

# Bài 1. MỆNH ĐỀ

• | Fanpage: Nguyễn Bảo Vương

## A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

### 1. Mệnh đề

#### 1.1. Định nghĩa mệnh đề

- Mệnh đề là một khẳng định đúng hoặc sai.

Một khẳng định đúng gọi là mệnh đề đúng.

Một khẳng định sai gọi là mệnh đề sai.

Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

Chú ý: Người ta thường sử dụng các chữ cái in hoa  $P, Q, R, \dots$  để kí hiệu mệnh đề.

#### 1.2. Định nghĩa mệnh đề toán học

Mỗi mệnh đề toán học phải hoặc đúng hoặc sai. Một mệnh đề toán học không thể vừa đúng, vừa sai.

Khi mệnh đề toán học là đúng, ta gọi mệnh đề đó là một mệnh đề đúng.

Khi mệnh đề toán học là sai, ta gọi mệnh đề đó là một mệnh đề sai.

#### 1.3. Mệnh đề phủ định

Phủ định của mệnh đề  $P$  là mệnh đề "Không phải  $P$ ", kí hiệu  $\bar{P}$ . Mệnh đề  $\bar{P}$  đúng khi  $P$  sai và  $\bar{P}$  sai khi  $P$  đúng.

#### 1.4. Mệnh đề kéo theo và mệnh đề đảo

- Mệnh đề "Nếu  $P$  thì  $Q$ " được gọi là mệnh đề kéo theo, kí hiệu  $P \Rightarrow Q$ . Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  chỉ sai khi  $P$  đúng và  $Q$  sai.

- Nếu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  đúng (định lí) thì ta nói:

+  $P$  là giả thiết,  $Q$  là kết luận của định lí;

+  $P$  là điều kiện đủ để có  $Q$ ;  $+Q$  là điều kiện cần để có  $P$ .

Chú ý:

a) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  còn được phát biểu là " $P$  kéo theo  $Q$ " hoặc "Từ  $P$  suy ra  $Q$ ".

b) Để xét tính đúng sai của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ , ta chỉ cần xét trường hợp  $P$  đúng. Khi đó, nếu  $Q$  đúng thì mệnh đề đúng, nếu  $Q$  sai thì mệnh đề sai.

- Mệnh đề đảo của mệnh đề kéo theo  $P \Rightarrow Q$  là mệnh đề  $Q \Rightarrow P$ .

Chú ý: Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết là đúng.

#### 1.5. Hai mệnh đề tương đương

- Nếu cả hai mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  đều đúng thì ta nói  $P$  và  $Q$  là hai mệnh đề tương đương, kí hiệu là  $P \Leftrightarrow Q$ .

- Khi đó,  $P$  là điều kiện cần và đủ để có  $Q$  (hay  $Q$  là điều kiện cần và đủ để có  $P$ ).

Chú ý: Hai mệnh đề  $P$  và  $Q$  tương đương khi chúng cùng đúng hoặc cùng sai.

"Tương đương" còn được gọi bằng các thuật ngữ khác như "điều kiện cần và đủ",

"khi và chỉ khi", "nếu và chỉ nếu".

## 2. Mệnh đề chứa biến

### 2.1. Định nghĩa

- Mệnh đề chứa biến  $P(x)$  là một câu chứa biến (không phải là mệnh đề đúng hay sai), nhưng với mỗi giá trị của biến  $x$  trong tập xác định  $X$  nào đó ta được một mệnh đề.

Câu "n chia hết cho 3" là một mệnh đề chứa biến

Ta thường kí hiệu mệnh đề chứa biến  $n$  là  $P(n)$ ; mệnh đề chứa biến  $x, y$  là  $P(x, y); \dots$

### 2.2. Các kí hiệu $\forall, \exists$ và mệnh đề phủ định của mệnh đề có chứa kí hiệu $\forall, \exists$ .

Kí hiệu  $\forall$ : đọc là với mọi,  $\exists$ : đọc là tồn tại.

- Mệnh đề " $\forall x \in M, P(x)$ " đúng nếu với mọi  $x_0 \in M, P(x_0)$  là mệnh đề đúng.

- Mệnh đề " $\exists x \in M, P(x)$ " đúng nếu có  $x_0 \in M$  sao cho  $P(x_0)$  là mệnh đề đúng.

Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in X, P(x)$ " là mệnh đề " $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ ".

Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in X, P(x)$ " là mệnh đề " $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ ".

## B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### Dạng 1. Mệnh đề và tính đúng sai của mệnh đề

#### 1.1 Phương pháp

- Khẳng định đúng là mệnh đề đúng, khẳng định sai là mệnh đề sai.

- Câu không phải là câu khẳng định hoặc câu khẳng định mà không có tính đúng sai đều không phải là mệnh đề.

- Tính đúng - sai có thể chưa xác định hoặc không biết nhưng chắc chắn hoặc đúng hoặc sai cũng là mệnh đề. Không có mệnh đề vừa đúng vừa sai hoặc không đúng cũng không sai.

#### 1.2. Mệnh đề đúng, mệnh đề sai.

-  $\overline{P}$  đúng  $\Leftrightarrow P$  sai;  $\overline{P}$  sai  $\Leftrightarrow P$  đúng

-  $(P \Rightarrow Q)$  chỉ sai khi  $P$  đúng và  $Q$  sai.

Đặc biệt: Nếu  $P$  sai thì  $(P \Rightarrow Q)$  luôn đúng dù  $Q$  đúng hoặc sai.

Nếu  $Q$  đúng thì  $(P \Rightarrow Q)$  luôn đúng dù  $P$  đúng hoặc sai.

-  $(P \Leftrightarrow Q)$  chỉ đúng khi  $P$  và  $Q$  cùng đúng hoặc cùng sai.

#### 1.3. Mệnh đề chứa dấu $\forall, \exists$ .

-  $\forall x \in X, P(x)$  đúng  $\Leftrightarrow$  mọi  $x_0 \in X, P(x_0)$  đúng.

-  $\forall x \in X, P(x)$  sai  $\Leftrightarrow$  có  $x_0 \in X, P(x_0)$  sai.

-  $\exists x \in X, P(x)$  đúng  $\Leftrightarrow$  có  $x_0 \in X, P(x_0)$  đúng.

-  $\exists x \in X, P(x)$  sai  $\Leftrightarrow$  mọi  $x_0 \in X, P(x_0)$  sai.

## BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

**Câu 1.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề? Câu nào không phải là mệnh đề?

- a) Phương trình  $3x^2 - 5x + 2 = 0$  có nghiệm nguyên;
- b)  $5 < 7 - 3$ ;
- c) Có bao nhiêu dấu hiệu nhận biết hai tam giác đồng dạng?
- d) Đây là cách xử lý khôn ngoan!

#### Lời giải

Vì phương trình  $3x^2 - 5x + 2 = 0$  có nghiệm nguyên  $x = 1$  nên câu a là đúng. Câu b là sai. Do đó, câu a và câu b là những mệnh đề.

Câu c là câu hỏi; câu d là câu cảm thán, nêu lên ý kiến của người nói. Do đó, không xác định được tính đúng sai. Vậy các câu c và d không phải là mệnh đề.

**Câu 2.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

- a) Trung Quốc là nước đông dân nhất thế giới;
- b) Bạn học trường nào?
- c) Không được làm việc riêng trong giờ học;
- d) Tôi sẽ sút bóng trúng xà ngang.

#### Lời giải

Câu là mệnh đề là: a.

a) "Trung Quốc là nước đông dân nhất thế giới" là một mệnh đề.

b) "Bạn học trường nào?" không là mệnh đề (do không xác định được tính đúng sai).

c) "Không được làm việc riêng trong giờ học" không là mệnh đề (do không xác định được tính đúng sai).

d) "Tôi sẽ sút bóng trúng xà ngang." không là mệnh đề (do không xác định được tính đúng sai).

**Câu 3.** Xác định tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau:

- a)  $\pi > \frac{10}{3}$

- b) Phương trình  $3x + 7 = 0$  có nghiệm;  
 c) Có ít nhất một số cộng với chính nó bằng 0;  
 d) 2022 là hợp số.

**Lời giải**

- a) Mệnh đề " $\pi > \frac{10}{3}$ " sai vì  $\pi \approx 3,141592654 < \frac{10}{3} = 3,3$ ;  
 b) Mệnh đề "Phương trình  $3x + 7 = 0$  có nghiệm" đúng vì  $x = -\frac{7}{3}$  là nghiệm của phương trình.  
 c) Mệnh đề "Có ít nhất một số cộng với chính nó bằng 0" đúng vì  $0 + 0 = 0$   
 d) Mệnh đề "2022 là hợp số" đúng vì  $2022 = 2 \cdot 1011 = 3 \cdot 673$ .

**Câu 4.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề? Câu nào không là mệnh đề? Xác định tính đúng sai của các mệnh đề.

- a) Hình vuông có hai đường chéo vuông góc với nhau.  
 b) Sông Hương chảy ngang qua thành phố Huế.  
 c) Năm 2022 không phải là năm nhuận.  
 d) Hôm nay trời đẹp quá!  
 e)  $3x + 2 = 5$   
 g)  $4 > 6 \cdot 5$

**Lời giải**

Những câu  $a, b, c, g$  là mệnh đề. Các câu  $a, b, c$  là những mệnh đề đúng, câu  $g$  là mệnh đề sai.  
 Câu d là câu cảm thán, không phải là mệnh đề. Câu e không xác định được tính đúng sai, không phải là mệnh đề (câu e là mệnh đề chứa biến).

**Câu 5.** Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Các số nguyên tố đều là số lẻ;  
 b) Phương trình  $x^2 + 1 = 0$  có hai nghiệm nguyên phân biệt;  
 c) Mọi số nguyên lẻ đều không chia hết cho 2.

**Lời giải**

- a) Sai. b) Sai. c) Đúng.

**Câu 6.** Trong các câu sau đây, câu nào là mệnh đề?

- a) 3 là số lẻ;  
 b)  $1 + 2 > 3$ ;  
 c)  $\pi$  là số vô tỉ phải không?  
 d) 0,0001 là số rất bé;  
 e) Đến năm 2050, con người sẽ đặt chân lên Sao Hỏa.

**Lời giải**

- a) "3 là số lẻ" là mệnh đề (là mệnh đề đúng).  
 b) " $1 + 2 > 3$ " là mệnh đề (là mệnh đề sai).  
 c) " $\pi$  là một số vô tỉ phải không?" là câu hỏi, không phải mệnh đề.  
 d) Câu "0,0001 là số rất bé" không có tính hoặc đúng hoặc sai (do không đưa ra tiêu chí thế nào là số rất bé). Do đó, nó không phải là mệnh đề.  
 e) "Đến năm 2050, con người sẽ đặt chân lên Sao Hỏa" là một khẳng định chưa thể chắc chắn là đúng hay sai. Tuy nhiên, nó chắc chắn chỉ có thể hoặc đúng hoặc sai. Do đó, nó là một mệnh đề.

**Câu 7.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

- a)  $2 + 2 = 5$ ;  
 b)  $10^9 \geq 9^{10}$ ;  
 c) Hãy chứng tỏ  $\sqrt{2}$  là số vô tỉ;  
 d)  $2^{64}$  là số rất lớn.

**Lời giải**

- a) Là khẳng định sai. Nó là một mệnh đề.  
 b) Là câu khẳng định, chắc chắn chỉ có thể hoặc đúng hoặc sai. Nó là một mệnh đề.  
 c) Là câu mệnh lệnh, không phải là câu khẳng định. Nó không là mệnh đề.  
 d) Là câu khẳng định, nhưng không có tính chất hoặc đúng hoặc sai, do không rõ tiêu chí thế nào là số lớn. Nó không phải là mệnh đề.

**Câu 8.** Tìm mệnh đề đúng trong những mệnh đề sau:

A: "Tam giác có ba cạnh";

B: "1 là số nguyên tố".

**Lời giải**

Mệnh đề  $A$  là mệnh đề đúng; mệnh đề  $B$  là mệnh đề sai vì 1 không là số nguyên tố.

**Câu 9.** Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề toán học?

a) Hà Nội là Thủ đô của Việt Nam;

b) Số  $\pi$  là một số hữu tỉ;

c)  $x = 1$  có phải là nghiệm của phương trình  $x^2 - 1 = 0$  không?

**Lời giải**

Câu a) không phải là một mệnh đề toán học.

Câu b) là một mệnh đề toán học.

Câu c) là một câu hỏi nên không phải là một mệnh đề toán học.

**Câu 10.** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề toán học?

a) Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm.

b) Mọi số tự nhiên đều là dương.

c) Có sự sống ngoài Trái Đất

d) Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động.

**Lời giải**

a) Phát biểu "Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm" là một mệnh đề toán học.

b) Phát biểu "Mọi số tự nhiên đều là dương" là một mệnh đề toán học.

c) Phát biểu "Có sự sống ngoài Trái Đất" không là một mệnh đề toán học (vì không liên quan đến sự kiện Toán học nào).

d) Phát biểu "Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động" không là một mệnh đề toán học (vì không liên quan đến sự kiện Toán học nào).

**Câu 11.** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề toán học?

a) Số  $\pi$  là số vô tỉ;

b) Bình phương của mọi số thực đều là số dương;

c) Tồn tại số thực  $x$  mà  $x$  lớn hơn số nghịch đảo của nó;

d) Fansipan là ngọn núi cao nhất Việt Nam.

**Lời giải**

a) Là một mệnh đề toán học.

b) Là một mệnh đề toán học.

c) Là một mệnh đề toán học.

d) Không là mệnh đề toán học.

**Câu 12.** Cho tứ giác  $ABCD$ , xét hai câu sau:

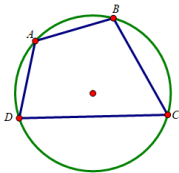
$P$ : "Tứ giác  $ABCD$  có tổng số đo hai góc đối diện bằng  $180^\circ$  "

$Q$ : " $ABCD$  là tứ giác nội tiếp đường tròn".

Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và cho biết tính đúng sai của mệnh đề đó.

**Lời giải**

$P \Rightarrow Q$ : "Nếu tứ giác  $ABCD$  có tổng số đo hai góc đối diện bằng  $180^\circ$  thì  $ABCD$  là tứ giác nội tiếp đường tròn".



Mệnh đề kéo theo này là mệnh đề đúng.

**Câu 13.** Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề: "Nếu tam giác  $ABC$  là tam giác đều thì tam giác  $ABC$  là tam giác cân" và xác định tính đúng sai của mệnh đề đảo này.

**Lời giải**

Mệnh đề đảo là: "Nếu tam giác  $ABC$  là tam giác cân thì tam giác  $ABC$  là tam giác đều".

Mệnh đề đảo này là sai.

**Câu 14.** Phát biểu mệnh đề đảo của mỗi mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của mệnh đề này.

$P$ : "Nếu số tự nhiên  $n$  có chữ số tận cùng là 5 thì  $n$  chia hết cho 5";

Q: "Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau"

**Lời giải**

Mệnh đề đảo của mệnh đề  $P$ : "Nếu số tự nhiên  $n$  chia hết cho 5 thì  $n$  có chữ số tận cùng là 5";  
Mệnh đề này sai vì  $n$  còn có thể có chữ số tận cùng là 0. Chẳng hạn  $n = 10$ , chia hết cho 5 nhưng chữ số tận cùng bằng 0.

Mệnh đề đảo của mệnh đề Q: "Nếu tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau thì tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật"

Mệnh đề này sai, chẳng hạn tứ giác  $ABCD$  là hình thang cân có hai đường chéo bằng nhau nhưng tứ giác  $ABCD$  không là hình chữ nhật

**Câu 15.** Với hai số thực  $a$  và  $b$ , xét mệnh đề  $P: "a^2 < b^2"$  và  $Q: "0 < a < b"$

- Hãy phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ ;
- Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề ở câu a.
- Xác định tính đúng sai của mỗi mệnh đề ở câu a và câu b.

**Lời giải**

- Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là: "Nếu  $a^2 < b^2$  thì  $0 < a < b$ "
  - Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là: "Nếu  $0 < a < b$  thì  $a^2 < b^2$ " sai, chẳng hạn  $a = -3; b = 2$
- Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là: "Nếu  $0 < a < b$  thì  $a^2 < b$ " đúng

**Câu 16.** Cho hai mệnh đề sau:

$P$ : "Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi" và  $Q$ : "Tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo vuông góc".

Hãy phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ .

**Lời giải**

Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ : "Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình thoi thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo vuông góc".

**Câu 17.** Cho hai mệnh đề sau:

$P$ : "Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành".

$Q$ : "Tứ giác  $ABCD$  có  $AB // CD$  và  $AB = CD$ ".

Hãy phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và mệnh đề đảo của mệnh đề đó.

**Lời giải**

Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ : "Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành thì tứ giác  $ABCD$  có  $AB // CD$  và  $AB = CD$ ".

Mệnh đề đảo  $Q \Rightarrow P$ : "Nếu tứ giác  $ABCD$  có  $AB // CD$  và  $AB = CD$  thì tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành".

**Câu 18.** Phát biểu dưới dạng "điều kiện cần" đối với các mệnh đề sau:

- Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.
- Số tự nhiên có tổng các chữ số của nó chia hết cho 3 thì chia hết cho 3.

**Lời giải**

- Hai góc bằng nhau là điều kiện cần để hai góc đó đối đỉnh.
- Số tự nhiên chia hết cho 3 là điều kiện cần để tổng các chữ số của nó chia hết cho 3.

**Câu 19.** Xác định tính đúng sai của mệnh đề đảo của các mệnh đề sau:

- Nếu số tự nhiên  $n$  có tổng các chữ số bằng 6 thì số tự nhiên  $n$  chia hết cho 3.
- Nếu  $x > y$  thì  $x^3 > y^3$ .

**Lời giải**

- Sai.
- Đúng.

**Câu 20.** Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- $R$ : "Nếu tam giác  $ABC$  có hai góc bằng  $60^\circ$  thì nó là tam giác đều";
- $T$ : "Từ  $-3 < -2$  suy ra  $(-3)^2 < (-2)^2$ ".

**Lời giải**

a)  $R$  là mệnh đề có dạng  $P \Rightarrow Q$ , với  $P$ : "Tam giác  $ABC$  có hai góc bằng  $60^\circ$ " và  $Q$ : "Tam giác  $ABC$  là tam giác đều". Ta thấy khi  $P$  đúng thì  $Q$  cũng đúng. Do đó,  $P \Rightarrow Q$  đúng hay  $R$  đúng.

b)  $T$  là mệnh đề có dạng  $P \Rightarrow Q$ , với  $P$ : " $-3 < -2$ " và  $Q$ : " $(-3)^2 < (-2)^2$ " (hay " $9 < 4$ ").

Ta thấy mệnh đề  $P$  đúng, còn mệnh đề  $Q$  sai. Do đó,  $P \Rightarrow Q$  sai. Vậy  $T$  là mệnh đề sai.

**Câu 21.** Sử dụng các thuật ngữ "điều kiện cần", "điều kiện đủ" để phát biểu lại định lý: "Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật thì hai đường chéo bằng nhau".

**Lời giải**

Ta có thể phát biểu lại định lý đã cho như sau:

"Tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau là điều kiện cần để nó là hình chữ nhật" hoặc "Tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật là điều kiện đủ để hai đường chéo bằng nhau".

**Câu 22.** Xét hai mệnh đề:

$P$ : "Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành".

$Q$ : "Tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường".

a) Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và xét tính đúng sai của nó.

b) Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ .

**Lời giải**

a) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ : "Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành thì nó có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường".

Mệnh đề này đúng vì "hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường" là tính chất của hình bình hành.

b) Mệnh đề đảo của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là mệnh đề  $Q \Rightarrow P$ , được phát biểu

là: "Nếu tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường thì nó là hình bình hành".

**Câu 23.** Cho các định lý:

$P$ : "Nếu hai tam giác bằng nhau thì diện tích của chúng bằng nhau".

$Q$ : "Nếu  $a < b$  thì  $a + c < b + c$ " ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ).

a) Chỉ ra giả thiết và kết luận của mỗi định lý.

b) Phát biểu lại mỗi định lý đã cho, sử dụng thuật ngữ "điều kiện cần" hoặc "điều kiện đủ".

c) Mệnh đề đảo của mỗi định lý đó có là định lý không?

**Lời giải**

a)

Mệnh đề  $P$  có dạng  $R \Rightarrow T$  với  $R$ : "Hai tam giác bằng nhau" và  $T$ : "Diện tích của hai tam giác bằng nhau".

Giả thiết là mệnh đề  $R$ : "Hai tam giác bằng nhau".

Kết luận là mệnh đề  $T$ : "Diện tích của hai tam giác bằng nhau".

Mệnh đề  $Q$  có dạng  $A \Rightarrow B$  với  $A$ : " $a < b$ " và  $B$ : " $a + c < b + c$ ".

Giả thiết là mệnh đề  $A$ : " $a < b$ ".

Kết luận là mệnh đề  $B$ : " $a + c < b + c$ ".

b)

+) Mệnh đề  $P$  có thể phát biểu lại như sau:

Hai tam giác bằng nhau là **điều kiện đủ** để có diện tích của chúng bằng nhau.

Diện tích của hai tam giác bằng nhau là **điều kiện cần** để hai tam giác bằng nhau.

+) Mệnh đề  $Q$  có thể phát biểu lại như sau:

$a < b$  là **điều kiện đủ** để có  $a + c < b + c$ .

$a + c < b + c$  là **điều kiện cần** để có  $a < b$ .

c)

Mệnh đề đảo của mệnh đề  $P$  có dạng  $T \Rightarrow R$ , phát biểu là: "Nếu hai tam giác có diện tích bằng nhau thì hai tam giác đó bằng nhau".

Mệnh đề này sai nên không là định lý.

Mệnh đề đảo của mệnh đề  $Q$  có dạng  $B \Rightarrow A$ , phát biểu là: "Nếu  $a + c < b + c$  thì  $a < b$ ".

Mệnh đề này đúng nên nó cũng là định lý.

**Câu 24.** Trong mỗi cặp mệnh đề  $P$  và  $Q$  sau đây, hãy phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và xét tính đúng sai của nó.  $P$  có phải là điều kiện đủ để có  $Q$  không?

a)  $P$ : " $a$  và  $b$  là hai số chẵn",  $Q$ : " $a + b$  là số chẵn" ( $a, b$  là hai số tự nhiên);



b)  $P$ : "Tứ giác  $ABCD$  có bốn cạnh bằng nhau",  $Q$ : "Tứ giác  $ABCD$  là một hình vuông".

**Lời giải**

a)  $P \Rightarrow Q$ : "Nếu  $a$  và  $b$  là hai số chẵn thì  $a + b$  là số chẵn".

Ta biết rằng, tổng của hai số chẵn là một số chẵn, nên  $P$  đúng thì  $Q$  đúng.

Vậy, mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  đúng.

Do đó,  $P$  là điều kiện đủ để có  $Q$ .

b)  $P \Rightarrow Q$ : "Nếu tứ giác  $ABCD$  có bốn cạnh bằng nhau thì nó là hình vuông".

Có những tứ giác có bốn cạnh bằng nhau nhưng không là hình vuông (chẳng hạn như hình thoi có một góc khác  $90^\circ$ ). Khi tứ giác  $ABCD$  như vậy thì  $P$  đúng,  $Q$  sai. Do đó, mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  sai.

Cũng vì vậy,  $P$  không phải là điều kiện đủ để có  $Q$ .

**Câu 25.** Cho tứ giác  $ABCD$ , xét hai mệnh đề:

$P$ : "Tứ giác  $ABCD$  có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$ ";

$Q$ : "Tứ giác  $ABCD$  là tứ giác nội tiếp".

a) Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và xét tính đúng sai của nó.

b) Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và xét tính đúng sai của mệnh đề đảo đó.

c) Mệnh đề  $P$  là điều kiện gì của mệnh đề  $Q$ ?

**Lời giải**

a)  $P \Rightarrow Q$ : "Nếu tứ giác  $ABCD$  có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$  thì nó là tứ giác nội tiếp", là một mệnh đề đúng.

b)  $Q \Rightarrow P$ : "Nếu tứ giác  $ABCD$  là tứ giác nội tiếp thì tổng hai góc đối của nó bằng  $180^\circ$ ", là một mệnh đề đúng.

c) Từ trên ta thấy,  $P$  và  $Q$  là hai mệnh đề tương đương. Do đó,  $P$  là điều kiện cần và đủ để có  $Q$ .

**Câu 26.** Với mỗi cặp mệnh đề  $P$  và  $Q$  sau đây, hãy phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và xét tính đúng sai của nó.

a)  $P$ : "Hai tam giác  $ABC$  và  $DEF$  bằng nhau";

$Q$ : "Hai tam giác  $ABC$  và  $DEF$  đồng dạng".

b)  $P$ : " $b^2 \geq 4ac$ ";

$Q$ : "Phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  vô nghiệm" ( $a, b, c$  là ba số thực nào đó,  $a \neq 0$ ).

**Lời giải**

a)  $P \Rightarrow Q$ : "Nếu hai tam giác  $ABC$  và  $DEF$  bằng nhau thì chúng đồng dạng". Mệnh đề này đúng.

b)  $P \Rightarrow Q$ : "Nếu  $b^2 \geq 4ac$  thì phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  vô nghiệm".

Mệnh đề này sai.

**Câu 27.** Ta có thể phát biểu lại mệnh đề:

"Mỗi hình thoi là một hình bình hành"

thành mệnh đề kéo theo:

"Nếu một tứ giác là hình thoi thì nó là một hình bình hành".

Hãy phát biểu lại mỗi mệnh đề sau thành mệnh đề kéo theo:

a) Hình chữ nhật có hai đường chéo bằng nhau;

b) Tổng của hai số hữu tỉ là một số hữu tỉ;

c) Lập phương của một số âm là một số âm.

**Lời giải**

a) Nếu một tứ giác là hình chữ nhật thì nó có hai đường chéo bằng nhau.

b) Nếu hai số nào đó đều là số hữu tỉ thì tổng của chúng cũng là số hữu tỉ.

c) Nếu một số nào đó là số âm thì lập phương của nó cũng là số âm.

**Câu 28.** Phát biểu mệnh đề đảo của các mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mệnh đề đảo đó.

a) Nếu một số chia hết cho 6 thì nó chia hết cho 3;

b) Nếu tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$  thì tam giác  $ABC$  cân;

c) Nếu tam giác  $ABC$  có hai góc bằng  $60^\circ$  thì tam giác  $ABC$  đều.

**Lời giải**

- a) Nếu một số chia hết cho 3 thì nó chia hết cho 6. Mệnh đề này sai.  
b) Nếu tam giác  $ABC$  cân thì  $AB = AC$ . Mệnh đề này sai.  
c) Nếu tam giác  $ABC$  đều thì nó có hai góc bằng  $60^\circ$ . Mệnh đề này đúng.

**Câu 29.** Cho tam giác  $ABC$ . Xét hai mệnh đề:

$P$ : "Tam giác  $ABC$  có hai góc bằng  $60^\circ$ ";  $Q$ : "Tam giác  $ABC$  đều".

Hãy phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và nhận xét tính đúng sai của mệnh đề đó.

**Lời giải**

$P \Rightarrow Q$ : "Nếu tam giác  $ABC$  có hai góc bằng  $60^\circ$  thì tam giác  $ABC$  đều".

Mệnh đề trên là đúng.

**Câu 30.** Cho tam giác  $ABC$ . Xét mệnh đề dạng  $P \Rightarrow Q$  như sau:

"Nếu tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  thì tam giác  $ABC$  có  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ".

Phát biểu mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  và xác định tính đúng sai của hai mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$ .

**Lời giải**

Mệnh đề  $P$ : "Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ".

Mệnh đề  $Q$ : "Tam giác  $ABC$  có  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ".

Theo định lý Pythagore, hai mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  đều đúng. Do đó, hai mệnh đề  $P$  và  $Q$  là tương đương và có thể phát biểu như sau: "Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  khi và chỉ khi tam giác  $ABC$  có  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ".

**Câu 31.** Cho  $n$  là số tự nhiên. Xét các mệnh đề:

$P$ : " $n$  là một số tự nhiên chia hết cho 16".

$Q$ : " $n$  là một số tự nhiên chia hết cho 8".

a) Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ . Nhận xét tính đúng sai của mệnh đề đó.

b) Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ . Nhận xét tính đúng sai của mệnh đề đó.

**Lời giải**

a) Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ : "Nếu  $n$  là một số tự nhiên chia hết cho 16 thì  $n$  là một số tự nhiên chia hết cho 8".

Mệnh đề này đúng, vì  $n$  chia hết cho 16 thì  $n = 16.k (k \in \mathbb{N})$  thì  $n = 8.(2k)$  chia hết cho 8.

b) Phát biểu mệnh đề  $Q \Rightarrow P$ : "Nếu  $n$  là một số tự nhiên chia hết cho 8 thì  $n$  là một số tự nhiên chia hết cho 16".

Mệnh đề này sai, chẳng hạn  $n = 8$  là số tự nhiên chia hết cho 8 nhưng  $n$  không chia hết cho 16.

**Câu 32.** Cho  $n$  là số tự nhiên. Xét các mệnh đề:

$P$ : " $n$  là một số tự nhiên chia hết cho 16",

$Q$ : " $n$  là một số tự nhiên chia hết cho 8".

a) Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ . Nhận xét tính đúng sai của mệnh đề đó.

b) Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ . Nhận xét tính đúng sai của mệnh đề đó.

**Lời giải**

a) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ : "Nếu số tự nhiên  $n$  chia hết cho 16 thì  $n$  chia hết cho 8". Đây là mệnh đề đúng vì 8 là ước của 16.

b) Mệnh đề đảo của mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là mệnh đề  $Q \Rightarrow P$ : "Nếu số tự nhiên  $n$  chia hết cho 8 thì  $n$  chia hết cho 16". Đây là mệnh đề sai vì với  $n = 8, n$  chia hết cho 8 nhưng không chia hết cho 16.

**Câu 33.** Cho mệnh đề kéo theo có dạng  $P \Rightarrow Q$ : "Vì 120 chia hết cho 6 nên 120 chia hết cho 9".

a) Mệnh đề trên đúng hay sai?

b) Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề trên và xét tính đúng sai của mệnh đề đảo đó.

**Lời giải**

a) Mệnh đề sai.

b) Mệnh đề đảo: "Vì 120 chia hết cho 9 nên 120 chia hết cho 6". Mệnh đề này đúng.

**Câu 34.** Cho mệnh đề kéo theo có dạng  $P \Rightarrow Q$ : "Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường".



- a) Mệnh đề trên đúng hay sai?  
b) Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề trên và xét tính đúng sai của mệnh đề đảo đó.

**Lời giải**

- a) Mệnh đề đúng.  
b) Mệnh đề đảo: "Nếu tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành". Mệnh đề này đúng.

**Câu 35.** Cho hai mệnh đề:

$P$ : "Tứ giác  $ABCD$  là hình vuông";

$Q$ : "Tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau".

Hãy phát biểu mệnh đề tương đương  $P \Leftrightarrow Q$  và xác định tính đúng sai của mệnh đề tương đương này.

**Lời giải**

Mệnh đề tương đương  $P \Leftrightarrow Q$ : "Tứ giác  $ABCD$  là hình vuông khi và chỉ khi tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau". Mệnh đề tương đương này đúng vì cả hai mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  đều đúng.

**Câu 36.** Cho hai câu sau:

$P$ : "Tam giác  $ABC$  là tam giác vuông";

$Q$ : "Tam giác  $ABC$  có một góc bằng tổng hai góc còn lại"

Hãy phát biểu mệnh đề tương đương  $P \Leftrightarrow Q$  và xét tính đúng sai của mệnh đề này.

**Lời giải**

Phát biểu: "Tam giác  $ABC$  là tam giác vuông khi và chỉ khi tam giác  $ABC$  có một góc bằng tổng hai góc còn lại".

Mệnh đề này đúng.

Thật vậy, giả sử ba góc của tam giác  $ABC$  lần lượt là  $x, y, z$  (đơn vị  $^\circ$ ).

Ta có: tam giác  $ABC$  có một góc bằng tổng hai góc còn lại.

Không mất tính tổng quát, giả sử:  $x = y + z$

$$\Leftrightarrow 2x = 180^\circ \quad (\text{vì } x + y + z = 180^\circ).$$

$$\Leftrightarrow x = 90^\circ$$

Vậy tam giác  $ABC$  vuông.

**Câu 37.** Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  và xét tính đúng sai của chúng.

a)  $P$ : " $x^2 + y^2 = 0$ ";  $Q$ : " $x = 0$  và  $y = 0$ ".

b)  $P$ : " $x^2 > 0$ ";  $Q$ : " $x > 0$ ".

**Lời giải**

a) Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$ : " $x^2 + y^2 = 0$  khi và chỉ khi  $x = 0$  và  $y = 0$ ".

Giả sử ta có  $x^2 + y^2 = 0$ . Vì  $x^2 \geq 0, y^2 \geq 0$  nên  $x^2 + y^2 \geq 0$  với mọi số thực  $x, y$ .

Do vậy từ  $x^2 + y^2 = 0$  ta suy ra  $x^2 = 0, y^2 = 0$ . Do đó  $x = 0$  và  $y = 0$ .

Vậy mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  đúng. Ngược lại, nếu có  $x = 0$  và  $y = 0$ , hiển nhiên ta suy ra  $x^2 + y^2 = 0$ . Vậy mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  đúng.

Vậy mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  đúng.

b) Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$ : " $x^2 > 0$  khi và chỉ khi  $x > 0$ ".

Giả sử  $x^2 > 0$ . Vì  $x^2 \geq 0$  với mọi số thực  $x$ , nên từ  $x^2 > 0$  ta suy ra  $x^2 \neq 0$  hay  $x \neq 0$ . Điều này không suy ra  $x > 0$ . Do đó, mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  sai.

Vậy mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  sai.

**Câu 38.** Xét hai mệnh đề:

$P$ : "Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ";

$Q$ : "Tam giác  $ABC$  có  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ".

Hai mệnh đề  $P$  và  $Q$  có tương đương không? Nếu có, hãy phát biểu một định lý thể hiện điều này, trong đó có sử dụng thuật ngữ "khi và chỉ khi" hoặc "điều kiện cần và đủ".

**Lời giải**

Theo định lý Pythagore, hai mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  đều đúng. Do đó,  $P$  và  $Q$  là hai mệnh đề tương đương. Ta có thể phát biểu thành định lý như sau:

"Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  khi và chỉ khi  $AB^2 + AC^2 = BC^2$  ",

hoặc "Đề tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , điều kiện cần và đủ là  $AB^2 + AC^2 = BC^2$  ".

**Câu 39.** Sử dụng thuật ngữ "điều kiện cần và đủ", phát biểu lại các định lý sau:

- Một phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi biệt thức của nó dương.
- Một hình bình hành là hình thoi thì nó có hai đường chéo vuông góc với nhau và ngược lại.

**Lời giải**

Các định lý trên có thể được phát biểu là:

- Một phương trình bậc hai có biệt thức dương là điều kiện cần và đủ để có hai nghiệm phân biệt
- Một hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là điều kiện cần và đủ để nó là hình thoi.

**Câu 40.** Sử dụng các thuật ngữ "điều kiện cần", "điều kiện đủ", "điều kiện cần và đủ" và cặp mệnh đề  $P, Q$  sau đây để thành lập một mệnh đề đúng.

- $P$ : " $a = b$ ";  $Q$ : " $a^2 = b^2$ " ( $a, b$  là hai số thực nào đó).
- $P$ : "Tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau";  
 $Q$ : "Tứ giác  $ABCD$  là hình thang cân".
- $P$ : "Tam giác  $ABC$  có hai góc bằng  $45^\circ$ ",  $Q$ : "Tam giác  $ABC$  vuông cân".

**Lời giải**

- Ta có khi  $P$  đúng thì  $Q$  đúng. Do đó, mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  đúng.

Phát biểu: "Với  $a$  và  $b$  là hai số thực nào đó,  $a = b$  là điều kiện đủ để  $a^2 = b^2$ " (hoặc " $a^2 = b^2$  là điều kiện cần để  $a = b$ ").

- Ta có khi  $Q$  đúng thì  $P$  đúng. Do đó, mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  đúng.

Phát biểu: "Tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau là điều kiện cần để nó là hình thang cân" (hoặc "Tứ giác  $ABCD$  là hình thang cân là điều kiện đủ để nó có hai đường chéo bằng nhau").

- $P$  và  $Q$  là hai mệnh đề tương đương.

Phát biểu: "Đề tam giác vuông cân, điều kiện cần và đủ là nó có hai góc bằng  $45^\circ$ ".

**Câu 41.** Cho tam giác  $ABC$ . Xét các mệnh đề:

$P$ : "Tam giác  $ABC$  cân".

$Q$ : "Tam giác  $ABC$  có hai đường cao bằng nhau".

Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  bằng bốn cách.

**Lời giải**

4 cách phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$ :

"Tam giác  $ABC$  cân tương đương tam giác  $ABC$  có hai đường cao bằng nhau"

"Tam giác  $ABC$  cân là điều kiện cần và đủ tam giác  $ABC$  có hai đường cao bằng nhau"

"Tam giác  $ABC$  cân khi và chỉ khi tam giác  $ABC$  có hai đường cao bằng nhau"

"Tam giác  $ABC$  cân nếu và chỉ nếu tam giác  $ABC$  có hai đường cao bằng nhau"

**Câu 42.** Cho tam giác  $ABC$  với đường trung tuyến  $AM$ . Xét các mệnh đề:

$P$ : "Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ",

$Q$ : "Độ dài đường trung tuyến  $AM$  bằng nửa độ dài cạnh  $BC$ ".

- Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow P$  và xác định tính đúng sai của mỗi mệnh đề đó.

- Nếu cả hai mệnh đề trong ý a) là đúng, hãy phát biểu mệnh đề tương đương.

**Lời giải**

- Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ : "Nếu tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  thì độ dài đường trung tuyến  $AM$  bằng nửa độ dài cạnh  $BC$ ". Mệnh đề này đúng.

Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$ : "Nếu tam giác  $ABC$  có độ dài đường trung tuyến  $AM$  bằng nửa độ dài cạnh  $BC$  thì tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ". Mệnh đề này đúng.

- Mệnh đề tương đương  $P \Leftrightarrow Q$ : "Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  khi và chỉ khi độ dài đường trung tuyến  $AM$  bằng nửa độ dài cạnh  $BC$ ".

**Câu 43.** Cho phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$ .

- Xét mệnh đề "Nếu  $a + b + c = 0$  thì phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  có một nghiệm bằng 1". Mệnh đề này đúng hay sai?
- Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề trên. Mệnh đề đảo đúng hay sai?
- Nêu điều kiện cần và đủ để phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  có một nghiệm bằng 1.

**Lời giải**

- Mệnh đề này đúng.
- Mệnh đề đảo: "Nếu phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  có một nghiệm bằng 1 thì  $a + b + c = 0$ ". Mệnh đề đảo này đúng.
- Điều kiện cần và đủ để phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  có một nghiệm bằng 1 là  $a + b + c = 0$ .

**Câu 44.** Dùng kí hiệu  $\forall, \exists$  để viết các mệnh đề sau:

$P$ : "Mọi số tự nhiên đều có bình phương lớn hơn hoặc bằng chính nó"

$Q$ : "Có một số thực cộng với chính nó bằng 0"

**Lời giải**

$P$ : " $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 \geq n$ "

$Q$ : " $\exists a \in \mathbb{R}, a + a = 0$ "

**Câu 45.** Cho các mệnh đề sau:

$P$ : "Giá trị tuyệt đối của mọi số thực đều lớn hơn hoặc bằng chính nó"

$Q$ : "Có số tự nhiên sao cho bình phương của nó bằng 10"

$R$ : "Có số thực  $x$  sao cho  $x^2 + 2x - 1 = 0$ "

- Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề trên.
- Sử dụng kí hiệu  $\forall, \exists$  để viết lại các mệnh đề đã cho.

**Lời giải**

a) Mệnh đề  $P$  đúng, vì:  $|x| = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}$  nên  $|x| \geq x$ .

Mệnh đề  $Q$  sai vì chỉ có các số  $\pm\sqrt{10}$  có bình phương bằng 10, nhưng  $\sqrt{10}$  và  $-\sqrt{10}$  đều không là số tự nhiên.

Mệnh đề  $R$  đúng vì  $x = -1 + \sqrt{2} \in \mathbb{R}$  thỏa mãn  $x^2 + 2x - 1 = 0$ .

b) Có thể viết lại các mệnh đề trên như sau:

$P$ : " $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq x$ "

$Q$ : " $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 = 10$ "

$R$ : " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x - 1 = 0$ "

**Câu 46.** Dùng kí hiệu  $\forall$  hoặc  $\exists$  để viết các mệnh đề sau và xét tính đúng sai của chúng.

- Mọi số thực khác 0 nhân với nghịch đảo của nó bằng 1.
- Có số tự nhiên mà bình phương của nó bằng 20.
- Bình phương của mọi số thực đều dương.
- Có ba số tự nhiên khác 0 sao cho tổng bình phương của hai số bằng bình phương của số còn lại.

**Lời giải**

a)  $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0, x \cdot \frac{1}{x} = 1$ . Mệnh đề đúng.

b)  $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 = 20$ . Mệnh đề sai.

c)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ . Mệnh đề sai.

d)  $\exists x, y, z \in \mathbb{N}^*, x^2 + y^2 = z^2$ . Mệnh đề đúng.

**Câu 47.** Sử dụng kí hiệu " $\forall$ " để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

a)  $P$ : "Với mọi số thực  $x, x^2 + 1 > 0$ ".

b)  $Q$ : "Với mọi số tự nhiên  $n, n^2 + n$  chia hết cho 6".

**Lời giải**

a) Mệnh đề được viết là  $P: "\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0"$ . Để chứng minh mệnh đề  $P$  là đúng, ta làm như sau:

Xét một số thực  $x$  tùy ý, ta phải chứng tỏ rằng  $x^2 + 1 > 0$ . Thật vậy, ta có:  $x^2 + 1 \geq 1 > 0$ . Vậy mệnh đề  $P$  là mệnh đề đúng.

b) Mệnh đề được viết là  $Q: "\forall n \in \mathbb{N}, (n^2 + n): 6"$ .

Để chứng minh mệnh đề  $Q$  là sai, ta cần chỉ ra một giá trị cụ thể của  $n$  để nhận được mệnh đề sai.

Thật vậy, chọn  $n = 1$ , ta thấy  $n^2 + n = 2$  không chia hết cho 6. Vậy mệnh đề  $Q$  là mệnh đề sai.

**Câu 48.** Sử dụng kí hiệu " $\exists$ " để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

a)  $M: "$ Tồn tại số thực  $x$  sao cho  $x^3 = -8$ ".

b)  $N: "$ Tồn tại số nguyên  $x$  sao cho  $2x + 1 = 0$ ".

**Lời giải**

a) Mệnh đề được viết là  $M: "\exists x \in \mathbb{R}, x^3 = -8"$ .

Để chứng tỏ mệnh đề  $M$  là đúng, ta cần chỉ ra một giá trị cụ thể của  $x$  để nhận được mệnh đề đúng. Thật vậy, chọn  $x = -2$ , ta thấy  $(-2)^3 = -8$ . Vậy mệnh đề  $M$  là mệnh đề đúng.

b) Mệnh đề được viết là  $N: "\exists x \in \mathbb{Z}, 2x + 1 = 0"$ .

Để chứng minh mệnh đề  $N$  là sai, ta phải chứng tỏ rằng với số nguyên  $x$  tùy ý thì  $2x + 1 \neq 0$ . Thật vậy, xét một số nguyên  $x$  tùy ý, ta có  $2x + 1$  không chia hết cho 2 nên  $2x + 1 \neq 0$ . Vì thế mệnh đề  $N$  là mệnh đề sai.

**Câu 49.** Dùng kí hiệu " $\forall$  hoặc  $\exists$ " để viết các mệnh đề sau:

a) Có một số nguyên không chia hết cho chính nó.

b) Mọi số thực cộng với 0 đều bằng chính nó.

**Lời giải**

a)  $\exists x \in \mathbb{Z}, x$  không chia hết  $x$ .

b)  $\forall x \in \mathbb{R}, x + 0 = x$ .

**Câu 50.** Phát biểu các mệnh đề sau:

a)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$

b)  $\exists x \in \mathbb{R}, \frac{1}{x} > x$ .

**Lời giải**

a) Mọi số thực có bình phương không âm.

b) Có một số thực nhỏ hơn nghịch đảo của chính nó.

**Câu 51.** Dùng kí hiệu " $\forall$  hoặc  $\exists$ " để viết các mệnh đề sau:

a) Có một số nguyên không chia hết cho chính nó;

b) Có một số thực mà bình phương của nó cộng với 1 bằng 0 ;

c) Mọi số nguyên dương đều lớn hơn nghịch đảo của nó;

d) Mọi số thực đều lớn hơn số đối của nó.

**Lời giải**

a) " $\exists n \in \mathbb{Z}, n$  không chia hết cho chính nó".

b) " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$ ". c) " $\forall n \in \mathbb{N}^*, n > \frac{1}{n}$ ". d) " $\forall x \in \mathbb{R}, x > -x$ ".

## BÀI TẬP BỔ SUNG

**Câu 52.** Xét xem các phát biểu sau có phải là mệnh đề không? Nếu là mệnh đề thì cho biết đó là mệnh đề đúng hay sai?

a) A:  $\sqrt{2}$  là một số nguyên dương.

b) B: Brazil là một nước thuộc Châu Âu phải không?

c) C: Phương trình  $x^4 + 5x - 6 = 0$  vô nghiệm.

d) D: Chứng minh bằng phản chứng khó thật!

e) E:  $-5x - 6$  là một số âm.

- f) F: Nếu  $n$  là số chẵn thì  $n$  chia hết cho 4.  
 g) G: Nếu  $n$  chia hết cho 4 thì  $n$  là số chẵn.  
 h)  $H: n$  là số chẵn nếu và chỉ nếu  $n^2$  chia hết cho 4.  
 i)  $I: \exists n \in \mathbb{N}, n^3 - n$  không là bội của 3.  
 k)  $K: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 > 0$

**Lời giải**

- a) A là một mệnh đề sai.  
 b) B là một câu hỏi, không phải là một mệnh đề.  
 c) C là mệnh đề sai vì phương trình trên có ít nhất một nghiệm là  $x = 1$ .  
 d) D là một câu cảm thán, không phải là mệnh đề.  
 e) E không phải là mệnh đề. Đây là mệnh đề chứa biến.  
 f) F là mệnh đề sai vì  $n$  là số chẵn nhưng  $n$  chưa chắc chia hết cho 4.  
 g) G là mệnh đề đúng.  
 h) H là mệnh đề đúng.  
 i) I là mệnh đề sai vì  $\forall n \in \mathbb{N}, n^3 - n = (n-1)n(n+1) : 3$

k) K là mệnh đề đúng vì  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ .

**Câu 53.** Các mệnh đề sau đúng hay sai, vì sao?

- a) " $\exists x \in \mathbb{N}, 3x^2 - 5x + 2 = 0$ "  
 b) " $\forall x \in \mathbb{R}, (x-4)(x+2) < 0$ "  
 c) "Nếu  $\triangle ABC$  có  $G$  là trọng tâm thì  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GA}$ "  
 d) Một tứ giác là hình thoi khi và chỉ khi nó có hai đường chéo vuông góc với nhau tại trung điểm mỗi đường.

**Lời giải**

- a) " $\exists x \in \mathbb{N}, 3x^2 - 5x + 2 = 0$ ". Đúng vì  $x = 1$  thỏa  $3x^2 - 5x + 2 = 0$   
 b) " $\forall x \in \mathbb{R}, (x-4)(x+2) < 0$ ". Sai vì  $x = 5$  không thỏa  $(x-4)(x+2) < 0$   
 c) "Nếu  $\triangle ABC$  có  $G$  là trọng tâm thì  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GA}$ ". Đúng vì tính chất trọng tâm cho ta  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$   
 d) Là mệnh đề đúng.

**Câu 54.** Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau và chứng minh điều đó:

A: "Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng có diện tích bằng nhau"

B: " $\exists n \in \mathbb{N}; (n+3)(n+4)$  là số nguyên tố"

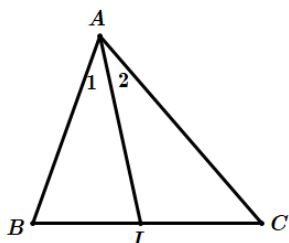
C: "Trong tam giác  $ABC$ , nếu góc  $\hat{A}$  nhọn thì  $AI > BI$ " (Với  $I$  là trung điểm của  $BC$ )

**Lời giải**

- A Sai, vì chẳng hạn hai tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là 1:4 và 2:2 đều có diện tích bằng 2 nhưng không bằng nhau.

- B Sai, vì  $x = (n+3)(n+4)$  nên  $x$  có 2 ước là  $n+3$  và  $n+4$  đều lớn hơn 1 (do  $n \in \mathbb{N}$ )  $\Rightarrow x$  là hợp số.

- Giả sử  $AI \leq BI = CI \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} \leq \hat{A}_1 \\ \hat{C} \leq \hat{A}_2 \end{cases} \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} \leq \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} \leq \widehat{BAC}$



$\Rightarrow \hat{B} + \hat{C} + \widehat{BAC} \leq 2\widehat{BAC} \Rightarrow 90^\circ \leq \hat{A}$  (Mâu thuẫn)

Vậy  $C$  Đúng.

**Câu 55.** Xét tính đúng, sai của mệnh đề sau:

- a) Nếu  $3 < 5$  thì  $3 < 7$ .
- b) Nếu 45 tận cùng bằng 5 thì 45 chia hết cho 25.
- c) Nếu  $\sqrt{2}$  không phải là một số vô tỉ thì  $2\sqrt{2}$  không là một số vô tỉ.
- f)  $(-5)^2 = 5^2 \Leftrightarrow -5 = 5$ .
- g) Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành  $\Leftrightarrow$  Tứ giác  $ABCD$  có các góc đối bằng nhau.

**Lời giải**

- a) Đặt  $P = "3 < 5"$  và  $Q = "3 < 7"$ . Ta có mệnh đề đã cho có dạng " $P \Rightarrow Q$ ". Ta thấy  $P$  đúng và  $Q$  đúng, do đó mệnh đề đã cho đúng.
- b) Đặt  $P = "45$  tận cùng bằng 5" và  $Q = "45$  chia hết cho 25". Ta có mệnh đề đã cho có dạng " $P \Rightarrow Q$ ". Ta thấy  $P$  đúng  $Q$  sai, do đó mệnh đề đã cho sai.
- c) Đặt  $P = "\sqrt{2}$  không là số vô tỉ" và  $Q = "2\sqrt{2}$  không là số vô tỉ". Ta có mệnh đề đã cho có dạng " $P \Rightarrow Q$ ". Ta thấy  $P$  sai và  $Q$  sai, do đó mệnh đề đã cho đúng.
- f) Đặt  $P = "(-5)^2 = 5^2"$  và  $Q = "-5 = 5"$ . Ta có mệnh đề đã cho có dạng " $P \Leftrightarrow Q$ ". Ta thấy  $P$  đúng và  $Q$  sai, do đó mệnh đề đã cho sai.
- g) Đặt  $P = "Tứ giác ABCD$  là hình bình hành" và  $Q = "Tứ giác ABCD$  có các góc đối bằng nhau". Ta có mệnh đề đã cho có dạng " $P \Leftrightarrow Q$ ". Ta thấy  $P$  và  $Q$  cùng đúng hoặc cùng sai, do đó mệnh đề đã cho đúng.

**Câu 56.** Cho tam giác  $ABC$ . Xét hai mệnh đề  $P$ : "Tam giác  $ABC$  vuông" và  $Q$ : " $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ". Phát biểu và cho biết mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)  $P \Rightarrow Q$ . b)  $Q \Rightarrow P$

**Lời giải**

- a) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là "Nếu tam giác  $ABC$  vuông thì  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ". Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  sai vì chưa chắc tam giác đã vuông tại  $A$ .
- b) Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là "Nếu ta có  $AB^2 + AC^2 = BC^2$  thì  $ABC$  là tam giác vuông". Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  đúng (theo định lý Pitago).

**Câu 57.** Cho tam giác  $ABC$ . Lập mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và mệnh đề đảo của nó, rồi xét tính đúng sai của chúng khi:

- a)  $P$ : "Góc  $A$  bằng  $90^\circ$ " và  $Q$ : "Cạnh  $BC$  lớn nhất".
- b)  $P$ : " $\hat{A} = \hat{B}$ " và  $Q$ : "Tam giác  $ABC$  cân".

**Lời giải**

- a) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là "Nếu góc  $A$  bằng  $90^\circ$  thì cạnh  $BC$  lớn nhất". Đây là mệnh đề đúng. Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là "Nếu cạnh  $BC$  lớn nhất thì góc  $A$  bằng  $90^\circ$ ". Đây là mệnh đề sai.
- b) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là "Nếu  $\hat{A} = \hat{B}$  thì tam giác  $ABC$  cân". Đây là mệnh đề đúng. Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là "Nếu tam giác  $ABC$  cân thì  $\hat{A} = \hat{B}$ ". Đây là mệnh đề sai vì tam giác  $ABC$  chưa chắc cân tại  $C$ .

**Câu 58.** Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó.

- a)  $P$ : "Tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật" và  $Q$ : "Tứ giác  $ABCD$  có hai đường thẳng  $AC$  và  $BD$  vuông góc nhau".
- b)  $P$ : " $-\sqrt{3} > -\sqrt{2}$ " và  $Q$ : " $(-\sqrt{3})^5 > (-\sqrt{2})^5$ ".
- c)  $P$ : "Tam giác  $ABC$  có  $\hat{A} = \hat{B} + \hat{C}$ " và  $Q$ : "Tam giác  $ABC$  có  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ".
- d)  $P$ : "Tổ Hữu là nhà toán học lớn của Việt Nam" và  $Q$ : "Évariste Galois là nhà thơ lỗi lạc của thế giới".

**Lời giải**

- a) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là "Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường thẳng  $AC$  và  $BD$  vuông góc với nhau". Đây là mệnh đề đúng.



- Mệnh đề đảo  $Q \Rightarrow P$  là "Nếu tứ giác  $ABCD$  có hai đường thẳng  $AC$  và  $BD$  vuông góc với nhau thì tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật". Đây là mệnh đề sai.

b) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là "Nếu  $-\sqrt{3} > -\sqrt{2}$  thì  $(-\sqrt{3})^5 > (-\sqrt{2})^5$ ". Đây là mệnh đề đúng.

- Mệnh đề đảo  $Q \Rightarrow P$  là "Nếu  $(-\sqrt{3})^5 > (-\sqrt{2})^5$  thì  $-\sqrt{3} > -\sqrt{2}$ ". Đây là mệnh đề sai.

c) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là "Nếu tam giác  $ABC$  có  $\hat{A} = \hat{B} + \hat{C}$  thì nó có  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ". Đây là mệnh đề đúng.

- Mệnh đề đảo  $Q \Rightarrow P$  là "Nếu tam giác  $ABC$  có  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  thì  $\hat{A} = \hat{B} + \hat{C}$ ". Đây là mệnh đề đúng.

d) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là "Nếu Tô Hữu là toán học lớn của Việt Nam thì Évariste Galois là nhà thơ lỗi lạc của thế giới". Đây là mệnh đề đúng.

- Mệnh đề đảo  $Q \Rightarrow P$  là "Nếu Évariste Galois là nhà thơ lỗi lạc của thế giới thì Tô Hữu là nhà toán học lớn của Việt Nam". Đây là mệnh đề đúng.

**Câu 59.** Cho mệnh đề  $A$ : "Nếu  $3n+2$  là số nguyên lẻ thì  $n$  là số nguyên lẻ"

Hãy viết mệnh đề đảo của  $A$  và giải thích tính đúng, sai của mệnh đề đảo ấy.

**Lời giải**

-  $A$ : "Nếu  $3n+2$  là số nguyên lẻ thì  $n$  là số nguyên lẻ"

- Mệnh đề đảo của  $A$  là mệnh đề  $B$ : "Nếu  $n$  là số nguyên lẻ thì  $3n+2$  là số nguyên lẻ"

- Giải thích: Giả sử  $n = 2k+1$ ; ( $k \in \mathbb{Z}$ )  $\Rightarrow 3n+2 = 6k+5 \Rightarrow 3n+2 = 2(3k+2)+1 \Rightarrow 3n+2 = 2k'+1$  ( $k' = 3k+2 \in \mathbb{Z}$ ). Vậy  $3n+2$  là số nguyên lẻ nên  $B$  đúng.

**Câu 60.** Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó

a)  $P$ : "Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi" và  $Q$ : "Tứ giác  $ABCD$  có  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường".

b)  $P$ : " $2 > 0$ " và  $Q$ : " $4 < 3$ ".

c)  $P$ : "Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ " và  $Q$ : "Tam giác  $ABC$  có  $\hat{A} = 2\hat{B}$ ".

**Lời giải**

a) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là "Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình thoi thì  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại trung điểm mỗi đường". Đây là mệnh đề đúng.

- Mệnh đề đảo  $Q \Rightarrow P$  là "Nếu tứ giác  $ABCD$  có  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì  $ABCD$  là hình thoi". Đây là mệnh đề sai.

b) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là "Nếu  $2 > 9$  thì  $4 < 3$ ". Đây là mệnh đề đúng.

- Mệnh đề đảo  $Q \Rightarrow P$  là "Nếu  $4 < 3$  thì  $2 > 9$ ". Đây là mệnh đề đúng.

c) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là "Nếu tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  thì  $\hat{A} = 2\hat{B}$ ". Đây là mệnh đề đúng.

- Mệnh đề đảo  $Q \Rightarrow P$  là "Nếu tam giác  $ABC$  có  $\hat{A} = 2\hat{B}$  thì nó vuông cân tại  $A$ ". Đây là mệnh đề sai.

**Câu 61.** Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  bằng hai cách và xét tính đúng sai của nó.

$P$ : "Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi" và  $Q$ : "Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau".

**Lời giải**

Cách 1: "Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi khi và chỉ khi tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau".

Cách 2: "Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi nếu và chỉ nếu tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau".

Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  đúng vì mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  đúng và mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  đúng.

**Câu 62.** Lập mệnh đề kéo theo và mệnh đề tương đương của hai mệnh đề sau đây và cho biết tính đúng, sai của chúng  $P$ : "Điểm  $M$  nằm trên phân giác của góc  $Oxy$ " và

$Q$ : "Điểm  $M$  cách đều hai tia  $Ox, Oy$ ".

**Lời giải**

- Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là "Nếu điểm  $M$  nằm trên phân giác của góc  $Oxy$  thì  $M$  cách đều hai tia  $Ox, Oy$ ". Đây là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là "Nếu điểm  $M$  cách đều hai tia  $Ox, Oy$  thì  $M$  nằm trên phân giác của góc  $Oxy$ ". Đây là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  là "Điểm  $M$  nằm trên phân giác của góc  $Oxy$  nếu và chỉ nếu (khi và chỉ khi) điểm  $M$  cách đều hai tia  $Ox, Oy$ ". Đây là mệnh đề đúng.

**Câu 63.** Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  bằng hai cách và xét tính đúng sai của nó.

- a) Cho tứ giác  $ABCD$ . Xét hai mệnh đề  $P$ : "Tứ giác  $ABCD$  là hình vuông" và  $Q$ : "Tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật có hai đường chéo bằng và vuông góc với nhau".
- b)  $P$ : "Bất phương trình  $x^2 - 3x + 1 > 0$  có nghiệm" và  $Q$ : "Bất phương trình  $x^2 - 3x + 1 \leq 0$  vô nghiệm".

**Lời giải**

- a) Ta có mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  đúng vì mệnh đề  $P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow P$  đều đúng và được phát biểu bằng hai cách như sau:

Cách 1: "Tứ giác  $ABCD$  là hình vuông khi và chỉ khi tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật có hai đường chéo bằng và vuông góc với nhau".

Cách 2: "Tứ giác  $ABCD$  là hình vuông nếu và chỉ nếu tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật có hai đường chéo bằng và vuông góc với nhau".

- b) Ta có mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  sai vì mệnh đề  $P$  đúng còn  $Q$  sai. Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  bằng hai cách như sau:

Cách 1: "Bất phương trình  $x^2 - 3x + 1 > 0$  có nghiệm khi và chỉ khi bất phương trình  $x^2 - 3x + 1 \leq 0$  vô nghiệm".

Cách 2: "Bất phương trình  $x^2 - 3x + 1 > 0$  có nghiệm nếu và chỉ nếu bất phương trình  $x^2 - 3x + 1 \leq 0$  vô nghiệm".

**Câu 64.** Cho tam giác  $ABC$  có đường trung tuyến  $AM$ . Xét hai mệnh đề sau:

$P$ : "Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ "

$Q$ : "Trung tuyến  $AM$  bằng nửa cạnh  $BC$ "

- a) Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và cho biết mệnh đề này đúng hay sai.

- b) Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  và cho biết mệnh đề này đúng hay sai.

**Lời giải**

- a)  $(P \Rightarrow Q)$ : "Nếu tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  thì độ dài trung tuyến  $AM$  bằng một nửa cạnh  $BC$ ".

Ta thấy nếu  $P$  đúng thì  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Khi đó  $AM = \frac{1}{2}BC$  nên  $Q$  đúng. Do đó  $(P \Rightarrow Q)$  là mệnh đề đúng.

- b)  $(P \Leftrightarrow Q)$ : "Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  khi và chỉ khi độ dài trung tuyến  $AM$  bằng một nửa cạnh  $BC$ ".

- Ta thấy nếu  $P$  đúng thì  $Q$  cũng đúng và nếu  $P$  sai thì  $Q$  cũng sai. Do đó  $P$  và  $Q$  cùng đúng hoặc cùng sai. Do đó  $(P \Leftrightarrow Q)$  là mệnh đề đúng.

**Câu 65.** Xét hai mệnh đề sau:

$P$ : "120 chia hết cho 6 và chia hết cho 8"

$Q$ : "120 chia hết cho 6.8"

- a) Phát biểu mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và cho biết mệnh đề này đúng hay sai.

- b) Phát biểu mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  và cho biết mệnh đề này đúng hay sai.

**Lời giải**

- a)  $(P \Rightarrow Q)$ : "Nếu 120 chia hết cho 6 và chia hết cho 8 thì 120 chia hết cho 6.8".

- Ta thấy:  $P$  là mệnh đề đúng và  $Q$  là mệnh đề sai. Vậy  $(P \Rightarrow Q)$  sai.

- b)  $(P \Leftrightarrow Q)$ : "120 chia hết cho 6 và chia hết cho 8 khi và chỉ khi 120 chia hết cho 6.8".

- Ta thấy:  $P$  là mệnh đề đúng và  $Q$  là mệnh đề sai. Vậy  $(P \Leftrightarrow Q)$  sai.

**Dạng 2. Mệnh đề chứa biến****2.1 Phương pháp**

Dựa theo các định lý đã học

**BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP****Câu 66.** Cho các mệnh đề chứa biến:

a)  $P(x): "2x = 1"$ ;

b)  $R(x, y): "2x + y = 3"$  (mệnh đề này chứa hai biến  $x$  và  $y$ );

c)  $T(n): "2n + 1$  là số chẵn" ( $n$  là số tự nhiên).

Với mỗi mệnh đề chứa biến trên, tìm những giá trị của biến để nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

**Lời giải**

a) Với  $x = \frac{1}{2}$  thì  $P\left(\frac{1}{2}\right): "2 \cdot \frac{1}{2} = 1"$  là mệnh đề đúng.

Với  $x = 1$  thì  $P(1): "2 \cdot 1 = 1"$  là mệnh đề sai.

b) Với  $x = 1, y = 1$  thì  $R(1, 1): "2 \cdot 1 + 1 = 3"$  là mệnh đề đúng.

Với  $x = 1, y = 2$  thì  $R(1, 2): "2 \cdot 1 + 2 = 3"$  là mệnh đề sai.

c) Lấy số tự nhiên  $n_0$  bất kì ta đều được  $2n_0 + 1$  là một số lẻ, nghĩa là  $T(n_0): "2n_0 + 1$  là số chẵn" là mệnh đề sai. Do đó, không có giá trị  $n_0$  của  $n$  để  $T(n_0)$  là mệnh đề đúng.  $T(n_0)$  là mệnh đề sai với số tự nhiên  $n_0$  bất kì.**Câu 67.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là mệnh đề, khẳng định nào là mệnh đề chứa biến

a)  $3 + 2 > 5$  b)  $1 - 2x = 0$  c)  $x - y = 2$  d)  $1 - \sqrt{2} < 0$

**Lời giải**

Các khẳng định là mệnh đề là:

a)  $3 + 2 > 5$

d)  $1 - \sqrt{2} < 0$

Các khẳng định là mệnh đề chứa biến là:

b)  $1 - 2x = 0$

c)  $x - y = 2$

**Câu 68.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề, câu nào là mệnh đề chứa biến?

a) Số  $2^{100}$  có 50 chữ số khi viết trong hệ thập phân;

b) 0,0001 là số rất bé;

c)  $2\sqrt{5} > 5$ ;

d)  $2x + 1 > 0$ ;

e) Virus SARS-CoV-2 rất nguy hiểm, đúng không?

**Lời giải**

a) và c) là mệnh đề; d) là mệnh đề chứa biến.

**Câu 69.** Trong những câu sau, câu nào là mệnh đề chứa biến?

a) 18 chia hết cho 9;

b)  $3n$  chia hết cho 9.

**Lời giải**

a) Câu "18 chia hết cho 9" là một mệnh đề nhưng không phải là mệnh đề chứa biến.

b) Câu " $3n$  chia hết cho 9" là một mệnh đề chứa biến, kí hiệu là  $P(n): "3n$  chia hết cho 9"

**BÀI TẬP BỔ SUNG****Câu 70.** a) Với  $n \in \mathbb{N}$ , cho mệnh đề chứa biến  $P(n): "n^2 + 2$  chia hết cho 4". Xét tính đúng sai của mệnh đề  $P(2015)$ .

b) Xét tính đúng sai của mệnh đề  $P(n): "\exists n \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{2}n(n+1)$  chia hết cho 11".

**Lời giải**

- a) Với  $n = 2015$  thì  $n^2 + 2 = 2015^2 + 2$  là số lẻ nên không chia hết cho 4. Vậy  $P(2015)$  là mệnh đề sai.
- b) Xét biểu thức  $\frac{n(n+1)}{2}$ , với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Ta có với  $n = 10$  thì  $\frac{n(n+1)}{2} = 55$  chia hết cho 11. Vậy mệnh đề đã cho đúng.

**Câu 71.** Xét các mệnh đề chứa biến sau. Tìm một giá trị của biến để được mệnh đề đúng - mệnh đề sai.

- a).  $P(x)$ : " $x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x \geq 0$ ".  
b).  $Q(n)$ : " $n$  chia hết cho 3, với  $n \in \mathbb{N}$ ".

**Lời giải**

- a) Với  $x = 3$ , ta có  $P(3)$ : " $3^2 - 2 \cdot 3 \geq 0$ " là mệnh đề đúng.  
- Với  $x = 1$ , ta có  $P(1)$ : " $1^2 - 2 \cdot 1 \geq 0$ " là mệnh đề sai.  
b) Với  $n = 6$ , ta có  $Q(6)$ : " $6$  chia hết cho 3" là mệnh đề đúng.  
- Với  $n = 5$ , ta có  $Q(5)$ : " $5$  chia hết cho 3" là mệnh đề sai.

**Câu 72.** Xác định tính đúng - sai của các mệnh đề sau:

- a)  $\forall x \in \mathbb{R}, x > -2 \Rightarrow x^2 > 4$ .  
b)  $\forall x \in \mathbb{R}, x > 2 \Rightarrow x^2 > 4$   
c)  $\forall m, n \in \mathbb{N}, m$  và  $n$  là các số lẻ  $\Leftrightarrow m^2 + n^2$  là số chẵn.  
d)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 4 \Rightarrow x > 2$ .

**Lời giải**

- a) Mệnh đề sai, chẳng hạn ta lấy  $x = 1$ .  
b) Mệnh đề đúng.  
c) Mệnh đề sai, chẳng hạn ta lấy  $m = 2, n = 4$  khi đó  $m^2 + n^2$  là số chẵn nhưng  $m, n$  là các số chẵn...  
d) Mệnh đề sai, chẳng hạn ta lấy  $x = -3$ .

**Câu 73.** Cho mệnh đề chứa biến  $P(x): x^3 > x^5$ , xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a)  $P(2)$  b)  $P\left(\frac{1}{3}\right)$  c)  $\forall x \in \mathbb{N}, P(x)$  d)  $\exists x \in \mathbb{N}, P(x)$

**Lời giải**

- a) Ta có:  $P(2): 2^3 > 2^5$ . Đây là mệnh đề sai.  
b) Ta có:  $P\left(\frac{1}{3}\right): \left(\frac{1}{3}\right)^3 > \left(\frac{1}{3}\right)^5$ . Đây là mệnh đề đúng.  
c) Ta có: " $\forall x \in \mathbb{N}, x^3 > x^5$ ". Đây là mệnh đề sai vì  $P(2)$  là mệnh đề sai.  
d) Ta có: " $\exists x \in \mathbb{N}, x^3 > x^5$ ". Đây là mệnh đề sai vì  $x^3 - x^5 = x^3(1-x)(1+x) \leq 0$  với mọi số tự nhiên.

**Câu 74.** Xét tính đúng - sai của các mệnh đề sau:

- a)  $\exists a \in \mathbb{Q}, a^2 = 2$ .  
b)  $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$  không chia hết cho 3.  
c)  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}: x > y \Leftrightarrow x^3 > y^3$ .  
d)  $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}: x + y \geq 2\sqrt{xy}$ .

**Lời giải**

- a) Mệnh đề sai vì  $a^2 = 2 \Leftrightarrow a = \pm\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ .  
b) Mệnh đề đúng, thật vậy:  
- Xét  $n = 3k$ , suy ra  $n^2 + 1 = 9k^2 + 1$ : không chia hết cho 3.  
- Xét  $n = 3k + 1$  hoặc  $n = 3k + 2$   
+ Với  $n = 3k + 1 \Rightarrow n^2 + 1 = (3k + 1)^2 + 1 = 9k^2 + 6k + 2$  không chia hết cho 3.

+ Với  $n = 3k + 2 \Rightarrow n^2 + 1 = (3k + 2)^2 + 1 = 9k^2 + 12k + 5 = (9k^2 + 12k + 3) + 2$  không chia hết cho 3.

c) Mệnh đề đúng, vì  $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2) = (x - y) \left[ \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \right] > 0$ .

d) Mệnh đề sai, chẳng hạn ta chọn  $x = y = -2$ .

**Câu 75.** Dùng các kí hiệu để viết các câu sau:

- Tích của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho sáu.
- Với mọi số thực, bình phương của một số là không âm.
- Có một số nguyên mà bình phương của nó bằng chính nó.
- Có một số hữu tỉ mà nghịch đảo của nó lớn hơn chính nó.

**Lời giải**

a) Ta có:  $P(n): "\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) : 6"$

b) Ta có:  $P(x): "\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0"$ .

c) Ta có:  $P(n): "\exists n \in \mathbb{Z}, n^2 = 11"$ .

d) Ta có:  $P(q): "\exists q \in \mathbb{Q}, \frac{1}{q} > q"$ .

**Câu 76.** Cho số tự nhiên  $n$ . Xét hai mệnh đề chứa biến.

$A(n): "n$  là số chẵn" và  $B(n): "n^2$  là số chẵn".

- Hãy phát biểu mệnh đề  $A(n) \Rightarrow B(n)$ . Cho biết mệnh đề này đúng hay sai?
- Hãy phát biểu mệnh đề  $\forall n \in \mathbb{N}, B(n) \Rightarrow A(n)$ .
- Hãy phát biểu mệnh đề  $\forall n \in \mathbb{N}, A(n) \Leftrightarrow B(n)$ .

**Lời giải**

a) Mệnh đề  $A(n) \Rightarrow B(n)$  là "Nếu  $n$  là số chẵn thì  $n^2$  là số chẵn".

Đây là mệnh đề đúng, vì khi đó  $n = 2k (k \in \mathbb{N})$  suy ra  $n^2 = 4k^2$  là số chẵn.

b) Mệnh đề  $\forall n \in \mathbb{N}, B(n) \Rightarrow A(n)$  là "Với mọi số tự nhiên  $n$ , nếu  $n^2$  là số chẵn thì  $n$  là số chẵn".

c) Mệnh đề  $\forall n \in \mathbb{N}, A(n) \Leftrightarrow B(n)$  là "Với mọi số tự nhiên  $n$ ,  $n$  là số chẵn khi và chỉ khi  $n^2$  là số chẵn".

**Câu 77.** Cho các mệnh đề sau  $A: "6$  là số nguyên tố";  $B: "7 \geq 5"$ .

Phát biểu các mệnh đề  $A \Rightarrow B, B \Rightarrow A, A \Leftrightarrow B$ .

**Lời giải**

- Mệnh đề  $A \Rightarrow B$  là "Nếu 6 là một số nguyên tố thì  $7 \geq 5$ ".

- Mệnh đề  $B \Rightarrow A$  là "Nếu  $7 \geq 5$  thì 6 là một số nguyên tố".

- Mệnh đề  $A \Leftrightarrow B$  là "6 là một số nguyên tố khi và chỉ khi  $7 \geq 5$ ".

**Câu 78.** Tìm tất cả các cặp số  $(x, y)$  sao cho cả ba mệnh đề  $P, Q, R$  sau đây đều đúng:

$P(x, y): "2x^2 - xy + 9"$ ,  $Q(x, y): "2x^2 + y^2 \leq 81"$ ,  $R(x): "x \in \mathbb{Z}"$ .

**Lời giải**

- Giả sử  $P(x, y)$  đúng suy ra  $\begin{cases} x \neq 0 \\ y = 2x + \frac{9}{x} \end{cases}$

- Thay vào  $Q(x, y)$  ta được  $2x^2 + \left(2x + \frac{9}{x}\right)^2 \leq 81$  (1)

- Lại có:  $2x^2 + \left(2x + \frac{9}{x}\right)^2 \geq 2\sqrt{2x^2 \left(2x + \frac{9}{x}\right)^2} = 2\sqrt{2} \left|x \left(2x + \frac{9}{x}\right)\right| = 2\sqrt{2}(2x^2 + 9)$  (2)

- Từ (1) và (2), suy ra  $x^2 \leq \frac{1}{2} \left(\frac{81}{2\sqrt{2}} - 9\right)$

- Mà  $R$  đúng nên  $x^2 = 1$  hoặc  $x^2 = 4$  hoặc  $x^2 = 9$ .
- Thử trực tiếp ta thấy chỉ  $x^2 = 4$  thỏa mãn.
- Vậy ta tìm được hai cặp số thỏa mãn là  $\left(2; \frac{17}{2}\right), \left(-2; -\frac{17}{2}\right)$ .

### Dạng 3. Phủ định của mệnh đề.

#### 3.1 Phương pháp

a) Phủ định của mệnh đề  $P$  là mệnh đề "không phải  $P$ ".

- Tính chất  $X$  thành tính chất không  $X$ , và ngược lại.
- Quan hệ  $=$  thành quan hệ  $\neq$ , và ngược lại.
- Quan hệ  $>$  thành quan hệ  $\leq$ , và ngược lại.
- Quan hệ  $\geq$  thành quan hệ  $<$ , và ngược lại.
- Liên kết "và" thành liên kết "hoặc", và ngược lại.

b) Phủ định của mệnh đề có dấu  $\forall, \exists$ : đổi nhau hai loại dấu  $\forall, \exists$  và phủ định thêm tính chất  $P(x)$

- $\forall x \in X, P(x)$  thành  $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ .
- $\exists x \in X, P(x)$  thành  $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ .

Mở rộng

$\forall x \in X, \forall y \in Y, P(x, y)$  thành  $\exists x \in X, \exists y \in Y, \overline{P(x, y)}$ .

-  $\forall x \in X, \exists y \in Y, P(x, y)$  thành  $\exists x \in X, \forall y \in Y, \overline{P(x, y)}$ .

**Chú ý:** Đôi khi xét tính đúng, sai của mệnh đề  $P$  phức tạp thì ta chuyển qua xét tính đúng sai của mệnh đề phủ định.

### BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

**Câu 79.** Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau:

P: "17 là số chính phương";

Q: "Hình hộp không phải là hình lăng trụ".

#### Lời giải

Mệnh đề phủ định của  $P$  là  $\bar{P}$ : "17 không phải là số chính phương".

Mệnh đề phủ định của  $Q$  là  $\bar{Q}$ : "Hình hộp là hình lăng trụ".

**Câu 80.** Viết mệnh đề phủ định của mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của nó.

$P$ : " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$ ".

#### Lời giải

Mệnh đề  $P$  có thể phát biểu là: "Tồn tại một số thực mà bình phương của nó cộng với 1 bằng 0".  
Phủ định của mệnh đề  $P$  là: "Không tồn tại một số thực mà bình phương của nó cộng với 1 bằng 0", tức là: "Mọi số thực đều có bình phương cộng với 1 khác 0".

Ta có thể viết mệnh đề phủ định của  $P$  là  $\bar{P}: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \neq 0$ . Mệnh đề phủ định này đúng.

**Câu 81.** Xác định tính đúng sai của mệnh đề sau và tìm mệnh đề phủ định của nó. Q: " $\exists n \in \mathbb{N}, n$  chia hết cho  $n+1$ "

#### Lời giải

Mệnh đề Q: " $\exists n \in \mathbb{N}, n$  chia hết cho  $n+1$ " đúng. Vì  $\exists 0 \in \mathbb{N}, 0:1$ .

Mệnh đề phủ định của mệnh đề Q, kí hiệu  $\bar{Q}$  là: " $\forall n \in \mathbb{N}, n$  không chia hết cho  $n+1$ "

**Câu 82.** Cho mệnh đề  $P$ : " $\sqrt{2}$  là số hữu tỉ". Hãy phát biểu mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$ .

#### Lời giải

Mệnh đề  $Q$ : " $\sqrt{2}$  không phải là số hữu tỉ" nhận được từ mệnh đề  $P$  bằng cách thêm cụm từ "không phải" trước vị ngữ. Mệnh đề  $Q$  là mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$ .

Vì với mỗi số thực chỉ xảy ra một trong hai trường hợp: là số hữu tỉ hoặc là số vô tỉ, không có trường hợp khác. Do vậy khi viết " $\sqrt{2}$  không phải là số hữu tỉ" sẽ cùng nghĩa với " $\sqrt{2}$  là số vô tỉ". Vì vậy mệnh đề  $R$ : " $\sqrt{2}$  là số vô tỉ" cũng là mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$ .

Vậy cả hai mệnh đề  $Q$  và  $R$  đều là các mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$ .

**Câu 83.** Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:

a) 106 là hợp số;



b) Tổng số đo ba góc trong một tam giác bằng  $180^\circ$ .

**Lời giải**

a) 106 không phải là hợp số.

b) Tổng số đo ba góc trong một tam giác không bằng  $180^\circ$ .

**Câu 84.** Xác định tính đúng sai của mệnh đề sau và tìm mệnh đề phủ định của nó.

$P: " \exists x \in \mathbb{R}, x^4 < x^2 "$

**Lời giải**

Mệnh đề có thể phát biểu dưới dạng: "Có một số thực  $x$  thỏa mãn  $x^4 < x^2$ ". Mệnh đề này đúng vì tồn tại  $x = \frac{1}{2} \in \mathbb{R}$  thỏa mãn  $\frac{1}{16} = x^4 < x^2 = \frac{1}{4}$ .

**Câu 85.** Phát biểu mệnh đề phủ định của mệnh đề: "Mọi số tự nhiên có chữ số tận cùng bằng 0 đều chia hết cho 10".

**Lời giải**

Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$  là:

"Có một số tự nhiên có chữ số tận cùng bằng 0 không chia hết cho 10".

**Câu 86.** Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:

$P$ : "Tháng 12 dương lịch có 31 ngày";

$Q$ : " $9^{10} \geq 10^{9n}$ ",

$R$ : "Phương trình  $x^2 + 1 = 0$  có nghiệm".

**Lời giải**

Mệnh đề phủ định của các mệnh đề trên là:

$\bar{P}$ : "Không phải tháng 12 dương lịch có 31 ngày";

$\bar{Q}$ : " $9^{10} < 10^9$ ";

$\bar{R}$ : "Phương trình  $x^2 + 1 = 0$  vô nghiệm".

**Câu 87.** Xét tính đúng sai và viết mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:

a)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$

b)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 4 = 0$ .

**Lời giải**

a) Mệnh đề đúng, vì  $x^2 + 2x + 2 = (x^2 + 2x + 1) + 1 = (x + 1)^2 + 1 > 0$  với mọi số thực  $x$ .

Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là:  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$ .

b) Mệnh đề sai, vì phương trình  $x^2 + 3x + 4 = 0$  vô nghiệm ( $\Delta = -7 < 0$ ).

Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là:  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 4 \neq 0$ .

**Câu 88.** Xét tính đúng sai và viết mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau đây:

a)  $\exists x \in \mathbb{N}, x + 3 = 0$

b)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \geq 2x$

c)  $\forall a \in \mathbb{R}, \sqrt{a^2} = a$

**Lời giải**

a) Mệnh đề sai, vì chỉ có  $x = -3$  thỏa mãn  $x + 3 = 0$  nhưng  $-3 \notin \mathbb{N}$ .

Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là: " $\forall x \in \mathbb{N}, x + 3 \neq 0$ ".

b) Mệnh đề đúng, vì  $(x - 1)^2 \geq 0$  hay  $x^2 + 1 \geq 2x$  với mọi số thực  $x$ .

Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là: " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 < 2x$ ".

c) Mệnh đề sai, vì có  $a = -2 \in \mathbb{R}, \sqrt{(-2)^2} = 2 \neq a$

Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là: " $\exists a \in \mathbb{R}, \sqrt{a^2} \neq a$ ".

**Câu 89.** Sử dụng kí hiệu  $\forall$  hoặc  $\exists$ , viết lại các mệnh đề sau. Viết mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề đó.

a) Với mọi số thực  $x$ , đều có  $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ .

b) Có số nguyên  $x$  sao cho  $x^2 - 5 = 0$ .

c) Tồn tại số thực  $x$  để  $x^2 + 2x + 2 < 0$ .

**Lời giải**

a)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 1 \geq 0$ .

Mệnh đề phủ định:  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 1 < 0$ .

b)  $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 - 5 = 0$ .

Mệnh đề phủ định:  $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 - 5 \neq 0$ .

c)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 2 < 0$ .

Mệnh đề phủ định:  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 2 \geq 0$ .

**Câu 90.** Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau đây và xét tính đúng sai của các mệnh đề phủ định đó.

a)  $P$ : "Năm 2020 là năm nhuận";

b)  $Q$ : " $\sqrt{2}$  không phải là số vô tỉ";

c)  $R$ : "Phương trình  $x^2 + 1 = 0$  có nghiệm".

**Lời giải**

a)  $\bar{P}$ : "Năm 2020 không phải là năm nhuận", là mệnh đề sai.

b)  $\bar{Q}$ : " $\sqrt{2}$  là số vô tỉ", là mệnh đề đúng.

c)  $\bar{R}$ : "Phương trình  $x^2 + 1 = 0$  vô nghiệm", là mệnh đề đúng.

**Câu 91.** Xét tính đúng sai và viết mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:

a)  $\exists x \in \mathbb{N}, 2x^2 + x = 1$

b)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 5 > 4x$ .

**Lời giải**

a) Xét phương trình  $2x^2 + x = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0$ .

Phương trình bậc hai này có hai nghiệm  $x = -1$  và  $x = \frac{1}{2}$ . Nhưng hai nghiệm đều không phải là số tự nhiên. Do đó, mệnh đề sai.

Mệnh đề phủ định là:  $\forall x \in \mathbb{N}, 2x^2 + x \neq 1$ .

b) Với mọi số thực  $x$ , ta có  $x^2 - 4x + 5 = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x - 2)^2 + 1 > 0$ .

Do đó,  $x^2 + 5 > 4x$ . Suy ra mệnh đề  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 5 > 4x$  đúng.

Mệnh đề phủ định:  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 5 \leq 4x$ .

**Câu 92.** Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và nhận xét tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó:

A: "16 là bình phương của một số nguyên";

B: "Số 25 không chia hết cho 5".

**Lời giải**

Mệnh đề  $\bar{A}$ : "16 không phải là bình phương của một số nguyên" và  $\bar{A}$  sai.

Mệnh đề  $\bar{B}$ : "Số 25 chia hết cho 5" và  $\bar{B}$  đúng.

**Câu 93.** Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau:

a)  $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq x$

b)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$

**Lời giải**

a) Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq x$ " là mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, |x| < x$ ".

b) Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$ " là mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \neq 0$ ".

**Câu 94.** Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và nhận xét tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

a) A: " $\frac{5}{1,2}$  là một phân số".

b) B: "Phương trình  $x^2 + 3x + 2 = 0$  có nghiệm".

c) C: " $2^2 + 2^3 = 2^{2+3}$ ".

d) D: "Số 2025 chia hết cho 15".

**Lời giải**

a)  $\bar{A}$ : " $\frac{5}{1,2}$  không là một phân số".

Đúng vì  $\frac{5}{1,2}$  không là phân số (do 1,2 không là số nguyên)

b)  $\bar{B}$ : "Phương trình  $x^2 + 3x + 2 = 0$  vô nghiệm".

Sai vì phương trình  $x^2 + 3x + 2 = 0$  có hai nghiệm là  $x = -1$  và  $x = -2$ .

c)  $\bar{C}$ : " $2^2 + 2^3 \neq 2^{2+3}$ ".

Đúng vì  $2^2 + 2^3 = 12 \neq 32 = 2^{2+3}$ .

d)  $\bar{D}$ : "Số 2025 không chia hết cho 15".

Sai vì 2025 chia hết cho 15.

**Câu 95.** Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề phủ định đó:

a)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2x - 2$

b)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 2x - 1$

c)  $\exists x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} \geq 2$

d)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$

### Lời giải

a) Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2x - 2$ " là mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2x - 2$ "

Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2x - 2$ " sai vì  $x^2 \neq 2x - 2$  với mọi số thực  $x$  (vì  $x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1 > 0$  hay  $x^2 > 2x - 2$ ).

b) Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 2x - 1$ " là mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 2x - 1$ " **1 ≤ 1** (luôn đúng).

c) Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} \geq 2$ " là mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} < 2$ "  $x + \frac{1}{x} = 2 + \frac{1}{2} > 2$ .

d) Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$ " là mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$ ".

Mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$ " đúng vì

$$x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq 0 \text{ với mọi số thực } x.$$

**Câu 96.** Nêu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề phủ định đó:

a)  $A$ : " $\frac{1,2}{5}$  là một phân số";

b)  $B$ : "Phương trình  $x^2 + 3x + 2 = 0$  có nghiệm";

c)  $C$ : " $2^2 + 2^3 = 2^{2+3}$ "

d)  $D$ : "Số 2025 chia hết cho 15".

### Lời giải

a) Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $A$  là  $\bar{A}$ : " $\frac{1,2}{5}$  không là phân số". Mệnh đề  $\bar{A}$  đúng vì  $\frac{1,2}{5}$  không là số nguyên.

b) Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $B$  là  $\bar{B}$ : "Phương trình  $x^2 + 3x + 2 = 0$  không có nghiệm". Mệnh đề  $\bar{B}$  sai vì phương trình  $x^2 + 3x + 2 = 0$  có hai nghiệm là  $x = -1, x = -2$ .

c) Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $C$  là  $\bar{C}$ : " $2^2 + 2^3 \neq 2^{2+3}$ ". Mệnh đề  $\bar{C}$  đúng vì  $2^2 + 2^3 = 12$  và  $2^{2+3} = 32$ .

d) Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $D$  là  $\bar{D}$ : "Số 2025 không chia hết cho 15". Mệnh đề  $\bar{D}$  sai vì 2025 chia hết cho 15.

**Câu 97.** Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề phủ định đó:

a)  $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 2x - 2$ ;

b)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 2x - 1$

- c)  $\exists x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} \geq 2$   
d)  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$ .

**Lời giải**

- a) Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2x - 2$ " là mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2x - 2$ ". Mệnh đề phủ định sai vì phương trình  $x^2 = 2x - 2$  vô nghiệm nên không có giá trị nào của  $x$  thỏa mãn  $x^2 = 2x - 2$ .  
b) Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 2x - 1$ " là mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 > 2x - 1$ ". Mệnh đề phủ định đúng vì với  $x = 2$ , ta có:  $2^2 > 2 \cdot 2 - 1$ .  
c) Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} \geq 2$ " là mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} < 2$ ". Mệnh đề phủ định sai vì với  $x = 2$ , ta có:  $2 + \frac{1}{2} > 2$ .  
d) Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$ " là mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$ ". Mệnh đề phủ định đúng vì  $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Chú ý: Cách làm ở Câu 3 lần lượt cho chúng ta phương pháp chứng minh tính đúng

**Câu 98.** Nêu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề phủ định đó:

- a)  $A$ : "Trục đối xứng của đồ thị hàm số  $y = -x^2$  là trục tung";  
b)  $B$ : "Phương trình  $3x^2 + 1 = 0$  có nghiệm";  
c)  $C$ : "Hai đường thẳng  $y = 2x + 1$  và  $y = -2x + 1$  không song song với nhau";  
d)  $D$ : "Số 2024 không chia hết cho 4".

**Lời giải**

- a)  $\bar{A}$ : "Trục đối xứng của đồ thị hàm số  $y = -x^2$  không là trục tung". Mệnh đề phủ định sai.  
b)  $\bar{B}$ : "Phương trình  $3x^2 + 1 = 0$  vô nghiệm". Mệnh đề phủ định đúng.  
c)  $\bar{C}$ : "Hai đường thẳng  $y = 2x + 1$  và  $y = -2x + 1$  song song với nhau". Mệnh đề phủ định sai.  
d)  $\bar{D}$ : "Số 2024 chia hết cho 4". Mệnh đề phủ định đúng.

**Câu 99.** Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề phủ định đó.

- a)  $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)$  chia hết cho 2;  
b)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > x$   
c)  $\exists x \in \mathbb{R}, |x| > x$   
d)  $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 - x - 1 = 0$ .

**Lời giải**

- a) Mệnh đề phủ định: " $\exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)$  không chia hết cho 2". Mệnh đề này sai.  
b) Mệnh đề phủ định: " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq x$ ". Mệnh đề này đúng.  
c) Mệnh đề phủ định: " $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \leq x$ ". Mệnh đề này sai.  
d) Mệnh đề phủ định: " $\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 - x - 1 \neq 0$ ". Mệnh đề này đúng.

**Câu 100.** Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau và phát biểu mệnh đề phủ định của chúng.

- a) 2020 chia hết cho 3  
b)  $\pi < 3,15$   
c) Nước ta hiện nay có 5 thành phố trực thuộc trung ương.  
d) Tam giác có hai góc bằng  $45^\circ$  là tam giác vuông cân.

**Lời giải**

- a) Mệnh đề "2020 chia hết cho 3" sai.  
Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là: "2020 không chia hết cho 3"  
Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là: " $\pi \geq 3,15$ "

c) Mệnh đề "Nước ta hiện nay có 5 thành phố trực thuộc trung ương" đúng (gồm Hà Nội, Đà Nẵng, Hải Phòng, Hồ Chí Minh và Cần Thơ)

Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là: "Nước ta hiện nay không phải có 5 thành phố trực thuộc trung ương"

d) Mệnh đề "Tam giác có hai góc bằng  $45^\circ$  là tam giác vuông cân" đúng.

Mệnh đề phủ định của mệnh đề này là: "Tam giác có hai góc bằng  $45^\circ$  không phải là tam giác vuông cân"

## BÀI TẬP BỔ SUNG

**Câu 101.** Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:

- Tất cả các chất khí đều không dẫn điện.
- Nhà toán học co - si (cauchy) là người Ý.
- 9801 là số chính phương.
- Giải thưởng cao nhất về toán học trên thế giới là giải Nobel.
- Có vô số số nguyên tố.
- Một năm có tối đa 52 ngày chủ nhật.

### Lời giải

- Tồn tại một số chất khí có dẫn điện.
- Nhà toán học Cauchy không phải là người Ý.
- 9801 không phải là số chính phương.
- Giải thưởng cao nhất về toán học trên thế giới không phải là giải Nobel.
- Không phải có vô số số nguyên tố.
- Nói một năm có tối đa 52 ngày chủ nhật là sai.

**Câu 102.** Hãy phủ định các mệnh đề sau:

- A: " $\exists a, b \in \mathbb{R}, (a+b)^2 > 2(a^2 + b^2)$ "
- B: " $\forall n \in \mathbb{Z}; n^3 - n$  chia hết cho 2 và chia hết cho 3"

### Lời giải

- $\bar{A}$ : " $\forall a, b \in \mathbb{R}, (a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$ "
- $\bar{B}$ : " $\exists n \in \mathbb{Z}, n^3 - n$  không chia hết cho 2 hoặc không chia hết cho 3".

**Câu 103.** Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết mệnh đề phủ định đúng hay sai?

- A = "Mọi số thực đều là số nguyên"
- B = "Tồn tại một số góc  $\alpha$  sao cho  $\sin \alpha > 1$ "
- C = "Mọi tam giác đều luôn là tam giác cân"

### Lời giải

- \*  $\bar{A}$  = "Tồn tại ít nhất một số thực không phải là số nguyên". Ta có  $\bar{A}$  là mệnh đề đúng.
- \*  $\bar{B}$  = "Mọi góc  $\alpha$  ta luôn có  $\sin \alpha \leq 1$ ". Ta có  $\bar{B}$  là mệnh đề đúng.
- \*  $\bar{C}$  = "Tồn tại một tam giác đều không phải là tam giác cân". Ta có  $\bar{C}$  là mệnh đề sai.

**Câu 104.** Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định nó:

- A: "Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau";
- B: "Tổng hai cạnh của một tam giác nhỏ hơn cạnh còn lại";
- C: "Trong tam giác tổng ba góc không bằng  $180^\circ$ ";
- D: "Tồn tại hình thang là hình vuông".

### Lời giải

- $\bar{A}$ : "Hai đường chéo của hình thoi không vuông góc với nhau". Mệnh đề này sai.
- $\bar{B}$ : "Tổng hai cạnh của một tam giác lớn hơn hoặc bằng cạnh còn lại". Mệnh đề này đúng.
- $\bar{C}$ : "Trong tam giác tổng ba góc bằng  $180^\circ$ ". Mệnh đề này đúng.
- $\bar{D}$ : "Với mọi hình thang đều không là hình vuông". Mệnh đề này sai.

**Câu 105.** Hãy phủ định các mệnh đề sau và giải thích tính đúng, sai của các mệnh đề phủ định nó:

- A: " $\exists x \geq 0; x+1 < 2\sqrt{x}$ "
- B: " $\forall x \in \mathbb{Z}; x^2 + 3x + 2$  là số chẵn"

### Lời giải

- $\bar{A}$ : " $\forall x \geq 0; x+1 \geq 2\sqrt{x}$ " ta có  $\bar{A}$  đúng; vì  $x+1 \geq 2\sqrt{x} \Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)^2 \geq 0$  đúng  $\forall x \geq 0$
- $\bar{B}$ : " $\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 + 3x + 2$  là số lẻ, ta có  $\bar{B}$  đúng; vì  $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$  là tích hai số nguyên liên tiếp nên là số chẵn; do đó  $\bar{B}$  sai.

**Câu 106.** Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó:

- $A$ : "6 là số nguyên tố";  
 $B$ : " $(\sqrt{3} - \sqrt{27})^2$  là số nguyên";  
 $C$ : " $\exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)$  là một số chính phương";  
 $D$ : " $\forall n \in \mathbb{N}, n^4 - n^2 + 1$  là hợp số".

**Lời giải**

- $\bar{A}$ : "6 không phải là số nguyên tố". Mệnh đề này đúng.  
 $\bar{B}$ : " $(\sqrt{3} - \sqrt{27})^2$  không phải là số nguyên". Mệnh đề này sai.  
 $\bar{C}$ : " $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)$  không phải là một số chính phương". Mệnh đề này sai.  
 $\bar{D}$ : " $\exists n \in \mathbb{N}, n^4 - n^2 + 1$  là số nguyên tố". Mệnh đề này đúng.

**Câu 107.** Tìm mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết chúng đúng hay sai?

- a)  $P = "\forall x \neq 0, x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 2"$   
b)  $Q = "$ Có một hình thoi không phải là hình vuông".

**Lời giải**

- a)  $\bar{P} = "\exists x \neq 0, x^2 + \frac{1}{x^2} < 2"$ . Ta có  $\bar{P}$  là mệnh đề sai.  
b)  $\bar{Q} = "$ Mọi hình thoi đều là hình vuông". Ta có  $\bar{Q}$  là mệnh đề sai.

**Câu 108.** Cho mệnh đề chứa biến  $P(x)$ : " $x = x^4$ ". Xác định tính đúng-sai của các mệnh đề sau:

- a)  $P(0)$  b)  $P(1)$  c)  $P(2)$   
d)  $P(-1)$  e)  $\exists x \in \mathbb{Z}, P(x)$  f)  $\forall x \in \mathbb{Z}, P(x)$

**Lời giải**

- a)  $P(0) = "0 = 0^4"$  là mệnh đề đúng.  
b)  $P(1) = "1 = 1^4"$  là mệnh đề đúng.  
c)  $P(2) = "2 = 2^4"$  là mệnh đề sai.  
d)  $P(-1) = "-1 = (-1)^4"$  là mệnh đề sai.  
e)  $(\exists x \in \mathbb{Z}, P(x)) = "\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^4"$  là mệnh đề đúng (chẳng hạn với  $x = 1$ ).  
f)  $(\forall x \in \mathbb{Z}, P(x)) = "\forall x \in \mathbb{Z}, x = x^4"$  là mệnh đề sai (chẳng hạn với  $x = 2$ ).

**Câu 109.** Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau:

- a)  $A = "\forall x \in \mathbb{R}, x - 2 > x^2"$ .  
b)  $B = "\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$  không chia hết cho 3".  
c)  $C = "\exists r \in \mathbb{Q}: 4r^2 - 1 = 0"$   
d)  $D = "$ Có những tứ giác không có đường tròn ngoại tiếp".

**Lời giải**

- a)  $\bar{A} = "\exists x \in \mathbb{R}, x - 2 \leq x^2"$ .  
b)  $\bar{B} = "\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$  chia hết cho 3".  
c)  $\bar{C} = "\forall r \in \mathbb{Q}, 4r^2 + 1 \neq 0"$ .  
d)  $\bar{D} = "$ Mọi tứ giác đều có đường tròn ngoại tiếp".

**Câu 110.** Gọi  $X$  là tập "tất cả các học sinh lớp 10A". Xét mệnh đề chứa biến  $P(x)$ : " $x$  tự học ở nhà ít nhất 4 giờ trong một ngày". Hãy phát biểu các mệnh đề sau bằng các câu thông thường:

- a)  $\exists x \in X, P(x)$  b)  $\forall x \in X, P(x)$  c)  $\exists x \in X, \bar{P}(x)$  d)  $\forall x \in X, \bar{P}(x)$

**Lời giải**

- a) " $\exists x \in X, P(x)$ " = "Có một số học sinh của lớp 10A tự học ở nhà ít nhất 4 giờ trong ngày".



- b) " $\forall x \in X, P(x)$ " = " Mọi học sinh của lớp 10A đều tự học ở nhà ít nhất 4 giờ trong ngày".  
 c) " $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ " = " Có một số học sinh của lớp 10A không tự học ở nhà ít nhất 4 lần trong ngày".  
 d) " $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ " = " Mọi học sinh của lớp 10A đều không tự học ở nhà ít nhất 4 giờ trong ngày".

**Câu 111.** Xét tính đúng - sai của các mệnh đề sau và lập mệnh đề phủ định của các mệnh đề đó:

- a)  $\exists r \in \mathbb{Q}, 3 < r < \pi$   
 b)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 > 0$   
 c)  $\forall n \in \mathbb{N}, 2^n \geq n + 2$   
 d)  $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$  chia hết cho 8.

**Lời giải**

- a)  $A = " \exists r \in \mathbb{Q}, 3 < r < \pi "$  là mệnh đề đúng.  
 $\bar{A} = " \forall r \in \mathbb{Q}, r \leq 3$  hay  $r \geq \pi "$ .  
 b)  $B = " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 > 0 "$  là mệnh đề đúng.  
 $\bar{B} = " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 \leq 0 "$ .  
 c)  $C = " \forall n \in \mathbb{N}, 2^n \geq n + 2 "$  là mệnh đề sai.  
 $\bar{C} = " \exists n \in \mathbb{N}, 2^n < n + 2 "$ .  
 d)  $D = " \exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$  chia hết cho 8 " là mệnh đề sai.  
 $\bar{D} = " \forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$  không chia hết cho 8 " .

**Câu 112.** Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

- $A: " \exists x \in \mathbb{N}, n^2 + 3$  chia hết cho 4 " .  
 $B: " \exists x \in \mathbb{N}, x$  chia hết cho  $x + 1$  " .

**Lời giải**

- $\bar{A}: " \forall x \in \mathbb{N}, n^2 + 3$  không chia hết cho 4 " . Mệnh đề sai.  
 $\bar{B}: " \forall x \in \mathbb{N}, x \nmid (x + 1) "$  . Mệnh đề này sai.

**Câu 113.** Hãy phủ định các mệnh đề sau:

- $P: " \forall x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 > 2xy "$   
 $Q: " \text{Tồn tại số tự nhiên } n, \text{ để với mọi số thực } x, \text{ ta có: } f(x) = x^2 - 2x + n \text{ nhận giá trị không âm} "$

**Lời giải**

- $\bar{P}: " \exists x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 2xy "$   
 $\bar{Q}: " \text{Vớii mọi số tự nhiên } n, \text{ tồn tại số thực } x \text{ sao cho } f(x) = x^2 - 2x + n \text{ nhận giá trị âm} "$

**Bài 36.** Hãy phủ định các mệnh đề sau và xét tính đúng, sai của mệnh đề phủ định đó:

- $A: " \forall x, y \in \mathbb{R}; 2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 4y + 5 > 0 "$   
 $B: " \exists n \in \mathbb{N}; n^5 - n$  không chia hết cho 15 " .

**Lời giải**

- a.  $\bar{A}: " \exists x, y \in \mathbb{R}, 2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 4y + 5 \leq 0 "$   
 Do  $2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 4y + 5 = (x - y)^2 + (x - 1)^2 + (y - 2)^2 \geq 0$ ;  
 " = " xảy ra  $\Leftrightarrow x = y$  và  $x = 1$  và  $y = 2$  (vô lí)  
 $\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 4y + 5 > 0 \Rightarrow A$  đúng,  $\bar{A}$  sai.  
 b.  $\bar{B}: " \forall n \in \mathbb{N}, n^5 - n$  chia hết cho 15 "  
 Ta có:  $n^5 - n = n(n^4 - 1) = n(n^2 - 1)(n^2 + 1) = n(n - 1)(n + 1)(n^2 + 1)$   
 -  $n(n - 1)(n + 1) : 3$  (vì là tích 3 số nguyên liên tiếp)  $\Rightarrow (n^5 - n) : 3$   
 - Nếu  $n = 5k \Rightarrow n : 5$ ; nếu  $n = 5k + 1 \Rightarrow n - 1 = 5k : 5$ ;  
 nếu  $n = 5k + 2 \Rightarrow n^2 + 1 = (25k^2 + 20k + 5) : 5$

nếu  $n = 5k + 3 \Rightarrow n^2 + 1 = (25k^2 + 30k + 10) : 5$ ;

nếu  $n = 5k + 4 \Rightarrow n + 1 = (5k + 5) : 5 \Rightarrow (n^5 - n) : 5$

Vậy:  $\forall n \in \mathbb{N}, n^5 - n$  chia hết cho 2 số nguyên tố cùng nhau là 5 và 3 nên chia hết cho 15.

Do đó  $\bar{B}$  đúng.

**Câu 114.** Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó:

$A$ : "Phương trình  $x^1 - 2x^2 + 2 = 0$  có nghiệm";

$B$ : "Bất phương trình  $x^{2013} > 2030$  vô nghiệm".

$C$ : " $\forall x \in \mathbb{R}, x^4 - x^2 + 1 = (x^2 + \sqrt{3}x + 1)(x^2 - \sqrt{3}x + 1)$ ".

$D$ : " $\exists q \in \mathbb{Q}, 2q^2 - 1 = 0$ ".

**Lời giải**

$\bar{A}$ : "Phương trình  $x^4 - 2x^2 + 2 = 0$  vô nghiệm".

Mệnh đề này đúng vì  $x^4 - 2x^2 + 2 = (x^2 - 1)^2 + 1 > 0$ .

$\bar{B}$ : "Bất phương trình  $x^{2013} > 2030$  có nghiệm". Mệnh đề này đúng.

$\bar{C}$ : " $\exists x \in \mathbb{R}, x^4 - x^2 + 1 \neq (x^2 + \sqrt{3}x + 1)(x^2 - \sqrt{3}x + 1)$ ".

Mệnh đề sai vì  $x^4 - x^2 + 1 = (x^2 + 1)^2 - 3x^2 = (x^2 + \sqrt{3}x + 1)(x^2 - \sqrt{3}x + 1)$ .

$\bar{D}$ : " $\forall q \in \mathbb{Q}, 2q^2 - 1 \neq 0$ ". Mệnh đề này đúng.

**Câu 115.** Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

$A$ : " $\forall x \in \mathbb{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$ ".

$B$ : "Tồn tại số thực  $a$  sao cho  $a + 1 + \frac{1}{a+1} \leq 2$ ".

**Lời giải**

$\bar{A}$ : " $\exists x \in \mathbb{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ ".

Mệnh đề này đúng vì chẳng hạn  $x = -1$ , ta có  $(-1)^3 - (-1)^2 + 1 = -1 < 0$ .

$\bar{B}$ : "Với mọi số thực  $a$  thì  $a + 1 + \frac{1}{a+1} > 2$ ". Mệnh đề này sai chẳng hạn khi  $a = -2$ .

**Câu 116.** Xét tính đúng sai của mệnh đề sau và nêu mệnh đề phủ định của nó:

a)  $P(x)$ : " $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 = 3$ ".

b)  $P(n)$ : " $\forall n \in \mathbb{N}^*: 2^n + 3$  là số nguyên tố".

c)  $P(x)$ : " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 4x + 5 > 0$ ".

d)  $P(x)$ : " $\forall x \in \mathbb{R}, x^4 - x^2 + 2x + 2 \geq 0$ ".

**Lời giải**

a) Ta có:  $x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$ . Vì  $\pm\sqrt{3} \notin \mathbb{Z}$  nên mệnh đề đã cho sai.

Mệnh đề phủ định là  $\bar{P}(x)$ : " $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \neq 3$ ".

b) Với  $n = 5$  thì  $2^n + 3 = 2^5 + 3 = 35$ , số này chia hết cho 5 (không nguyên tố). Do đó mệnh đề đã cho sai.

Mệnh đề phủ định là  $\bar{P}(n)$ : " $\exists n \in \mathbb{N}^*: 2^n + 3$  không là một số nguyên tố".

c) Mệnh đề đúng vì  $x^2 + 4x + 5 = (x + 2)^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Mệnh đề phủ định là  $\bar{P}(x)$ : " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 4x + 5 \leq 0$ ".

d) Do  $x^4 - x^2 + 2x + 2 = (x^2 - 1)^2 + (x + 1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$  nên mệnh đề đã cho đúng.

Mệnh đề phủ định là  $\bar{P}(x)$ : " $\exists x \in \mathbb{R}, x^4 - x^2 + 2x + 2 < 0$ ".

**Câu 117.** Hãy phát biểu mệnh đề kéo theo  $P \Rightarrow Q, \bar{Q} \Rightarrow \bar{P}$  và xét tính đúng sai của mệnh đề này:

a) Cho tứ giác  $ABCD$  và hai mệnh đề  $P$ : "Tổng hai góc đối của tứ giác lồi bằng  $180^\circ$ " và  $Q$ : "Tứ giác nội tiếp được đường tròn".

b)  $P: \sqrt{2} - \sqrt{3} > -1$  và  $Q: (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 > (-1)^2$ .

**Lời giải**

a) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là "Nếu tổng hai góc đối của tứ giác lồi bằng  $180^\circ$  thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn". Đây là mệnh đề đúng.

Mệnh đề  $\bar{Q} \Rightarrow P$  là "Nếu tứ giác không nội tiếp đường tròn thì tổng hai góc đối của tứ giác lồi đó bằng  $180^\circ$ ". Đây là mệnh đề sai.

b) Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là "Nếu  $\sqrt{2} - \sqrt{3} > -1$  thì  $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 > (-1)^2$ ". Đây là mệnh đề sai.

Mệnh đề  $\bar{Q} \Rightarrow P$  là "Nếu  $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 \leq (-1)^2$  thì  $\sqrt{2} - \sqrt{3} > -1$ ". Đây là mệnh đề đúng.

### C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

**Câu 1.** Cho mệnh đề  $A$ : "Nghiem của phương trình  $x^2 - 5 = 0$  là số hữu tỉ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là:

A. "Nghiem của phương trình  $x^2 - 5 = 0$  không là số hữu tỉ".

B. "Nghiem của phương trình  $x^2 - 5 = 0$  không là số vô tỉ".

C. "Phương trình  $x^2 - 5 = 0$  vô nghiệm".

D. "Nghiem của phương trình  $x^2 - 5 = 0$  không là số nguyên".

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 2.** Cho số tự nhiên  $n$ . Xét mệnh đề "Nếu số tự nhiên  $n$  chia hết cho 4 thì  $n$  chia hết cho 2". Mệnh đề đảo của mệnh đề đó là:

A. "Nếu số tự nhiên  $n$  chia hết cho 2 thì  $n$  không chia hết cho 4".

B. "Nếu số tự nhiên  $n$  chia hết cho 4 thì  $n$  không chia hết cho 2".

C. "Nếu số tự nhiên  $n$  chia hết cho 2 thì  $n$  chia hết cho 4".

D. "Nếu số tự nhiên  $n$  không chia hết cho 2 thì  $n$  không chia hết cho 4".

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 3.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Xét mệnh đề "Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau". Mệnh đề đảo của mệnh đề đó là:

A. "Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật thì tứ giác  $ABCD$  không có hai đường chéo bằng nhau".

B. "Nếu tứ giác  $ABCD$  không có hai đường chéo bằng nhau thì tứ giác  $ABCD$  không là hình chữ nhật".

C. "Nếu tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau thì tứ giác  $ABCD$  không là hình chữ nhật".

D. "Nếu tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau thì tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật".

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 4.** Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$ " là mệnh đề:

A. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$ ".

B. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$ ".

C. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 > 0$ ".

D. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$ ".

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 5.** Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{Q}, x = \frac{1}{x}$ " là mệnh đề:

A. " $\exists x \in \mathbb{Q}, x \neq \frac{1}{x}$ ".

B. " $\forall x \in \mathbb{Q}, x = \frac{1}{x}$ ".

- C. " $\forall x \in \mathbb{Q}, x \neq \frac{1}{x}$ ".     D. " $\forall x \in \mathbb{Q}, x \neq \frac{1}{x}$ ".

Lời giải

Chọn D

**Câu 6.** Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ " là mệnh đề:

- A. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ ".     B. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ ".  
C. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0$ ".     D. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$ ".

Lời giải

Chọn D

**Câu 7.** Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq x$ " là mệnh đề:

- A. " $\forall x \in \mathbb{R}, |x| < x$ ".     B. " $\exists x \in \mathbb{R}, |x| \leq x$ ".  
C. " $\exists x \in \mathbb{R}, |x| < x$ ".     D. " $\exists x \in \mathbb{R}, |x| > x$ ".

Lời giải

Chọn C

**Câu 8.** Cho  $x, y$  là hai số thực cùng khác  $-1$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

- A.  $x + y + xy \neq -1$ .     B.  $x + y + xy = -1$ .  
C.  $x + y \neq -2$ .     D.  $xy \neq -1$ .

Lời giải

Chọn A

**Câu 9.** Cho  $a, b$  là hai số thực thỏa mãn  $a + b < 2$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Cả hai số  $a, b$  đều nhỏ hơn 1.  
B. Có ít nhất một trong hai số  $a, b$  nhỏ hơn 1.  
C. Có ít nhất một trong hai số  $a, b$  lớn hơn 1.  
D. Cả hai số  $a, b$  không vượt quá 1.

Lời giải

Chọn B

## BÀI TẬP BỔ SUNG

**Câu 10.** Mệnh đề là một khẳng định

- A. Hoặc đúng hoặc sai.     B. Đúng.     C. Vừa đúng vừa sai.     D. Sai.

Lời giải

Chọn A

**Câu 11.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

- A. An học lớp mấy?     B. Các bạn hãy đọc đi!  
C. Hôm nay là thứ mấy?     D. Việt Nam là một nước thuộc Châu Á.

Lời giải

Chọn D

**Câu 12.** Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề?

- A. Mùa thu Hà Nội đẹp quá!     B. Hà Nội là thủ đô của Việt Nam.  
C. Bạn có đi học không?     D. Đề thi môn Toán khó quá!

Lời giải

Chọn B

**Câu 13.** Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề ?

- a) Mấy giờ rồi ?  
 b) Buôn Mê Thuột là thành phố của Đắk Lắk.  
 c) 2019 là số nguyên tố.  
 d) Làm việc đi !

A. 4                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

“Mấy giờ rồi ?” đây là câu hỏi nên không phải câu mệnh đề.

“Buôn Mê Thuột là thành phố của Đắk Lắk” đây là câu khẳng định đúng nên là một mệnh đề.

“2019 là số nguyên tố” đây là câu khẳng định sai nên là một mệnh đề.

“Làm việc đi !” đây là câu cảm thán nên không phải là mệnh đề.

**Câu 14.** Trong các câu sau, câu nào không phải mệnh đề?

A. 8 là số chính phương.

B. Hà Nội là thủ đô Việt Nam.

C. Buồn ngủ quá!

D. Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ở các đáp án A,B,D ta khẳng định được tính đúng sai của nó nên A, B, D là các mệnh đề, còn đáp án C là một câu cảm thán, không thể khẳng định tính đúng, sai nên không là mệnh đề.

+ 8 là số chính phương là một khẳng định sai nên câu A là một mệnh đề

+ Hà Nội là thủ đô Việt Nam là một khẳng định đúng nên câu B là mệnh đề.

+ Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau là khẳng định đúng nên câu D là mệnh đề.

**Câu 15.** Trong số các câu sau, câu nào là mệnh đề?

A. Thời tiết hôm nay thật đẹp!

B. Các bạn có làm được bài kiểm tra này không?

C. Số 15 chia hết cho 2.

D. Chúc các bạn đạt điểm như mong đợi!

**Lời giải**

Các câu trong đáp án A, B và D đều là các câu cảm thán hoặc câu hỏi nên ta loại, chỉ có đáp án C là câu khẳng định.

**Câu 16.** Trong các câu sau có bao nhiêu câu là mệnh đề?

a) Huế là một thành phố của Việt Nam.

b) Sông Hương làm thành phố Huế thêm thơ mộng.

c) Hãy trả lời câu hỏi này!

d)  $5 + 9 = 24$ .

e)  $6 + 81 = 25$ .

f) Bạn có rồi tối nay không?

g)  $x + 2 = 11$ .

A. 4.                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 3.

**Lời giải**

Theo khái niệm mệnh đề, các câu sau là mệnh đề:

“Huế là một thành phố của Việt Nam”.

“Sông Hương làm thành phố Huế thêm thơ mộng”.

“ $6 + 81 = 25$ ”

**Câu 17.** Trong các câu sau có bao nhiêu câu là mệnh đề:

(1): Số 3 là một số chẵn.

(2):  $2x + 1 = 3$ .

(3): Các em hãy cố gắng làm bài thi cho tốt.

(4):  $1 < 3 \Rightarrow 4 < 2$

**A.** 2.

**B.** 3.

**C.** 1.

**D.** 4

**Lời giải**

**Chọn A**

Mệnh đề là câu (1) và (4).

**Câu 18.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề đúng?

**A.** Người miền Trung khổ quá!

**B.** Sài Gòn là thủ đô của nước Việt Nam.

**C.** 5 là số lẻ.

**D.** Phương trình  $x - 1 = 0$  vô nghiệm.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 19.** Trong các câu sau, câu nào không phải là một mệnh đề

**A.** Ăn phở rất ngon!      **B.**  $8 - 4 = 4$ .

**C.** Số 18 chia hết cho 6.      **D.**  $2 + 8 = 6$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ăn phở rất ngon! Không phải là câu khẳng định nên không là mệnh đề.

**Câu 20.** Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề?

a) Hãy học thật tốt!

b) Số 32 chia hết cho 2.

c) Số 7 là số nguyên tố.

d) Số thực  $x$  là số chẵn.

**A.** 1.

**B.** 4.

**C.** 2.

**D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Khẳng định: “Số 32 chia hết cho 2” là mệnh đề đúng.

Khẳng định: “Số 7 là số nguyên tố” là mệnh đề đúng.

Khẳng định “Số thực  $x$  là số chẵn” không phải là mệnh đề mà đây là mệnh đề chứa biến.

Hãy học thật tốt! Đây là câu cảm.

Vậy các khẳng định trên có 2 mệnh đề.

**Câu 21.** Chọn phát biểu **không phải** là mệnh đề.

**A.** Số 19 chia hết cho 2.

**B.** Hình thoi có hai đường chéo vuông góc.

**C.** Hôm nay trời không mưa.

**D.** Berlin là thủ đô của Pháp.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương án C không phải là mệnh đề vì “Hôm nay trời không mưa” là câu không phân biệt được đúng hay sai.

**Câu 22.** Trong các câu sau đây, câu nào là mệnh đề?

**A.** Bạn có chăm học không.

**B.** Các bạn hãy làm bài đi.

**C.** Việt Nam là một nước thuộc châu Á.

**D.** Anh học lớp mấy.



## Lời giải

## Chọn C

Vì đáp án C là một câu khẳng định đúng.

**Câu 23.** Câu nào trong các câu sau **không** phải là mệnh đề?

A.  $\frac{4}{2} = 2$ .

B.  $\sqrt{2}$  là một số hữu tỷ.

C.  $2 + 2 = 5$ .

D.  $\pi$  có phải là một số hữu tỷ không?

## Lời giải

## Chọn D

Xét đáp án A:  $\frac{4}{2} = 2$  là một câu khẳng định đúng nên là mệnh đề.

Xét đáp án B:  $\sqrt{2}$  là một số vô tỷ nên B là một câu khẳng định sai vậy là mệnh đề.

Xét đáp án C:  $2 + 2 = 5$  là một câu khẳng định sai vậy là mệnh đề.

Xét đáp án D: Đây là câu hỏi nên không phải là mệnh đề.

**Câu 24.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

A. Tiết trời mùa thu thật dễ chịu!

B. Số 15 không chia hết cho 2.

C. Bạn An có đi học không?

D. Chúc các bạn học sinh thi đạt kết quả tốt!

## Lời giải

## Chọn B

+) Theo định nghĩa mệnh đề thì mệnh đề là khẳng định đúng hoặc khẳng định sai.

Đáp án A không phải mệnh đề vì đây là câu cảm xúc không phải là một khẳng định

Đáp án B là mệnh đề vì đây là câu khẳng định

Đáp án C không phải mệnh đề vì nó là câu hỏi.

Đáp án D Không phải mệnh đề.

**Câu 25.** Khẳng định nào sau đây là mệnh đề?

A. Sao hỏa không thuộc hệ thái dương.

B. Số  $x$  nhỏ hơn 1.

C. TP.HCM ở miền nào của nước Việt Nam.

D. Học hành tiến bộ nhé !

## Lời giải

## Chọn A

**Câu 26.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

A. Số  $n$  là một số chẵn. B. Hãy cố gắng học thật tốt!.

C. Số 24 chia hết cho 6. D. Bạn đã đội mũ bảo hiểm chưa?

## Lời giải

## Chọn C

**Câu 27.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

A. Nha Trang là một thành phố ven biển ở Việt Nam.

B. Bạn đi đâu đấy?.

C. Bài hát này hay thật!.

D. Không được nói chuyện riêng trong giờ học.

## Lời giải

## Chọn A

**Câu 28.** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề **đúng**?

A. Tổng của hai cạnh một tam giác lớn hơn cạnh thứ ba.

- B. Bạn có chăm học không?  
C. Con thì thấp hơn cha.  
D. Tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  thì  $BC = AB$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đáp án A là mệnh đề đúng.

Đáp án B là câu hỏi – không là mệnh đề.

Đáp án C là câu vừa có thể đúng, vừa có thể sai nên không là mệnh đề.

Đáp án D là mệnh đề sai.

**Câu 29.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?

- A.  $2+6=7$ .  
**B.**  $x^2+1>0, \forall x \in \mathbb{R}$ .  
C. 14 là số nguyên tố.  
D. Nếu một tam giác có một góc bằng  $60^\circ$  thì tam giác đó là đều.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 30.** Trong các câu sau, câu nào là một **mệnh đề đúng**?

- A. “ $\sqrt{9} > 3$ ”. **B.** “ $\sqrt{9} \geq 3$ ”. C. “ $\sqrt{9} < 3$ ”. D. “ $\sqrt{9} = 81$ ”.

**Lời giải**

**Chọn B**

+ Ta có:  $\sqrt{9} = 3$  nên “ $\sqrt{9} \geq 3$ ” là một mệnh đề đúng.

**Câu 31.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Không có số chẵn nào là số nguyên tố. **B.**  $\forall x \in \mathbb{R}, -x^2 < 0$ .  
**C.**  $\exists x \in \mathbb{Z}, 2x^2 - 8 = 0$ . D. Phương trình  $3x^2 - 6 = 0$  có nghiệm hữu tỷ.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $x = 2 \in \mathbb{Z}$  thỏa mãn:  $2 \cdot 2^2 - 8 = 0$  nên mệnh đề  $\exists x \in \mathbb{Z}, 2x^2 - 8 = 0$  là mệnh đề đúng.

**Câu 32.** Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề?

- (I) Hãy mở cửa ra! (II) Số 25 chia hết cho 8.  
(III) Số 17 là số nguyên tố. (IV) Bạn thích ăn phở không?

- A. 1. **B.** 2. C. 3. D. 4.

**Lời giải**

Các câu (III) và (II) là mệnh đề.

**Câu 33.** Cho mệnh đề chứa biến  $P(x): "x+10 \geq x^2"$  với  $x$  là số tự nhiên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $P(1)$ . **B.**  $P(2)$ . C.  $P(3)$ . **D.**  $P(4)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

+)  $P(1) = 11 \geq 1^2 \Rightarrow A$  đúng.

+)  $P(2) = 12 \geq 2^2 \Rightarrow B$  đúng.

+)  $P(3) = 13 \geq 3^2 = 9 \Rightarrow C$  đúng.

+)  $P(4) = 14 \geq 4^2 = 16 \Rightarrow D$  sai.

**Câu 34.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $x$  để mệnh đề  $P: "2x-1 \geq 0"$  là mệnh đề **sai**?

- A.  $x \leq \frac{1}{2}$ . **B.**  $x \geq \frac{1}{2}$ . C.  $x > \frac{1}{2}$ . **D.**  $x < \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $P: "2x-1 \geq 0"$  là mệnh đề **sai** khi  $2x-1 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$ .

**Câu 35.** Với giá trị nào của  $x \in \mathbb{R}$  thì mệnh đề chứa biến  $P(x): "x+1 < x^2"$  là đúng?

- A.  $x = 0$ .                      **B.**  $x = 2$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Với  $x = 0$  ta có  $P(0): "0+1 < 0^2"$  (Sai).

Với  $x = 2$  ta có  $P(2): "2+1 < 2^2"$  (Đúng).

Với  $x = 1$  ta có  $P(1): "1+1 < 1^2"$  (Sai).

Với  $x = \frac{1}{2}$  ta có  $P\left(\frac{1}{2}\right): "\frac{1}{2}+1 < \left(\frac{1}{2}\right)^2"$  (Sai).

**Câu 36.** Cho mệnh đề chứa biến  $P(x): "x^2 = 4"$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A.  $P(4)$ .                      B.  $P(-3)$ .                      **C.**  $P(-2)$ .                      D.  $P(-1)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $P(-2): "(-2)^2 = 4"$  là đúng nên chọn đáp án **C**.

**Câu 37.** Với giá trị nào của  $x$  mệnh đề chứa biến  $P(x): 2x^2 - 1 < 0$  là mệnh đề đúng?

- A. 1.                      B. 5.                      **C.** 0.                      D.  $\frac{4}{5}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $P(x): 2x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Ta có  $0 \in \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  nên chọn câu **C**.

**Câu 38.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Nếu em chăm chỉ thì em thành công.  
**B.** Nếu  $a$  chia hết cho 9 thì  $a$  chia hết cho 3.  
 C. Nếu một tam giác có một góc bằng  $60^\circ$  thì tam giác đó đều.  
 D. Nếu  $a \geq b$  thì  $a^2 \geq b^2$ .

**Lời giải****Chọn B**

Ta có  $a$  chia hết cho 9 nên  $a = 9k$ . Do đó  $a$  chia hết cho 3.

**Câu 39.** Hãy chọn mệnh đề **sai**.

- A.  $2 + \sqrt{3} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ .                      **B.** 1 là số nguyên tố.  
 C.  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = 2\sqrt{24}$ .                      D.  $-2 \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải****Chọn B**

Đáp án A đúng vì  $2 + \sqrt{3} = \frac{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2^2 - (\sqrt{3})^2}{2 - \sqrt{3}} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ .

Đáp án C đúng vì  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{6} - 5 + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6} = 2\sqrt{24}$ .

Đáp án D đúng.

Đáp án B sai vì số nguyên tố là số lớn hơn 1.

**Câu 40.** Cho mệnh đề chứa biến  $P(x): "x + 15 \leq x^2"$  với  $x$  là số thực. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A.  $P(2)$ . B.  $P(3)$ . C.  $P(-4)$ . D.  $P(0)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Với  $x = -4$  ta có  $-4 + 15 \leq (-4)^2 \Leftrightarrow 11 \leq 16$  (luôn đúng)

Vậy  $P(-4)$  là mệnh đề đúng.

**Câu 41.** Cho mệnh đề chứa biến  $P(x) = \{x \in \mathbb{Z} : |x^2 - 2x - 3| = x^2 + |2x + 3|\}$ . Trong đoạn  $[-2020; 2021]$  có bao nhiêu giá trị của  $x$  để mệnh đề chứa biến  $P(x)$  là mệnh đề đúng?

A. 2020. B. 2021. C. 2022. D. 2023.

**Lời giải**

Số giá trị nguyên để mệnh đề  $P(x)$  là mệnh đề đúng chính là số nghiệm nguyên của phương trình

$$|x^2 - 2x - 3| = x^2 + |2x + 3| \quad (1)$$

+ Nếu  $x \geq -\frac{3}{2}$  thì ta có

$$(1) \Leftrightarrow |x^2 - 2x - 3| = x^2 + 2x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = x^2 + 2x + 3 \\ -x^2 + 2x + 3 = x^2 + 2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = 0 \end{cases}$$

+ Nếu  $x < -\frac{3}{2}$  thì ta có  $(1) \Leftrightarrow |x^2 - 2x - 3| = x^2 - 2x - 3$ . Sử dụng định nghĩa giá trị tuyệt đối, kết hợp với điều kiện, ta có nghiệm của (1) trong trường hợp này:

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x < -\frac{3}{2}$$

Phương trình đã cho có tập nghiệm nguyên trên đoạn  $[-2020; 2021]$  là  $S = \{0; -2; -3; \dots; -2020\}$ .

Vậy có 2020 số nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 42.** Cho hai mệnh đề P và Q. Tìm điều kiện để mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  sai.

A. P đúng và Q đúng. B. P sai và Q đúng.

C. P đúng và Q sai. D. P sai và Q sai.

## Lời giải

## Chọn C

Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  chỉ sai khi  $P$  đúng và  $Q$  sai nên chọn đáp án C

**Câu 43.** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào là mệnh đề kéo theo?

**A.** “Nếu  $x > 1$  thì  $x^2 > 1$ ”.

**B.** “ $x^3 > 1$  khi và chỉ khi  $x > 1$ ”.

**C.** “1 là một số lẻ”.

**D.** “ $x^2 > 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ ”.

## Lời giải

## Chọn A

Mệnh đề kéo theo là mệnh đề có dạng nếu  $P$  thì  $Q$ .

**Câu 44.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

**A.**  $-\pi < -2 \Leftrightarrow \pi^2 < 4$ . **B.**  $\pi < 4 \Leftrightarrow \pi^2 < 16$ .

**C.**  $\sqrt{23} < 5 \Rightarrow 2\sqrt{23} < 2.5$ .

**D.**  $\sqrt{23} < 5 \Rightarrow -2\sqrt{23} > -2.5$ .

## Lời giải

## Chọn A

Mệnh đề kéo theo chỉ sai khi  $P$  đúng  $Q$  sai.

Vậy mệnh đề ở đáp án A sai.

**Câu 45.** Cách phát biểu nào sau đây không thể dùng để phát biểu mệnh đề:  $A \Rightarrow B$ .

**A.** Nếu  $A$  thì  $B$ .

**B.**  $A$  kéo theo  $B$ .

**C.**  $A$  là điều kiện cần để có  $B$ .

**D.**  $A$  là điều kiện đủ để có  $B$ .

## Lời giải

## Chọn C

“Trước đủ sau cần”.

Đáp án C sai vì  $B$  mới là điều kiện cần để có  $A$ .

**Câu 46.** Cho mệnh đề  $P \Rightarrow Q$ : “Nếu  $3^2 + 1$  là số chẵn thì 3 là số lẻ”. Chọn mệnh đề đúng:

**A.** Mệnh đề  $Q \Rightarrow P$  là mệnh đề sai.

**B.** Cả mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  đều sai.

**C.** Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là mệnh đề sai.

**D.** Cả mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  và  $Q \Rightarrow P$  đều đúng.

## Lời giải

## Chọn D

Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  có  $P$  đúng và  $Q$  đúng nên  $P \Rightarrow Q$  đúng. Loại đáp án B và C.

Mệnh đề đảo  $Q \Rightarrow P$  có  $P$  đúng và  $Q$  đúng nên  $Q \Rightarrow P$  đúng. Loại đáp án A.

**Câu 47.** Mệnh đề: “Nếu một tứ giác là hình bình hành thì nó là hình thang” có thể được phát biểu lại là

**A.** Tứ giác  $T$  là hình thang là điều kiện đủ để  $T$  là hình bình hành.

**B.** Tứ giác  $T$  là hình bình hành là điều kiện cần để  $T$  là hình thang.

**C.** Tứ giác  $T$  là hình thang là điều kiện cần để  $T$  là hình bình hành.

**D.** Tứ giác  $T$  là hình thang là điều kiện cần và đủ để  $T$  là hình bình hành.

## Lời giải

Mệnh đề: “Nếu một tứ giác là hình bình hành thì nó là hình thang” có thể được phát biểu lại là “Một tứ giác là hình thang là điều kiện cần để nó là hình bình hành”.

**Câu 48.** Tìm mệnh đề **sai**.

**A.** Hình thang  $ABCD$  nội tiếp đường tròn  $(O) \Leftrightarrow ABCD$  là hình thang cân.

**B.** 63 chia hết cho 7  $\Rightarrow$  Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc.

**C.** Tam giác  $ABC$  vuông tại  $C \Leftrightarrow AB^2 = CA^2 + CB^2$ .

**D.** 10 chia hết cho 5  $\Leftrightarrow$  Hình vuông có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc nhau.

**Lời giải**

Mệnh đề A; C; D: Đúng.

Mệnh đề: “63 chia hết cho 7”: Đúng.

Mệnh đề: “Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc”: Sai.

Do đó: “63 chia hết cho 7  $\Rightarrow$  Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc”: Sai

**Câu 49.** Cho định lý “ $\forall x \in X, P(x) \Rightarrow Q(x)$ ”. Chọn khẳng định **không** đúng.

A.  $P(x)$  là điều kiện đủ để có  $Q(x)$ .

B.  $Q(x)$  là điều kiện cần để có  $P(x)$ .

C.  $P(x)$  là giả thiết và  $Q(x)$  là kết luận.

**D.**  $P(x)$  là điều kiện cần để có  $Q(x)$ .

**Lời giải**

Định lý “ $\forall x \in X, P(x) \Rightarrow Q(x)$ ” có thể phát biểu bằng một trong các cách sau:

Nếu  $P(x)$  thì  $Q(x)$

$P(x)$  là điều kiện đủ để có  $Q(x)$

$Q(x)$  là điều kiện cần (để có) để có  $P(x)$

$P(x)$  là giả thiết,  $Q(x)$  là kết luận.

**Câu 50.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo đúng?

A. Nếu số nguyên  $n$  có chữ số tận cùng là 0 thì số nguyên  $n$  chia hết cho 5.

B. Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình thoi thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo vuông góc với nhau.

C. Nếu tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật

**D.** Nếu tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật thì tứ giác  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 51.** Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần để diện tích của chúng bằng nhau.

B. Số tự nhiên chia hết cho 5 là điều kiện đủ để nó có tận cùng bằng 5.

C. Điều kiện đủ để hình bình hành  $ABCD$  là hình thoi.

**D.** Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi là điều kiện cần và đủ để tứ giác đó là hình bình hành và có hai đường chéo vuông góc với nhau.

**Lời giải**

**Chọn D**

Mệnh đề A sai vì : giả sử có hai tam giác diện tích đều bằng 6 nhưng một hình có chiều cao là 3, đáy là 4. Một hình có chiều cao là 2, đáy là 6. Hai tam giác đó không bằng nhau.

Mệnh đề B sai vì : Số tự nhiên chia hết cho 5 thì nó có tận cùng là 0 hoặc 5.

Mệnh đề C sai vì : thiếu một vế.

**Câu 52.** Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. Điều kiện cần và đủ để tập  $A$  có  $n$  phần tử là tập  $A$  có  $2^n$  tập con.

B. Tập  $A$  có  $2^n$  tập con là điều kiện cần để tập  $A$  có  $n$  phần tử.

**C.** Không thể phát biểu mệnh đề : “Nếu tập  $A$  có  $n$  phần tử thì tập  $A$  có  $2^n$  tập con” dưới dạng điều kiện cần, điều kiện đủ.

D. Tập  $A$  có  $n$  phần tử là điều kiện đủ để tập  $A$  có  $2^n$  tập con.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 53.** Cho mệnh đề: “Một số là số chính phương khi và chỉ khi chữ số tận cùng của nó là: 0; 1; 4; 5; 6; 9. Xét các khẳng định sau.

(1) Không thể phát biểu mệnh đề trên bằng thuật ngữ điều kiện cần và đủ.



(2) Điều kiện cần để một số là số chính phương là chữ số tận cùng của nó là một trong các số 0; 1; 4; 5; 6; 9.

(3) Một số là số chính phương là điều kiện đủ để chữ số tận cùng của nó là 0; 1; 4; 5; 6; 9.

(4) Điều kiện cần để một số có chữ số tận cùng 0; 1; 4; 5; 6; 9 là số đó là số chính phương.

Hãy cho biết có bao nhiêu phát biểu đúng?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Số 11 có chữ số tận cùng là 1 và 11 không là số chính phương nên mệnh đề đã cho và phát biểu (4) là các phát biểu sai và (1) là phát biểu đúng.

Mọi số chính phương thì có chữ số tận cùng của nó là một trong các số 0; 1; 4; 5; 6; 9.

Nên (2), (3) là các phát biểu đúng.

Vậy (1), (2), (3) là các phát biểu đúng.

**Câu 54.** Cho mệnh đề: “Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều”. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Điều kiện đủ để một tam giác là tam giác đều là tam giác đó có hai góc bằng nhau.

B. Một tam giác là tam giác đều là điều kiện cần để tam giác đó có hai góc bằng nhau.

C. Không thể phát biểu mệnh đề trên dưới dạng điều kiện cần, điều kiện đủ.

D. Điều kiện cần và đủ để tam giác đều là tam giác đó có hai góc bằng nhau.

**Lời giải**

**Chọn C**

Khái niệm “điều kiện cần”, “điều kiện đủ” chỉ dùng để phát biểu những mệnh đề đúng.

Mệnh đề đã cho là một mệnh đề sai, vì thế không thể phát biểu mệnh đề đó dưới dạng điều kiện cần, điều kiện đủ.

**Câu 55.** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

A. Hình bình hành  $ABCD$  có hai đường chéo bằng nhau là điều kiện cần và đủ để  $ABCD$  là hình chữ nhật.

B. Tam giác  $ABC$  có một góc  $60^\circ$  là điều kiện đủ để tam giác  $ABC$  đều.

C. Số nguyên  $a$  chia hết cho 3 là điều kiện cần để  $a$  chia hết cho 6.

D. Số  $3n - 5$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) là số lẻ là điều kiện đủ để số  $6n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) là số chẵn.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tam giác  $ABC$  có một góc  $60^\circ$  là điều kiện cần để tam giác  $ABC$  đều.

**Câu 56.** Cách phát biểu nào sau đây **không thể** đúng để phát biểu mệnh đề:  $A \Rightarrow B$

A.  $A$  là điều kiện đủ để có  $B$ .

B. Nếu  $A$  thì  $B$ .

C.  $A$  kéo theo  $B$ .

D.  $A$  là điều kiện cần để có  $B$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 57.** Mệnh đề nào sau đây có mệnh đề đảo đúng?

A. Nếu  $a = b$  thì  $a^2 = b^2$ .

B. Nếu một phương trình bậc hai có  $\Delta < 0$  thì phương trình đó vô nghiệm.

C. Nếu một số chia hết cho 6 thì cũng chia hết cho 3.

D. Nếu hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 58.** Cho mệnh đề E: "Nếu số nguyên có chữ số tận cùng bằng 0 thì chia hết cho 5". Mệnh đề nào sau đây tương đương với mệnh đề E?

A. Nếu số nguyên chia hết cho 5 thì có chữ số tận cùng bằng 0.

**B.** Nếu số nguyên không chia hết cho 5 thì không có tận cùng bằng 0.

C. Nếu số nguyên không có chữ số tận cùng bằng 0 thì chia hết cho 5.

D. Nếu số nguyên không có chữ số tận cùng bằng 0 thì không chia hết cho 5.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Mệnh đề phản đảo:** Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  tương đương

**Câu 59.** Mệnh đề  $P \Leftrightarrow Q$  chỉ đúng khi nào? (Hãy chọn đáp án chính xác nhất)

A. Cả  $P$  và  $Q$  đều đúng.

B. Cả  $P$  và  $Q$  đều sai.

**C.** Cả  $P$  và  $Q$  đều cùng đúng hoặc cùng sai.

D. Cả  $P$  và  $Q$  đều vừa đúng vừa sai.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 60.** Cho mệnh đề  $P$ : "Nếu  $a+b < 2$  thì một trong hai số  $a$  và  $b$  nhỏ hơn 1". Mệnh đề nào sau đây tương đương với mệnh đề đã cho?

**A.** Điều kiện đủ để một trong hai số  $a$  và  $b$  nhỏ hơn 1 là  $a+b < 2$ .

B. Điều kiện cần để một trong hai số  $a$  và  $b$  nhỏ hơn 1 là  $a+b < 2$ .

C. Điều kiện đủ để  $a+b < 2$  là một trong hai số  $a$  và  $b$  nhỏ hơn 1.

D. Cả B và C.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta dựa trên lý thuyết: Mệnh đề  $P \Rightarrow Q$  là mệnh đề kéo theo. Khi đó,  $P$  là điều kiện đủ để có  $Q$  hoặc  $Q$  là điều kiện cần để có  $P$ . Ta dễ dàng chọn được đáp án đúng.

**Câu 61.** Cho mệnh đề kéo theo: "Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau". Hãy phát biểu lại mệnh đề trên bằng cách sử dụng "điều kiện cần" hoặc "điều kiện đủ".

**A.** Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để hai tam giác có diện tích bằng nhau.

B. Điều kiện cần và đủ để hai tam giác có diện tích bằng nhau là hai tam giác bằng nhau.

C. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần để hai tam giác có diện tích bằng nhau.

D. Điều kiện đủ để hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có diện tích bằng nhau.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 62.** Cho  $P \Leftrightarrow Q$  là mệnh đề đúng. Khẳng định nào sau đây là sai?

A.  $\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$  đúng. B.  $\overline{Q} \Leftrightarrow P$  sai. C.  $\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$  sai. D.  $\overline{P} \Leftrightarrow Q$  sai.

**Lời giải**

**Chọn C**

♦ Ta có  $P \Leftrightarrow Q$  khi và chỉ khi  $P \Rightarrow Q$  đúng và  $Q \Rightarrow P$  đúng.

♦ Khi đó  $\overline{P} \Rightarrow \overline{Q}$  đúng và  $\overline{Q} \Rightarrow \overline{P}$  đúng suy ra  $\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$  đúng

Phương án trả lời là  $\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$  sai.

**Câu 63.** Cho hai tập hợp  $A$  và  $B$ . Mệnh đề " $\forall x, x \in A \Rightarrow x \in B$ " tương đương với mệnh đề nào sau đây?

- A.  $A \neq B$ .                      B.  $A = B$ .                      C.  $A \subset B$ .                      D.  $B \subset A$ .

**Lời giải**

Theo định nghĩa tập con ta có đáp án C thỏa mãn.

**Câu 64.** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A. Một tam giác là đều khi và chỉ khi chúng có hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng  $60^\circ$ .  
 B. Một tam giác là vuông khi và chỉ khi nó có một cạnh bình phương bằng tổng bình phương hai cạnh còn lại.  
 C. Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi chúng có 3 góc vuông.  
D. Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một góc bằng nhau.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét mệnh đề A đúng vì: khi hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân, có một góc bằng  $60^\circ$  nên tam giác đó là tam giác đều. Ngược lại thì hiển nhiên tam giác đều suy ra được hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng  $60^\circ$ .

Xét mệnh đề B đúng theo định lý Pytago.

Xét mệnh đề C đúng.

Mệnh đề D sai vì khi hai tam giác đồng dạng thì ba góc của hai tam giác đó bằng nhau, các cạnh tương ứng tỉ lệ với nhau, nên điều kiện để hai tam giác bằng nhau phải có thêm cặp cạnh bằng nhau.

**Câu 65.** Cho hai mệnh đề

$A$ : “Năm 2019 là năm nhuận”;

$B$ : “Tứ giác có 4 cạnh bằng nhau là hình vuông”;

Hãy cho biết trong các mệnh đề  $A \Rightarrow B$ ,  $B \Rightarrow A$ ,  $B \Leftrightarrow A$  có bao nhiêu mệnh đề **sai**

- A. 0.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $A$  sai,  $B$  sai nên  $A \Rightarrow B$  đúng và  $B \Rightarrow A$  đúng;

Ta có  $A \Rightarrow B$  đúng và  $B \Rightarrow A$  đúng nên  $B \Leftrightarrow A$  đúng;

Vậy trong các mệnh đề  $A \Rightarrow B$ ,  $B \Rightarrow A$ ,  $B \Leftrightarrow A$  có 0 mệnh đề sai.

**Câu 66.** Cho mệnh đề: “Nếu  $n$  là một số nguyên tố lớn 3 thì  $n^2 + 20$  là một hợp số”. Mệnh đề nào sau đây tương đương với mệnh đề đã cho?

- A. Điều kiện cần và đủ để  $n^2 + 20$  là một hợp số là  $n$  là một số nguyên tố lớn 3.  
B. Điều kiện đủ để  $n^2 + 20$  là một hợp số là  $n$  là một số nguyên tố lớn 3.  
 C. Điều kiện cần để  $n^2 + 20$  là một hợp số là  $n$  là một số nguyên tố lớn 3.  
 D.  $n^2 + 20$  là một hợp số là điều kiện đủ để  $n$  là một số nguyên tố lớn 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét mệnh đề đúng “Nếu P thì Q”. Khi đó: P là điều kiện đủ để có Q hay **điều kiện đủ để có Q là P** hay để có Q điều kiện đủ là P.

Nên chọn B

- Câu 67.** Cho mệnh đề  $A: "2 \text{ là số nguyên tố}"$ . Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $A$  là
- A. 2 không phải là số hữu tỷ. B. 2 là số nguyên.  
C. 2 không phải là số nguyên tố. D. 2 là hợp số.

**Lời giải**

**Chọn C**

- Câu 68.** Phủ định của mệnh đề " $n > 9$ " là
- A. " $-n > 9$ ". B. " $-n > -9$ ".  
C. " $n < 9$ ". D. " $n \leq 9$ ".

**Lời giải**

Phủ định của mệnh đề " $n > 9$ " là " $n \leq 9$ ".  
Chọn đáp án D.

- Câu 69.** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề phủ định của mệnh đề: "Mọi động vật đều di chuyển"?
- A. Mọi động vật đều không di chuyển. B. Mọi động vật đều đứng yên.  
C. Có ít nhất một động vật không di chuyển. D. Có ít nhất một động vật di chuyển.

**Lời giải**

**Chọn C**

Mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\forall x \in X, P(x)$ " là mệnh đề: " $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ "

Do đó mệnh đề phủ định của mệnh đề: "Mọi động vật đều di chuyển" là mệnh đề  
"Có ít nhất một động vật không di chuyển". Chọn đáp án C.

- Câu 70.** Cho mệnh đề  $A = " \exists n \in \mathbb{N} : 3n+1 \text{ là số lẻ}"$ , mệnh đề phủ định của mệnh đề  $A$  và tính đúng, sai của mệnh đề phủ định là:
- A.  $\overline{A} = " \forall n \in \mathbb{N} : 3n+1 \text{ là số chẵn}"$ . Đây là mệnh đề đúng.  
B.  $\overline{A} = " \forall n \in \mathbb{N} : 3n+1 \text{ là số chẵn}"$ . Đây là mệnh đề sai.  
C.  $\overline{A} = " \exists n \in \mathbb{N} : 3n+1 \text{ là số chẵn}"$ . Đây là mệnh đề sai.  
D.  $\overline{A} = " \exists n \in \mathbb{N} : 3n+1 \text{ là số chẵn}"$ . Đây là mệnh đề đúng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phủ định của  $\exists$  là  $\forall$ .

Phủ định của "số lẻ" là "số chẵn". Mặt khác, mệnh đề phủ định sai do  $\exists 6 \in \mathbb{N} : 3 \cdot 6 + 1$  là số lẻ.

- Câu 71.** Mệnh đề  $P(x): " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 < 0"$ . Phủ định của mệnh đề  $P(x)$  là:
- A.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 > 0$ . B.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 > 0$ .  
C.  $\forall x \notin \mathbb{R}, x^2 - x + 3 \geq 0$ . D.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 \geq 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Phủ định của  $P(x): " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 < 0"$  là  $\overline{P(x)}: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 \geq 0"$

- Câu 72.** Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 3$ " khẳng định rằng:
- A. Bình phương của mỗi số thực bằng 3.  
B. Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3.  
C. Chỉ có một số thực có bình phương bằng 3.  
D. Nếu  $x$  là số thực thì  $x^2 = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

- Câu 73.** Mệnh đề  $P(x): " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0"$ . Phủ định của mệnh đề  $P$  là

A.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$ .

B.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$ .

C.  $\forall x \notin \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$ .

D.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$ .

Lời giải

Chọn D

$$P(x): " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0 " \Rightarrow \overline{P}(x): " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0 " .$$

Câu 74. Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P(x): " \exists x \in \mathbb{R}: x^2 + 2x + 5$  là số nguyên tố " là

A.  $\forall x \notin \mathbb{R}: x^2 + 2x + 5$  không là số nguyên tố. B.  $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 + 2x + 5$  không là số nguyên tố.

C.  $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 + 2x + 5$  không là số nguyên tố. D.  $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 + 2x + 5$  là số thực.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phủ định của mệnh đề } P(x) \text{ là } \overline{P}(x): " \forall x \in \mathbb{R}: x^2 + 2x + 5 \text{ không là số nguyên tố } " .$$

Câu 75. Cho mệnh đề  $A = " \forall x \in \mathbb{R}: x^2 < x "$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là phủ định của mệnh đề  $A$ ?

A.  $" \exists x \in \mathbb{R}: x^2 < x "$ . B.  $" \exists x \in \mathbb{R}: x^2 \geq x "$ . C.  $" \exists x \in \mathbb{R}: x^2 < x "$ . D.  $" \exists x \in \mathbb{R}: x^2 \leq x "$ .

Lời giải

Chọn B

Phủ định của  $\forall$  là  $\exists$ .Phủ định của  $<$  là  $\geq$ .Câu 76. Cho mệnh đề  $P(x) = " \exists x \in \mathbb{R}: x + 1 \geq 0 "$ . Phát biểu nào sau đây là mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P(x)$ ?

A.  $\overline{P}(x) = " \exists x \in \mathbb{R}: x + 1 < 0 "$ .

B.  $\overline{P}(x) = " \forall x \in \mathbb{R}: x + 1 < 0 "$ .

C.  $\overline{P}(x) = " \forall x \in \mathbb{R}: x + 1 \leq 0 "$ .

D.  $\overline{P}(x) = " \exists x \in \mathbb{R}: x + 1 \leq 0 "$ .

Lời giải

Chọn B

Câu 77. Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P = " \forall x \in \mathbb{N}: x^2 + x - 1 > 0 "$  là:

A.  $\overline{P} = " \exists x \in \mathbb{N}: x^2 + x - 1 > 0 "$ .

B.  $\overline{P} = " \exists x \in \mathbb{N}: x^2 + x - 1 < 0 "$ .

C.  $\overline{P} = " \exists x \in \mathbb{N}: x^2 + x - 1 \leq 0 "$ .

D.  $\overline{P} = " \forall x \in \mathbb{N}: x^2 + x - 1 \leq 0 "$ .

Lời giải

$$\overline{P} = " \exists x \in \mathbb{N}: x^2 + x - 1 \leq 0 "$$
.

Câu 78. Mệnh đề nào sau là mệnh đề sai?

A.  $\forall n \in \mathbb{N}: n \leq 2n$ .

B.  $\exists n \in \mathbb{N}: n^2 = n$ .

C.  $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 > 0$ .

D.  $\exists x \in \mathbb{R}: x > x^2$ .

Lời giải

Mệnh đề C sai vì tồn tại số  $0 \in \mathbb{R}$  và ta có  $0^2 = 0$ .Câu 79. Mệnh đề  $" \exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 8 "$  Khẳng định rằng:

A. Bình phương của tất cả các số thực bằng 8.

B. Có duy nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 8.

C. Nếu  $x$  là số thực thì  $x^2 = 8$ .

D. Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 8.

Lời giải

Chọn D

Theo lý thuyết

Câu 80. Phủ định của mệnh đề  $P(x): " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x = 3 "$  là:

A.  $" \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x = 3 "$ . B.  $" \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x = 3 "$ .

C. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x \neq 3$ ".

D. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x \neq 3$ ".

**Lời giải**

**Chọn D**

Phủ định của mệnh đề  $P(x)$  là  $\overline{P(x)}$ : " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x \neq 3$ ".

**Câu 81.** Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề **sai**?

A.  $\forall n \in \mathbb{N}: n \leq 2n$ .      B.  $\exists n \in \mathbb{N}: n+1 > n$ .      C.  $\forall n \in \mathbb{R}: n^2 > 0$ .      D.  $\exists n \in \mathbb{R}: n^2 \leq n$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

♦ Mệnh đề C sai khi  $n = 0$ .

**Câu 82.** Viết mệnh đề sau bằng cách sử dụng kí hiệu  $\forall$  hoặc  $\exists$ : "Có một số nguyên bằng bình phương của chính nó".

A.  $\forall x \in \mathbb{R}, x = x^2$ .      B.  $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 = x$ .      C.  $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$ .      D.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

♦  $\exists x \in \mathbb{Z}, x = x^2$ .

**Câu 83.** Cho mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 72x + 7 < 0$ ". Phủ định của mệnh đề trên là

A.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 72x + 7 \geq 0$ .      B.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 72x + 7 \geq 0$ .

C.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 72x + 7 > 0$ .      D.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 72x + 7 > 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Phủ định của mệnh đề trên là:  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 72x + 7 \geq 0$ .

**Câu 84.** Cho mệnh đề: " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 = 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là:

A. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 = 1$ ".      B. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \neq 0$ ".

C. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 = 0$ ".      D. " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \neq 0$ ".

**Lời giải**

**Chọn B**

Phủ định của " $\exists$ " là " $\forall$ " và phủ định của " $=$ " là " $\neq$ ".

**Câu 85.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. " $\exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2)$  là số lẻ".      B. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < x < 2$ ".

C. " $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$  chia hết cho 3".      D. " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 9 \Leftrightarrow x \geq \pm 3$ ".

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Mệnh đề A sai vì số tự nhiên liên tiếp  $n, n+1, n+2$  luôn có ít nhất 1 số chẵn nên tích của chúng là số chẵn.

♦ Mệnh đề B đúng vì  $x^2 < 4 \Leftrightarrow |x| < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2$ .

♦ Mệnh đề C sai vì  $n^2$  luôn chia hết cho 3 hoặc chia 3 dư 1 nên  $n^2 + 1$  hoặc chia 3 dư 1 hoặc chia 3 dư 2 hay  $n^2 + 1$  không chia hết cho 3 với mọi  $n \in \mathbb{N}$ .

♦ Mệnh đề D sai vì  $x^2 \geq 9 \Leftrightarrow |x| \geq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -3 \end{cases}$ .



**Câu 86.** Cho mệnh đề  $P: " \forall x \in \mathbb{Z}, (2x+1)^2$  không chia hết cho  $4"$ . Mệnh đề  $\bar{P}$  là:

- A.**  $" \exists x \in \mathbb{Z}, (2x+1)^2$  chia hết cho  $4"$ .      **B.**  $" \exists x \in \mathbb{Z}, (2x+1)^2$  không chia hết cho  $4"$ .  
**C.**  $" \forall x \in \mathbb{Z}, (2x+1)^2$  không chia hết cho  $4"$ .      **D.**  $" \forall x \in \mathbb{Z}, (2x+1)^2$  chia hết cho  $4"$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 87.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.**  $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 - 3x + 2 = 0$ .      **B.**  $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0$ .  
**C.**  $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$ .      **D.**  $\forall n \in \mathbb{N}$  thì  $n < 2n$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

♦ Xét mệnh đề  $\forall n \in \mathbb{N}$  thì  $n < 2n$ .

Chọn  $n = 0 \in \mathbb{N} \Rightarrow 2n = 0 \Rightarrow n = 2n$

$\Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}$  thì  $n < 2n$  là mệnh đề sai.

**Câu 88.** Phủ định của mệnh đề:  $" \exists x \in \mathbb{N} : x^2 - 4x - 5 > 0"$  là

- A.**  $" \forall x \in \mathbb{N} : x^2 - 4x - 5 < 0"$ .      **B.**  $" \forall x \in \mathbb{N} : x^2 - 4x - 5 \leq 0"$ .  
**C.**  $" \forall x \in \mathbb{N} : x^2 - 4x - 5 \geq 0"$ .      **D.**  $" \forall x \in \mathbb{N} : x^2 - 4x - 5 > 0"$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Phủ định của mệnh đề:  $" \exists x \in \mathbb{N} : x^2 - 4x - 5 > 0"$  là  $" \forall x \in \mathbb{N} : x^2 - 4x - 5 \leq 0"$ .

**Câu 89.** Mệnh đề phủ định của mệnh đề chứa biến  $P: " \exists x \in \mathbb{R} : 2x + 1 > 0"$  là

- A.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R} : 2x + 1 \leq 0"$ .      **B.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R} : 2x + 1 < 0"$ .  
**C.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R} : 2x + 1 > 0"$ .      **D.**  $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R} : 2x + 1 \leq 0"$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R} : 2x + 1 \leq 0"$ .

**Câu 90.** Cho mệnh đề  $P: " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 1 < 0"$ . Lập mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$  và xét tính đúng sai của mệnh đề đó.

- A.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 1 \geq 0"$  và đây là mệnh đề sai.  
**B.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 1 > 0"$  và đây là mệnh đề sai.  
**C.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 1 \geq 0"$  và đây là mệnh đề đúng.  
**D.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 1 > 0"$  và đây là mệnh đề đúng.

**Lời giải**

Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$  là:  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x + 1 \geq 0"$ .

Mệnh đề này là mệnh đề đúng vì  $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \geq 0$  đúng  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 91.** Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P: " \forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 > 0"$  là

- A.**  $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \leq 0"$ .      **B.**  $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 < 0"$ .  
**C.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \leq 0"$ .      **D.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 < 0"$ .

**Lời giải**

Ta có mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P: " \forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 > 0"$  là  $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \leq 0"$ .

**Câu 92.** Cho mệnh đề  $A: " \forall x \in \mathbb{R} | x^2 + x - 1 \leq 0"$ . Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $A$  là

- A.**  $\bar{A}: " \exists x \in \mathbb{R} | x^2 + x - 1 \leq 0"$ .      **B.**  $\bar{A}: " \forall x \in \mathbb{R} | x^2 + x - 1 \geq 0"$ .

C.  $A: " \forall x \in \mathbb{R} | x^2 + x - 1 > 0 "$ .

D.  $A: " \exists x \in \mathbb{R} | x^2 + x - 1 > 0 "$ .

**Lời giải**

Cho mệnh đề  $A: " \forall x \in \mathbb{R} | x^2 + x - 1 \leq 0 "$ .

Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $A$  là  $\bar{A}: " \exists x \in \mathbb{R} | x^2 + x - 1 > 0 "$ .

**Câu 93.** Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P: " \forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 > 2x "$  là

A.  $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 < 2x "$ .

B.  $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \leq 2x "$ .

C.  $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 > 2x "$ .

D.  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \leq 2x "$ .

**Lời giải**

Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P: " \forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 > 2x "$  là mệnh đề  $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \leq 2x "$ .

**Câu 94.** Phủ định của mệnh đề  $" \exists x \in \mathbb{R} : x^2 < 0 "$  là

A.  $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$ . B.  $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$ .

C.  $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 < 0$ . D.  $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0$ .

**Lời giải**

+ Phủ định của  $\exists x \in \mathbb{R}$  là  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

+ Phủ định của  $x^2 < 0$  là  $x^2 \geq 0$ .

$\Rightarrow$  Mệnh đề phủ định là  $" \forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0 "$ .

**Câu 95.** Cho mệnh đề  $" \exists x \in \mathbb{Z}, 4x^2 - 1 = 0 "$ . Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là

A.  $" \forall x \in \mathbb{Z}, 4x^2 - 1 = 0 "$ . B.  $" \forall x \in \mathbb{Z}, 4x^2 - 1 \neq 0 "$ .

C.  $" \forall x \in \mathbb{Z}, 4x^2 - 1 > 0 "$ . D.  $" \exists x \in \mathbb{Z}, 4x^2 - 1 \neq 0 "$ .

**Lời giải**

Mệnh đề  $" \exists x \in \mathbb{Z}, 4x^2 - 1 = 0 "$  có phủ định lại là  $" \forall x \in \mathbb{Z}, 4x^2 - 1 \neq 0 "$ .

**Câu 96.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

A.  $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 = 3$ . B.  $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 - n \geq 0$ .

C.  $\forall x \in \mathbb{N}, (x-2)^2 < x^2$ . D.  $\exists n \in \mathbb{N}, 3^n < n+3$ .

**Lời giải**

Ta xét mệnh đề  $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 = 3$ .

Ta có:  $x^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$ , mà  $\sqrt{3} \notin \mathbb{N}, -\sqrt{3} \notin \mathbb{N}$ . Do đó mệnh đề này sai.

**Câu 97.** Mệnh đề nào sau đây có mệnh đề **phủ định đúng**:

A.  $" \forall n \in \mathbb{N} : 2n \geq n "$ . B.  $" \forall x \in \mathbb{R} : x < x+1 "$ .

C.  $" \exists x \in \mathbb{R} : 3x = x^2 + 1 "$ . D.  $" \exists x \in \mathbb{Q} : x^2 = 2 "$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có

+ Mệnh đề A, B, C là những mệnh đề đúng nên mệnh đề phủ định sai

+ Mệnh đề D là mệnh đề sai nên mệnh đề phủ định đúng.

**Câu 98.** Tìm mệnh đề **đúng**?

A.  $" \exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 3 = 0 "$ . B.  $" \forall x \in \mathbb{Z} : x^5 > x^2 "$ .

C.  $" \forall x \in \mathbb{N} : (2x+1)^2 - 1$  chia hết cho 4". D.  $" \exists x \in \mathbb{R} : x^4 + 3x^2 + 2 = 0 "$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $(2x+1)^2 - 1 = 4x^2 + 4x + 1 - 1 = 4x(x+1)$ .

Vì  $4 \vdots 4$  nên  $4x(x+1) \vdots 4, \forall x \in \mathbb{N}$ .

**Câu 99.** Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề:  $P: " \exists x \in \mathbb{R} : 2x - 1 < 0 "$

- A.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R} : 2x - 1 \geq 0 "$ . **B.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R} : 2x - 1 > 0 "$ .  
**C.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R} : 2x - 1 \leq 0 "$ . **D.**  $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R} : 2x - 1 > 0 "$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 100.** Mệnh đề phủ định của  $P: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0 "$  là

- A.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0 "$  **B.**  $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0 "$ .  
**C.**  $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 "$ . **D.**  $\bar{P}: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 "$

**Lời giải**

Mệnh đề  $P: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0 "$ , phủ định của mệnh đề  $P$  là  $\bar{P}: " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0 "$ .

**Câu 101.** Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

- A.**  $\exists x \in \mathbb{R}, |x| < 0$ . **B.**  $|x| < 2 \Leftrightarrow x < 2$ . **C.**  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ . **D.**  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq x$ .

**Lời giải**

Theo định nghĩa và tính chất GTTĐ, đáp án A, B, C sai

Đáp án D đúng: Với  $0 \leq x \leq 1 \Rightarrow x^2 \leq x$ .

**Câu 102.** Phủ định của mệnh đề  $P(x): " \exists x \in \mathbb{R} : 2x - 3x^2 = 1 "$  là:

- A.**  $" \forall x \in \mathbb{R}, 2x - 3x^2 \neq 1 "$ . **B.**  $" \exists x \in \mathbb{R}, 2x - 3x^2 \neq 1 "$ .  
**C.**  $" \forall x \in \mathbb{R}, 2x - 3x^2 = 1 "$ . **D.**  $" \forall x \in \mathbb{R}, 2x - 3x^2 \geq 1 "$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 103.** Cho mệnh đề  $A: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 < 0 "$ . Mệnh đề phủ định của  $A$  là:

- A.**  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 > 0$ . **B.**  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 \geq 0$ .  
**C.**  $\nexists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 < 0$ . **D.**  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 \geq 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta thấy mệnh đề  $A: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 < 0 "$  có tính sai.

Mệnh đề:  $" \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 \geq 0 "$  có tính đúng.

Nên mệnh đề phủ định của mệnh đề đã cho là mệnh đề  $\bar{A}: " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 \geq 0 "$ .

Vậy đáp án đúng là  $B$ .

**Câu 104.** Mệnh đề phủ định  $\bar{P}$  của mệnh đề  $P = \{ \forall x \in \mathbb{N} | x^2 - 1 = 0 \}$  là

- A.**  $\bar{P} = \{ \forall x \in \mathbb{N} | x^2 - 1 > 0 \}$ . **B.**  $\bar{P} = \{ \exists x \in \mathbb{N} | x^2 - 1 \neq 0 \}$ .  
**C.**  $\bar{P} = \{ \forall x \in \mathbb{N} | x^2 - 1 \geq 0 \}$ . **D.**  $\bar{P} = \{ \exists x \in \mathbb{N} | x^2 - 1 < 0 \}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ định nghĩa mệnh đề phủ định suy ra  $\bar{P} = \{ \exists x \in \mathbb{N} | x^2 - 1 \neq 0 \}$ .

**Câu 105.** Mệnh đề  $" \exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 3 "$  khẳng định rằng:

- A.** Bình phương của mỗi số thực bằng 3.  
**B.** Nếu  $x$  là số thực thì  $x^2 = 3$ .  
**C.** Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3.

D. Chỉ có một số thực có bình phương bằng 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 3$ " khẳng định rằng: có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3.

**Câu 106.** Viết mệnh đề sau bằng cách sử dụng kí hiệu  $\forall$  hoặc  $\exists$ : “Cho hai số thực khác nhau bất kì, luôn tồn tại một số hữu tỉ nằm giữa hai số thực đã cho”

A.  $\forall a, b \in \mathbb{R}, \forall r \in \mathbb{Q}: a < r < b$ .

**B.**  $\forall a, b \in \mathbb{R}, a < b, \exists r \in \mathbb{Q}: a < r < b$ .

C.  $\forall a, b \in \mathbb{R}, a < b, \forall r \in \mathbb{Q}: a < r < b$ .

**D.**  $\exists a, b \in \mathbb{R}, \exists r \in \mathbb{Q}: a < r < b$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét đáp án A: “Cho hai số thực bất kì, mọi số hữu tỉ nằm giữa hai số thực đã cho” sai.

Xét đáp án B: đúng.

Xét đáp án C: “Cho hai số thực khác nhau bất kì, mọi số hữu tỉ nằm giữa hai số thực đã cho” sai.

Xét đáp án D: “Tồn tại hai số thực bất kì, luôn tồn tại một số hữu tỉ nằm giữa hai số thực đã cho” sai.

**Câu 107.** Cho A: " $\forall x \in \mathbb{A}: x^2 + 2x + 1 > 0$ " thì phủ định của A là:

A. " $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 + 2x + 1 \neq 0$ ".

**B.** " $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 + 2x + 1 < 0$ ".

C. " $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 + 1 \leq 0$ ".

**D.** " $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 + 2x + 1 \leq 0$ ".

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\bar{A}: \exists x \in \mathbb{R}: x^2 + 2x + 1 \leq 0$ .

**Câu 108.** Cho mệnh đề: " $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{2}{x^2 - x + 1} > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là:

A. Không tồn tại  $x \in \mathbb{R}$  mà  $\frac{2}{x^2 - x + 1} > 0$ .

**B.**  $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{2}{x^2 - x + 1} \leq 0$ .

**C.**  $\exists x \in \mathbb{R}, \frac{2}{x^2 - x + 1} \leq 0$ .

**D.**  $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{2}{x^2 - x + 1} < 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 109.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.**  $\exists n \in \mathbb{N}, (n+1)(n-2)$  chia hết cho 7.

**B.**  $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$  chia hết cho 4.

C.  $\forall x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 \neq x-1$ .

**D.**  $\forall x \in \mathbb{R}, |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$\exists n \in \mathbb{N}, (n+1)(n-2)$  chia hết cho 7 là mệnh đề đúng, ví dụ  $n = 6$ .

**Câu 110.** Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 3$ " khẳng định rằng:

A. Bình phương của mỗi số thực bằng 3.

**B.** Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3.

C. Chỉ có một số thực mà bình phương của nó bằng 3.

D. Nếu  $x$  là số thực thì  $x^2 = 3$ .

## Lời giải

## Chọn B

**Câu 111.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. " $\exists x \in \mathbb{Q}, x$  chia hết cho 5".

B. " $\forall x \in \mathbb{R} : 5.x = x.5$ ".

C. " $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 2 > 0$ ".

D. " $\exists x \in \mathbb{Z} : 2x + 3 = 6$ ".

## Lời giải

## Chọn D

A đúng. Ví dụ  $5 \in \mathbb{Q}$  và 5 chia hết cho 5.

B đúng vì đó là tính chất giao hoán của phép nhân.

C đúng. Ví dụ  $1 \in \mathbb{R}$  và  $1^2 + 1 + 2 = 4 > 0$ .

D sai. Vì  $2x + 3 = 6 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$  mà  $\frac{3}{2} \notin \mathbb{Z}$ .

**Câu 112.** Cho mệnh đề: " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là

A.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$ .

B.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 > 0$ .

C.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 < 0$ .

D.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$ .

## Lời giải

## Chọn A

Mệnh đề phủ định của mệnh đề đã cho là " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 5 \leq 0$ "

**Câu 113.** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A.  $\forall n \in \mathbb{N} : n^2 > n$ .

B.  $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 < 2$ .

C.  $\forall x \in \mathbb{Z} : 2x > 1$ .

D.  $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 > x$ .

## Lời giải

## Chọn D

Phương án A sai vì  $n = 0, 0^2 = 0$ .

Phương án B sai vì  $x = 2, 2^2 > 2$ .

Phương án C sai vì  $x = -1, 2.(-1) < 1$ .

♦ Ta có  $x^2 > x \Leftrightarrow x^2 - x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$ .

Suy ra tồn tại số thực  $\begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$  thỏa mãn  $x^2 > x$ .

**Câu 114.** Cho mệnh đề  $P : "\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 1 < 0"$ . Mệnh đề phủ định của mệnh đề  $P$  là

A.  $\bar{P} : "\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 1 \geq 0"$ .

B.  $\bar{P} : "\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 1 \geq 0"$ .

C.  $\bar{P} : "\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 1 > 0"$ .

D.  $\bar{P} : "\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 1 < 0"$ .

## Lời giải

## Chọn A

**Câu 115.** Mệnh đề nào sau đây phủ định mệnh đề  $P$ : "tích 3 số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 6"

A.  $\bar{P} : "\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) : 6"$ .

B.  $\bar{P} : "\exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) \nmid 6"$ .

C.  $\bar{P} : "\exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) : 6"$ .

D.  $\bar{P} : "\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) \nmid 6"$ .

## Lời giải

**Chọn B**

Mệnh đề  $P$ : “tích 3 số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 6”.

$$\Leftrightarrow P: \forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) : 6$$

Mệnh đề phủ định là  $\bar{P}: \exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2) \nmid 6$ .

Chọn đáp án

**B.**

**Câu 116.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

**A.**  $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 11n + 2$  chia hết cho 11.

**B.**  $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$  chia hết cho 4.

**C.** Tồn tại số nguyên tố chia hết cho 5.

**D.**  $\exists n \in \mathbb{Z}, 2n^2 - 8 = 0$ .

**Lời giải**

Ta có: Mệnh đề A đúng với  $n = 3$ .

Mệnh đề C đúng với số nguyên tố là 5.

Mệnh đề D đúng với  $n = \pm 2$ .

Mệnh đề B sai: Do  $n \in \mathbb{N}$  nên  $\begin{cases} n = 2k \\ n = 2k+1 \end{cases} (k \in \mathbb{N}) \Rightarrow \begin{cases} n^2 + 1 = 4k^2 + 1 \\ n^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 2 \end{cases}$  đều không chia hết

cho 4 với  $\forall k \in \mathbb{N}$ .

**Câu 117.** Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

**A.** “ $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)$  là số chính phương”.

**B.** “ $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)$  là số lẻ”.

**C.** “ $\exists n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2)$  là số lẻ”.

**D.** “ $\forall n \in \mathbb{N}, n(n+1)(n+2)$  chia hết cho 6”.

**Lời giải**

**Chọn D**

+) với  $n = 1 \Rightarrow n(n+1) = 2$  không phải số chính phương  $\Rightarrow A$  sai.

+) với  $n = 1 \Rightarrow n(n+1) = 2$  là số chẵn  $\Rightarrow B$  sai.

+) đặt  $P = n(n+1)(n+2)$

**TH1:**  $n$  chẵn  $\Rightarrow P$  chẵn

**TH2:**  $n$  lẻ  $\Rightarrow (n+1)$  chẵn  $\Rightarrow P$  chẵn

Vậy  $P$  chẵn  $\forall n \in \mathbb{N} \Rightarrow C$  sai.

$$+) P : 6 \Leftrightarrow \begin{cases} P : 2(*) \\ P : 3(**) \end{cases}$$

(\*) Ở trên ta đã chứng minh  $P$  luôn chẵn  $\Rightarrow P : 2$

(\*\*)  $P : 3$

**TH1:**  $n : 3 \Rightarrow P : 3$

**TH2:**  $n$  chia 3 dư 1  $\Rightarrow (n+2) : 3 \Rightarrow P : 3$

**TH3:**  $n$  chia 3 dư 2  $\Rightarrow (n+1) : 3 \Rightarrow P : 3$

Vậy  $P : 3 \forall n \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow P : 6$ .

**Câu 118.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

**A.**  $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$  không chia hết cho 3.

**B.**  $\forall x \in \mathbb{R}, |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$ .

**C.**  $\forall x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 \neq x-1$ .

**D.**  $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$  chia hết cho 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Với mọi số tự nhiên thì có các trường hợp sau:

$$n = 3k \Rightarrow n^2 + 1 = (3k)^2 + 1 \text{ chia 3 dư 1.}$$

$$n = 3k + 1 \Rightarrow n^2 + 1 = (3k + 1)^2 + 1 = 9k^2 + 6k + 2 \text{ chia } 3 \text{ dư } 2.$$

$$n = 3k + 2 \Rightarrow n^2 + 1 = (3k + 2)^2 + 1 = 9k^2 + 12k + 5 \text{ chia } 3 \text{ dư } 2.$$

**Câu 119.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

**A.**  $\exists x \in \mathbb{Z}, 2x^2 - 8 = 0.$

**B.**  $\exists n \in \mathbb{N}, (n^2 + 11n + 2)$  chia hết cho 11.

**C.** Tồn tại số nguyên tố chia hết cho 5.

**D.**  $\exists n \in \mathbb{N}, (n^2 + 1)$  chia hết cho 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

Với  $k \in \mathbb{N}$ , ta có:

♦ Khi  $n = 4k \Rightarrow n^2 + 1 = 16k^2 + 1$  không chia hết cho 4.

♦ Khi  $n = 4k + 1 \Rightarrow n^2 + 1 = 16k^2 + 8k + 2$  không chia hết cho 4.

♦ Khi  $n = 4k + 2 \Rightarrow n^2 + 1 = 16k^2 + 16k + 5$  không chia hết cho 4.

♦ Khi  $n = 4k + 3 \Rightarrow n^2 + 1 = 16k^2 + 24k + 10$  không chia hết cho 4.

$\Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$  không chia hết cho 4.

**Câu 120.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

**A.**  $\exists n \in \mathbb{N}, (n^2 + 17n + 1)$  chia hết cho 17.

**B.**  $\exists n \in \mathbb{N}, (n^2 + 1)$  chia hết cho 4.

**C.** Tồn tại số nguyên tố chia hết cho 13.

**D.**  $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 - 4 = 0.$

**Lời giải**

**Chọn B**

☐ Mệnh đề **A** đúng, ví dụ với  $n = 4$ .

☐ Mệnh đề **B sai**, vì:

- Với  $n = 2k, k \in \mathbb{N}$ , ta có  $n^2 + 1 = (2k)^2 + 1 = 4k^2 + 1$  chia cho 4 dư 1.

- Với  $n = 2k + 1, k \in \mathbb{N}$ , ta có  $n^2 + 1 = (2k + 1)^2 + 1 = 4k(k + 1) + 2$  chia cho 4 dư 2.

☐ Mệnh đề **C** đúng, số nguyên tố đó là số 13.

☐ Mệnh đề **D** đúng, ví dụ với  $x = 2$ .

**Câu 121.** Cho  $n$  là số tự nhiên, mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $\forall n, n(n + 1)$  là số lẻ.

**B.**  $\forall n, n(n + 1)$  là số chính phương.

**C.**  $\forall n, n(n + 1)(n + 2)$  là số chia hết cho 24.

**D.**  $\exists n, n(n + 1)(n + 2)$  chia hết cho 8.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đáp án **A** sai vì hai số tự nhiên liên tiếp luôn có một số chẵn, tích của chúng là số chẵn.

Đáp án **B** sai vì  $n(n + 1)$  không thể là số chính phương.

Đáp án **C** sai xét trường hợp  $n = 1$  thì  $1 \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 2) = 6$  không chia hết cho 24.

Đáp án **D** đúng vì tồn tại  $n = 2$  thì  $n(n + 1)(n + 2) = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$  chia hết cho 8.



Blog: Nguyễn Bảo Vương: <https://www.nbv.edu.vn/>

---

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

**Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương**  
[https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5glEI1iRUbT3nwJfA?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5glEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber)

**Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>**

Nguyễn Bảo Vương