BÀI 10. TÍCH VECTƠ VỚI MỘT SỐ

- |FanPage: **Nguyễn Bảo Vương**

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

Câu 1. Cho hình thang $MNPQ, MN//PQ, MN=2PQ$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

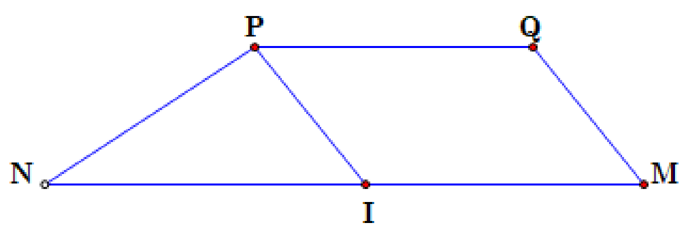
A. $\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{PQ}$

B. $\overrightarrow{MQ}=2\overrightarrow{NP}$

C. $\overrightarrow{MN}=-2\overrightarrow{PQ}$

D. $\overrightarrow{MQ}=-2\overrightarrow{NP}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{MI}=2\overrightarrow{QP}=-2\overrightarrow{PQ}$. **Chọn C**

Câu 2. Cho đoạn thẳng AB và O là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{OA}$.

B. $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{OB}$.

C. $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{OB}$.

D. $\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3. Cho tam giác ABC và M là trung điểm của BC, G là trọng tâm của tam giác. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=-3\overrightarrow{GM}$

B. $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{GM}$.

C. $\overrightarrow{AM}=\frac{-3}{2}\overrightarrow{GM}$.

D. $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{GM}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 4. Cho $\vec{a}\neq\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\vec{a}$ và $4\vec{a}$ cùng phương.

B. $\vec{a}$ và $-4\vec{a}$ cùng phương.

C. $\vec{a}$ và $4\vec{a}$ không cùng hướng.

D. $\vec{a}$ và $-4\vec{a}$ ngược hướng.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. Cho đoạn thẳng AB và điểm C nằm giữa hai điểm A, B. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AC}=\dfrac{AC}{AB}\overrightarrow{AB}$

B. $\overrightarrow{AC}=-\dfrac{AC}{AB}\overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{AC}=\dfrac{AB}{AC}\overrightarrow{AB}$.

D. $\overrightarrow{AC}=-\dfrac{AB}{AC}\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6. Cho đoạn thẳng BC và điểm A nằm giữa hai điểm B, C. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AC}=\dfrac{AC}{AB}\overrightarrow{AB}$

B. $\overrightarrow{AC}=-\dfrac{AC}{AB}\overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{AC}=\dfrac{AB}{AC}\overrightarrow{AB}$.

D. $\overrightarrow{AC}=-\dfrac{AB}{AC}\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn B

BÀI TẬP BỔ SUNG

Câu 7. Khẳng định nào **sai**?

A. $1.\vec{a}=\vec{a}$

B. $k\vec{a}$ và $\vec{a}$ cùng hướng khi $k>0$

C. $k\vec{a}$ và $\vec{a}$ cùng hướng khi $k<0$

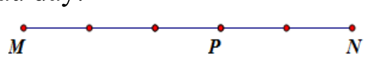
D. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}\neq\vec{0}$ cùng phương khi có một số k để $\vec{a}=k\vec{b}$

Lời giải

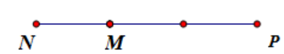
Chọn C

(Dựa vào định nghĩa tích của một số với một vectơ)

Câu 8. Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MN}=-3\overrightarrow{MP}$. Điểm P được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây:



Hình 1



Hình 2

Hình 3

Hình 4

A. Hình 3 **B.** Hình 4 **C.** Hình 1 **D.** Hình 2

Lời giải

Chọn A

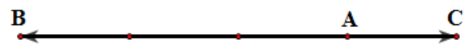
$\overrightarrow{MN}=-3\overrightarrow{MP}\Rightarrow\overrightarrow{MN}$ ngược hướng với $\overrightarrow{MP}$ và $\left|\overrightarrow{MN}\right|=3\left|\overrightarrow{MP}\right|$.

Câu 9. Cho ba điểm phân biệt A, B, C. Nếu $\overrightarrow{AB}=-3\overrightarrow{AC}$ thì đẳng thức nào dưới đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{BC}=-4\overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{BC}=-2\overrightarrow{AC}$ **C.** $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AC}$ **D.** $\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{AC}$

Lời giải

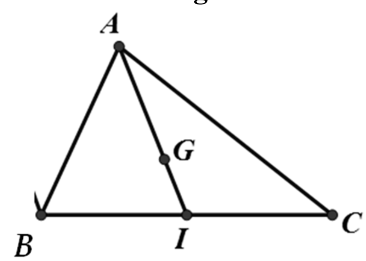
Chọn D



Câu 10. Cho tam giác ABC. Gọi I là trung điểm của BC.Khẳng định nào sau đây đúng

A. $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{IC}$ **B.** $3\overrightarrow{BI}=2\overrightarrow{IC}$ **C.** $\overrightarrow{BI}=2\overrightarrow{IC}$ **D.** $2\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{IC}$

Lời giải



Chọn A

Vì I là trung điểm của BC nên $BI=CI$ và $\overrightarrow{BI}$ cùng hướng với $\overrightarrow{IC}$ do đó hai vectơ $\overrightarrow{BI},\overrightarrow{IC}$ bằng nhau hay $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{IC}$.

Câu 11. Cho tam giác ABC. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**?

A. $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AM}$ **B.** $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{CN}$ **C.** $\overrightarrow{BC}=-2\overrightarrow{NM}$ **D.** $\overrightarrow{CN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Chọn B

Câu 12. Cho $\vec{a}\neq\vec{0}$ và điểm O. Gọi M,N lần lượt là hai điểm thỏa mãn $\overrightarrow{OM}=3\vec{a}$ và $\overrightarrow{ON}=-4\vec{a}$. Khi đó:

A. $\overrightarrow{MN}=7\vec{a}$ **B.** $\overrightarrow{MN}=-5\vec{a}$ **C.** $\overrightarrow{MN}=-7\vec{a}$ **D.** $\overrightarrow{MN}=-5\vec{a}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}=-4\vec{a}-3\vec{a}=-7\vec{a}$.

Câu 13. Tìm giá trị của m sao cho $\vec{a}=m\vec{b}$, biết rằng $\vec{a},\vec{b}$ ngược hướng và $|\vec{a}|=5,|\vec{b}|=15$

A. $m=3$ **B.** $m=-\frac{1}{3}$ **C.** $m=\frac{1}{3}$ **D.** $m=-3$

Lời giải

Chọn B

Do $\vec{a},\vec{b}$ ngược hướng nên $m=-\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}=-\frac{5}{15}=-\frac{1}{3}$.

Câu 14. Cho tam giác ABC. Gọi I là trung điểm của AB. Tìm điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

A. M là trung điểm của BC

B. M là trung điểm của IC

C. M là trung điểm của IA

D. M là điểm trên cạnh IC sao cho $IM=2MC$

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MI}+2\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow M$ là trung điểm của IC.

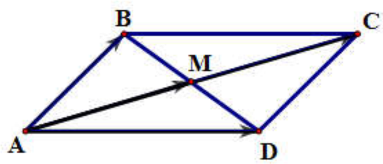
Câu 15. Cho hình bình hành $ABCD$, điểm M thõa mãn $4\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}$. Khi đó điểm M là:

A. Trung điểm của AC **B.** Điểm C

C. Trung điểm của AB **D.** Trung điểm của AD

Lời giải

Chọn A



Theo quy tắc hình bình hành, ta có:

Câu 16. Cho đoạn thẳng AB. Gọi M là một điểm trên AB sao cho $AM=\frac{1}{4}AB$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

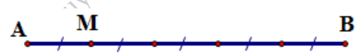
A. $\overrightarrow{MA}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$. **B.** $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{BM}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{MB}=-3\overrightarrow{MA}$.

Câu 17. Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm trên đoạn AB sao cho $MA=\frac{1}{5}AB$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

A. $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$ **B.** $\overrightarrow{MA}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{MB}$ **C.** $\overrightarrow{MB}=-4\overrightarrow{MA}$ **D.** $\overrightarrow{MB}=-\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$

Lời giải

Chọn D



Ta thấy $\overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{MB}=-\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$ là sai.

Câu 18. Cho ba điểm A,B,C phân biệt. Điều kiện cần và đủ để ba điểm thẳng hàng là:

A. $AB=AC$ **B.** $\exists k\neq 0:\overrightarrow{AB}=k.\overrightarrow{AC}$ **C.** $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$ **D.** $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MC},\forall$ điểm M

Lời giải

Chọn B

Câu 19. Cho ΔABC. Đặt $\vec{a}=\overrightarrow{BC},\vec{b}=\overrightarrow{AC}$. Các cặp vectơ nào sau đây cùng phương?

A. $2\vec{a}+\vec{b},\vec{a}+2\vec{b}$ **B.** $\vec{a}-2\vec{b},2\vec{a}-\vec{b}$ **C.** $5\vec{a}+\vec{b},-10\vec{a}-2\vec{b}$ **D.** $\vec{a}+\vec{b},\vec{a}-\vec{b}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $-10\vec{a}-2\vec{b}=-2.(5\vec{a}+\vec{b})\Rightarrow 5\vec{a}+\vec{b}$ và $-10\vec{a}-2\vec{b}$ cùng phương.

Câu 20. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

A. $-3\vec{a}+\vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a}+6\vec{b}$ **B.** $-\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$ và $2\vec{a}+\vec{b}$

C. $\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$ **D.** $\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$ và $\vec{a}-2\vec{b}$

Lời giải

Chọn C

Câu 21. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây là cùng phương?

A. $\vec{u}=2\vec{a}+3\vec{b}$ và $\vec{v}=\frac{1}{2}\vec{a}-3\vec{b}$ **B.** $\vec{u}=\frac{3}{5}\vec{a}+3\vec{b}$ và $\vec{v}=2\vec{a}-\frac{3}{5}\vec{b}$

C. $\vec{u}=\frac{2}{3}\vec{a}+3\vec{b}$ và $\vec{v}=2\vec{a}-9\vec{b}$ **D.** $\vec{u}=2\vec{a}-\frac{3}{2}\vec{b}$ và $\vec{v}=-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}$

Lời giải

Chọn D

Câu 22. Biết rằng hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vec tơ $3\vec{a}-2\vec{b}$ và $(x+1)\vec{a}+4\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là:

A. -7 **B.** 7 **C.** 5 **D.** 6

Lời giải

Chọn A

Điều kiện để hai vec tơ $3\vec{a}-2\vec{b}$ và $(x+1)\vec{a}+4\vec{b}$ cùng phương là: $\frac{x+1}{3}=\frac{4}{-2}\Leftrightarrow x=-7$.

Câu 23. Biết rằng hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai vec tơ $2\vec{a}-3\vec{b}$ và $\vec{a}+\left(x-1\right)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $-\frac{3}{2}$ **C.** $-\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn C

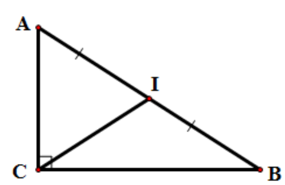
Câu 24. Cho tam giác ABC có điểm O thỏa mãn: $\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}-2\overrightarrow{OC}\right|=\left|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right|$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Tam giác ABC đều **B.** Tam giác ABC cân tại C

C. Tam giác ABC vuông tại C **D.** Tam giác ABC cân tại B

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của AB. Ta có:

$\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}-2\overrightarrow{OC}\right|=\left|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right|\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}\right|=\left|\overrightarrow{BA}\right|\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right|=AB$

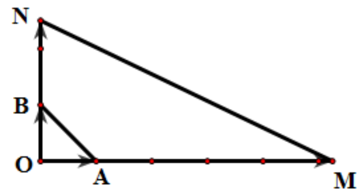
$\Leftrightarrow\left|2.\overrightarrow{CI}\right|=AB\Leftrightarrow 2CI=AB\Leftrightarrow CI=\frac{1}{2}AB\Rightarrow$ Tam giác ABC vuông tại C.

Câu 25. Cho tam giác OAB vuông cân tạ O với $OA=OB=a$. Độ dài của véc tơ $\vec{u}=\frac{21}{4}\overrightarrow{OA}-\frac{5}{2}\overrightarrow{OB}$ là:

A. $\frac{a\sqrt{140}}{4}$ **B.** $\frac{a\sqrt{321}}{4}$ **C.** $\frac{a\sqrt{520}}{4}$ **D.** $\frac{a\sqrt{541}}{4}$

Lời giải

Chọn D



Dựng điểm M, N sao cho: $\overrightarrow{OM} = \frac{21}{4}\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{ON} = \frac{5}{2}\overrightarrow{OB}$. Khi đó:

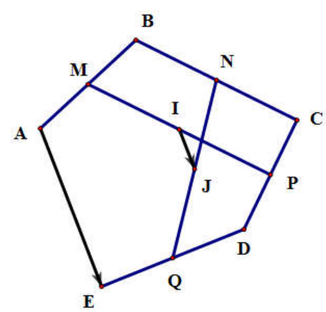
$$\left|\vec{u}\right| = \left|\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}\right| = \left|\overrightarrow{NM}\right| = MN = \sqrt{OM^2 + ON^2} = \sqrt{\left(\frac{21a}{4}\right)^2 + \left(\frac{5a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{541}}{4}.$$

Câu 26. Cho ngũ giác $ABCDE$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DE. Gọi I và J lần lượt là trung điểm các đoạn MP và NQ. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$ **B.** $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$ **C.** $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AE}$ **D.** $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AE}$

Lời giải

Chọn C



Ta có: $2\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{IP} + \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{PN}$

$$\begin{cases} \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EQ} \\ \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DQ} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MQ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BD}\right),\ \overrightarrow{PN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$$

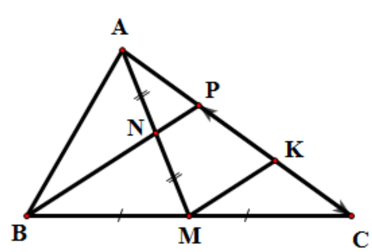
Suy ra: $2\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BD}\right) - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} \Rightarrow \overrightarrow{IJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AE}$.

Câu 27. Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của BC và N là trung điểm AM. Đường thẳng BN cắt AC tại P. Khi đó $\overrightarrow{AC} = x\overrightarrow{CP}$ thì giá trị của x là:

A. $-\frac{4}{3}$ **B.** $-\frac{2}{3}$ **C.** $-\frac{3}{2}$ **D.** $-\frac{5}{3}$

Lời giải

Chọn C



Kẻ $MK // BP (K \in AC)$. Do M là trung điểm của BC nên suy ra K là trung điểm của CP

Vì $MK // BP \Rightarrow MK // NP$ mà N là trung điểm của AM nên suy ra P là trung điểm của AK

Do đó: $AP = PK = KC$. Vậy $\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{CP} \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$.

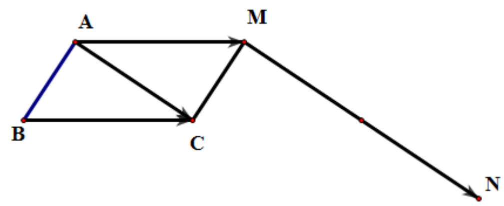
Câu 28. Cho tam giác ABC. Hai điểm M, N được xác định bởi các hệ thức $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $MN \perp AC$ **B.** $MN // AC$

C. M nằm trên đường thẳng AC **D.** Hai đường thẳng MN và AC trùng nhau

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow M$ là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCM$ nên $M \notin AC$ (1)

Cộng vế theo vế hai đẳng thức $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$, ta được:

$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}) + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MN // AC$.

Câu 29. Cho tam giác vuông cân OAB với $OA = OB = a$. Tính độ dài vectơ $\vec{v} = \frac{11}{4}\overrightarrow{OA} - \frac{3}{7}\overrightarrow{OB}$.

A. $2a$ **B.** $\frac{\sqrt{6073}}{28}a$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$

Lời giải

Biểu diễn vectơ $\vec{v}$ theo 2 vectơ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$.

Áp dụng Pitago ta có: $|\vec{v}| = \sqrt{\left(\frac{11a}{4}\right)^2 + \left(\frac{3a}{7}\right)^2} = \frac{\sqrt{6073}}{28}a$.

Đáp án B.

Câu 30. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Tính độ dài vectơ: $\vec{u} = \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}$

A. $|\vec{u}| = 4a\sqrt{2}$ **B.** $|\vec{u}| = a\sqrt{2}$ **C.** $|\vec{u}| = 3a\sqrt{2}$ **D.** $|\vec{u}| = 2a\sqrt{2}$

Lời giải

$|\vec{u}| = (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}) - 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}) + 3(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC}) - 2(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD})$

$= \overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OD} = -2\overrightarrow{OA} \Rightarrow |\vec{u}| = 2OA = AC = a\sqrt{2}$.

Đáp án B.

Câu 31. Cho tam giác vuông cân OAB với $OA = OB = a$. Tính độ dài vectơ $\vec{u} = \frac{21}{4}\overrightarrow{OA} + 2{,}5\overrightarrow{OB}$

A. $\frac{\sqrt{541}}{4}a$ **B.** $\frac{\sqrt{520}}{4}a$ **C.** $\frac{\sqrt{140}}{4}a$ **D.** $\frac{\sqrt{310}}{4}a$

Lời giải

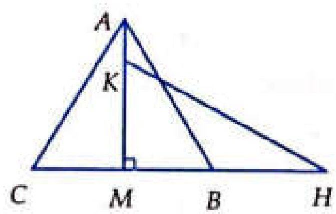
Đáp án A

Áp dụng Pitago: $\left|\vec{u}\right| = \sqrt{\left(\frac{21a}{4}\right)^2 + (2,5a)^2} = \frac{\sqrt{541}}{4}a$

Câu 32. Cho tam giác đều ABC cạnh a điểm M là trung điểm của BC. Tính độ dài vectơ $\vec{u} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MA} - 2,5\overrightarrow{MB}$.

A. $\frac{a\sqrt{127}}{4}$ **B.** $\frac{a\sqrt{127}}{8}$ **C.** $\frac{a\sqrt{127}}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{127}}{2}$

Lời giải



Đáp án B

Gọi $K \in AM : MK = \frac{3}{4}MA$ $H \in MB : MH = 2,5MB$

Do đó: $\left|\frac{3}{4}\overrightarrow{MA} - 2,5\overrightarrow{MB}\right| = \left|\overrightarrow{MK} - \overrightarrow{MH}\right| = \left|\overrightarrow{HK}\right|$

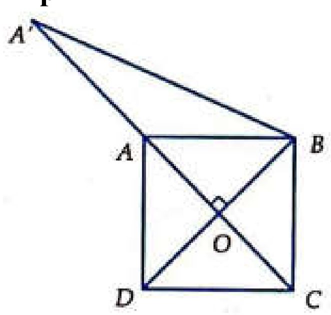
Ta có: $MK = \frac{3}{4}AM = \frac{3\sqrt{3}a}{8}, MH = \frac{5a}{4} \Rightarrow KH = \sqrt{MH^2 + MK^2} = \frac{a\sqrt{127}}{8}$

Câu 33. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Tính độ dài vectơ $\vec{u} = 4\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}$.

A. $\left|\vec{u}\right| = a\sqrt{5}$ **B.** $\left|\vec{u}\right| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ **C.** $\left|\vec{u}\right| = 3a\sqrt{5}$ **D.** $\left|\vec{u}\right| = 2a\sqrt{5}$

Lời giải

Đáp án A



$\vec{u} = 4\left(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}\right) - 3\left(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}\right) + \left(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC}\right) - 2\left(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD}\right) = 3\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$

Trên OA lấy A' sao cho $OA' = 3OA \Rightarrow \vec{u} = \overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{OB'} \Rightarrow BA' = \sqrt{OB^2 + OA^2} = a\sqrt{5}$

Câu 34. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi H là chân đường cao hạ từ A sao cho $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$. Điểm M di động trên BC sao cho $\overrightarrow{BM} = x.\overrightarrow{BC}$. Tìm x sao cho độ dài vectơ $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x=\frac{4}{5}$ **B.** $x=\frac{5}{6}$ **C.** $x=\frac{6}{5}$ **D.** $x=\frac{5}{4}$

Lời giải

Dựng hình bình hành $AGCE$. Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{ME}$

Kẻ $EF\perp BC, F\in BC\Rightarrow\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{GC}\right|=\left|\overrightarrow{ME}\right|\ge EF$

Do đó: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{GC}\right|$ nhỏ nhất khi $M\equiv F$.

Gọi P là trung điểm AC, Q là hình chiếu của B trên BC. Ta có $BP=\frac{3}{4}BE$

$\Delta BPQ\sim\Delta BEF\Rightarrow\frac{BQ}{BF}=\frac{BP}{BE}=\frac{3}{4}\Rightarrow\overrightarrow{BF}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BQ}$

Mặt khác: $\overrightarrow{BH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{HC}\Rightarrow PQ$ là đường trung bình của $\Delta AHC\Rightarrow\overrightarrow{HQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{HC}$

$\overrightarrow{BQ}=\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{HQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{HC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{HC}=\frac{5}{6}\overrightarrow{HC}=\frac{5}{8}\overrightarrow{BC}\Rightarrow\overrightarrow{BF}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BQ}=\frac{5}{6}\overrightarrow{BC}\Rightarrow x=\frac{5}{6}$.

Đáp án B.

Câu 35. Cho ΔABC đều cạnh a. M là trung điểm BC. Tính độ dài $\left|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\right|$.

A. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{4}$ **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

Lời giải

Gọi N là trung điểm của AB, Q là điểm đối xứng với A qua C và P là đỉnh của hình bình hành $AQPN$.

$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AQ}=2\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{AP}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AP}$

Gọi L là hình chiếu của A trên PN.

$MN//AC\Rightarrow\widehat{ANL}=\widehat{MNB}=\widehat{CAB}=60^\circ$

Xét tam giác vuông ANL có: $\sin\widehat{ANL}=\frac{AL}{AN}$

$\Rightarrow AL=\frac{a}{2}.\sin 60^\circ=\frac{a\sqrt{3}}{4}\Rightarrow NL=AN.\cos\widehat{ANL}=\frac{a}{4}\Rightarrow PL=PN+NL=\frac{9a}{4}$

Xét tam giác vuông APL có: $AP=\sqrt{AL^2+PL^2}=\frac{a\sqrt{21}}{2}$.

Câu 36. Cho AK và BM là hai trung tuyến của ΔABC. Hãy phân tích vectơ $\overrightarrow{AB}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AK}$ và $\overrightarrow{BM}$.

A. $\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\right)$ **B.** $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\right)$ **C.** $\overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\right)$ **D.** $\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{BM}\right)$

Lời giải

Cách 1:

Ta có: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{KB}=\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{KM}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AK}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BM}$ (vì $KM=\frac{1}{2}AB$)

$\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\Leftrightarrow\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\right)$

Cách 2: Giả sử có cặp số m, n sao cho $\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AK}+n\overrightarrow{BM}$, với $G=AK\cap BM$

Ta có $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}, \overrightarrow{AK}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{BM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BG}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}=\frac{3}{2}m\overrightarrow{AG}-\frac{3}{2}n\overrightarrow{GB} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}m-1\right)\overrightarrow{AG}=\left(-\frac{3}{2}n-1\right)\overrightarrow{BG}$ (*)

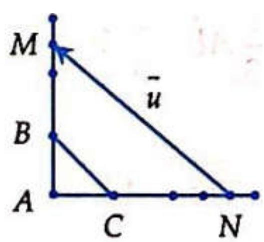
Do $\overrightarrow{AG}, \overrightarrow{BG}$ không cùng phương $\Rightarrow$ (*) $\Rightarrow \begin{cases}\frac{3}{2}m-1=0\\ -\frac{3}{2}n-1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=\frac{2}{3}\\ n=-\frac{2}{3}\end{cases}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AK}-\overrightarrow{BM}\right)$.

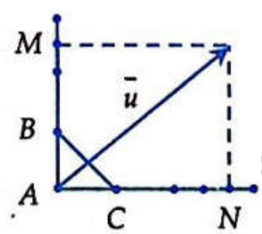
Đáp án **A.**

Câu 37. Cho ΔABC vuông cân, $AB=AC$. Khi đó vectơ $\vec{u}=\frac{11}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}$ được vẽ đúng ở hình nào sau đây?

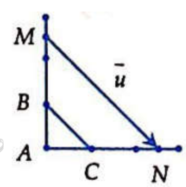
A.



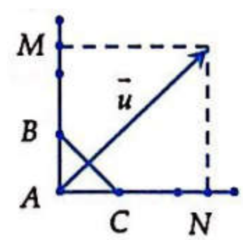
B.



C.



D.



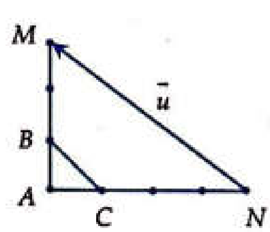
Lời giải

Theo hình vẽ $\overrightarrow{AM}=\frac{11}{4}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN}=\frac{5}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow$ Chọn đáp án **D.**

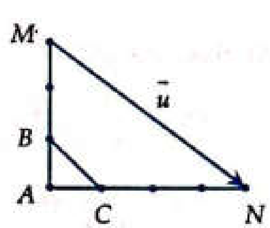
Đáp án **D.**

Câu 38. Cho tam giác ABC vuông cân tại A, vectơ $\vec{u}=3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AC}$ đuược vẽ đúng ở hình nào dưới đây?

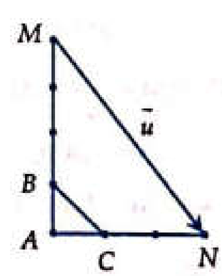
A.



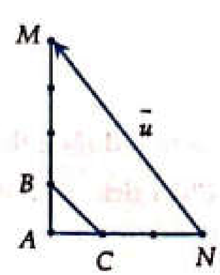
B.



C.



D.



Lời giải

Đáp án A

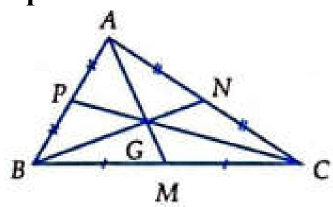
Câu 39. Cho ΔABC. Gọi *M, N, P* lần lượt là trung điểm của *BC, CA, AB*. Phân tích $\overrightarrow{AB}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{BN}$ là $\overrightarrow{CP}$.

A. $\overrightarrow{AB}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BN}-\frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$ **B.** $\overrightarrow{AB}=-\frac{4}{3}\overrightarrow{BN}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$

C. $\overrightarrow{AB}=-\frac{4}{3}\overrightarrow{BN}-\frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$ **D.** $\overrightarrow{AB}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{BN}-\frac{4}{3}\overrightarrow{CP}$

Lời giải

Đáp án C



$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{GM}+\left(\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GM}\right)=2\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GB}$

$=\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GB}=2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=-\frac{4}{3}\overrightarrow{BN}-\frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$

Câu 40. Cho ΔABC. Điểm *M* nằm trên đường thẳng *BC* sao cho $\overrightarrow{MB}=k\overrightarrow{MC}\left(k\neq 1\right)$. Phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AM}=\frac{\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{AC}}{1-k}$ **B.** $\overrightarrow{AM}=\frac{\overrightarrow{AB}-k\overrightarrow{AC}}{1+k}$ **C.** $\overrightarrow{AM}=\frac{\overrightarrow{AB}-k\overrightarrow{AC}}{1-k}$ **D.** $\overrightarrow{AM}=\frac{\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{AC}}{1-k}$

Lời giải

Đáp án C

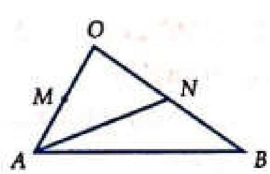
$\overrightarrow{MB}=k\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AM}=k\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AM}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}=\frac{\overrightarrow{AB}-k\overrightarrow{AC}}{1-k}$

Câu 41. Cho ΔOAB với *M, N* lần lượt là trung điểm của *OA, OB*. Tìm số *m, n* thích hợp để $\overrightarrow{NA}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}$.

A. $m=-1,n=\frac{1}{2}$ **B.** $m=1,n=-\frac{1}{2}$ **C.** $m=1,n=\frac{1}{2}$ **D.** $m=-1,n=-\frac{1}{2}$

Lời giải

Đáp án B



$\overrightarrow{NA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{ON}=\overrightarrow{OA}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$

Câu 42. Cho hình bình hành *ABCD* có *E, N* lần lượt là trung điểm của *BC, AE*. Tìm các số *p* và *q* sao cho $\overrightarrow{DN}=p\overrightarrow{AB}+q\overrightarrow{AC}$.

A. $p=\frac{5}{4};q=\frac{3}{4}$ **B.** $p=-\frac{4}{3};q=\frac{2}{3}$ **C.** $p=-\frac{4}{3};q=-\frac{2}{3}$ **D.** $p=\frac{5}{4};q=-\frac{3}{4}$

Lời giải

Đáp án D

$$\overrightarrow{DN}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{5}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

Vậy $p=\frac{5}{4},q=-\frac{3}{4}$

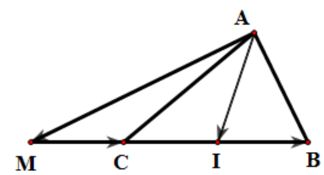
Câu 43. Trên đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác ABC lấy một điểm M sao cho $\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MC}$. Khi đó đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ **D.** $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của BC. Khi đó C là trung điểm của MI. Ta có:

$\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}=-\overrightarrow{AI}+2\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})+2\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

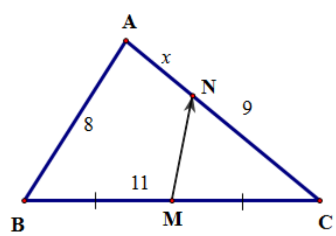
Câu 44. Cho tam giác ABC biết $AB=8,AC=9,BC=11$. Gọi M là trung điểm BC và N là điểm trên đoạn AC sao cho $AN=x\,(0<x<9)$. Hệ thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{9}\right)\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ **B.** $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{x}{9}-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

C. $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{x}{9}+\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ **D.** $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{x}{9}-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AM}=\frac{x}{9}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=\left(\frac{x}{9}-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

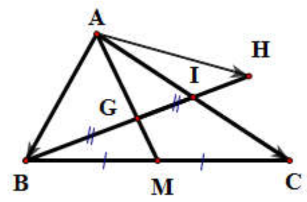
Câu 45. Cho tam giác ABC. Gọi G là trọng tâm và H là điểm đối xứng với B qua G. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\overrightarrow{AH}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ **B.** $\overrightarrow{AH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{AH}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ **D.** $\overrightarrow{AH}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Chọn A



Gọi M, I lần lượt là trung điểm của BC và AC.

Ta thấy $AHCG$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}+\frac{2}{3}.\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AC}$$

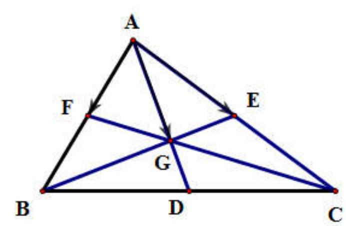
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right) \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.$$

Câu 46. Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Gọi các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA và AB. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AF}$ **B.** $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AF}$ **C.** $\overrightarrow{AG}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AE}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AF}$ **D.** $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AE}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AF}$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{3}\left(2\overrightarrow{AF}+2\overrightarrow{AE}\right)=\frac{2}{3}\overrightarrow{AE}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AF}$.

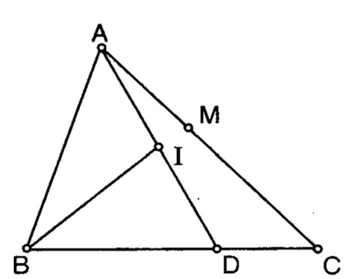
Câu 47. Cho tam giác ABC. Gọi D là điểm sao cho $\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ và I là trung điểm của cạnh AD, M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}.$ Vectơ $\overrightarrow{BI}$ được phân tích theo hai vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$. Hãy chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

A. $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: I là trung điểm của cạnh AD nên

$\overrightarrow{BI}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

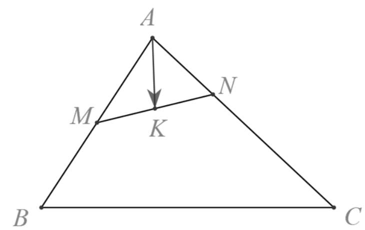
Câu 48. Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AB, N là điểm thuộc AC sao cho $\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NA}$. K là trung điểm của MN. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có M là trung điểm AB nên $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NA}\Rightarrow\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

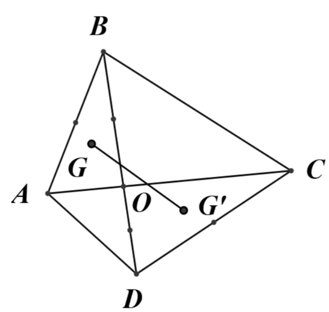
Do đó $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}\right)=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 49. Cho tứ giác $ABCD$, O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Gọi G theo thứ tự là trọng tâm của tam giác OAB và OCD. Khi đó $\overrightarrow{GG'}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right)$. **B.** $\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right)$. **C.** $3\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right)$. **D.** $\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right)$.

Lời giải

Chọn D



Vì G' là trọng tâm của tam giác OCD nên $\overrightarrow{GG'}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{GO}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)$. (1)

Vì G là trọng tâm của tam giác OAB nên: $\overrightarrow{GO}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{GO}=-\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}$ (2)

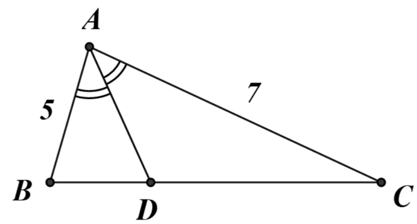
Từ (1) và (2) suy ra: $\overrightarrow{GG'}=\frac{1}{3}\left(-\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right)$.

Câu 50. Cho tam giác ABC với phân giác trong AD. Biết $AB=5$, $BC=6$, $CA=7$. Khi đó $\overrightarrow{AD}$ bằng:

A. $\frac{5}{12}\overrightarrow{AB}+\frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\frac{7}{12}\overrightarrow{AB}-\frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$. **C.** $\frac{7}{12}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\frac{5}{12}\overrightarrow{AB}-\frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn C



Vì AD là phân giác trong của tam giác ABC nên:

$$\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}=\frac{5}{7}\Rightarrow \overrightarrow{BD}=\frac{5}{7}\overrightarrow{DC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\frac{5}{7}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}\right)$$

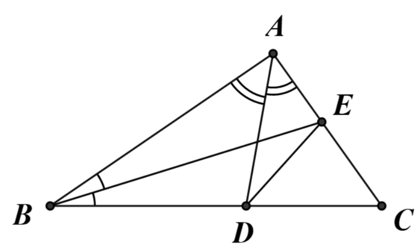
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=\frac{7}{12}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{12}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 51. Cho AD và BE là hai phân giác trong của tam giác ABC. Biết $AB=4$, $BC=5$ và $CA=6$. Khi đó $\overrightarrow{DE}$ bằng:

A. $\frac{5}{9}\overrightarrow{CA}-\frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$. **B.** $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA}-\frac{5}{9}\overrightarrow{CB}$. **C.** $\frac{9}{5}\overrightarrow{CA}-\frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$. **D.** $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA}-\frac{9}{5}\overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn A



AD là phân giác trong của tam giác ABC nên $\frac{CD}{DB}=\frac{AC}{AB}=\frac{6}{4}\Rightarrow \frac{CD}{CD+DB}=\frac{6}{6+4}$

$$\Rightarrow \frac{CD}{CB}=\frac{6}{10}\Rightarrow \overrightarrow{CD}=\frac{3}{5}\overrightarrow{CB}.$$

Tương tự: $\frac{CE}{CA}=\frac{5}{9}\Rightarrow \overrightarrow{CE}=\frac{5}{9}\overrightarrow{CA}$.

Vậy $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{CE}-\overrightarrow{CD}=\frac{5}{9}\overrightarrow{CA}-\frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$.

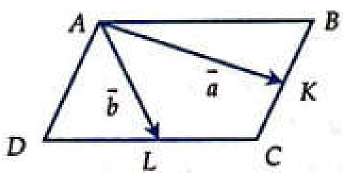
Câu 52. Cho hình bình hành *ABCD*. Gọi *K, L* lần lượt là trung điểm *BC, CD*. Biết $\overrightarrow{AK}=\vec{a},\overrightarrow{AL}=\vec{b}$. Biểu diễn $\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}$ theo $\vec{a},\vec{b}$

A. $\overrightarrow{BA}=\frac{4}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b},\overrightarrow{BC}=-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{4}{3}\vec{b}$ **B.** $\overrightarrow{BA}=-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b},\overrightarrow{BC}=-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{4}{3}\vec{b}$

C. $\overrightarrow{BA}=-\frac{1}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b},\overrightarrow{BC}=-\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{4}{3}\vec{b}$ **D.** $\overrightarrow{BA}=-\frac{4}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b},\overrightarrow{BC}=-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{4}{3}\vec{b}$

Lời giải

Đáp án D



$\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BK}=2\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AK}\right)=2\overrightarrow{BA}+2\vec{a}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}=-2\vec{a}$

$\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{LD}=2\left(\overrightarrow{LA}+\overrightarrow{AD}\right)=2\overrightarrow{BC}-2\vec{b}\Leftrightarrow \overrightarrow{BA}-2\overrightarrow{BC}=-2\vec{b}$

Từ đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases}2\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}=-2\vec{a}\\ \overrightarrow{BA}-2\overrightarrow{BC}=-2\vec{b}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{BA}=-\frac{4}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}\\ \overrightarrow{BC}=-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{4}{3}\vec{b}\end{cases}$

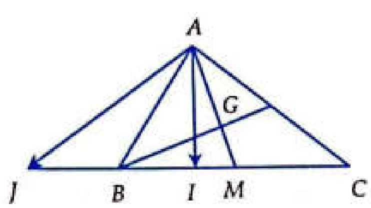
Câu 53. Cho ΔABC có trọng tâm *G*. Gọi *I* là điểm trên *BC* sao cho $2CI=3BI$ và *J* là điểm trên *BC* kéo dài sao cho $5JB=2JC$. Tính $\overrightarrow{AG}$ theo $\overrightarrow{AI}$ và $\overrightarrow{AJ}$

A. $\overrightarrow{AG}=\frac{15}{16}\overrightarrow{AI}-\frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$ **B.** $\overrightarrow{AG}=\frac{35}{48}\overrightarrow{AI}-\frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$

C. $\overrightarrow{AG}=\frac{15}{16}\overrightarrow{AI}+\frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$ **D.** $\overrightarrow{AG}=\frac{35}{48}\overrightarrow{AI}+\frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$

Lời giải

Đáp án B



Gọi *M* là trung điểm *BC*:

$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)2\overrightarrow{IC}=-3\overrightarrow{IB}\Leftrightarrow 2\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AI}\right)=-3\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AI}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{AI}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

Tương tự: $\Leftrightarrow\overrightarrow{AJ}=\frac{5}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Ta có hệ: $\begin{cases}\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AI}\\ \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AJ}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}=\frac{5}{8}\overrightarrow{AI}+\frac{3}{8}\overrightarrow{AJ}\\ \overrightarrow{AC}=\frac{25}{16}\overrightarrow{AI}-\frac{9}{16}\overrightarrow{AJ}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\left(\begin{array}{l}\frac{5}{8}\overrightarrow{AI}+\frac{3}{8}\overrightarrow{AJ}\\ +\frac{25}{16}\overrightarrow{AI}-\frac{9}{16}\overrightarrow{AJ}\end{array}\right)$

$=\frac{35}{48}\overrightarrow{AI}-\frac{1}{16}\overrightarrow{AJ}$

Câu 54. Cho ΔABC. Điểm M nằm trên đường thẳng BC sao cho $n\overrightarrow{BM}=m\overrightarrow{BC}\left(n,m\neq 0\right)$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$

A. $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{m+n}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{m+n}\overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{AM}=\frac{m}{m+n}\overrightarrow{AB}+\frac{m}{m+n}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AM}=\frac{n}{m+n}\overrightarrow{AB}+\frac{n}{m+n}\overrightarrow{AC}$ **D.** $\overrightarrow{AM}=\frac{n}{m+n}\overrightarrow{AB}+\frac{m}{m+n}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Đáp án D

$n\overrightarrow{BM}=m\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow n\left(\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AB}\right)=m\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AM}\right)$

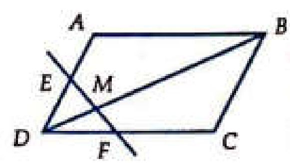
$\Leftrightarrow\left(m+n\right)\overrightarrow{AM}=n\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}=\frac{n}{m+n}\overrightarrow{AB}+\frac{m}{m+n}\overrightarrow{AC}$

Câu 55. Một đường thẳng cắt các cạnh *DA, DC* và đường chép *DB* của hình bình hành *ABCD* lần lượt tại các điểm *E, F* và *M*. Biết rằng $\overrightarrow{DE}=m\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DF}=n\overrightarrow{DC}$ $\left(m,n>0\right)$. Hãy biểu diễn $\overrightarrow{DM}$ qua $\overrightarrow{DB}$ và *m, n*.

A. $\overrightarrow{DM}=\frac{m.n}{m+n}\overrightarrow{DB}$ **B.** $\overrightarrow{DM}=\frac{m}{m+n}\overrightarrow{DB}$ **C.** $\overrightarrow{DM}=\frac{n}{m+n}\overrightarrow{DB}$ **D.** $\overrightarrow{DM}=\frac{m.n}{m-n}\overrightarrow{DB}$

Lời giải

Đáp án A



Đặt $\overrightarrow{DM}=x\overrightarrow{DB},\overrightarrow{EM}=y\overrightarrow{FM}\Rightarrow\overrightarrow{DM}=x\overrightarrow{DA}+x\overrightarrow{DC}$ nên

$\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{DM}-\overrightarrow{DE}=x\overrightarrow{DA}+x\overrightarrow{DC}-m\overrightarrow{DA}=\left(x-m\right)\overrightarrow{DA}+x\overrightarrow{DC}$

Ta có: $\overrightarrow{EM}=y\overrightarrow{FM}\Leftrightarrow\left(x-m\right)\overrightarrow{DA}+x\overrightarrow{DC}=xy\overrightarrow{DA}+y\left(x-n\right)\overrightarrow{DC}$

Do *DA* và *DC* không cùng phương nên: $\begin{cases}x-m=xy\\ x=y\left(x-n\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{m.n}{m+n}\\ y=-\dfrac{m}{n}\end{cases}\Leftrightarrow\overrightarrow{DM}=\frac{m.n}{m+n}\overrightarrow{DB}$

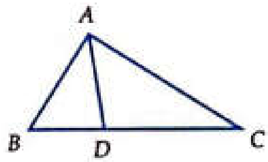
Câu 56. Cho ΔABC. Trên *BC* lấy điểm *D* sao cho $\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. Khi đó phân tích $\overrightarrow{AD}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ **D.** $\overrightarrow{AD}=\frac{5}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Đáp án A



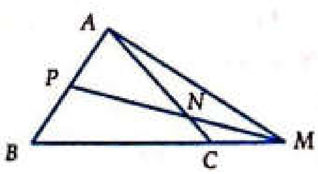
$$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

Câu 57. Cho ΔABC. Lấy các điểm *M, N, P* sao cho $\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MC},\overrightarrow{NA}+3\overrightarrow{NC}=\vec{0},\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}=\vec{0}$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để *M, N, P* thẳng hàng.

A. $\overrightarrow{MP}=-2\overrightarrow{MN}$ **B.** $\overrightarrow{MP}=3\overrightarrow{MN}$ **C.** $\overrightarrow{MP}=2\overrightarrow{MN}$ **D.** $\overrightarrow{MP}=-3\overrightarrow{MN}$

Lời giải

Đáp án C



$$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC},\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MC}\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

Do đó

$$\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}(1)$$

$$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}(2)$$

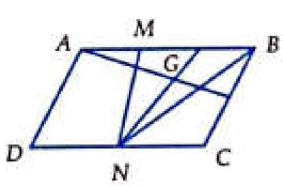
Từ (1), (2) $\Rightarrow\overrightarrow{MP}=2\overrightarrow{MN}\Rightarrow$ *M, N, P* thẳng hàng.

Câu 58. Cho hình bình hành *ABCD*. Gọi *M, N* là các điểm nằm trên cạnh *AB* và *CD* sao cho $AM=\frac{1}{3}AB$, $CN=\frac{1}{2}CD$. Gọi *G* là trọng tâm của ΔBMN. Gọi *I* là điểm xác định bởi $\overrightarrow{BI}=m\overrightarrow{BC}$. Xác định *m* để *AI* đi qua *G*.

A. $m=\frac{6}{11}$ **B.** $m=\frac{11}{6}$ **C.** $m=\frac{6}{5}$ **D.** $m=\frac{18}{11}$

Lời giải

Đáp án A



Ta có: $3\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AM}$

$=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}=\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\Rightarrow\overrightarrow{AG}=\frac{5}{18}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+m\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\left(1-m\right)\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}$

Để AI đi qua G thì $\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AG}$ cùng phương $\Rightarrow\overrightarrow{AI}=k\overrightarrow{AG}$

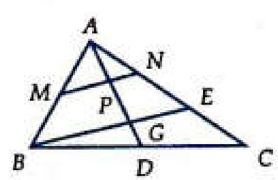
$$\Rightarrow\left(1-m\right)\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}=k.\frac{5}{18}\overrightarrow{AB}+k.\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\Rightarrow\begin{cases}1-m=\dfrac{5k}{18}\\ m=\dfrac{k}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\dfrac{6}{11}\\ k=\dfrac{18}{11}\end{cases}$$

Câu 59. Cho ΔABC có trung tuyến AD.Xét các điểm M, N, P cho bởi $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AN}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AD}$. Tìm m để M, N, P thẳng hàng.

A. $m=\frac{1}{6}$ **B.** $m=\frac{1}{3}$ **C.** $m=\frac{1}{4}$ **D.** $m=\frac{2}{3}$

Lời giải

Đáp án B



Gọi E là trung điểm $AC\Rightarrow\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\Rightarrow MN//BE\Rightarrow G$ là trọng tâm ΔABE

$\Rightarrow\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ nên M, N, P thẳng hàng$\Rightarrow$ P là trung điểm AG. Vậy $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

Câu 60. Cho ΔABC. M và N là hai điểm xác định thỏa mãn: $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NB}+3\overrightarrow{NC}=\vec{0}$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để M, N, B thẳng hàng?

A. $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BN}$ **B.** $\overrightarrow{BM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BN}$ **C.** $\overrightarrow{BM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BN}$ **D.** $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BN}$

Lời giải

Đáp án B

$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BM}+3\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BM}\right)=\vec{0}\Leftrightarrow 4\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{BC}\left(1\right)$

Theo bài ra:

$\overrightarrow{AN}+2\overrightarrow{NB}+3\overrightarrow{NC}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BN}-2\overrightarrow{BN}+3\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BN}\right)=\vec{0}\Leftrightarrow 6\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{BC}\left(2\right)$

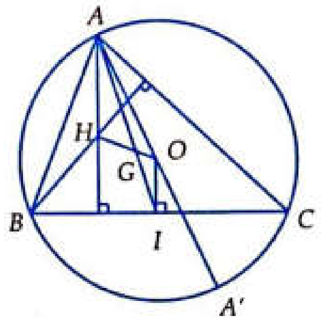
Từ (1), (2)$\Rightarrow 4\overrightarrow{BM}=6\overrightarrow{BN}\Leftrightarrow\overrightarrow{BM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BN}$

Câu 61. Cho ΔABC với H, O, G lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để H, O, G thẳng hàng?

A. $\overrightarrow{OH}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OG}$ **B.** $\overrightarrow{HO}=3\overrightarrow{OG}$ **C.** $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$ **D.** $2\overrightarrow{GO}=-3\overrightarrow{OH}$

Lời giải

Đáp án C



Lời giải chi tiết ở phần dạng toán 2.

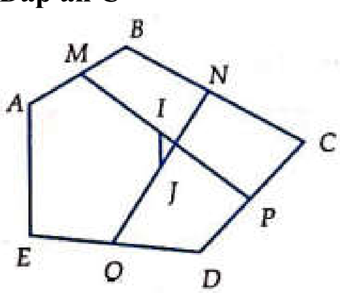
Nhận xét: Đường thẳng đi qua 3 điểm trực tâm, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là đường Ơ – le.

Câu 62. Cho ngũ giác *ABCDE*. Gọi *M, N, P, Q* lần lượt là trung điểm của cạnh *AB, BC, CD, DE*. Gọi *I, J* lần lượt là trung điểm của các đoạn *MP* và *NQ*. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để $IJ\,//\,AE$?

A. $\overrightarrow{IJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$ **B.** $\overrightarrow{IJ}=\frac{5}{4}\overrightarrow{AE}$ **C.** $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AE}$ **D.** $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$

Lời giải

Đáp án C



$$\overrightarrow{IQ}+\overrightarrow{IN}=2\overrightarrow{IJ}\Leftrightarrow\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{IP}+\overrightarrow{PN}=2\overrightarrow{IJ}\Leftrightarrow\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{PN}=2\overrightarrow{IJ}$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BD}\right)-\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{IJ}\Leftrightarrow\frac{1}{4}\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{IJ}$$

Câu 63. Cho ΔABC. Các điểm *I, J* thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{AC}$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để $IC\,//\,BJ$?

A. $\overrightarrow{CI}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{BJ}$ **B.** $\overrightarrow{CI}=3\overrightarrow{BJ}$ **C.** $\overrightarrow{CI}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{BJ}$ **D.** $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BJ}$

Lời giải

Đáp án C

$$\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CI}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\right)$$

$$\Leftrightarrow\overrightarrow{CI}=-\frac{1}{3}\left(2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}\right)(1)$$

$$\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BJ}=3\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$$

$$\Leftrightarrow\overrightarrow{BJ}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}(2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \overrightarrow{CI} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BJ}$

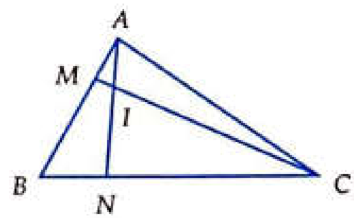
Câu 64. Cho ΔABC. Trên các cạnh *AB, BC* lấy các điểm *M, N* sao cho $AM = \frac{2}{5}MB, \frac{BN}{NC} = \frac{1}{3}$. Gọi *I* là giao điểm của *AN* và C*M*. Tính tỉ số $\frac{AI}{AN}$ và $\frac{CI}{IM}$.

A. $\frac{AI}{AN} = \frac{3}{7}; \frac{CI}{IM} = \frac{21}{2}$ **B.** $\frac{AI}{AN} = \frac{4}{11}; \frac{CI}{IM} = \frac{7}{2}$

C. $\frac{AI}{AN} = \frac{8}{23}; \frac{CI}{IM} = \frac{7}{4}$ **D.** $\frac{AI}{AN} = \frac{8}{23}; \frac{CI}{IM} = \frac{21}{2}$

Lời giải

Đáp án D



Đặt $\overrightarrow{AI} = x\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CI} = y\overrightarrow{CM}$

Ta có: $\overrightarrow{AI} = x\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}\right) = x\overrightarrow{AB} + \frac{x}{4}\overrightarrow{AC} = \frac{3x}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{x}{4}\overrightarrow{AC} = \frac{21x}{8}\overrightarrow{AM} + \frac{x}{4}\overrightarrow{AC}$

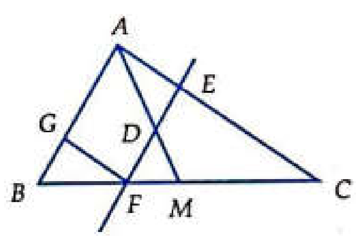
Vì *M, C, I* thẳng hàng $\Rightarrow \frac{21x}{8} + \frac{x}{4} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{8}{23}$. Tương tự ta chưa tìm được $\frac{IC}{IM} = \frac{21}{2}$

Câu 65. Cho ΔABC và trung tuyến *AM*. Một đường thẳng song song với *AB* cắt các đoạn thẳng *AM, AC* và *BC* lần lượt tại *D, E,* và *F*. Một điểm *G* nằm trên cạnh *AB* sao cho *FG* song song với ***AC*.** Tính $\frac{ED}{GB}$.

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** 1

Lời giải

Đáp án D



Ta đặt: $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}$. Khi đó $\overrightarrow{CM} = \frac{b}{2}\overrightarrow{CE} = k\overrightarrow{CA} = k\vec{a}$

Vì *E* nằm ngoài *AC* nên có số *k* sao cho: $\overrightarrow{CE} = k\overrightarrow{CA} = k\vec{a}$ với $0 < k < 1$.

Khi đó $\overrightarrow{CF} = k.\overrightarrow{CB} = k\vec{b}$.

Điểm *D* nằm trên *AM* và *EF* nên có số *x* này:

$\overrightarrow{CD} = x\overrightarrow{CA} + (1-x)\overrightarrow{CM} = y\overrightarrow{CE} + (1-y)\left(\overrightarrow{CF}\right)$

Hay $x\vec{a} + \dfrac{1-x}{2}\vec{b} = ky\vec{a} + k(1-y)\vec{b}$

Vì $\vec{a},\vec{b}$ không cùng phương nên $x = ky$ và $\dfrac{1-x}{2} = k(1-y)$

Suy ra $x = 2k-1$ do đó

$\overrightarrow{CD} = (2k-1)\vec{a} + (1-k)\vec{b}, \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GB} = k\overrightarrow{AB} \Rightarrow (1-k)\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{GB} \Rightarrow \dfrac{ED}{GB} = 1$

Câu 66. Cho tứ giác *ABCD* có hai đưuòng chéo cắt nhau tại *O*. Qua trung điểm *M* của *AB* dựng đường thẳng *MO* cắt *CD* tại *N*. Biết $OA = 1, OB = 2, OC = 3$, $OD = 4$. Tính $\dfrac{CN}{ND}$.

A. 1 **B.** $\dfrac{1}{2}$ **C.** $\dfrac{3}{2}$ **D.** $\dfrac{5}{2}$

Lời giải

Đáp án C

$\overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OD} = -2\overrightarrow{OA}$ Vì $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}$ cùng phương $\Rightarrow \exists k$ sao cho

$\overrightarrow{ON} = k\overrightarrow{OM} \Rightarrow \overrightarrow{ON} = \dfrac{k}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$ Đặt $\dfrac{CN}{ND} = k, k > 0$

Ta có: $\overrightarrow{ON} = \dfrac{-3}{1+k}.\overrightarrow{OA} - \dfrac{2k}{k+1}\overrightarrow{OB} \Rightarrow \dfrac{-6}{k(k+1)} = \dfrac{-4k}{k(k+1)} \Leftrightarrow k = \dfrac{3}{2}$

Câu 67. Cho hình bình hành *ABC**D**.* Gọi *M, N* là các điểm nằm trên các cạnh *AB* và *CD* sao cho $AM = \dfrac{1}{3}AB, CN = \dfrac{1}{2}CD$. Gọi *G* là trọng tâm của ΔBMN. Hãy phân tích $\overrightarrow{AG}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}$.

A. $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{18}\vec{a} + \dfrac{5}{3}\vec{b}$ **B.** $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{18}\vec{a} + \dfrac{1}{5}\vec{b}$ **C.** $\overrightarrow{AG} = \dfrac{5}{18}\vec{a} + \dfrac{1}{3}\vec{b}$ **D.** $\overrightarrow{AG} = \dfrac{5}{18}\vec{a} - \dfrac{1}{3}\vec{b}$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AG}$ mà $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AN} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right) = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = -\dfrac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$

$\Rightarrow 3\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \dfrac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \dfrac{5}{18}\vec{a} + \dfrac{1}{3}\vec{b}$.

Đáp án C.

Câu 68. Cho ΔABC. Gọi *I* là điểm trên cạnh *BC* sao cho $2CI = 3BI$ và *J* là điểm trên tia đối của *BC* sao cho $5JB = 2JC$. Tính $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}$ theo $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AI} = \dfrac{3}{5}\vec{a} + \dfrac{2}{5}\vec{b}, \overrightarrow{AJ} = \dfrac{5}{3}\vec{a} - \dfrac{2}{3}\vec{b}$ **B.** $\overrightarrow{AI} = \dfrac{3}{5}\vec{a} - \dfrac{2}{5}\vec{b}, \overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{\dfrac{5}{3}a - \dfrac{2}{3}\vec{b}}$

C. $\overrightarrow{AI}=\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{3}{5}\vec{b},\overrightarrow{AJ}=\frac{5}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$ **D.** $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{5}\vec{a}+\frac{2}{5}\vec{b},\overrightarrow{AJ}=\frac{5}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$

Lời giải

Ta có: $2\overrightarrow{IC}=-3\overrightarrow{IB}\Leftrightarrow 2\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AI}\right)=-3\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AI}\right)$

$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow \overrightarrow{AI}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$.

Ta lại có: $5\overrightarrow{JB}=2\overrightarrow{JC}\Leftrightarrow 5\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AJ}\right)=2\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AJ}\right)$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AJ}=5\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow \overrightarrow{AJ}=\frac{5}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Đáp án A.

Câu 69. Cho tứ giác *ABCD*. Trên *AB* và *CD* lần lượt lấy các điểm *M, N* sao cho $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DN}=k\overrightarrow{DC}$, $k\neq 1$. Hãy biểu diễn $\overrightarrow{MN}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$.

A. $\overrightarrow{MN}=k.\overrightarrow{AD}+(1-k).\overrightarrow{BC}$ **B.** $\overrightarrow{MN}=(1+k).\overrightarrow{AD}+k.\overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{MN}=(1-k).\overrightarrow{AD}+k.\overrightarrow{BC}$ **D.** $\overrightarrow{MN}=-k.\overrightarrow{AD}+(k+1).\overrightarrow{BC}$

Lời giải

Với điểm *O* bất kì: $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{AB}$

$=\overrightarrow{OA}+k\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}\right)=(1-k)\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{OB}$

Tương tự $\overrightarrow{ON}=(1-k)\overrightarrow{OD}+k\overrightarrow{OC}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}=(1-k)\left(\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}\right)+k\left(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}\right)=(1-k)\overrightarrow{AD}+k\overrightarrow{BC}$

Đáp án C.

Câu 70. Cho ΔABC có trung tuyến *AM*. Gọi *I* là trung điểm *AM* và *K* là điểm trên *AC* sao cho $AK=\frac{1}{3}AC$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để ba điểm *B, I, K* thẳng hàng.

A. $\overrightarrow{BK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$ **B.** $\overrightarrow{BK}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BI}$ **C.** $\overrightarrow{BK}=2\overrightarrow{BI}$ **D.** $\overrightarrow{BK}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BI}$

Lời giải

Ta có: $2\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow 4\overrightarrow{BI}=2\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ (1)

$\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}\right)=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{BK}=2\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Leftrightarrow \overrightarrow{BK}=\frac{4}{3}\overrightarrow{BI}\Leftrightarrow B,I,K$ thẳng hàng.

Đáp án B.

Câu 71. Cho $\Delta ABC, E$ là trung điểm *BC, I* là trung điểm của ***AB***. Gọi *D, I, J, K* lần lượt là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{BD},\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{JC},\overrightarrow{IK}=m\overrightarrow{IJ}$. Tìm *m* để *A, K, D* thẳng hàng.

A. $m=\frac{5}{6}$ **B.** $m=\frac{1}{3}$ **C.** $m=\frac{1}{2}$ **D.** $m=\frac{2}{5}$

Lời giải

Ta có: A, K, D thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=n\overrightarrow{AK}=n\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IK}\right)$ (1)

$2\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$=3\overrightarrow{AI}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AJ}=3\overrightarrow{AI}+\frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IJ}\right)=\frac{9}{2}\overrightarrow{AI}+\frac{3}{2}\overrightarrow{IJ}$

Mà $\overrightarrow{IK}=m\overrightarrow{IJ}$ nên $2\overrightarrow{AD}=\frac{9}{2}\overrightarrow{AI}+\frac{3}{2m}\overrightarrow{IK}\Rightarrow \overrightarrow{AD}=\frac{9}{4}\overrightarrow{AI}+\frac{3}{4m}\overrightarrow{IK}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{9}{4}=\frac{3}{4m}\Leftrightarrow m=\frac{1}{3}$.

Đáp án B.

Câu 72. Cho ΔABC. Hai điểm M, N được xác định bởi hệ thức $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MA}=\vec{0}$, $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{NA}-3\overrightarrow{AC}=\vec{0}$. Đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để $MN\,//\,AC$.

A. $\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ **C.** $\overrightarrow{MN}=-3\overrightarrow{AC}$ **D.** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MA}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{NA}-3\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{NA}-3\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{MN}-3\overrightarrow{AC}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{AC}$

Ta có: $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MA}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AM}\Rightarrow ABCM$ là hình bình hành hay $M\notin AC$

$\Rightarrow MN\,//\,AC\Rightarrow$ Chọn đáp án **A.**

Đáp án A.

Câu 73. Cho $\Delta ABC; M$ và N xác định bởi $3\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}=\vec{0}$, $\overrightarrow{NB}-3\overrightarrow{NC}=\vec{0}$. Trọng tâm ΔABC là G. Gọi P là điểm trên cạnh AC sao cho $\frac{PA}{PC}=4$. Các đẳng thức nào sau đây là điều kiện cần và đủ để M, G, N, P thẳng hàng.

A. $7\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN}=\vec{0}$ và $3\overrightarrow{PG}+2\overrightarrow{PN}=\vec{0}$ **B.** $5\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN}=\vec{0}$ và $3\overrightarrow{PG}+2\overrightarrow{PN}=\vec{0}$

C. $7\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN}=\vec{0}$ và $2\overrightarrow{PQ}-3\overrightarrow{PN}=\vec{0}$ **D.** $3\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN}=\vec{0}$ và $3\overrightarrow{PG}+2\overrightarrow{PN}=\vec{0}$

Lời giải

+ Ta có: $3\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 3\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)+4\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)=\vec{0}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA}+4\overrightarrow{GB}=7\overrightarrow{GM}$

Tương tự: $\overrightarrow{NB}-3\overrightarrow{NC}=\vec{0}\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{NG}+\overrightarrow{GB}\right)-3\left(\overrightarrow{NG}+\overrightarrow{GC}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GB}-3\overrightarrow{GC}-2\overrightarrow{NG}=\vec{0}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA}+4\overrightarrow{GB}=-2\overrightarrow{GN}$.

Vậy $7\overrightarrow{GM}=-2\overrightarrow{GN}\Leftrightarrow 7\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN}=\vec{0}$

+ Gọi E là trung điểm $BC\Rightarrow 2\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AN}$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AC}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{AN}\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AG}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$ (1)

$\frac{PA}{PC}=4\Leftrightarrow \overrightarrow{PC}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{PA}\Rightarrow \overrightarrow{AC}=\frac{5}{4}\overrightarrow{AP}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Leftrightarrow \frac{3}{4}\overrightarrow{AG}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AN}=\frac{5}{4}\overrightarrow{AP}$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\left(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PG}\right)+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PN}\right)=\frac{5}{4}\overrightarrow{AP}\Leftrightarrow \frac{3}{4}\overrightarrow{PG}+\frac{1}{2}\overrightarrow{PN}=\vec{0}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{PG}+2\overrightarrow{PN}=\vec{0}$.

Đáp án **A.**

Câu 74. Cho tứ giác *ABCD.* Gọi *I, J* lần lượt là trọng tâm của ΔADC và ΔBCD. Đẳng thức nào là điều kiện cần và đủ để $IJ//AB$.

A. $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ **B.** $\overrightarrow{IJ}=\frac{2}{3}.\overrightarrow{AB}$ **C.** $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ **D.** $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Gọi *M* là trung điểm *ĐƯỢC.* Ta có: $\overrightarrow{MI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MJ}-\overrightarrow{MI}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right)\Leftrightarrow \overrightarrow{IJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

Đáp án **A.**

Câu 75. Cho ΔABC. Gọi *M* là điểm thuộc cạnh $AB; N\in$ cạnh *AC* sao cho $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. Gọi *O* là giao điểm của *CM* và *BN*. Tính tỉ số $\frac{ON}{OB}$ và $\frac{OM}{OC}$ tương ứng.

A. $\frac{1}{9}$ và $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{1}{4}$ và $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{1}{6}$ và $\frac{1}{9}$

Lời giải

Giả sử: $\overrightarrow{ON}=n\overrightarrow{BN};\overrightarrow{OM}=m\overrightarrow{CM}$

$\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MO}=\overrightarrow{AM}-m\overrightarrow{Cm}=\overrightarrow{AM}-m\left(\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{3}(1-m).\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}$

Tương tự: $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{NO}=\overrightarrow{AN}-n\overrightarrow{BN}=\frac{3}{4}(1-n)\overrightarrow{AC}+n\overrightarrow{AB}$

Và $\overrightarrow{AO}$ chỉ biểu diễn duy nhất qua $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow \begin{cases}\frac{1}{3}(1-m)=n\\ \frac{3}{4}(1-n)=m\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m=\frac{2}{3}\\ n=\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow \frac{ON}{OB}=\frac{1}{9};\frac{OM}{OC}=\frac{2}{3}$.

Đáp án **A.**

Câu 76. Cho hình bình hành *ABCD. M* thuộc *AC* sao cho: $AM=kAC$. Trên cạnh *AB, BC* lấy các điểm *P, Q* sao cho $MP//BC,MQ//AB$. Gọi *N* là giao điểm của *AQ* và *CP*. Tính tỉ số $\frac{AN}{AQ}$ và $\frac{CN}{CP}$ theo *k*.

A. $\frac{AN}{AQ}=\frac{k}{k^2+k-1};\frac{CN}{CP}=\frac{1-k}{k^2+k+1}$ **B.** $\frac{AN}{AQ}=\frac{k}{k^2-k+1};\frac{CN}{CP}=\frac{1-k}{k^2-k+1}$

C. $\frac{AN}{AQ}=\frac{k}{k^2+k+1};\frac{CN}{CP}=\frac{1-k}{k^2+k-1}$ **D.** $\frac{AN}{AQ}=\frac{k}{k^2+k+1};\frac{CN}{CP}=\frac{1-k}{k^2+k+1}$

Lời giải

Đặt $\overrightarrow{AN}=x\overrightarrow{AQ};\overrightarrow{CN}=y\overrightarrow{CP}$

Ta có: $\overrightarrow{DN}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{DA}+x\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BQ}\right)$

$=\overrightarrow{DA}+x\overrightarrow{DC}+x\frac{BQ}{BC}.\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{DA}+x\overrightarrow{DC}-x\frac{BQ}{BC}.\overrightarrow{DA}$

Vì $MQ//AB \Rightarrow \dfrac{BQ}{BC} = \dfrac{AM}{AC} = k \Rightarrow \overrightarrow{DN} = (1-kx)\overrightarrow{DA} + x.\overrightarrow{DC}$ (1)

Mặt khác: $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{DC} + y\overrightarrow{DA} + y\dfrac{BP}{BA}.\overrightarrow{BA}$

Vì: $MP//BC \Rightarrow \dfrac{BP}{BA} = \dfrac{CM}{CA} = \dfrac{CM-AM}{CA} = 1-k$

$\Rightarrow \overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DC} + y\overrightarrow{DA} - y(1-k)\overrightarrow{DC} = y\overrightarrow{DA} + (1-ky-y)\overrightarrow{DC}$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow \begin{cases} y = 1-kx \\ x = 1+ky-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{k}{k^2-k+1} \\ y = \dfrac{1-k}{k^2-k+1} \end{cases}$

Đáp án B.

Câu 77. Cho hai tam giác ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có trọng tâm lần lượt là G và G'. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = 3\overrightarrow{GG'}$ **B.** $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CA'} = 3\overrightarrow{GG'}$

C. $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CB'} = 3\overrightarrow{GG'}$ **D.** $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = 3\overrightarrow{GG'}$

Lời giải

Đáp án D

$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'A'} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'C'} = 3\overrightarrow{GG'}$

Câu 78. Cho 5 điểm *A, B C, D, E*. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = 2(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$ **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \dfrac{3}{2}(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED})$ **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

Lời giải

Đáp án D

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) + \overrightarrow{CD} + (\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA'}) = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{DA}$

$= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA}) = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$

Câu 79. Cho ΔABC và một điểm M tùy ý. Chọn hệ thức đúng?

A. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$ **B.** $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$

C. $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$ **D.** $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

Lời giải

Đáp án C

$2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$

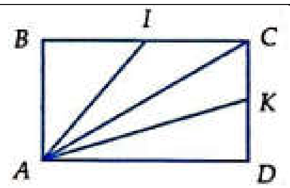
Câu 80. Cho hình chữ nhật *ABCD, I, K* lần lượt là trung điểm của *BC* và ***CD.*** Chọn đẳng thức đúng.

A. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{IK}$ **D.** $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Đáp án D



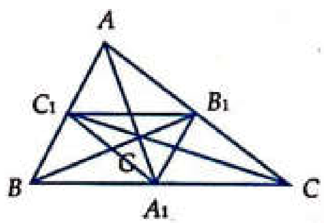
$$\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{AK}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

Câu 81. Cho ΔABC có trọng tâm *G*. Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của *BC, CA, AB*. Chọn đẳng thức sai.

A. $\overrightarrow{GA_1}+\overrightarrow{GB_1}+\overrightarrow{GC_1}=\vec{0}$ **B.** $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}=\vec{0}$ **C.** $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}=\vec{0}$ **D.** $\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GC_1}$

Lời giải

Đáp án D



Câu 82. Cho ΔABC với *H, O, G* lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp trọng tâm. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{OH}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OG}$ **B.** $\overrightarrow{HO}=3\overrightarrow{OG}$ **C.** $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$ **D.** $2\overrightarrow{GO}=-3\overrightarrow{OH}$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OG}$ (1)

Gọi *I* là trung điểm *BC*, A' đối xứng với *A* qua *O*.

Dễ thấy $HBA'C$ là hình bình hành

$\Leftrightarrow\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{HA'}\Leftrightarrow\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HA'}=2\overrightarrow{HO}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{HO}+\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{HO}\Leftrightarrow\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow\overrightarrow{OH}=3\overrightarrow{OG}\Leftrightarrow\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{GH}=3\overrightarrow{OG}\Leftrightarrow\overrightarrow{GH}=2\overrightarrow{OG}\Leftrightarrow\overrightarrow{OG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.

Đáp án C.

Câu 83. Cho 4 điểm *A, B, C,D*. Gọi *I, J* lần lượt là trung điểm của *AB* và *CD*. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{IJ}$ **B.** $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{IJ}$ **C.** $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{IJ}$ **D.** $2\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

Lời giải

\+ B đúng vì $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JD}$

$=2\overrightarrow{IJ}+\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BI}\right)+\left(\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{JD}\right)=2\overrightarrow{IJ}$

\+ C đúng vì $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JD}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{JC}=2\overrightarrow{IJ}$

\+ D đúng vì $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{IJ}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DB}=\vec{0}$

Đáp án A.

Câu 84. Cho ΔABC, *M* là một điểm trên cạnh *BC*. Khi đó đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\frac{MC}{BC}.\overrightarrow{AB}+\frac{MB}{BC}.\overrightarrow{AC}$ **B.** $\overrightarrow{BM}=\frac{MA}{AB}.\overrightarrow{AC}+\frac{MB}{AB}.\overrightarrow{BC}$

C. $3\overrightarrow{CM}=\frac{MB}{AC}.\overrightarrow{AB}+\frac{MA}{AB}.\overrightarrow{AC}$ **D.** $2\overrightarrow{AM}=\frac{MC}{BC}.\overrightarrow{AB}+\frac{MB}{BC}.\overrightarrow{AC}$

Lời giải

Kẻ $MN//AC, N\in AB$.

Áp dụng định lí Ta-lét ta có $\overrightarrow{AN}=\frac{AN}{AB}.\overrightarrow{AB}=\frac{MC}{BC}.\overrightarrow{AB}$. $\overrightarrow{NM}=\frac{NM}{AC}.\overrightarrow{AC}=\frac{MB}{BC}.\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{NM}=\frac{MC}{BC}.\overrightarrow{AB}+\frac{MB}{BC}.\overrightarrow{AC}$.

Đáp án A.

Câu 85. Cho ΔABC, *AM, BN, CP* là các trung tuyến. *D, E, F* là trung điểm của *AM, BN* và *CP*. Với *O* là điểm bất kì. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}$ **B.** $2\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)=3\left(\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}\right)$

C. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\left(\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}\right)$ **D.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=3\left(\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}\right)$

Lời giải

Ta có: $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OM}=4\overrightarrow{OD}$ (1)

Tương tự $\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=4\overrightarrow{OE}$ (2)

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}=4\overrightarrow{OF}$ (3)

Cộng vế vói vế (1), (2), (3) ta được đáp án **A.**

Đáp án A.

Câu 86. Cho tam giác *ABC* đều tâm *O, M* là điểm bất kì trong tam giác. Hình chiếu của *M* xuống ba cạnh lần lượt là *D, E, F*. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MO}$ **B.** $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{MO}$

C. $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{MO}$ **D.** $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$

Lời giải

Qua *M* kẻ các đường thẳng $A_1B_1//AB, A_2C_1//AC, B_2C_2//BC$

$\Rightarrow$ Các tam giác đều $\Delta MB_1C_1, \Delta MA_1C_2, \Delta MA_2B_2$

Ta có: $\overrightarrow{MD}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MB_1}+\overrightarrow{MC_1}\right), \overrightarrow{ME}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA_1}+\overrightarrow{MC_2}\right), \overrightarrow{MF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MB_2}+\overrightarrow{MA_2}\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA_1}+\overrightarrow{MA_2}\right)+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MB_1}+\overrightarrow{MB_2}\right)+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MC_1}+\overrightarrow{MC_2}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)=\frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$.

Đáp án D.

Câu 87. Cho tứ giác *ABC**D.*** *I, J* lần lượt là trung điểm của *AB* và *D**C.*** *G* là trung điểm của *IJ*. Xét các mệnh đề:

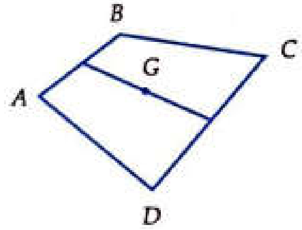
(I) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=4\overrightarrow{AG}$ (II) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=2\overrightarrow{IG}$ (III) $\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{JI}$

Mệnh đề sai là:

A. (I) và (II) **B.** (II) và (III) **C.** Chỉ (I) **D.** Tất cả đều sai

Lời giải

Đáp án B



$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}+\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GC}\right)+\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GD}\right)$$

$$=3\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=4\overrightarrow{GA}+\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}\right)+\left(\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)=4\overrightarrow{AG}+2I+2\overrightarrow{GJ}=4\overrightarrow{AG}$$

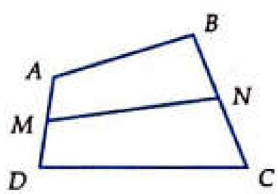
(II) và (III) sai vì G không phải là trung điểm của AC và ***BD*.**

Câu 88. Cho tứ giác $ABCD$, các điểm M, N lần lượt thuộc các đoạn AD và BC sao cho $\frac{MA}{MD}=\frac{NB}{NC}=\frac{m}{n}$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MN}=\frac{n\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{DC}}{m+n}$ **B.** $\overrightarrow{AM}=\frac{n\overrightarrow{AC}+m\overrightarrow{AB}}{m+n}$ **C.** $\overrightarrow{BN}=\frac{n\overrightarrow{BC}+m\overrightarrow{CD}}{m+n}$ **D.** $\overrightarrow{DM}=\frac{n\overrightarrow{CD}+m\overrightarrow{AD}}{m+n}$

Lời giải

Đáp án A



Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BN}\\ \overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CN}\end{cases}$

$$\Rightarrow\begin{cases}n\overrightarrow{MN}=n\overrightarrow{MA}+n\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{BN}\\ m\overrightarrow{MN}=m\overrightarrow{MD}+m\overrightarrow{DC}+m\overrightarrow{CN}\end{cases}\Rightarrow(m+n)\overrightarrow{MN}$$

$$=\left(n\overrightarrow{MA}+m\overrightarrow{MD}\right)+\left(n\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{DC}\right)+\left(n\overrightarrow{BN}+m\overrightarrow{CN}\right)=\vec{0}+n\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{DC}+\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\frac{n\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{DC}}{m+n}$$

Câu 89. Cho ΔABC và một điểm M bất kì trong tam giác. Đặt $S_{MBC}=S_a$, $S_{MCA}=S_b$, $S_{MAB}=S_c$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $S_a.\overrightarrow{MA}+S_b.\overrightarrow{MB}+S_c.\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

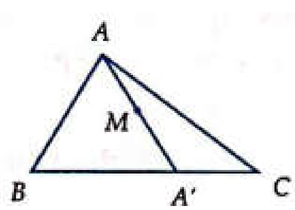
B. $S_a.\overrightarrow{AB}+S_b.\overrightarrow{BC}+S_c.\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

C. $S_a.\overrightarrow{MC}+S_b.\overrightarrow{MB}+S_c.\overrightarrow{MA}=\vec{0}$

D. $S_a.\overrightarrow{AC}+S_b.\overrightarrow{AB}+S_c.\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

Lời giải

Đáp án A



Gọi $A'=AM\cap BC$

Ta có $\overrightarrow{MA'}=\frac{A'C}{BC}\overrightarrow{MB}+\frac{A'B}{BC}\overrightarrow{MC}$

$\frac{A'C}{A'B}=\frac{S_{MA'C}}{S_{MA'B}}=\frac{S_{MAC}}{S_{MAB}}=\frac{S_b}{S_c}\Rightarrow\frac{A'C}{BC}=\frac{S_b}{S_b+S_c};\frac{A'B}{BC}=\frac{S_c}{S_b+S_c}$

$\overrightarrow{MA'}=\frac{S_b}{S_b+S_c}\overrightarrow{MB}+\frac{S_c}{S_b+S_c}\overrightarrow{MC}(*)$ Mặt khác $\frac{MA'}{MA}=\frac{S_{MA'B}}{S_{MAB}}=\frac{S_{MA'C}}{S_{MAC}}=\frac{S_{MA'B}+S_{MA'C}}{S_{MAB}+S_{MAC}}=\frac{S_a}{S_b+S_c}$

$\Rightarrow\overrightarrow{Ma'}=\frac{-S_a}{S_b+S_a}\overrightarrow{MA}$, thay vào (*) ta được: $-S_a\overrightarrow{MA}=S_b\overrightarrow{MB}+S_c\overrightarrow{MC}$

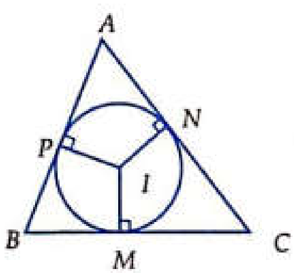
$\Leftrightarrow S_a\overrightarrow{MA}+S_b\overrightarrow{MB}+S_c\overrightarrow{MC}=0$

Câu 90. Cho ΔABC với $BC=a, AC=b, AB=c$. I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC, đường tròn nội tiếp (I) tiếp xúc với các cạnh *BC, CA, AB* lần lượt tại *M, N, P*. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a.\overrightarrow{IM}+b.\overrightarrow{IN}+c.\overrightarrow{IP}=\vec{0}$
B. $a.\overrightarrow{MA}+b.\overrightarrow{NB}+c.\overrightarrow{PC}=\vec{0}$
C. $a.\overrightarrow{AM}+b.\overrightarrow{BN}+c.\overrightarrow{CP}=\vec{0}$
D. $a.\overrightarrow{AB}+b.\overrightarrow{BC}+c.\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

Lời giải

Đáp án A



Gọi p là nửa chu vi ΔABC, ta có:

$AP=AN=p-a$

$BM=BP=p-b$

$CN=CM=p-c$

Ta có $\overrightarrow{IM}=\frac{MB}{BC}.\overrightarrow{IB}+\frac{MB}{BC}.\overrightarrow{IC}\Leftrightarrow a\overrightarrow{IM}=(p-c)\overrightarrow{IB}+(p-b)\overrightarrow{IC}(1)$

Tương tự:

$b\overrightarrow{IN}=(p-a)\overrightarrow{IC}+(p-c)\overrightarrow{IA}(2), c\overrightarrow{IP}=(p-b)\overrightarrow{IA}+(p-a)\overrightarrow{IB}(3)$

Cộng từng vế (1), (2), (3) ta được:

$\Leftrightarrow a\overrightarrow{IM}+b\overrightarrow{IN}+c\overrightarrow{IC}$

$=(2p-b-c)\overrightarrow{IA}+(2p-a-c)\overrightarrow{IB}+(2p-a-b)\overrightarrow{IC}=a\overrightarrow{IA}+b\overrightarrow{IB}+c\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

Nhận xét: Áp dụng kết quả nếu I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC thì

$\Leftrightarrow a\overrightarrow{IA}+b\overrightarrow{BI}+c\overrightarrow{CI}=0$

Câu 91. Cho hai điểm A và B. Tìm điểm I sao cho $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.

A. Điểm I ngoài đoạn AB sao cho $IB=\frac{1}{3}AB$

B. Điểm I thuộc đoạn AB sao cho $IB=\frac{1}{3}AB$

C. Điểm I là trung điểm đoạn AB

D. Điểm I nằm khác phía với B đối với A và $IB=\frac{1}{3}AB$.

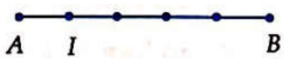
Lời giải

$\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{IA}=-2\overrightarrow{IB}$.

Vậy I thuộc đoạn AB sao cho $IB=\frac{1}{3}AB$.

Đáp án B.

Câu 92. Cho đoạn thẳng AB. Hình nào sau đây biểu diễn điểm I sao cho $\overrightarrow{AI}=-\frac{3}{5}\overrightarrow{BA}$.

A. 

B. 

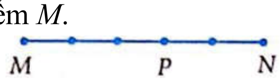
C. 

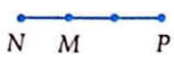
D. 

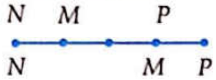
Lời giải

Đáp án B.

Câu 93. Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MN}=-3\overrightarrow{MP}$. Hình vẽ nào sau đây xác định đúng vị trí điểm M.

A. 

B. 

C. 

D. 

Lời giải

Đáp án C

Ta có: $MN=3MP$ và P, N khác đối với M

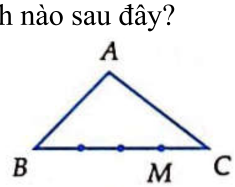
Câu 94. Cho đoạn thẳng AB và điểm M là một điểm trong đoạn AB sao cho $AM=\frac{1}{5}AB$. Tìm k để $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}$.

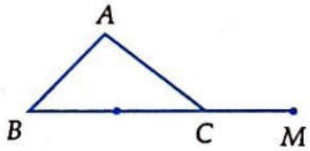
A. $k=\frac{1}{4}$ **B.** $k=4$ **C.** $k=-\frac{1}{4}$ **D.** $k=-4$

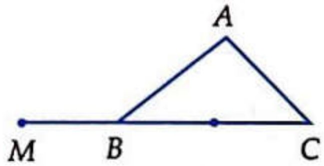
Lời giải

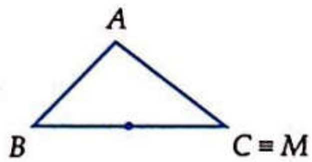
Đáp án C

Câu 95. Cho ΔABC. Trên đường thẳng BC lấy điểm M sao cho $\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MC}$. Điểm M được vẽ đúng trong hình nào sau đây?

A. 

B. 

C. 

D. 

Lời giải

Đáp án B

Câu 96. Cho ΔABC có G là trọng tâm. Xác định điểm M sao cho: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

A. Điểm M là trung điểm cạnh AC.

B. Điểm M là trung điểm cạnh GC.

C. Điểm M chia đoạn AB theo tỉ số 4.

D. Điểm M chia đoạn GC thỏa mãn $\overrightarrow{GC}=4\overrightarrow{GM}$.

Lời giải

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{MG}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{MG}+\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{GC}=4\overrightarrow{GM}$

Đáp án D.

Câu 97. Cho ΔABC, I là trung điểm của AC. Vị trí điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{CB}$ xác định bởi hệ thức:

A. $\overrightarrow{BN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BI}$ **B.** $\overrightarrow{BN}=2\overrightarrow{BI}$ **C.** $\overrightarrow{BN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$ **D.** $\overrightarrow{BN}=3\overrightarrow{BI}$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{CB}\Leftrightarrow \overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NB}=\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{NB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NC}=-\overrightarrow{NB}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{NI}=-\overrightarrow{NB}\Rightarrow \overrightarrow{BN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BI}$

Đáp án C.

Câu 98. Cho 2 điểm *A, B* là hai số thực *a, b* sao cho $a+b\neq 0$. Xét các mệnh đề:

(I) Tồn tại duy nhất một điểm M thỏa mãn $a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.

(II) $\overrightarrow{MA}=-\frac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}$.

(III) M là điểm nằm trên đường thẳng AB.

Trong các mệnh đề trên thì:

A. (I) và (III) tương đương nhau **B.** (II) và (III) tương đương nhau

C. (I) và (II) tương đương nhau **D.** (I), (II), (III) tương đương nhau

Lời giải

$a\overrightarrow{AM}+b\overrightarrow{MB}=\vec{0}\Leftrightarrow a\overrightarrow{MA}+b\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}=-\frac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}$

Do giả thiết M được xác định duy nhất trên đường thẳng AB.

Đáp án C.

Câu 99. Cho ΔABC với $BC = a, AC = b, AB = c$. Nếu điểm I thỏa mãn hệ thức $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ thì:

A. Điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

B. Điểm I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC.

C. Điểm I là trực tâm của ΔABC.

D. Điểm I là trọng tâm của ΔABC.

Lời giải

Lấy A' sao cho $\frac{A'B}{A'C} = \frac{c}{b}$ hay AA' là đường phân giác.

Ta có: $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow a\overrightarrow{IA} + (b+c)\overrightarrow{IA'} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow I$ thuộc đoạn AA' và $\frac{IA}{IA'} = \frac{b+c}{a} = \frac{c}{\frac{ac}{b+c}} = \frac{BA}{BA'}$

$\Rightarrow I$ là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC.

Đáp án B.

Câu 100. Cho ΔABC. Xác định điểm I sao cho: $2\overrightarrow{IA} - 3\overrightarrow{IB} = 3\overrightarrow{BC}$.

A. Điểm I là trung điểm của cạnh AC

B. Điểm C là trung điểm của cạnh IA

C. Điểm C chia đoạn IA theo tỉ số -2

D. Điểm I chia đoạn AC theo tỉ số 2

Lời giải

Đáp án C

$2\overrightarrow{IA} - 3\overrightarrow{IB} = 3\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IB} = 3\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow 2\left(\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB}\right) = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC}$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{IC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{IC} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = -2\overrightarrow{CA}$

Câu 101. Cho ΔABC có M là trung điểm AB và N trên cạnh AC sao cho $NC = 2NA$. Xác định điểm K sao cho $3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0}$.

A. Điểm K là trung điểm cạnh AM

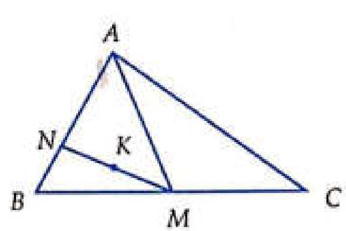
B. Điểm K là trung điểm cạnh BN

C. Điểm K là trung điểm cạnh BC

D. Điểm K là trung điểm cạnh MN

Lời giải

Đáp án D



M là trung điểm AB nên $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AN} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 6\overrightarrow{AM} + 6\overrightarrow{AN} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}\right) \Rightarrow K$ là trung điểm của MN.

Câu 102. Cho ΔABC. Tìm điểm N sao cho: $2\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=\vec{0}$.

A. N là trọng tâm ΔABC

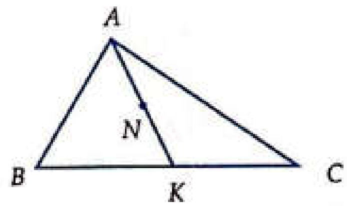
B. N là trung điểm của BC

C. N là trung điểm của AK với K là trung điểm của BC

D. N là đỉnh thứ tư của hình bình hành nhận AB và AC làm 2 cạnh

Lời giải

Đáp án C



Gọi K là trung điểm $BC \Rightarrow \overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=2\overrightarrow{NK}$

Nên $2\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=\vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NK}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NK}=\vec{0} \Rightarrow N$ là trung điểm AK

Câu 103. Cho ΔABC. Xác định điểm M sao cho: $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CB}$.

A. M là trung điểm cạnh AB

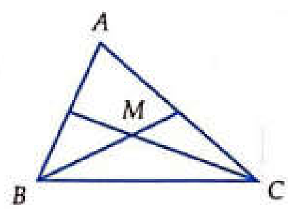
B. M là trung điểm cạnh BC

C. M chia đoạn AB theo tỉ số 2

D. M là trọng tâm ΔABC

Lời giải

Đáp án D



$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{MC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{0} \Rightarrow$ M là trọng tâm ΔABC

Câu 104. Cho ΔABC có trọng tâm G, điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=\vec{0}$. Khi đó điểm M thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

A. $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$

B. $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{6}\overrightarrow{CA}$

C. $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$

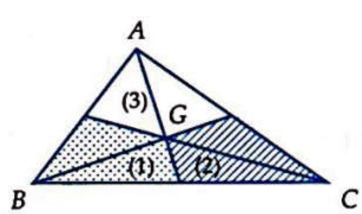
D. $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

Lời giải

Đáp án A

$$2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}=2\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)+\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}=6\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{BC}=\vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GM}=\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$$

Câu 105. Gọi G là trọng tâm ΔABC. Nối điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ thì M ở vị trí nào trong hình vẽ:



A. Miền (1) **B.** Miền (2) **C.** Miền (3) **D.** Ở ngoài ΔABC

Lời giải

Đáp án B

Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=-3\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{MG}=-3\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MG}=-\overrightarrow{MC}$

Hay M là trung điểm của GC

Câu 106. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=4\overrightarrow{AM}$. Khi đó điểm M trùng với điểm:

A. O **B.** I là trung điểm đoạn OA

C. I là trung điểm đoạn OC **D.** C

Lời giải

Đáp án A

Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=4\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow M \equiv O$

Câu 107. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Gọi điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA}=\alpha\overrightarrow{MB}+\beta\overrightarrow{MC}$; $\alpha,\beta \in \mathbb{R}$. Nếu M là trọng tâm ΔABC thì α,β thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

A. $\alpha^2-\beta^2=0$ **B.** $\alpha.\beta=1$ **C.** $\alpha-\beta=0$ **D.** Cả A, B, C đều đúng

Lời giải

Đáp án D

Ta có M là trọng tâm thì $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

So sánh với $\overrightarrow{MA}=\alpha\overrightarrow{MB}+\beta\overrightarrow{MC} \Rightarrow \alpha=-1; \beta=-1$

Câu 108. Cho ΔABC. Nếu điểm D thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{CD}$ với M tùy ý, thì D là đỉnh của hình bình hành:

A. $ABCD$ **B.** $ACBD$

C. $ABED$ với E là trung điểm của BC **D.** $ACED$ với B là trung điểm của EC

Lời giải

Đáp án D

$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{CM}=\left(\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}\right)=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CE}$

Vậy D là đỉnh của hình bình hành $ACED$.

Câu 109. Cho đoạn AB và điểm I sao cho $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$. Tìm số $k \in \mathbb{R}$ sao cho $\overrightarrow{AI}=k\overrightarrow{AB}$.

A. $k=\frac{3}{4}$ **B.** $k=\frac{3}{5}$ **C.** $k=\frac{2}{5}$ **D.** $k=\frac{3}{2}$

Lời giải

Đáp án B

$2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}-3\overrightarrow{IA}=\vec{0} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB} \Rightarrow k=\frac{3}{5}$

Câu 110. Gọi G là trọng tâm của ΔABC. Tập hợp điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=6$ là:

A. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. **B.** Đường tròn tâm G bán kính là 1.

C. Đường tròn tâm G bán kính là 2. **D.** Đường tròn tâm G bán kính là 6.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}\Rightarrow 3\left|\overrightarrow{MG}\right|=6\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{MG}\right|=2$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm G bán kính là 2.

Đáp án C.

Câu 111. Cho ΔABC có trọng tâm G. I là trung điểm của BC. Tập hợp điểm M sao cho: $2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ là:

A. đường trung trực của đoạn GI **B.** đường tròn ngoại tiếp ΔABC

C. đường thẳng GI **D.** đường trung trực của đoạn AI

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG},\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MI}\Rightarrow 2\left|3\overrightarrow{MG}\right|=3\left|2\overrightarrow{MI}\right|$

$\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{MG}\right|=\left|\overrightarrow{MI}\right|\Rightarrow$ Tập hợp điểm M là trung trực của GI.

Đáp án A.

Câu 112. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O. Tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}$ là

A. một đoạn thẳng **B.** một đường tròn **C.** một điểm **D.** tập hợp rỗng

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$

$\Rightarrow 2\overrightarrow{MI}=2\overrightarrow{MJ}\Leftrightarrow\overrightarrow{MI}=\overrightarrow{MJ}$ với I, J là trung điểm của AB, CD

$\Rightarrow$ Không có điểm M nào thỏa mãn.

Đáp án D.

Câu 113. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=k,k>0$ là:

A. đường tròn tâm O bán kính là $\frac{k}{4}$ **B.** đường tròn đi qua A, B, C, D

C. đường trung trực của AB **D.** tập rỗng

Lời giải

Đáp án A

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=\left|4\overrightarrow{MO}\right|=k\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{MO}\right|=\frac{k}{4}$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm O bán kính $\frac{k}{4}$

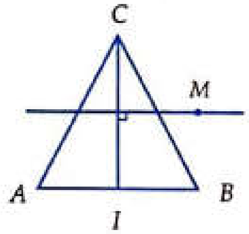
Câu 114. Cho ΔABC trọng tâm G. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm BC, AB, CA. Quỹ tích các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right|$ là:

A. đường tròn tâm I bán kính $\frac{1}{2}JK$ **B.** đường tròn tâm G bán kính $\frac{1}{3}IJ$

C. đường tròn tâm G bán kính $\frac{1}{3}CA$ **D.** trung trực AC

Lời giải

Đáp án B



Gọi I là trung điểm của AB thì

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=2\left|\overrightarrow{MC}\right| \Leftrightarrow \left|2\overrightarrow{MI}\right|=\left|2\overrightarrow{MC}\right| \Leftrightarrow$ Tập hợp điểm M là trung trực của IC

Câu 115. Cho đường tròn $(O;R)$ và hai điểm A, B cố định. Với mỗi điểm M ta xác định điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$, lúc đó:

A. Khi M chạy trên $(O;R)$ thì M' chạy trên đường thẳng AB

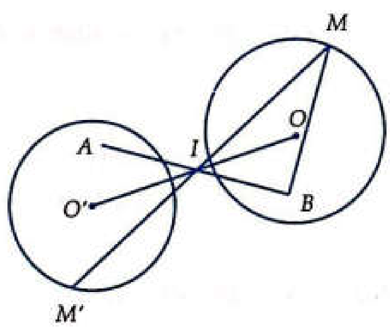
B. Khi M chạy trên $(O;R)$ thì M' chạy trên đường thẳng đối xứng với AB qua O

C. Khi M chạy trên $(O;R)$ thì M' chạy trên một đường tròn cố định

D. Khi M chạy trên $(O;R)$ thì M' chạy trên một đường tròn cố định bán kính R

Lời giải

Đáp án D



Gọi I là trung điểm AB

$\Rightarrow I$ là điểm cố định: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI} \Rightarrow \overrightarrow{MM'}=2\overrightarrow{MI} \Rightarrow I$ là trung điểm của MM'

Gọi O' là điểm đối xứng của O qua điểm I thì O' cố định và $MOM'O'$ là hình bình hành

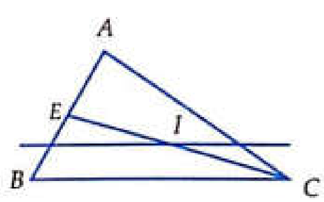
$\Rightarrow OM = OM' = R \Rightarrow M'$ nằm trên đường tròn cố định tâm O' bán kính R.

Câu 116. Cho ΔABC. Tìm tập hợp điểm M sao cho $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{BC}$ với $k\in\mathbb{R}$

A. là một đoạn thẳng **B.** là một đường thẳng **C.** là một đường tròn **D.** là một điểm

Lời giải

Đáp án B



Gọi E là trung điểm của AB, I là trung điểm của EC

$\Rightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{ME}+2\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MI} \Rightarrow \overrightarrow{MI}=\dfrac{k}{4}\overrightarrow{BC}$

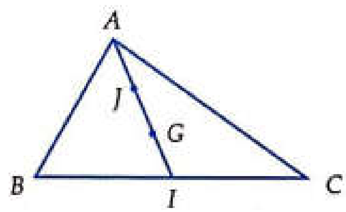
Do *I, B, C* cố định nên tập hợp điểm *M* là một đường thẳng đi qua *I* và song song với *BC*.

Câu 117. Cho ΔABC. Tìm tập hợp điểm *M* thỏa mãn: $\left|4\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ là:

A. đường thẳng qua *A* **B.** đường thẳng qua *B* và *C*
C. đường tròn **D.** một điểm duy nhất

Lời giải

Đáp án C



GT đã cho $\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MA}\right|=\left|2\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MI}\right|$

$\Leftrightarrow\left|3\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MA}\right)\right|=2\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MI}\right|$ (*I* là trung điểm *AB*)

$\Leftrightarrow 6\left|\overrightarrow{MJ}\right|=2\left|\overrightarrow{IA}\right|\Leftrightarrow MJ=\frac{1}{3}IA$ (*G* là trọng tâm ΔABC)

$\Leftrightarrow JM=\frac{1}{2}AG$ (*J* là trung điểm của *AG*)

Vậy tập hợp điểm *M* là đường tròn tâm *I* bán kính $R=\frac{AG}{2}$

Câu 118. Tập hợp điểm *M* mà $k\overrightarrow{MA}+k\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MC}$, $k\neq 1$ là:

A. đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ *C* **B.** đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ *B*
C. đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ *A* **D.** đường trung trực của *AB*

Lời giải

Đáp án A

$k\overrightarrow{MA}+k\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow 2k.\overrightarrow{MI}=2\overrightarrow{MC}\Leftrightarrow\overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{MI}$ (*I* là trung điểm *AB*)

$\Rightarrow M$ nằm trên đường thẳng *CI*.

Câu 119. Cho ΔABC. Tìm quỹ tích điểm *M* thỏa mãn: $\left|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right|$

A. Quỹ tích điểm *M* là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{3}$

B. Quỹ tích điểm *M* là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{4}$

C. Quỹ tích điểm *M* là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{9}$

D. Quỹ tích điểm *M* là một đường tròn bán kính $\frac{AB}{2}$

Lời giải

Đáp án C

Vì *A, B, C* cố định nên ta chọn điểm *I* thỏa mãn: $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+4\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA}+3\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)+4\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}\right)=\vec{0} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{IA}=-3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA}=-\dfrac{3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}}{9}$

$\Rightarrow I$ duy nhất từ đó $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}=9\overrightarrow{MI}+\left(2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+4\overrightarrow{IC}\right)=9\overrightarrow{MI}$ và $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{AB}$

Từ giả thiết $\Rightarrow \left|9\overrightarrow{MI}\right|=\left|\overrightarrow{BA}\right| \Leftrightarrow MI=\dfrac{AB}{9}$

Câu 120. Cho ΔABC. Tìm quỹ tích điểm M thỏa mãn điều kiện: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=k\left(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right), k\in\mathbb{R}$.

A. Tập hợp điểm M là đường trung trực của EF, với E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC

B. Tập hợp điểm M là đường thẳng qua A và song song với BC

C. Tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $\dfrac{AB}{9}$

D. Với H là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AH}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ thì tập hợp điểm M là đường thẳng đi qua E và song song với HB với E là trung điểm của AB

Lời giải

Đáp án D

$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}$

$=\overrightarrow{MA}+\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)-3\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}\right)$ (với H là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AH}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}$)

$=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{HB}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=k\left(\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right) \Leftrightarrow 2\overrightarrow{ME}=2k\overrightarrow{HB} \Leftrightarrow \overrightarrow{ME}=k\overrightarrow{HB} \Rightarrow$ Đáp án D

Câu 121. Cho tứ giác $ABCD$ với K là số tùy ý. Lấy cá điểm M, N sao cho $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DN}=k\overrightarrow{DC}$. Tìm tập hợp trung điểm I của đoạn MN khi k thay đổi.

A. Tập hợp điểm I là đường thẳng OO' với O và O' lần lượt là trung điểm của AC, BD

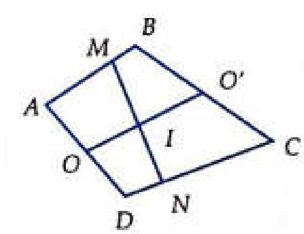
B. Tập hợp điểm I là đường thẳng OO' với O và O' lần lượt là trung điểm của AD, BC

C. Tập hợp điểm I là đường thẳng OO' với O và O' lần lượt là trung điểm của AB, DC

D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Đáp án B



Gọi O, O' lần lượt là trung điểm AD và BC, ta có: $\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OO'}+\overrightarrow{O'B}$

và $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OO'}+\overrightarrow{O'C} \Rightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{OO'}$

Gọi I là trung điểm $MN \Rightarrow \overrightarrow{AM}+\overrightarrow{DN}=2\overrightarrow{OI} \Rightarrow \overrightarrow{OI}=\dfrac{1}{2}\left(k\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{DC}\right)=k\overrightarrow{OO'}$

Vậy tập hợp điểm I là đường thẳng OO'

Câu 122. Cho lục giác đều $ABCDEF$. Tìm tập hợp điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+\left|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}\right|$ nhận giá trị nhỏ nhất.

A. Tập hợp điểm M là một đường thẳng
B. Tập hợp điểm M là một đoạn thẳng
C. Tập hợp điểm M là một đường tròn
D. Là một điểm

Lời giải

Đáp án B

Gọi P, Q lần lượt là trọng tâm ΔABC và ΔDEF.

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+\left|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}\right|=3\left|\overrightarrow{MP}\right|+3\left|\overrightarrow{MQ}\right|\geq 3(MP+MQ)\geq 3PQ$

Dấu "$=$" xảy ra khi M thuộc đoạn PQ. Vậy tập hợp điểm M là đoạn thẳng PQ.

Câu 123. Tập hợp điểm M thỏa mãn hệ thức: $2\overrightarrow{MA}+k\overrightarrow{MB}+(1-k)\overrightarrow{MC}=\vec{0}, k\in\mathbb{R}$ là:

A. đường thẳng **B.** đường tròn **C.** đoạn thẳng **D.** một điểm

Lời giải

Đáp án A

Từ giả thiết $\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=k\left(\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}\right)\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{BC}\,(*)$

Gọi I là điểm sao cho: $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow IC=2IA, I\in AC$

Từ (*): $2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}=k\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{MI}=k\overrightarrow{BC}$

Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng qua I và song song với ***BC.***

Câu 124. Cho ΔABC và điểm M thỏa mãn đẳng thức: $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right|$.

Tập hợp điểm M là

A. một đoạn thẳng **B.** nửa đường tròn **C.** một đường tròn **D.** một đường thẳng

Lời giải

Gọi E là trung điểm của AC $\Rightarrow \left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right|$

$\Leftrightarrow \left|2\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|\Leftrightarrow\left|2\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{ME}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|$

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{EI}$

$\Leftrightarrow \left|2\left(\overrightarrow{EI}+\overrightarrow{ME}\right)\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|\Leftrightarrow 2\left|\overrightarrow{MI}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|\Leftrightarrow MI=\frac{1}{2}AB$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $\frac{AB}{2}$.

Đáp án C.

Câu 125. Tập hợp điểm M thỏa mãn hệ thức: $\left|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$

A. là một đường tròn có bán kính là $\frac{AB}{2}$
B. là một đường tròn có bán kính là $\frac{BC}{3}$
C. là một đường thẳng qua A và song song với BC
D. là một điểm

Lời giải

Chọn điểm I sao cho

$3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-2\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow -3\overrightarrow{AI}+2\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AI}\right)-2\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AI}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow -3\overrightarrow{AI}+2\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right)=\vec{0}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{CB}\Leftrightarrow \overrightarrow{AI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

$\Rightarrow 3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}=3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)-2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)=3\overrightarrow{MI}$

$\Rightarrow \left|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|\Leftrightarrow 3MI=CB\Leftrightarrow MI=\frac{1}{3}CB$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính $\frac{CB}{3}$.

Đáp án B.

Câu 126. Tìm tập hợp điểm thỏa mãn hệ thức:
$2\overrightarrow{MA}-(1+k)\overrightarrow{MB}-3k\overrightarrow{MC}=\vec{0}$, k là giá trị thay đổi trên $\mathbb{R}$.

A. Tập hợp điểm M là một đoạn thẳng.
B. Tập hợp điểm M là một đường tròn.
C. Tập hợp điểm M là một đường thẳng.
D. Tập hợp điểm M là một nửa đường tròn.

Lời giải

Từ giả thiết $\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=k\left(\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right)$ (*)

Gọi I, K là các điểm sao cho $2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}=\vec{0}; \overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KC}=\vec{0}$

Thì I, K là các điểm cố định: $I\in AB: IB=2IA; K\in BC: KB=3KC$

Từ (*) $\Leftrightarrow 2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)=k\left(\overrightarrow{MK}+\overrightarrow{KB}+3\overrightarrow{MK}+3\overrightarrow{KC}\right)\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}=4k\overrightarrow{MK}$

Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng.

Đáp án C.