

## BÀI 15. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO ĐỘ PHÂN TÁN

• | Fanpage: Nguyễn Bảo Vương

### A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

#### 1. KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ

Khoảng biến thiên, kí hiệu là  $R$ , là hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu.

**Ý nghĩa.** Khoảng biến thiên dùng để đo độ phân tán của mẫu số liệu. Khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

**Ví dụ 1.** Điểm kiểm tra học kì môn Toán của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 10 A được cho như sau:

Tổ 1: 7 8 8 9 8 8 8

Tổ 2: 10 6 8 9 9 7 8 7 8.

a) Điểm kiểm tra trung bình của hai tổ có như nhau không?

b) Tính các khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu. Căn cứ trên chỉ số này, các bạn tổ nào học đồng đều hơn?

#### Lời giải

a) Điểm kiểm tra trung bình của hai tổ đều bằng 8.

b) Đối với Tổ 1: Điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 7 ; 9. Do đó khoảng biến thiên là:

$$R_1 = 9 - 7 = 2.$$

Đối với Tổ 2: Điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 6; 10. Do đó khoảng biến thiên là:

$$R_2 = 10 - 6 = 4.$$

Do  $R_2 > R_1$  nên ta nói các bạn Tổ 1 học đều hơn các bạn Tổ 2.

**Nhận xét.** Sử dụng khoảng biến thiên có ưu điểm đơn giản, dễ tính toán song khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất mà bỏ qua thông tin từ tất cả các giá trị khác. Do đó, khoảng biến thiên rất dễ bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường.

Khoảng tứ phân vị, kí hiệu là  $\Delta_Q$ , là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất, tức là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1.$$

**Ý nghĩa.** Khoảng tứ phân vị cũng là một số đo độ phân tán của mẫu số liệu. Khoảng tứ phân vị càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

**Chú ý.** Một số tài liệu gọi khoảng biến thiên là biên độ và khoảng tứ phân vị là độ trải giữa

**Ví dụ 2.** Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 9 ngày:

7 8 22 20 15 18 19 13 11.

Tìm khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu này.

#### Lời giải

Trước hết, ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

7 8 11 13 15 18 19 20 22.

Mẫu số liệu gồm 9 giá trị nên trung vị là số ở vị trí chính giữa  $Q_2 = 15$ .

Nửa số liệu bên trái là 7, 8, 11, 13 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 8, 11.

Do đó,  $Q_1 = (8 + 11) : 2 = 9,5$ .

Nửa số liệu bên phải là 18, 19, 20, 22 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 19, 20.

Do đó,  $Q_3 = (19 + 20) : 2 = 19,5$ .

Vậy khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu là  $\Delta_Q = 19,5 - 9,5 = 10$ .

#### 2. PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN

Phương sai là giá trị  $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$

Căn bậc hai của phương sai,  $s = \sqrt{s^2}$ , được gọi là độ lệch chuẩn

**Chú ý.** Người ta còn sử dụng đại lượng để đo độ phân tán của mẫu số liệu:

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}$$

**Ý nghĩa.** Nếu số liệu càng phân tán thì phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn.

**Ví dụ 3.** Mẫu số liệu sau đây cho biết sĩ số của 5 lớp khối 10 tại một trường Trung học:

43 45 46 41 40.

Tìm phương sai và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này.

**Lời giải**

Số trung bình của mẫu số liệu là:  $\bar{x} = \frac{43 + 45 + 46 + 41 + 40}{5} = 43$ .

Ta có bảng sau:

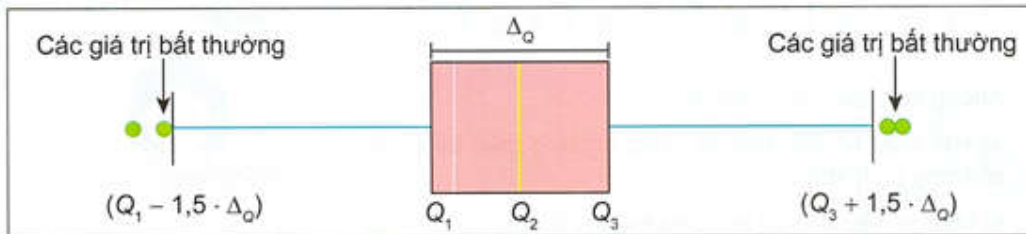
| Giá trị | Độ lệch        | Bình phương độ lệch |
|---------|----------------|---------------------|
| 43      | $43 - 43 = 0$  | 0                   |
| 45      | $45 - 43 = 2$  | 4                   |
| 46      | $46 - 43 = 3$  | 9                   |
| 41      | $41 - 43 = -2$ | 4                   |
| 40      | $40 - 43 = -3$ | 9                   |
|         | Tổng           | 26                  |

Mẫu số liệu gồm 5 giá trị nên  $n = 5$ . Do đó phương sai là:  $s^2 = \frac{26}{5} = 5,2$ .

Độ lệch chuẩn là:  $s = \sqrt{5,2} \approx 2,28$ .

### 3. PHÁT HIỆN SỐ LIỆU BẤT THƯỜNG HOẶC KHÔNG CHÍNH XÁC BẰNG BIỂU ĐỒ HỘP

Trong mẫu số liệu thống kê, có khi gặp những giá trị quá lớn hoặc quá nhỏ so với đa số các giá trị khác. Những giá trị này được gọi là giá trị bất thường. Chúng xuất hiện trong mẫu số liệu có thể do nhầm lẫn hay sai sót nào đó. Ta có thể dùng biểu đồ hộp để phát hiện những giá trị bất thường này.



Các giá trị lớn hơn  $Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q$  hoặc bé hơn  $Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q$  được xem là giá trị bất thường.

**Ví dụ 4.** Hàm lượng Natri (đơn vị mg) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau:

0 340 70 140 200 180 210 150 100 130

140 180 190 160 290 50 220 180 200 210.

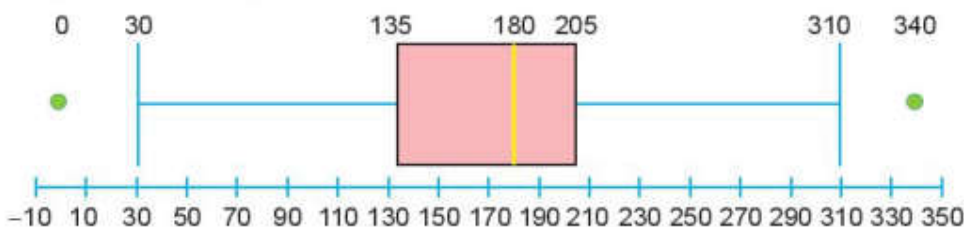
Tìm giá trị bất thường trong mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

**Lời giải**

Từ mẫu số liệu ta tính được  $Q_1 = 135$  và  $Q_3 = 205$ . Do đó, khoảng tứ phân vị là:

$$\Delta_Q = 205 - 135 = 70.$$

Biểu đồ hộp cho mẫu số liệu này là:



Ta có  $Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q = 30$  và  $Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q = 310$  nên trong mẫu số liệu có hai giá trị được xem là bất thường là 340mg (lớn hơn 310mg) và 0mg (bé hơn 30mg).

**B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP****BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP**

**Câu 1.** Mẫu số liệu thống kê tiền lương (đơn vị: triệu đồng/tháng) của 8 cán bộ trong một tổ của công ty là: 8 8,5 10 9 10,5 9,5 11 12

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

**Câu 2.** Mẫu số liệu thống kê chiều cao (đơn vị: mét) của 12 cây thông là: 30,5 31 30,1 33,2 30,7 34,8 35 34,5 31,6 32,8 31,5 34,9

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

**Câu 3.** Kết quả 5 lần nhảy xa (đơn vị: mét) của bạn Huy và bạn Tùng cho ở bảng sau:

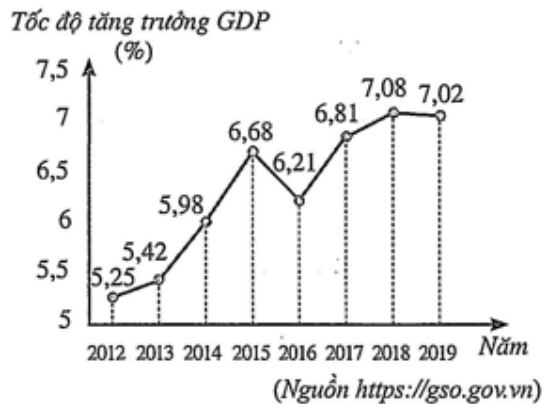
|      |     |     |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Huy  | 2,2 | 2,5 | 2,4 | 2,6 | 2,3 |
| Tùng | 2,0 | 2,8 | 2,5 | 2,4 | 2,3 |

a) Kết quả trung bình của hai bạn có bằng nhau hay không?

b) Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thống kê kết quả 5 lần nhảy xa của mỗi bạn. Từ đó cho biết bạn nào có kết quả nhảy xa ổn định hơn?

**Câu 4.** Nêu các giá trị bất thường của mẫu số liệu thống kê sau: 0 1 13 16 17 18 19 20 21 22 23 24 28 37 38

**Câu 5.** Biểu đồ đoạn thẳng ở Hình 1 Tốc độ tăng trưởng GDP liệu đó. (Nguồn <https://gso.gov.vn>)



Hình 1

d) Tính phương sai và độ lệch chuẩn Hình 1 của mẫu số liệu đó.

**Câu 6.** Mỗi khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

(1) Nếu các giá trị của mẫu số liệu càng tập trung quanh giá trị trung bình thì độ lệch chuẩn càng lớn.

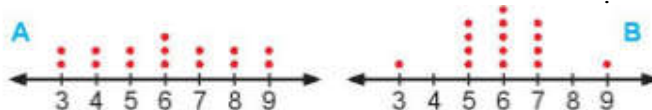
(2) Khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và bé nhất, bỏ qua thông tin của các giá trị còn lại.

(3) Khoảng tứ phân vị có sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất, giá trị bé nhất.

(4) Khoảng tứ phân vị chính là khoảng biến thiên của nửa dưới mẫu số liệu đã sắp xếp.

(5) Các số đo độ phân tán đều không âm.

**Câu 7.** Cho hai biểu đồ chấm điểm biểu diễn hai mẫu số liệu A, B như sau:



Số chấm trên mỗi giá trị biểu diễn cho tần số của giá trị đó.

Không tính toán, hãy cho biết:

a) Hai mẫu số liệu này có cùng khoảng biến thiên và số trung bình không?

b) Mẫu số liệu nào có phương sai lớn hơn?

**Câu 8.** Cho mẫu số liệu gồm 10 số dương không hoàn toàn giống nhau. Các số đo độ phân tán (khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, độ lệch chuẩn) sẽ thay đổi như thế nào nếu:

a) Nhân mỗi giá trị của mẫu số liệu với 2.

b) Cộng mỗi giá trị của mẫu số liệu với 2.

**Câu 9.** Từ mẫu số liệu về thuế thuốc lá của 51 thành phố tại một quốc gia, người ta tính được:

Giá trị nhỏ nhất bằng 2,5;  $Q_1 = 36, Q_2 = 60, Q_3 = 100$ ; giá trị lớn nhất bằng 205.

- Tỉ lệ thành phố có thuế thuốc lá lớn hơn 36 là bao nhiêu?
- Chỉ ra hai giá trị sao cho có 50% giá trị của mẫu số liệu nằm giữa hai giá trị này.
- Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

**Câu 10.** Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 10 trẻ sơ sinh (đơn vị kg):

2,977 3,155 3,920 3,412 4,236

2,593 3,270 3,813 4,042 3,387

Hãy tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này.

**Câu 11.** Tỉ lệ thất nghiệp ở một số quốc gia vào năm 2007 (đơn vị %) được cho như sau:

7,8 3,2 7,7 8,7 8,6 8,4 7,2 3,6

5,0 4,4 6,7 7,0 4,5 6,0 5,4

Hãy tìm các giá trị bất thường (nếu có) của mẫu số liệu trên.

**Câu 12.** Nhiệt độ trung bình (đơn vị:  $^{\circ}\text{C}$ ) các tháng trong năm tại Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh được cho trong bảng sau:

| Tháng                 | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Hà Nội                | 16,4 | 17,0 | 20,2 | 23,7 | 27,3 | 28,8 | 28,9 | 28,2 | 27,2 | 24,6 | 21,4 | 18,2 |
| Thành phố Hồ Chí Minh | 25,8 | 26,7 | 27,9 | 28,9 | 28,3 | 27,5 | 27,1 | 27,1 | 26,8 | 26,7 | 26,4 | 25,7 |

(Theo weatherspark.com)

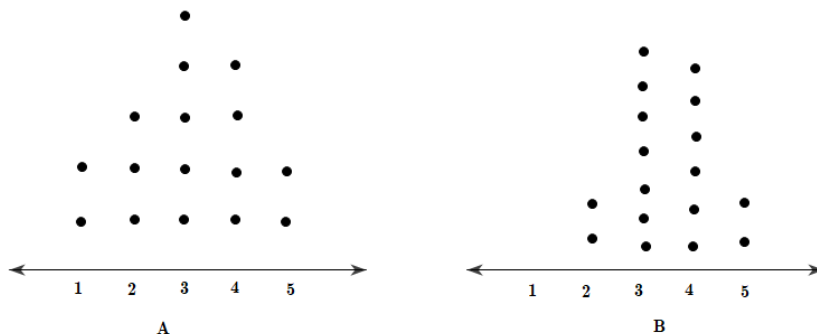
- Tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn cho mỗi dãy số liệu trên.
- Có nhận xét gì về sự biến động của nhiệt độ trung bình các tháng trong năm tại hai thành phố này?

**Câu 13.** Điểm thi môn Toán của các bạn trong lớp được cho trong bảng sau:

|        |   |    |    |    |    |
|--------|---|----|----|----|----|
| Điểm   | 0 | 5  | 6  | 7  | 10 |
| Tần số | 1 | 10 | 20 | 10 | 1  |

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên. Có nên dùng đại lượng này để đo độ phân tán của mẫu số liệu trên không?

**Câu 14.** Cho hai biểu đồ chấm điểm biểu diễn hai mẫu số liệu  $A, B$  như sau:



trong đó, mỗi chấm biểu diễn một giá trị trong mẫu số liệu.

Không tính, hãy cho biết:

- Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu nào lớn hơn.
- Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu có như nhau không.

**Câu 15.** Cho hai dãy số liệu sau:

$A: 4 \quad 5 \quad 7 \quad 9 \quad 10;$

$B: 9 \quad 10 \quad 12 \quad 14 \quad 15.$

Không tính, hãy cho biết:

- Khoảng biến thiên của hai dãy có như nhau không.
- Độ lệch chuẩn của hai dãy có như nhau không.

**Câu 16.** Điểm số của hai vận động viên bắn cung trong 10 lần bắn thử để chuẩn bị cho Olympic Tokyo 2020 được ghi lại như sau:

$VDV A$ : 10 9 8 10 9 9 9 10 9 8;

$VDV B$ : 5 10 10 10 10 7 9 10 10 10.

a) Tìm khoảng biến thiên và độ lệch chuẩn của mỗi dãy số liệu trên.

b) Vận động viên nào có thành tích bắn thử ổn định hơn?

**Câu 17.** Trong các dãy số liệu sau, dãy nào có độ lệch chuẩn lớn nhất?

(a) 98 99 100 101 102

(b) 2 4 6 8 10

(c) 2 10.

**Câu 18.** Mẫu số liệu sau là chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn trong tổ của Lan:

165 168 157 162 165 165 179 148 170 167.

a) Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

b) Khoảng tứ phân vị có bị ảnh hưởng bởi chiều cao của bạn cao nhất, bạn thấp nhất không?

**Câu 19.** Bình dùng đồng hồ đo thời gian để một vật rơi tự do (đơn vị: giây) từ vị trí  $A$  đến vị trí  $B$  trong 10 lần cho kết quả như sau: Bình nghĩ là giá trị 0,290 ở lần đo thứ 9 không chính xác. Hãy kiểm tra nghi ngờ của Bình.

**Câu 20.** Hãy chọn ngẫu nhiên trong lớp ra 5 bạn nam và 5 bạn nữ rồi đo chiều cao các bạn đó. So sánh xem chiều cao của các bạn nam hay các bạn nữ đồng đều hơn.

**Câu 21.** Hãy tìm độ lệch chuẩn, khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và các giá trị ngoại lệ của các mẫu số liệu sau:

a) 6; 8; 3; 4; 5; 6; 7; 2; 4.

b) 13; 37; 64; 12; 26; 43; 29; 23.

**Câu 22.** Hãy tìm độ lệch chuẩn, khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của các mẫu số liệu sau:

a)

|         |    |    |    |    |    |
|---------|----|----|----|----|----|
| Giá trị | -2 | -1 | 0  | 1  | 2  |
| Tần số  | 10 | 20 | 30 | 20 | 10 |

b)

|         |     |     |     |     |     |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Giá trị | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   |
| Tần số  | 0,1 | 0,2 | 0,4 | 0,2 | 0,1 |

**Câu 23.** Hãy so sánh số trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn của ba mẫu số liệu sau:

Mẫu 1: 0,1; 0,3; 0,5; 0,5; 0,3; 0,7.

Mẫu 2: 1,1; 1,3; 1,5; 1,5; 1,3; 1,7.

Mẫu 3: 1; 3; 5; 5; 3; 7.

**Câu 24.** Sản lượng lúa các năm từ 2014 đến 2018 của hai tỉnh Thái Bình và Hậu Giang được cho ở bảng sau (đơn vị nghìn tấn):

| Năm       | 2014   | 2015   | 2016   | 2017   | 2018   |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Tỉnh      |        |        |        |        |        |
| Thái Bình | 1061,9 | 1061,9 | 1053,6 | 942,6  | 1030,4 |
| Hậu Giang | 1204,6 | 1293,1 | 1231,0 | 1261,0 | 1246,1 |

a) Hãy tính độ lệch chuẩn và khoảng biến thiên của sản lượng lúa từng tỉnh.

b) Tỉnh nào có sản lượng lúa ổn định hơn? Tại sao?

**Câu 25.** Kết quả điều tra mức lương hàng tháng của một số công nhân của hai nhà máy  $A$  và  $B$  được cho ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

|               |   |   |   |    |   |   |   |   |  |
|---------------|---|---|---|----|---|---|---|---|--|
| Công nhân nhà | 4 | 5 | 5 | 47 | 5 | 6 | 4 | 4 |  |
|---------------|---|---|---|----|---|---|---|---|--|

|                     |   |   |   |   |    |   |   |    |   |
|---------------------|---|---|---|---|----|---|---|----|---|
| máy A               |   |   |   |   |    |   |   |    |   |
| Công nhân nhà máy B | 2 | 9 | 9 | 8 | 10 | 9 | 9 | 11 | 9 |

- a) Hãy tìm số trung bình, một, tứ phân vị và độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu lấy từ nhà máy A và nhà máy B.
- b) Hãy tìm các giá trị ngoại lệ trong mỗi mẫu số liệu trên. Công nhân nhà máy nào có mức lương cao hơn? Tại sao?

**Câu 26.** Kiểm tra khối lượng của một số quả măng cụt của hai lô hàng A và B được kết quả như sau (đơn vị: gam)

|      |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Lô A | 85 | 82 | 84 | 83 | 80 | 82 | 84 | 85 | 80 | 81 | 80 | 82 | 85 | 85 |
| Lô B | 81 | 80 | 82 | 84 | 82 | 82 | 85 | 80 | 80 | 83 | 84 | 86 | 78 | 87 |

- a) Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của khối lượng măng cụt ở mỗi lô.
- b) Hãy tìm phương sai và độ lệch chuẩn của khối lượng măng cụt ở mỗi lô.
- c) Khối lượng của măng cụt ở lô hàng nào đều hơn?

**Câu 27.** Một bệnh viện thống kê số ca nhập viện do tai nạn giao thông mỗi ngày trong tháng 9/2020 ở bảng sau:

|         |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| Số ca   | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 12 | 15 |
| Số ngày | 2 | 3 | 4 | 6 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1  | 1  |

- a) Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.
- b) Hãy tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu.
- c) Xác định các giá trị ngoại lệ (nếu có) của mẫu số liệu.

**Câu 28.** Kết quả bài thi môn Toán của các bạn học sinh tổ 1 và tổ 2 cho ở bảng sau:

|      |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |   |   |   |   |   |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|---|---|---|---|---|
| Tổ 1 | 7 | 8 | 9 | 6 | 7 | 8 | 7 | 9 | 10 | 7  | 8 | 6 | 8 | 9 | 8 |
| Tổ 2 | 6 | 7 | 8 | 7 | 9 | 5 | 8 | 8 | 9  | 10 | 7 | 8 | 0 | 9 | 7 |

- a) Sử dụng số trung bình, hãy so sánh điểm thi của các bạn tổ 1 và tổ 2.
- b) Sau khi bỏ đi các giá trị ngoại lệ (nếu có) ở các điểm thi mỗi tổ, hãy so sánh lại điểm thi của các bạn tổ 1 và tổ 2.
- c) Nên dùng số trung bình hay trung vị để so sánh điểm thi của các bạn tổ 1 và tổ 2.

**Câu 29.** Bảng sau ghi giá bán ra lúc 11 giờ của 2 mã cổ phiếu A và B trong 10 ngày liên tiếp (đơn vị: nghìn đồng).

|   |    |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| A | 94 | 93,2 | 95   | 96,6 | 96   | 94   | 97   | 95,8 | 98   | 99,4 |
| B | 80 | 80,3 | 80,5 | 80,5 | 80,1 | 80,1 | 79,7 | 79,5 | 79,6 | 80   |

Người ta lập bảng sau để theo dõi độ dao động giá của từng mã cổ phiếu sau mỗi ngày giao dịch.

|   |      |     |  |  |  |  |  |  |  |
|---|------|-----|--|--|--|--|--|--|--|
| A | -0,8 | 1,8 |  |  |  |  |  |  |  |
| B | 0,3  | 0,2 |  |  |  |  |  |  |  |

- a) Hãy điền các số liệu còn lại vào bảng trên.
- b) Hãy tính độ lệch chuẩn, khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của độ dao động giá mỗi ngày của hai mã cổ phiếu trên.
- c) Một cổ phiếu được gọi là có rủi ro cao nếu nó có biên độ dao động giá lớn. Hãy cho biết trong hai mã cổ phiếu trên, mã nào có độ rủi ro cao hơn.

**Câu 30.** Hãy tìm phương sai, khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và giá trị ngoại lệ (nếu có) của mỗi mẫu số liệu sau:

- a) 90;56;50;45;46;48;52;43.
- b) 19;11;1;16;19;12;14;10;11.
- c) 6,7;6,2;9,7;6,3;6,8;6,1;6,2.
- d) 0,79;0,68;0,35;0,38;0,05;0,35.



**Câu 31.** Hãy tìm phương sai, khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và giá trị ngoại lệ (nếu có) của mỗi mẫu số liệu cho bởi bảng tần số sau:

a)

|         |   |   |   |   |    |    |
|---------|---|---|---|---|----|----|
| Giá trị | 0 | 4 | 6 | 9 | 10 | 17 |
| Tần số  | 1 | 3 | 5 | 4 | 2  | 1  |

b)

|         |   |    |    |    |    |    |
|---------|---|----|----|----|----|----|
| Giá trị | 2 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| Tần số  | 1 | 6  | 8  | 9  | 4  | 2  |

**Câu 32.** Một kĩ thuật viên thống kê lại số lần máy bị lỗi từng ngày trong tháng 5/2021 ở bảng sau:

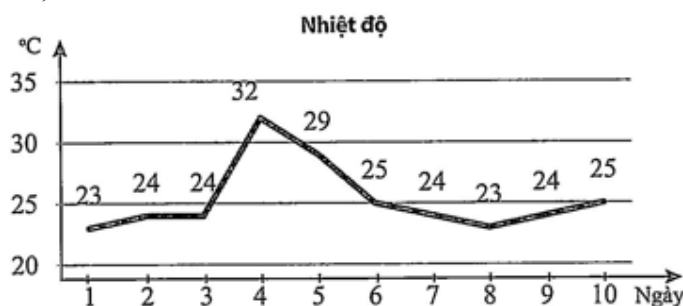
|         |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| Số lỗi  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 12 | 15 |
| Số ngày | 2 | 3 | 4 | 6 | 6 | 3 | 2 | 3 | 1  | 1  |

a) Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

b) Xác định các giá trị ngoại lệ (nếu có) của mẫu số liệu.

c) Hãy tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu.

**Câu 33.** Biểu đồ sau ghi lại nhiệt độ lúc 12 giờ trưa tại một trạm quan trắc trong 10 ngày liên tiếp (đơn vị:  $^{\circ}\text{C}$ ).



a) Hãy viết mẫu số liệu thống kê nhiệt độ từ biểu đồ trên.

b) Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đó.

c) Hãy tìm phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó.

**Câu 34.** Khuê và Trọng ghi lại số tin nhắn điện thoại mà mỗi người nhận được từ ngày 1/9 đến ngày 15/9 năm 2020 ở bảng sau:

|       |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|
| Khuê  | 2 | 4 | 3 | 4 | 6 | 2 | 3 | 2 | 4 | 5  | 3 | 4 | 6 | 7 | 3 |
| Trọng | 3 | 4 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 30 | 2 | 2 | 2 | 3 | 6 |

a) Hãy tìm phương sai của từng dãy số liệu.

b) Sau khi bỏ đi các giá trị ngoại lệ (nếu có), hãy so sánh số lượng tin nhắn mỗi bạn nhận được theo số trung bình và theo trung vị.

**Câu 35.** Bảng sau ghi giá bán ra lúc 11 giờ trưa của 2 mã cổ phiếu A và B trong 10 ngày liên tiếp (đơn vị: nghìn đồng).

|      |    |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Ngày | 1  | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
| A    | 45 | 45,1 | 45,3 | 35,5 | 45,6 | 45,5 | 45,4 | 45,5 | 45,4 | 45,2 |
| B    | 47 | 47,4 | 47,8 | 68,4 | 49   | 48,8 | 48,8 | 48,8 | 48,6 | 49,2 |

a) Biết có 1 trong 10 ngày trên có sự bất thường trong giá cổ phiếu. Hãy tìm ngày đó và giải thích.

b) Sau khi bỏ đi ngày có giá bất thường, hãy cho biết giá cổ phiếu nào ổn định hơn. Tại sao?

**Câu 36.** Trong 5 lần nhảy xa, hai bạn Hùng và Trung có kết quả (đơn vị: mét) lần lượt là

|       |     |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Hùng  | 2,4 | 2,6 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| Trung | 2,4 | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 2,6 |

a. Kết quả trung bình của hai bạn có bằng nhau hay không?

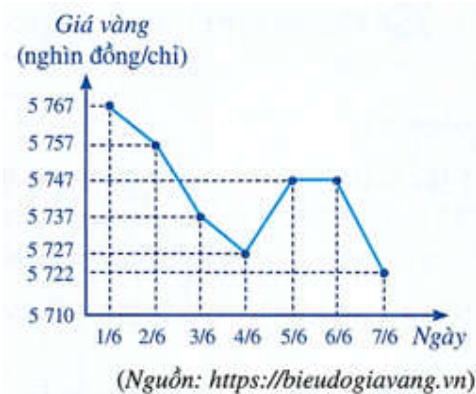
b. Tính phương sai của mẫu số liệu thống kê kết quả 5 lần nhảy xa của mỗi bạn. Từ đó cho biết bạn nào có kết quả nhảy xa ổn định hơn.

**Câu 37.** Biểu đồ đoạn thẳng ở Hình biểu diễn tốc độ tăng trưởng GDP của Việt Nam giai đoạn 2012 - 2019.



- Viết mẫu số liệu thống kê tốc độ tăng trưởng GDP nhận được từ biểu đồ ở Hình 3.
- Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu đó.
- Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đó.
- Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó.

**Câu 38.** Biểu đồ đoạn thẳng ở Hình biểu diễn giá vàng bán ra trong bảy ngày đầu tiên của tháng 6 năm 2021.



- Viết mẫu số liệu thống kê giá vàng bán ra nhận được từ biểu đồ ở Hình.
- Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu đó.
- Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đó.
- Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó.

**Câu 39.** Để biết cây đậu phát triển như thế nào sau khi gieo hạt, bạn Châu gieo 5 hạt đậu vào 5 chậu riêng biệt và cung cấp cho chúng lượng nước, ánh sáng như nhau. Sau hai tuần, 5 hạt đậu đã nảy mầm và phát triển thành 5 cây con. Bạn Châu đo chiều cao từ rễ đến ngọn của mỗi cây (đơn vị: mi-li-mét) và ghi kết quả là mẫu số liệu sau:

112    102    106    94    101

- Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.
- Theo em, các cây có phát triển đồng đều hay không?

**Câu 40.** Cho mẫu số liệu 1    11    13    15    17    21

- Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.
- Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.
- Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.
- Tìm giá trị bất thường của mẫu số liệu trên.

**Câu 41.** Kết quả dự báo nhiệt độ cao nhất trong 10 ngày liên tiếp ở Nghệ An cuối tháng 01 năm 2022 được cho ở bảng sau:

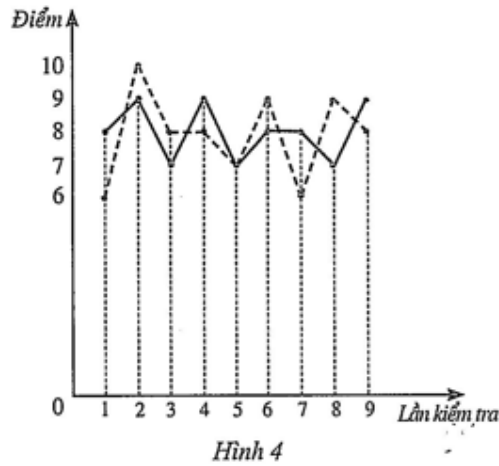
| Ngày                            | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |
|---------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Nhiệt độ ( $^{\circ}\text{C}$ ) | 23 | 25 | 26 | 27 | 27 | 27 | 27 | 21 | 19 | 18 |

(Nguồn: <https://nchmf.gov.vn>)

- Viết mẫu số liệu thống kê nhiệt độ nhận được từ bảng trên.
- Tính số trung bình cộng, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó.

**Câu 42.** Biểu đồ đoạn thẳng ở Hình 4 cho biết kết quả thi Ngoại ngữ ở câu lạc bộ của Dũng (đường nét liền) và Hoàng (đường nét đứt đậm) qua 9 lần kiểm tra.





- a) Viết mẫu số liệu thống kê kết quả thi ngoại ngữ của Dũng và Hoàng nhận được từ biểu đồ ở Hình 4.  
 b) Tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mỗi mẫu số liệu đó.  
 c) Tính phương sai và độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu đó. Cho biết kết quả thi của bạn nào ổn định hơn?

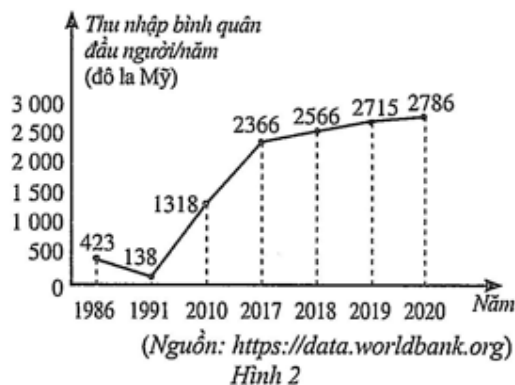
### BÀI TẬP BỔ SUNG

- Câu 43.** Mẫu số liệu sau đây cho biết sản lượng lúa (đv tạ) của 5 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích 2021222324
- a) Tìm sản lượng trung bình  
 b) Tìm phương sai và độ lệch chuẩn.  
 c) Tìm khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị

### C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

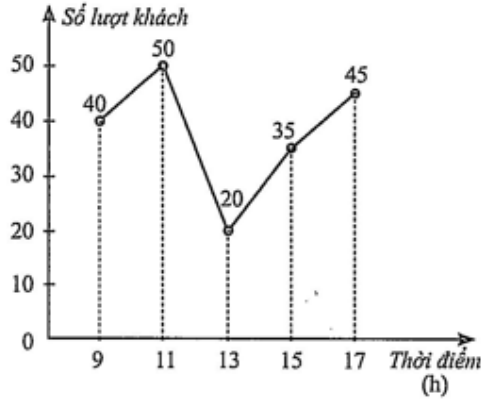
#### BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

- Câu 1.** Cho mẫu số liệu: 21 22 23 24 25
- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là:  
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:  
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- c) Phương sai của mẫu số liệu trên là:  
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là:  
 A. 1. B.  $\sqrt{2}$ . C.  $\sqrt{3}$ . D. 4.
- Câu 2.** Biểu đồ đoạn thẳng ở Hình 2 biểu diễn thu nhập bình quân đầu người/năm của Việt Nam ở một số năm trong giai đoạn từ 1986 đến 2020. Mẫu số liệu nhận được từ biểu đồ ở Hình 2 có khoảng biến thiên là bao nhiêu?



A. 71. B. 85. C. 1180. D. 2648.

**Câu 3.** Biểu đồ đoạn thẳng ở hình 3 biểu diễn số lượt khách vào một cửa hàng trong ngày đầu khai trương tại một số mốc thời gian.



Hình 3

Mẫu số liệu nhận được từ biểu đồ ở Hình 3 có khoảng tứ phân vị là bao nhiêu?

A. 10. B. 15. C. 20. D. 5.

### BÀI TẬP BỔ SUNG

**Câu 4.** Năng suất lúa hè thu (tạ/ha) năm 1998 của 31 tỉnh ở Việt Nam được thống kê trong bảng sau:

|                          |    |    |    |    |    |
|--------------------------|----|----|----|----|----|
| Năng suất lúa<br>(tạ/ha) | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| Tần số                   | 4  | 7  | 9  | 6  | 5  |

Giá trị  $x_3 = 35$  có tần số bằng

A. 6. B. 4. C. 7. D. 9.

**Câu 5.** Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. Phương sai luôn là một số không âm.
- B. Phương sai là bình phương của độ lệch chuẩn.
- C. Phương sai càng lớn thì độ phân tán quanh số trung bình càng lớn.
- D. Phương sai luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.

**Câu 6.** Để đánh giá mức độ phân tán của các số liệu thống kê so với số trung bình, ta dùng đại lượng nào sau đây?

A. Số trung bình. B. Số trung vị C. Mốt. D. Phương sai.

**Câu 7.** Chọn câu đúng trong các câu trả lời sau đây: Phương sai bằng:

- A. Một nửa của độ lệch chuẩn
- B. Căn bậc hai của độ lệch chuẩn.
- C. Hai lần của độ lệch chuẩn.
- D. Bình phương của độ lệch chuẩn.

**Câu 8.** Cho phương sai của các số liệu bằng 4. Tìm độ lệch chuẩn.

A. 4. B. 2. C. 16. D. 8.

**Câu 9.** Độ lệch chuẩn là

- A. Căn bậc hai của phương sai.
- B. Bình phương của phương sai.
- C. Một nửa của phương sai.
- D. Không phải các công thức trên.

**Câu 10.** Nếu đơn vị đo của số liệu là kg thì đơn vị của độ lệch chuẩn là

A. kg. B.  $\text{kg}^2$ . C. Không có đơn vị. D.  $\frac{\text{kg}}{2}$ .

**Câu 11.** Tìm phát biểu đúng về phương sai của một mẫu số liệu.

- A. Phương sai được sử dụng làm đại diện cho các số liệu của mẫu.

- B.** Phương sai được sử dụng để đánh giá mức độ phân tán của các số liệu thống kê (so với số trung bình).  
**C.** Phương sai được tính bằng tổng số phần tử của một mẫu số liệu.  
**D.** Phương sai là số liệu xuất hiện nhiều nhất (số liệu có tần số lớn nhất) trong bảng các số liệu thống kê.

**Câu 12.** Theo kết quả thống kê điểm thi giữa kỳ 2 môn toán khối 11 của một trường THPT, người ta tính được phương sai của bảng thống kê đó là  $s_x^2 = 0,573$ . Độ lệch chuẩn của bảng thống kê đó bằng

- A.** 0,812. **B.** 0,757. **C.** 0,936. **D.** 0,657.

**Câu 13.** Cho mẫu số liệu  $x_1, x_2, \dots, x_N$  có số trung bình là  $\bar{x}$ . Phương sai được tính theo công thức nào trong các công thức sau

- A.**  $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ . **B.**  $\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})}$ . **C.**  $\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$ . **D.**  $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$ .

**Câu 14.** Phương sai của dãy số 2; 3; 4; 5; 6 là

- A.**  $S_x^2 = 4$ . **B.**  $S_x^2 = \sqrt{2}$ . **C.**  $S_x^2 = 2$ . **D.**  $S_x^2 = -2$ .

**Câu 15.** Khoảng tứ phân vị của dãy số 2; 3; 4; 5; 6 là

- A.**  $\Delta_Q = 3$ . **B.**  $\Delta_Q = \sqrt{2}$ . **C.**  $\Delta_Q = 2$ . **D.**  $\Delta_Q = -2$ .

**Câu 16.** Thống kê điểm kiểm tra môn toán (thang điểm 10) của một nhóm gồm 6 học sinh ta có bảng số liệu sau:

| Tên học sinh | Kim | Son | Ninh | Bình | Việt | Nam |
|--------------|-----|-----|------|------|------|-----|
| Điểm         | 9   | 8   | 7    | 10   | 8    | 9   |

Tìm độ lệch chuẩn  $\delta$  của bảng số liệu trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

- A.**  $\delta \approx 0,92$ . **B.**  $\delta \approx 0,95$ . **C.**  $\delta \approx 0,96$ . **D.**  $\delta \approx 0,91$ .

**Câu 17.** Có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi Toán (thang điểm 20). Kết quả cho trong bảng sau:

| Điểm ( $x$ ) | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|--------------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Tần số       | 1 | 1  | 3  | 5  | 8  | 13 | 19 | 24 | 14 | 10 | 2  |

Khi đó độ lệch chuẩn là

- A.** 1,98. **B.** 3,96. **C.** 15,23 **D.** 1,99.

**Câu 18.** Điểm thi của lớp 10C của một trường Trung học Phổ Thông được trình bày ở bảng phân bố tần số sau:

| Điểm thi | 5 | 6 | 7  | 8  | 9 | 10 |          |
|----------|---|---|----|----|---|----|----------|
| Tần số   | 7 | 5 | 10 | 12 | 4 | 2  | $n = 40$ |

Phương sai của bảng phân bố tần số đã cho là:

- A.** 0,94 **B.** 3,94. **C.** 2,94. **D.** 1,94.

**Câu 19.** Theo dõi thời gian làm một bài toán (tính bằng phút) của 40 học sinh, giáo viên lập được bảng sau:

| Thời gian ( $x$ ) | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |          |
|-------------------|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----------|
| Tần số ( $n$ )    | 6 | 3 | 4 | 2 | 7 | 5 | 5  | 7  | 1  | $N = 40$ |

Phương sai của mẫu số liệu trên gần với số nào nhất?

- A.** 6. **B.** 12. **C.** 40. **D.** 9.

**Câu 20.** Cho dãy số liệu thống kê: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Phương sai của các số liệu thống kê là

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 21.** Cho dãy số liệu thống kê: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Khoảng biến thiên là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 6.

**Câu 22.** Số liệu thống kê 100 học sinh tham gia kì thi học sinh giỏi toán (thang điểm 20). Kết quả được thống kê trong bảng sau:

| Điểm   | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |           |
|--------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----------|
| Tần số | 1 | 1  | 3  | 5  | 8  | 13 | 19 | 24 | 14 | 10 | 2  | $N = 100$ |

Tính độ lệch chuẩn của bảng số liệu thống kê.

- A. 2,01. B. 1,89. C. 1,98. D. 1,99.

**Câu 23.** Cho mẫu số liệu thống kê  $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ . Tính (gần đúng) độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên?

- A. 2,45. B. 2,58. C. 6,67. D. 6,0.

**Câu 24.** Cho mẫu số liệu thống kê  $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ . Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên?

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

**Câu 25.** Một cửa hàng bán gạo, thống kê số kg gạo mà cửa hàng bán mỗi ngày trong 30 ngày, được bảng tần số:

| Bảng tần số |           |
|-------------|-----------|
| Số kg gạo   | Tần số    |
| 100         | 7         |
| 120         | 4         |
| 130         | 2         |
| 160         | 8         |
| 180         | 3         |
| 200         | 2         |
| 250         | 4         |
| <b>Tổng</b> | <b>30</b> |

Phương sai của bảng số liệu gần đúng với giá trị nào dưới đây nhất?

- A. 155. B. 2318. C. 3325. D. 1234.

**Câu 26.** Sản lượng lúa (tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau đây:

| Sản lượng | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
|-----------|----|----|----|----|----|
| Tần số    | 5  | 8  | 11 | 10 | 6  |

Phương sai của mẫu số liệu là:

- A.  $s_x^2 = 1,5$  B.  $s_x^2 = 1,24$  C. 1,54 D. 22,1

**Câu 27.** Điểm kiểm tra giữa kỳ 2 của một học sinh lớp 10 như sau: 2,4,6,8,10. Phương sai của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

- A. 6 B. 8 C. 10 D. 40

**Câu 28.** Điểm kiểm tra giữa kỳ 2 của một học sinh lớp 10 như sau: 2,4,6,8,10. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

- A. 6 B. 8 C. 10 D. 40

**Câu 29.** Cho thống kê điểm thi môn toán trong một kì thi của 400 em học sinh. Người ta thấy có 72 bài được điểm 5. Hỏi tần suất của giá trị  $x_i = 5$  là bao nhiêu

- A. 72%. B. 36%. C. 10%. D. 18%.

**Câu 30.** Cho bảng số liệu điểm thi học kì 2 của 40 học sinh lớp 10A (thang điểm là 10):

|        |   |    |   |   |   |    |      |
|--------|---|----|---|---|---|----|------|
| Điểm   | 5 | 6  | 7 | 8 | 9 | 10 |      |
| Tần số | 5 | 12 | 8 | 9 | 4 | 2  | N=40 |

Tính phương sai  $S_x^2$

- A.  $S_x^2 = 1,784$ .      B.  $S_x^2 = 1,874$ .      C.  $S_x^2 = 1,847$ .      D.  $S_x^2 = 1,748$ .

**Câu 31.** Điểm thi môn Toán lớp 10A<sub>2</sub> của một Trường trung học phổ thông được trình bày ở bảng phân bố tần số sau

|          |   |   |    |    |   |    |          |
|----------|---|---|----|----|---|----|----------|
| Điểm thi | 5 | 6 | 7  | 8  | 9 | 10 |          |
| Tần số   | 7 | 5 | 10 | 12 | 4 | 2  | $n = 40$ |

Trong các giá trị dưới đây, giá trị nào gần nhất với phương sai của bảng phân bố tần số trên?

- A. 0,94.      B. 3,94.      C. 2,94.      D. 1,94.

Nguyễn Bảo Vương