

## BÀI 8. KHÁI NIỆM VECTO'

- | FanPage: Nguyễn Bảo Vương

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### 1. Định nghĩa vecto'

Vecto' là một đoạn thẳng có hướng.

Vecto' có điểm đầu là  $A$ , điểm cuối là  $B$  được kí hiệu là  $\overrightarrow{AB}$ , đọc là "vecto'  $AB$ ".

Để vẽ vecto'  $\overrightarrow{AB}$  ta vẽ đoạn thẳng  $AB$  và đánh dấu mũi tên ở đầu mút  $B$



Đối với vecto'  $\overrightarrow{AB}$ , ta gọi:

- Đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $A, B$  là giá của vecto'  $\overrightarrow{AB}$



- Độ dài đoạn thẳng  $AB$  là độ dài của vecto'  $\overrightarrow{AB}$ , kí hiệu là  $|\overrightarrow{AB}|$ .

#### 2. Hai vecto' cùng phương, cùng hướng

Hai vecto' được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

**Nhận xét:** Nếu hai vecto' cùng phương thì hoặc chúng cùng hướng hoặc chúng ngược hướng.

Ba điểm phân biệt  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi hai vecto'  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng phương.

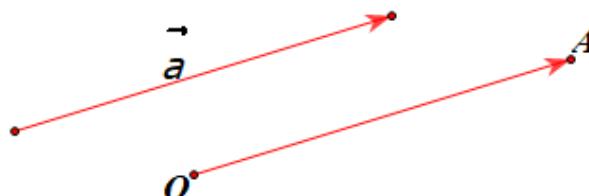
#### 3. Vecto' bằng nhau – Vecto' đối nhau

Hai vecto'  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là **bằng nhau** nếu chúng cùng hướng và có cùng độ dài, kí hiệu  $\vec{a} = \vec{b}$ .

Hai vecto'  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là **đối nhau** nếu chúng ngược hướng và có cùng độ dài, kí hiệu  $\vec{a} = -\vec{b}$ . Khi đó, vecto'  $\vec{b}$  được gọi là vecto' đối của vecto'  $\vec{a}$ .

#### Chú ý:

a) Cho vecto'  $\vec{a}$  và điểm  $O$ , ta luôn tìm được một điểm  $A$  duy nhất sao cho  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ . Khi đó độ dài của vecto'  $\vec{a}$  là độ dài đoạn  $OA$ , kí hiệu là  $|\vec{a}|$ .



b) Cho đoạn thẳng  $MN$ , ta luôn có  $\overrightarrow{NM} = -\overrightarrow{MN}$ .

#### 4. Vecto'-không

Ta biết rằng mỗi vecto' hoàn toàn được xác định khi biết điểm đầu và điểm cuối của nó. Với một điểm  $A$  bất kì, ta quy ước có một vecto' đặc biệt mà điểm đầu và điểm cuối đều là  $A$ .

Vecto' đó được kí hiệu là  $\overrightarrow{AA}$  và gọi là vecto'-không (có gạch nối giữa hai từ).

Vecto' có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau gọi là **vecto'-không**, kí hiệu là  $\vec{0}$ .

#### Chú ý:

- Quy ước vecto'-không có độ dài bằng 0.

- Vectơ-không luôn cùng phương, cùng hướng với mọi vectơ.
- Mọi vectơ-không đều bằng nhau:  $\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} = \dots$  với mọi điểm  $A, B, C, \dots$
- Vectơ đối của vectơ-không là chính nó.

## B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

### Dạng 1. Xác định vectơ, sự cùng phương, cùng hướng, bằng nhau của hai vectơ

Phương pháp

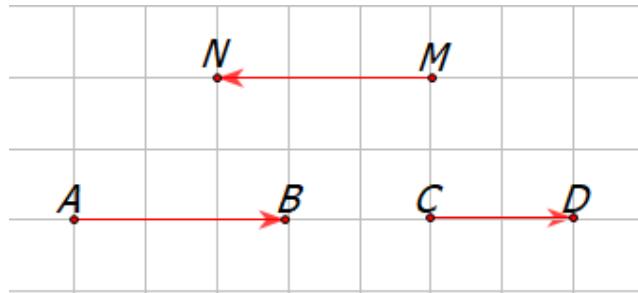
Để xác định một vectơ ta cần xác định điểm đầu và điểm cuối hoặc xác định độ dài và hướng của nó.

Để xét sự cùng phương, cùng hướng của các vectơ ta dùng các khái niệm và nhìn nhận trực quan để rút ra kết luận.

## BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

**Câu 1.** Cho hai điểm phân biệt  $H, K$ . Viết hai vectơ mà điểm đầu và điểm cuối là  $H$  hoặc  $K$ .

**Câu 2.** Trong hình bên,

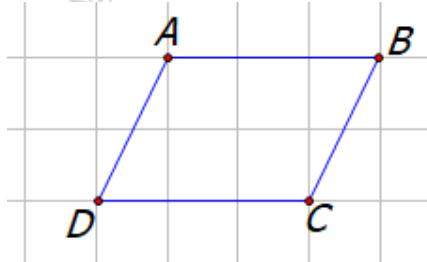


tìm vectơ cùng hướng với vectơ  $\overrightarrow{AB}$ ; ngược hướng với vectơ  $\overrightarrow{AB}$ .

**Câu 3.** Cho tam giác  $ABC$ . Thực hiện các yêu cầu sau:

- Vẽ điểm  $M$  sao cho  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$ .
- Vẽ điểm  $N$  sao cho  $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{BC}$ .

**Câu 4.** Cho hình bình hành  $ABCD$



a) Vectơ nào bằng vectơ  $\overrightarrow{AB}$ ?

b) Vectơ nào bằng vectơ  $\overrightarrow{AD}$ ?

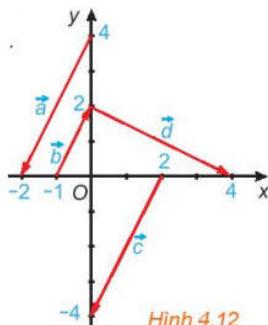
**Câu 5.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Hãy chỉ ra mối quan hệ về độ dài, phương, hướng giữa các cặp vectơ:  $\overrightarrow{AD}$  và  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{BD}$ . Những cặp vectơ nào trong các cặp vectơ trên là bằng nhau?

**Câu 6.** Chứng minh rằng ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi hai vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  cùng phương.

**Câu 7.** Cho 3 vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đều khác  $\vec{0}$ . Những khẳng định nào sau đây là đúng?

- $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đều cùng hướng với vectơ  $\vec{0}$ ;
- Nếu  $\vec{b}$  không cùng hướng với  $\vec{a}$  thì  $\vec{b}$  ngược hướng với  $\vec{a}$ .
- Nếu  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  đều cùng phương với  $\vec{c}$  thì  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương.
- Nếu  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  đều cùng hướng với  $\vec{c}$  thì  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng.

**Câu 8.** Trong Hình 4.12, hãy chỉ ra các vectơ cùng phương, các cặp vectơ ngược hướng và các cặp vectơ bằng nhau.



Hình 4.12

- Câu 9.** Cho hình vuông  $ABCD$  có hai đường chéo cắt nhau tại  $O$ . Hãy chỉ ra tập hợp  $S$  gồm tất cả các vecto khác  $\vec{0}$ . Hãy chỉ ra tập hợp  $S$  gồm tất cả các vecto khác  $\vec{0}$ , có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp  $\{A; B; C; D; O\}$ . Hãy chia tập  $S$  thành các nhóm sao cho hai vecto thuộc cùng một nhóm khi và chỉ khi chúng bằng nhau.

**Câu 10.** Cho hình thoi  $ABCD$ . Gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC, BD$ . Xét các cặp vecto:  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA}$  và  $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BC}$  và  $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{OA}$  và  $\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{BO}$  và  $\overrightarrow{DO}$ .

  - Hãy chỉ ra mối quan hệ về phương, hướng và độ dài của các vecto trong mỗi cặp trên.
  - Trong các cặp trên, có bao nhiêu cặp gồm hai vecto bằng nhau?

**Câu 11.** Cho tam giác  $ABC$ . Vẽ các đường trung tuyến  $AD, BE, CF$  của tam giác ( $D \in BC, E \in CA, F \in AB$ ). Xét các vecto có đầu mút được lấy từ các điểm  $A, B, C, D, E, F$ . Hãy chỉ ra các bộ ba vecto khác  $\vec{0}$  và đôi một bằng nhau.

**Câu 12.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$  và  $G$  là trọng tâm của tam giác. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là một khẳng định đúng?

  - Hai vecto  $\overrightarrow{GA}$  và  $\overrightarrow{GM}$  cùng phương;
  - Hai vecto  $\overrightarrow{GA}$  và  $\overrightarrow{GM}$  cùng hướng;
  - Hai vecto  $\overrightarrow{GA}$  và  $\overrightarrow{GM}$  ngược hướng;
  - Độ dài của vecto  $\overrightarrow{AM}$  bằng ba lần độ dài của vecto  $\overrightarrow{MG}$ .

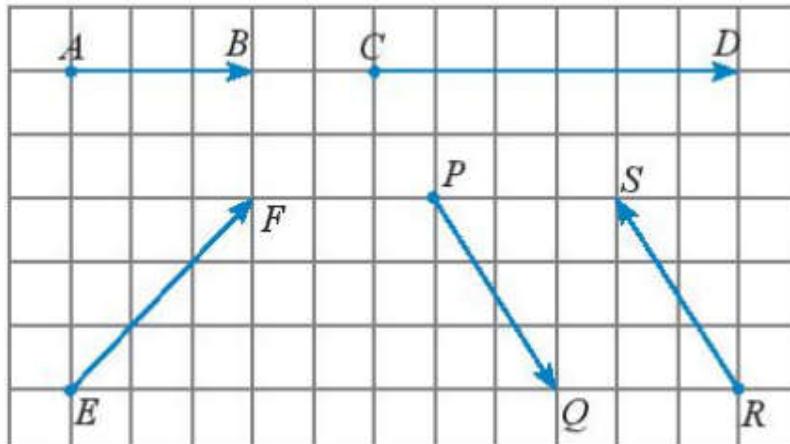
**Câu 13.** Cho trước hai vecto không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Hỏi có hay không một vecto cùng phương với cả  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ ?

**Câu 14.** Cho ba vecto  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cùng phương và cùng khác vecto  $\vec{0}$ . Chứng minh rằng có ít nhất hai vecto trong chúng có cùng hướng.

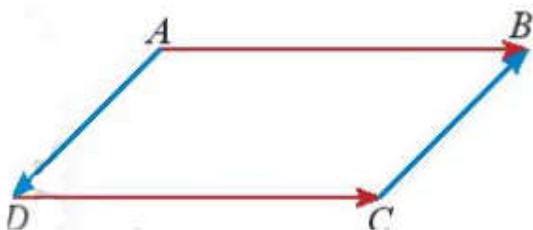
**Câu 15.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  có tâm  $O$ . Xét các vecto có hai điểm mút lấy từ các điểm  $O, A, B, C, D, E, F$ .

  - Hãy chỉ ra các vecto khác vecto - không và cùng phương với vecto  $\overrightarrow{OA}$ .
  - Tìm các vecto bằng vecto  $\overrightarrow{AB}$ .

**Câu 16.** Tìm các cặp vecto cùng phương trong Hình



**Câu 17.** a) Tìm trong Hình hai cặp vectơ bằng nhau và hai cặp vectơ đối nhau.



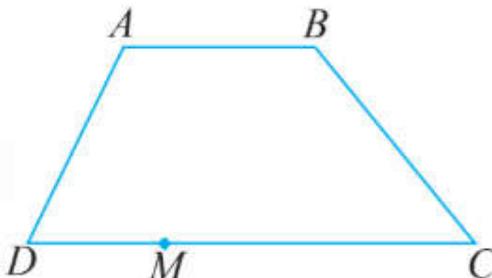
b) Cho điểm  $O$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Tìm hai vectơ đối nhau.

**Câu 18.** Cho đoạn thẳng  $EF$  có độ dài bằng 2 và nhận  $M$  là trung điểm.

a) Tìm vectơ-không trong số các vectơ:  $\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EE}, \overrightarrow{EM}, \overrightarrow{MM}, \overrightarrow{FF}$ .

b) Dùng kí hiệu  $\vec{0}$  để biểu diễn các vectơ-không đó.

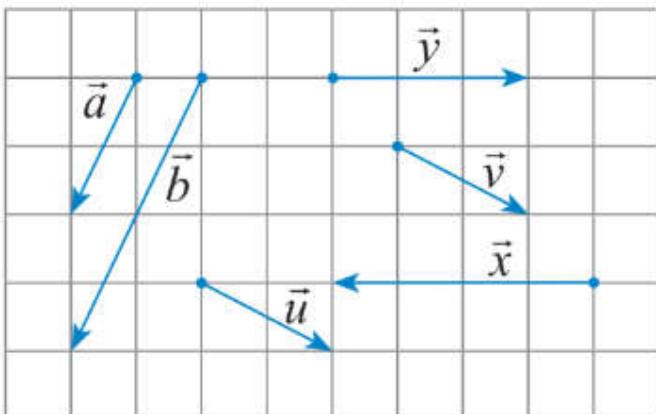
**Câu 19.** Cho hình thang  $ABCD$  có hai cạnh đáy là  $AB$  và  $DC$  (hình). Điểm  $M$  nằm trên đoạn  $DC$ .



a) Gọi tên các vectơ cùng hướng với vectơ  $\overrightarrow{AB}$

b) Gọi tên các vectơ ngược hướng với vectơ  $\overrightarrow{DM}$

**Câu 20.** Hãy chỉ ra các cặp vectơ cùng hướng, ngược hướng, bằng nhau trong hình.

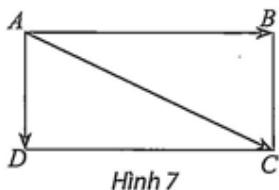


**Câu 21.** Gọi  $O$  là tâm hình lục giác đều  $ABCDEF$ .

a) Tìm các vectơ khác vectơ  $\vec{0}$  và cùng hướng với vectơ  $\overrightarrow{OA}$ .

b) Tìm các vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{AB}$ .

**Câu 22.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ .

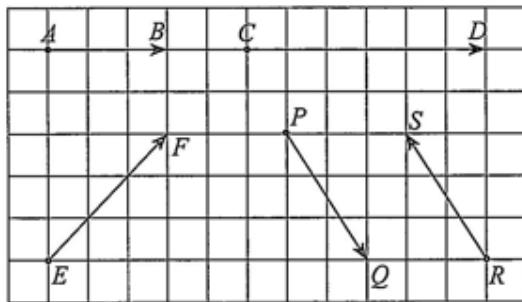


a) Tìm vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{AD}$ ;

b) Tìm các vectơ đối của vectơ  $\overrightarrow{AB}$ ;

c) Tìm các vectơ có độ dài bằng độ dài của vectơ  $\overrightarrow{AC}$ .

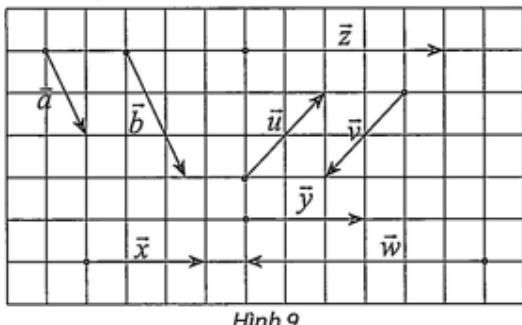
**Câu 23.** Trong Hình 8, tìm các vecto:



Hình 8

- a) cùng phương với vecto  $\overrightarrow{AB}$ ;  
 b) cùng hướng với vecto  $\overrightarrow{AB}$ ;  
 c) vecto đối của vecto  $\overrightarrow{PQ}$ .

**Câu 24.** Tìm trong Hình 9, các vecto:



Hình 9

- a) cùng phương với vecto  $\vec{x}$ ;  
 b) cùng hướng với vecto  $\vec{a}$ ;  
 c) ngược hướng với vecto  $\vec{u}$ .

**Câu 25.** Cho hình thang  $ABCD$  với hai đáy là  $AB, CD$  và có hai đường chéo cắt nhau tại  $O$ .

- a) Gọi tên hai vecto cùng hướng với  $\overrightarrow{AO}$ .  
 b) Gọi tên hai vecto ngược hướng với  $\overrightarrow{AB}$ .

**Câu 26.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $O$  là giao điểm của hai đường chéo. Hãy chỉ ra một cặp vecto:

- a) cùng hướng;  
 b) ngược hướng;  
 c) bằng nhau.

**Câu 27.** Gọi  $O$  là tâm của hình bát giác đều  $ABCDEFGH$ .

- a) Tìm hai vecto khác  $\vec{O}$  và cùng hướng với  $\overrightarrow{OA}$ .  
 b) Tìm vecto bằng vecto  $\overrightarrow{BD}$ .

**Câu 28.** Cho  $A, B, C$  là ba điểm thẳng hàng,  $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$ . Viết các cặp vecto cùng hướng, ngược hướng trong những vecto sau:

$$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$$

**Câu 29.** Cho đoạn thẳng  $MN$  có trung điểm là  $I$ .

- a) Viết các vecto khác vecto-không có điểm đầu, điểm cuối là một trong ba điểm  $M, N, I$ .  
 b) vecto nào bằng  $\overrightarrow{MI}$ ? Bằng  $\overrightarrow{NI}$ ?

**Câu 30.** Cho hình thang  $ABCD$  có hai đáy là  $AB$  và  $CD$ . Tìm vecto:

- a) Cùng hướng với  $\overrightarrow{AB}$   
 b) Ngược hướng với  $\overrightarrow{AB}$

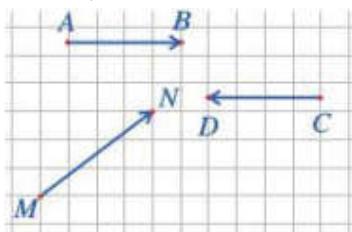
**Câu 31.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Viết các vecto khác  $\vec{0}$  thoả mãn:

- a) Có điểm đầu là  $A$ , điểm cuối là một trong các đỉnh của tứ giác trên.  
 b) Có điểm cuối là  $B$ , điểm đầu là một trong các đỉnh của tứ giác trên.

**Câu 32.** Cho ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng,  $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$ . Chỉ ra ba cặp vecto khác  $\vec{0}$  có điểm đầu và điểm cuối trong các điểm  $A, B, C$  thoả mãn:

- a) Cặp vectơ đó cùng hướng.
- b) Cặp vectơ đó ngược hướng.

**Câu 33.** Tính độ dài của các vectơ  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{MN}$

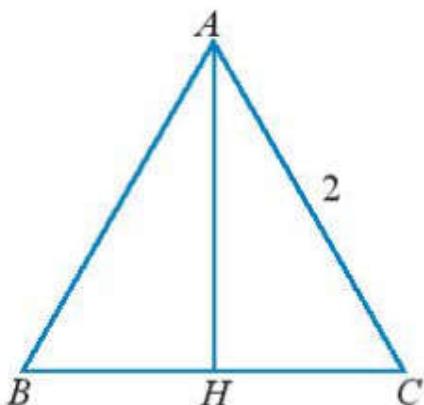


biết rằng độ dài cạnh của ô vuông bằng  $1\text{cm}$ .

**Câu 34.** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Xác định vecto thoả mãn:

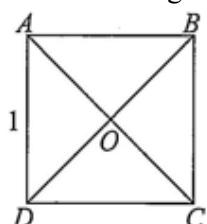
- a) Có điểm đầu là  $A$ , điểm cuối là một trong các đỉnh của hình vuông trên và có độ dài là  $a$ .
- b) Có điểm cuối là  $C$ , điểm đầu là một trong các đỉnh của hình vuông trên và có độ dài là  $a$ .

**Câu 35.** Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng 2. Gọi  $H$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ .



Tìm điểm đầu, điểm cuối, giá và độ dài của các vecto:  $\overrightarrow{CA}$ ,  $\overrightarrow{AH}$ ,  $\overrightarrow{BH}$ .

**Câu 36.** Cho hình vuông  $ABCD$  có tâm  $O$  và có cạnh bằng 1.



Hình 6

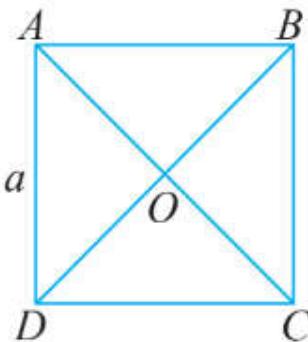
- a) Tìm điểm đầu, điểm cuối, giá và độ dài của các vecto:  $\overrightarrow{CA}$ ;  $\overrightarrow{OA}$ ;  $\overrightarrow{BD}$ .
- b) Tìm các vecto đơn vị trong hình.

**Câu 37.** Cho hình thoi  $ABCD$  cạnh bằng  $a$  có tâm  $O$  và có  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ .

- a) Tìm trong hình hai vecto bằng nhau và có độ dài bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ ;
- b) Tìm trong hình hai vecto đối nhau và có độ dài bằng  $a\sqrt{3}$ .

**Câu 38.** Cho hình vuông  $ABCD$  có độ dài cạnh bằng  $3\text{cm}$ . Tính độ dài của các vecto  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$

**Câu 39.** Cho hình vuông  $ABCD$  có tâm  $O$  và có các cạnh bằng  $a$  (hình)



a) Tìm trong hình hai vecto bằng nhau và có độ dài bằng  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

b) Tìm trong hình hai vecto đối nhau và có độ dài bằng  $a\sqrt{2}$

**Câu 40.** Cho hình vuông  $ABCD$  với cạnh có độ dài bằng 1. Tính độ dài các vecto  $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD}$ .

**Câu 41.** Cho  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A, AB = 3a, AC = 4a$ . Tính  $|\overrightarrow{BC}|$ .

**Câu 42.** Cho  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$  và  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính  $|\overrightarrow{AM}|$ .

**Câu 43.** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Tính  $|\overrightarrow{AB}|, |\overrightarrow{AC}|$ .

## BÀI TẬP BỔ SUNG

**Câu 44.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$ .

a) Xác định các véc-tơ khác véc-tơ - không, cùng phương với  $\overrightarrow{MN}$  có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.

b) Xác định các véc-tơ khác véc-tơ - không, cùng hướng với  $\overrightarrow{AB}$  có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.

c) Vẽ các véc-tơ bằng véc-tơ  $\overrightarrow{NP}$  mà có điểm đầu  $A, B$ .

### Dạng 2. Chứng minh các vecto bằng nhau

Phương pháp

Để chứng minh hai vecto bằng nhau ta có thể dùng một trong ba cách sau:

Có cùng hướng và cùng độ dài

Cùng bằng nhau với một vecto thứ ba

Áp dụng định lí sau “Nếu  $ABCD$  là hình bình hành” thì  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

## BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

**Câu 45.** Chứng minh rằng tứ giác  $ABCD$  là một hình bình hành khi và chỉ khi  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ .

**Câu 46.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$ .

Chứng minh rằng:

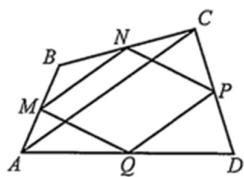
a)  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PA}$

b)  $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{CN}$

**Câu 47.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Chứng minh rằng tứ giác đó là hình bình hành khi và chỉ khi  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

**Câu 48.** Cho đường tròn tâm  $O$  và dây cung  $BC$  không đi qua  $O$ . Điểm  $A$  chuyển động trên cung lớn  $BC$  của đường tròn sao cho tam giác  $ABC$  nhọn. Gọi  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Chứng minh rằng  $\overrightarrow{AH}$  có độ dài không đổi.

**Câu 49.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của bốn cạnh  $AB, BC, CD, DA$  (Hình 29). Chứng minh  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ .



Hình 29

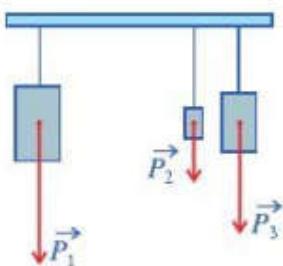
- Câu 50.** Cho tam giác  $ABC$  không vuông, với trực tâm  $H$ , nội tiếp đường tròn ( $O$ ). Kẻ đường kính  $AA'$  của đường tròn ( $O$ ).
- Chứng minh rằng  $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AC}$ .
  - Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Tìm mối quan hệ về phương, hướng và độ dài của hai vectơ  $\overrightarrow{AH}$  và  $\overrightarrow{OM}$ .
- Câu 51.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Dựng điểm  $B'$  sao cho  $\overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{AG}$ .
- Chứng minh rằng  $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$ .
  - Gọi  $J$  là trung điểm của  $BB'$ . Chứng minh rằng  $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{IG}$ .

## BÀI TẬP BỔ SUNG

- Câu 52.** Cho tam giác  $ABC$  có  $H$  là trực tâm và  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi  $B'$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $O$ . Chứng minh rằng  $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}$ ,  $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$ .
- Câu 53.** Cho tam giác  $ABC$  có trung tuyến  $AM$ . Trên cạnh  $AC$  lấy hai điểm  $E$  và  $F$  sao cho  $AE = EF = FC$ ;  $BE$  cắt  $AM$  tại  $N$ . Chứng minh  $\overrightarrow{NA}$  và  $\overrightarrow{NM}$  là hai vec-tor đối nhau.
- Câu 54.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CD, DA$ . Chứng minh rằng  $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$ .
- Câu 55.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Trên các đoạn thẳng  $DC, AB$  theo thứ tự lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $DM = BN$ . Gọi  $P$  là giao điểm của  $AM, DB$  và  $Q$  là giao điểm của  $CN, DB$ . Chứng minh rằng  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$  và  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{QB}$ .
- Câu 56.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $E$  và  $F$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AB$  và  $CD$ . Nối  $AF$  và  $CE$ , hai đường này cắt đường chéo  $BD$  lần lượt tại  $M$  và  $N$ . Chứng minh  $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NB}$ .
- Câu 57.** Cho hình bình hành  $ABCD$  và  $ABEF$  với  $A, D, F$  không thẳng hàng. Dựng các vectơ  $\overrightarrow{EH}$  và  $\overrightarrow{FG}$  bằng vectơ  $\overrightarrow{AD}$ . Chứng minh tứ giác  $CDGH$  là hình bình hành.

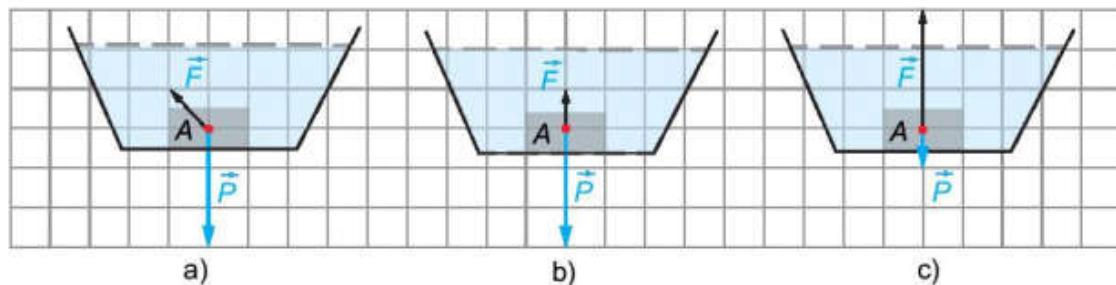
### Dạng 3. Một số bài toán thực tế

- Câu 58.** a) Bạn hãy tìm sự khác biệt giữa hai đại lượng sau:  
 - Bác Ba có số tiền 20 triệu đồng  
 - Một cơn bão di chuyển với vận tốc  $20 \text{ km/h}$  theo hướng đông bắc.  
 b) Trong các đại lượng sau, đại lượng nào cần được biểu diễn bởi vectơ?  
 Giá tiền, lực, thể tích, tuổi, độ dịch chuyển, vận tốc
- Câu 59.** Khi treo ba vật, mỗi vật sẽ tác động vào thanh treo một lực (trọng lực) như ở hình dưới



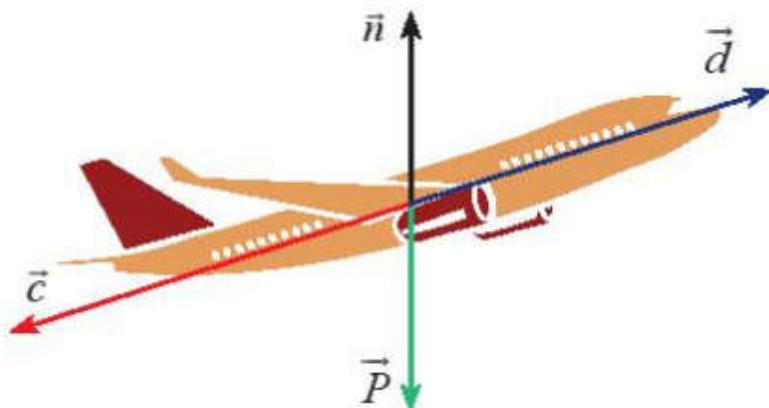
Nhận xét đặc điểm về phương, hướng của ba vectơ biểu thị trọng lực.

- Câu 60.** Một vật  $A$  được thả chìm hoàn toàn dưới đáy một cốc chất lỏng. Biết rằng trong ba cách biểu diễn lực đẩy Archimedes (Ác-si-mét)  $\vec{F}$  và trọng lực  $\vec{P}$  tác động lên vật  $A$  ở hình có một cách biểu diễn đúng.

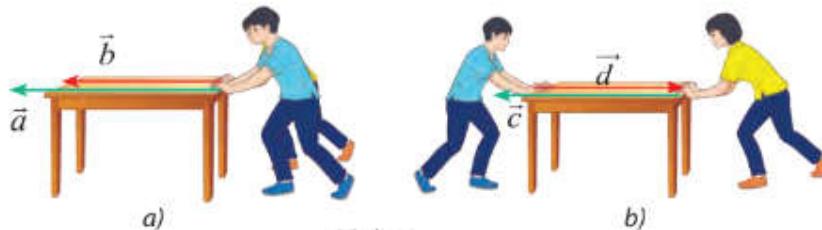


Hãy chỉ ra mối quan hệ giữa trọng lượng riêng của vật  $A$  và trọng lượng riêng của chất lỏng trong cốc.

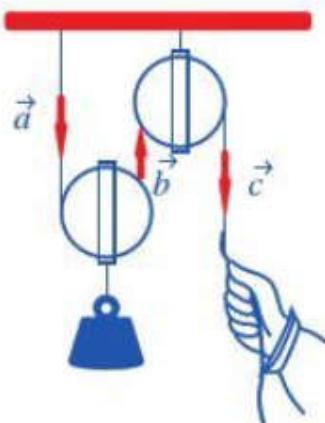
- Câu 61.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy hãy vẽ các vectơ  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{MN}$  với  $A(1; 2), M(0; -1), N(3; 5)$ .
- Chỉ ra mối quan hệ giữa hai vecto trên.
  - Một vật thể khởi hành từ  $M$  chuyên động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu diễn với vectơ  $\vec{v} = \overrightarrow{OA}$ . Hỏi vật thể đó có đi qua  $N$  hay không? Nếu có thì sau bao lâu sẽ tới  $N$ ?
- Câu 62.** Trên biển Đông, một tàu chuyên động đều từ vị trí  $A$  theo hướng  $N20^\circ E$  với vận tốc  $20 \text{ km/h}$ . Sau 2 giờ, tàu đến được vị trí  $B$ . Hỏi  $A$  cách  $B$  bao nhiêu kilômét và về hướng nào so với  $B$ ?
- Câu 63.** Tìm các cặp lực ngược hướng trong số các lực tác động vào máy bay trong Hình.



- Câu 64.** Tìm các lực cùng hướng và ngược hướng trong số các lực đẩy được biểu diễn bằng các vectơ trong hình



- Câu 65.** Quan sát ròng rọc hoạt động khi dùng lực để kéo một đầu của ròng rọc. Chuyển động của các đoạn dây được mô tả bằng các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  (hình)



- a) Hãy chỉ ra các cặp vectơ cùng phương.  
b) Trong các cặp vectơ đó, cho biết chúng cùng hướng hay ngược hướng.

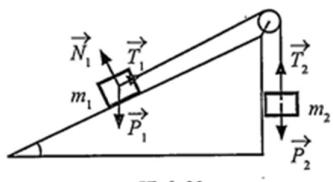
**Câu 66.** Treo một vật có khối lượng  $10\text{kg}$  vào một sợi dây (Hình 30). Sử dụng vectơ  $\vec{P}$  để biểu diễn trọng lực, vectơ  $\vec{T}$  để biểu diễn lực căng của dây tác dụng lên vật đó. Chọn các khẳng định đúng trong các phát biểu sau:



Hình 30

- a)  $\vec{P}$  có phương thẳng đứng;  
b)  $\vec{T}$  có phương thẳng đứng;  
c)  $\vec{P}$  có hướng từ trên xuống dưới;  
d)  $\vec{P}$  có hướng từ dưới lên trên;  
e)  $\vec{T}$  có hướng từ trên xuống dưới; g)  $\vec{T}$  có hướng từ dưới lên trên.

**Câu 67.** Trong mặt phẳng nghiêng không có ma sát, cho hệ vật  $m_1, m_2$ , hai vật nối với nhau bằng một sợi dây không dãn vắt qua ròng rọc (Hình 32). Giả sử bỏ qua khối lượng của dây và ma sát của ròng rọc.



Hình 32

- a) Tìm các cặp vectơ cùng phương trong các vectơ ở Hình 32.  
b) Những cặp vectơ cùng phương đó có cùng hướng không?

### C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

**Câu 1.** Trong mặt phẳng cho tam giác  $ABC$ . Tập hợp tất cả các điểm  $M$  thoả mãn  $\overrightarrow{AM}$  cùng phương với  $\overrightarrow{BC}$  là hình gì?

- A. Đường thẳng  $AB$ .  
B. Tia  $BA$ .  
C. Tia  $AB$ .

- D. Đường thẳng đi qua  $A$  song song với  $BC$ .
- Câu 2.** Trong mặt phẳng cho tam giác  $ABC$ . Tập hợp tất cả các điểm  $M$  thoả mãn  $\overrightarrow{AM}$  cùng hướng với  $\overrightarrow{AB}$  là hình gì?
- Đoạn thẳng  $AB$ .
  - Tia  $BA$ .
  - Tia  $AB$ .
  - Đường thẳng  $AB$ .
- Câu 3.** Trong mặt phẳng cho hai điểm phân biệt  $A, B$ . Tập hợp tất cả các điểm  $M$  thoả mãn  $|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{BM}|$  là hình gì?
- Đường tròn tâm  $A$  bán kính  $AB$ .
  - Đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .
  - Đường tròn tâm  $B$  bán kính  $AB$ .
  - Đoạn thẳng  $AB$ .
- Câu 4.** Trong mặt phẳng cho hai điểm phân biệt  $A, B$ . Tập hợp tất cả các điểm  $M$  thoả mãn  $\overrightarrow{AM}$  ngược hướng với  $\overrightarrow{AB}$  là hình gì?
- Đường thẳng  $AB$ .
  - Tia  $AB$ .
  - Tia đối của tia  $AB$  trừ điểm  $A$ .
  - Đoạn thẳng  $AB$ .
- Câu 5.** Trong mặt phẳng cho hai điểm phân biệt  $A, B$ . Tập hợp tất cả các điểm  $M$  thoả mãn  $|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{AB}|$  là hình gì?
- Đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .
  - Đường tròn tâm  $A$  bán kính  $AB$ .
  - Đường tròn tâm  $B$  bán kính  $AB$ .
  - Đoạn thẳng  $AB$ .
- Câu 6.** Cho hình thang  $ABCD$  có  $AB$  và  $CD$  song song với nhau. Phát biểu nào sau đây là đúng?
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .
  - $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{DC}$  cùng hướng.
  - $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{DC}$  ngược hướng.
  - $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .
- Câu 7.** Cho  $\vec{a} = \vec{b}$ . Phát biểu nào sau đây là sai?
- $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng.
  - $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng độ dài.
  - $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương.
  - $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương.
- Câu 8.** Cho điểm  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?
- $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$ .
  - $\overrightarrow{IA}$  và  $\overrightarrow{IB}$  cùng hướng.
  - $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$ .
  - $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ .

### BÀI TẬP BỔ SUNG

- Câu 9.** Vectơ có điểm đầu là  $D$ , điểm cuối là  $E$  được kí hiệu là:
- $DE$ .
  - $|\overrightarrow{DE}|$ .
  - $\overrightarrow{ED}$ .
  - $\overrightarrow{DE}$ .
- Câu 10.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Số các vectơ khác  $\vec{0}$  có điểm đầu và cuối là đỉnh của tứ giác bằng:
- 4
  - 6
  - 8
  - 12
- Câu 11.** Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AC$  của tam giác đều  $ABC$ . Hỏi cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?
- $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{CB}$ .
  - $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{MB}$ .
  - $\overrightarrow{MA}$  và  $\overrightarrow{MB}$ .
  - $\overrightarrow{AN}$  và  $\overrightarrow{CA}$ .

- Câu 12.** Cho  $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$  và một điểm  $C$ , có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn:  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$
- A. 0.                    B. 1.                    C. 2.                    D. Vô số.
- Câu 13.** Xét các mệnh đề sau
- (I): Véc tơ – không là véc tơ có độ dài bằng 0.  
 (II): Véc tơ – không là véc tơ có nhiều phương.
- A. Chỉ (I) đúng.            B. Chỉ (II) đúng.            C. (I) và (II) đúng.            D. (I) và (II) sai.
- Câu 14.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ , mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.  $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$ .            B.  $|\overrightarrow{AC}| = a$ .            C.  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ .            D.  $|\overrightarrow{AB}| = a$ .
- Câu 15.** Cho  $M$  là một điểm thuộc đoạn thẳng  $AB$  sao cho  $AB = 3AM$ . Hãy tìm khẳng định sai?
- A.  $|\overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MA}|$ .            B.  $|\overrightarrow{MA}| = 2|\overrightarrow{MB}|$ .            C.  $|\overrightarrow{BA}| = 3|\overrightarrow{AM}|$ .            D.  $|\overrightarrow{AM}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BM}|$ .
- Câu 16.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$ .            B.  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ .            C.  $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{DB}|$ .            D.  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ .
- Câu 17.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Các vectơ ngược hướng với  $\overrightarrow{OB}$  là:
- A.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{OD}$ .            B.  $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{BO}$ .            C.  $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DO}$ .            D.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{BO}$ .
- Câu 18.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 3, AD = 4$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ .            B.  $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$ .            C.  $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}|$ .            D.  $|\overrightarrow{BD}| = 7$ .
- Câu 19.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  tâm  $I, AB = 3, BC = 4$ . Khi đó  $|\overrightarrow{BI}|$  là:
- A. 7.                    B.  $\frac{5}{2}$ .                    C. 5.                    D.  $\frac{7}{2}$ .
- Câu 20.** Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng.  
 B. Hai vectơ cùng phương thì giá của chúng song song hoặc trùng nhau.  
 C. Hai vectơ có giá vuông góc thì cùng phương.  
 D. Hai vectơ ngược hướng với 1 vectơ thứ ba thì cùng phương.
- Câu 21.** Cho tam giác đều  $ABC$  với đường cao  $AH$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A.  $|\overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{HC}|$ .            B.  $|\overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{HC}|$ .            C.  $|\overrightarrow{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2}|\overrightarrow{HC}|$ .            D.  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ .
- Câu 22.** Nếu  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$  thì:
- A. tam giác  $ABC$  là tam giác cân            B. tam giác  $ABC$  là tam giác đều  
 C.  $A$  là trung điểm đoạn  $BC$             D. điểm  $B$  trùng với điểm  $C$
- Câu 23.** Cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng, trong đó  $N$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $P$ . Khi đó cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?
- A.  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{MP}$             B.  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{PN}$             C.  $\overrightarrow{MP}$  và  $\overrightarrow{PN}$             D.  $\overrightarrow{NP}$  và  $\overrightarrow{NM}$
- Câu 24.** Cho hình lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Số các vectơ khác vectơ không, cùng phương với vectơ  $\overrightarrow{OB}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là
- A. 4                    B. 6                    C. 8                    D. 10
- Câu 25.** Cho tứ giác đều  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CD, DA$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?
- A.  $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{QP}|$             B.  $|\overrightarrow{QP}| = |\overrightarrow{MN}|$             C.  $|\overrightarrow{MQ}| = |\overrightarrow{NP}|$             D.  $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$
- Câu 26.** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt và thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$             B.  $|\overrightarrow{CA}|$  và  $|\overrightarrow{CB}|$  cùng hướng  
 C.  $|\overrightarrow{AB}|$  và  $|\overrightarrow{AC}|$  ngược hướng            D.  $|\overrightarrow{BA}|$  và  $|\overrightarrow{BC}|$  cùng phương
- Câu 27.** Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AC$  của tam giác đều  $ABC$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A.  $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB}|$ .            B.  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ .            C.  $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{BC}|$ .            D.  $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$ .
- Câu 28.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ ?

- A.  $ABCD$  là hình bình hành.      B.  $ABDC$  là hình bình hành.  
 C.  $AD$  và  $BC$  có cùng trung điểm.      D.  $AB = CD$ .
- Câu 29.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  có tâm  $O$ . Đẳng thức nào sau đây là sai?  
 A.  $\overline{AB} = \overline{ED}$ .      B.  $|\overline{AB}| = |\overline{AF}|$ .      C.  $\overline{OD} = \overline{BC}$ .      D.  $\overline{OB} = \overline{OE}$ .
- Câu 30.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $P, Q, R$  lần lượt là trung điểm  $AB, BC, AD$ . Lấy 8 điểm trên làm điểm gốc hoặc điểm ngọn các vectơ. Tìm mệnh đề sai:  
 A. Có 2 vectơ bằng  $\overline{PQ}$     B. Có 4 vectơ bằng  $\overline{AR}$   
 C. Có 3 vectơ bằng  $\overline{BO}$     D. Có 5 vectơ bằng  $\overline{OP}$
- Câu 31.** Cho hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ . Điều kiện để điểm  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là:  
 A.  $\overline{IA} = \overline{BI}$ .      B.  $|\overline{AI}| = |\overline{BI}|$ .      C.  $IA = IB$ .      D.  $\overline{IA} = \overline{IB}$ .
- Câu 32.** Cho hình thoi  $ABCD$  có tâm  $I$ . Hãy cho biết số khẳng định đúng trong các khẳng định sau?  
 a)  $\overline{AB} = \overline{BC}$  b)  $\overline{AB} = \overline{DC}$  c)  $\overline{IA} = \overline{IO}$   
 d)  $\overline{IB} = \overline{IA}$  e)  $|\overline{AB}| = |\overline{BC}|$  f)  $2|\overline{IA}| = |\overline{BD}|$
- A. 3.      B. 4.      C. 5.      D. 6.
- Câu 33.** Điền từ thích hợp vào dấu (...) để được mệnh đề đúng. Hai véc tơ ngược hướng thì (...).  
 A. Bằng nhau.      B. Cùng phương.      C. Cùng độ dài.      D. Cùng điểm đầu.
- Câu 34.** Cho vectơ  $\vec{a}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?  
 A. Có vô số vectơ  $\vec{u}$  mà  $\vec{u} = \vec{a}$ .      B. Có duy nhất một  $\vec{u}$  mà  $\vec{u} = \vec{a}$ .  
 C. Có duy nhất một  $\vec{u}$  mà  $\vec{u} = -\vec{a}$ .      D. Không có vectơ  $\vec{u}$  nào mà  $\vec{u} = \vec{a}$ .
- Câu 35.** Cho hình bình hành  $ABGE$ . Đẳng thức nào sau đây đúng.  
 A.  $\overline{BA} = \overline{EG}$ .      B.  $\overline{AG} = \overline{BE}$ .      C.  $\overline{GA} = \overline{BE}$ .      D.  $\overline{BA} = \overline{GE}$ .
- Câu 36.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  tâm  $O$ . Hãy tìm các vectơ khác vectơ-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm  $O$  sao cho bằng với  $\overline{AB}$ ?  
 A.  $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{FD}$       B.  $\overline{FO}, \overline{AC}, \overline{ED}$       C.  $\overline{BO}, \overline{OC}, \overline{ED}$       D.  $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{ED}$
- Câu 37.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CA$ . Xác định các vectơ cùng phương với  $\overline{MN}$ .  
 A.  $\overline{AC}, \overline{CA}, \overline{AP}, \overline{PA}, \overline{PC}, \overline{CP}$       B.  $\overline{NM}, \overline{BC}, \overline{CB}, \overline{PA}, \overline{AP}$   
 C.  $\overline{NM}, \overline{AC}, \overline{CA}, \overline{AP}, \overline{PA}, \overline{PC}, \overline{CP}$       D.  $\overline{NM}, \overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AM}, \overline{MA}, \overline{PN}, \overline{CP}$
- Câu 38.** Cho ba điểm  $A, B, C$  cùng nằm trên một đường thẳng. Các vectơ  $\overline{AB}, \overline{BC}$  cùng hướng khi và chỉ khi:  
 A. Điểm  $B$  thuộc đoạn  $AC$       B. Điểm  $A$  thuộc đoạn  $BC$   
 C. Điểm  $C$  thuộc đoạn  $AB$       D. Điểm  $A$  nằm ngoài đoạn  $BC$
- Câu 39.** Cho tam giác đều cạnh  $2a$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?  
 A.  $\overline{AB} = \overline{AC}$       B.  $|\overline{AB}| = 2a$       C.  $|\overline{AB}| = 2a$       D.  $\overline{AB} = AB$
- Câu 40.** Cho tam giác không cân  $ABC$ . Gọi  $H, O$  lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác.  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?  
 A. Tam giác  $ABC$  nhọn thì  $\overline{AH}, \overline{OM}$  cùng hướng.  
 B.  $\overline{AH}, \overline{OM}$  luôn cùng hướng.  
 C.  $\overline{AH}, \overline{OM}$  cùng phương nhưng ngược hướng.  
 D.  $\overline{AH}, \overline{OM}$  có cùng giá
- Câu 41.** Cho hình thoi tâm  $O$ , cạnh bằng  $a$  và  $\hat{A} = 60^\circ$ . Kết luận nào sau đây là đúng?  
 A.  $|\overline{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$       B.  $|\overline{OA}| = a$       C.  $|\overline{OA}| = |\overline{OB}|$       D.  $|\overline{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

- Câu 42.** Cho 3 điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng,  $M$  là điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?  
 A.  $\forall M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ .      B.  $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$ .  
 C.  $\forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$ .      D.  $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ .
- Câu 43.** Cho hai điểm phân biệt  $A, B$ . Số vectơ (khác  $\vec{0}$ ) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm  $A, B$  là:  
 A. 2.      B. 6.      C. 13.      D. 12.
- Câu 44.** Gọi  $C$  là trung điểm của đoạn  $AB$ . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:  
 A.  $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$ .      B.  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng hướng.  
 C.  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CB}$  ngược hướng.      D.  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CB}|$ .
- Câu 45.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Các vectơ là vectơ đối của vectơ  $\overrightarrow{AD}$  là  
 A.  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ .      B.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$ .      C.  $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$ .      D.  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}$ .
- Câu 46.** Số vectơ (khác  $\vec{0}$ ) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước là  
 A. 42.      B. 3.      C. 9.      D. 27.
- Câu 47.** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$  và  $G$  là trọng tâm. Gọi  $I$  là trung điểm của  $AG$ . Độ dài của vectơ  $\overrightarrow{BI}$  là  
 A.  $a \frac{\sqrt{21}}{6}$ .      B.  $a \frac{\sqrt{21}}{3}$ .      C.  $a \frac{\sqrt{3}}{6}$ .      D.  $a \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- Câu 48.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Trên các đoạn thẳng  $DC, AB$  theo thứ tự lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $DM = BN$ . Gọi  $P$  là giao điểm của  $AM, DB$  và  $Q$  là giao điểm của  $CN, DB$ . Khẳng định nào đúng?  
 A.  $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{QB}$ .      B.  $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$ .      C.  $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{MN}|$ .      D.  $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$ .
- Câu 49.** Cho hình thoi  $ABCD$  cạnh  $a$  và  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?  
 A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$ .      B.  $|\overrightarrow{BD}| = a$ .      C.  $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$ .      D.  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA}$ .
- Câu 50.** Cho  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là các vectơ khác  $\vec{0}$  với  $\vec{a}$  là vectơ đối của  $\vec{b}$ . Khẳng định nào sau đây sai?  
 A. Hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương.      B. Hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  ngược hướng.  
 C. Hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng độ dài.      D. Hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  chung điểm đầu.
- Câu 51.** Cho tam giác  $ABC$  có  $M, N, D$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC, BC$ . Khi đó, các vectơ đối của vectơ  $\overrightarrow{DN}$  là:  
 A.  $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$ .      B.  $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$ .  
 C.  $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AM}$ .      D.  $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{ND}$ .
- Câu 52.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $DC, AB$ ;  $P$  là giao điểm của  $AM, DB$  và  $Q$  là giao điểm của  $CN, DB$ . Khẳng định nào sau đây là đúng nhất.  
 A.  $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{NB}$       B.  $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QB}$       C. Cả A, B đều đúng      D. Cả A, B đều sai
- Câu 53.** Cho hình thang  $ABCD$  có hai đáy là  $AB$  và  $CD$  với  $AB = 2CD$ . Từ C vẽ  $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{DA}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng nhất?  
 A.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{IC}$       B.  $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{CB}$   
 C. Cả A, B đều đúng      D. A đúng, B sai
- Câu 54.** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm H. Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
 A.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$ .      B.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ .

C.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CH}$ . D.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$  và  $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$ .

**Câu 55.** Cho tam giác  $ABC$  với trực tâm  $H$ .  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$  B.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{HC}$   
C.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$  D.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$  và  $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$

**Câu 56.** Cho  $\Delta ABC$  với điểm  $M$  nằm trong tam giác. Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là trung điểm của  $BC, CA, AB$  và  $N, P, Q$  lần lượt là các điểm đối xứng với  $M$  qua  $A', B', C'$ . Câu nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$  và  $\overrightarrow{QB} = \overrightarrow{NC}$  B.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{QN}$  và  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$   
C.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CN}$  và  $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{QN}$  D.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BN}$  và  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$

**Câu 57.** Cho tam giác  $ABC$  có  $H$  là trực tâm và  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $O$ . Câu nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$  B.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  C.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$  D.  $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AH}$

**Câu 58.** Cho đường tròn tâm  $O$ . Từ điểm  $A$  nằm ngoài  $(O)$ , kẻ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  tới  $(O)$ . Xét mệnh đề:

(I)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$  (II)  $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OC}$  (III)  $|\overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{CO}|$

Mệnh đề đúng là:

A. Chỉ (I) B. (I) và (III) C. (I), (II), (III) D. Chỉ (III)

**Câu 59.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $P, Q, R$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, AD$ . Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vecto. Tìm mệnh đề sai?

A. Có 2 vecto bằng  $\overrightarrow{PR}$  B. Có 4 vecto bằng  $\overrightarrow{AR}$  C. Có 2 vecto bằng  $\overrightarrow{BO}$  D. Có 5 vecto bằng  $\overrightarrow{OP}$

**Câu 60.** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$  cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ ,  $N$  là điểm đối xứng với  $C$  qua

D. Hãy tính độ dài của vecto  $\overrightarrow{MN}$ .

A.  $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{15}}{2}$  B.  $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{3}$  C.  $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$  D.  $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{4}$

**Câu 61.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CD, DA$ . Gọi  $O$  là giao điểm của các đường chéo của tứ giác  $MNPQ$ , trung điểm của các đoạn thẳng  $AC, BD$  tương ứng là  $I, J$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OJ}$  B.  $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NQ}$  C.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$  D.  $\overrightarrow{OI} = -\overrightarrow{OJ}$

**Câu 62.** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm  $H$ ,  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$ . B.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ .

C.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{HD}$ . D.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ .

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ↗ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ↗ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ↗ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: **Nguyễn Vương**

↗ [https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUBt3nwJfA?view\\_as=subscriber](https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUBt3nwJfA?view_as=subscriber)

↗ Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>