

BÀI 9. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTO

- | FanPage: Nguyễn Bảo Vương

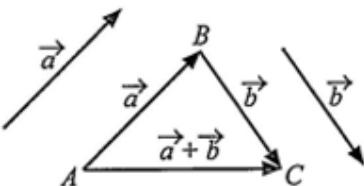
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

I. TỔNG CỦA HAI VECTO

1. Định nghĩa

Cho hai vecto \vec{a}, \vec{b} . Lấy một điểm A tuỳ ý, vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

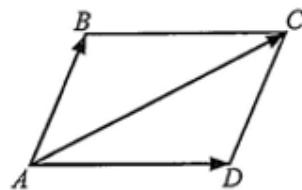
Vecto \overrightarrow{AC} được gọi là tổng của hai vecto \vec{a} và \vec{b} , kí hiệu $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.



Nhận xét: Công thức trên cho ta cách rút gọn tổng nhiều vecto liên tiếp mà điểm cuối của mỗi vecto trong tổng là điểm đầu của vecto liền sau nó (trừ vecto cuối cùng). Đồng thời, ta cũng phân tích được một vecto thành tổng của hai hoặc nhiều vecto khác. Ta cũng gọi công thức trên là quy tắc cộng.

2. Quy tắc hình bình hành

Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$



Nhận xét: Công thức trên cho ta một cách rút gọn tổng của hai vecto có cùng điểm đầu.

3. Tính chất

Với ba vecto tuỳ ý $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ta có:

- $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (tính chất giao hoán);
- $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (tính chất kết hợp);
- $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$ (tính chất của vecto-không).

Chú ý: Tổng ba vecto $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ được xác định theo một trong hai cách: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$ hoặc $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

II. HIỆU CỦA HAI VECTO

1. Hai vecto đối nhau

Vecto có cùng độ dài và ngược hướng với vecto \vec{a} được gọi là vecto đối của \vec{a} , kí hiệu là $-\vec{a}$.

Với hai điểm A, B bất kì ta có $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.

Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì $\overrightarrow{IB} = -\overrightarrow{IA}$.

Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{AB}$.

2. Định nghĩa

Phép trừ vecto \vec{a} cho vecto \vec{b} là tổng của vecto \vec{a} và vecto đối của vecto \vec{b} , kí hiệu là $\vec{a} - \vec{b}$. Như vậy $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

Với ba điểm O, A, B bất kì ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$.

Nhận xét: Công thức trên cho ta cách biểu thị một vecto thành hiệu hai vecto có cùng điểm đầu. Ta cũng gọi công thức trên là quy tắc trừ.

III. TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG, TRỌNG TÂM CỦA TAM GIÁC

I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

G là trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1. Tìm tổng, hiệu của hai hay nhiều vecto

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

Câu 1. Cho các điểm E, F, G, H, K . Thực hiện các phép cộng vecto:

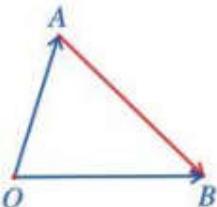
$$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FH}; \overrightarrow{FK} + \overrightarrow{KG}; \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HE}$$

Câu 2. Cho tứ giác $ABCD$. Thực hiện các phép cộng vecto sau:

- a) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}) + \overrightarrow{BC}$,
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$.

Câu 3. Cho các điểm M, N, P, Q . Thực hiện các phép trừ vecto sau: $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}; \overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PQ}$.

Câu 4. Cho ba điểm A, B, O .



Vecto $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$ là vecto nào?

Câu 5. Cho bốn điểm bất kì A, B, C, D . Chứng minh

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} = \vec{0}.$$

Câu 6. Cho hình vuông $ABCD$ với cạnh có độ dài bằng 1. Tính độ dài của các vecto $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD}$.

Câu 7. Cho hình bình hành $ABCD$. Hãy tìm điểm M để $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Tìm mối quan hệ giữa hai vecto \overrightarrow{CD} và \overrightarrow{CM} .

Câu 8. Cho tứ giác $ABCD$, thực hiện cả phép cộng và trừ vecto sau:

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$
- b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$
- c) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$

Câu 9. Cho tứ giác $ABCD$, tìm các vecto sau:

- a) $\vec{m} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{BC}$
- b) $\vec{n} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC}$
- c) $\vec{m} - \vec{n}$.

Câu 10. Cho tam giác MNQ , thực hiện các phép trừ vecto sau:

- a) $\overrightarrow{QM} - \overrightarrow{QN}$
- b) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QN}$.

Câu 11. Cho hình bình hành $ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}|$;
- b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB}$
- c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$.

Câu 12. Cho đường tròn tâm O . Giả sử A, B là hai điểm nằm trên đường tròn. Tìm điều kiện cần và đủ để hai vecto \overrightarrow{OA} và \overrightarrow{OB} đối nhau.

Câu 13. Cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo, E là trung điểm của AD, G là giao điểm của BE và AC . Tính:

- a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD}$.

BÀI TẬP BỎ SUNG

Câu 14. Cho hai véc-tor \vec{a} và \vec{b} sao cho $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$.

- a) Dựng $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Chứng minh rằng O là trung điểm của AB .
- b) Dựng $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$. Chứng minh rằng $B \equiv O$.

Câu 15. Cho hình bình hành $ABCD$. Hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Xác định tổng của hai véc-tor \overrightarrow{NC} và \overrightarrow{MC} , \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{AD} và \overrightarrow{NC} , \overrightarrow{AM} và \overrightarrow{AN} .

Câu 16. Cho tam giác ABC . Các điểm M , N và P lần lượt là trung điểm của AB , AC và BC . Xác định hiệu $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}$; $\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP}$.

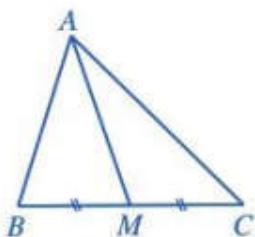
Dạng 2. Chứng minh một đẳng thức vecto

Phương pháp:

- Biến đổi từ biểu thức về này sang về kia.
- Chứng minh hai biểu thức vecto cùng bằng một vecto trung gian
- Chứng minh hai biểu thức vecto cùng bằng một biểu thức vecto trung gian bằng cách sử dụng quy tắc trừ với điểm đầu là điểm O bất kì.

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

Câu 17. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM



Chứng minh $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AM}$.

Câu 18. Cho hình bình hành $ABCD$ và một điểm O bất kì. Chứng minh rằng $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$.

Câu 19. a) Chứng minh rằng nếu I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

b) Chứng minh rằng nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Câu 20. Cho $ABCD$ là hình bình hành. Chứng minh $\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}$ với mỗi điểm M trong mặt phẳng.

Câu 21. Cho bốn điểm A, B, C, D . Chứng minh $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 22. Cho tứ giác $ABCD, O$ là trung điểm của AB . Chứng minh: $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

Câu 23. Cho bốn điểm A, B, C, D . Chứng minh

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}.$$

Câu 24. Cho bốn điểm A, B, C, D . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD}$

Câu 25. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Chứng minh $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}|$.

Câu 26. Cho hai vecto \vec{a} và \vec{b} không cùng phương. Chứng minh rằng

$$|\vec{a}| - |\vec{b}| < |\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a}| + |\vec{b}|.$$

Câu 27. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . M là một điểm tuỳ ý thuộc cạnh BC , khác B và C . MO cắt cạnh AD tại N .

a) Chứng minh rằng O là trung điểm MN .

b) Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Chứng minh rằng G cũng là trọng tâm tam giác MNC .

Câu 28. Cho tứ giác $ABCD$.

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

b) Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 29. Cho tứ giác $ABCD$ có I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD và O là trung điểm của IJ .

Chứng minh $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Câu 30. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm hai đường chéo và một điểm M tùy ý. Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$

Câu 31. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm hai đường chéo. Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$

b) $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$

Câu 32. Cho hình thoi $ABCD$ và M là trung điểm cạnh AB, N là trung điểm cạnh CD . Chứng minh rằng:

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 33. Chứng minh rằng với tứ giác $ABCD$ bất kì, ta luôn có:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$.

Câu 34. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$;

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}$;

c) $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$;

d) $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Câu 35. Cho bốn điểm A, B, C, D . Chứng minh:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

Câu 36. Cho năm điểm A, B, C, D, E . Chứng minh $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$.

Câu 37. Cho tam giác ABC . Gọi G là trọng tâm của tam giác. M, N, P là ba điểm bất kì. Chứng minh $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GP} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP}$.

Câu 38. Cho sáu điểm A, B, C, D, E, F .

Chứng minh $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{FA}$.

Câu 39. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{NB}$.

Câu 40. Cho hai vectơ \vec{a}, \vec{b} khác $\vec{0}$. Chứng minh rằng nếu hai vectơ cùng hướng thì $|\vec{a}| + |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$.

Câu 41. Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trọng tâm là G . Chứng minh $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$.

Câu 42. Cho tam giác nhọn ABC có các cạnh đôi một khác nhau. Gọi H, O lần lượt là trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác, D là điểm đối xứng với H qua O . Chứng minh $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD}$.

BÀI TẬP BỔ SUNG

Câu 43. Chứng minh rằng điểm I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

Câu 44. Cho tam giác ABC . Các điểm M, N và P lần lượt là trung điểm của AB, AC và BC . Chứng minh rằng với điểm O bất kì ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$.

Câu 45. Gọi O là tâm của tam giác đều ABC . Chứng minh rằng $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.

Câu 46. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng a) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì.

Câu 47. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O , M là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Chứng minh rằng
a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Câu 48. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là một điểm bất kì trên đường chéo AC . Qua O kẻ các đường thẳng song song với các cạnh của hình bình hành. Các đường thẳng này cắt AB và DC lần lượt tại M và N , cắt AD và BC lần lượt tại E và F . Chứng minh

a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.

b) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{FN}$

Câu 49. Cho năm điểm A, B, C, D, E . Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$.

b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 50. Cho ngũ giác đều $ABCDE$ tâm O . Chứng minh rằng $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$.

Câu 51. Cho các điểm A, B, C, D, E, F . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$.

Câu 52. Cho lục giác đều $ABCDEF$ nội tiếp đường tròn tâm O , và M là một điểm bất kì. Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$.

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF}$.

Dạng 3. Tính độ dài của một vecto tổng; vecto hiệu

Phương pháp:

- Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác để tính độ dài.
- Sử dụng tính chất của các tam giác đặc biệt: tam giác đều, tam giác cân, tam giác vuông, tam giác vuông cân.
- Sử dụng tính chất của tứ giác đặc biệt: hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, hình bình hành,...

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

Câu 53. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Tính độ dài của các vecto $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Câu 54. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O , độ dài các cạnh bằng 1.

a) Chứng minh rằng

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}.$$

b) Tính độ dài của các vecto $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OE}, \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$.

Câu 55. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a . Tính độ dài các vecto:

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}$

Câu 56. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và ba điểm G, H, K thỏa mãn

$$\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KC} = \vec{0}; \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}; \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$$

Tính độ dài các vecto $\overrightarrow{KA}, \overrightarrow{GH}, \overrightarrow{AG}$

Câu 57. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1. Tính độ dài của các vecto sau:

a) $\vec{a} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) + \overrightarrow{CB}$

b) $\vec{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$.

Câu 58. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 1 và M là trung điểm BC . Tính độ dài của các vecto sau:

a) $\vec{a} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

b) $\vec{b} = (\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA}) + (\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA})$.

Câu 59. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a . Tính độ dài của các vecto $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.

Câu 60. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và có cạnh bằng a . Cho 2 điểm M, N thoả mãn:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}; \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$$

Tìm độ dài các vecto $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{NO}$.

Câu 61. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Tính độ dài của các vecto sau:

a) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$;

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

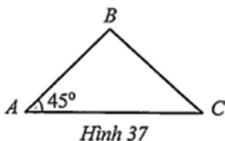
c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ với O là giao điểm của AC và BD .

Câu 62. Cho ABC là tam giác đều cạnh a . Tính:

a) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$,

b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$

Câu 63. Cho tam giác ABC có $AB = 2a, AC = 3a, \widehat{BAC} = 45^\circ$ (Hình 37). Tính:



Hình 37

a) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$

b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

Câu 64. Cho tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật. Chứng minh $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}|$.

Câu 65. Cho tam giác ABC vuông tại $A, AB = 4a, AC = 5a$. Tính:

a) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$;

b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

Câu 66. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Tính:

a) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}|$

b) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$;

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$

Câu 67. Cho tam giác ABC thoả mãn $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$. Chứng minh tam giác ABC vuông tại A .

Câu 68. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

BÀI TẬP BỔ SUNG

Câu 69. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ và $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$.

Câu 70. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM . Trên cạnh $AC = b$ lấy hai điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$, BE cắt trung tuyến AM tại N . Tính độ dài vecto $\vec{u} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MN}$

Câu 71. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 30^\circ$ và $BC = a\sqrt{5}$. Tính độ dài của các vecto $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Câu 72. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh b . Tính $|\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB}|, |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|, |\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}|$

Câu 73. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a có O là giao điểm của hai đường chéo. Hãy tính $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}|, |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}|$ và $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}|$

Câu 74. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a có tâm O . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Hãy tính độ dài của các vec tơ sau $\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{MN}$.

- Câu 75.** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a có tâm O và M là trung điểm của AB . Tính độ dài của các vecto $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.
- Câu 76.** Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và cạnh a . M là một điểm bất kỳ
- Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}|, |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}|$
 - Tính độ dài vecto $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$
- Câu 77.** Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và cạnh a và M là một điểm bất kỳ. Tính
- Tính $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{AD}|$
 - Tính $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}|$
 - Tính $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}|$

Dạng 4. Xác định một điểm thỏa một đẳng thức vecto cho trước**BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP**

- Câu 78.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = a, AD = a\sqrt{2}$.
- Tính độ dài của vecto $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB}$.
 - Xác định điểm M sao cho $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BM}$.
- Câu 79.** Cho tam giác ABC . Gọi D, E, F theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB .
- Xác định vecto $\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE}$.
 - Xác định điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{MA}$.
 - Chứng minh rằng $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$.
- Câu 80.** Cho hai điểm A, B . Tìm tập hợp các điểm M trong mặt phẳng thỏa mãn $|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}|$.
- Câu 81.** Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp các điểm M trong mặt phẳng thỏa mãn $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AM}|$

BÀI TẬP BỎ SUNG

- Câu 82.** Cho hai điểm phân biệt A, B . Tìm điểm M thỏa mãn điều kiện sau đây:
- $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BA}$
 - $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$
 - $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$
 - $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AM}$

- Câu 83.** Cho tam giác ABC . Tìm điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

- Câu 84.** Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp các điểm m sao cho

- $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$
- $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MC}|$

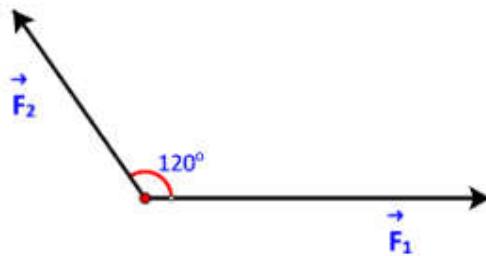
- Câu 85.** Cho 2 điểm A và B . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn điều kiện $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$

Dạng 5. Bài toán thực tế**BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP**

- Câu 86.** Một con tàu chuyền động từ bờ bên này sang bờ bên kia của một dòng sông với vận tốc riêng không đổi. Giả sử vận tốc dòng nước là không đổi và đáng kể, các yếu tố bên ngoài khác không ảnh hưởng đến vận tốc thực tế của tàu. Nếu không quan tâm đến điểm đến thì cần giữ lái cho tàu tạo với bờ sông một góc bao nhiêu để tàu sang bờ bên kia được nhanh nhất?



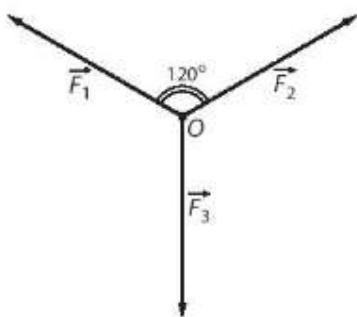
- Câu 87. Hình 4.19 biểu diễn hai lực \vec{F}_1, \vec{F}_2 cùng tác động lên một vật, cho $|\vec{F}_1| = 3N, |\vec{F}_2| = 2N$. Tính độ lớn của hợp lực $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$



- Câu 88. Hai con tàu xuất phát cùng lúc từ bờ bên này sang bờ bên kia của dòng sông với vận tốc riêng không đổi và có độ lớn bằng nhau. Hai tàu luôn được giữ lái sao cho chúng tạo với bờ cùng một góc nhọn nhưng một tàu hướng xuống hạ lưu, một tàu hướng lên thượng nguồn (hình bên). Vận tốc dòng nước là đáng kể, các yếu tố bên ngoài khác không ảnh hưởng tới vận tốc của các tàu. Hỏi tàu nào sang bờ bên kia trước.

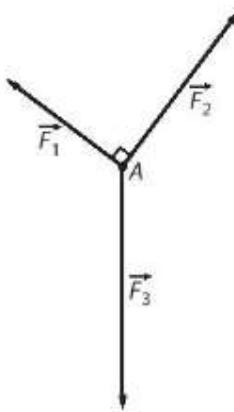


- Câu 89. Trên Hình biểu diễn ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật ở vị trí cân bằng 0. Cho biết cường độ của \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều bằng $100N$ và góc tạo bởi \vec{F}_1 và \vec{F}_2 bằng 120° .

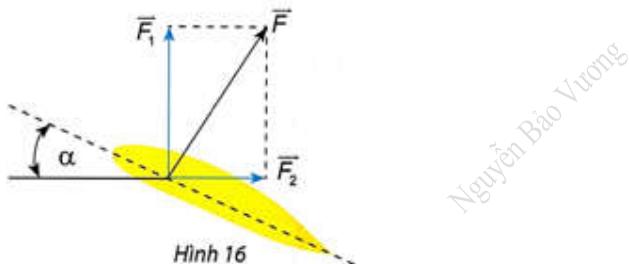


Tính cường độ của lực \vec{F}_3 .

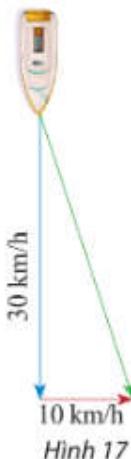
- Câu 90. Trên Hình biểu diễn ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật ở vị trí cân bằng A. Cho biết $|\vec{F}_1| = 30N, |\vec{F}_2| = 40N$. Tính cường độ của lực \vec{F}_3 .



- Câu 91.** Trên mặt phẳng, chất điểm A chịu tác dụng của ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ và ở trạng thái cân bằng. Góc giữa hai vectơ \vec{F}_1, \vec{F}_2 bằng 60° . Tính độ lớn của \vec{F}_3 , biết $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 2\sqrt{3} N$
- Câu 92.** Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$ và $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều là $10 N$ và $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Tìm độ lớn của lực \vec{F}_3 .
- Câu 93.** Khi máy bay nghiêng cánh một góc α , lực \vec{F} của không khí tác động vuông góc với cánh và bằng tổng của lực nâng \vec{F}_1 và lực cản \vec{F}_2 (Hình 16). Cho biết $\alpha = 30^\circ$ và $|\vec{F}| = a$. Tính $|\vec{F}_1|$ và $|\vec{F}_2|$ theo a .



- Câu 94.** Một con tàu có vectơ vận tốc chỉ theo hướng nam, vận tốc của dòng nước là một vectơ theo hướng đông như hình 17. Tính độ dài vectơ tổng của hai vectơ nói trên.



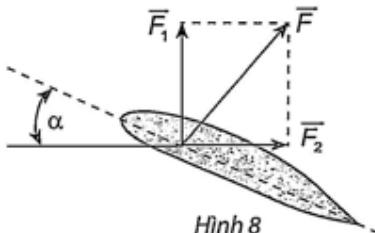
- Câu 95.** Một máy bay có vectơ vận tốc chỉ theo hướng bắc, vận tốc gió là một vectơ theo hướng đông như Hình 7. Tính độ dài vectơ tổng của hai vectơ nói trên.



Hình 7

Câu 96. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$ và $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết độ lớn của \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều là 100 N và $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Tính độ lớn của lực \vec{F}_3 .

Câu 97. Khi máy bay nghiêng cánh một góc α , lực \vec{F} của không khí tác động vuông góc với cánh và bằng tổng của lực nâng \vec{F}_1 và lực cản \vec{F}_2 (Hình 8). Cho biết $\alpha = 45^\circ$ và $|\vec{F}| = a$. Tính $|\vec{F}_1|$ và $|\vec{F}_2|$ theo a .



Hình 8

Câu 98. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{OA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{OB}$ và $\vec{F}_3 = \overrightarrow{OC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm O và vật đứng yên. Cho biết cường độ của \vec{F}_1, \vec{F}_2 đều là 120 N và $\widehat{AOB} = 120^\circ$. Xác định cường độ và hướng của lực \vec{F}_3 .

Câu 99. Một dòng sông chảy từ phía bắc xuống phía nam với vận tốc là 10 km/h . Một chiếc ca nô chuyển động từ phía đông sang phía tây với vận tốc 40 km/h so với mặt nước. Tính vận tốc của ca nô so với bờ sông.

C. BÀI TẬP TRÁC NGHIỆM

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA, SÁCH BÀI TẬP

Câu 1. Cho ba điểm M, N, P . Vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN}$ bằng vectơ nào sau đây?

- A. \overrightarrow{PN} ;
- B. \overrightarrow{PM}
- C. \overrightarrow{MP} ;
- D. \overrightarrow{NM} .

Câu 2. Cho ba điểm D, E, G . Vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{DE} + (-\overrightarrow{DG})$ bằng vectơ nào sau đây?

- A. \overrightarrow{EG}
- B. \overrightarrow{GE} ;
- C. \overrightarrow{GD} ;
- D. \overrightarrow{ED} .

Câu 3. Cho ba điểm M, N, P phân biệt. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$
- B. $-\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$
- C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$.
- D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = -\overrightarrow{MP}$.

Câu 4. Cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$.

- B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CA}$.
D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AC}$.

Câu 5. Cho các điểm A, B, O . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$.
B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.
D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

Câu 6. Cho ba điểm A, B, M phân biệt. Điều kiện cần và đủ để M là trung điểm của đoạn thẳng AB là:

- A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.
B. $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB}|$.
C. $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ ngược hướng.
D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

Câu 7. Cho tam giác ABC . Điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC là:

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$.
B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AG}$.
C. $\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB}$.
D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

BÀI TẬP BỒ SUNG

Câu 8. Cho hình bình hành O . Kết quả nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ B. $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CB}$

Câu 9. Cho ba vectơ \vec{a}, \vec{b} và \vec{c} khác vectơ-không. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$. B. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.
C. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$. D. $\vec{0} + \vec{a} = \vec{0}$.

Câu 10. Cho hình bình hành $ABCD$. Vectơ tổng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

- A. \overrightarrow{CA} . B. \overrightarrow{BD} . C. \overrightarrow{AC} . D. \overrightarrow{DB} .

Câu 11. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.
C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA}$.

Câu 12. Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Vectơ tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ bằng

- A. $\vec{0}$. B. \overrightarrow{AC} . C. \overrightarrow{BD} . D. \overrightarrow{BA} .

Câu 13. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Vectơ tổng $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng

- A. \overrightarrow{BP} . B. \overrightarrow{MN} . C. \overrightarrow{CP} . D. \overrightarrow{PA} .

Câu 14. Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.
C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.

Câu 15. Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$. B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{DI}$.
C. $\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IA}$.

- Câu 16.** Cho các điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Xác định vecto tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.
- A. \overrightarrow{MP} . B. \overrightarrow{MN} . C. \overrightarrow{MQ} . D. \overrightarrow{MR} .
- Câu 17.** Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.
- C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$.
- Câu 18.** Cho tam giác ABC và M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.
- C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$.
- Câu 19.** Cho hình vuông $ABCD$, tâm O. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CA}$.
- C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$. D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.
- Câu 20.** Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \vec{0}$.
- C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$.
- Câu 21.** Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?
- A. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.
- C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$.
- Câu 22.** Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.
- A. \overrightarrow{BC} . B. \overrightarrow{DA} . C. $\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$. D. \overrightarrow{AB} .
- Câu 23.** Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vecto $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vecto nào?
- A. \overrightarrow{BA} . B. \overrightarrow{BC} . C. \overrightarrow{DC} . D. \overrightarrow{AC} .
- Câu 24.** Chọn khẳng định sai:
- A. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
- B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}$.
- C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
- D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.
- Câu 25.** Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, D. Đẳng thức nào sau đây là đúng:
- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CO}$. B. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.
- C. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$. D. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.
- Câu 26.** Chỉ ra vecto tổng $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{RN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QR}$ trong các vecto sau
- A. \overrightarrow{MR} . B. \overrightarrow{MQ} . C. \overrightarrow{MP} . D. \overrightarrow{MN} .
- Câu 27.** Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$. B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$.
- C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.
- Câu 28.** Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vecto $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$ là:
- A. $\vec{u} = \vec{0}$. B. $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. C. $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.
- Câu 29.** Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vecto $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$ bằng:
- A. $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$. B. $\vec{u} = \vec{0}$. C. $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$. D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.
- Câu 30.** Cho 4 điểm A, B, C, D. Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
- C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CB}$.
- Câu 31.** Cho hình bình hành ABCD tâm O. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Câu 32. Cho Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{EO} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{OC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

Câu 33. Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 34. Cho ΔABC , vẽ bên ngoài tam giác các hình bình hành $ABEF, ACPQ, BCMN$. Xét các mệnh đề:

(I) $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{MP}$

(II) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{QP} = -\overrightarrow{MN}$

(III) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{MC}$

Mệnh đề đúng là :

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (III).

C. (I) và (II).

D. Chỉ (II).

Câu 35. Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$.

D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Câu 36. Cho hình bình hành $ABCD$, đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 37. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$.

C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 38. Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.

B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

Câu 39. Cho 3 điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 40. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}$ bằng

A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$.

B. \overrightarrow{AB} .

C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$.

D. \overrightarrow{CD} .

Câu 41. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 42. Cho hình bình hành $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn BC và AD . Tính tổng $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC}$.

A. $\overrightarrow{AC}..$

B. $\overrightarrow{NM}..$

C. $\overrightarrow{CA}..$

D. $\overrightarrow{MN}..$

Câu 43. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Tổng véc to: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$ bằng

A. $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DB}$. B. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DF}$.

C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EB}$. D. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DF}$.

Câu 44. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây *sai*?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EC}$.

Câu 45. Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 46. Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Trên cạnh AC lấy điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$, BE cắt AM tại N . Chọn mệnh đề đúng:

A. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NM} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NE} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{NF} = \overrightarrow{EF}$.

Câu 47. Cho tam giác ABC . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Hết thúc nào là đúng?

A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

Câu 48. Cho hình lục giác đều $ABCDEF$, tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} = 6|\overrightarrow{AB}|$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Câu 49. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm BC , G_1 là điểm đối xứng của G qua M . Vectơ tổng $\overrightarrow{G_1B} + \overrightarrow{G_1C}$ bằng

A. \overrightarrow{GA} . B. \overrightarrow{BC} . C. $\overrightarrow{G_1A}$. D. $\overrightarrow{G_1M}$.

Câu 50. Xét tam giác ABC có trọng tâm G và tâm đường tròn ngoại tiếp O thỏa mãn $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

1) $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$;

2) Tam giác ABC là tam giác vuông cân;

3) Tam giác ABC là tam giác đều;

4) Tam giác ABC là tam giác cân.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 51. Xét tam giác ABC nội tiếp có O là tâm đường tròn ngoại tiếp, H là trực tâm. Gọi D là điểm đối xứng của A qua O . Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

1) $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD}$;

2) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{HA}$;

3) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HH_1}$, với H_1 là điểm đối xứng của H qua O ;

4) Nếu $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$ thì tam giác ABC là tam giác đều.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 52. Cho hình bình hành $ABCD$. Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Tìm đẳng thức sai:

A. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{NC}$

D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DB}$

Câu 53. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F bất kì trên mặt phẳng. Tìm đẳng thức sai trong các đẳng thức sau:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CF}$ D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$

Câu 54. Cho ΔABC , các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC . Với O là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2(\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP})$ B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$

C. $2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ D. $2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = 3(\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP})$

Câu 55. Cho 4 điểm M, N, P, Q bất kì. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng.

A. $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{MN}$ B. $\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MQ}$

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MQ}$ D. $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MQ}$

Câu 56. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F phân biệt. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \vec{0}$

C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$ D. $\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CF}$

Câu 57. Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là A_1, A_2, \dots, A_n . Bạn Bình kí hiệu chúng là B_1, B_2, \dots, B_n ($A_1 \neq B_n$). Vectơ tổng $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{A_1A_n}$.

C. $\overrightarrow{B_1B_n}$.

D. $\overrightarrow{A_1B_n}$.

Câu 58. Cho hai điểm A, B phân biệt. Xác định điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

A. M ở vị trí bất kì

B. M là trung điểm của AB

C. Không tìm được M

D. M nằm trên đường trung trực của AB

Câu 59. Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB . B. M trùng A .

C. M trùng B . D. A là trung điểm MB .

Câu 60. Cho ΔABC , B . Tìm điểm I để \overrightarrow{IA} và \overrightarrow{CB} cùng phương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. I là trung điểm AB . B. I thuộc đường trung trực của AB .

C. Không có điểm I . D. Có vô số điểm I .

Câu 61. Cho 2 điểm phân biệt A, B . Tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB . B. M thuộc đường trung trực của AB .

C. Không có điểm M . D. Có vô số điểm M .

Câu 62. Cho tam giác ABC , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB . B. M là trọng tâm ΔABC .

C. M trùng B . D. A là trung điểm MB .

Câu 63. Cho tứ giác $ABCD$, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng D . B. M trùng A .

C. M trùng B . D. M trùng C .

Câu 64. Cho $ABCD$ là hình bình hành, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng D . B. M trùng A .

C. M trùng B . D. M trùng C .

Câu 65. Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng O . B. M trùng A .

C. M trùng B . D. M trùng C .

Câu 66. Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng D . B. M trùng A .

C. M trùng B . D. M trùng C .

Câu 67. Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng O . B. M trùng A .

C. M trùng B . D. M trùng C .

Câu 68. Cho tứ giác $PQRN$ có O là giao điểm 2 đường chéo, M là điểm thỏa $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{ON}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng P . B. M trùng Q .

C. M trùng O . D. M trùng R .

Câu 69. Cho ΔABC , tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB . B. M là trung điểm BC .

C. M là trung điểm CA . D. M là trọng tâm ΔABC .

Câu 70. Cho ΔDEF , tìm M thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{ED}$. B. $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}$. C. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{DF}$. D. $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.

Câu 71. Cho ΔDEF , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EF}$. B. $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{EM}$. C. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{EM}$. D. $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.

Câu 72. Cho ΔABC có O là trung điểm BC , tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng A . B. M trùng B .

C. M trùng O . D. M trùng C .

Câu 73. Cho ΔABC , tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB . B. M là trung điểm BC .

C. M là trung điểm CA . D. M là trọng tâm ΔABC .

Câu 74. Cho ΔABC , điểm M thỏa $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng A . B. M trùng B .

C. $ACMB$ là hình bình hành. D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.

Câu 75. Cho ΔABC , D là trung điểm AB , E là trung điểm BC , điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CM}$. B. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{ED}$.

C. M là trung điểm BC . D. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 76. Cho tứ giác $ABCD$, điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB . B. M là trung điểm BC .

C. D là trung điểm BM . D. M là trung điểm DC .

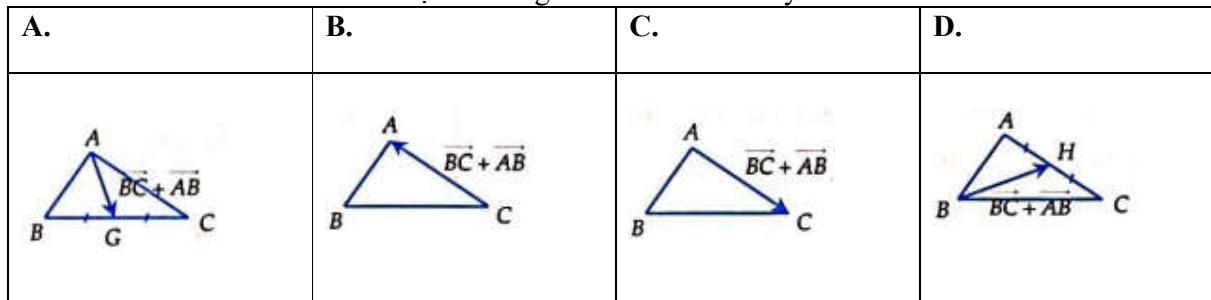
Câu 77. Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vị trí điểm N thỏa mãn:

$\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} - \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}$.

- A. Điểm N là trung điểm cạnh AB
C. Điểm C là trung điểm cạnh AM
- B. Điểm C là trung điểm cạnh BN
D. Điểm B là trung điểm cạnh NC
- Câu 78.** Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vị trí điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AD}$.
- A. Điểm M là trung điểm cạnh AC
C. Điểm C là trung điểm cạnh AM
- B. Điểm M là trung điểm cạnh BD
D. Điểm B là trung điểm cạnh MC
- Câu 79.** Trên đường tròn $C(O; R)$ lấy điểm cố định A ; B là điểm di động trên đường tròn đó. Gọi M là điểm di động sao cho $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$. Khi đó tập hợp điểm M là:
- A. đường tròn tâm O bán kính $2R$
C. đường thẳng song song với OA
- B. đường tròn tâm A bán kính R
D. đường tròn tâm C bán kính $R\sqrt{3}$
- Câu 80.** Cho ΔABC . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC}|$ là:
- A. một đường tròn tâm C
C. một đường thẳng song song với AB
- B. đường tròn tâm I (I là trung điểm của AB)
D. là đường thẳng trung trực của BC
- Câu 81.** Cho ΔABC . Vecto $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$ được vẽ đúng ở hình nào sau đây?
- A.
B.
- C.
- D.

- Câu 82.** Cho tam giác ΔABC vuông tại A có $AB = 3cm$, $BC = 5cm$. Khi đó độ dài $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}|$ là:
- A. 4
B. 8
C. $2\sqrt{13}$
D. $\sqrt{13}$
- Câu 83.** Cho hình thang cân $ABCD$, có đáy nhỏ và đường cao cùng bằng $2a$ và $\widehat{ABC} = 45^\circ$. Tính $|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}|$.
- A. $a\sqrt{3}$
B. $2a\sqrt{5}$
C. $a\sqrt{5}$
D. $a\sqrt{2}$
- Câu 84.** Cho 2 vecto \vec{a} và \vec{b} tạo với nhau góc 60° . Biết $|\vec{a}| = 6$; $|\vec{b}| = 3$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{b}|$
- A. $3(\sqrt{7} + \sqrt{5})$
B. $3(\sqrt{7} + \sqrt{3})$
C. $6(\sqrt{5} + 3)$
D. $\frac{1}{2}(2\sqrt{3} + \sqrt{51})$
- Câu 85.** Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Cho $AB = 2a$, $CD = a$. Gọi O là trung điểm của AD . Khi đó:
- A. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 3a$
B. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$
C. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{3a}{2}$
D. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 0$

- Câu 86.** Cho ΔABC . Vecto $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$ được vẽ đúng ở hình nào dưới đây?



- Câu 87.** Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và cạnh là a . Tính độ dài $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

A. $a\sqrt{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $a\sqrt{2}$

D. $2a$

Câu 88. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là a . O là giao điểm của hai đường chéo. Tính $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}|$.

A. $a\sqrt{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

D. $a\sqrt{2}$

Câu 89. Với \vec{a}, \vec{b} độ dài $|\vec{a} + \vec{b}|$:

A. Bao giờ cũng lớn hơn $|\vec{a}| + |\vec{b}|$

B. Không nhỏ hơn $|\vec{a}| + |\vec{b}|$

C. Bao giờ cũng nhỏ hơn $|\vec{a}| + |\vec{b}|$

D. Không lớn hơn $|\vec{a}| + |\vec{b}|$

Câu 90. Cho ΔABC đều cạnh a . Khi đó $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AC}|$ bằng:

A. 0

B. $3a$

C. a

D. $a(\sqrt{3}-1)$

Câu 91. Cho tam giác ABC đều cạnh a , trọng tâm G . Tính độ dài vecto $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$.

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a}{3}$

C. $\frac{2a}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 92. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là 3. Tính độ dài $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$:

A. 6

B. $6\sqrt{2}$

C. 12

D. 0

Câu 93. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O và M là trung điểm AB . Tính độ dài $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}|$.

A. a

B. $3a$

C. $\frac{a}{2}$

D. $2a$

Câu 94. Cho ΔABC vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2}$, M là trung điểm BC . Tính độ dài vecto $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}|$.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

Câu 95. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 3. H là trung điểm của BC . Tìm mệnh đề sai.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{3}$

B. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BH}| = \frac{\sqrt{63}}{2}$

C. $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = 3$

D. $|\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB}| = \sqrt{3}$

Câu 96. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Độ dài $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$ bằng

A. $2a$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $a\sqrt{2}$

Câu 97. Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|\overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{BC}$.

B. $|\overrightarrow{AC}| = a$.

C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$.

D. $|\overrightarrow{AB}| = a$.

Câu 98. Cho \overrightarrow{AB} khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$?

A. Vô số.

B. 1 điểm.

C. 2 điểm.

D. Không có điểm nào.

Câu 99. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây:

A. $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vecto.

B. $\vec{0}$ cùng phương với mọi vecto.

C. $|\overrightarrow{AA}| = |\vec{0}|$.

D. $|\overrightarrow{AB}| > 0$.

Câu 100. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I ; G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}| = |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}|$.

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = 3|\overrightarrow{AG}|$.

C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$.

D. $|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}| = \vec{0}$.

Câu 101. Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

- A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$. B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$.
 C. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$. D. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

Câu 102. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$. D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

Câu 103. Có hai lực \vec{F}_1 , \vec{F}_2 cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực \vec{F}_1 , \vec{F}_2 đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

- A. 100 (N). B. $50\sqrt{3}$ (N).
 C. $100\sqrt{3}$ (N). D. Đáp án khác.

Câu 104. Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. B. $ABCD$ là hình thoi.
 C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$. D. $ABCD$ là hình thang cân.

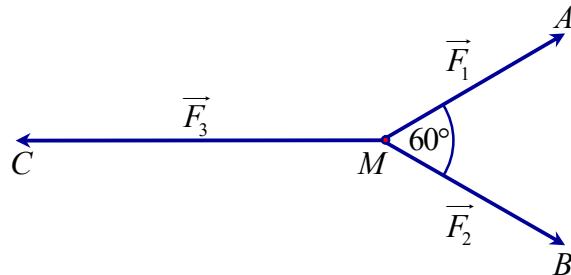
Câu 105. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$. B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$. D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Câu 106. Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $2a$. C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 107. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của \vec{F}_1 , \vec{F}_2 đều bằng $25N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của \vec{F}_3 là



- A. $25\sqrt{3}$ N. B. $50\sqrt{3}$ N. C. $50\sqrt{2}$ N. D. $100\sqrt{3}$ N.

Câu 108. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC . Tìm khẳng định sai.

- A. $|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IA}| = IA$. B. $|\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}| = BC$.
 C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2AI$. D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 3GA$.

Câu 109. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$. B. $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA}|$.
 C. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$. D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Câu 110. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

- A. $4a\sqrt{2}$. B. $4a$. C. $2a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Câu 111. Cho tam giác ABC đều, cạnh $2a$, trọng tâm G . Độ dài vecto $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}$ là

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 112. Tam giác ABC thỏa mãn: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ thì tam giác ABC là

- A. Tam giác vuông A . B. Tam giác vuông C .
C. Tam giác vuông B . D. Tam giác cân tại C .

Câu 113. Cho hai lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực \vec{F}_1 , \vec{F}_2 lần lượt là $300(N)$ và $400(N)$. $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

- A. $0(N)$. B. $700(N)$. C. $100(N)$. D. $500(N)$.

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ↗ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Bảo Vương** ↗ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: Nhóm **Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ↗ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: **Nguyễn Bảo Vương**

↗ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUbT3nwJfA?view_as=subscriber

↗ **Tải nhiều tài liệu hơn tại:** <https://www.nbv.edu.vn/>