

BÀI 14. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

- | FanPage: Nguyễn Bảo Vương

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. SỐ TRUNG BÌNH VÀ TRUNG VỊ

A. SỐ TRUNG BÌNH

Số trung bình (số trung bình cộng) của mẫu số liệu $x_1, x_2 \dots x_n$, kí hiệu là \bar{x} , được tính bằng công thức

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Chú ý. Trong trường hợp mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số thì số trung bình được tính theo công thức:

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_k x_k}{n}, \text{trong đó } m_k \text{ là tần số của giá trị } x_k \text{ và } n = m_1 + m_2 + \dots + m_k$$

Ý nghĩa. Số trung bình là giá trị trung bình cộng của các số trong mẫu số liệu, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng để đại diện cho mẫu số liệu.

Ví dụ 1. Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, An thu được kết quả như bảng bên. Hỏi trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc bao nhiêu cuốn sách?

Số cuốn sách	1	2	3	4	5
Số bạn	3	5	15	10	7

Lời giải

Số bạn trong lớp là $n = 3 + 5 + 15 + 10 + 7 = 40$ (bạn).

Trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc số cuốn sách là:

$$\frac{3 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 7 \cdot 5}{40} = 3,325 \text{ (cuốn).}$$

Ý nghĩa. Số trung bình là giá trị trung bình cộng của các số trong mẫu số liệu, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng để đại diện cho mẫu số liệu.

B. SỐ TRUNG VỊ

Để tìm trung vị (kí hiệu là M_e) của một mẫu số liệu, ta thực hiện như sau:

Sắp xếp các giá trị trong mẫu số liệu theo thứ tự không giảm xác định số liệu phân bố n là chẵn hay lẻ

Nếu n lẻ thì số trung vị là số thứ $\frac{n+1}{2}$

Nếu n chẵn thì số trung vị là số trung bình cộng của hai số liên tiếp đứng thứ $\frac{n}{2}$ và $\frac{n}{2} + 1$

Ví dụ 2. Một công ty nhỏ gồm 1 giám đốc và 5 nhân viên, thu nhập mỗi tháng của giám đốc là 20 triệu đồng, của nhân viên là 4 triệu đồng. Hãy tìm trung vị cho mẫu số liệu về lương của giám đốc và nhân viên công ty được cho.

Lời giải

Để tìm trung vị của mẫu số liệu trên, ta làm như sau:

- Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm:

4 4 $\overbrace{4 4}^{\text{Hai giá trị chính giữa}}$ 4 20.

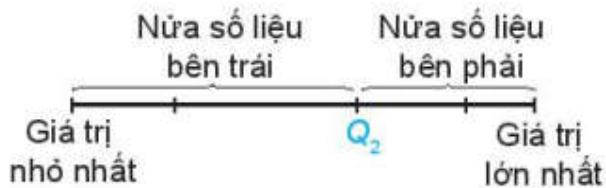
- Dãy trên có hai giá trị chính giữa cùng bằng 4. Vậy trung vị của mẫu số liệu cũng bằng 4. Trong mẫu số liệu được sắp xếp trên, số phần tử ở bên trái trung vị và số phần tử ở bên phải trung vị bằng nhau và bằng 3. Lương của giám đốc cao hơn hẳn số trung bình, đây chính là giá trị bất thường. Nếu ta thay lương của giám đốc là 30; 40; 50; ... (triệu đồng) thì trung vị vẫn không thay đổi trong khi số trung bình sẽ thay đổi.

Ý nghĩa. Trung vị là giá trị chia đôi mẫu số liệu, nghĩa là trong mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm thì giá trị trung vị ở vị trí chính giữa. Trung vị không bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường trong khi số trung bình bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường.

2. TỨ PHÂN VỊ

Để tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu có n giá trị, ta làm như sau:

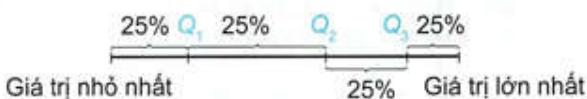
- Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.



- Tìm trung vị. Giá trị này là Q_2 .
- Tìm trung vị của nửa số liệu bên trái Q_1 (không bao gồm Q_2 nên $n=14$). Giá trị này là Q_1 .
- Tìm trung vị của nửa số liệu bên phải Q_3 (không bao gồm Q_2 nên $n=14$). Giá trị này là Q_3 . Q_1, Q_2, Q_3 được gọi là các tứ phân vị của mẫu số liệu.

Chú ý. Q_1 được gọi là tứ phân vị thứ nhất hay tứ phân vị dưới, Q_3 được gọi là tứ phân vị thứ ba hay tứ phân vị trên

Ý nghĩa. Các điểm Q_1, Q_2, Q_3 chia mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn thành bốn phần, mỗi phần đều chứa 25% giá trị



Ví dụ 3. Hàm lượng Natri (đơn vị miligam, $1mg = 0,001g$) trong $100g$ một số loại ngũ cốc được cho như sau:

0 340 70 140 200 180 210 150 100 130
140 180 190 160 290 50 220 180 200 210

Hãy tìm các tứ phân vị. Các tứ phân vị này cho ta thông tin gì?

Lời giải

- Sắp xếp các giá trị này theo thứ tự không giảm:

0 50 70 100 130 140 150 160 180 180 180 190 200 200 210 210 220 290 340

Hai giá trị chính giữa

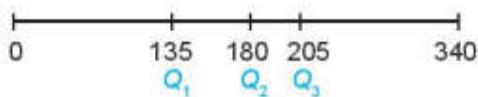
- Vì $n=20$ là số chẵn nên Q_2 là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa $Q_2 = (180+180)/2 = 180$.

- Ta tìm Q_1 là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 .

0 50 70 100 130 140 140 150 160 180 và tìm được $Q_1 = (130+140)/2 = 135$.

- Ta tìm Q_3 là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 .

180 180 190 200 200 210 210 220 290 và tìm được $Q_3 = (200+210)/2 = 205$.



Hình ảnh về sự phân bố của mẫu số liệu

Các tứ phân vị cho ta hình ảnh phân bố của mẫu số liệu. Khoảng cách từ Q_1 đến Q_2 là 45 trong khi khoảng cách từ Q_2 đến Q_3 là 25. Điều này cho thấy mẫu số liệu tập trung với mật độ cao ở bên phải của Q_2 và mật độ thấp ở bên trái của Q_2 .

3. MỐT

Mốt của mẫu số liệu là giá trị xuất hiện với tần số lớn nhất

Ý nghĩa. Có thể dùng mốt để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu khi mẫu số liệu có nhiều giá trị trùng nhau

Nhận xét. Mốt có thể không là duy nhất. Khi các giá trị trong mẫu số liệu xuất hiện với tần số như nhau thì mẫu số liệu không có mốt.

Ví dụ 4. Thời gian truy cập Internet (đơn vị giờ) trong một ngày của một số học sinh lớp 10 được cho như sau:

0 0 1 1 1 3 4 4 5 6

Tim mốt cho mẫu số liệu này.

Lời giải

Vì số học sinh truy cập Internet 1 giờ mỗi ngày là lớn nhất (có 3 học sinh) nên mốt là 1.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP**BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP**

Câu 1. Bốn bạn Bình, Cường, Hoa, Kiên cùng thi vào trường phổ thông chất lượng cao Bình Minh. Kết quả thi được cho bởi bảng thống kê sau:

Học sinh	Điểm Toán	Điểm Ngữ Văn	Điểm Tiếng Anh
Bình	10	8	9
Cường	6	7	5
Hoa	10	10	4
Kiên	9	5	10

Tính điểm trung bình kết quả thi 3 môn Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh của mỗi bạn và cho biết bạn nào trúng tuyển. Biết rằng, nếu muốn trúng tuyển, điểm trung bình các môn thi ở trên phải lớn hơn hoặc bằng 8 và không môn nào dưới 5 điểm.

Lời giải

Điểm trung bình kết quả thi của các bạn Bình, Cường, Hoa, Kiên lần lượt là:

$$\bar{x}_B = \frac{10+8+9}{3} = 9, \quad \bar{x}_C = \frac{6+7+5}{3} = 6,$$

$$\bar{x}_H = \frac{10+10+4}{3} = 8, \quad \bar{x}_K = \frac{9+5+10}{3} = 8.$$

Dựa vào các số liệu trên, ta thấy bạn Bình và bạn Kiên trúng tuyển.

Câu 2. Đầu năm học, nhà trường cho học sinh khám sức khỏe. Mẫu số liệu thống kê kết quả đo cân nặng (đơn vị: ki-lô-gam) của 7 bạn nam đầu tiên như sau:

64 58 62,1 55 67 61 60,5

Trung vị của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

Lời giải

Sắp xếp các số liệu của mẫu trên theo thứ tự không giảm:

55 58 60,5 61 62,1 64 67

Mẫu số liệu trên có 7 số. Số thứ tư là 61. Vì vậy $M_e = 61(kg)$.

Câu 3. Mẫu số liệu thống kê chiều cao (đơn vị: xăng-ti-mét) của 10 bạn tớ I lớp 10A như sau:

164 156 170 168 158 173 167 161 157 174

Trung vị của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

Lời giải

Sắp xếp các số liệu của mẫu trên theo thứ tự không giảm:

156 157 158 161 164 167 168 170 173 174

Mẫu số liệu trên có 10 số. Số thứ năm và số thứ sáu lần lượt là 164 và 167.

$$\text{Vì vậy } M_e = \frac{164+167}{2} = 165,5(cm).$$

Câu 4. Mẫu số liệu thống kê số cân nặng (đơn vị: ki-lô-gam) tăng thêm của 7 trẻ sơ sinh trong ba tháng đầu tiên như sau:

0,9 1,0 1,1 1,14 1,18 1,2 1,3

Tứ phân vị của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

Lời giải

Mẫu số liệu trên đã được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu trên là 1,14.

Trung vị của dãy 0,9;1,0;1,1 là 1,0.

Trung vị của dãy 1,18;1,2;1,3 là 1,2.

Vậy $Q_1 = 1,0$; $Q_2 = 1,14$; $Q_3 = 1,2$.

Câu 5. Mẫu số liệu thống kê thời gian (đơn vị: phút) đọc hết một cuốn sách của 9 bạn tố I lớp 10A như sau: 102 130 118 127 115 138 121 109 132

Tứ phân vị của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

Lời giải

Sắp xếp các số liệu của mẫu trên theo thứ tự không giảm:

102 109 115 118 121 127 130 132 138

Trung vị của mẫu số liệu trên là 121.

Trung vị của dãy 102, 109, 115, 118 là: $\frac{109+115}{2} = 112$.

Trung vị của dãy 127, 130, 132, 138 là: $\frac{130+132}{2} = 131$.

Vậy $Q_1 = 112$, $Q_2 = 121$, $Q_3 = 131$.

Câu 6. Một cửa hàng bán giày thông kê số đôi giày bán được trong Quý III năm 2020 như sau:

Cỡ giày	37	38	39	40	41	42	43	44
Số đôi giày bán được (Tần số)	41	49	50	71	53	46	27	5

a) Một trong bảng tần số thống kê số giày bán ra trong Quý III năm 2020 của cửa hàng trên là bao nhiêu?

b) Cửa hàng đó nên nhập về nhiều hơn cỡ giày nào để bán tiếp?

Lời giải

a) Vì tần số lớn nhất là 71 và 71 tương ứng với cỡ giày 40 nên một của bảng trên là 40.

b) Cửa hàng nên nhập về nhiều hơn cỡ giày 40 để bán tiếp.

Câu 7. Bảng sau thống kê số lớp và số học sinh theo từng khối ở một trường Trung học phổ thông.

Khối	10	11	12
Số lớp	9	8	8
Số học sinh	396	370	345

Hiệu trưởng trường đó cho biết số mỗi lớp trong trường đều không vượt quá 45 học sinh.

Biết rằng trong bảng trên có một khối lớp bị thống kê sai, hãy tìm khối lớp đó.

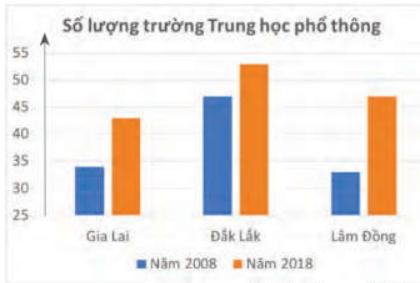
Lời giải

Từ bảng, ta tính được số học sinh trung bình của mỗi khối lớp (bằng số học sinh chia số lớp) như bảng dưới đây:

Khối	10	11	12
Tổng số học sinh mỗi lớp	44	46	29

Ta thấy trung bình số học sinh mỗi lớp của khối 11 vượt quá 45 học sinh. Do đó trong bảng số liệu đã cho, khối 11 bị thống kê sai.

Câu 8. Số lượng trường Trung học phổ thông (THPT) của các tỉnh Gia Lai, Đăk Lăk và Lâm Đồng trong hai năm 2008 và 2018 được cho ở biểu đồ bên.



(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

Hãy cho biết các phát biểu sau là đúng hay sai:

a) Số lượng trường THPT của các tỉnh năm 2018 đều tăng so với năm 2008.

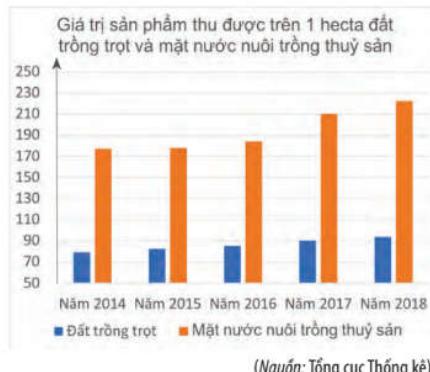
b) Ở Gia Lai, số trường THPT năm 2018 tăng gấp đôi so với năm 2008.

Lời giải

Nhìn vào biểu đồ ta thấy số lượng trường THPT của các tỉnh năm 2018 đều lớn hơn so với năm 2008 nên khẳng định ở câu a) là đúng.

Số lượng trường THPT ở Gia Lai năm 2008 là gần 35 trường, nhưng số lượng trường năm 2018 lại nhỏ hơn 45 trường do đó khẳng định ở câu b) là sai.

Câu 9. Biểu đồ bên thể hiện giá trị sản phẩm (đơn vị: triệu đồng) trung bình thu được trên một hecta đất trồng trọt và mặt nước nuôi trồng thủy sản trên cả nước từ năm 2014 đến năm 2018. Hãy cho biết các phát biểu sau là đúng hay sai:



- a) Giá trị sản phẩm trung bình thu được trên một hecta mặt nước nuôi trồng thủy sản cao hơn trên một hecta đất trồng trọt.
- b) Giá trị sản phẩm thu được trên cả đất trồng trọt và mặt nước nuôi trồng thủy sản đều có xu hướng tăng từ năm 2014 đến năm 2018.
- c) Giá trị sản phẩm trung bình thu được trên một hecta mặt nước nuôi trồng thủy sản cao gấp khoảng 3 lần trên một hecta đất trồng trọt.

Lời giải

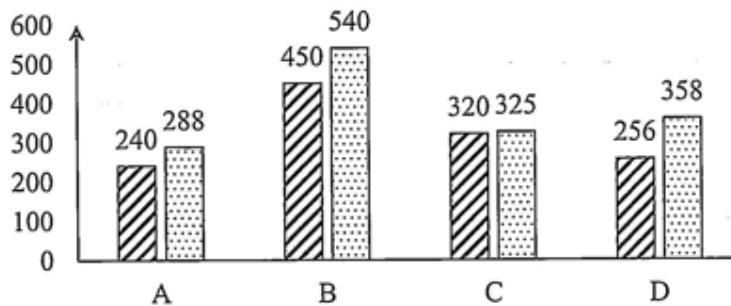
Nhìn vào biểu đồ ta thấy giá trị sản phẩm trung bình thu được trên một hecta mặt nước nuôi trồng thủy sản đều cao hơn trên một hecta đất trồng trọt nên khẳng định ở câu a) là đúng.

Dễ thấy giá trị sản phẩm trung bình thu được trên một hecta mặt nước nuôi trồng thủy sản (hoặc đất trồng trọt) đều có xu hướng tăng từ năm 2014 đến năm 2018. Do đó, khẳng định ở câu b) là đúng.

Từ năm 2014 đến năm 2018, giá trị sản phẩm trung bình thu được trên một hecta đất trồng trọt tăng từ khoảng 80 đến 95, trong khi trên một hecta mặt nước nuôi trồng thủy sản là từ gần 180 đến 225, gấp cao gấp khoảng 2,3 lần. Do đó khẳng định ở câu c) là sai.

Câu 10. Biểu đồ dưới đây biểu diễn lợi nhuận mà 4 chi nhánh A, B, C, D của một doanh nghiệp thu được trong năm 2020 và 2021.

Lợi nhuận của các cửa hàng trong năm 2020 và 2021
(đơn vị: ti VNĐ)



■ Năm 2020 ■ Năm 2021

Hãy kiểm tra xem các phát biểu sau là đúng hay sai:

- a) Lợi nhuận thu được của các chi nhánh trong năm 2021 đều cao hơn năm 2020.
- b) So với năm 2020, lợi nhuận của các chi nhánh thu được trong năm 2021 đều tăng trên 10%.
- c) Chi nhánh B có tỉ lệ lợi nhuận tăng cao nhất.

Lời giải

- Phát biểu a) là đúng.

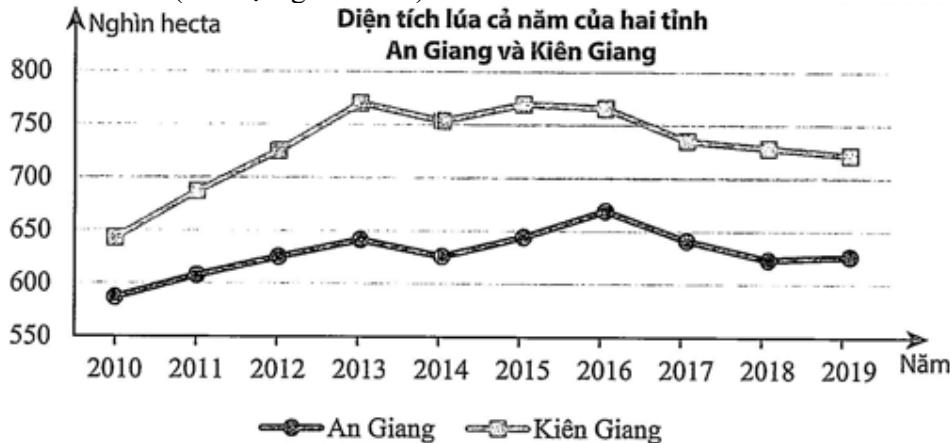
- Chi nhánh C có tỉ lệ lợi nhuận tăng $\frac{325 - 320}{320} \approx 1,56\% < 10\%$ nên phát biểu b) là sai.

- Chi nhánh B có tỉ lệ lợi nhuận tăng $\frac{540 - 450}{450} = 20\%$.

Chi nhánh D có tỉ lệ lợi nhuận tăng $\frac{358 - 256}{256} = 39,8\%$.

Do đó phát biểu c) là sai.

- Câu 11.** Biểu đồ dưới đây biểu thị diện tích lúa cả năm của hai tỉnh An Giang và Kiên Giang từ năm 2010 đến năm 2019 (đơn vị: nghìn hecta).



(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

Hãy kiểm tra xem các phát biểu sau là đúng hay sai, tại sao?

- a) Ở năm 2010, diện tích lúa của tỉnh Kiên Giang cao hơn hai lần diện tích lúa của tỉnh An Giang.
- b) Từ năm 2016, diện tích lúa của tỉnh An Giang đạt trên 650 nghìn hecta.
- c) Diện tích lúa của cả hai tỉnh An Giang và Hậu Giang đều giảm vào năm 2014 sau đó tăng trở lại vào năm 2015.
- d) Những năm diện tích lúa của tỉnh An Giang tăng thì diện tích lúa của tỉnh Kiên Giang cũng tăng.

Lời giải

- Phát biểu a) là sai.
- Phát biểu b) là sai vì sau từ năm 2017 đến 2019, diện tích lúa của An Giang nhỏ hơn 650 nghìn hecta.
- Phát biểu c) là đúng.
- Phát biểu d) là sai vì trong năm 2016, diện tích lúa của An Giang tăng trong khi diện tích lúa của Kiên Giang lại giảm.

- Câu 12.** Tâm ghi lại số liệu từ trang web của Tổng cục Thống kê bảng nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2020 tại một trạm quan trắc đặt ở thành phố Vinh.

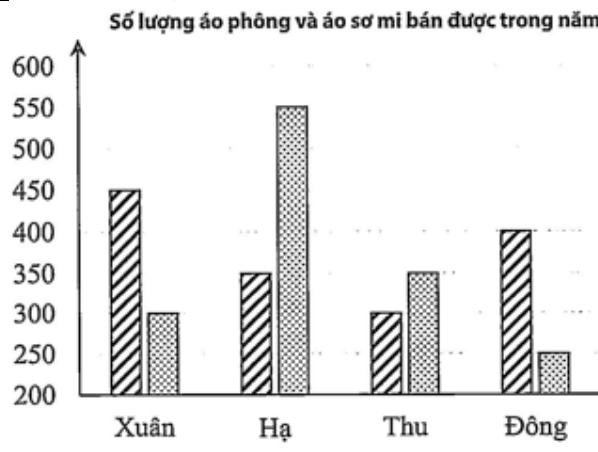
Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nhiệt độ	20,9	20,7	23,7	23	29,5	32,2	4,5	29,6	28,9	23,8	23,1	18,4

Bạn Tâm đã ghi nhầm nhiệt độ của một tháng trong bảng trên. Theo em bạn Tâm đã ghi nhầm số liệu của tháng mấy? Tại sao?

Lời giải

Tâm ghi nhầm nhiệt độ của tháng 7. Do tháng 7 là vào mùa hè nên nhiệt độ trung bình trong tháng đó ở thành phố Vinh phải cao hơn $4,5^{\circ}C$.

- Câu 13.** Biểu đồ dưới đây biểu diễn số áo phông và áo sơ mi một cửa hàng bán được theo bốn mùa trong năm.



Áo sơ mi Áo phông

Hãy kiểm tra xem các phát biểu sau là đúng hay sai. Tại sao?

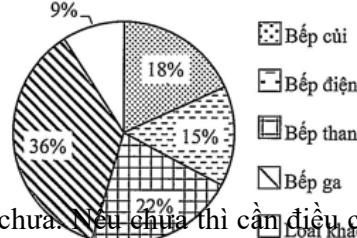
- a) Vào mùa hạ, số lượng áo phông bán được gấp 3 lần số lượng áo sơ mi.
- b) Vào mùa xuân, số áo sơ mi bán được nhiều gấp 1,5 lần số áo phông.
- c) Trong cả năm, tổng số áo sơ mi bán được nhiều hơn tổng số áo phông.
- d) Tổng số áo sơ mi và áo phông bán được vào mùa thu là thấp nhất so với các mùa khác.

Lời giải

Phát biểu a) và d) là sai. Phát biểu b) và c) là đúng.

Câu 14. Phương vẽ biểu đồ biều thị tần số lượng mỗi loại bếp mà gia đình các bạn trong lớp sử dụng thường xuyên để đun nấu theo bảng thống kê dưới đây.

Loại bếp	Số gia đình
Bếp củi	10
Bếp điện	12
Bếp than	8
Bếp ga	20
Loại khác	5



Hãy cho biết Phương vẽ biểu đồ chính xác chưa. Nếu chưa thì cần điều chỉnh lại như thế nào cho đúng?

Lời giải

Phương nhầm giữa số gia đình dùng bếp điện và bếp than.

Câu 15. Tìm số trung bình, trung vị, mode và tứ phân vị của mỗi màu số liệu sau đây:

- a) Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu:

9 8 15 8 20

- b) Giá của một số loại giày (đơn vị nghìn đồng): 350 300 650 300 450 500 300 250

- c) Số kênh được chiếu của một số hãng truyền hình cáp: 36 38 33 34 32 30 34 35

Lời giải

- a) Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu:

9 8 15 8 20

$$\text{Số trung bình: } \bar{X} = \frac{9+8+15+8+20}{5} = 12$$

Trung vị:

Sắp xếp theo thứ tự không giảm:

8 8 9 15 20

Ta có $n=5$ là số lẻ nên trung vị là 9.

Mode: Ta thấy số 8 là số có tần số cao nhất (xuất hiện 2 lần)

Tứ phân vị:

+ Tìm Q_2

Ta có trung vị là 9 $\Rightarrow Q_2 = 9$.

+ Tìm Q_1

Nửa số liệu bên trái là: 8 8

$$\text{Trung vị của mẫu này là } \frac{8+8}{2} = 8 \Rightarrow Q_1 = 8$$

+ Tìm Q_3

Nửa số liệu bên phải là: 15 20

$$\text{Trung vị của mẫu này là } \frac{15+20}{2} = 17,5 \Rightarrow Q_3 = 17,5$$

Vậy số trung bình là 12, trung vị là 9 và mốt là 8, $Q_1 = 8, Q_3 = 17,5$

b) Giá của một số loại giày (đơn vị nghìn đồng):

350 300 650 300 450 500 300 250

$$\text{Số trung bình: } \bar{X} = \frac{350 + 300 \cdot 3 + 650 + 450 + 500 + 300 + 250}{8} = 387,5$$

Trung vị:

Sắp xếp theo thứ tự không giảm:

250 300 300 **350** 450 500 650

Ta có $n=8$ là số chẵn nên trung vị là trung bình cộng của hai số chính giữa.

Hai số chính giữa là 300 và 350

$$\Rightarrow \text{Trung vị là } \frac{300 + 350}{2} = 325$$

Mốt: Ta thấy số 300 là số có tần số cao nhất (xuất hiện 3 lần)

Tứ phân vị:

+ Tìm Q_2

Ta có trung vị là 325 $\Rightarrow Q_2 = 325$.

+ Tìm Q_1

Vì n chẵn nên nửa số liệu bên trái là: 250 **300** **300** 300

$$\text{Trung vị của mẫu này là } \frac{300 + 300}{2} = 300 \Rightarrow Q_1 = 300$$

+ Tìm Q_3

Vì n chẵn nên nửa số liệu bên phải là: 350 **450** **500** 650

$$\text{Trung vị của mẫu này là } \frac{450 + 500}{2} = 475 \Rightarrow Q_3 = 475$$

Vậy số trung bình là 387,5, trung vị là 325 và mốt là 300, $Q_1 = 300, Q_3 = 475$

c) Số kênh được chiếu của một số hãng truyền hình cáp: 36 38 33 34 32 30 34

$$\text{Số trung bình: } \bar{X} = \frac{36 + 38 + 33 + 34 \cdot 2 + 32 + 30 + 34}{8} = 34$$

Trung vị:

Sắp xếp theo thứ tự không giảm: 30 32 33 **34** **34** 35 36 38

Ta có $n=8$ là số chẵn nên trung vị là trung bình cộng của hai số chính giữa.

Hai số chính giữa là 34 và 34

$$\Rightarrow \text{Trung vị là } 34$$

Mốt: Ta thấy số 34 là số có tần số cao nhất (xuất hiện 2 lần)

Tứ phân vị:

+ Tìm Q_2

Ta có trung vị là 34 $\Rightarrow Q_2 = 34$.

+ Tìm Q_1

Vì n chẵn nên nửa số liệu bên trái là: 30 **32** **33** 34

$$\text{Trung vị của mẫu này là } \frac{32 + 33}{2} = 32,5 \Rightarrow Q_1 = 32,5$$

+ Tìm Q_3

Vì n chẵn nên nửa số liệu bên phải là: 34 35 36 38

Trung vị của mẫu này là $\frac{35+36}{2} = 35,5 \Rightarrow Q_3 = 35,5$

Vậy số trung bình là 34, trung vị là 34 và mốt là 34, $Q_1 = 32,5, Q_3 = 35,5$

Câu 16. Hãy chọn số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mỗi mẫu số liệu sau. Giải thích và tính giá trị của số đặc trưng đó.

a) Số mặt trăng đã biết của các hành tinh:

Hành tinh	Thuỷ tinh	Kim tinh	Trái Đất	Hoả tinh	Mộc tinh	Thổ tinh	Thiên Vương tinh	Hải Vương tinh
Số mặt trăng	0	0	1	2	63	34	27	13

b) Số đường chuyển thành công trong một trận đấu của một số cầu thủ bóng đá: 32 24 20 14 23.

c) Chỉ số IQ của một nhóm học sinh:

80 10 83 10 10 94 11 10 10 100
2 3 8 0 6 4

d) Các sai số trong một phép đo: 10 15 18 15 14 13 42 15 12 14 42.

Lời giải

a) Sắp xếp lại số liệu:

0 0 1 2 13 27 34 63

Trung vị là $\frac{(2+13)}{2} = 7,5$.

Ta không chọn số trung bình vì số trung bình là 17,5 chênh lệch với 63 lớn. Mốt cũng thế.

b) Các số liệu bài cho không chênh lệch quá lớn với số trung bình nên ta chọn số trung bình.

Số đường truyền trung bình là: $\frac{32+24+20+14+23}{5} = 22,6$

c) Các số liệu bài cho không chênh lệch quá lớn với số trung bình nên ta chọn số trung bình.

IQ trung bình là $\frac{80+102+83+103+108+94+110+106+104+100}{10} = 99$

d) Ta thấy có hai giá trị 42 chênh lệch lớn với các số còn lại nên ta chọn Mốt để đo xu thế trung tâm.

Mốt là 15 (tần số là 3).

Câu 17. Số lượng học sinh giỏi Quốc gia năm học 2018-2019 của 10 trường Trung học phổ thông được cho như sau:

0 0 4 0 0 0 10 0 6 0

a) Tìm số trung bình, mốt, các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

b) Giải thích tại sao tứ phân vị thứ nhất và trung vị trùng nhau.

Lời giải

a) Sắp xếp theo thứ tự không giảm:

0 0 0 0 0 0 4 6

Số trung bình: $\bar{X} = \frac{0.7+4+6+10}{10} = 2$

Trung vị: $Q_2 = 0$

Tứ phân vị:

+ Nửa bên trái của Q_2 : 0 0 0 0 0

$\Rightarrow Q_1 = 0$

+ Nửa bên phải của Q_2 : 0 0 4 6 10

$\Rightarrow Q_3 = 4$

b) Tứ phân vị thứ nhất và trung vị trùng nhau vì mật độ của mẫu số liệu tập trung hết ở nửa trái của trung vị, mẫu số liệu bên trái có số liệu bằng 0 hết.

Câu 18. Bảng sau đây cho biết số chỗ ngồi của một số sân vận động được sử dụng trong Giải Bóng đá Vô địch Quốc gia Việt Nam năm 2018 (số liệu gần đúng).

Sân vận động	Cẩm phả	Thiên trường	Hàng Đẫy	Thanh Hóa	Mỹ Đình
Số chỗ ngồi	20120	21315	23405	20120	37546

(Theo vov, vn)

Các giá trị số trung bình, trung vị, mode bị ảnh hưởng thế nào nếu bỏ đi số liệu chỗ ngồi của Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình?

Lời giải

Sắp xếp lại mẫu số liệu:

20120 20120 21315 23405 37546

Số trung bình:

$$\frac{20120.2 + 21315 + 23405 + 37546}{5} = 24501,2$$

Trung vị: 21315

Mode: 20120

Nếu bỏ đi số liệu chỗ ngồi của Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình thì số trung bình giảm, trung vị giảm và Mode vẫn giữ nguyên.

Cụ thể: số trung bình là 21 240; trung vị là 20 717,5 và Mode vẫn là 20120

Câu 19. Theo báo cáo của WTTC (World Travel and Tourism Council), mức tăng đóng góp của ngành du lịch cho GDP năm 2021 so với năm 2020 tại một số khu vực (đơn vị: %) như sau:

-42 -58 -41 -52 -50 -56 -37 -53 -45 -54.

a) Tính số trung bình, trung vị của dãy số liệu trên.

b) Giải thích ý nghĩa các giá trị thu được.

Lời giải

a) Có mẫu $n = 10$. Số trung bình là: $\bar{x} = \frac{-42 + (-58) + \dots + (-54)}{10} = -48,8$.

Sắp xếp các giá trị trên theo thứ tự không giảm:

-58 -56 -54 -53 -52 -50 -45 -42 -41 -37.

Vì $n = 10$ là số chẵn nên trung vị là trung bình cộng của hai giá trị ở các vị trí thứ 5 và thứ 6:

$$Me = \frac{-52 + (-50)}{2} = -51$$

b) Về trung bình, mức đóng góp của ngành du lịch cho GDP năm 2021 giảm khoảng 48,8% so với mức đóng góp của ngành du lịch cho GDP năm 2020.

Trung vị $Me = -51\%$ tức là có 50% số khu vực (5 khu vực) có mức giảm dưới 51% và có 50% số khu vực (5 khu vực) có mức giảm trên 51%.

Câu 20. Tính các tứ phân vị cho dữ liệu về diện tích đất (đơn vị: km^2) của 266 quốc gia và vùng lãnh thổ cho số liệu như sau:

$$Q_1 = 20574,1; Q_2 = 194690; Q_3 = 1249825.$$

(Theo World Bank)

a) Có bao nhiêu quốc gia, vùng lãnh thổ có diện tích đất lớn hơn $194690 km^2$?

b) Diện tích đất của Việt Nam khoảng $310070 km^2$ có thuộc nhóm 25% quốc gia và vùng lãnh thổ có diện tích đất lớn nhất không?

Lời giải

a) Vì $Q_2 = 194690$ nên có 133 số quốc gia, vùng lãnh thổ (50%) có diện tích đất lớn hơn $194690 km^2$.

b) Do diện tích đất của Việt Nam nhỏ hơn $Q_3 = 1249825$ nên Việt Nam không thuộc nhóm 25% quốc gia và vùng lãnh thổ có diện tích đất lớn nhất.

- Câu 21.** Để ước lượng xem trung bình cần thực hiện bao nhiêu lần gieo xúc xắc để xuất hiện mặt 6 chấm, một nhóm học sinh đã gieo xúc xắc và đếm số lần thực hiện cho đến khi xuất hiện mặt 6 chấm cho kết quả như sau:

8 5 7 10 4 6 7 5 7 6 4 5 5 7 6 5 4 2.

Tính số lần gieo trung bình để xuất hiện mặt 6 chấm.

Lời giải

$\bar{x} \approx 5,72$.

- Câu 22.** Tại một lớp học chứng chỉ Tin học, nếu mức độ hoàn thành trung bình 5 bài kiểm tra của học viên lớn hơn hoặc bằng 85% thì học viên sẽ được giảm 30% học phí. An đã làm 4 bài kiểm tra với kết quả là 94%, 82%, 78%, 80%. Hỏi bài cuối cùng An cần đạt được ít nhất bao nhiêu phần trăm để được giảm 30% học phí?

Lời giải

91%.

- Câu 23.** Tổng số ca mắc Covid-19 tính đến ngày 26-8-2021 tại Thành phố Hồ Chí Minh và một số tỉnh lân cận được thống kê như sau:

190174	81182	19728	19048	8155	6103	5807
4544	3760	3297	2541	2000	1934	1602

1195.

(Theo Bo Y te?)

a) Tính số trung bình và trung vị cho dãy số liệu trên.

b) Giải thích tại sao số trung bình và trung vị lại khác nhau nhiều?

Lời giải

a) Số trung bình: $\bar{x} = \frac{190174 + \dots + 1195}{15} \approx 23404,67$.

Sắp xếp dãy số liệu theo thứ tự không giảm:

1195	1602	1934	2000	2541	3297	3760	4544
------	------	------	------	------	------	------	------

5807 6103 8155 19048 19728 81182 190174.

Vì $n = 15$ nên vị trí chính giữa là vị trí số 8. Do đó, trung vị là 4544.

b) Số trung bình lớn hơn trung vị nhiều là do trong dãy số có một giá trị rất lớn là 190174. Trung vị không bị ảnh hưởng bởi giá trị "bất thường" này.

- Câu 24.** Lan thống kê số anh, chị, em ruột của các bạn trong lớp thu được bảng số liệu sau:

Số anh, chị, em ruột	0	1	2	3
Số bạn	4	25	5	1

Xác định một cho mẫu số liệu trên và giải thích ý nghĩa.

Lời giải

Một = 1; Ý nghĩa: Số gia đình có hai con là nhiều nhất.

- Câu 25.** Thống kê GDP năm 2020 (đơn vị: tỉ đô la Mỹ) của 10 nước tại khu vực Đông Nam Á được kết quả như sau:

Brunei	Campuchia	Indonesia	Lào	Malaysia
12,02	25,95	1059,64	19,08	338,28
Myanmar	Philippines	Singapore	Thái Lan	Việt Nam
81,26	362,24	339,98	501,89	340,82

(Theo statista.com)

a) Tìm các tứ phân vị cho dãy số liệu trên.

b) Giải thích ý nghĩa của các tứ phân vị này. Việt Nam có thuộc nhóm 25% quốc gia có GDP năm 2020 cao nhất trong khu vực Đông Nam Á không?

Lời giải

a) Sắp xếp dãy số liệu theo thứ tự không giảm:

12,02	19,08	25,95	81,26	338,28
-------	-------	-------	-------	--------

339,98 340,82 362,24 501,89 1059,64.

Vì $n = 10$ nên trung vị là trung bình cộng của 2 giá trị chính giữa (vị trí 5 và 6):

$$Q_2 = \frac{338,28 + 339,98}{2} = 339,13.$$

Nửa dữ liệu bên trái Q_2 là: 12,02 19,08 25,95 81,26 338,28; gồm 5 số do đó số chính giữa là số ở vị trí thứ 3 nên $Q_1 = 25,95$.

Nửa dữ liệu bên phải Q_2 là: 339,98 340,82 362,24 501,89 1059,64; gồm 5 số do đó trung vị là số chính giữa ở vị trí thứ 3 nên $Q_3 = 362,24$.

b) GDP của Việt Nam năm 2020 là 340,82 tỉ đô la Mỹ (nhỏ hơn Q_3) nên Việt Nam không thuộc nhóm 25% quốc gia trong khu vực Đông Nam Á có GDP cao nhất.

Câu 26. Diện tích của các tỉnh đồng bằng sông Cửu Long năm 2022 (đơn vị: nghìn km^2) là:

a) Tính số trung bình, trung vị cho dãy số liệu trên.

b) Giải thích ý nghĩa của mỗi số thu được ở câu a.

Lời giải

a) Số trung bình $\bar{X} \approx 3,14$. Trung vị $M_e = 2,67$.

b) Diện tích trung bình của các tỉnh đồng bằng sông Cửu Long là 3,14 nghìn km^2 .

Trung vị $M_e = 2,67$ (nghìn km^2) nghĩa là số tỉnh có diện tích nhỏ hơn 2,67 nghìn km^2 bằng số tỉnh có diện tích lớn hơn 2,67 nghìn km^2 .

Câu 27. Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và móit của các mẫu số liệu sau:

a) 23; 41; 71; 29; 48; 45; 72; 41.

b) 12; 32; 93; 78; 24; 12; 54; 66; 78.

Lời giải

a) 23; 41; 71; 29; 48; 45; 72; 41.

$$+) \text{ Só trung bình: } \bar{x} = \frac{23 + 41 + 71 + 29 + 48 + 45 + 72 + 41}{8} = 46,25$$

+) Tứ phân vị: Q_1, Q_2, Q_3

Bước 1: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

23; 29; 41; 41; 45; 48; 71; 72

$$\text{Bước 2: } n = 8, \text{ là số chẵn nên } Q_2 = M_e = \frac{1}{2}(41 + 45) = 43$$

Q_1 là trung vị của nửa số liệu 23; 29; 41; 41. Do đó $Q_1 = \frac{1}{2}(29 + 41) = 35$

Q_3 là trung vị của nửa số liệu 45; 48; 71; 72. Do đó $Q_3 = \frac{1}{2}(48 + 71) = 59,5$

+) Chỉ có giá trị 41 xuất hiện 2 lần, nhiều hơn các giá trị còn lại.

Do đó móit $M_o = 41$

b) 12; 32; 93; 78; 24; 12; 54; 66; 78.

$$+) \text{ Só trung bình: } \bar{x} = \frac{12 + 32 + 93 + 78 + 24 + 12 + 54 + 66 + 78}{9} \approx 49,89$$

+) Tứ phân vị: Q_1, Q_2, Q_3

Bước 1: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

12; 12; 24; 32; 54; 66; 78; 78; 93

$$\text{Bước 2: } n = 9, \text{ là số lẻ nên } Q_2 = M_e = 54$$

Q_1 là trung vị của nửa số liệu 12; 12; 24; 32. Do đó $Q_1 = \frac{1}{2}(12 + 24) = 18$

Q_3 là trung vị của nửa số liệu 66; 78; 78; 93. Do đó $Q_3 = \frac{1}{2}(78 + 78) = 78$

+) Giá trị 12 và giá trị 78 xuất hiện 2 lần, nhiều hơn các giá trị còn lại.

Do đó móit $M_o = 12, M_o = 78$.

Câu 28. Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và móit của các mẫu số liệu sau:

a)

Giá trị	23	25	28	31	33	37
Tần số	6	8	10	6	4	3

b)

Giá trị	0	2	4	5
Tần số tương đối	0,6	0,2	0,1	0,1

Lời giải

a)

+) Số trung bình: $\bar{x} = \frac{23.6 + 25.8 + 28.10 + 31.6 + 33.4 + 37.3}{6 + 8 + 10 + 6 + 4 + 3} \approx 28,3$

+) Tứ phân vị: Q_1, Q_2, Q_3

Bước 1: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm,

$$\underbrace{23, \dots, 23}_6, \underbrace{25, \dots, 25}_8, \underbrace{28, \dots, 28}_{10}, \underbrace{31, \dots, 31}_6, \underbrace{33, \dots, 33}_4, 37, 37, 37$$
Bước 2: $n = 6 + 8 + 10 + 6 + 4 + 3 = 37$, là số lẻ $\Rightarrow Q_2 = X_{19} = 28$ Q_1 là trung vị của nửa số liệu đã sắp xếp bên trái Q_2 :
$$\underbrace{23, \dots, 23}_6, \underbrace{25, \dots, 25}_8, \underbrace{28, \dots, 28}_4$$

Do đó $Q_1 = \frac{1}{2}(X_9 + X_{10}) = \frac{1}{2}(25 + 25) = 25$

 Q_3 là trung vị của nửa số liệu đã sắp xếp bên phải Q_2

$$\underbrace{28, \dots, 28}_5, \underbrace{31, \dots, 31}_6, \underbrace{33, \dots, 33}_4, 37, 37, 37$$

Do đó $Q_3 = \frac{1}{2}(X_9 + X_{10}) = \frac{1}{2}(31 + 31) = 31$

+) Mốt $M_o = 28$ b) Giả sử cỡ mẫu $n = 10$

Khi đó ta có bảng số liệu như sau:

Giá trị	0	2	4	5
Tần số	6	2	1	1

+) Số trung bình: $\bar{x} = \frac{0,0,6 + 2,0,2 + 4,0,1 + 5,0,1}{0,6 + 0,2 + 0,1 + 0,1} = 1,3$

+) Tứ phân vị: Q_1, Q_2, Q_3 Bước 1: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm $0,0,0,0,0,0,2,2,4,5$

Bước 2: $n = 10$, là số chẵn $\Rightarrow Q_2 = \frac{1}{2}(0 + 0) = 0$

 Q_1 là trung vị của nửa số liệu: $0,0,0,0,0$. Do đó $Q_1 = 0$ Q_3 là trung vị của nửa số liệu: $0,2,2,4,5$. Do đó $Q_3 = 2$ +) Mốt $M_o = 0$

Câu 29. An lấy ra ngẫu nhiên 3 quả bóng từ một hộp có chứa nhiều bóng xanh và bóng đỏ. An đếm xem có bao nhiêu bóng đỏ trong 3 bóng lấy ra rồi trả bóng lại hộp. An lặp lại phép thử trên 100 lần và ghi lại kết quả ở bảng sau:

Số bóng đỏ	0	1	2	3
Số lần	10	30	40	20

Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của bảng kết quả trên.

Lời giải

+) Số trung bình: $\bar{x} = \frac{0.10 + 1.30 + 2.40 + 3.20}{100} = 1,7$

+) Tứ phân vị: Q_1, Q_2, Q_3

Bước 1: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm,

$\underbrace{0, \dots, 0}_{10}, \underbrace{1, \dots, 1}_{30}, \underbrace{2, \dots, 2}_{40}, \underbrace{3, \dots, 3}_{20}$.

Bước 2: Vì $n = 100$, là số chẵn nên $Q_2 = \frac{1}{2}(2+2) = 2$

Q_1 là trung vị của nửa số liệu: $\underbrace{0, \dots, 0}_{10}, \underbrace{1, \dots, 1}_{30}, \underbrace{2, \dots, 2}_{10}$. Do đó $Q_1 = \frac{1}{2}(1+1) = 1$

Q_3 là trung vị của nửa số liệu $\underbrace{2, \dots, 2}_{30}, \underbrace{3, \dots, 3}_{20}$. Do đó $Q_3 = \frac{1}{2}(2+2) = 2$

+) Môt $M_o = 2$

Câu 30. Trong một cuộc thi nghề, người ta ghi lại thời gian hoàn thành một sản phẩm của một số thí nghiệm ở bảng sau:

Thời gian (đơn vị: phút)	5	6	7	8	35
Số thí sinh	1	3	5	2	1

a) Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và môt của thời gian thi nghề của các thí sinh trên.

b) Năm ngoại, thời gian thi của các thí sinh có số trung bình và trung vị đều bằng 7. Bạn hãy so sánh thời gian thi nói chung của các thí sinh trong hai năm.

Lời giải

a) Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và môt của thời gian thi nghề của các thí sinh trên.

+) Số trung bình: $\bar{x} = \frac{1.5 + 3.6 + 5.7 + 2.8 + 1.35}{1+3+5+2+1} = 9,08$

+) Tứ phân vị: Q_1, Q_2, Q_3

Bước 1: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm,
5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 35

Bước 2: Vì $n = 12$, là số chẵn nên $Q_2 = \frac{1}{2}(7+7) = 7$

Q_1 là trung vị của nửa số liệu: 5, 6, 6, 6, 7, 7 Do đó $Q_1 = \frac{1}{2}(6+6) = 6$

Q_3 là trung vị của nửa số liệu 7, 7, 7, 8, 8, 35 Do đó $Q_3 = \frac{1}{2}(7+8) = 7,5$

+) Môt $M_o = 7$

b) Năm ngoại, thời gian thi của các thí sinh có số trung bình và trung vị đều bằng 7. Bạn hãy so sánh thời gian thi nói chung của các thí sinh trong hai năm.

+) Nếu so sánh số trung bình: $9,08 > 7$ do đó thời gian thi nói chung của các thí sinh trong năm nay là lớn hơn so với năm trước.

+) Nếu so sánh trung vị: Trung vị của hai năm đều bằng 7 do đó thời gian thi nói chung của các thí sinh trong hai năm là như nhau.

Do có 1 thí sinh có thời gian thi lớn hơn hẳn so với các thí sinh khác \Rightarrow nên so sánh theo trung vị.

Câu 31. Bác Dũng và bác Thu ghi lại số điện thoại mà mỗi người gọi mỗi ngày trong 10 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên từ tháng 01/2021 ở bảng sau:

Bác Dũng	2	7	3	6	1	4	1	4	5	1
Bác Thu	1	3	1	2	3	4	1	2	20	2

a) Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và môt của số điện thoại mà mỗi bác gọi theo số liệu trên

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì ai có nhiều cuộc điện thoại hơn?

c) Nếu so sánh theo số trung vị thì ai có nhiều cuộc điện thoại hơn?

d) Theo bạn, nên dùng số trung bình hay số trung vị để so sánh xem ai có nhiều cuộc gọi điện thoại hơn mỗi ngày?

Lời giải

a) Bác Dũng:

$$+) \text{ Số trung bình: } \bar{x} = \frac{2+7+3+6+1+4+1+4+5+1}{10} = 3,4$$

+) Tứ phân vị: Q_1, Q_2, Q_3

Bước 1: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, 1,1,1,2,3,4,4,5,6,7

$$\text{Bước 2: Vì } n=10, \text{ là số chẵn nên } Q_2 = \frac{1}{2}(3+4) = 3,5$$

 Q_1 là trung vị của nửa số liệu: 1,1,1,2,3 Do đó $Q_1 = 1$ Q_3 là trung vị của nửa số liệu 4,4,5,6,7 Do đó $Q_3 = 5$ +) Môt $M_o = 1$

Bác Thu

$$+) \text{ Số trung bình: } \bar{x} = \frac{1+3+1+2+3+4+1+2+20+2}{10} = 3,9$$

+) Tứ phân vị: Q_1, Q_2, Q_3

Bước 1: Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, 1,1,1,2,2,2,3,3,4,20

$$\text{Bước 2: Vì } n=10, \text{ là số chẵn nên } Q_2 = \frac{1}{2}(2+2) = 2$$

 Q_1 là trung vị của nửa số liệu: 1,1,1,2,2 Do đó $Q_1 = 1$ Q_3 là trung vị của nửa số liệu 2,3,3,4,20 Do đó $Q_3 = 3$ +) Môt $M_o = 1, M_e = 2$ b) Do $3,9 > 3,4$ nên theo số trung bình thì bác Thu có nhiều cuộc điện thoại hơn.c) Do $3,5 > 2$ nên theo số trung vị thì bác Dũng có nhiều cuộc điện thoại hơn.

d) Vì trong mẫu số liệu có một ngày bác Thu có tới 20 cuộc điện thoại, lớn hơn nhiều so với các ngày khác, do đó ta nên so sánh theo số trung vị.

Câu 32. Tổng số điểm mà các thành viên đội tuyển Olympic Toán quốc tế (IMO) của Việt Nam đặt được trong 20 kì thi được cho ở bảng sau:

Năm	Tổng điểm						
2020	150	2015	151	2010	133	2005	143
2019	177	2014	157	2009	161	2004	196
2018	148	2013	180	2008	159	2003	172
2017	155	2012	148	2007	168	2002	166
2016	151	2011	113	2006	131	2001	139

(Nguồn: <https://imo-official.org>)

Có ý kiến cho rằng điểm thi của đội tuyển giai đoạn 2001 - 2010 cao hơn giai đoạn 2011 - 2020.

Hãy sử dụng số trung bình và trung vị để kiểm nghiệm xem ý kiến trên có đúng không.

Lời giải

+) Giai đoạn 2001 - 2010

Số trung bình

$$\bar{x} = \frac{139+166+172+196+143+131+168+159+161+133}{10} = 156,8$$

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm, ta được: 131,133,139,143,159,161,166,168,172,196 Do

$$n=10, \text{ là số chẵn nên trung vị là: } M_e = \frac{1}{2}(159+161) = 160$$

+) Giai đoạn 2011 – 2020 Số trung bình

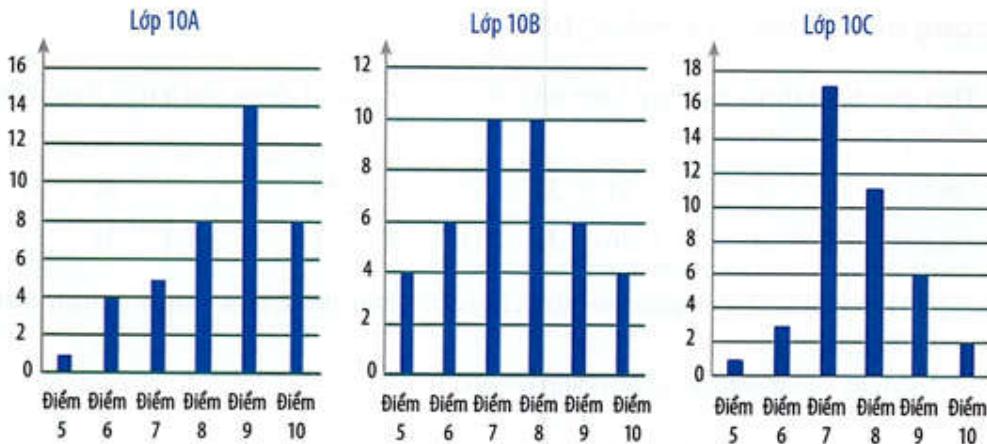
$$\bar{x} = \frac{150+177+148+155+151+151+157+180+148+113}{10} = 153 \text{ Sắp xếp số liệu theo thứ tự}$$

không giảm, ta được: 113, 148, 148, 150, 151, 151, 155, 157, 177, 180 Do $n = 10$, là số chẵn nên trung

$$\text{vị là: } M_e = \frac{1}{2}(151+151) = 151$$

+) So sánh theo số trung bình hay số trung vị ta đều thấy điểm thi của đỗ tuyển giao đoạn 2001 - 2010 cao hơn giao đoạn 2011 - 2020. Vậy ý kiến trên là đúng.

Câu 33. Kết quả bài kiểm tra giữa kì cả các bạn học sinh lớp 10A, 10B, 10C được thống kê ở các biểu đồ dưới đây.



a) Hãy lập thống kê số lượng học sinh theo điểm số ở mỗi lớp.

b) Hãy so sánh điểm số của học sinh các lớp đó theo số trung bình, trung vị và mode.

Lời giải

a)

Lớp 10A	Điểm	5	6	7	8	9	10
Số HS		1	4	5	8	14	8
Lớp 10B	Điểm	5	6	7	8	9	10
Số HS		4	6	10	10	6	4
Lớp 10C	Điểm	5	6	7	8	9	10
Số HS		1	3	17	11	6	2

b)

+) Lớp 10A

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{5.1 + 6.4 + 7.5 + 8.8 + 9.14 + 10.8}{1+4+5+8+14+8} = 8,35$$

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

$$5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, \underbrace{7, 7, 8, \dots, 8}_{8}, \underbrace{9, \dots, 9}_{14}, \underbrace{10, \dots, 10}_{8}$$

Do $n = 40$, là số chẵn nên trung vị là: $M_e = \frac{1}{2}(9+9) = 9$ Môt $M_e = 9$

+) Lớp 10B

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{5.4 + 6.6 + 7.10 + 8.10 + 9.6 + 10.4}{4+6+10+10+6+4} = 7,5$$

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm, ta được:

$$5, 5, 5, 5, 6, \underbrace{6, \dots, 6}_{6}, \underbrace{7, \dots, 7}_{10}, \underbrace{8, \dots, 8}_{10}, \underbrace{9, \dots, 9}_{6}, 10, 10, 10, 10$$

Do $n = 40$, là số chẵn nên trung vị là: $M_e = \frac{1}{2}(7+8) = 7,5$ Môt $M_e = 7; M_e = 8$.

+) Lớp 10C

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{5.1 + 6.3 + 7.17 + 8.11 + 9.6 + 10.2}{1+3+17+11+6+2} = 7,6$$

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm, ta được: $5, 6, 6, 6, \underbrace{7, \dots, 7}_{17}, \underbrace{8, \dots, 8}_{11}, \underbrace{9, \dots, 9}_{6}, 10, 10$

Do $n = 40$, là số chẵn nên trung vị là: $M_e = \frac{1}{2}(7 + 7) = 7$

Một $M_e = 7$

+) So sánh:

Số trung bình: $8,35 > 7,6 > 7,5 \Rightarrow$ Điểm số của HS các lớp theo thứ tự giảm dần là $10A, 10C, 10B$.

Số trung vị: $9 > 7,5 > 7 \Rightarrow$ Điểm số của HS các lớp theo thứ tự giảm dần là $10A, 10B, 10C$.

Một: Lớp $10A$ có 14 điểm 9, Lớp $10B$ có 10 điểm 7 và 10 điểm 8, Lớp $10C$ có 17 điểm 7. Do đó so sánh theo một thì điểm số các lớp giảm dần theo thứ tự là: $10A, 10B, 10C$.

Câu 34. Trong một đợt khảo sát về tốc độ viết của học sinh lớp 3, người ta cho hai nhóm học sinh chép một đoạn văn trong 15 phút. Bảng dưới đây thống kê số chữ mỗi bạn viết được.

Nhóm 1	72	79	77	75	74	77	71	
Nhóm 2	70	65	68	90	73	78	72	84

a) Có bao nhiêu học sinh tham gia đợt khảo sát?

b) Sử dụng số trung bình để so sánh tốc độ viết của học sinh hai nhóm.

c) Sử dụng trung vị để so sánh tốc độ viết của học sinh hai nhóm.

Lời giải

a) Số học sinh tham gia khảo sát là: $7 + 8 = 15$.

b) Số chữ trung bình mỗi học sinh nhóm 1 viết được là: $\frac{1}{7}(72 + 79 + 77 + 75 + 74 + 77 + 71) = 75$.

Số chữ trung bình mỗi học sinh nhóm 2 viết được là: $\frac{1}{8}(70 + 65 + 68 + 90 + 73 + 78 + 72 + 84) = 75$.

Vậy nếu so sánh theo số trung bình thì tốc độ viết của học sinh hai nhóm là bằng nhau.

c) Sắp xếp số chữ học sinh nhóm 1 viết được theo thứ tự không giảm, ta được dãy: $71 ; 72 ; 74 ; 75 ; 77 ; 77 ; 79$.

Trung vị của nhóm 1 là 75.

Sắp xếp số chữ học sinh nhóm 2 viết được theo thứ tự không giảm, ta được dãy: $65 ; 68 ; 70 ; 72 ; 73 ; 78 ; 84 ; 90$.

Trung vị của nhóm 2 là $(72 + 73) : 2 = 72,5$.

Vậy nếu so sánh theo trung vị thì tốc độ viết của học sinh nhóm 1 cao hơn của học sinh nhóm 2.

Câu 35. Khối lượng cơ thể lúc trưởng thành của 10 con chim được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: gam).

155	165	150	155	165	170	165	150	155	160
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Hãy tìm các tứ phân vị và mốt của mẫu số liệu trên.

Lời giải

Sắp xếp khối lượng của 10 con chim theo thứ tự không giảm: $150 ; 150 ; 155 ; 155 ; 160 ; 165 ; 165 ; 165 ; 170$.

Vì $n = 10$ là số chẵn nên tứ phân vị thứ hai $Q_2 = (155 + 160) : 2 = 157,5$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa số liệu bên trái $Q_1 : 150; 150; 155; 155; 155$.

Vậy $Q_1 = 155$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa số liệu bên phải $Q_3 : 160; 165; 165; 165; 170$.

Vậy $Q_3 = 165$.

Mẫu số liệu có 2 mốt là 155 và 165.

Câu 36. Số nhân khẩu trong các hộ gia đình ở một xóm được thống kê ở bảng sau:

Số nhân khẩu	1	2	3	4	5	6
Số hộ gia đình	1	4	7	11	5	2

Có bao nhiêu hộ gia đình trong xóm? Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của mẫu số liệu trên.

Lời giải

Số hộ gia đình trong xóm là: $1 + 4 + 7 + 11 + 5 + 2 = 30$.

Số nhân khẩu trung bình của mỗi hộ gia đình là $(1.1 + 4.2 + 7.3 + 11.4 + 5.5 + 2.6) : 30 = 3,7$.

Sắp xếp số nhân khẩu của 30 gia đình theo thứ tự không giảm, ta được

1	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6

Vì $n = 30$ là số chẵn nên tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = (4+4):2 = 4$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của hàng trên của bảng, tức là $Q_1 = 3$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của hàng dưới của bảng trên, tức là $Q_3 = 4$.

Một của mẫu số liệu là 4.

Câu 37. Số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của các tỉnh/thành phố khu vực Đông Nam Bộ và Đồng bằng sông Cửu Long vào năm 2019 được cho ở bảng thống kê sau:

Đông Nam Bộ	10	8	8	9	6	24							
Đồng bằng sông Cửu Long	14	10	8	8	7	10	9	13	9	7	10	6	8

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- a) Mỗi khu vực nêu trên có bao nhiêu tỉnh/thành phố?
- b) Sử dụng số trung bình để so sánh số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của các tỉnh/thành phố ở hai khu vực.
- c) Sử dụng trung vị để so sánh số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của các tỉnh/thành phố ở hai khu vực.
- d) Hãy giải thích tại sao lại có sự khác biệt khi so sánh bằng số trung bình và trung vị.
- e) Hãy tìm một của hai khu vực.

Lời giải

a) Khu vực Đông Nam Bộ có 6 tỉnh/thành phố. Khu vực Đồng bằng sông Cửu Long có 13 tỉnh/thành phố.

b) Trung bình số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của các tỉnh/thành phố khu vực Đông Nam Bộ là $(10+8+8+9+6+24):6 \approx 10,83$.

Trung bình số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của các tỉnh/thành phố khu vực Đồng bằng sông Cửu Long là $(14+10+8+8+7+10+9+13+9+7+10+6+8):13 \approx 9,15$.

Vậy nếu so sánh theo số trung bình thì số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của các tỉnh/thành phố khu vực Đông Nam Bộ nhiều hơn của các tỉnh Đồng bằng sông Cửu Long.

c) Trung vị số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của các tỉnh/thành phố khu vực Đông Nam Bộ là 8,5 và của các tỉnh Đồng bằng sông Cửu Long là 9.

Vậy nếu so sánh theo trung vị thì số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của các tỉnh/thành phố khu vực Đông Nam Bộ ít hơn của các tỉnh Đồng bằng sông Cửu Long.

d) Sự khác biệt khi so sánh bằng số trung bình và bằng trung vị là do có 1 tỉnh/ thành phố khu vực Đông Nam Bộ có quá nhiều đơn vị hành chính cấp quận/ huyện/thị xã so với các tỉnh/thành phố khác.

e) Một của số liệu khu vực Đông Nam Bộ là 8. Một của số liệu khu vực Đồng bằng sông Cửu Long là 8 và 10.

Câu 38. Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và một của các mẫu số liệu sau:

a) 15;15;12;14;17;16;16;15;15 .

b) 5;7;4;3;5;6;7;8;9;7;2 .

c) 7;6;8;7;7;4;5;10;9;9;8;5 .

d) 87;87;88;88;70;83;85;86;97;89;92;89;90 .

Lời giải

a) $\bar{x} = 15; Q_1 = 14,5; Q_2 = 15; Q_3 = 16; M_o = 15$.

b) $\bar{x} = \frac{63}{11}; Q_1 = 4; Q_2 = 6; Q_3 = 7; M_o = 7$.

c) $\bar{x} = \frac{85}{12}; Q_1 = 5,5; Q_2 = 7; Q_3 = 8,5; M_o = 7$

d) $\bar{x} = 87; Q_1 = 85,5; Q_2 = 88; Q_3 = 89,5; M_o \in \{87; 88; 89\}$.

Câu 39. Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của các mẫu số liệu sau:

a)

Giá trị	6	7	8	9	10
Tần số	5	8	4	2	1

b)

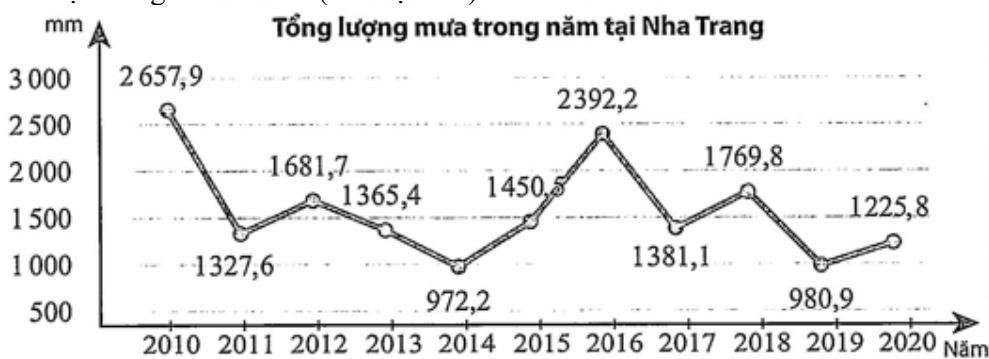
Giá trị	26	27	28	29	30
Tần số	10	8	4	2	1

Lời giải

a) $\bar{x} = 7,3; Q_1 = 6,5; Q_2 = 7; Q_3 = 8; M_o = 7.$

b) $\bar{x} = 27,04; Q_1 = 26; Q_2 = 27; Q_3 = 28; M_o = 26.$

Câu 40. Tổng lượng mưa trong năm tại một trạm quan trắc đặt tại Nha Trang từ năm 2010 đến 2020 được thể hiện trong biểu đồ sau (đơn vị: mm).



a) Hãy tính lượng mưa trung bình tại trạm quan trắc trên từ năm 2010 đến 2020.

b) Hãy tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu đó.

Lời giải

a) $\bar{x} = 1564,1.$

b) $Q_1 = 1225,8; Q_2 = 1381,1; Q_3 = 1769,8.$

Câu 41. Số huy chương vàng và bạc trong các giải thể thao quốc tế mà đoàn thể thao Việt Nam đạt được tại các giải đấu ở châu Á trong các năm từ năm 2010 đến 2019 được thống kê ở bảng sau:

Năm	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Huy chương vàng	39	43	115	52	56	62	130	82	74	120
Huy chương bạc	61	63	121	47	58	73	134	87	74	105

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

a) Tìm số trung bình và trung vị huy chương vàng và huy chương bạc mà đoàn thể thao Việt Nam đạt được trong 10 năm trên.

b) Hãy so sánh số huy chương vàng đoàn thể thao Việt Nam đạt được trong giai đoạn 2010 - 2014 với giai đoạn 2015 - 2019.

Lời giải

a) Trung bình số huy chương vàng và trung bình số huy chương bạc đạt được trong 10 năm là 77,3 và 82,3.

Trung vị số huy chương vàng và trung vị số huy chương bạc đạt được trong 10 năm là 68 và 73,5.

b) Trung bình và trung vị số huy chương vàng đạt được trong giai đoạn 2010-2014 là 61 và 52.

Trung bình và trung vị số huy chương vàng đạt được trong giai đoạn 2015 - 2019 là 93,6 và 82.

Vậy nếu so sánh theo số trung bình và số trung vị thì Việt Nam đều giành được nhiều huy chương vàng hơn trong giai đoạn 2015 - 2019 so với giai đoạn 2010-2014.

Câu 42. Bảng sau ghi lại độ tuổi của hai nhóm vận động viên tham gia một cuộc thi.

Nhóm 1	20	32	27	31	32	30	32	29	17	29	22	31
Nhóm 2	22	29	22	30	22	31	29	21	32	20	31	29

a) Hãy so sánh độ tuổi của hai nhóm vận động viên theo số trung bình và trung vị.

- b) Tìm tần số phân vị của độ tuổi vận động viên cả hai nhóm gộp lại.

Lời giải

a) Nhóm 1: $\bar{x} = 27,67; M_e = 29,5$.

Nhóm 2: $\bar{x} = 26,5; M_e = 29$.

Vậy độ tuổi của các vận động viên nhóm 1 cao hơn nhóm 2.

b) $Q_1 = 22; Q_2 = 29; Q_3 = 31$.

- Câu 43.** Minh và Thuỷ ghi lại số thư điện tử mà mỗi người nhận được mỗi ngày trong 10 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên từ tháng 01 / 2021 ở bảng sau:

Minh	6	7	3	6	1	4	1	4	5	1
Thuỷ	2	3	1	2	3	4	1	2	20	2

a) Hãy tìm số trung bình, trung vị và móit của số thư điện tử mà mỗi bạn nhận được theo số liệu trên.

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì ai nhận được nhiều thư điện tử hơn?

c) Nếu so sánh theo trung vị thì ai nhận được nhiều thư điện tử hơn?

d) Nên dùng số trung bình hay số trung vị để so sánh xem ai nhận được nhiều thư điện tử hơn mỗi ngày?

Lời giải

a) Minh: $\bar{x} = 3,8; M_e = 4; M_o = 1$. Thuỷ: $\bar{x} = 4; M_e = 2; M_o = 2$.

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì Thuỷ nhận được nhiều thư điện tử hơn Minh.

c) Nếu so sánh theo số trung vị thì Minh nhận được nhiều thư điện tử hơn Thuỷ.

d) Nên dùng số trung vị để so sánh.

- Câu 44.** Bạn Út ghi lại khối lượng của một số quả xoài Keo và xoài Thanh Ca ở bảng sau (đơn vị: gam).

Xoài Keo	370	320	350	290	300	350	310	330	340	370	390	
Xoài Thanh Ca	350	310	410	390	380	370	320	350	330	340	370	400

a) Sử dụng số trung bình, hãy so sánh khối lượng của hai loại xoài.

b) Sử dụng trung vị, hãy so sánh khối lượng của hai loại xoài.

c) Hãy tính các tứ phân vị của hai mẫu số liệu trên.

d) Nếu bạn Út mua 5 kg xoài Keo thì sẽ được khoảng bao nhiêu quả?



Nếu bạn Út mua 5 kg xoài Thanh Ca thì sẽ được khoảng bao nhiêu quả?

Lời giải

a) Khối lượng trung bình xoài Keo là 338,18g . Khối lượng trung bình xoài Thanh Ca là 360g .

Vậy nếu so sánh theo số trung bình thì khối lượng xoài Thanh Ca cao hơn khối lượng xoài Keo.

b) Trung vị của khối lượng xoài Keo là 340g . Trung vị khối lượng xoài Thanh Ca là 360g . Vậy nếu so sánh theo trung vị thì khối lượng xoài Thanh Ca cao hơn khối lượng xoài Keo.

c) Xoài Keo: $Q_1 = 310; Q_2 = 340; Q_3 = 370$.

Xoài Thanh Ca: $Q_1 = 335; Q_2 = 360; Q_3 = 385$.

d) Do $5000 : 338,18 \approx 14,79$ nên nếu bạn Út mua 5 kg xoài Keo thì sẽ được khoảng 14 đến 15 quả.

Do $5000 : 360 \approx 13,89$ nên nếu bạn Út mua 5kg xoài Thanh Ca thì sẽ được khoảng 13 đến 14 quả.

- Câu 45.** Số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của các tỉnh/thành phố khu vực Đồng bằng sông Hồng và khu vực Trung du và miền núi phía Bắc vào năm 2019 được cho như sau:

Đồng bằng sông Hồng: 30; 7; 7; 10; 10; 15; 9; 7; 5; 9; 6 .

Trung du và miền núi phía Bắc: 10;12;7;6;8;8;7;10;9;12;9;7;11;10.

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- Mỗi khu vực nêu trên có bao nhiêu tỉnh/thành phố?
- Sử dụng số trung bình, hãy so sánh số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của các tỉnh/thành phố ở hai khu vực.
- Sử dụng trung vị, hãy so sánh số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của các tỉnh/thành phố ở hai khu vực.
- Hãy giải thích tại sao lại có sự khác biệt khi so sánh bằng số trung bình và trung vị.
- Hãy tìm tứ phân vị và mốt của hai khu vực.

Lời giải

- Khu vực Đồng bằng sông Hồng (*OBSH*) có 11 tỉnh/thành phố; Khu vực Trung du và miền núi phía Bắc (*TDMNPB*) có 14 tỉnh/thành phố.
- Trung bình số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của khu vực *ĐBSH* là 10,45 và của khu vực *TDMNPB* là 9. Do đó theo số trung bình thì các tỉnh/thành phố khu vực *ĐBSH* có nhiều đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã hơn khu vực *TDMNPB*.
- Trung vị số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của các tỉnh/thành phố khu vực *ĐBSH* và *TDMNPB*, đều là 9.

Vậy nếu so sánh theo trung vị thì số đơn vị hành chính cấp quận/huyện/thị xã của các tỉnh/thành phố khu vực *ĐBSH* và *TDMNPB* là bằng nhau.

d) Có sự khác biệt khi so sánh bằng số trung bình và số trung vị là do có một tỉnh/ thành phố khu vực *ĐBSH* có quá nhiều đơn vị hành chính quận/huyện/thị xã so với các tỉnh/thành phố khác.

e) $\text{ĐBSH } Q_1 = 7; Q_2 = 9; Q_3 = 10; M_o = 7.$

$\text{TDMNPB } Q_1 = 7; Q_2 = 9; Q_3 = 10; M_o \in \{7;10\}.$

Câu 46. Chiều cao (đơn vị: xăng-ti-mét) của các bạn tố lở lớp 10A lần lượt là:

165 155 171 167 159 155 165 160 158

Đối với mẫu số liệu trên, hãy tìm:

- Số trung bình cộng;
- Trung vị;
- Mốt;
- Tứ phân vị.

Lời giải

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm là: 155 155 158 159 160 165 165 167 171

a. $\bar{x} = \frac{155+155+158+159+160+165+165+167+171}{9} \approx 161,67$

b. Mẫu số liệu trên có 9 số, vậy $M_e = 160$

c. Trung vị của mẫu số liệu là: $Q_2 = 160$

Trung vị của dãy 155155158159 là $Q_1 = \frac{155+158}{2} = 156,5$

Trung vị của dãy 165165167171 là $Q_3 = \frac{165+167}{2} = 166$

d. $M_o = 155$ và $M_o = 165$

Câu 47. Số đôi giày bán ra trong Quý IV năm 2020 của một cửa hàng được thống kê trong bảng tần số sau:

Cỡ giày	37	38	39	40	41	42	43	44
Tần số	40	48	52	70	54	47	28	3
(Số đôi giày bán được)								

a. Mốt của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

b. Cửa hàng đó nên nhập về nhiều hơn cỡ giày nào để bán trong tháng tiếp theo?

Lời giải

a. $M_o = 40$

b. Cửa hàng đó nên nhập về nhiều hơn cỡ giày 40 để bán trong tháng tiếp theo.

Câu 48. Bảng 2 cho biết nhiệt độ trung bình các tháng trong năm ở Hà Nội.

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	16,4	17,0	20,2	23,7	27,3	28,8	28,9	28,2	27,2	24,6	21,4	18,2

- a. Nhiệt độ trung bình trong năm ở Hà Nội là bao nhiêu?
 b. Nhiệt độ trung bình của tháng có giá trị thấp nhất là bao nhiêu độ C? Cao nhất là bao nhiêu độ C?

Lời giải

- a. Nhiệt độ trung bình trong năm ở Hà Nội là:

$$\bar{x} = \frac{16,4 + 17 + 20,2 + 23,7 + 27,3 + 28,8 + 28,9 + 28,2 + 27,2 + 24,6 + 21,4 + 18,2}{12} = 23,49$$

- b. Nhiệt độ trung bình của tháng có giá trị thấp nhất là 16,4 độ C. Cao nhất là 28,9 độ C.

Câu 49. Bảng 3 cho biết tổng diện tích rừng từ năm 2008 đến năm 2019 ở nước ta.

Năm	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Tổng diện tích rừng (triệu ha)	13,1	13,2	13,4	13,5	13,9	14,0	13,8	14,1	14,4	14,4	14,5	14,6

- a. Diện tích rừng trung bình của nước ta từ năm 2008 đến năm 2019 là bao nhiêu?
 b. Từ năm 2008 đến năm 2019, diện tích rừng của năm có giá trị thấp nhất là bao nhiêu triệu hécta? Cao nhất là bao nhiêu triệu hécta?
 c. So với năm 2008, tỉ lệ tổng diện tích rừng của nước ta năm 2019 tăng lên được bao nhiêu phần trăm? Theo em, tỉ lệ tăng đó là cao hay thấp?
 d. Hãy tìm hiểu số liệu về tổng diện tích rừng của tỉnh em đang sống trong một số năm gần đây.

Lời giải

- a. Diện tích rừng trung bình của nước ta từ năm 2008 đến năm 2019 là:

$$\bar{x} = \frac{13,1 + 13,2 + 13,4 + 13,5 + 13,9 + 14 + 13,8 + 14,1 + 14,4 + 14,4 + 14,5 + 14,6}{12} \approx 13,9$$

- b. Từ năm 2008 đến năm 2019:

- Diện tích rừng của năm có giá trị thấp nhất là 13,1 triệu hécta.
- Diện tích rừng của năm có giá trị cao nhất là 14,6 triệu hécta.

- c. So với năm 2008, tỉ lệ tổng diện tích rừng của nước ta năm 2019 tăng lên: $\frac{14,6 - 13,1}{13,1} = 11,45$

- d. HS tự thực hiện.

Câu 50. Cho mẫu số liệu thống kê trong bảng phân bố tàn số sau:

Giá trị	5	6	7	8
Tàn số	7	12	11	10

Tính số trung bình cộng của mẫu số liệu trên.

Lời giải

6,6.

Câu 51. Cho mẫu số liệu thống kê trong bảng phân bố tàn số tương đối sau:

Giá trị	10	12	15	16	19
Tàn số tương đối	0,1	0,2	0,25	0,35	0,1

Tính số trung bình cộng của mẫu số liệu trên.

Lời giải

14,65.

Câu 52. Thời gian (đơn vị: phút) hoàn thành một bài kiểm tra trực tuyến của 8 học sinh lần lượt là:

40 35 45 42 44 38 43 39

Đối với mẫu số liệu trên, hãy tìm:

- a) Số trung bình cộng;
- b) Trung vị;
- c) Tứ phân vị.

Lời giải

- a) 40,75 (phút). b) 41 (phút).
- c) $Q_1 = 38,5$ (phút), $Q_2 = 41$ (phút), $Q_3 = 43,5$ (phút).

Câu 53. Kết quả kiểm tra Toán của một lớp 40 học sinh được thống kê trong bảng sau:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh (Tần số)	1	2	1	7	9	9	8	3

Một trong bảng thống kê kết quả kiểm tra Toán của lớp trên là bao nhiêu?

Lời giải

Một là 7 và 8 vì có cùng tần số lớn nhất là 9.

BÀI TẬP BỔ SUNG

Câu 54. Điểm thi HKI môn toán của tổ học sinh lớp 10C (quy ước làm tròn đến 0,5 điểm) liệt kê như sau: 2; 5; 7,5; 8; 5; 7; 6,5; 9; 4,5; 10.

Tính điểm trung bình của 10 học sinh đó (quy tròn đến chữ thập phân thứ nhất)

Lời giải

Điểm trung bình của 10 HS là

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(2 + 2,5 + 7,5 + 8 + 6,5 + 7 + 9 + 4,5 + 10) = \frac{64,5}{10} = 6,5.$$

Câu 55. Cho các số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình

111	112	112	113	114	114	115	114	115	116
112	113	113	114	115	114	116	117	113	115

Tính số trung vị

Lời giải

Do kích thước mẫu $n = 20$ là một số chẵn nên số trung vị là trung bình cộng của hai giá trị đứng

$$\text{thứ } \frac{n}{2} = 10 \text{ và } \frac{n}{2} + 1 = 11 \quad M_e = \frac{116 + 112}{2} = 114$$

Vậy $M_e = 114$

Câu 56. Điểm điều tra về chất lượng sản phẩm mới (thang điểm 100) như sau:

80655148456130358483605875

726839415461727572615065

Hãy tìm các tứ phân vị.

Lời giải

Sắp xếp lại số liệu trên theo thứ tự tăng dần của điểm số

Điểm	30	35	39	41	45	48	50	51	54	58	60	61	65	68	72	75	80	83	87
Tần số	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	2	1	3	2	1	1	1

Vì $n = 25$ là số lẻ nên số trung vị là số đứng ở vị trí thứ $\frac{25+1}{2} = 13$

Do đó số trung vị là: $M_e = 61$

Tứ phân vị dưới $\frac{50 + 48}{2} = 49$

Tứ phân vị trên là 72

Câu 57. Cho các số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình

111	112	112	113	114	114	115	114	115	116
112	113	113	114	115	114	116	117	113	115

Lời giải

Do giá trị 114 có tần số lớn nhất là 5 nên ta có: $M_0 = 114$.

Câu 58. điểm điều tra về chất lượng sản phẩm mới (thang điểm 100) như sau:

80655148456130358483605875

726839415461727572615065

Tìm mốt của bảng số liệu trên.

Lời giải

Ta có bảng phân bố tần số:

Điểm	30	35	39	41	45	48	50	51	54	58	60	61	65	68	72	75	80	83	87
Tần số	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	2	1	3	2	1	1	1

Bảng trên có 2 số có tần số lớn nhất là 61 và 72. Vậy phân bố trên có hai mốt là $M_0 = 61, M_1 = 72$.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

Câu 59. Cho mẫu số liệu: 1 3 6 8 9 12

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là:

- A. 6.
- B. 6,5.
- C. 7.
- D. 8.

b) Trung vị của mẫu số liệu trên là:

- A. 6.
- B. 6,5.
- C. 7.
- D. 8.

c) Tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

- A. $Q_1 = 3, Q_2 = 6,5, Q_3 = 9$.
- B. $Q_1 = 1, Q_2 = 6,5, Q_3 = 12$.
- C. $Q_1 = 6, Q_2 = 7, Q_3 = 8$.
- D. $Q_1 = 3, Q_2 = 7, Q_3 = 9$.

Lời giải

- a) B.
- b) C.
- c) D.

Câu 60. Tính đến ngày 19/01/2022, trong bảng xếp hạng giải bóng đá Ngoại hạng Anh (Vòng 24), số điểm của 5 đội dẫn đầu bảng như sau:

Đội	Manchester City	Liverpool	Chelsea	West Ham	Arsenal
Điểm	56	45	43	37	35

(Nguồn: <https://bongda24h.vn/bang-xep-hang.html>)

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là:

- A. 43.
- B. 43,2.
- C. 44.
- D. 56.

b) Trung vị của mẫu số liệu trên là:

- A. 43.
- B. 43,2.
- C. 44.
- D. 56.

c) Tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

- A. $Q_1 = 45, Q_2 = 43, Q_3 = 37$.
- B. $Q_1 = 56, Q_2 = 43, Q_3 = 35$.
- C. $Q_1 = 36, Q_2 = 43, Q_3 = 50,5$.
- D. $Q_1 = 50,5, Q_2 = 43, Q_3 = 36$.

Lời giải

a) B.

b) A.

c) C.

BÀI TẬP BỔ SUNG

Câu 61. Số áo bán được trong một quý ở cửa hàng bán áo sơ mi nam được thống kê như sau:

Cỡ áo	36	37	38	39	40	41	42
Tần số (Số áo bán được)	13	45	126	125	110	40	12

Giá trị mốt của bảng phân bố tần số trên bằng

- A. 38.
- B. 126.
- C. 42.
- D. 12.

Lời giải

Chọn A

Vì giá trị $x_3 = 38$ có tần số $n_3 = 126$ lớn nhất.

Câu 62. Tiền lương hàng tháng của 7 nhân viên trong một công ty du lịch lần lượt là: 6,5; 8,4; 6,9; 7,2; 2,5; 6,7; 3,0 (đơn vị: triệu đồng). Số trung vị của dãy số liệu thống kê trên bằng

- A. 6,7 triệu đồng.
- B. 7,2 triệu đồng.
- C. 6,8 triệu đồng.
- D. 6,9 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Sắp xếp thứ tự các số liệu thống kê, ta thu được dãy tăng các số liệu sau: 2,5; 3,0; 6,5; 6,7; 6,9; 7,2; 8,4 (đơn vị: triệu đồng).

Số trung vị $M_e = 6,7$ triệu đồng.

Số các số liệu thống kê quá ít ($n = 7 < 10$), do đó không nên chọn số trung bình cộng làm đại diện cho các số liệu đã cho. Trong trường hợp này ta chọn số trung vị $M_e = 6,7$ triệu đồng làm đại diện cho tiền lương hàng tháng của 7 nhân viên.

Câu 63. Điểm kiểm tra môn Toán cuối năm của một nhóm gồm 9 học sinh lớp 6 lần lượt là 1; 1; 3; 6; 7; 8; 8; 9; 10. Điểm trung bình của cả nhóm gần nhất với số nào dưới đây?

- A. 7,5.
- B. 7.
- C. 6,5.
- D. 5,9.

Lời giải

Chọn D

Điểm trung bình của cả nhóm là $\frac{1+1+3+6+7+8+8+9+10}{9} = \frac{53}{9} = 5,(8) \approx 5,9$.

- Câu 64.** Các giá trị xuất hiện nhiều nhất trong mẫu số liệu được gọi là
A. Mốt. **B.** Số trung bình. **C.** Số trung vị. **D.** Độ lệch chuẩn.

Lời giải

Chọn A

- Câu 65.** Thời gian chạy 50m của 20 học sinh được ghi lại trong bảng dưới đây:

Thời gian (giây)	8,3	8,4	8,5	8,7	8,8
Tần số	2	3	9	5	1

Hỏi trung bình mỗi học sinh chạy 50m hết bao lâu ?

- A.** 8,54. **B.** 4. **C.** 8,50. **D.** 8,53.

Lời giải

Chọn D

Thời gian trung bình để mỗi học sinh chạy được 50m là

$$\bar{x} = \frac{8,3 \cdot 2 + 8,4 \cdot 3 + 8,5 \cdot 9 + 8,7 \cdot 5 + 8,8}{20} = 8,53.$$

- Câu 66.** Một tổ học sinh gồm 10 học sinh có điểm kiểm tra giữa học kì 2 môn toán như sau: 5; 6; 7; 5; 8; 8; 10; 9; 7; 8. Tính điểm trung bình của tổ học sinh đó.

- A.** 7. **B.** 8. **C.** 7,3. **D.** 7,5.

Lời giải

Chọn C

Điểm trung bình của tổ học sinh đó là: $\bar{x} = \frac{5.2 + 6 + 7.2 + 8.3 + 9 + 10}{10} = 7,3$.

- Câu 67.** Một tổ học sinh gồm 10 học sinh có điểm kiểm tra cuối học kì 1 môn toán như sau: 7; 5; 6; 6; 6; 8; 7; 5; 6; 9. Tìm mốt của dãy trên.

- A.** $M_0 = 6$. **B.** $M_0 = 7$. **C.** $M_0 = 5$. **D.** $M_0 = 8$.

Lời giải

Chọn C

Giá trị $x = 6$ là giá trị có tần số lớn nhất $n = 4$. Vậy mốt của điều tra trên là: $M_0 = 6$.

- Câu 68.** Một tổ học sinh gồm 10 học sinh có điểm kiểm tra giữa học kì 2 môn toán như sau: 5; 6; 7; 5; 8; 8; 10; 9; 7; 8. Tính điểm trung bình của tổ học sinh đó.

- A.** 7. **B.** 8. **C.** 7,3. **D.** 7,5.

Lời giải

Chọn C

Điểm trung bình của tổ học sinh đó là: $\bar{x} = \frac{5.2 + 6 + 7.2 + 8.3 + 9 + 10}{10} = 7,3$.

- Câu 69.** Cân nặng của 40 học sinh lớp 10 trường THPT A được cho bởi bảng sau

Lớp cân nặng (kg)	[35; 37)	[37; 39)	[39; 41)	[41; 43]	
Tần số	6	9	11	14	$N = 40$

Tính số trung bình cộng của mẫu số liệu trên.

- A.** $\bar{x} = 38,26$. **B.** $\bar{x} = 40,25$. **C.** $\bar{x} = 39,65$. **D.** $\bar{x} = 40,83$.

Lời giải

Chọn C

Giá trị đại diện của từng lớp cân nặng là: 36, 38, 40, 42.

Khi đó số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là:

$$\bar{x} = \frac{36.6 + 38.9 + 40.11 + 42.14}{40} = 39,65.$$

Câu 70. Kết quả điểm kiểm tra 15' môn Toán của 100 em học sinh được trình bày ở bảng sau:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	3	5	11	17	30	19	10	5	100

Số trung bình cộng của bảng phân bố tần số nói trên là

A. 6,88.

B. 7,12.

C. 6,5.

D. 7,22.

Lời giải

Số trung bình cộng của bảng phân bố tần số nói trên là:

$$\frac{3.3 + 4.5 + 5.11 + 6.17 + 7.30 + 8.19 + 9.10 + 10.5}{100} = 6,88$$

Câu 71. Một học sinh có điểm các bài kiểm tra Toán như sau: 8; 4; 9; 8; 6; 6; 9; 9; 9. Điểm trung bình môn Toán của học sinh đó (làm tròn đến 1 chữ số thập phân) là

A. 7,3.

B. 6,8.

C. 8,5.

D. 7,6.

Lời giải

$$\text{Ta có } \bar{X} = \frac{8.2 + 4.1 + 9.4 + 6.2}{9} \approx 7,6.$$

Câu 72. Thống kê điểm kiểm tra môn Lịch Sử của 45 học sinh lớp 10A như sau:

Điểm	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	11	9	16	4	3

Số trung vị trong điểm các bài kiểm tra đó là

A. 8,1 điểm.

B. 7,4 điểm.

C. 7,5 điểm.

D. 8 điểm.

Lời giải

Số trung vị là số ở vị trí thứ 23, đó là 8 điểm.

Câu 73. Cho mẫu số liệu thống kê $\{2; 4; 6; 8; 10\}$. Số trung bình của mẫu số liệu trên là:

A. 7.

B. 12.

C. 6,5.

D. 6.

Lời giải

$$\text{Số trung bình của mẫu số liệu trên là: } \bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6.$$

Câu 74. Điểm kiểm tra của 24 học sinh được ghi lại trong bảng sau:

7	2	3	5	8	2
8	5	8	4	9	6
6	1	9	3	6	7
3	6	6	7	2	9

Tìm mốt của điểm điều tra.

A. 2.

B. 7.

C. 6.

D. 9.

Lời giải

Ta có bảng thống kê sau:

Điểm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Tần số	1	3	3	1	2	5	3	3	3	N=24

Ta thấy điểm 6 có tần số lớn nhất nên mốt của điểm điều tra là: $M_0 = 6$.

Câu 75. Kết quả điểm kiểm tra 45 phút môn Hóa Học của 100 em học sinh được trình bày ở bảng sau:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	3	5	14	14	30	22	7	5	100

Số trung bình cộng của bảng phân bố tần số nói trên là

A. 6,82.

B. 4.

C. 6,5.

D. 7,22.

Lời giải

Số trung bình cộng của bảng phân bố tần số nói trên là

$$\bar{x} = \frac{3.3 + 4.5 + 5.14 + 6.14 + 7.30 + 8.22 + 9.7 + 10.5}{100} = 6,82.$$

Câu 76. Điều tra tiền lương một tháng của 100 người lao động trên địa bàn một xã ta có bảng phân bố tần số sau:

Tiền lương (VND)	5.000.000	6.000.000	7.000.000	8.000.000	9.000.000	9.500.000
Tần số	26	34	20	10	5	5

Tìm **một** của bảng phân bố tần số trên.

A. 5.000.000.

B. 6.000.000.

C. 7.500.000.

D. 9.500.000.

Lời giải

Ta có giá trị 6.000.000 có tần số lớn nhất nên là **một** của bảng phân bố tần số trên.

Câu 77. Cho bảng phân bố tần số sau: *khối lượng* 20 *học sinh lớp 10A*

Khối lượng (kg)	Tần số
50	4
51	5
52	6
55	3
56	2

Số trung bình cộng \bar{x} của bảng số liệu đã cho là

A. $\bar{x} = 53$.

B. $\bar{x} = 52,8$.

C. $\bar{x} = 52,2$.

D. $\bar{x} = 52$.

Lời giải

$$\text{Giá trị trung bình } \bar{x} = \frac{50.4 + 51.5 + 52.6 + 55.3 + 56.2}{20} = 52,2.$$

Câu 78. Kết quả thi môn Toán giữa kì 11 của lớp 10A₃ trường THPT Ba Vì được thống kê như sau:

Điểm thi	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	5	7	8	12	8	5	45

Giá trị **một** M_0 của bảng phân bố tần số trên bằng

A. 5.

B. 7.

C. 8.

D. 12.

Lời giải

Một của bảng phân bố tần suất là giá trị có tần số lớn nhất nên ta có $M_0 = 8$.

Câu 79. Điểm thi toán cuối năm của một nhóm gồm 7 học sinh lớp 11 là

1; 3; 4; 5; 7; 8; 9. Số trung vị của dãy số liệu đã cho là

A. 6.

B. 4.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Mẫu số liệu đã cho có 7 phần tử, đã sắp theo thứ tự không giảm. Nên số trung vị là số đứng giữa dãy. Vậy số trung vị là 5.

Câu 80. Điểm thi toán cuối năm của một nhóm gồm 7 học sinh lớp 11 là

1; 3; 4; 5; 7; 8; 9. Số trung vị trên của dãy số liệu đã cho là

A. 8.

B. 3.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Câu 81. Cho dãy số liệu thống kê 5, 7, 8, 11, 14, 15, 17, 20. Số trung bình cộng của dãy số liệu trên là

A. 11.**B.** 12.**C.** 12.5.**D.** 12.125**Lời giải**

Trung bình cộng của dãy số liệu đã cho là:

$$\bar{x} = \frac{5+7+8+11+14+15+17+20}{8} = 12.125.$$

Câu 82. Thời gian chạy $50m$ của 20 học sinh được ghi lại trong bảng dưới đây:

Thời gian (giây)	8,3	8,4	8,5	8,7	8,8
Tần số	2	3	9	5	1

Số trung bình cộng thời gian chạy của học sinh là

A. 8,54.**B.** 4.**C.** 8,50.**D.** 8,53.**Lời giải**

Số trung bình cộng thời gian chạy của học sinh là

$$\frac{2.8,3 + 3.8,4 + 9.8,5 + 5.8,7 + 1.8,8}{20} = 8,53.$$

Câu 83. Cho mẫu số liệu $10, 8, 6, 2, 4$. Số trung bình cộng của mẫu là

A. 2,8.**B.** 2,4.**C.** 6.**D.** 8.**Lời giải**

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6.$$

Câu 84. Môt của một bảng phân bố tần số là

A. tần số lớn nhất trong bảng phân bố tần số.**B.** giá trị có tần số lớn nhất trong bảng phân bố tần số.**C.** giá trị có tần số nhỏ nhất trong bảng phân bố tần số.**D.** tần số nhỏ nhất trong bảng phân bố tần số.**Lời giải**

Môt của một bảng phân bố tần số là giá trị có tần số lớn nhất.

Câu 85. Cho bảng số liệu thống kê chiều cao của một nhóm học sinh như sau:

150	153	153	154	154	155	160	160	162	162	163	163	163	165	165	167
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Số trung vị của bảng số liệu nói trên là

A. 161.**B.** 153.**C.** 163.**D.** 156.**Lời giải**

Ta có trong bảng số liệu thống kê có tất cả 16 giá trị. Do đó số trung vị bằng trung bình cộng của hai số đứng thứ 8 và 9 trong bảng số liệu thống kê.

$$\text{Ta có } M_e = \frac{160+162}{2} = 161.$$

Câu 86. Cho bảng số liệu thống kê chiều cao của một nhóm học sinh như sau:

150	153	153	154	154	155	160	160	162	162	163	163	163	165	165	167
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Số trung vị dưới của bảng số liệu nói trên là

A. 161.**B.** 154.**C.** 163.**D.** 156.**Lời giải**

Chọn B

Câu 87. Cho bảng phân bố tần số như sau:

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
Tần số	15	$9n-1$	12	n^2+7	14	10	$9n-20$	17

Tìm n để $M_o^{(1)} = x_2$; $M_o^{(2)} = x_4$ là hai môt của bảng số liệu trên.

A. $n=1; n=8$.

B. $n=8$.

C. $n=1$.

D. $n=9$.

Lời giải

Ta có $M_o^{(1)} = x_2; M_o^{(2)} = x_4$ là hai môt của bảng phân bố tần số nên

$$\begin{cases} n^2 + 7 = 9n - 1 \\ 9n - 1 > 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n^2 - 9n + 8 = 0 \\ n > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 1(l) \\ n = 8(tm) \Rightarrow n = 8 \\ n > 2 \end{cases}$$

Câu 88. Nhiệt độ trung bình hàng tháng trong một năm được ghi lại trong bảng sau

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nhiệt độ	16	20	25	28	30	30	28	25	25	20	18	16

Một của dấu hiệu là

A. 20.

B. 25.

C. 28.

D. 30.

Lời giải

Ta có bảng tần số sau

Nhiệt độ	16	18	20	25	28	30	
Tần số	2	1	2	3	2	2	$n = 12$

Một của dấu hiệu là 25.

Câu 89. Cho bảng số liệu điểm kiểm tra môn Toán của 20 học sinh.

Điểm	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	1	2	3	4	5	4	1	20

Số trung vị của bảng số liệu trên là

A. 7.

B. 8.

C. 7,5.

D. 7,3.

Lời giải

Sắp 20 điểm của bài kiểm tra trong bảng số liệu đã cho theo thứ tự tăng dần như sau

STT	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Điểm	4	5	5	6	6	6	7	7	7	7

STT	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Điểm	8	8	8	8	8	9	9	9	9	10

Ta thấy điểm 7 và điểm 8 là hai điểm đứng giữa (đứng ở vị trí thứ 10 và 11) của bảng xếp thứ tự($n=20$).

Vậy số trung vị là $M_e = \frac{7+8}{2} = 7,5$.

Câu 90. Cho bảng số liệu điểm kiểm tra môn Toán của 20 học sinh.

Điểm	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	1	2	3	4	5	4	1	20

Số trung vị trên của bảng số liệu trên là

A. 7.

B. 8.

C. 8,5.

D. 7,3.

Lời giải

Chọn C $\frac{9+8}{2} = 8,5$