

BÀI 8. KHÁI NIỆM VECTOR

• | Fanpage: Nguyễn Bảo Vương

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa vector

Vector là một đoạn thẳng có hướng.

Vector có điểm đầu là A , điểm cuối là B được kí hiệu là \overrightarrow{AB} , đọc là "vector AB ".

Để vẽ vector \overrightarrow{AB} ta vẽ đoạn thẳng AB và đánh dấu mũi tên ở đầu mút B



Đối với vector \overrightarrow{AB} , ta gọi:

- Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B là giá của vector \overrightarrow{AB}



- Độ dài đoạn thẳng AB là độ dài của vector \overrightarrow{AB} , kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$.

2. Hai vector cùng phương, cùng hướng

Hai vector được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

Nhận xét: Nếu hai vector cùng phương thì hoặc chúng cùng hướng hoặc chúng ngược hướng.

Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi hai vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} cùng phương.

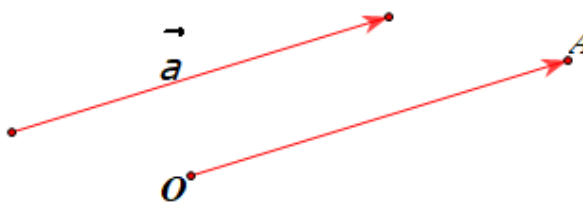
3. Vector bằng nhau – Vector đối nhau

Hai vector \vec{a} và \vec{b} được gọi là **bằng nhau** nếu chúng cùng hướng và có cùng độ dài, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$.

Hai vector \vec{a} và \vec{b} được gọi là **đối nhau** nếu chúng ngược hướng và có cùng độ dài, kí hiệu $\vec{a} = -\vec{b}$. Khi đó, vector \vec{b} được gọi là vector đối của vector \vec{a} .

Chú ý:

a) Cho vector \vec{a} và điểm O , ta luôn tìm được một điểm A duy nhất sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$. Khi đó độ dài của vector \vec{a} là độ dài đoạn OA , kí hiệu là $|\vec{a}|$.



b) Cho đoạn thẳng MN , ta luôn có $\overrightarrow{NM} = -\overrightarrow{MN}$.

4. Vector-không

Ta biết rằng mỗi vector hoàn toàn được xác định khi biết điểm đầu và điểm cuối của nó. Với một điểm A bất kì, ta quy ước có một vector đặc biệt mà điểm đầu và điểm cuối đều là A .

Vector đó được kí hiệu là \overrightarrow{AA} và gọi là vector-không (có gạch nối giữa hai từ).

Vector có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau gọi là **vector-không**, kí hiệu là $\vec{0}$.

Chú ý:

- Quy ước vector-không có độ dài bằng 0.

- Vector-không luôn cùng phương, cùng hướng với mọi vector.
- Mọi vector-không đều bằng nhau: $\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} = \dots$ với mọi điểm A, B, C, \dots
- Vector đối của vector-không là chính nó.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1. Xác định vector, sự cùng phương, cùng hướng, bằng nhau của hai vector

Phương pháp

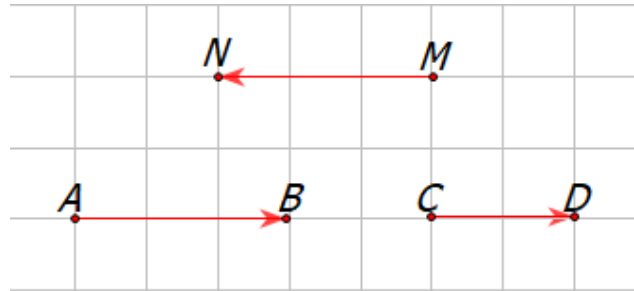
Để xác định một vector ta cần xác định điểm đầu và điểm cuối hoặc xác định độ dài và hướng của nó.

Để xét sự cùng phương, cùng hướng của các vector ta dùng các khái niệm và nhìn nhận trực quan để rút ra kết luận.

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

Câu 1. Cho hai điểm phân biệt H, K . Viết hai vector mà điểm đầu và điểm cuối là H hoặc K .

Câu 2. Trong hình bên,



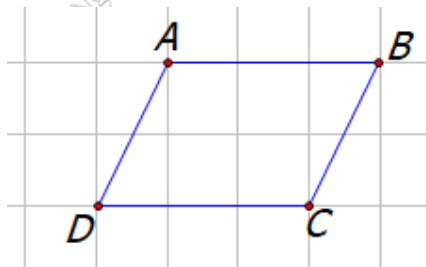
tìm vector cùng hướng với vector \overrightarrow{AB} ; ngược hướng với vector \overrightarrow{AB} .

Câu 3. Cho tam giác ABC . Thực hiện các yêu cầu sau:

a) Vẽ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$.

b) Vẽ điểm N sao cho $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 4. Cho hình bình hành $ABCD$



a) Vector nào bằng vector \overrightarrow{AB} ?

b) Vector nào bằng vector \overrightarrow{AD} ?

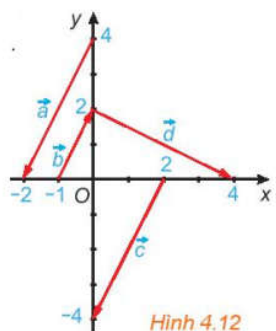
Câu 5. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Hãy chỉ ra mối quan hệ về độ dài, phương, hướng giữa các cặp vector: \overrightarrow{AD} và \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{BD} . Những cặp vector nào trong các cặp vector trên là bằng nhau?

Câu 6. Chứng minh rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

Câu 7. Cho 3 vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều khác $\vec{0}$. Những khẳng định nào sau đây là đúng?

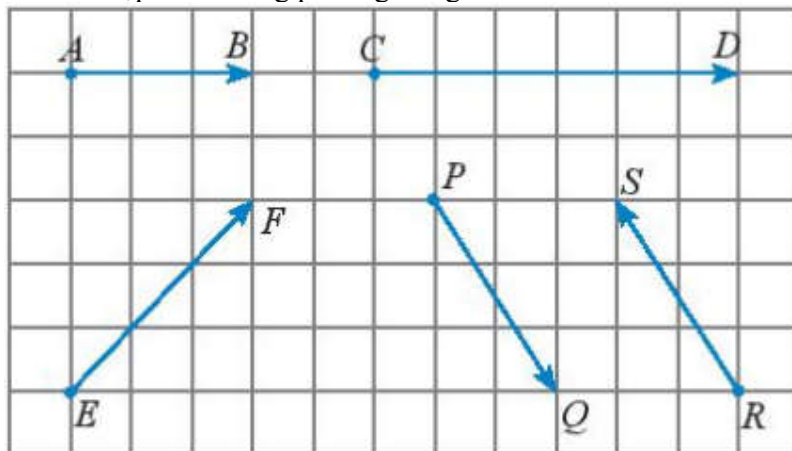
- a) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều cùng hướng với vector $\vec{0}$;
- b) Nếu \vec{b} không cùng hướng với \vec{a} thì \vec{b} ngược hướng với \vec{a} .
- c) Nếu \vec{a} và \vec{b} đều cùng phương với \vec{c} thì \vec{a} và \vec{b} cùng phương.
- d) Nếu \vec{a} và \vec{b} đều cùng hướng với \vec{c} thì \vec{a} và \vec{b} cùng hướng.

Câu 8. Trong Hình 4.12, hãy chỉ ra các vectơ cùng phương, các cặp vectơ ngược hướng và các cặp vectơ bằng nhau.

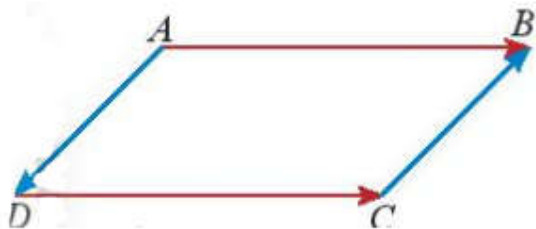


Hình 4.12

- Câu 9.** Cho hình vuông $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại O . Hãy chỉ ra tập hợp S gồm tất cả các vectơ khác $\vec{0}$. Hãy chỉ ra tập hợp S gồm tất cả các vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp $\{A; B; C; D; O\}$. Hãy chia tập S thành các nhóm sao cho hai vectơ thuộc cùng một nhóm khi và chỉ khi chúng bằng nhau.
- Câu 10.** Cho hình thoi $ABCD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC, BD . Xét các cặp vectơ: \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} , \overrightarrow{DA} và \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BC} và \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{OA} và \overrightarrow{CO} , \overrightarrow{BO} và \overrightarrow{DO} .
- a) Hãy chỉ ra mối quan hệ về phương, hướng và độ dài của các vectơ trong mỗi cặp trên.
b) Trong các cặp trên, có bao nhiêu cặp gồm hai vectơ bằng nhau?
- Câu 11.** Cho tam giác ABC . Vẽ các đường trung tuyến AD, BE, CF của tam giác ($D \in BC, E \in CA, F \in AB$). Xét các vectơ có đầu mút được lấy từ các điểm A, B, C, D, E, F .
Hãy chỉ ra các bộ ba vectơ khác $\vec{0}$ và đôi một bằng nhau.
- Câu 12.** Cho tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của cạnh BC và G là trọng tâm của tam giác. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là một khẳng định đúng?
- a) Hai vectơ \overrightarrow{GA} và \overrightarrow{GM} cùng phương;
b) Hai vectơ \overrightarrow{GA} và \overrightarrow{GM} cùng hướng;
c) Hai vectơ \overrightarrow{GA} và \overrightarrow{GM} ngược hướng;
d) Độ dài của vectơ \overrightarrow{AM} bằng ba lần độ dài của vectơ \overrightarrow{MG} .
- Câu 13.** Cho trước hai vectơ không cùng phương \vec{a} và \vec{b} . Hỏi có hay không một vectơ cùng phương với cả \vec{a} và \vec{b} ?
- Câu 14.** Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng phương và cùng khác vectơ $\vec{0}$. Chứng minh rằng có ít nhất hai vectơ trong chúng có cùng hướng.
- Câu 15.** Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Xét các vectơ có hai điểm mút lấy từ các điểm O, A, B, C, D, E, F .
- a) Hãy chỉ ra các vectơ khác vectơ - không và cùng phương với vectơ \overrightarrow{OA} .
b) Tìm các vectơ bằng vectơ \overrightarrow{AB} .
- Câu 16.** Tìm các cặp vectơ cùng phương trong Hình



- Câu 17.** a) Tìm trong Hình hai cặp vectơ bằng nhau và hai cặp vectơ đối nhau.



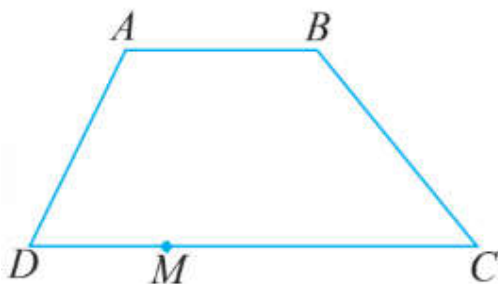
b) Cho điểm O là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tìm hai vector đối nhau.

Câu 18. Cho đoạn thẳng EF có độ dài bằng 2 và nhận M là trung điểm.

a) Tìm vector-không trong số các vector: $\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EE}, \overrightarrow{EM}, \overrightarrow{MM}, \overrightarrow{FF}$.

b) Dùng kí hiệu $\vec{0}$ để biểu diễn các vector-không đó.

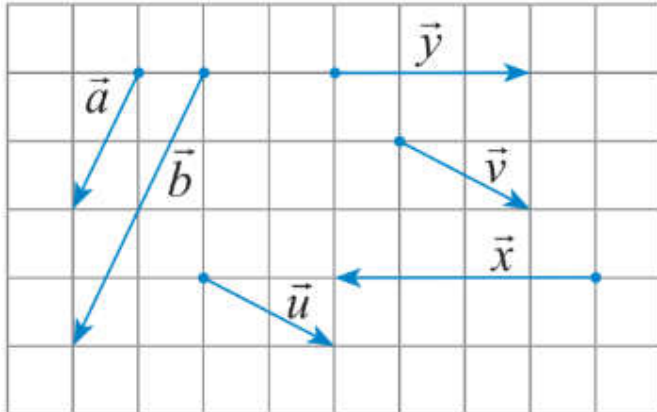
Câu 19. Cho hình thang $ABCD$ có hai cạnh đáy là AB và DC (hình). Điểm M nằm trên đoạn DC .



a) Gọi tên các vector cùng hướng với vector \overrightarrow{AB}

b) Gọi tên các vector ngược hướng với vector \overrightarrow{DM}

Câu 20. Hãy chỉ ra các cặp vector cùng hướng, ngược hướng, bằng nhau trong hình.

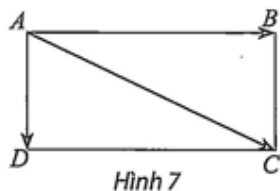


Câu 21. Gọi O là tâm hình lục giác đều $ABCDEF$.

a) Tìm các vector khác vector $\vec{0}$ và cùng hướng với vector \overrightarrow{OA} .

b) Tìm các vector bằng vector \overrightarrow{AB} .

Câu 22. Cho hình chữ nhật $ABCD$.



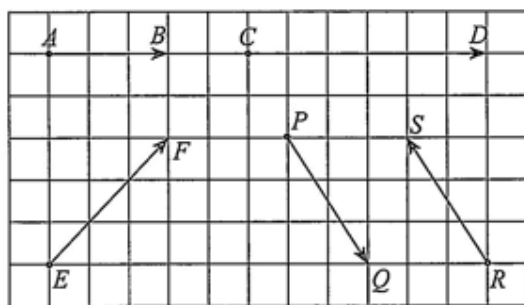
Hình 7

a) Tìm vector bằng vector \overrightarrow{AD} ;

b) Tìm các vector đối của vector \overrightarrow{AB} ;

c) Tìm các vector có độ dài bằng độ dài của vector \overrightarrow{AC} .

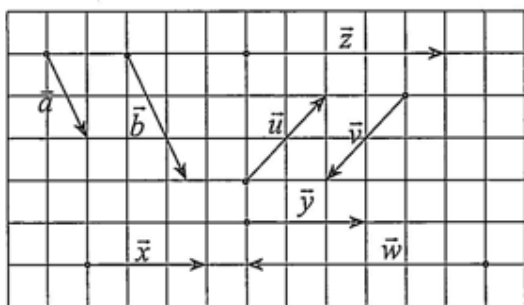
Câu 23. Trong Hình 8, tìm các vector:



Hình 8

- a) cùng phương với vector \overrightarrow{AB} ;
- b) cùng hướng với vector \overrightarrow{AB} ;
- c) vector đối của vector \overrightarrow{PQ} .

Câu 24. Tìm trong Hình 9, các vector:



Hình 9

- a) cùng phương với vector \vec{x} ;
- b) cùng hướng với vector \vec{a} ;
- c) ngược hướng với vector \vec{u} .

Câu 25. Cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB, CD và có hai đường chéo cắt nhau tại O .

- a) Gọi tên hai vector cùng hướng với \overrightarrow{AO} .
- b) Gọi tên hai vector ngược hướng với \overrightarrow{AB} .

Câu 26. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Hãy chỉ ra một cặp vector:

- a) cùng hướng;
- b) ngược hướng;
- c) bằng nhau.

Câu 27. Gọi O là tâm của hình bát giác đều $ABCDEFGH$.

- a) Tìm hai vector khác $\vec{0}$ và cùng hướng với \overrightarrow{OA} .
- b) Tìm vector bằng vector \overrightarrow{BD} .

Câu 28. Cho A, B, C là ba điểm thẳng hàng, B nằm giữa A và C . Viết các cặp vector cùng hướng, ngược hướng trong những vector sau:

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$

Câu 29. Cho đoạn thẳng MN có trung điểm là I .

- a) Viết các vector khác vector-không có điểm đầu, điểm cuối là một trong ba điểm M, N, I .
- b) vector nào bằng \overrightarrow{MI} ? Bằng \overrightarrow{NI} ?

Câu 30. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Tìm vector:

- a) Cùng hướng với \overrightarrow{AB}
- b) Ngược hướng với \overrightarrow{AB}

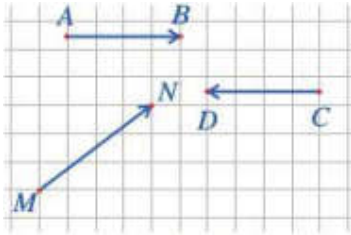
Câu 31. Cho tứ giác $ABCD$. Viết các vector khác $\vec{0}$ thỏa mãn:

- a) Có điểm đầu là A , điểm cuối là một trong các đỉnh của tứ giác trên.
- b) Có điểm cuối là B , điểm đầu là một trong các đỉnh của tứ giác trên.

Câu 32. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng, B nằm giữa A và C . Chỉ ra ba cặp vector khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối trong các điểm A, B, C thỏa mãn:

- a) Cặp vector đồ cùng hướng.
- b) Cặp vector đồ ngược hướng.

Câu 33. Tính độ dài của các vector \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} và \overrightarrow{MN}

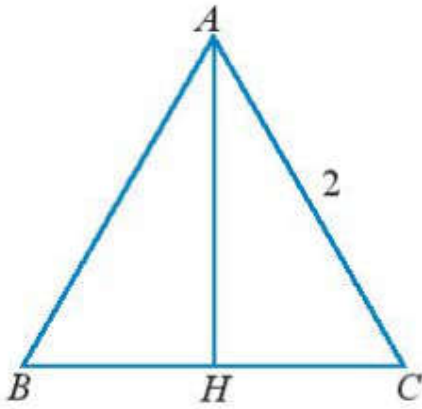


biết rằng độ dài cạnh của ô vuông bằng 1 cm .

Câu 34. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Xác định vector thỏa mãn:

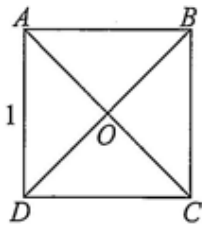
- a) Có điểm đầu là A , điểm cuối là một trong các đỉnh của hình vuông trên và có độ dài là a .
- b) Có điểm cuối là C , điểm đầu là một trong các đỉnh của hình vuông trên và có độ dài là a .

Câu 35. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 2. Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng BC .



Tìm điểm đầu, điểm cuối, giá và độ dài của các vector: \overrightarrow{CA} , \overrightarrow{AH} , \overrightarrow{BH} .

Câu 36. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và có cạnh bằng 1.



Hình 6

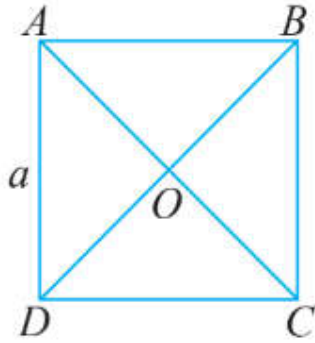
- a) Tìm điểm đầu, điểm cuối, giá và độ dài của các vector: \overrightarrow{CA} ; \overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{BD} .
- b) Tìm các vector đơn vị trong hình.

Câu 37. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh bằng a có tâm O và có $\widehat{BAD} = 60^\circ$.

- a) Tìm trong hình hai vector bằng nhau và có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$;
- b) Tìm trong hình hai vector đối nhau và có độ dài bằng $a\sqrt{3}$.

Câu 38. Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 3 cm . Tính độ dài của các vector \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC}

Câu 39. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và có các cạnh bằng a (hình)



- a) Tìm trong hình hai vector bằng nhau và có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
- b) Tìm trong hình hai vector đối nhau và có độ dài bằng $a\sqrt{2}$
- Câu 40.** Cho hình vuông $ABCD$ với cạnh có độ dài bằng 1. Tính độ dài các vector $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD}$.
- Câu 41.** Cho ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 3a$, $AC = 4a$. Tính $|\overrightarrow{BC}|$.
- Câu 42.** Cho ABC là tam giác đều cạnh a và M là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{AM}|$.
- Câu 43.** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính $|\overrightarrow{AB}|, |\overrightarrow{AC}|$.

BÀI TẬP BỔ SUNG

- Câu 44.** Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .
- a) Xác định các véc-tơ khác véc-tơ - không, cùng phương với \overrightarrow{MN} có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.
- b) Xác định các véc-tơ khác véc-tơ - không, cùng hướng với \overrightarrow{AB} có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.
- c) Vẽ các véc-tơ bằng véc-tơ \overrightarrow{NP} mà có điểm đầu A, B .

Dạng 2. Chứng minh các vector bằng nhau

Phương pháp

Để chứng minh hai vector bằng nhau ta có thể dùng một trong ba cách sau:

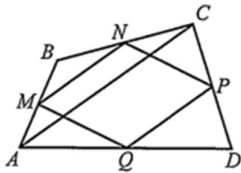
Có cùng hướng và cùng độ dài

Cùng bằng nhau với một vector thứ ba

Áp dụng định lý sau “Nếu $ABCD$ là hình bình hành” thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

- Câu 45.** Chứng minh rằng tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.
- Câu 46.** Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .
- Chứng minh rằng:
- a) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PA}$
- b) $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{CN}$
- Câu 47.** Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh rằng tứ giác đó là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- Câu 48.** Cho đường tròn tâm O và dây cung BC không đi qua O . Điểm A chuyển động trên cung lớn BC của đường tròn sao cho tam giác ABC nhọn. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Chứng minh rằng \overrightarrow{AH} có độ dài không đổi.
- Câu 49.** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của bốn cạnh AB, BC, CD, DA (Hình 29). Chứng minh $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.



Hình 29

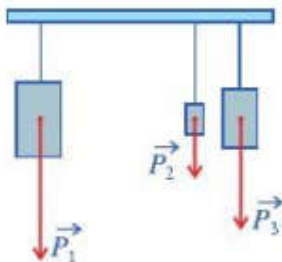
- Câu 50.** Cho tam giác ABC không vuông, với trực tâm H , nội tiếp đường tròn (O) . Kẻ đường kính AA' của đường tròn (O) .
- Chứng minh rằng $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{A'C}$.
 - Gọi M là trung điểm cạnh BC . Tìm mối quan hệ về phương, hướng và độ dài của hai vectơ \overrightarrow{AH} và \overrightarrow{OM} .
- Câu 51.** Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi I là trung điểm của BC . Dựng điểm B' sao cho $\overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{AG}$.
- Chứng minh rằng $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$.
 - Gọi J là trung điểm của BB' . Chứng minh rằng $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{IG}$.

BÀI TẬP BỔ SUNG

- Câu 52.** Cho tam giác ABC có H là trực tâm và O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi B' là điểm đối xứng với B qua O . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C'}$, $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$.
- Câu 53.** Cho tam giác ABC có trung tuyến AM . Trên cạnh AC lấy hai điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$; BE cắt AM tại N . Chứng minh \overrightarrow{NA} và \overrightarrow{NM} là hai vectơ đối nhau.
- Câu 54.** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Chứng minh rằng $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.
- Câu 55.** Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $DM = BN$. Gọi P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$ và $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{QB}$.
- Câu 56.** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và CD . Nối AF và CE , hai đường này cắt đường chéo BD lần lượt tại M và N . Chứng minh $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NB}$.
- Câu 57.** Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ với A, D, F không thẳng hàng. Dựng các vectơ \overrightarrow{EH} và \overrightarrow{FG} bằng vectơ \overrightarrow{AD} . Chứng minh tứ giác $CDGH$ là hình bình hành.

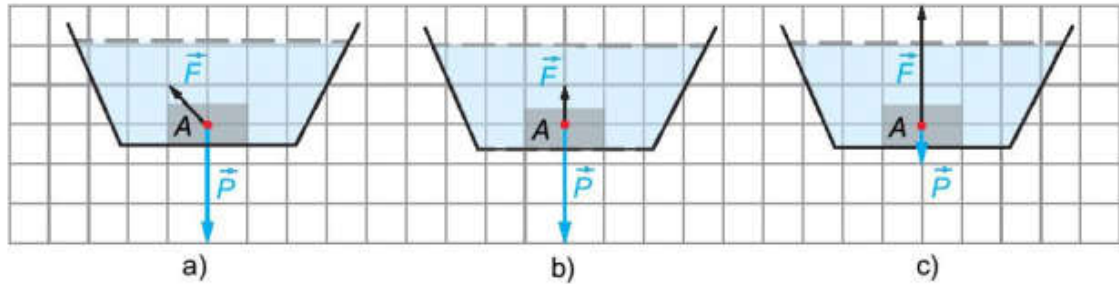
Dạng 3. Một số bài toán thực tế

- Câu 58.**
- Bạn hãy tìm sự khác biệt giữa hai đại lượng sau:
 - Bác Ba có số tiền 20 triệu đồng
 - Một cơn bão di chuyển với vận tốc 20 km/h theo hướng đông bắc.
 - Trong các đại lượng sau, đại lượng nào cần được biểu diễn bởi vectơ?
Giá tiền, lực, thể tích, tuổi, độ dịch chuyển, vận tốc
- Câu 59.** Khi treo ba vật, mỗi vật sẽ tác dụng vào thanh treo một lực (trọng lực) như ở hình dưới



Nhận xét đặc điểm về phương, hướng của ba vectơ biểu thị trọng lực.

Câu 60. Một vật A được thả chìm hoàn toàn dưới đáy một cốc chất lỏng. Biết rằng trong ba cách biểu diễn lực đẩy Archimedes (Ác-si-mét) \vec{F} và trọng lực \vec{P} tác động lên vật A ở hình có một cách biểu diễn đúng.



Hãy chỉ ra mối quan hệ giữa trọng lượng riêng của vật A và trọng lượng riêng của chất lỏng trong cốc.

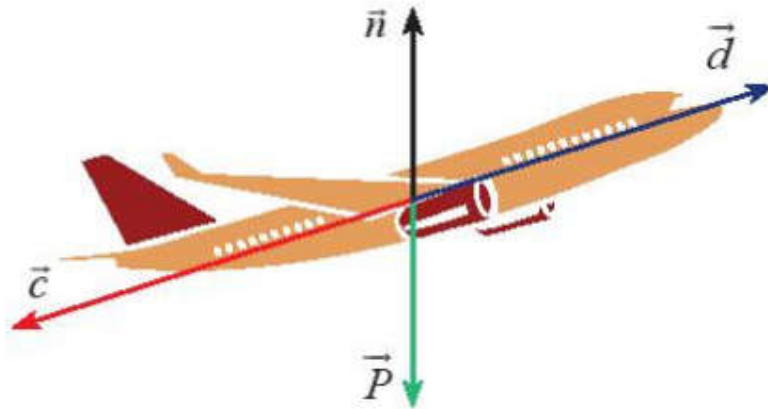
Câu 61. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy hãy vẽ các vectơ \vec{OA}, \vec{MN} với $A(1;2), M(0;-1), N(3;5)$.

a) Chỉ ra mối quan hệ giữa hai vectơ trên.

b) Một vật thể khởi hành từ M chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu diễn với vectơ $\vec{v} = \vec{OA}$. Hỏi vật thể đó có đi qua N hay không? Nếu có thì sau bao lâu sẽ tới N ?

Câu 62. Trên biển Đông, một tàu chuyển động đều từ vị trí A theo hướng $N20^\circ E$ với vận tốc 20 km/h . Sau 2 giờ, tàu đến được vị trí B . Hỏi A cách B bao nhiêu kilômét và về hướng nào so với B ?

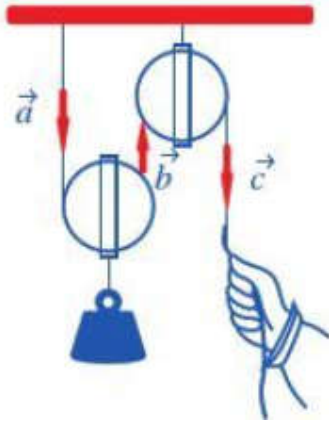
Câu 63. Tìm các cặp lực ngược hướng trong số các lực tác động vào máy bay trong Hình.



Câu 64. Tìm các lực cùng hướng và ngược hướng trong số các lực đẩy được biểu diễn bằng các vectơ trong hình



Câu 65. Quan sát ròng rọc hoạt động khi dùng lực để kéo một đầu của ròng rọc. Chuyển động của các đoạn dây được mô tả bằng các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ (hình)



- a) Hãy chỉ ra các cặp vector cùng phương.
b) Trong các cặp vector đó, cho biết chúng cùng hướng hay ngược hướng.

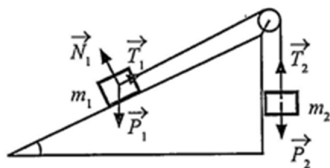
Câu 66. Treo một vật có khối lượng 10 kg vào một sợi dây (Hình 30). Sử dụng vector \vec{P} để biểu diễn trọng lực, vector \vec{T} để biểu diễn lực căng của dây tác dụng lên vật đó. Chọn các khẳng định đúng trong các phát biểu sau:



Hình 30

- a) \vec{P} có phương thẳng đứng;
b) \vec{T} có phương thẳng đứng;
c) \vec{P} có hướng từ trên xuống dưới;
d) \vec{P} có hướng từ dưới lên trên;
e) \vec{T} có hướng từ trên xuống dưới; g) \vec{T} có hướng từ dưới lên trên.

Câu 67. Trong mặt phẳng nghiêng không có ma sát, cho hệ vật m_1, m_2 , hai vật nối với nhau bằng một sợi dây không dẫn vắt qua ròng rọc (Hình 32). Giả sử bỏ qua khối lượng của dây và ma sát của ròng rọc.



Hình 32

- a) Tìm các cặp vector cùng phương trong các vector ở Hình 32.
b) Những cặp vector cùng phương đó có cùng hướng không?

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

Câu 1. Trong mặt phẳng cho tam giác ABC . Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn \overrightarrow{AM} cùng phương với \overrightarrow{BC} là hình gì?

- A. Đường thẳng AB .
B. Tia BA .
C. Tia AB .

- D.** Đường thẳng đi qua A song song với BC .
- Câu 2.** Trong mặt phẳng cho tam giác ABC . Tập hợp tất cả các điểm M thoả mãn \overrightarrow{AM} cùng hướng với \overrightarrow{AB} là hình gì?
A. Đoạn thẳng AB .
B. Tia BA .
C. Tia AB .
D. Đường thẳng AB .
- Câu 3.** Trong mặt phẳng cho hai điểm phân biệt A, B . Tập hợp tất cả các điểm M thoả mãn $|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{BM}|$ là hình gì?
A. Đường tròn tâm A bán kính AB .
B. Đường trung trực của đoạn thẳng AB .
C. Đường tròn tâm B bán kính AB .
D. Đoạn thẳng AB .
- Câu 4.** Trong mặt phẳng cho hai điểm phân biệt A, B . Tập hợp tất cả các điểm M thoả mãn \overrightarrow{AM} ngược hướng với \overrightarrow{AB} là hình gì?
A. Đường thẳng AB .
B. Tia AB .
C. Tia đối của tia AB trừ điểm A .
D. Đoạn thẳng AB .
- Câu 5.** Trong mặt phẳng cho hai điểm phân biệt A, B . Tập hợp tất cả các điểm M thoả mãn $|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{AB}|$ là hình gì?
A. Đường trung trực của đoạn thẳng AB .
B. Đường tròn tâm A bán kính AB .
C. Đường tròn tâm B bán kính AB .
D. Đoạn thẳng AB .
- Câu 6.** Cho hình thang $ABCD$ có AB và CD song song với nhau. Phát biểu nào sau đây là đúng?
A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
B. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} cùng hướng.
C. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} ngược hướng.
D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
- Câu 7.** Cho $\vec{a} = \vec{b}$. Phát biểu nào sau đây là sai?
A. \vec{a} và \vec{b} cùng hướng.
B. \vec{a} và \vec{b} cùng độ dài.
C. \vec{a} và \vec{b} không cùng phương.
D. \vec{a} và \vec{b} cùng phương.
- Câu 8.** Cho điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Phát biểu nào sau đây là đúng?
A. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.
B. \overrightarrow{IA} và \overrightarrow{IB} cùng hướng.
C. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$.
D. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.

BÀI TẬP BỔ SUNG

- Câu 9.** Vector có điểm đầu là D , điểm cuối là E được kí hiệu là:
A. DE . **B.** $|\overrightarrow{DE}|$. **C.** \overrightarrow{ED} . **D.** \overrightarrow{DE} .
- Câu 10.** Cho tứ giác $ABCD$. Số các vector khác $\vec{0}$ có điểm đầu và cuối là đỉnh của tứ giác bằng:
A. 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 12.
- Câu 11.** Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Hỏi cặp vector nào sau đây cùng hướng?
A. \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{CB} . **B.** \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{MB} . **C.** \overrightarrow{MA} và \overrightarrow{MB} . **D.** \overrightarrow{AN} và \overrightarrow{CA} .

- Câu 12.** Cho $\overline{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C , có bao nhiêu điểm D thỏa mãn: $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$
 A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.
- Câu 13.** Xét các mệnh đề sau
 (I): Véc tơ – không là véc tơ có độ dài bằng 0.
 (II): Véc tơ – không là véc tơ có nhiều phương.
 A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng. C. (I) và (II) đúng. D. (I) và (II) sai.
- Câu 14.** Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. $|\overline{AC}| = \overline{BC}$. B. $\overline{AC} = a$. C. $\overline{AB} = \overline{AC}$. D. $|\overline{AB}| = a$.
- Câu 15.** Cho M là một điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AB = 3AM$. Hãy tìm khẳng định sai?
 A. $|\overline{MB}| = 2|\overline{MA}|$. B. $|\overline{MA}| = 2|\overline{MB}|$. C. $|\overline{BA}| = 3|\overline{AM}|$. D. $|\overline{AM}| = \frac{1}{2}|\overline{BM}|$.
- Câu 16.** Cho hình bình hành $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?
 A. $\overline{AD} = \overline{BC}$. B. $\overline{AB} = \overline{AC}$. C. $\overline{AC} = \overline{DB}$. D. $\overline{AB} = \overline{CD}$.
- Câu 17.** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Các véc tơ ngược hướng với \overline{OB} là:
 A. $\overline{BD}, \overline{OD}$. B. $\overline{DB}, \overline{OD}, \overline{BO}$. C. $\overline{DB}, \overline{DO}$. D. $\overline{BD}, \overline{OD}, \overline{BO}$
- Câu 18.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3, AD = 4$. Khẳng định nào sau đây đúng?
 A. $|\overline{AC}| = |\overline{BD}|$. B. $|\overline{CD}| = |\overline{BC}|$. C. $|\overline{AC}| = |\overline{AB}|$. D. $|\overline{BD}| = 7$.
- Câu 19.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm $I, AB = 3, BC = 4$. Khi đó $|\overline{BI}|$ là:
 A. 7. B. $\frac{5}{2}$. C. 5. D. $\frac{7}{2}$.
- Câu 20.** Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. Hai véc tơ cùng phương thì chúng cùng hướng.
 B. Hai véc tơ cùng phương thì giá của chúng song song hoặc trùng nhau.
 C. Hai véc tơ có giá vuông góc thì cùng phương.
 D. Hai véc tơ ngược hướng với 1 véc tơ thứ ba thì cùng phương.
- Câu 21.** Cho tam giác đều ABC với đường cao AH . Đẳng thức nào sau đây đúng?
 A. $\overline{HB} = \overline{HC}$. B. $|\overline{AC}| = 2|\overline{HC}|$. C. $|\overline{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2}|\overline{HC}|$. D. $\overline{AB} = \overline{AC}$.
- Câu 22.** Nếu $\overline{AB} = \overline{AC}$ thì:
 A. tam giác ABC là tam giác cân B. tam giác ABC là tam giác đều
 C. A là trung điểm đoạn BC D. điểm B trùng với điểm C
- Câu 23.** Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó cặp véc tơ nào sau đây cùng hướng?
 A. \overline{MN} và \overline{MP} B. \overline{MN} và \overline{PN} C. \overline{MP} và \overline{PN} D. \overline{NP} và \overline{NM}
- Câu 24.** Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các véc tơ khác véc tơ không, cùng phương với véc tơ \overline{OB} có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là
 A. 4 B. 6 C. 8 D. 10
- Câu 25.** Cho tứ giác đều $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Mệnh đề nào sau đây là sai?
 A. $\overline{MN} = \overline{QP}$ B. $|\overline{QP}| = |\overline{MN}|$ C. $\overline{MQ} = \overline{NP}$ D. $|\overline{MN}| = |\overline{AC}|$
- Câu 26.** Cho ba điểm A, B, C phân biệt và thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. $\overline{AB} = \overline{BC}$ B. \overline{CA} và \overline{CB} cùng hướng
 C. \overline{AB} và \overline{AC} ngược hướng D. \overline{BA} và \overline{BC} cùng phương
- Câu 27.** Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?
 A. $\overline{MA} = \overline{MB}$. B. $\overline{AB} = \overline{AC}$. C. $\overline{MN} = \overline{BC}$. D. $|\overline{BC}| = 2|\overline{MN}|$.
- Câu 28.** Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overline{AB} = \overline{CD}$?

- A. $ABCD$ là hình bình hành. B. $ABDC$ là hình bình hành.
 C. AD và BC có cùng trung điểm. D. $AB = CD$.
- Câu 29.** Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Đẳng thức nào sau đây là sai?
 A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AF}|$. C. $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OE}$.
- Câu 30.** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm AB, BC, AD . Lấy 8 điểm trên làm điểm gốc hoặc điểm ngọn các vector. Tìm mệnh đề sai:
 A. Có 2 vector bằng \overrightarrow{PQ} B. Có 4 vector bằng \overrightarrow{AR}
 C. Có 3 vector bằng \overrightarrow{BO} D. Có 5 vector bằng \overrightarrow{OP}
- Câu 31.** Cho hai điểm phân biệt A và B . Điều kiện để điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB là:
 A. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$. B. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$. C. $IA = IB$. D. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.
- Câu 32.** Cho hình thoi $ABCD$ có tâm I . Hãy cho biết số khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
 a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ c) $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IO}$
 d) $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA}$ e) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ f) $2|\overrightarrow{IA}| = |\overrightarrow{BD}|$
 A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.
- Câu 33.** Điền từ thích hợp vào dấu (...) để được mệnh đề đúng. Hai véc tơ ngược hướng thì (...).
 A. Bằng nhau. B. Cùng phương. C. Cùng độ dài. D. Cùng điểm đầu.
- Câu 34.** Cho vector \vec{a} . Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. Có vô số vector \vec{u} mà $\vec{u} = \vec{a}$. B. Có duy nhất một \vec{u} mà $\vec{u} = \vec{a}$.
 C. Có duy nhất một \vec{u} mà $\vec{u} = -\vec{a}$. D. Không có vector \vec{u} nào mà $\vec{u} = \vec{a}$.
- Câu 35.** Cho hình bình hành $ABGE$. Đẳng thức nào sau đây đúng.
 A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EG}$. B. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{BE}$. C. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BE}$. D. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{GE}$.
- Câu 36.** Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Hãy tìm các vector khác vector-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm O sao cho bằng với \overrightarrow{AB} ?
 A. $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{FD}$ B. $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{ED}$ C. $\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$ D. $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$
- Câu 37.** Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Xác định các vector cùng phương với \overrightarrow{MN} .
 A. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{CP}$ B. $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{AP}$
 C. $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{CP}$ D. $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{PN}, \overrightarrow{CP}$
- Câu 38.** Cho ba điểm A, B, C cùng nằm trên một đường thẳng. Các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng khi và chỉ khi:
 A. Điểm B thuộc đoạn AC B. Điểm A thuộc đoạn BC
 C. Điểm C thuộc đoạn AB D. Điểm A nằm ngoài đoạn BC
- Câu 39.** Cho tam giác đều cạnh $2a$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?
 A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AB} = 2a$ C. $|\overrightarrow{AB}| = 2a$ D. $\overrightarrow{AB} = AB$
- Câu 40.** Cho tam giác không cân ABC . Gọi H, O lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác. M là trung điểm của BC . Mệnh đề nào sau đây là đúng?
 A. Tam giác ABC nhọn thì $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ cùng hướng.
 B. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ luôn cùng hướng.
 C. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ cùng phương nhưng ngược hướng.
 D. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ có cùng giá
- Câu 41.** Cho hình thoi tâm O , cạnh bằng a và $\hat{A} = 60^\circ$. Kết luận nào sau đây là đúng?
 A. $|\overrightarrow{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $|\overrightarrow{OA}| = a$ C. $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}|$ D. $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

- Câu 42.** Cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, M là điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. $\forall M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$. B. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.
 C. $\forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$. D. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.
- Câu 43.** Cho hai điểm phân biệt A, B . Số vectơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm A, B là:
 A. 2. B. 6. C. 13. D. 12.
- Câu 44.** Gọi C là trung điểm của đoạn AB . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:
 A. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. B. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} cùng hướng.
 C. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CB} ngược hướng. D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CB}|$.
- Câu 45.** Cho hình bình hành $ABCD$. Các vectơ là vectơ đối của vectơ \overrightarrow{AD} là
 A. $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}$.
- Câu 46.** Số vectơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước là
 A. 42. B. 3. C. 9. D. 27.
- Câu 47.** Cho tam giác ABC đều cạnh a và G là trọng tâm. Gọi I là trung điểm của AG . Độ dài của vectơ \overrightarrow{BI} là
 A. $a \frac{\sqrt{21}}{6}$. B. $a \frac{\sqrt{21}}{3}$. C. $a \frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $a \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 48.** Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $DM = BN$. Gọi P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Khẳng định nào đúng?
 A. $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{QB}$. B. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$. C. $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{MN}|$. D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.
- Câu 49.** Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
 A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$. B. $|\overrightarrow{BD}| = a$. C. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA}$.
- Câu 50.** Cho \vec{a} và \vec{b} là các vectơ khác $\vec{0}$ với \vec{a} là vectơ đối của \vec{b} . Khẳng định nào sau đây sai?
 A. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng phương. B. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} ngược hướng.
 C. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng độ dài. D. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} chung điểm đầu.
- Câu 51.** Cho tam giác ABC có M, N, D lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Khi đó, các vectơ đối của vectơ \overrightarrow{DN} là:
 A. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$. B. $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.
 C. $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AM}$. D. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{ND}$.
- Câu 52.** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DC, AB ; P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Khẳng định nào sau đây là đúng nhất.
 A. $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{NB}$ B. $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QB}$ C. Cả A, B đều đúng D. Cả A, B đều sai
- Câu 53.** Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD với $AB = 2CD$. Từ C vẽ $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{DA}$. Khẳng định nào sau đây là đúng nhất?
 A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{IC}$ B. $\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{CB}$
 C. Cả A, B đều đúng D. A đúng, B sai
- Câu 54.** Cho tam giác ABC có trục tâm H . Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?
 A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$. B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

- C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CH}$. D. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$.
- Câu 55.** Cho tam giác ABC với trực tâm H . D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?
 A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$ B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{HC}$
 C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ D. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$
- Câu 56.** Cho $\triangle ABC$ với điểm M nằm trong tam giác. Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB và N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với M qua A', B', C' . Câu nào sau đây đúng?
 A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$ và $\overrightarrow{QB} = \overrightarrow{NC}$ B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{QN}$ và $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$
 C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CN}$ và $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{QN}$ D. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$
- Câu 57.** Cho tam giác ABC có H là trực tâm và O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi D là điểm đối xứng với B qua O . Câu nào sau đây đúng?
 A. $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$ B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AH}$
- Câu 58.** Cho đường tròn tâm O . Từ điểm A nằm ngoài (O) , kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới (O) . Xét mệnh đề:
 (I) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ (II) $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OC}$ (III) $|\overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{CO}|$
 Mệnh đề đúng là:
 A. Chỉ (I) B. (I) và (III) C. (I), (II), (III) D. Chỉ (III)
- Câu 59.** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, BC, AD . Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vector. Tìm mệnh đề sai?
 A. Có 2 vector bằng \overrightarrow{PR} B. Có 4 vector bằng \overrightarrow{AR} C. Có 2 vector bằng \overrightarrow{BO} D. Có 5 vector bằng \overrightarrow{OP}
- Câu 60.** Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Hãy tính độ dài của vector \overrightarrow{MN} .
 A. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ B. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{3}$ C. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ D. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{4}$
- Câu 61.** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Gọi O là giao điểm của các đường chéo của tứ giác $MNPQ$, trung điểm của các đoạn thẳng AC, BD tương ứng là I, J . Khẳng định nào sau đây là đúng?
 A. $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OJ}$ B. $MP = NQ$ C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$ D. $\overrightarrow{OI} = -\overrightarrow{OJ}$
- Câu 62.** Cho tam giác ABC có trực tâm H , D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?
 A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$. B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.
 C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{HD}$. D. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương**  <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương**  <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bào Vương (TÀI LIỆU TOÁN)**  <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

 https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUBT3nwJfA?view_as=subscriber

 Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>

BÀI 8. KHÁI NIỆM VECTOR

• | Fanpage: Nguyễn Bảo Vương

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa vector

Vector là một đoạn thẳng có hướng.

Vector có điểm đầu là A , điểm cuối là B được kí hiệu là \overrightarrow{AB} , đọc là "vector AB ".

Để vẽ vector \overrightarrow{AB} ta vẽ đoạn thẳng AB và đánh dấu mũi tên ở đầu mút B



Đối với vector \overrightarrow{AB} , ta gọi:

- Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B là giá của vector \overrightarrow{AB}



- Độ dài đoạn thẳng AB là độ dài của vector \overrightarrow{AB} , kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$.

2. Hai vector cùng phương, cùng hướng

Hai vector được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

Nhận xét: Nếu hai vector cùng phương thì hoặc chúng cùng hướng hoặc chúng ngược hướng.

Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi hai vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} cùng phương.

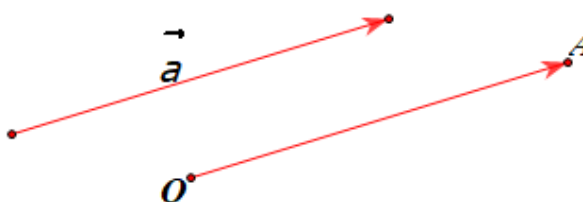
3. Vector bằng nhau – Vector đối nhau

Hai vector \vec{a} và \vec{b} được gọi là **bằng nhau** nếu chúng cùng hướng và có cùng độ dài, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$.

Hai vector \vec{a} và \vec{b} được gọi là **đối nhau** nếu chúng ngược hướng và có cùng độ dài, kí hiệu $\vec{a} = -\vec{b}$. Khi đó, vector \vec{b} được gọi là vector đối của vector \vec{a} .

Chú ý:

a) Cho vector \vec{a} và điểm O , ta luôn tìm được một điểm A duy nhất sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$. Khi đó độ dài của vector \vec{a} là độ dài đoạn OA , kí hiệu là $|\vec{a}|$.



b) Cho đoạn thẳng MN , ta luôn có $\overrightarrow{NM} = -\overrightarrow{MN}$.

4. Vector-không

Ta biết rằng mỗi vector hoàn toàn được xác định khi biết điểm đầu và điểm cuối của nó. Với một điểm A bất kì, ta quy ước có một vector đặc biệt mà điểm đầu và điểm cuối đều là A .

Vector đó được kí hiệu là \overrightarrow{AA} và gọi là vector-không (có gạch nối giữa hai từ).

Vector có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau gọi là **vector-không**, kí hiệu là $\vec{0}$.

Chú ý:

- Quy ước vector-không có độ dài bằng 0.

- Vector-không luôn cùng phương, cùng hướng với mọi vector.
- Mọi vector-không đều bằng nhau: $\vec{0} = \vec{AA} = \vec{BB} = \vec{CC} = \dots$ với mọi điểm A, B, C, \dots
- Vector đối của vector-không là chính nó.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1. Xác định vector, sự cùng phương, cùng hướng, bằng nhau của hai vector

Phương pháp

Để xác định một vector ta cần xác định điểm đầu và điểm cuối hoặc xác định độ dài và hướng của nó.

Để xét sự cùng phương, cùng hướng của các vector ta dùng các khái niệm và nhìn nhận trực quan để rút ra kết luận.

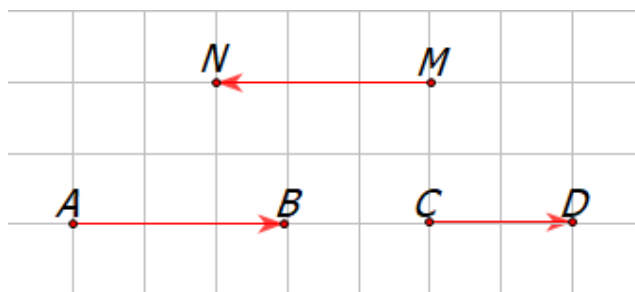
BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

Câu 1. Cho hai điểm phân biệt H, K . Viết hai vector mà điểm đầu và điểm cuối là H hoặc K .

Lời giải

Hai vector thỏa mãn yêu cầu đề bài là \vec{HK} và \vec{KH} .

Câu 2. Trong hình bên,



tìm vector cùng hướng với vector \vec{AB} ; ngược hướng với vector \vec{AB} .

Lời giải

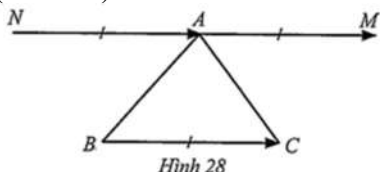
Vector \vec{CD} cùng hướng với vector \vec{AB} , vector \vec{MN} ngược hướng với vector \vec{AB} .

Câu 3. Cho tam giác ABC . Thực hiện các yêu cầu sau:

- Vẽ điểm M sao cho $\vec{AM} = \vec{BC}$.
- Vẽ điểm N sao cho $\vec{NA} = \vec{BC}$.

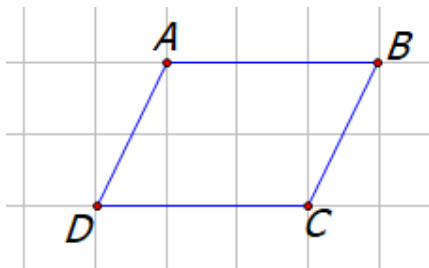
Lời giải

(Hình 28)



Hình 28

Câu 4. Cho hình bình hành $ABCD$



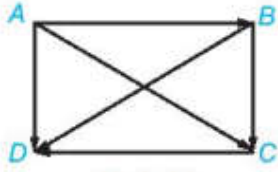
- Vector nào bằng vector \vec{AB} ?
- Vector nào bằng vector \vec{AD} ?

Lời giải

- Vì \vec{AB}, \vec{DC} cùng hướng và $AB = DC$ nên $\vec{AB} = \vec{DC}$.
- Vì \vec{AD}, \vec{BC} cùng hướng và $AD = BC$ nên $\vec{AD} = \vec{BC}$.

Câu 5. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Hãy chỉ ra mối quan hệ về độ dài, phương, hướng giữa các cặp vector: \overrightarrow{AD} và \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{BD} . Những cặp vector nào trong các cặp vector trên là bằng nhau?

Lời giải



- Hai vector \overrightarrow{AD} và \overrightarrow{BC} có cùng độ dài và cùng hướng. Do đó, hai vector \overrightarrow{AD} và \overrightarrow{BC} bằng nhau.
- Hai vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} có cùng độ dài và ngược hướng. Do đó, hai vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} không bằng nhau.
- Hai vector \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{BD} có cùng độ dài nhưng không cùng phương nên không cùng hướng. Do đó, hai vector \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{BD} không bằng nhau.

Vậy trong các cặp vector đang xét, chỉ có cặp vector \overrightarrow{AD} và \overrightarrow{BC} là bằng nhau ($\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$).

Câu 6. Chứng minh rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

Lời giải

Ta có thể

- Giả sử ba điểm A, B, C thẳng hàng. Khi đó, chúng cùng thuộc một đường thẳng d . Vậy hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ có cùng giá là d . Suy ra chúng cùng phương.
- Giả sử hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương. Khi đó, chúng có cùng giá hoặc có hai giá song song với nhau. Mặt khác, giá của các vector trên đều đi qua A nên chúng trùng nhau. Vậy A, B, C thẳng hàng.

Câu 7. Cho 3 vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều khác $\vec{0}$. Những khẳng định nào sau đây là đúng?

- a) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều cùng hướng với vector $\vec{0}$;
- b) Nếu \vec{b} không cùng hướng với \vec{a} thì \vec{b} ngược hướng với \vec{a} .
- c) Nếu \vec{a} và \vec{b} đều cùng phương với \vec{c} thì \vec{a} và \vec{b} cùng phương.
- d) Nếu \vec{a} và \vec{b} đều cùng hướng với \vec{c} thì \vec{a} và \vec{b} cùng hướng.

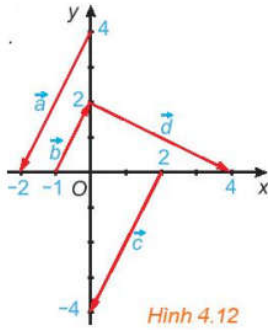
Lời giải

- a) Đúng vì vecto $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vector.
- b) Sai. Chẳng hạn: Hai vecto không cùng hướng nhưng cũng không ngược hướng (do chúng không cùng phương).



- c) Đúng.
 \vec{a} và \vec{b} đều cùng phương với \vec{c} thì $a // c$ và $b // c$ do đó $a // b$ tức là \vec{a} và \vec{b} cùng phương.
- d) Đúng.
 \vec{a} và \vec{b} đều cùng hướng với \vec{c} thì \vec{a} và \vec{b} cùng phương, cùng chiều do đó cùng hướng.

Câu 8. Trong Hình 4.12, hãy chỉ ra các vecto cùng phương, các cặp vecto ngược hướng và các cặp vecto bằng nhau.



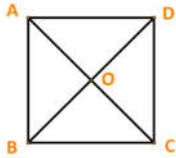
Lời giải

Các vectơ cùng phương là: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

Trong đó cặp vectơ \vec{a}, \vec{c} cùng hướng, cặp vectơ \vec{a}, \vec{b} và cặp vectơ \vec{b}, \vec{c} ngược hướng.

Câu 9. Cho hình vuông $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại O . Hãy chỉ ra tập hợp S gồm tất cả các vectơ khác $\vec{0}$. Hãy chỉ ra tập hợp S gồm tất cả các vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp $\{A; B; C; D; O\}$. Hãy chia tập S thành các nhóm sao cho hai vectơ thuộc cùng một nhóm khi và chỉ khi chúng bằng nhau.

Lời giải



Tập hợp S là:

$$S = \{\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AO}; \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BD}; \overrightarrow{BO}; \overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CD}; \overrightarrow{CO}; \overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DA}; \overrightarrow{DO}; \overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OD}; \overrightarrow{OA}\}$$

Các nhóm trong S là:

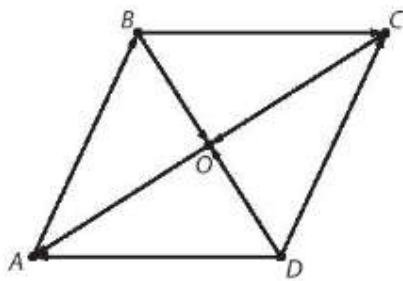
$$\{\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DC}\}, \{\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{CD}\}, \{\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BC}\}, \{\overrightarrow{DA}; \overrightarrow{CB}\}, \{\overrightarrow{AO}; \overrightarrow{OC}\}, \{\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{CO}\}, \{\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{DO}\}, \{\overrightarrow{BO}; \overrightarrow{OD}\}$$

Câu 10. Cho hình thoi $ABCD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC, BD . Xét các cặp vectơ: \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} , \overrightarrow{DA} và \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BC} và \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{OA} và \overrightarrow{CO} , \overrightarrow{BO} và \overrightarrow{DO} .

a) Hãy chỉ ra mối quan hệ về phương, hướng và độ dài của các vectơ trong mỗi cặp trên.

b) Trong các cặp trên, có bao nhiêu cặp gồm hai vectơ bằng nhau?

Lời giải



a) Do tứ giác $ABCD$ là hình thoi, nên các cặp cạnh đối diện song song và bằng nhau, hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường. Từ đó

- Hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} cùng hướng và cùng độ dài;
- Hai vectơ \overrightarrow{DA} và \overrightarrow{BC} ngược hướng và cùng độ dài;
- Hai vectơ \overrightarrow{BC} và \overrightarrow{CD} không cùng phương, nhưng có độ dài bằng nhau;
- Hai vectơ \overrightarrow{OA} và \overrightarrow{CO} cùng hướng và cùng độ dài;
- Hai vectơ \overrightarrow{BO} và \overrightarrow{DO} cùng độ dài, nhưng ngược hướng.

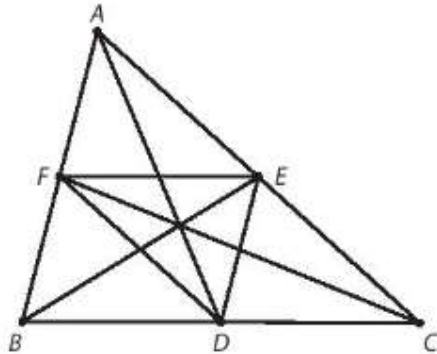
b) Theo kết quả của câu a,

- Do hai vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} cùng hướng và cùng độ dài, nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$;

- Do hai vector \overrightarrow{OA} và \overrightarrow{CO} cùng hướng và cùng độ dài, nên $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$;
 - Do hai vector \overrightarrow{DA} và \overrightarrow{BC} có cùng độ dài, nhưng ngược hướng nên \overrightarrow{DA} và \overrightarrow{BC} không bằng nhau. Tương tự, \overrightarrow{BO} và \overrightarrow{DO} không bằng nhau;
 - Do hai vector \overrightarrow{BC} và \overrightarrow{CD} không cùng phương, vì vậy \overrightarrow{BC} và \overrightarrow{CD} không bằng nhau.
- Vậy, trong những cặp vector được xét, có 2 cặp gồm hai vector bằng nhau, đó là \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} ; \overrightarrow{OA} và \overrightarrow{CO} .

Câu 11. Cho tam giác ABC . Vẽ các đường trung tuyến AD, BE, CF của tam giác ($D \in BC, E \in CA, F \in AB$). Xét các vector có đầu mút được lấy từ các điểm A, B, C, D, E, F .
Hãy chỉ ra các bộ ba vector khác $\vec{0}$ và đôi một bằng nhau.

Lời giải



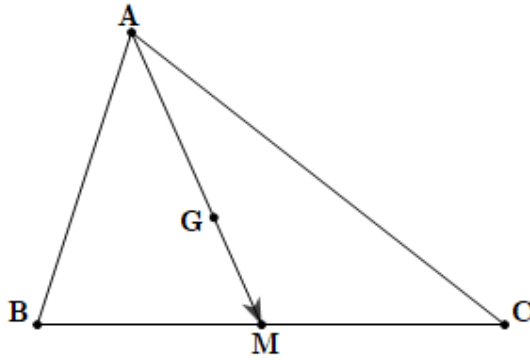
Từ giả thiết suy ra D là trung điểm BC , E là trung điểm CA và F là trung điểm AB . Từ đó DE, EF, FD là các đường trung bình của tam giác. Do đó, hai đoạn thẳng DE, BF song song và bằng nhau, hai đoạn thẳng DE, FA song song và bằng nhau. Suy ra các tứ giác $AEDF, FEDB$ là hình bình hành. Do đó các vector $\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{FA}$ cùng hướng và cùng độ dài; các vector $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{FB}, \overrightarrow{ED}$ cùng hướng và cùng độ dài. Bởi vậy $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{DE}$ và $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{ED}$.
Bằng lập luận tương tự, cũng được $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FE}$ và $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{EF}$
 $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{DF}$ và $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{FD}$.

Câu 12. Cho tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của cạnh BC và G là trọng tâm của tam giác. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là một khẳng định đúng?

- Hai vectơ \overrightarrow{GA} và \overrightarrow{GM} cùng phương;
- Hai vectơ \overrightarrow{GA} và \overrightarrow{GM} cùng hướng;
- Hai vectơ \overrightarrow{GA} và \overrightarrow{GM} ngược hướng;
- Độ dài của vectơ \overrightarrow{AM} bằng ba lần độ dài của vectơ \overrightarrow{MG} .

Lời giải

Do M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác, nên A, G, M thẳng hàng theo thứ tự đó và $AG = \frac{2}{3} AM$.



Suy ra hai vector $\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GM}$ ngược hướng và $|\overrightarrow{GA}| = 2|\overrightarrow{GM}|$. Do đó $|\overrightarrow{AM}| = 3|\overrightarrow{GM}|$.
 Từ đó, các khẳng định a, c, d là các khẳng định đúng; khẳng định b là khẳng định sai.

Câu 13. Cho trước hai vector không cùng phương \vec{a} và \vec{b} . Hỏi có hay không một vector cùng phương với cả \vec{a} và \vec{b} ?

Lời giải

Có, đó là vector $\vec{0}$.

Câu 14. Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng phương và cùng khác vector $\vec{0}$. Chứng minh rằng có ít nhất hai vector trong chúng có cùng hướng.

Lời giải

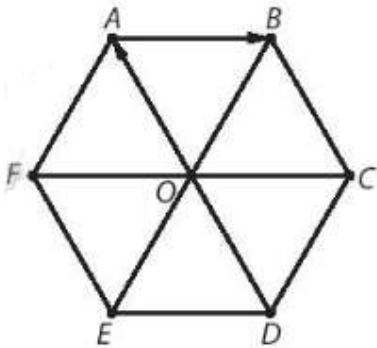
Với hai vector khác vector $\vec{0}$, cùng phương thì hoặc chúng cùng hướng, hoặc chúng ngược hướng.
 Từ đó, nếu \vec{a} ngược hướng với \vec{b} và \vec{a} ngược hướng với \vec{c} thì hai vector \vec{b} và \vec{c} cùng hướng.

Câu 15. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Xét các vector có hai điểm mút lấy từ các điểm O, A, B, C, D, E, F .

- Hãy chỉ ra các vector khác vector - không và cùng phương với vector \overrightarrow{OA} .
- Tìm các vector bằng vector \overrightarrow{AB} .

Lời giải

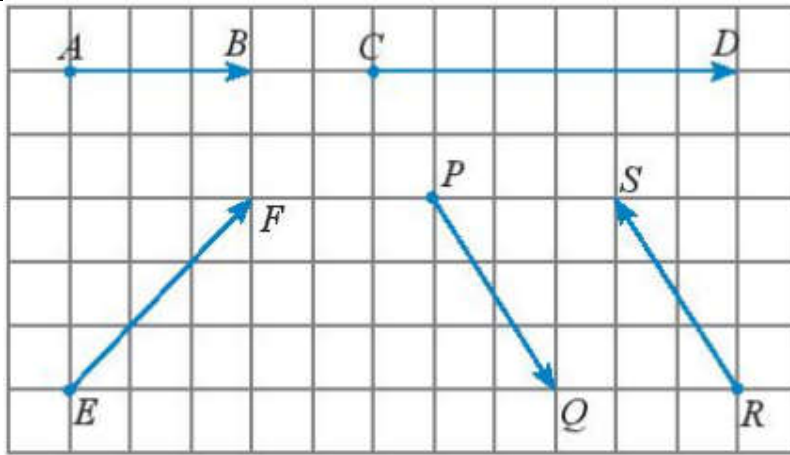
Do $ABCDEF$ là lục giác đều tâm O , nên:



- Các cặp cạnh đối diện AB và ED, BC và EF, CD và FA song song và bằng nhau;
 - Ba đường chéo chính AD, BE, CF đồng quy tại trung điểm của mỗi đường;
 - Mỗi đường chéo chính song song với một cặp cạnh có đầu mút không thuộc đường chéo ấy.
- Suy ra:

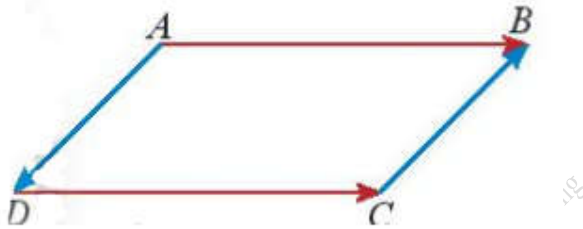
- Các vector khác $\vec{0}$, cùng phương với \overrightarrow{OA} là: $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{FE}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}$.
- Các vector bằng vector \overrightarrow{AB} là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$

Câu 16. Tìm các cặp vector cùng phương trong Hình

**Lời giải**

Trong Hình \overline{AB} và \overline{CD} cùng phương vì có giá trùng nhau; \overline{PQ} và \overline{RS} cùng phương vì có giá song song.

Câu 17. a) Tìm trong Hình hai cặp vector bằng nhau và hai cặp vector đối nhau.

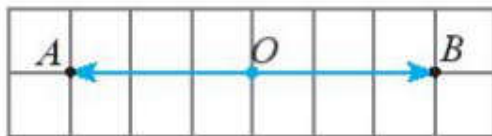


b) Cho điểm O là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tìm hai vector đối nhau.

Lời giải

a) Trong Hình, ta có: $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{DA} = \overline{CB}$, $\overline{AD} = -\overline{CB}$, $\overline{DA} = -\overline{AD}$.

b) Ta có $\overline{OA} = -\overline{OB}$



Câu 18. Cho đoạn thẳng EF có độ dài bằng 2 và nhận M là trung điểm.

a) Tìm vector-không trong số các vector: \overline{EF} , \overline{EE} , \overline{EM} , \overline{MM} , \overline{FF} .

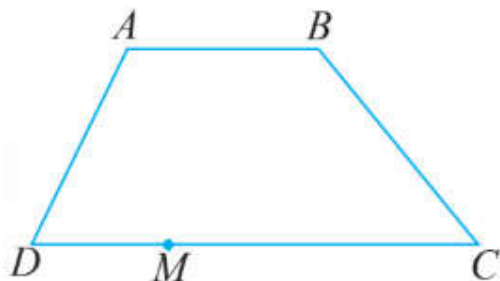
b) Dùng kí hiệu $\vec{0}$ để biểu diễn các vector-không đó.

Lời giải

a) Ta có các vector \overline{EE} , \overline{MM} , \overline{FF} có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau nên chúng là vector-không.

b) Ta viết $\vec{0} = \overline{EE} = \overline{FF} = \overline{MM}$.

Câu 19. Cho hình thang $ABCD$ có hai cạnh đáy là AB và DC (hình). Điểm M nằm trên đoạn DC .



a) Gọi tên các vector cùng hướng với vector \overline{AB}

b) Gọi tên các vector ngược hướng với vector \overrightarrow{DM}

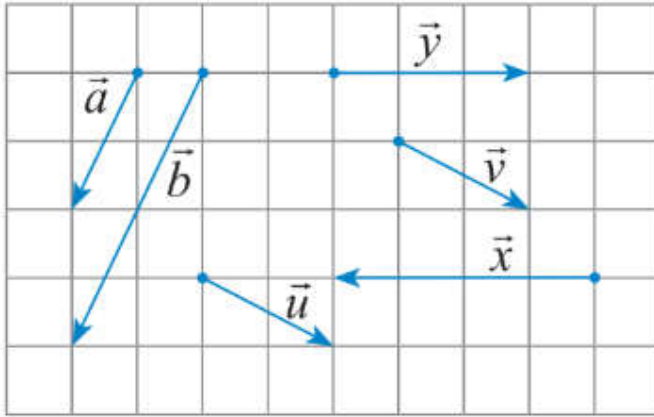
Lời giải

a) $ABCD$ là hình thang nên $AB // CD$

Các vector cùng hướng với vector \overrightarrow{AB} là các vector có hướng từ trái qua phải nên đó là: $\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DM}, \overrightarrow{MC}$

b) \overrightarrow{DM} có hướng từ trái sang phải nên các vector ngược hướng với vector \overrightarrow{DM} là $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{MD}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{CD}$

Câu 20. Hãy chỉ ra các cặp vector cùng hướng, ngược hướng, bằng nhau trong hình.



Lời giải

+ Các cặp vector cùng hướng là: \vec{a} và \vec{b} ; \vec{u} và \vec{v}

+ Các cặp vector ngược hướng là: \vec{x} và \vec{y}

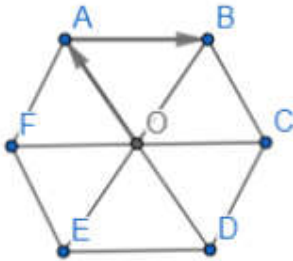
+ Các cặp vector bằng nhau là: \vec{u} và \vec{v}

Câu 21. Gọi O là tâm hình lục giác đều $ABCDEF$.

a) Tìm các vector khác vector $\vec{0}$ và cùng hướng với vector \overrightarrow{OA} .

b) Tìm các vector bằng vector \overrightarrow{AB} .

Lời giải



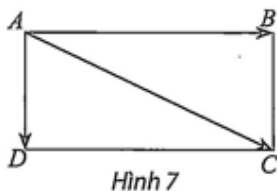
a) Ta có: $AO // BC // EF$

Suy ra các vector khác vector $\vec{0}$ và cùng hướng với vector \overrightarrow{OA} là: $\overrightarrow{DO}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{EF}$

b) Ta có: $OA = OB = OC = OD = OE = FO$ và $AB // EC // ED$

Suy ra các vector bằng vector \overrightarrow{AB} là $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$

Câu 22. Cho hình chữ nhật $ABCD$.



Hình 7

a) Tìm vector bằng vector \overrightarrow{AD} ;

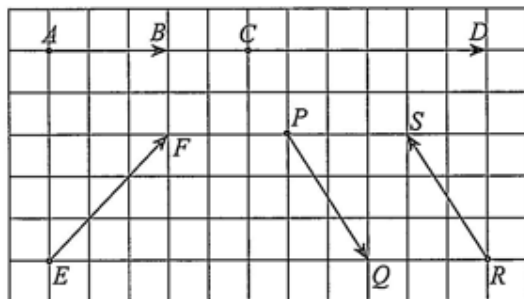
b) Tìm các vector đối của vector \overrightarrow{AB} ;

c) Tìm các vector có độ dài bằng độ dài của vector \overrightarrow{AC} .

Lời giải

- a) Vector bằng vector \overrightarrow{AD} là \overrightarrow{BC} .
 b) Vector đối của vector \overrightarrow{AB} là $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}$.
 c) Vector có độ dài bằng độ dài của vector \overrightarrow{AC} là $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{BD}$.

Câu 23. Trong Hình 8, tìm các vector:



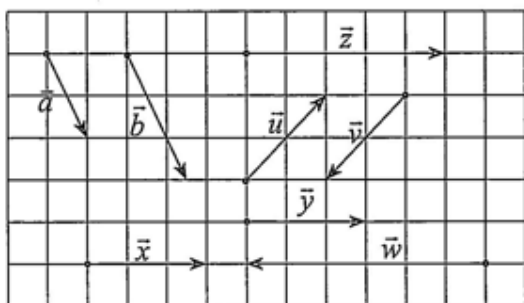
Hình 8

- a) cùng phương với vector \overrightarrow{AB} ;
 b) cùng hướng với vector \overrightarrow{AB} ;
 c) vector đối của vector \overrightarrow{PQ} .

Lời giải

- a) Vector cùng phương với vector \overrightarrow{AB} là \overrightarrow{CD} .
 b) Vector cùng hướng với vector \overrightarrow{AB} là \overrightarrow{CD} .
 c) Vector đối của vector \overrightarrow{PQ} là \overrightarrow{RS} .

Câu 24. Tìm trong Hình 9, các vector:



Hình 9

- a) cùng phương với vector \vec{x} ;
 b) cùng hướng với vector \vec{a} ;
 c) ngược hướng với vector \vec{u} .

Lời giải

- a) Vector cùng phương với vector \vec{x} là $\vec{y}, \vec{w}, \vec{z}$.
 b) Vector cùng hướng với vector \vec{a} là \vec{b} .
 c) Vector ngược hướng với vector \vec{u} là \vec{v} .

Câu 25. Cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB, CD và có hai đường chéo cắt nhau tại O .

- a) Gọi tên hai vector cùng hướng với \overrightarrow{AO} .
 b) Gọi tên hai vector ngược hướng với \overrightarrow{AB} .

Lời giải

- a) Hai vector cùng hướng với \overrightarrow{AO} là \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{OC} .
 b) Hai vector ngược hướng với \overrightarrow{AB} là \overrightarrow{BA} và \overrightarrow{CD} .

Câu 26. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Hãy chỉ ra một cặp vector:

- a) cùng hướng;
 b) ngược hướng;
 c) bằng nhau.

Lời giải

- a) \overrightarrow{AO} cùng hướng với \overrightarrow{AC} .
- b) \overrightarrow{DO} ngược hướng với \overrightarrow{BD} .
- c) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Câu 27. Gọi O là tâm của hình bát giác đều $ABCDEFGH$.

- a) Tìm hai vectơ khác $\vec{0}$ và cùng hướng với \overrightarrow{OA} .
- b) Tìm vectơ bằng vectơ \overrightarrow{BD} .

Lời giải

- a) Hai vectơ $\overrightarrow{EO}, \overrightarrow{EA}$ khác $\vec{0}$ và cùng hướng với \overrightarrow{OA} .
- b) Vectơ \overrightarrow{HF} bằng vectơ \overrightarrow{BD} .

Câu 28. Cho A, B, C là ba điểm thẳng hàng, B nằm giữa A và C . Viết các cặp vectơ cùng hướng, ngược hướng trong những vectơ sau:

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$

Lời giải



Do các vectơ đều nằm trên đường thẳng AB nên các vectơ này đều cùng phương với nhau.
Để thấy:

Các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng (từ trái sang phải.)

Các vectơ $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$ cùng hướng (từ phải sang trái.)

Do đó, các cặp vectơ cùng hướng là:

\overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{BA} và \overrightarrow{CA} ; \overrightarrow{BA} và \overrightarrow{CB} ; \overrightarrow{CA} và \overrightarrow{CB}

Các cặp vectơ ngược hướng là:

\overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BA} ; \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CA} ; \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CB}

\overrightarrow{AC} và \overrightarrow{BA} ; \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{CA} ; \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{CB} ;

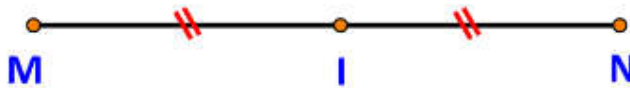
\overrightarrow{BC} và \overrightarrow{BA} ; \overrightarrow{BC} và \overrightarrow{CA} ; \overrightarrow{BC} và \overrightarrow{CB}

Câu 29. Cho đoạn thẳng MN có trung điểm là I .

a) Viết các vectơ khác vectơ-không có điểm đầu, điểm cuối là một trong ba điểm M, N, I .

b) vectơ nào bằng \overrightarrow{MI} ? Bằng \overrightarrow{NI} ?

Lời giải



a) Các vectơ đó là: $\overrightarrow{MI}, \overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IN}, \overrightarrow{NI}, \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NM}$.

b) Để thấy:

+) vectơ \overrightarrow{IN} cùng hướng với vectơ \overrightarrow{MI} . Hơn nữa:

$$|\overrightarrow{IN}| = IN = MI = |\overrightarrow{MI}|$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{MI}$$

+) vectơ \overrightarrow{IM} cùng hướng với vectơ \overrightarrow{NI} . Hơn nữa:

$$|\overrightarrow{IM}| = IM = NI = |\overrightarrow{NI}|$$

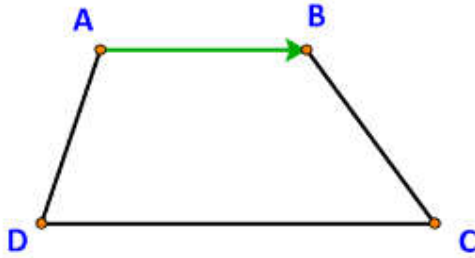
$$\Rightarrow \overrightarrow{IM} = \overrightarrow{NI}$$

Vậy $\overrightarrow{IN} = \overrightarrow{MI}$ và $\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{NI}$

Câu 30. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD . Tìm vectơ:

- a) Cùng hướng với \overrightarrow{AB}
- b) Ngược hướng với \overrightarrow{AB}

Lời giải



Giá của vector \overrightarrow{AB} là đường thẳng AB .

Các vector cùng phương với vector \overrightarrow{AB} là: \overrightarrow{CD} và \overrightarrow{DC}

a) vector \overrightarrow{DC} cùng hướng với vector \overrightarrow{AB} .

b) vector \overrightarrow{CD} ngược hướng với vector \overrightarrow{AB} .

Câu 31. Cho tứ giác $ABCD$. Viết các vector khác $\vec{0}$ thỏa mãn:

a) Có điểm đầu là A , điểm cuối là một trong các đỉnh của tứ giác trên.

b) Có điểm cuối là B , điểm đầu là một trong các đỉnh của tứ giác trên.

Lời giải

a) Các vector thỏa mãn là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

b) Các vector thỏa mãn là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{DB}$.

Câu 32. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng, B nằm giữa A và C . Chỉ ra ba cặp vector khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối trong các điểm A, B, C thỏa mãn:

a) Cặp vector đó cùng hướng.

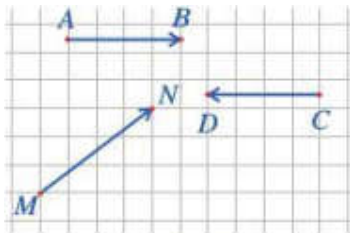
b) Cặp vector đó ngược hướng.

Lời giải

a) Ba cặp vector cùng hướng là: \overrightarrow{AB} và $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}$ và \overrightarrow{CA} .

b) Ba cặp vector ngược hướng là: \overrightarrow{AB} và $\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BA}$ và \overrightarrow{BC} .

Câu 33. Tính độ dài của các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ và \overrightarrow{MN}



biết rằng độ dài cạnh của ô vuông bằng 1 cm .

Lời giải

$$|\overrightarrow{AB}| = 4\text{ cm}, |\overrightarrow{CD}| = 4\text{ cm}, |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm}).$$

Câu 34. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Xác định vector thỏa mãn:

a) Có điểm đầu là A , điểm cuối là một trong các đỉnh của hình vuông trên và có độ dài là a .

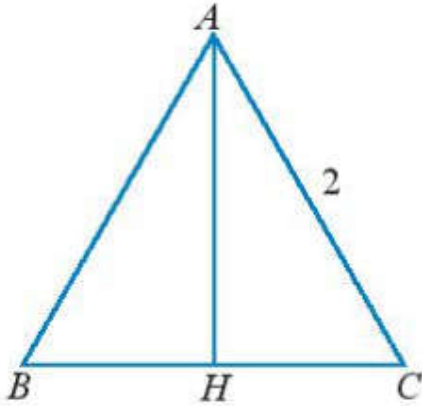
b) Có điểm cuối là C , điểm đầu là một trong các đỉnh của hình vuông trên và có độ dài là a .

Lời giải

a) Các vector thỏa mãn là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$.

b) Các vector thỏa mãn là: $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DC}$.

Câu 35. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 2. Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng BC .



Tìm điểm đầu, điểm cuối, giá và độ dài của các vector: \overrightarrow{CA} , \overrightarrow{AH} , \overrightarrow{BH} .

Lời giải

Vector \overrightarrow{CA} có điểm đầu là C , điểm cuối là A và có giá là đường thẳng AC .

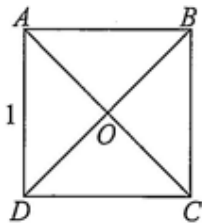
Vector \overrightarrow{AH} có điểm đầu là A , điểm cuối là H và có giá là đường thẳng AH .

Vector \overrightarrow{BH} có điểm đầu là B , điểm cuối là H và có giá là đường thẳng BH .

Ta có: $CA = 2, BH = 1, AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$.

Suy ra $|\overrightarrow{CA}| = 2, |\overrightarrow{BH}| = 1, |\overrightarrow{AH}| = \sqrt{3}$.

Câu 36. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và có cạnh bằng 1.



Hình 6

a) Tìm điểm đầu, điểm cuối, giá và độ dài của các vector: \overrightarrow{CA} ; \overrightarrow{OA} ; \overrightarrow{BD} .

b) Tìm các vector đơn vị trong hình.

Lời giải

a) Vector \overrightarrow{CA} có điểm đầu là C , điểm cuối là A và có giá là đường thẳng AC .

Vector \overrightarrow{OA} có điểm đầu là O , điểm cuối là A và có giá là đường thẳng AO .

Vector \overrightarrow{BD} có điểm đầu là B , điểm cuối là D và có giá là đường thẳng BD .

Ta có: $CA = BD = \sqrt{2}; OA = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $|\overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{BD}| = \sqrt{2}; |\overrightarrow{OA}| = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) Các vector đơn vị là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{AD}$.

Câu 37. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh bằng a có tâm O và có $\widehat{BAD} = 60^\circ$.

a) Tìm trong hình hai vector bằng nhau và có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$;

b) Tìm trong hình hai vector đối nhau và có độ dài bằng $a\sqrt{3}$.

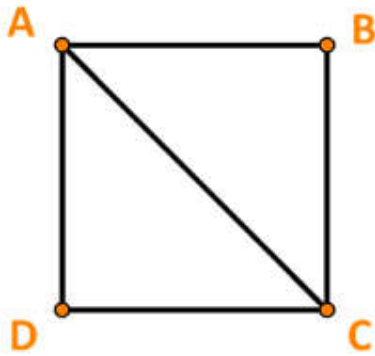
Lời giải

a) Hai vector $\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OC}$ bằng nhau và có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

b) Hai vector $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}$ đối nhau và có độ dài bằng $a\sqrt{3}$.

Câu 38. Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 3 cm . Tính độ dài của các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$

Lời giải

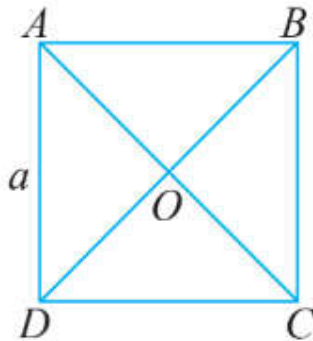


Ta có: $|\overrightarrow{AB}| = AB$ và $|\overrightarrow{AC}| = AC$.

Mà $AB = 3, AC = 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = 3; |\overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{2}$

Câu 39. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và có các cạnh bằng a (hình)



a) Tìm trong hình hai vector bằng nhau và có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

b) Tìm trong hình hai vector đối nhau và có độ dài bằng $a\sqrt{2}$

Lời giải

a) $AC = BD = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow AO = OC = BO = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Suy ra các cặp vector bằng nhau và có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ là: \overrightarrow{AO} và $\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{CO}$ và $\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{DO}$ và $\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OD}$ và \overrightarrow{BO}

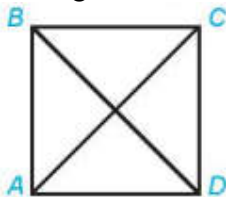
b) Trong hình chỉ có 2 đoạn thẳng AC và BD có độ dài là $a\sqrt{2}$.

Do đó hai vector đối nhau và có độ dài bằng $a\sqrt{2}$ là: \overrightarrow{AC} và $\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{BD}$ và \overrightarrow{DB}

Câu 40. Cho hình vuông $ABCD$ với cạnh có độ dài bằng 1. Tính độ dài các vector $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Vì cạnh của hình vuông $ABCD$ có độ dài bằng 1 nên các đường chéo của hình vuông này có độ dài bằng $\sqrt{2}$.



Vậy $|\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{2}, |\overrightarrow{CA}| = CA = \sqrt{2}, |\overrightarrow{BD}| = BD = \sqrt{2}$.

Câu 41. Cho ABC là tam giác vuông tại $A, AB = 3a, AC = 4a$. Tính $|\overrightarrow{BC}|$.

Lời giải

$$|\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = \sqrt{25a^2} = 5a.$$

Câu 42. Cho ABC là tam giác đều cạnh a và M là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{AM}|$.

Lời giải

Vì tam giác ABC đều nên trung tuyến AM cũng là đường cao. Vậy ta có:

$$|\overrightarrow{AM}| = AM = AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 43. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính $|\overrightarrow{AB}|, |\overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

$$|\overrightarrow{AB}| = AB = a, |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}.$$

BÀI TẬP BỔ SUNG

Câu 44. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

a) Xác định các véc-tơ khác véc-tơ - không, cùng phương với \overrightarrow{MN} có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.

b) Xác định các véc-tơ khác véc-tơ - không, cùng hướng với \overrightarrow{AB} có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.

c) Vẽ các véc-tơ bằng véc-tơ \overrightarrow{NP} mà có điểm đầu A, B .

Lời giải.

a) Các véc-tơ khác véc-tơ không cùng phương với \overrightarrow{MN} là $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{BP}, \overrightarrow{PB}$.

b) Các véc-tơ khác véc-tơ - không cùng hướng với \overrightarrow{AB} là $\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{NM}$.

c) Trên tia CB lấy điểm B' sao cho $BB' = NP$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{BB'}$ là véc-tơ có điểm đầu là B và bằng véc-tơ \overrightarrow{NP} .

Qua A dựng đường thẳng song song với đường thẳng NP .

Trên đường thẳng đó lấy điểm A' sao cho $\overrightarrow{AA'}$ cùng hướng với \overrightarrow{NP} và $AA' = NP$.

Khi đó ta có là véc-tơ $\overrightarrow{AA'}$ có điểm đầu là A và bằng véc-tơ \overrightarrow{NP} .

Dạng 2. Chứng minh các véc-tơ bằng nhau

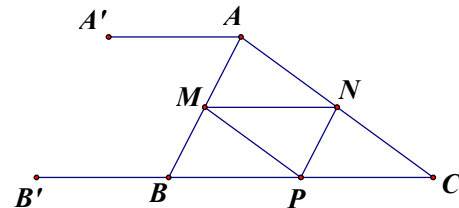
Phương pháp

Để chứng minh hai véc-tơ bằng nhau ta có thể dùng một trong ba cách sau:

Có cùng hướng và cùng độ dài

Cùng bằng nhau với một véc-tơ thứ ba

Áp dụng định lý sau “Nếu $ABCD$ là hình bình hành” thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$



BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

Câu 45. Chứng minh rằng tứ giác $ABCD$ là một hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là một hình bình hành} \Leftrightarrow \begin{cases} AD \parallel BC \\ AD = BC \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \text{Hai vectơ } \overrightarrow{AD} \text{ và } \overrightarrow{BC} \text{ cùng hướng và } AD = BC.$$

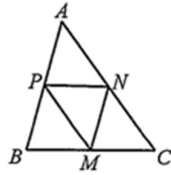
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}. \text{ (đpcm)}$$

Câu 46. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PA}$$

b) $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{CN}$

Lời giảiXét tam giác ABC .

Hình 65

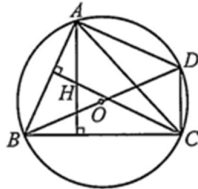
a) Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN \parallel AB, MN = \frac{1}{2} AB$ Suy ra $MN \parallel AP, MN = AP$. Vậy $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PA}$.

b) Chứng minh tương tự như câu a).

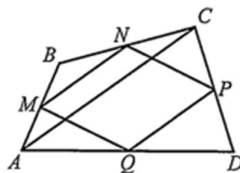
Câu 47. Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh rằng tứ giác đó là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ **Lời giải**Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel DC \\ AB = DC \end{cases}$ Mà $AB \parallel DC \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$ cùng phương, do đó cùng hướng.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC} \text{ cùng phương} \\ AB = DC \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

Vậy tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.**Câu 48.** Cho đường tròn tâm O và dây cung BC không đi qua O . Điểm A chuyển động trên cung lớn BC của đường tròn sao cho tam giác ABC nhọn. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Chứng minh rằng \overrightarrow{AH} có độ dài không đổi.**Lời giải**Kẻ đường kính BD của (O) . Khi đó, D là điểm cố định (Hình 66).

Hình 66

Ta chứng minh được $AHCD$ là hình bình hành.Suy ra $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$.Vậy $AH = |\overrightarrow{AH}| = |\overrightarrow{DC}| = DC$ cố định hay \overrightarrow{AH} có độ dài không đổi.**Câu 49.** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của bốn cạnh AB, BC, CD, DA (Hình 29). Chứng minh $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

Hình 29

Lời giảiVì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN \parallel AC, MN = \frac{1}{2} AC$.

Vì QP là đường trung bình của tam giác ACD nên $QP \parallel AC, QP = \frac{1}{2} AC$.

Suy ra $MN \parallel QP, MN = QP$ nên $MNPQ$ là hình bình hành. Vậy $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

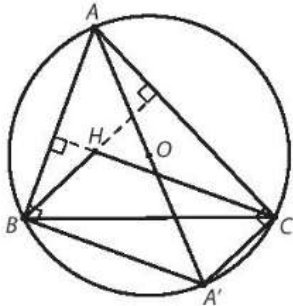
Câu 50. Cho tam giác ABC không vuông, với trực tâm H , nội tiếp đường tròn (O) . Kẻ đường kính AA' của đường tròn (O) .

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{A'C}$.

b) Gọi M là trung điểm cạnh BC . Tìm mối quan hệ về phương, hướng và độ dài của hai vectơ \overrightarrow{AH} và \overrightarrow{OM} .

Lời giải

a) Do AA' là đường kính của (O) , nên $\widehat{ABA'} = \widehat{ACA'} = 90^\circ$.



Suy ra $A'C \perp AC$ (1) và $A'B \perp AB$ (2)

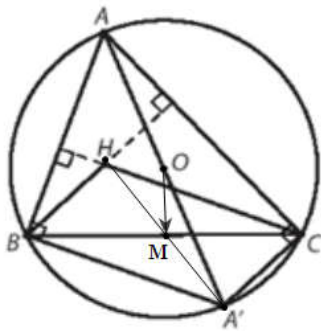
Do H là trực tâm của tam giác ABC nên

$BH \perp AC$ (3) và $CH \perp AB$ (4)

Từ (1), (2), (3) và (4) suy ra tứ giác $BHCA'$ là hình bình hành.

Do đó $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{A'C}$.

b) Do AA' là đường kính của (O) , nên O là trung điểm của AA' (5).



Do $BHCA'$ là hình bình hành, nên trung điểm M của BC cũng là trung điểm của HA' (6).

Từ (5) và (6) suy ra OM là đường trung bình của tam giác AHA' .

Do đó $OM \parallel AH$ và $OM = \frac{1}{2} AH$.

Suy ra hai vectơ \overrightarrow{AH} và \overrightarrow{OM} cùng hướng và $|\overrightarrow{AH}| = 2|\overrightarrow{OM}|$.

BÀI TẬP BỔ SUNG

Câu 51. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi I là trung điểm của BC . Dựng điểm B' sao cho $\overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{AG}$.

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$.

b) Gọi J là trung điểm của BB' . Chứng minh rằng $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{IG}$.

Lời giải.

a) Vì I là trung điểm của BC nên $BI = CI$ và \overrightarrow{BI} cùng hướng với \overrightarrow{IC} do đó hai véc-tơ \overrightarrow{BI} , \overrightarrow{IC} bằng nhau hay $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$.

b) Ta có $\overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{AG}$ suy ra $B'B = AG$ và $B'B \parallel AG$. Do

đó \overrightarrow{BJ} , \overrightarrow{IG} cùng hướng. (1)

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $IG = \frac{1}{2} AG$

và J là trung điểm BB' suy ra $BJ = \frac{1}{2} BB'$.

Vì vậy $BJ = IG$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{IG}$.

Câu 52. Cho tam giác ABC có H là trực tâm và O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi B' là điểm đối xứng với B qua O . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C'}$, $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$.

Lời giải.

Vì BB' là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên $\widehat{BAB'} = \widehat{BCB'} = 90^\circ$.

Do đó $CH \parallel B'A$ và $AH \parallel B'C$. Suy ra tứ giác $AB'CH$ là hình bình hành.

Vậy $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C'}$, $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$.

Câu 53. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM . Trên cạnh AC lấy hai điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$; BE cắt AM tại N . Chứng minh \overrightarrow{NA} và \overrightarrow{NM} là hai véc-tơ đối nhau.

Lời giải.

Ta có $FM \parallel BE$ vì FM là đường trung bình của tam giác CEB .

Mà $EA = EF$ nên EN là đường trung bình của tam giác AFM .

Suy ra N là trung điểm của AM .

Vậy $\overrightarrow{NA} = -\overrightarrow{NM}$.

Câu 54. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Chứng minh rằng $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.

Lời giải.

Do M, Q lần lượt là trung điểm của AB và AD nên MQ là đường trung bình của tam giác ABD .

Suy ra $MQ \parallel BD$ và $MQ = \frac{1}{2} BD$. (1)

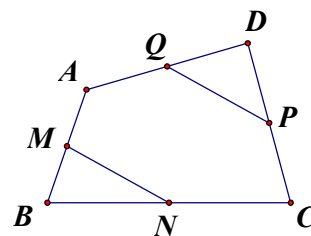
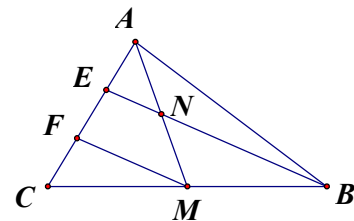
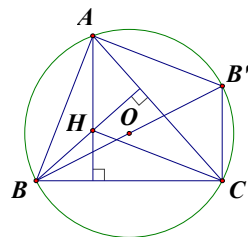
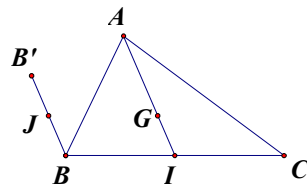
Tương tự NP là đường trung bình của tam giác CBD .

Suy ra $NP \parallel BD$ và $NP = \frac{1}{2} BD$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MQ \parallel NP$ và $MQ = NP$ do đó tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Vậy ta có $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.

Câu 55. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $DM = BN$. Gọi P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$ và $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{QB}$.



Lời giải.

Ta có $DM = BN \Rightarrow AN = MC$, mặt khác AN song song với MC do tứ giác $ANCM$ là hình bình hành.

Suy ra $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$.

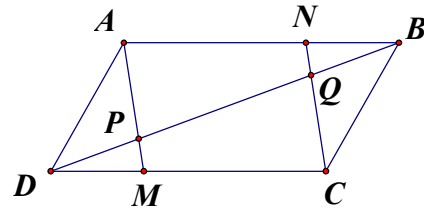
Xét tam giác $\triangle DMP$ và $\triangle BNQ$ ta có

$$\begin{cases} DM = NB \\ \widehat{PDM} = \widehat{QBN} \end{cases} \begin{matrix} \text{(giả thiết)} \\ \text{(so le trong)} \end{matrix}$$

Mặt khác $\widehat{DMP} = \widehat{APB}$ (đối đỉnh) và $\widehat{APQ} = \widehat{NQB}$ (hai góc đồng vị) suy ra $\widehat{DMP} = \widehat{BNQ}$.

Do đó $\triangle DMP = \triangle BNQ$ (c.g.c) suy ra $DB = QB$.

Dễ thấy $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{QB}$ cùng hướng vì vậy $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{QB}$.



Câu 56. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và CD . Nối AF và CE , hai đường này cắt đường chéo BD lần lượt tại M và N . Chứng minh $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NB}$.

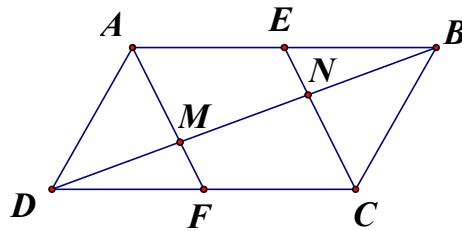
Lời giải.

Ta có $AECF$ là hình bình hành nên: $EN \parallel AM$.

Vì E là trung điểm AB nên N là trung điểm của BM , do đó $MN = NB$.

Tương tự, M là trung điểm của DN , do đó $DM = MN$.

Hơn nữa, vì các véc-tơ cùng hướng nên $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NB}$.



Câu 57. Cho hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ với A, D, F không thẳng hàng. Dựng các vectơ \overrightarrow{EH} và \overrightarrow{FG} bằng vectơ \overrightarrow{AD} . Chứng minh tứ giác $CDGH$ là hình bình hành.

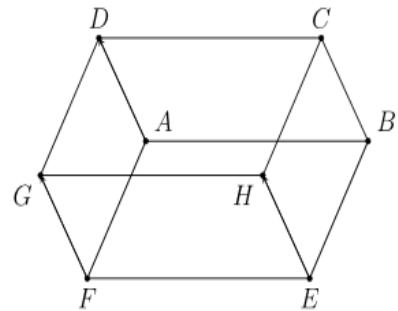
Lời giải

Ta có $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{FG} \Rightarrow$ Tứ giác $FEHG$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{FE}$ (1).

Ta có $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FE} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FE}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{DC}$.

Vậy tứ giác $GHCD$ là hình bình hành.



Dạng 3. Một số bài toán thực tế

Câu 58. a) Bạn hãy tìm sự khác biệt giữa hai đại lượng sau:

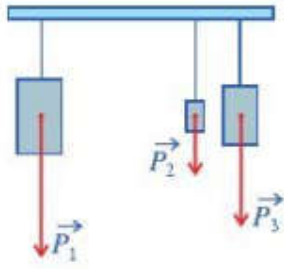
- Bác Ba có số tiền 20 triệu đồng
 - Một con bão di chuyển với vận tốc 20 km/h theo hướng đông bắc.
- b) Trong các đại lượng sau, đại lượng nào cần được biểu diễn bởi vectơ?
Giá tiền, lực, thể tích, tuổi, độ dịch chuyển, vận tốc

Lời giải

a) Sự khác biệt là:

- Đơn vị của 2 đại lượng: triệu đồng và km/h
 - 20 triệu đồng là 1 đại lượng vô hướng còn cơn bão là đại lượng có hướng cụ thể là hướng từ đông sang bắc với vận tốc là 20 km/h
- b) Các đại lượng cần biểu diễn vectơ là các đại lượng có hướng nên đó là: lực, độ dịch chuyển, vận tốc.

Câu 59. Khi treo ba vật, mỗi vật sẽ tác dụng vào thanh treo một lực (trọng lực) như ở hình dưới

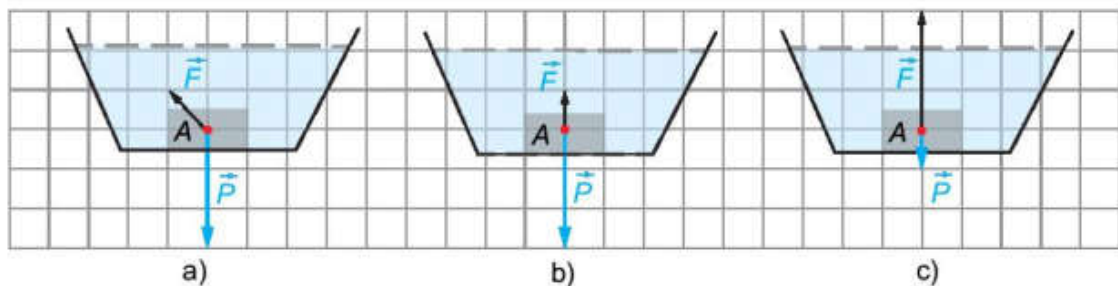


Nhận xét đặc điểm về phương, hướng của ba vector biểu thị trọng lực.

Lời giải

Trong vật lí, các vector trọng lực có cùng hướng nên ba vector $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ biểu thị trọng lực có cùng hướng.

Câu 60. Một vật A được thả chìm hoàn toàn dưới đáy một cốc chất lỏng. Biết rằng trong ba cách biểu diễn lực đẩy Archimedes (Ác-si-mét) \vec{F} và trọng lực \vec{P} tác động lên vật A ở hình có một cách biểu diễn đúng.



Hãy chỉ ra mối quan hệ giữa trọng lượng riêng của vật A và trọng lượng riêng của chất lỏng trong cốc.

Lời giải

Lực đẩy Archimedes và trọng lực đều tác động lên vật A theo phương thẳng đứng, hai lực này cùng phương nhưng ngược hướng. Do đó, hình a không đúng. Vật A chìm xuống đáy nên trọng lực P (có hướng từ trên xuống) lớn hơn lực đẩy Archimedes F (có hướng từ dưới lên). Do vậy, hình c không đúng.

Vậy hình biểu diễn đúng là hình b. Theo đó, vector biểu diễn lực \vec{P} có độ dài gấp 3 lần độ dài của vector biểu diễn lực \vec{F} .

Độ lớn của trọng lực và lực đẩy Archimedes tác động lên A là: $|\vec{P}| = d' \cdot V, |\vec{F}| = d \cdot V$, trong đó $V(m^3)$ là thể tích của vật A và $d', d(N/m^3)$ tương ứng là trọng lượng riêng của vật A và của chất lỏng. Do $|\vec{P}| = 3|\vec{F}|$ (theo b) nên $d' = 3d$. Vậy trọng lượng riêng của vật A gấp 3 lần trọng lượng riêng của chất lỏng trong cốc.

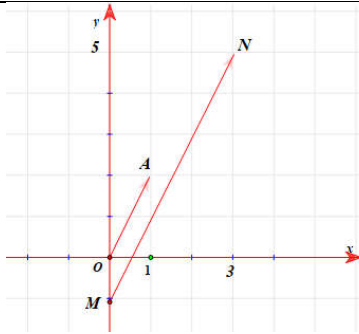
Câu 61. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy hãy vẽ các vector \vec{OA}, \vec{MN} với $A(1;2), M(0;-1), N(3;5)$.

a) Chỉ ra mối quan hệ giữa hai vectơ trên.

b) Một vật thể khởi hành từ M chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu diễn với vector $\vec{v} = \vec{OA}$. Hỏi vật thể đó có đi qua N hay không? Nếu có thì sau bao lâu sẽ tới N?

Lời giải

a)



Dễ thấy: $OA \parallel MN$ do đó $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{MN}$ cùng phương.

Hơn nữa, $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{MN}$ cùng hướng và $MN = 3OA$.

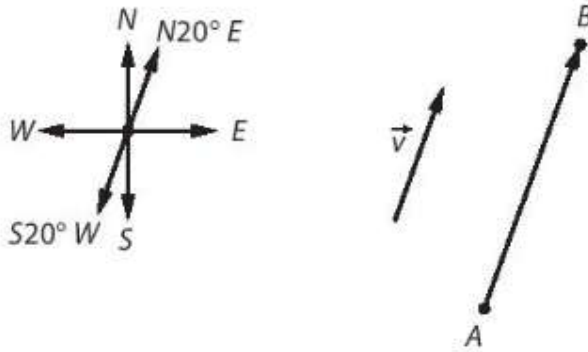
b) Mỗi giờ, vật thể đó đi được quãng đường tương ứng với đoạn thẳng OA .

vì $MN = 3OA$ nên vật thể đó sẽ đi qua N sau 3 giờ kể từ lúc khởi hành.

Câu 62. Trên biển Đông, một tàu chuyển động đều từ vị trí A theo hướng $N20^\circ E$ với vận tốc 20 km/h . Sau 2 giờ, tàu đến được vị trí B . Hỏi A cách B bao nhiêu kilômét và về hướng nào so với B ?

Lời giải

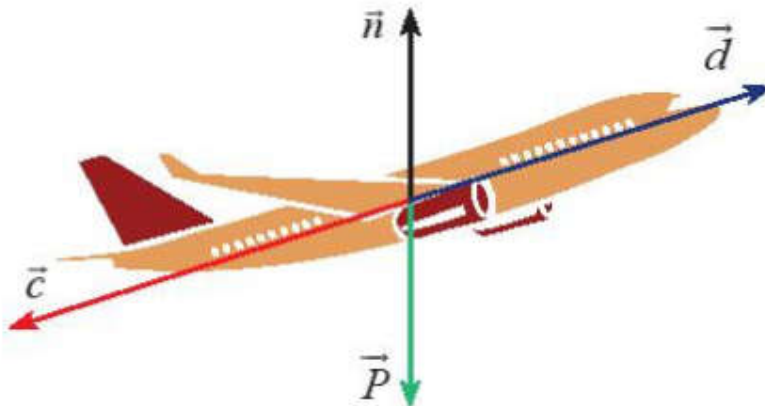
Ta sử dụng vector $\vec{v}: |\vec{v}| = 20$ để biểu thị cho vận tốc của tàu, vector \overrightarrow{AB} để biểu thị cho quãng đường và hướng chuyển động của tàu từ A tới B . Do tàu chuyển động đều từ A , với vận tốc 20 km/h , trong 2 giờ tới B , nên $AB = |\overrightarrow{AB}| = 2|\vec{v}| = 40(\text{km})$.



Vậy A cách B 40 km .

Do B ở về hướng $N20^\circ E$ so với A , nên A ở về hướng $S20^\circ W$ so với B .

Câu 63. Tìm các cặp lực ngược hướng trong số các lực tác động vào máy bay trong Hình.



Lời giải

Quan sát Hình, ta thấy lực nâng \vec{n} ngược hướng với trọng lực \vec{P} ; lực cản \vec{c} ngược hướng với lực đẩy \vec{d} .

Câu 64. Tìm các lực cùng hướng và ngược hướng trong số các lực đẩy được biểu diễn bằng các vector trong hình

**Lời giải**

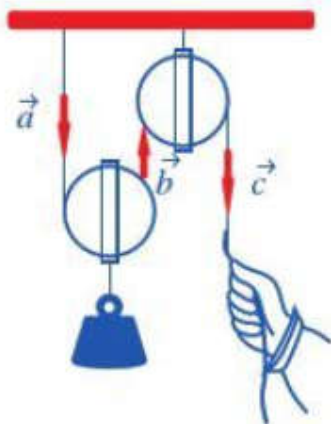
Nhận xét: giá của 4 lực đều song song hoặc trùng nhau, do đó 4 vectơ là cùng phương.

Vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có chiều từ phải sang trái còn vectơ \vec{d} có chiều từ trái sang phải

Vậy các vectơ (hay lực) cùng hướng với nhau là vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

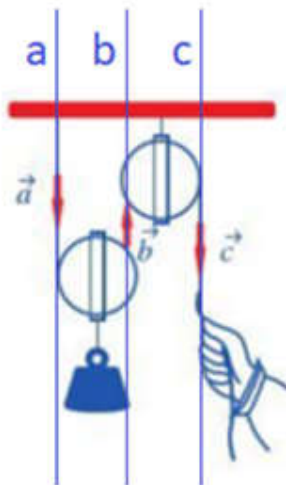
Các vectơ (lực) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ngược hướng với vectơ \vec{d} .

Câu 65. Quan sát ròng rọc hoạt động khi dùng lực để kéo một đầu của ròng rọc. Chuyển động của các đoạn dây được mô tả bằng các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ (hình)



a) Hãy chỉ ra các cặp vectơ cùng phương.

b) Trong các cặp vectơ đó, cho biết chúng cùng hướng hay ngược hướng.

Lời giải

Gọi a, b, c là các đường thẳng lần lượt chứa các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Khi đó: a, b, c lần lượt là giá của các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

a) Dễ thấy: $a // b // c$

\Rightarrow Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng phương với nhau.

Vậy các cặp vectơ cùng phương là: \vec{a} và \vec{b} , \vec{a} và \vec{c} , \vec{b} và \vec{c} .

b) Quan sát ba vectơ, ta thấy: vectơ \vec{a} và \vec{c} cùng hướng xuống còn vectơ \vec{b} hướng lên trên.

Vậy vectơ \vec{a} và \vec{c} cùng hướng, vectơ \vec{a} và \vec{b} ngược hướng, vectơ \vec{b} và \vec{c} ngược hướng.

Câu 66. Treo một vật có khối lượng 10kg vào một sợi dây (Hình 30). Sử dụng vector \vec{P} để biểu diễn trọng lực, vector \vec{T} để biểu diễn lực căng của dây tác dụng lên vật đó. Chọn các khẳng định đúng trong các phát biểu sau:



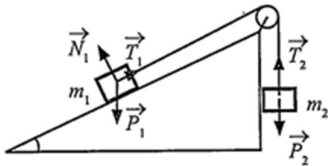
Hình 30

- a) \vec{P} có phương thẳng đứng;
- b) \vec{T} có phương thẳng đứng;
- c) \vec{P} có hướng từ trên xuống dưới;
- d) \vec{P} có hướng từ dưới lên trên;
- e) \vec{T} có hướng từ trên xuống dưới; g) \vec{T} có hướng từ dưới lên trên.

Lời giải

Các phát biểu đúng là a, b, c, g .

Câu 67. Trong mặt phẳng nghiêng không có ma sát, cho hệ vật m_1, m_2 , hai vật nối với nhau bằng một sợi dây không dẫn vắt qua ròng rọc (Hình 32). Giả sử bỏ qua khối lượng của dây và ma sát của ròng rọc.



Hình 32

- a) Tìm các cặp vector cùng phương trong các vector ở Hình 32.
- b) Những cặp vector cùng phương đó có cùng hướng không?

Lời giải

Học sinh tự làm

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

Câu 1. Trong mặt phẳng cho tam giác ABC . Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn \overrightarrow{AM} cùng phương với \overrightarrow{BC} là hình gì?

- A. Đường thẳng AB .
- B. Tia BA .
- C. Tia AB .
- D. Đường thẳng đi qua A song song với BC .

Lời giải

Vì \overrightarrow{AM} cùng phương với \overrightarrow{BC} nên giá của \overrightarrow{AM} song song với giá của \overrightarrow{BC} . Như vậy, tập hợp tất cả các điểm M là đường thẳng đi qua A và song song với BC . Vậy chọn đáp án D.

Câu 2. Trong mặt phẳng cho tam giác ABC . Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn \overrightarrow{AM} cùng hướng với \overrightarrow{AB} là hình gì?

- A. Đoạn thẳng AB .
- B. Tia BA .
- C. Tia AB .
- D. Đường thẳng AB .

Lời giải

Vì \overrightarrow{AM} cùng hướng với \overrightarrow{AB} nên giá của \overrightarrow{AM} trùng với giá của \overrightarrow{AB} và B, M cùng phía so với A hoặc M trùng A . Như vậy, tập hợp tất cả các điểm M là tia AB . Vậy chọn đáp án C .

Câu 3. Trong mặt phẳng cho hai điểm phân biệt A, B . Tập hợp tất cả các điểm M thoả mãn $|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{BM}|$ là hình gì?

- A. Đường tròn tâm A bán kính AB .
- B. Đường trung trực của đoạn thẳng AB .
- C. Đường tròn tâm B bán kính AB .
- D. Đoạn thẳng AB .

Lời giải

Ta có: $|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{BM}| \Leftrightarrow MA = MB$.

Tập hợp các điểm M trong mặt phẳng thoả mãn $MA = MB$ là đường trung trực của đoạn thẳng AB . Chọn đáp án B .

Câu 4. Trong mặt phẳng cho hai điểm phân biệt A, B . Tập hợp tất cả các điểm M thoả mãn \overrightarrow{AM} ngược hướng với \overrightarrow{AB} là hình gì?

- A. Đường thẳng AB .
- B. Tia AB .
- C. Tia đối của tia AB trừ điểm A .
- D. Đoạn thẳng AB .

Lời giải

Chọn C

Câu 5. Trong mặt phẳng cho hai điểm phân biệt A, B . Tập hợp tất cả các điểm M thoả mãn $|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{AB}|$ là hình gì?

- A. Đường trung trực của đoạn thẳng AB .
- B. Đường tròn tâm A bán kính AB .
- C. Đường tròn tâm B bán kính AB .
- D. Đoạn thẳng AB .

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Cho hình thang $ABCD$ có AB và CD song song với nhau. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- B. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} cùng hướng.
- C. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{DC} ngược hướng.
- D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 7. Cho $\vec{a} = \vec{b}$. Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. \vec{a} và \vec{b} cùng hướng.
- B. \vec{a} và \vec{b} cùng độ dài.
- C. \vec{a} và \vec{b} không cùng phương.
- D. \vec{a} và \vec{b} cùng phương.

Lời giải

Chọn C

Câu 8. Cho điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.
- B. \overrightarrow{IA} và \overrightarrow{IB} cùng hướng.
- C. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$.
- D. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.

Lời giải

Chọn D

BÀI TẬP BỔ SUNG

Câu 9. Vector có điểm đầu là D , điểm cuối là E được kí hiệu là:

- A. DE . B. $|\overrightarrow{DE}|$. C. \overrightarrow{ED} . D. \overrightarrow{DE} .

Lời giải

Chọn D

Câu 10. Cho tứ giác $ABCD$. Số các vector khác $\vec{0}$ có điểm đầu và cuối là đỉnh của tứ giác bằng:

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 12.

Lời giải

Chọn D

Hai điểm phân biệt, giả sử A, B tạo thành hai vec tơ khác vec tơ- không là \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{BA} .

Vì vậy từ 4 đỉnh A, B, C, D của tam giác ta có 6 cặp điểm phân biệt nên có 12 vec tơ khác vec tơ – không được tạo thành.

Câu 11. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Hỏi cặp vector nào sau đây cùng hướng?

- A. \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{CB} . B. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{MB} . C. \overrightarrow{MA} và \overrightarrow{MB} . D. \overrightarrow{AN} và \overrightarrow{CA} .

Lời giải

Chọn A

Câu 12. Cho $\overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$ và một điểm C , có bao nhiêu điểm D thỏa mãn: $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải

Chọn D

Tập hợp điểm D là đường tròn tâm C , bán kính bằng $|\overrightarrow{AB}|$

Câu 13. Xét các mệnh đề sau

(I): Véc tơ – không là véc tơ có độ dài bằng 0.

(II): Véc tơ – không là véc tơ có nhiều phương.

- A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng. C. (I) và (II) đúng. D. (I) và (II) sai.

Lời giải

Chọn C

Câu 14. Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$. B. $\overrightarrow{AC} = a$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. D. $|\overrightarrow{AB}| = a$.

Lời giải

Chọn D

Câu 15. Cho M là một điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AB = 3AM$. Hãy tìm khẳng định sai?

- A. $|\overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MA}|$. B. $|\overrightarrow{MA}| = 2|\overrightarrow{MB}|$. C. $|\overrightarrow{BA}| = 3|\overrightarrow{AM}|$. D. $|\overrightarrow{AM}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BM}|$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16. Cho hình bình hành $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Các véc tơ ngược hướng với \overrightarrow{OB} là:

- A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{OD}$. B. $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{BO}$. C. $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DO}$. D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{BO}$

Lời giải

Chọn D

Câu 18. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3, AD = 4$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $|\overline{AC}| = |\overline{BD}|$. B. $|\overline{CD}| = |\overline{BC}|$. C. $|\overline{AC}| = |\overline{AB}|$. D. $|\overline{BD}| = 7$.

Lời giải

Chọn A

Câu 19. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm $I, AB = 3, BC = 4$. Khi đó $|\overline{BI}|$ là:

- A. 7. B. $\frac{5}{2}$. C. 5. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 20. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai vectơ cùng phương thì chúng cùng hướng.
 B. Hai vectơ cùng phương thì giá của chúng song song hoặc trùng nhau.
 C. Hai vectơ có giá vuông góc thì cùng phương.
 D. Hai vectơ ngược hướng với 1 vectơ thứ ba thì cùng phương.

Lời giải

Chọn B

Câu 21. Cho tam giác đều ABC với đường cao AH . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overline{HB} = \overline{HC}$. B. $|\overline{AC}| = 2|\overline{HC}|$. C. $|\overline{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2}|\overline{HC}|$. D. $\overline{AB} = \overline{AC}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 22. Nếu $\overline{AB} = \overline{AC}$ thì:

- A. tam giác ABC là tam giác cân B. tam giác ABC là tam giác đều
 C. A là trung điểm đoạn BC D. điểm B trùng với điểm C

Lời giải

Đáp án D

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow B \equiv C$$

Câu 23. Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

- A. \overline{MN} và \overline{MP} B. \overline{MN} và \overline{PN} C. \overline{MP} và \overline{PN} D. \overline{NP} và \overline{NM}

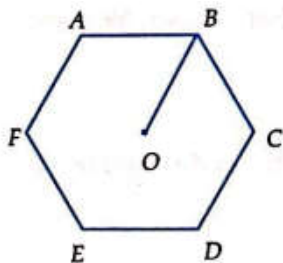
Lời giải

Đáp án A

Câu 24. Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vectơ khác vectơ không, cùng phương với vectơ \overline{OB} có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

Lời giải



Các vector cùng phương với vector \overrightarrow{OB} là:

$\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{FA}, \overrightarrow{AF}$.

Đáp án B.

Câu 25. Cho tứ giác đều $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Mệnh đề nào sau đây là sai?

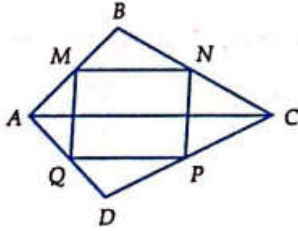
A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$

B. $|\overrightarrow{QP}| = |\overrightarrow{MN}|$

C. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$

D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$

Lời giải



Ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$ (do cùng song song và bằng $\frac{1}{2} AC$).

Do đó MNPQ là hình bình hành.

Đáp án D.

Câu 26. Cho ba điểm A, B, C phân biệt và thẳng hàng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$

B. \overrightarrow{CA} và \overrightarrow{CB} cùng hướng

C. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} ngược hướng

D. \overrightarrow{BA} và \overrightarrow{BC} cùng phương

Lời giải

Với ba trường hợp lần lượt A, B, C nằm giữa thì ta luôn có $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương.

Đáp án D.

Câu 27. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

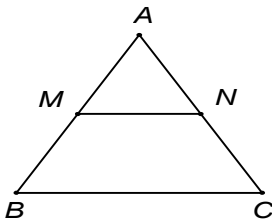
B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$.

D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Lời giải

Chọn D



Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC .

Do đó $BC = 2MN \longrightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Câu 28. Cho tứ giác $ABCD$. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$?

A. $ABCD$ là hình bình hành.

B. $ABDC$ là hình bình hành.

C. AD và BC có cùng trung điểm.

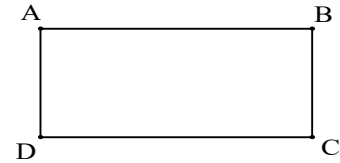
D. $AB = CD$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\bullet \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow ABDC \text{ là hình bình hành.}$$



$$\bullet \text{ Mặt khác, } ABDC \text{ là hình bình hành} \\ \Rightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ AB = CD \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}.$$

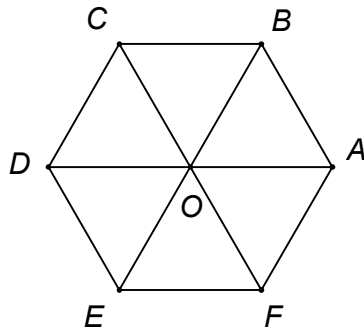
Do đó, điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ là $ABDC$ là hình bình hành.

Câu 29. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AF}|$. C. $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OE}$.

Lời giải

Chọn D



Hai vectơ này ngược hướng.

Câu 30. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm AB, BC, AD . Lấy 8 điểm trên làm điểm gốc hoặc điểm ngọn các vectơ. Tìm mệnh đề **sai**:

- A. Có 2 vectơ bằng \overrightarrow{PQ} B. Có 4 vectơ bằng \overrightarrow{AR}
C. Có 3 vectơ bằng \overrightarrow{BO} D. Có 5 vectơ bằng \overrightarrow{OP}

Lời giải

Chọn C

Câu 31. Cho hai điểm phân biệt A và B . Điều kiện để điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB là:

- A. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$. B. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$. C. $IA = IB$. D. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}.$$

Câu 32. Cho hình thoi $ABCD$ có tâm I . Hãy cho biết số khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ c) $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IO}$
d) $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA}$ e) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ f) $2|\overrightarrow{IA}| = |\overrightarrow{BD}|$

A. 3.

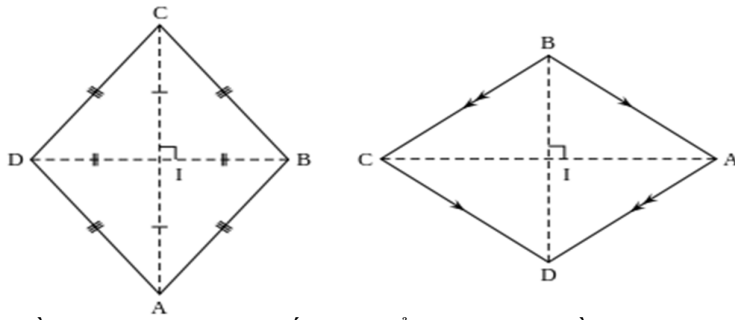
B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn A



- Câu 33.** Điền từ thích hợp vào dấu (...) để được mệnh đề đúng. Hai véc tơ ngược hướng thì (...).
- A. Bằng nhau. B. Cùng phương. C. Cùng độ dài. D. Cùng điểm đầu.

Lời giải

Chọn B

- Câu 34.** Cho vector \vec{a} . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Có vô số vector \vec{u} mà $\vec{u} = \vec{a}$. B. Có duy nhất một \vec{u} mà $\vec{u} = \vec{a}$.
C. Có duy nhất một \vec{u} mà $\vec{u} = -\vec{a}$. D. Không có vector \vec{u} nào mà $\vec{u} = \vec{a}$.

Lời giải

Chọn A

Cho vector \vec{a} , có vô số vector \vec{u} cùng hướng và cùng độ dài với vector \vec{a} . Nên có vô số vector \vec{u} mà $\vec{u} = \vec{a}$.

- Câu 35.** Cho hình bình hành $ABGE$. Đẳng thức nào sau đây đúng.

- A. $\overline{BA} = \overline{EG}$. B. $\overline{AG} = \overline{BE}$. C. $\overline{GA} = \overline{BE}$. D. $\overline{BA} = \overline{GE}$.

Lời giải

Chọn D

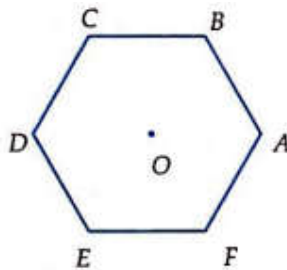
Hình bình hành $ABGE \Leftrightarrow \overline{BA} = \overline{GE}$.

- Câu 36.** Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Hãy tìm các vector khác vector-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm O sao cho bằng với \overline{AB} ?

- A. $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{FD}$ B. $\overline{FO}, \overline{AC}, \overline{ED}$ C. $\overline{BO}, \overline{OC}, \overline{ED}$ D. $\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{ED}$

Lời giải

Đáp án D



Các vector bằng vector \overline{AB} là:

$\overline{FO}, \overline{OC}, \overline{ED}$

- Câu 37.** Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Xác định các vector cùng phương với \overline{MN} .

- A. $\overline{AC}, \overline{CA}, \overline{AP}, \overline{PA}, \overline{PC}, \overline{CP}$ B. $\overline{NM}, \overline{BC}, \overline{CB}, \overline{PA}, \overline{AP}$
C. $\overline{NM}, \overline{AC}, \overline{CA}, \overline{AP}, \overline{PA}, \overline{PC}, \overline{CP}$ D. $\overline{NM}, \overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AM}, \overline{MA}, \overline{PN}, \overline{CP}$

Lời giải

Đáp án C

Có 3 đường thẳng song song với MN là AC, AP, PC

Nên có 7 vector

$$\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PC}, \overrightarrow{CP}$$

Câu 38. Cho ba điểm A, B, C cùng nằm trên một đường thẳng. Các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng khi và chỉ khi:

A. Điểm B thuộc đoạn AC

B. Điểm A thuộc đoạn BC

C. Điểm C thuộc đoạn AB

D. Điểm A nằm ngoài đoạn BC

Lời giải

Đáp án A



Câu 39. Cho tam giác đều cạnh $2a$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{AB} = 2a$

C. $|\overrightarrow{AB}| = 2a$

D. $\overrightarrow{AB} = AB$

Lời giải

Đáp án C

Vì tam giác đều nên $AB = |\overrightarrow{AB}| = 2a$

Câu 40. Cho tam giác không cân ABC . Gọi H, O lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác. M là trung điểm của BC . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Tam giác ABC nhọn thì $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ cùng hướng.

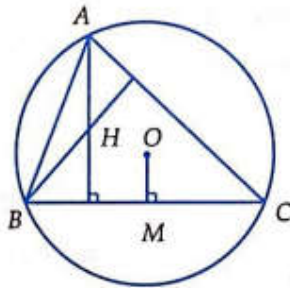
B. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ luôn cùng hướng.

C. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ cùng phương nhưng ngược hướng.

D. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ có cùng giá

Lời giải

Đáp án A



Thật vậy khi $\triangle ABC$ nhọn thì ta có:

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \parallel OM$$

O, H nằm trong tam giác $\Rightarrow \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ cùng hướng

Câu 41. Cho hình thoi tâm O , cạnh bằng a và $\hat{A} = 60^\circ$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $|\overrightarrow{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

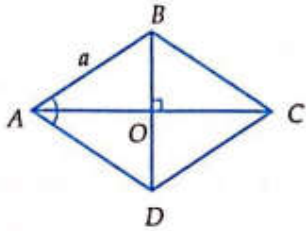
B. $|\overrightarrow{OA}| = a$

C. $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}|$

D. $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Đáp án A



Vì $\hat{A} = 60^\circ \Rightarrow \Delta ABC$ đều $\Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |\overrightarrow{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 42. Cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, M là điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\forall M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$. B. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.
C. $\forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$. D. $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, M là điểm bất kỳ.

Suy ra $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$ không cùng phương $\Rightarrow \forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$.

Câu 43. Cho hai điểm phân biệt A, B . Số vectơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm A, B là:

- A. 2. B. 6. C. 13. D. 12.

Lời giải

Chọn A

Số vectơ (khác $\vec{0}$) là $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BA}$.

Câu 44. Gọi C là trung điểm của đoạn AB . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$. B. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} cùng hướng.
C. \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CB} ngược hướng. D. $|\overrightarrow{AB}| = \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có C là trung điểm của đoạn AB và \overrightarrow{AC} cùng hướng.

Câu 45. Cho hình bình hành $ABCD$. Các vectơ là vectơ đối của vectơ \overrightarrow{AD} là

- A. $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C

Vectơ đối của vectơ \overrightarrow{AD} là $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$.

Câu 46. Số vectơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước là

- A. 42. B. 3. C. 9. D. 27.

Lời giải

Chọn A

Số vectơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ 7 điểm phân biệt cho trước là $7.6 = 42$

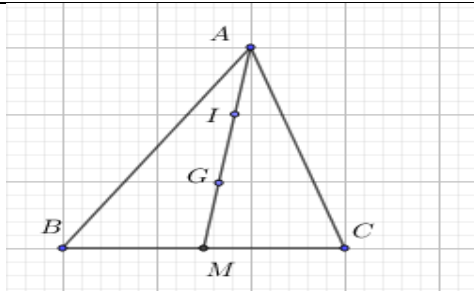
Câu 47. Cho tam giác ABC đều cạnh a và G là trọng tâm. Gọi I là trung điểm của AG .

Độ dài của vectơ \overrightarrow{BI} là

- A. $a \frac{\sqrt{21}}{6}$. B. $a \frac{\sqrt{21}}{3}$. C. $a \frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $a \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $|\overrightarrow{AB}| = AB = a$

Gọi M là trung điểm của BC

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{AG}| = AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \sqrt{AB^2 - BM^2} = \frac{2}{3} \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

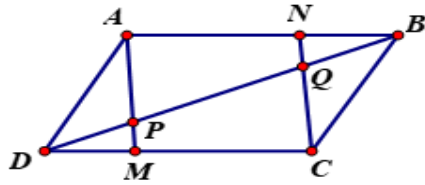
$$|\overrightarrow{BI}| = BI = \sqrt{BM^2 + MI^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$$

Câu 48. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC , AB theo thứ tự lấy các điểm M , N sao cho $DM = BN$. Gọi P là giao điểm của AM , DB và Q là giao điểm của CN , DB . Khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{QB}$. B. $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$. C. $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{MN}|$. D. $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $DM = BN \Rightarrow AN = MC$, mặt khác AN song song với MC do đó tứ giác $ANCM$ là hình bình hành. Suy ra $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}$.

Xét tam giác $\triangle DMP$ và $\triangle BNQ$ ta có $DM = NB$ (giả thiết), $\widehat{PDM} = \widehat{QBN}$ (so le trong)

Mặt khác $\widehat{DMP} = \widehat{APB}$ (đối đỉnh) và $\widehat{APQ} = \widehat{NQB}$ (hai góc đồng vị) suy ra $\widehat{DMP} = \widehat{BNQ}$.

Do đó $\triangle DMP = \triangle BNQ$ (c.g.c) suy ra $DP = BQ$.

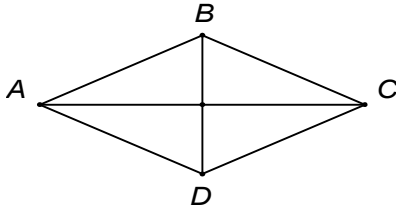
Dễ thấy \overrightarrow{DB} , \overrightarrow{QB} cùng hướng vì vậy $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{QB}$.

Câu 49. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$. B. $|\overrightarrow{BD}| = a$. C. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA}$.

Lời giải

Chọn B



Từ giả thiết suy ra tam giác ABD đều cạnh a nên $BD = a \longrightarrow |\overrightarrow{BD}| = a$.

- Câu 50.** Cho \vec{a} và \vec{b} là các vector khác $\vec{0}$ với \vec{a} là vector đối của \vec{b} . Khẳng định nào sau đây sai?
- A. Hai vector \vec{a}, \vec{b} cùng phương. B. Hai vector \vec{a}, \vec{b} ngược hướng.
C. Hai vector \vec{a}, \vec{b} cùng độ dài. D. Hai vector \vec{a}, \vec{b} chung điểm đầu.

Lời giải

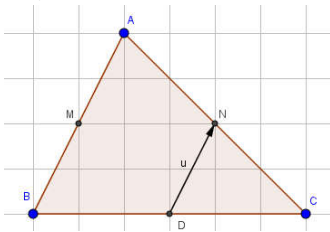
Chọn D

Ta có $\vec{a} = -\vec{b}$. Do đó, \vec{a} và \vec{b} cùng phương, cùng độ dài và ngược hướng nhau.

- Câu 51.** Cho tam giác ABC có M, N, D lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Khi đó, các vector đối của vector \overrightarrow{DN} là:
- A. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$. B. $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.
C. $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{AM}$. D. $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{ND}$.

Lời giải

Chọn A



Nhìn hình ta thấy vector đối của vector \overrightarrow{DN} là: $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{ND}$.

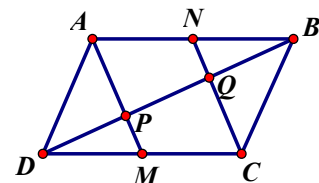
- Câu 52.** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DC, AB ; P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Khẳng định nào sau đây là đúng nhất.
- A. $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{NB}$ B. $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QB}$ C. Cả A, B đều đúng D. Cả A, B đều sai

Lời giải

Chọn C

Ta có tứ giác $DMBN$ là hình bình hành vì $DM = NB = \frac{1}{2}AB$, $DM \parallel NB$. Suy ra $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{NB}$.

Xét tam giác CDQ có M là trung điểm của DC và $MP \parallel QC$ do đó P là trung điểm của DQ . Tương tự xét tam giác ABP suy ra được Q là trung điểm của PB



Vì vậy $DP = PQ = QB$ từ đó suy ra $\overline{DP} = \overline{PQ} = \overline{QB}$.

Câu 53. Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy là AB và CD với $AB = 2CD$. Từ C vẽ $\overline{CI} = \overline{DA}$. Khẳng định nào sau đây là đúng nhất?

- A. $\overline{AD} = \overline{IC}$ B. $\overline{DI} = \overline{CB}$
C. Cả A, B đều đúng D. A đúng, B sai

Lời giải

Chọn C

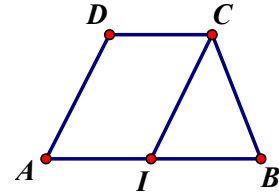
Ta có $\overline{CI} = \overline{DA}$ suy ra $AICD$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overline{AD} = \overline{IC}$$

Ta có $DC = AI$ mà $AB = 2CD$ do đó $AI = \frac{1}{2}AB \Rightarrow I$ là trung điểm AB

Ta có $DC = IB$ và $DC \parallel IB \Rightarrow$ tứ giác $BCDI$ là hình bình hành

Suy ra $\overline{DI} = \overline{CB}$

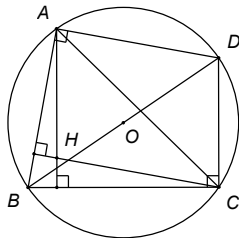


Câu 54. Cho tam giác ABC có trực tâm H . Gọi D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{CH}$. B. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{HC}$.
C. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AC} = \overline{CH}$. D. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{HC}$ và $\overline{OB} = \overline{OD}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AH \perp BC$ và $DC \perp BC$ (do góc \widehat{DCB} chắn nửa đường tròn). Suy ra $AH \parallel DC$.

Tương tự ta cũng có $CH \parallel AD$.

Câu 55. Cho tam giác ABC với trực tâm H . D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{CH}$ B. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{DA} = \overline{HC}$
C. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{HC}$ D. $\overline{AD} = \overline{HC}$ và $\overline{OB} = \overline{OD}$

Lời giải

Ta có BD là đường kính $\Rightarrow \overline{OB} = \overline{DO}$.

$AH \perp BC, DC \perp BC \Rightarrow AH \parallel DC$ (1)

Ta lại có $CH \perp AB, DA \perp AB \Rightarrow CH \parallel DA$ (2)

Từ (1) và (2) \Rightarrow tứ giác $HADC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overline{HA} = \overline{CD}; \overline{AD} = \overline{HC}$.

Đáp án

C.

Câu 56. Cho $\triangle ABC$ với điểm M nằm trong tam giác. Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB và N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với M qua A', B', C' . Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$ và $\overrightarrow{QB} = \overrightarrow{NC}$

B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{QN}$ và $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CN}$ và $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{QN}$

D. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$

Lời giải

Ta có $AMCP$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PC}$

Lại có $AQBM$ và $BMCN$ là hình bình hành

$\Rightarrow NC = BM = QA$

$\Rightarrow AQNC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{QN}$.

Đáp án B.

Câu 57. Cho tam giác ABC có H là trực tâm và O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi D là điểm đối xứng với B qua O . Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$

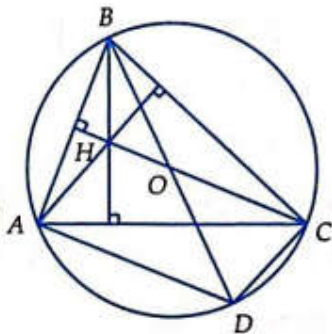
B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AH}$

Lời giải

Đáp án A



Ta có thể chỉ ra được $ADCH$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$

Câu 58. Cho đường tròn tâm O . Từ điểm A nằm ngoài (O) , kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới (O) . Xét mệnh đề:

(I) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ (II) $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OC}$ (III) $|\overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{CO}|$

Mệnh đề đúng là:

A. Chỉ (I)

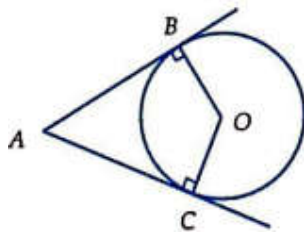
B. (I) và (III)

C. (I), (II), (III)

D. Chỉ (III)

Lời giải

Đáp án D



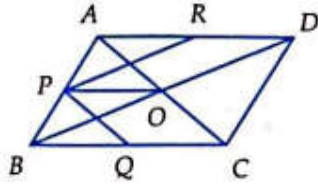
Ta có: $OB = OC = R \Rightarrow |\overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{CO}|$

Câu 59. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, BC, AD . Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vector. Tìm mệnh đề sai?

A. Có 2 vector bằng \overrightarrow{PR} B. Có 4 vector bằng \overrightarrow{AR} C. Có 2 vector bằng \overrightarrow{BO} D. Có 5 vector bằng \overrightarrow{OP}

Lời giải

Đáp án D



Ta có: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$

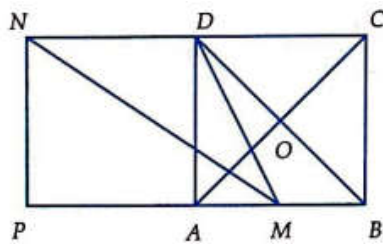
$$\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{PO} = \overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{QC}, \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{PR}, \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{RA} = \overrightarrow{DR} = \overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{QB}$$

Câu 60. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Hãy tính độ dài của vector \overrightarrow{MN} .

A. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ B. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{3}$ C. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ D. $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{4}$

Lời giải

Đáp án C



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông MAD ta có:

$$\begin{aligned} DM^2 &= AM^2 + AD^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2 \\ &= \frac{5a^2}{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Qua N kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB tại P .

Khi đó tứ giác $ADNP$ là hình vuông và $PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông NPM ta có:

$$\begin{aligned} MN^2 &= NP^2 + PM^2 = a^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2 \\ &= \frac{13a^2}{4} \\ \Rightarrow MN &= \frac{a\sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

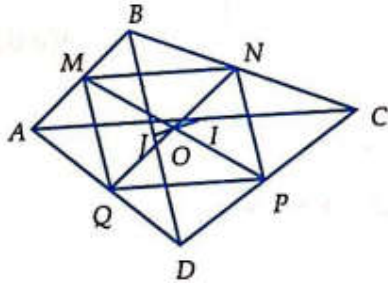
$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$$

Câu 61. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA . Gọi O là giao điểm của các đường chéo của tứ giác $MNPQ$, trung điểm của các đoạn thẳng AC, BD tương ứng là I, J . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OJ}$ B. $MP = NQ$ C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$ D. $\overrightarrow{OI} = -\overrightarrow{OJ}$

Lời giải

Đáp án D



Ta có: $MNPQ$ là hình bình hành $\Rightarrow \overline{MN} = \overline{QP}$

Ta có:

$$\begin{aligned}\overline{OI} + \overline{OJ} &= \frac{1}{2}(\overline{OA} + \overline{OC}) + \frac{1}{2}(\overline{OD} + \overline{OB}) = \frac{1}{2}(\overline{OA} + \overline{OB}) + \frac{1}{2}(\overline{OC} + \overline{OD}) \\ &= \overline{OM} + \overline{ON} = \vec{0} \\ \Rightarrow \overline{OI} &= -\overline{OJ}\end{aligned}$$

Câu 62. Cho tam giác ABC có trực tâm H , D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{CH}$.

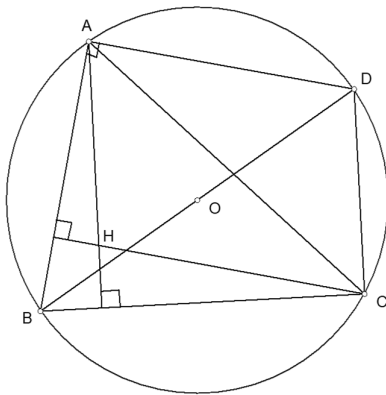
B. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{HC}$.

C. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AC} = \overline{HD}$.

D. $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{HC}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: Vì D đối xứng với B qua O nên D thuộc đường tròn (O)

$AD \perp DH$ (cùng vuông góc với AB)

$AH \perp CD$ (cùng vuông góc với BC)

Suy ra $ADHC$ là hình bình hành

Vậy $\overline{HA} = \overline{CD}$ và $\overline{AD} = \overline{CH}$.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: Nguyễn Vương <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: Nguyễn Vương

https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUBT3nwJfA?view_as=subscriber

☞ Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>

Nguyễn Bảo Vương