

ÔN TẬP CHƯƠNG IV. VECTOR

• | Fanpage: Nguyễn Bảo Vương

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Trong mặt phẳng tọa độ, cặp vector nào sau đây có cùng phương?
- A. $\vec{u} = (2; 3)$ và $\vec{v} = \left(\frac{1}{2}; 6\right)$
- B. $\vec{a} = (\sqrt{2}; 6)$ và $\vec{b} = (1; 3\sqrt{2})$
- C. $\vec{i} = (0; 1)$ và $\vec{j} = (1; 0)$
- D. $\vec{c} = (1; 3)$ và $\vec{d} = (2; -6)$
- Câu 2.** Trong mặt phẳng tọa độ, cặp vector nào sau đây vuông góc với nhau?
- A. $\vec{u} = (2; 3)$ và $\vec{v} = (4; 6)$
- B. $\vec{a} = (1; -1)$ và $\vec{b} = (-1; 1)$
- C. $\vec{z} = (a; b)$ và $\vec{t} = (-b; a)$
- D. $\vec{n} = (1; 1)$ và $\vec{k} = (2; 0)$
- Câu 3.** Trong mặt phẳng tọa độ, vector nào sau đây có độ dài bằng 1 ?
- A. $\vec{a} = (1; 1)$
- B. $\vec{b} = (1; -1)$
- C. $\vec{c} = \left(2; \frac{1}{2}\right)$
- D. $\vec{d} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$
- Câu 4.** Góc giữa vector $\vec{a} = (1; -1)$ và vector $\vec{b} = (-2; 0)$ có số đo bằng:
- A. 90°
- B. 0°
- C. 135°
- D. 45°
- Câu 5.** Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c})$
- B. $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \vec{a}^2 \cdot \vec{b}^2$
- C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin(\vec{a}, \vec{b})$
- D. $\vec{a}(\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c}$
- Câu 6.** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}) = 45^\circ$
- B. $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}) = 45^\circ$ và $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$
- C. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = a^2\sqrt{2}$
- D. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD} = -a^2$
- Câu 7.** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Xét các vector có hai điểm mút lấy từ các điểm A, B, C, D và O . Số các vector khác vector - không và cùng phương với \overrightarrow{AC} là
- A. 6. B. 3. C. 4. D. 2.
- Câu 8.** Cho đoạn thẳng AC và B là một điểm nằm giữa A, C . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là một khẳng định đúng?
- A. Hai vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CB} cùng hướng.
- B. Hai vector \overrightarrow{CA} và \overrightarrow{BC} cùng hướng.

C. Hai vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} cùng hướng.

D. Hai vector \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{BA} cùng hướng.

Câu 9. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi K, L, M, N tương ứng là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA . Trong các vector có đầu mút lấy từ các điểm A, B, C, D, K, L, M, O , có bao nhiêu vector bằng vector \overrightarrow{AK} ?

A. 2.

B. 6.

C. 4.

D. 8.

Câu 10. Cho hình thoi $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng 1 và $\widehat{DAB} = 120^\circ$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.

C. $|\overrightarrow{BD}| = 1$.

D. $|\overrightarrow{AC}| = 1$.

Câu 11. Cho tam giác ABC đều, trọng tâm G , có độ dài các cạnh bằng 3. Độ dài của vector \overrightarrow{AG} bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = 3, AC = 4$. Độ dài của vector $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$ bằng

A. $\sqrt{13}$.

B. $2\sqrt{13}$.

C. 4.

D. 2.

Câu 13. Cho tam giác ABC có $AB = 2, BC = 4$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Độ dài của vector $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}$ bằng

A. 2.

B. $\sqrt{19}$.

C. 4.

D. $\frac{\sqrt{19}}{2}$.

Câu 14. Cho tam giác ABC và điểm I sao cho $\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Khẳng định nào sau đây là một khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

B. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AI} = \frac{\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}}{-3}$.

D. $\overrightarrow{AI} = \frac{\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}}{3}$.

Câu 15. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và M là trung điểm cạnh BC . Khẳng định nào sau đây là một khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GM}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MG}$.

- D. $3\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{AM}$
- Câu 16.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(-3;1), B(2;-1), C(4;6)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là
- A. $(1;2)$.
 B. $(2;1)$.
 C. $(1;-2)$.
 D. $(-2;1)$.
- Câu 17.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(-3;3), B(5;-2)$ và $G(2;2)$. Tọa độ của điểm C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC là
- A. $(5;4)$.
 B. $(4;5)$.
 C. $(4;3)$.
 D. $(3;5)$.
- Câu 18.** Cho hình vuông $ABCD$ với độ dài cạnh bằng a . Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng
- A. $a^2\sqrt{2}$
 B. $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$.
 C. a^2
 D. $\frac{a^2}{2}$.
- Câu 19.** Cho hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng khác $\vec{0}$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ tương đương với
- A. \vec{a} và \vec{b} cùng phương.
 B. \vec{a} và \vec{b} ngược hướng.
 C. \vec{a} và \vec{b} cùng hướng.
 D. $\vec{a} \perp \vec{b}$.
- Câu 20.** Cho hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng khác $\vec{0}$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ tương đương với
- A. \vec{a} và \vec{b} cùng phương.
 B. \vec{a} và \vec{b} ngược hướng.
 C. \vec{a} và \vec{b} cùng hướng.
 D. $\vec{a} \perp \vec{b}$.
- Câu 21.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3;4); B(2;5)$. Tọa độ của \overrightarrow{AB} là:
- A. $(1;-1)$
 B. $(1;1)$
 C. $(-1;1)$
 D. $(-1;-1)$
- Câu 22.** Cho các vectơ $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?
- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot |\cos(\vec{a}, \vec{b})|$.
 B. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$
 C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.
 D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- Câu 23.** Cho tứ giác $ABCD$. Biểu thức $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng:
- A. CD^2 .
 B. 0 .
 C. $\vec{0}$.
 D. 1 .

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2;1), B(1;-3)$. Tọa độ của vector \overrightarrow{AB} là:

- A. $(1;-4)$.
- B. $(-3;4)$.
- C. $(3;-4)$.
- D. $(1;-2)$.

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1;-5), B(5;2)$ và trọng tâm là gốc tọa độ. Tọa độ điểm C là:

- A. $(4;-3)$.
- B. $(-4;-3)$.
- C. $(-4;3)$.
- D. $(4;3)$.

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , vector nào sau đây có độ dài bằng 1 ?

- A. $\vec{a} = (1;1)$.
- B. $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.
- C. $\vec{c} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{2}{3}\right)$.
- D. $\vec{d} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Câu 27. Cho tam giác ABC có $AB=1, BC=2$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tích vô hướng $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$ bằng

- A. $\sqrt{3}$.
- B. $-\sqrt{3}$.
- C. 3
- D. -3.

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(2;-1), B(-1;5)$ và $C(3m;2m-1)$. Tất cả các giá trị của tham số m sao cho $AB \perp OC$ là

- A. $m = -2$.
- B. $m = 2$.
- C. $m = \pm 2$.
- D. $m = 3$.

Câu 29. Cho tam giác ABC vuông tại A với $AB=1, AC=2$. Lấy M, N, P tương ứng thuộc các cạnh BC, CA, AB sao cho $2BM = MC, CN = 2NA, AP = 2PB$. Giá trị của tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NP}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$.
- B. $-\frac{1}{2}$.
- C. 0.
- D. 1.

Câu 30. Cho tam giác ABC đều các cạnh có độ dài bằng 1. Lấy M, N, P lần lượt thuộc các cạnh BC, CA, AB sao cho $BM = 2MC, CN = 2NA$ và $AM \perp NP$. Tỉ số của $\frac{AP}{AB}$ bằng

- A. $\frac{5}{12}$.
- B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{5}{7}$.

D. $\frac{7}{5}$.

Câu 31. Cho tam giác ABC đều có độ dài các cạnh bằng $3a$. Lấy điểm M thuộc cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Tích vô hướng của hai vector \overrightarrow{MA} và \overrightarrow{MC} bằng

A. $\frac{a^2}{2}$.

B. $-\frac{a^2}{2}$.

C. a^2 .

D. $-a^2$.

Câu 32. Cho tam giác ABC . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{AC}|$ là

A. đường tròn tâm A bán kính BC .B. đường thẳng đi qua A và song song với BC .C. đường tròn đường kính BC .D. đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC .

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1. Cho 3 vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều khác vector $\vec{0}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Nếu hai vector \vec{a}, \vec{b} cùng phương với \vec{c} thì \vec{a} và \vec{b} cùng phươngb) Nếu hai vector \vec{a}, \vec{b} cùng ngược hướng với \vec{c} thì \vec{a} và \vec{b} cùng hướng

Câu 2. Cho $|\vec{a} + \vec{b}| = 0$. So sánh độ dài, phương và hướng của hai vector \vec{a} và \vec{b}

Câu 3. Cho bốn điểm A, B, C, D . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ khi và chỉ khi trung điểm của hai đoạn thẳng AD và BC trùng nhau.

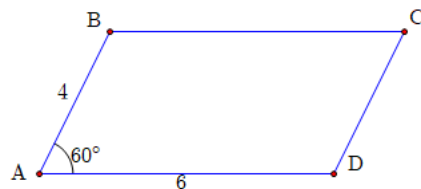
Câu 4. Cho hình bình hành $ABCD$. Chứng minh rằng với mọi điểm M , ta có:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$$

Câu 5. Chứng minh:

a) Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AE}$ với E là điểm bất kì;b) Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{IN} = 2\overrightarrow{MN}$ với M, N là hai điểm bất kì;c) Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - 3\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{NG}$ với M, N là hai điểm bất kì.

Câu 6. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 4, AD = 6, \widehat{BAD} = 60^\circ$ (Hình).

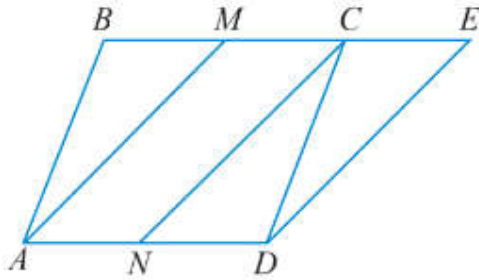
a) Biểu thị các vector $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$.b) Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$.c) Tính độ dài các đường chéo BD, AC .

Câu 7. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo và $AB = a, BC = 3a$.

a) Tính độ dài các vector $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ b) Tìm trong hình ảnh vector đối nhau và có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

Câu 8. Cho hình thoi $ABCD$ đi có cạnh bằng a và có góc A bằng 60° . Tìm độ dài của các vector sau:
 $\vec{p} = \vec{AB} + \vec{AD}$; $\vec{u} = \vec{AB} - \vec{AD}$; $\vec{v} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$

Câu 9. Cho hình bình hành $ABCD$ hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Vẽ điểm E sao cho $\vec{CE} = \vec{AN}$ (hình)



a) Tìm tổng của các vector: \vec{NC} và \vec{MC} ; \vec{AM} và \vec{CD} ; \vec{AD} và \vec{NC}

b) Tìm các vector hiệu: $\vec{NC} - \vec{MC}$; $\vec{AC} - \vec{BC}$; $\vec{AB} - \vec{ME}$

c) Chứng minh $\vec{AM} + \vec{AN} = \vec{AB} + \vec{AD}$

Câu 10. Cho \vec{a}, \vec{b} là hai vector khác vector $\vec{0}$. Trong trường hợp nào thì đẳng thức sau đúng?

a) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$

b) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$

Câu 11. Cho tam giác ABC . Bên ngoài tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ, BCPQ, CARS$. Chứng minh rằng $\vec{RJ} + \vec{IQ} + \vec{PS} = \vec{0}$.

Câu 12. Trên cạnh BC của tam giác ABC lấy điểm M sao cho $MB = 3MC$.

a) Tìm mối liên hệ giữa hai vector \vec{MB} và \vec{MC}

b) Biểu thị vector \vec{AM} theo hai vector \vec{AB} và \vec{AC} .

Câu 13. Cho vector $\vec{a} \neq \vec{0}$. Chứng minh rằng $\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$ (hay còn được viết là $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$) là một vector đơn vị, cùng hướng với vector \vec{a} .

Câu 14. Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{u}$ với $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ và $\vec{a} \perp \vec{b}$. Xét một hệ trục Oxy với các vector đơn vị $\vec{i} = \vec{a}, \vec{j} = \vec{b}$. Chứng minh rằng:

a) Vector \vec{u} có tọa độ là $(\vec{u} \cdot \vec{a}; \vec{u} \cdot \vec{b})$

b) $\vec{u} = (\vec{u} \cdot \vec{a}) \cdot \vec{a} + (\vec{u} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{b}$

Câu 15. Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2}(AB^2 + AC^2 - BC^2)$.

Câu 16. Cho ba điểm phân biệt I, A, B và số thực $k \neq 1$ thỏa mãn $\vec{IA} = k\vec{IB}$. Chứng minh rằng với O là điểm bất kì ta có: $\vec{OI} = \left(\frac{1}{1-k}\right)\vec{OA} - \left(\frac{k}{1-k}\right)\vec{OB}$.

Câu 17. Cho tam giác ABC có $AB = 4, AC = 5, \widehat{BAC} = 120^\circ$. Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng BC , điểm D thỏa mãn $\vec{AD} = \frac{2}{5}\vec{AC}$. Tính tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ và chứng minh $AM \perp BD$.

Câu 18. Cho hai vecto \vec{a}, \vec{b} và $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 5, (\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$.
 Tính $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$.

Câu 19. a) Chứng minh đẳng thức $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$ với \vec{a}, \vec{b} là hai vector bất kì.

b) Cho $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3, |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{7}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$ và (\vec{a}, \vec{b}) .

Câu 20. Cho tam giác ABC có ba trung tuyến AD, BE, CF . Chứng minh rằng:

$$\vec{AD} \cdot \vec{BC} + \vec{BE} \cdot \vec{CA} + \vec{CF} \cdot \vec{AB} = 0$$

- Câu 21.** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BC, AD . Gọi I, J lần lượt là giao điểm của BD với AM, CN . Xét các vector khác $\vec{0}$, có đầu mút lấy từ các điểm $A, B, C, D, M, N, I, J, O$.
- Hãy chỉ ra những vector bằng vector \vec{AB} ; những vector cùng hướng với \vec{AB} .
 - Chứng minh rằng $BI = IJ = JD$.
- Câu 22.** Trên cạnh BC của tam giác ABC lấy các điểm M, N , không trùng với B và C sao cho $BM = MN = NC$.
- Chứng minh rằng hai tam giác ABC và AMN có cùng trọng tâm.
 - Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Đặt $\vec{GB} = \vec{u}$ và $\vec{GC} = \vec{v}$. Hãy biểu thị các vector sau qua hai vector \vec{u} và \vec{v} : $\vec{GA}, \vec{GM}, \vec{GN}$.
- Câu 23.** Cho bốn điểm A, B, C, D trong mặt phẳng. Chứng minh rằng $\vec{AB} \cdot \vec{CD} + \vec{BC} \cdot \vec{AD} + \vec{CA} \cdot \vec{BD} = 0$.
- Câu 24.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba vector $\vec{a} = (1; 2), \vec{b} = (3; -4), \vec{c} = (-5; 3)$.
- Tính các tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}, \vec{b} \cdot \vec{c}, \vec{c} \cdot \vec{a}$
 - Tìm góc giữa hai vector \vec{a} và $\vec{b} + \vec{c}$.
- Câu 25.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 1), B(-2; 5)$ và $C(-5; 2)$.
- Tìm tọa độ của các vector \vec{BA} và \vec{BC}
 - Chứng minh rằng A, B, C là ba đỉnh của một tam giác vuông. Tính diện tích và chu vi của tam giác đó.
 - Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
 - Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $BCAD$ là một hình bình hành.
- Câu 26.** Trong mặt phẳng Oxy , cho bốn điểm $A(2; 1), B(1; 4), C(4; 5), D(5; 2)$.
- Chứng minh $ABCD$ là hình vuông.
 - Tìm tọa độ tâm I của hình vuông $ABCD$.
- Câu 27.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 2), B(3; 4), C(-1; -2)$ và $D(6; 5)$.
- Hãy tìm tọa độ của các vector \vec{AB} và \vec{CD}
 - Hãy giải thích tại sao các vector \vec{AB} và \vec{CD} cùng phương.
 - Giả sử E là điểm có tọa độ $(a; 1)$. Tìm a để các vector \vec{AC} và \vec{BE} cùng phương.
 - Với a tìm được, hãy biểu thị vector \vec{AE} theo các vector \vec{AB} và \vec{AC} .
- Câu 28.** Cho tam giác ABC có $AB = 4, AC = 5$ và $\widehat{CAB} = 60^\circ$
- Tính tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC}, \vec{AB} \cdot \vec{BC}$.
 - Lấy các điểm M, N thỏa mãn $2\vec{AM} + 3\vec{MC} = \vec{0}$ và $\vec{NB} + x\vec{NC} = \vec{0} (x \neq -1)$. Xác định x sao cho AN vuông góc với BM .
- Câu 29.** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm các cạnh AB, CD . Lấy P thuộc đoạn DM và Q thuộc đoạn BN sao cho $DP = 2PM, BQ = xQN$. Đặt $\vec{AB} = \vec{u}$ và $\vec{AD} = \vec{v}$.
- Hãy biểu thị các vector \vec{AP}, \vec{AQ} qua hai vector \vec{u} và \vec{v} .
 - Tìm x để A, P, Q thẳng hàng.
- Câu 30.** Cho tứ giác lồi $ABCD$, không có hai cạnh nào song song. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm AB, CD . Gọi K, L, M, N lần lượt là trung điểm của AF, CE, BF, DE .
- Chứng minh rằng tứ giác $KLMN$ là một hình bình hành.
 - Gọi I là giao điểm của KM, LN . Chứng minh rằng E, I, F thẳng hàng.
- Câu 31.** Cho hình thang vuông $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{ABC} = 90^\circ, BC = 1, AB = 2$ và $AD = 3$. Gọi M là trung điểm của AB .
- Hãy biểu thị các vector \vec{CM}, \vec{CD} theo hai vector \vec{AB} và \vec{AD} .

b) Gọi N là trung điểm CD , G là trọng tâm tam giác MCD , và I là điểm thuộc cạnh CD sao cho $9IC = 5ID$. Chứng minh rằng A, G, I thẳng hàng.

c) Tính độ dài các đoạn thẳng AI và BI .

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(-2;1), B(1;4)$ và $C(5;-2)$.

a) Chứng minh rằng A, B, C là ba đỉnh của một tam giác. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

b) Tìm tọa độ trực tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp I của tam giác ABC .

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(2;-1), B(5;3)$ và $C(-2;9)$.

a) Tìm điểm D thuộc trục hoành sao cho B, C, D thẳng hàng.

b) Tìm điểm E thuộc trục hoành sao cho $EA + EB$ nhỏ nhất.

c) Tìm điểm F thuộc trục tung sao cho vectơ $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC}$ có độ dài ngắn nhất.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(2;1); N(-1;3); P(4;-2)$

a. Tìm tọa độ của các vectơ $\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}$

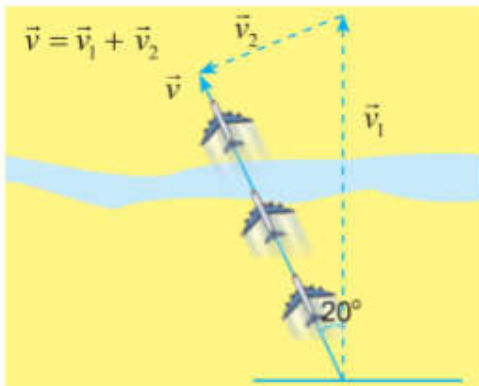
b. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP}$

c. Tính độ dài các đoạn thẳng MN, MP

d. Tính $\cos \widehat{NMP}$

e. Tìm tọa độ trung điểm I của NP và trọng tâm G của tam giác MNP .

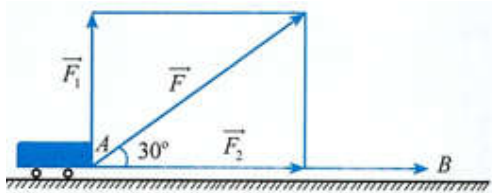
Câu 35. Một chiếc máy bay được biết là đang bay về phía Bắc với tốc độ $45m/s$, mặc dù vận tốc của nó so với mặt đất là $38m/s$ theo hướng nghiêng một góc 20° về phía tây bắc (hình). Tính tốc độ của gió



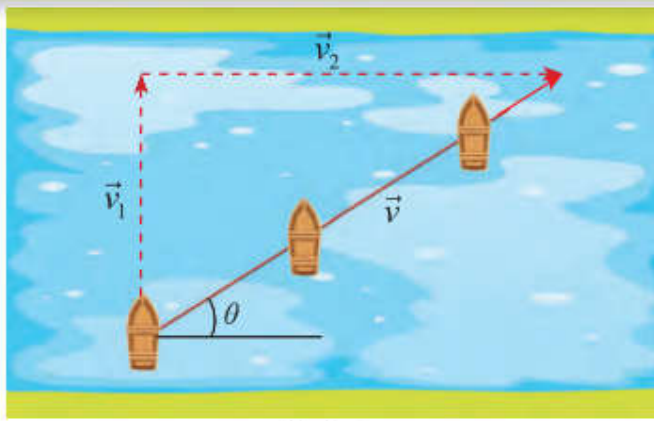
Câu 36. Cho tam giác đều ABC có O là trọng tâm và M là một điểm tùy ý trong tam giác. Gọi D, E , lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M đến BC, AC, AB . Chứng minh rằng

$$\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2} \overrightarrow{MO}$$

Câu 37. Một xe goòng được kéo bởi một lực \vec{F} có độ lớn là $50N$, di chuyển theo quãng đường từ A đến B có chiều dài là $200m$. Cho biết góc giữa lực \vec{F} và \overrightarrow{AB} là 30° và \vec{F} được phân tích thành 2 lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 (hình). Tính công sinh ra bởi các lực \vec{F}, \vec{F}_1 và \vec{F}_2 .

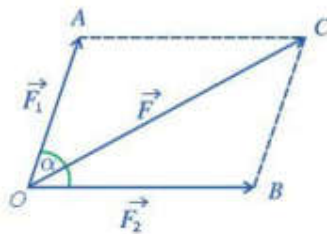


Câu 38. Một chiếc thuyền cố gắng đi thẳng qua một con sông với tốc độ $0,75m/s$. Tuy nhiên dòng chảy của nước trên con sông đó chạy với tốc độ $1,20m/s$ về hướng bên phải. Gọi $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}$ lần lượt là vận tốc của thuyền so với dòng nước, vận tốc của dòng nước so với bờ và vận tốc của thuyền so với bờ.



- a) Tính độ dài của các vector $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}$
 b) Tốc độ dịch chuyển của thuyền so với bờ là bao nhiêu?
 c) Hướng đi chuyển của thuyền lệch một góc bao nhiêu so với bờ?

Câu 39. Hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 cho trước cùng tác dụng lên một vật tại điểm O và tạo với nhau một góc $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \alpha$ làm cho vật di chuyển theo hướng từ O đến C (Hình). Lập công thức tính cường độ của hợp lực \vec{F} làm cho vật di chuyển theo hướng từ O đến C (giả sử chỉ có đúng hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 làm cho vật di chuyển).



- Câu 40.** Cho tứ giác $ABCD$. M là điểm thay đổi trong mặt phẳng thoả mãn $(\vec{MA} + \vec{MB}) \cdot (\vec{MC} + \vec{MD}) = 0$. Chứng minh rằng điểm M luôn nằm trên một đường tròn cố định.
- Câu 41.** Cho tam giác ABC và đường thẳng d không có điểm chung với bất kì cạnh nào của tam giác. M là điểm thay đổi trên đường thẳng d . Xác định vị trí của M sao cho biểu thức $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Câu 42.** Trên sông, một cano chuyển động thẳng đều theo hướng $S15^\circ E$ với vận tốc có độ lớn bằng 20 km/h . Tính vận tốc riêng của cano, biết rằng, nước trên sông chảy về hướng đông với vận tốc có độ lớn bằng 3 km/h .
- Câu 43.** Một ô tô có khối lượng $2,5$ tấn chạy từ chân lên đỉnh một con dốc thẳng. Tính công của trọng lực tác động lên xe, biết dốc dài 50 m và nghiêng 15° so với phương nằm ngang (trong tính toán, lấy gia tốc trọng trường bằng 10 m/s^2)