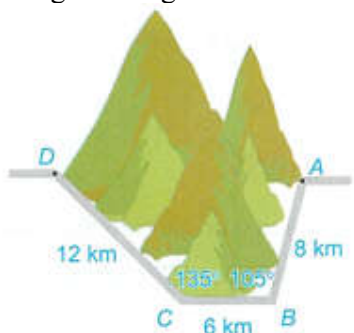
a) Tính các góc của tam giác ABC.

b) Tính chiều cao của tòa nhà.

Câu 64. Từ bãi biển Vũng Chùa, Quảng Bình, ta có thể ngắm được Đảo Yến. Hãy đề xuất một cách xác định bề rộng của hòn đảo (theo chiều ta ngắm được).



Câu 65. Để tránh núi, giao thông hiện tại phải đi vòng như mô hình trong Hình. Để rút ngắn khoảng cách và tránh sạt lở núi, người ta dự định làm đường hầm xuyên núi, nối thẳng từ A tới D. Hỏi độ dài đường mới sẽ giảm bao nhiêu kilômét so với đường cũ?



Câu 66. Để đo chiều cao của một tòa nhà, người ta chọn hai điểm A và B thẳng hàng với chân C của tòa nhà, cách nhau 15 m . Sử dụng giác kế, từ A và B tương ứng nhìn thấy đỉnh D của tòa nhà dưới các góc 35° và 40° so với phương nằm ngang. Hỏi chiều cao của tòa nhà đo được là bao nhiêu mét?

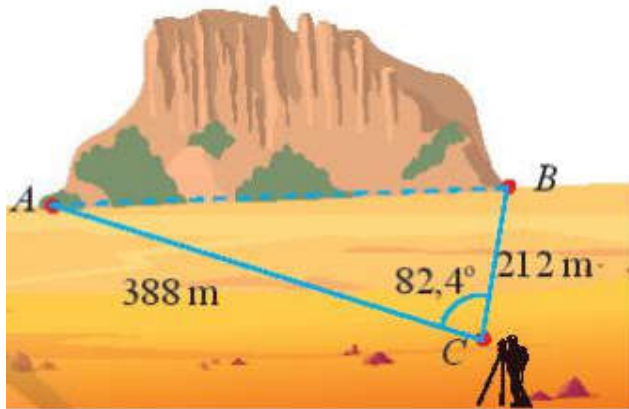
Câu 67. Một tàu cá xuất phát từ đảo A, chạy 50 km theo hướng $N24^\circ E$ đến đảo B để lấy thêm ngư cụ, rồi chuyển hướng $N36^\circ W$ chạy tiếp 130 km đến ngư trường C.

a) Tính khoảng cách từ vị trí xuất phát A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị đo kilômét).

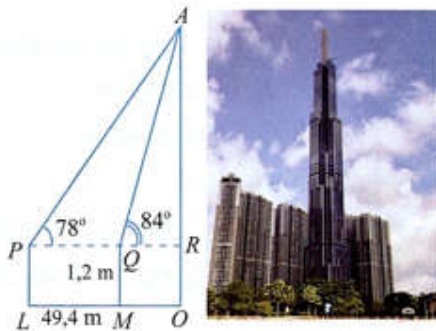
b) Tìm hướng từ A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị độ).

Câu 68. Một tàu du lịch xuất phát từ bãi biển Đồ Sơn (Hải Phòng), chạy theo hướng $N80^\circ E$ với vận tốc 20 km/h . Sau khi đi được 30 phút, tàu chuyển sang hướng $E20^\circ S$ giữ nguyên vận tốc và chạy tiếp 36 phút nữa đến đảo Cát Bà. Hỏi khi đó tàu du lịch cách vị trí xuất phát bao nhiêu kilômét?

- Câu 69.** Một cây cổ thụ mọc thẳng đứng bên lề một con dốc có độ dốc 10° so với phương nằm ngang. Từ một điểm dưới chân dốc, cách gốc cây $31m$ người ta nhìn đỉnh ngọn cây dưới một góc 40° so với phương nằm ngang. Hãy tính chiều cao của cây.
- Câu 70.** Một đường hầm được dự kiến xây dựng xuyên qua một ngọn núi. Để ước tính chiều dài của đường hầm, một kĩ sư đã thực hiện các phép đo và cho ra kết quả như Hình. Tính chiều dài của đường hầm từ các số liệu đã khảo sát được.

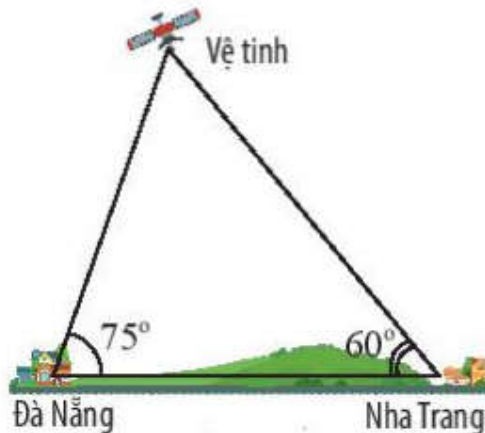


- Câu 71.** Để xác định chiều cao của một toà nhà cao tầng, một người đứng tại điểm M , sử dụng giác kế nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\widehat{RQA} = 84^\circ$, người đó lùi ra xa một khoảng cách $LM = 49,4m$ thì nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\widehat{RPA} = 78^\circ$. Tính chiều cao của toà nhà, biết rằng khoảng cách từ mặt đất đến ống ngắm của giác kế đó là $PL = QM = 1,2m$ (Hình).



Giải thích: Góc nâng là góc tạo bởi tia ngắm nhìn lên và đường nằm ngang.

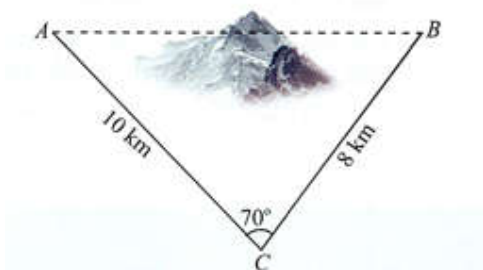
- Câu 72.** Hai trạm quan sát ở hai thành phố Đà Nẵng và Nha Trang đồng thời nhìn thấy một vệ tinh với góc nâng lần lượt là 75° và 60° (Hình). Vệ tinh cách trạm quan sát tại thành phố Đà Nẵng bao nhiêu kilômét? Biết rằng khoảng cách giữa hai trạm quan sát là $520km$.



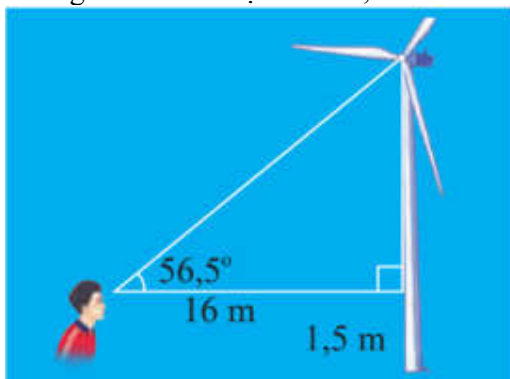
- Câu 73.** Với số liệu đo được từ một bên bờ sông như hình vẽ bên, bạn hãy giúp nhân viên đo đạc tính khoảng cách giữa hai cái cây bên kia bờ sông.



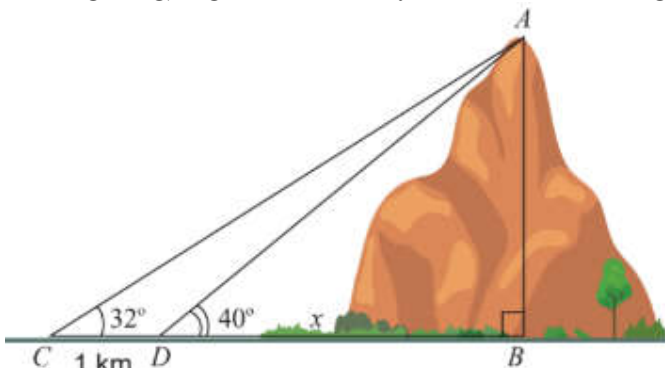
- Câu 74.** Để lắp đường dây điện cao thế từ vị trí A đến vị trí B , do phải tránh một ngọn núi nên người ta phải nối đường dây từ vị trí A đến vị trí C dài 10 km , sau đó nối đường dây từ vị trí C đến vị trí B dài 8 km . Góc tạo bởi hai đoạn dây AC và CB là 70° . Tính chiều dài tăng thêm vì không thể nối trực tiếp từ A đến B .



- Câu 75.** Một người đứng cách thân một các quạt gió 16 m và nhìn thấy tâm của cánh quạt với góc nâng $56,5^\circ$ (Hình). Tính khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất. Cho biết khoảng cách từ mắt của người đo đến mặt đất là $1,5\text{ m}$.

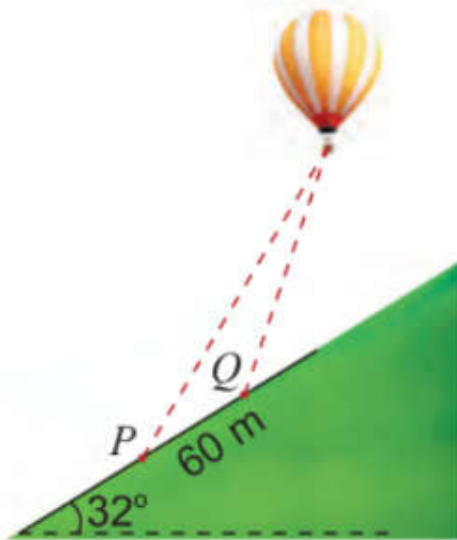


- Câu 76.** Tính chiều cao AB của một ngọn núi. Biết tại hai điểm C, D cách nhau 1 km trên mặt đất (B, C, D thẳng hàng), người ta nhìn thấy đỉnh A của núi với góc nâng lần lượt là 32° và 40° (Hình).

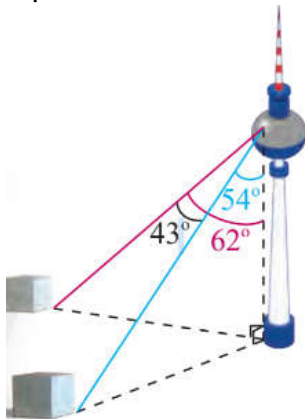


- Câu 77.** Hai người quan sát kinh khí cầu tại hai địa điểm P và Q nằm ở sườn đồi nghiêng 32° so với phương ngang, cách nhau 60 m (Hình 10). Người quan sát tại P xác định góc nâng của kinh khí

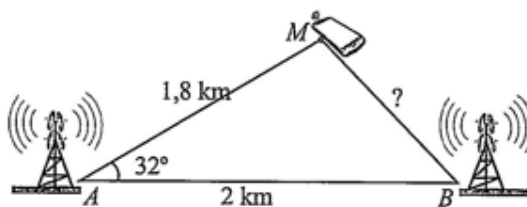
cầu là 62° . Cùng lúc đó, người quan sát tại Q xác định góc nâng của khinh khí cầu đó là 70° . Tính khoảng cách từ Q đến khinh khí cầu.



Câu 78. Một người đứng ở trên một tháp truyền hình cao 352 m so với mặt đất, muốn xác định khoảng cách giữa hai cột mốc trên mặt đất bên dưới. Người đó quan sát thấy góc được tạo bởi hai đường ngắm tới hai mốc này là 43° , góc giữa phương thẳng đứng và đường ngắm tới một điểm mốc trên mặt đất là 62° và đến điểm mốc khác là 54° (Hình). Tính khoảng cách giữa hai cột mốc này.

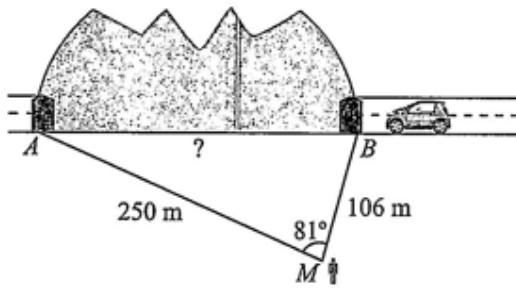


Câu 79. Tính khoảng cách từ vị trí của một người đang gọi điện thoại di động đến trạm phát sóng B với số liệu đã cho trong Hình 2.



Hình 2

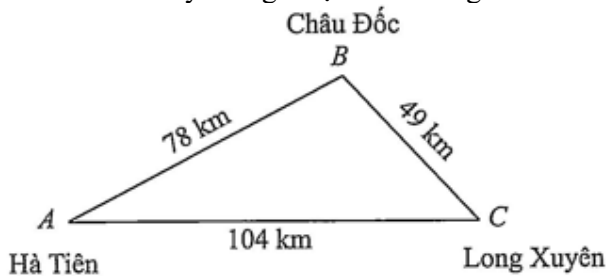
Câu 80. Tính chiều dài của đường hầm AB với số liệu cho trong Hình 3.



Hình 3

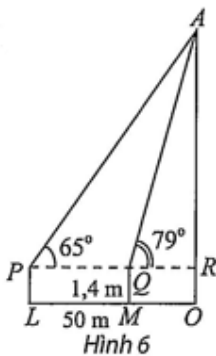
Câu 81. Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc di chuyển với tốc độ 450 km/h theo hướng tây và chiếc còn lại di chuyển theo hướng hợp với hướng bắc một góc 25° về phía tây với tốc độ 630 km/h . Hỏi sau 90 phút, hai máy bay cách nhau bao xa? Giả sử chúng đang ở cùng độ cao.

Câu 82. Người ta dự định làm hai đường cao tốc BA và BC từ Châu Đốc đến Hà Tiên và từ Châu Đốc đến Long Xuyên như Hình 5. Hãy tính góc tạo bởi hướng của hai cao tốc.



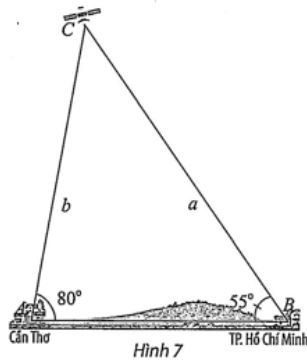
Hình 5

Câu 83. Để xác định chiều cao của một toà nhà cao tầng, một người đứng tại điểm M , sử dụng giác kế nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\widehat{ROA} = 79^\circ$, người đó lùi ra xa một khoảng cách $LM = 50 \text{ m}$ thì nhìn thấy đỉnh toà nhà với góc nâng $\widehat{RPA} = 65^\circ$. Hãy tính chiều cao của toà nhà, biết rằng khoảng cách từ mặt đất đến ống ngắm của giác kế đó là $PL = QM = 1,4 \text{ m}$ (Hình 6).

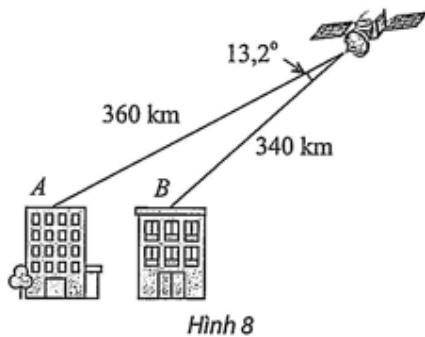


Hình 6

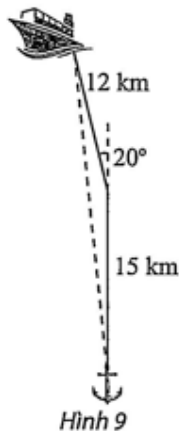
Câu 84. Một vệ tinh quay quanh Trái Đất, đang bay phía trên hai trạm quan sát ở hai thành phố Hồ Chí Minh và Cần Thơ. Khi vệ tinh nằm giữa hai trạm này, góc nâng của nó được quan sát đồng thời là 55° tại thành phố Hồ Chí Minh và 80° tại Cần Thơ. Hỏi khi đó vệ tinh cách trạm quan sát tại Cần Thơ bao xa? Biết rằng, khoảng cách giữa hai trạm quan sát là 127 km



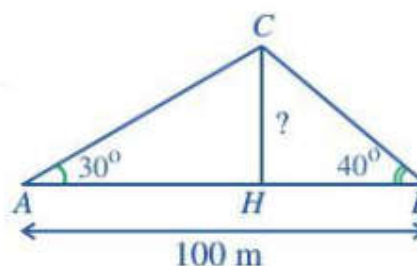
Câu 85. Tính khoảng cách AB giữa nóc hai toà cao ốc. Cho biết khoảng cách từ hai điểm đó đến một vệ tinh viễn thông lần lượt là 360 km , 340 km và góc nhìn từ vệ tinh đến A và B là $13,2^\circ$ (Hình 8).



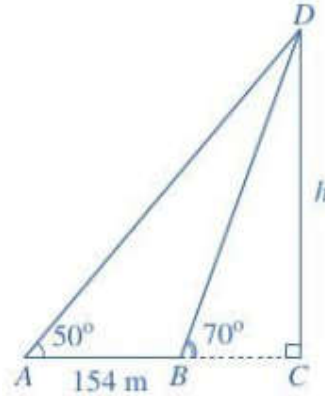
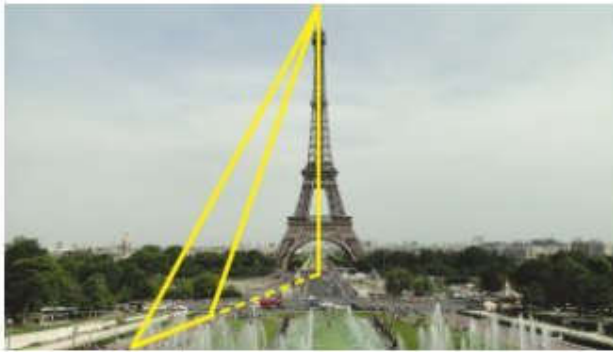
Câu 86. Một chiếc tàu khởi hành từ bến cảng, đi về hướng bắc 15 km , sau đó rẽ trái 20° về hướng tây bắc và đi thêm 12 km nữa (Hình 9). Tính khoảng cách từ tàu đến bến cảng.



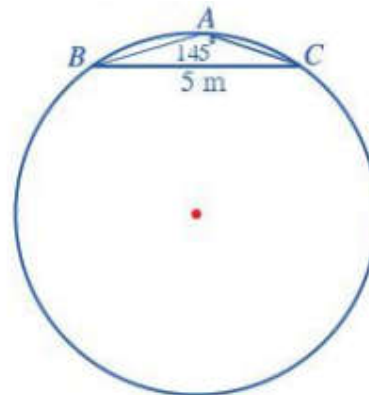
Câu 87. Đứng ở vị trí A trên bờ biển, bạn Minh đo được góc nghiêng so với bờ biển tới một vị trí C trên đảo là 30° . Sau đó di chuyển dọc bờ biển đến vị trí B cách A một khoảng 100 m và đo được góc nghiêng so với bờ biển tới vị trí C đã chọn là 40° . Tính khoảng cách từ vị trí C trên đảo tới bờ biển theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



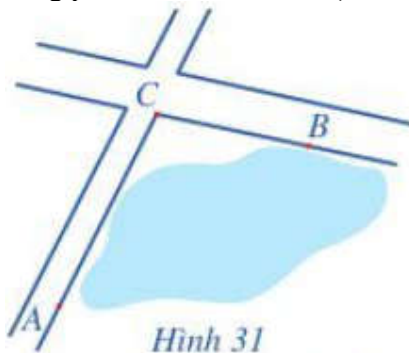
Câu 88. Trong lần đến tham quan tháp Eiffel (ở Thủ đô Paris, Pháp), bạn Phương muốn ước tính độ cao của tháp. Sau khi quan sát, bạn Phương đã minh hoạ lại kết quả đo đạc ở hình dưới. Em hãy giúp bạn Phương tính độ cao h của tháp Eiffel (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



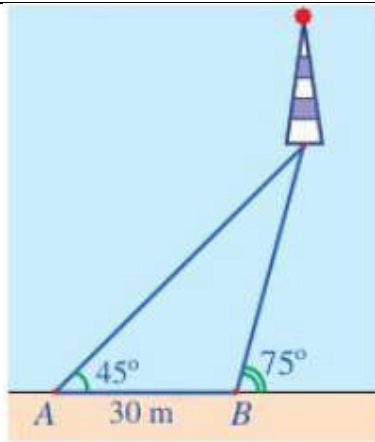
Câu 89. Để tính đường kính và diện tích của một giếng nước cổ có dạng hình tròn, người ta tiến hành đo đạc tại ba vị trí A, B, C trên thành giếng. Kết quả đo được là: $BC = 5m$, $\widehat{BAC} = 145^\circ$ hình dưới. Diện tích của giếng là bao nhiêu mét vuông (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



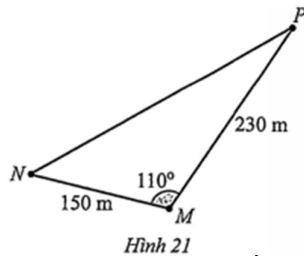
Câu 90. Để tính khoảng cách giữa hai địa điểm A và B mà ta không thể đi trực tiếp từ A đến B (hai địa điểm nằm ở hai bên bờ một hồ nước, một đầm lầy,...), người ta tiến hành như sau: Chọn một địa điểm C sao cho ta đo được các khoảng cách AC, CB và góc ACB . Sau khi đo, ta nhận được: $AC = 1km, CB = 800m$ và $\widehat{ACB} = 105^\circ$ (Hình 31). Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười đơn vị mét).



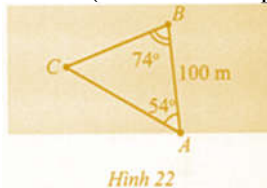
Câu 91. Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một ngọn hải đăng. Góc nghiêng của phương quan sát từ các vị trí A, B tới ngọn hải đăng với đường đi của người quan sát là 45° và 75° . Biết khoảng cách giữa hai vị trí A, B là $30m$ (Hình). Ngọn hải đăng cách bờ biển bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



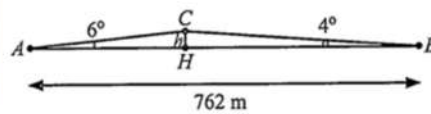
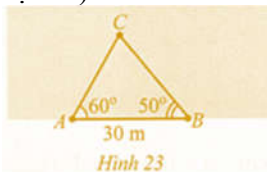
- Câu 92.** Gia đình bạn An sở hữu một mảnh đất hình tam giác. Chiều dài của hàng rào MN là $150m$, chiều dài của hàng rào MP là $230m$. Góc giữa hai hàng rào MN và MP là 110° (Hình 21).



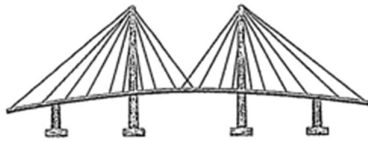
- a) Diện tích mảnh đất mà gia đình bạn An sở hữu là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?
b) Chiều dài hàng rào NP là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?
- Câu 93.** Hai người A và B cùng quan sát một con tàu đang neo đậu ngoài khơi tại vị trí C . Người A đứng trên bờ biển, người B đứng trên một hòn đảo cách bờ một khoảng $AB = 100m$. Hai người tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $\widehat{CAB} = 54^\circ$, $\widehat{CBA} = 74^\circ$ (Hình 22). Hỏi con tàu cách hòn đảo bao xa (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét)?



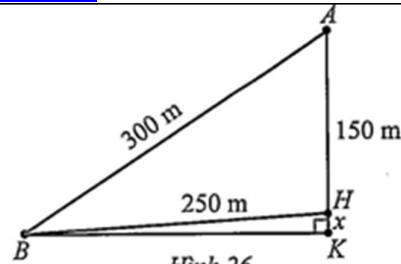
- Câu 94.** Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một con tàu C đang neo đậu ngoài khơi. Người đó tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $AB = 30m$, $\widehat{CAB} = 60^\circ$, $\widehat{CBA} = 50^\circ$ (Hình 23). Tính khoảng cách từ vị trí A đến con tàu C (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



- Câu 95.** Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (Hình 24). Cho biết đoạn thẳng AB dài $762m$, $\hat{A} = 6^\circ$, $\hat{B} = 4^\circ$.
a) Tính chiều cao h của con dốc theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
b) Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là $4km/h$ và tốc độ trung bình khi xuống dốc là $19km/h$.
- Câu 96.** Quan sát cây cầu dây văng minh họa ở Hình 25.



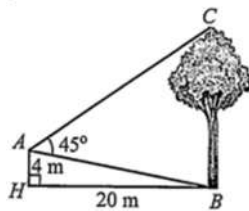
Hình 25



Hình 26

Tại trụ cao nhất, khoảng cách từ đỉnh trụ (vị trí A) tới chân trụ trên mặt cầu (vị trí H) là 150 m , độ dài dây văng dài nhất nối từ đỉnh trụ xuống mặt cầu (vị trí B) là 300 m , khoảng cách từ chân dây văng dài nhất tới chân trụ trên mặt cầu là 250 m (Hình 26). Tính độ dốc của cầu qua trụ nói trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị độ).

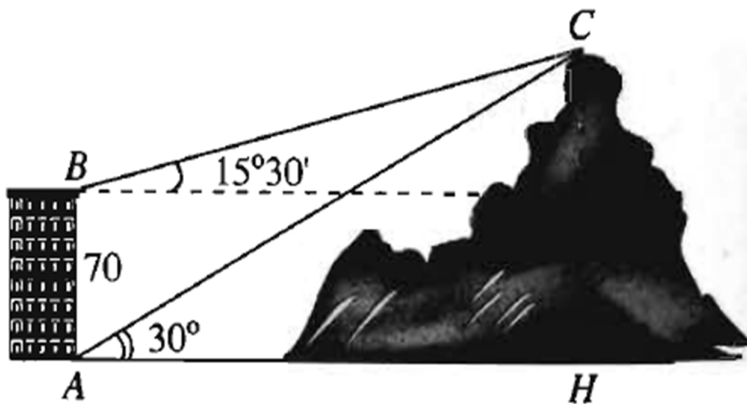
Câu 97. Một người đứng ở vị trí A trên nóc một ngôi nhà cao 4 m đang quan sát một cây cao cách ngôi nhà 20 m và đo được $\widehat{BAC} = 45^\circ$ (Hình 27). Tính chiều cao của cây đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



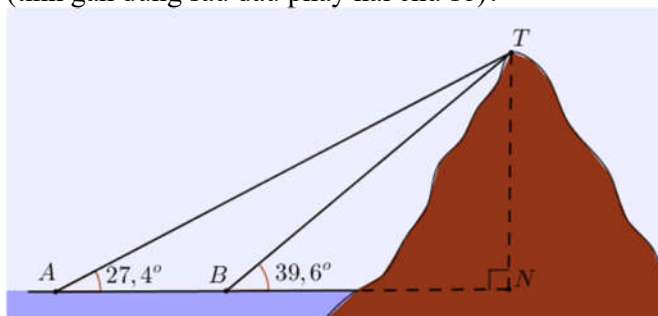
Hình 27

BÀI TẬP BỔ SUNG

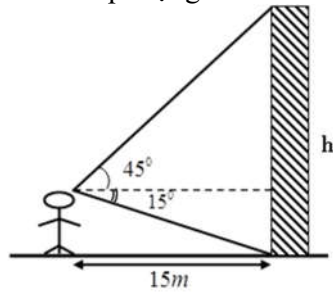
Câu 98. Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70\text{ m}$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang một góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang một góc $15^\circ 30'$ (như hình vẽ). Tính độ cao CH của ngọn núi so với mặt đất.



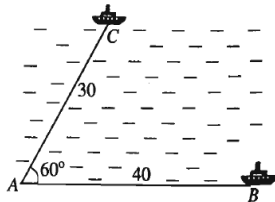
Câu 99. Các góc nhìn đến đỉnh núi so với mực nước biển được đo từ hai đèn tín hiệu A và B trên biển được thể hiện trên hình vẽ. Nếu các đèn tín hiệu cách nhau 1536 m thì ngọn núi cao bao nhiêu (tính gần đúng sau dấu phẩy hai chữ số)?



Câu 100. Một người quan sát đứng cách một cái tháp $15m$, nhìn thấy đỉnh tháp một góc 45° và nhìn dưới chân tháp một góc 15° so với phương nằm ngang như trong hình vẽ. Tính chiều cao h của tháp.



Câu 101. Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60° . Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lý một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lý một giờ. Sau hai giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lý?



Câu 102. Vịnh Vân Phong – tỉnh Khánh Hòa nổi tiếng vì có con đường đi bộ xuyên biển nối từ Hòn Quạ đến đảo Diệp Sơn. Một du khách muốn chèo thuyền kayak từ vị trí C trên Hòn Quạ đến vị trí B trên Bè thay vì đi bộ xuyên qua con đường qua vị trí A rồi mới đến vị trí B . Nếu người đó chèo thuyền với vận tốc không đổi là 4 km/h thì sẽ mất bao nhiêu thời gian biết $AB = 0,4$ km, $AC = 0,6$ km và góc giữa AB và AC là 60° ?

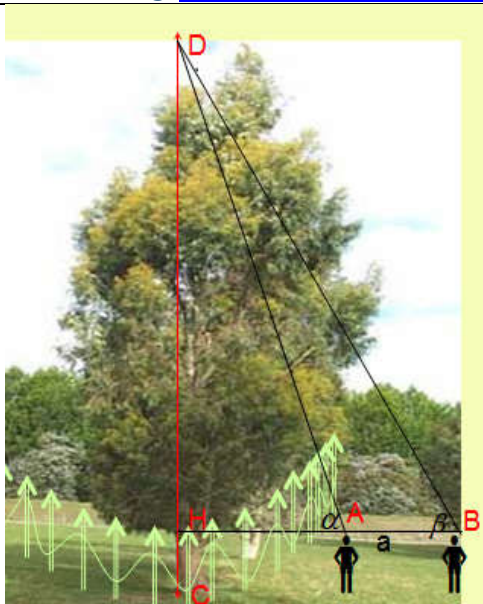


Câu 103. Trong một lần đi khảo sát các đảo thuộc quần đảo Trường Sa của Việt Nam, các nhà khoa học phát hiện có một đảo có dạng hình tròn, tâm của đảo này bị che bởi một bãi đá nhỏ mà các nhà khoa học không thể tới được. Các nhà khoa học muốn đo bán kính của đảo này, biết rằng các nhà khoa học chỉ có dụng cụ là thước thẳng dài. Nêu cách để các nhà khoa học tính được bán kính đảo?

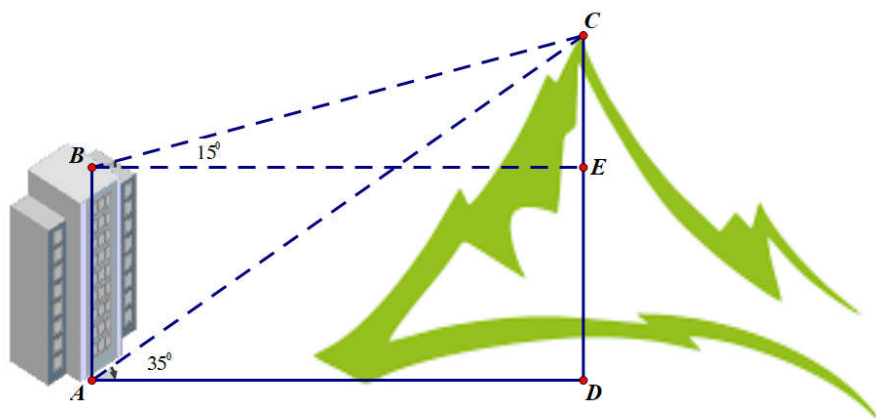
Câu 104. Giả sử chúng ta cần đo chiều cao AB của một tòa tháp với B là chân tháp và A là đỉnh tháp. Vì không thể đến chân tháp được nên từ hai điểm C và D có khoảng cách $CD = 30m$ sao cho ba điểm B, C, D thẳng hàng người ta đo các góc $\widehat{BCA} = 43^\circ$ và góc $\widehat{BDA} = 67^\circ$. Hãy tính chiều cao AB của tòa tháp

Câu 105. Trong tam giác vuông AHC ta có $AH = AC \cdot \cos \widehat{HAC} \approx 6,30 \cdot \cos 35^\circ \approx 5,16$ (km).

Từ hai vị trí A, B người ta quan sát một cái cây (hình vẽ). Lấy C là điểm gốc cây, D là điểm ngọn cây. A, B cùng thẳng hàng với điểm H thuộc chiều cao CD của cây. Người ta đo được $AB = 10m$, $HC = 1,7m$, $\alpha = 63^\circ$, $\beta = 48^\circ$. Tính chiều cao của cây đó.



Câu 106. Một người quan sát đỉnh của một ngọn núi nhân tạo từ hai vị trí khác nhau của tòa nhà. Lần đầu tiên người đó quan sát đỉnh núi từ tầng trệt với phương nhìn tạo với phương nằm ngang 35° và lần thứ hai người này quan sát tại sân thượng của cùng tòa nhà đó với phương nằm ngang 15° (như hình vẽ). Tính chiều cao ngọn núi biết rằng tòa nhà cao $60(m)$.



C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^\circ 24'$. Biết $CA = 250m, CB = 120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

- A. 266m. B. 255m. C. 166m. D. 298m.

Câu 2. Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ $30km/h$, tàu thứ hai chạy với tốc độ $40km/h$. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km ?

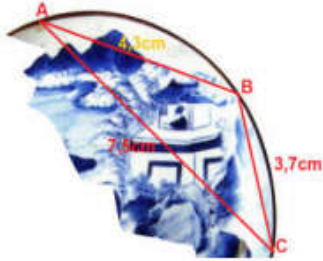
- A. 13. B. $20\sqrt{13}$. C. $10\sqrt{13}$. D. 15.

Câu 3. Từ một đỉnh tháp chiều cao $CD = 80m$, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $72^\circ 12'$ và $34^\circ 26'$. Ba điểm A, B, D thẳng hàng. Tính khoảng cách AB ?

- A. 71m. B. 91m. C. 79m. D. 40m.

- Câu 4.** Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $56^{\circ}16'$. Biết $CA = 200m$, $CB = 180m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?
- A. $180m$. B. $224m$. C. $112m$. D. $168m$.

- Câu 5.** Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ($AB = 4,3\text{ cm}$; $BC = 3,7\text{ cm}$; $CA = 7,5\text{ cm}$). Bán kính của chiếc đĩa này bằng (kết quả làm tròn tới hai chữ số sau dấu phẩy).



- A. $5,73\text{ cm}$. B. $6,01\text{ cm}$. C. $5,85\text{ cm}$. D. $4,57\text{ cm}$.
- Câu 6.** Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24m$, $\widehat{CAD} = 63^{\circ}$; $\widehat{CBD} = 48^{\circ}$. Chiều cao h của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?
- A. $61,4\text{ m}$. B. $18,5\text{ m}$. C. 60 m . D. 18 m .

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương**  <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương**  <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)**  <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

 https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

 **Tải nhiều tài liệu hơn tại:** <https://www.nbv.edu.vn/>