

ÔN TẬP CHƯƠNG II. BPT - HỆ BPT BẬC NHẤT HAI ẨN

- | FanPage: Nguyễn Bảo Vương

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $x + y > 3$
- B. $x^2 + y^2 \leq 4$
- C. $(x - y)(3x + y) \geq 1$
- D. $y^3 - 2 \leq 0$

Lời giải

Đáp án A: $x + y > 3$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn x và y có $a = 1, b = 1, c = 3$

Đáp án B: $x^2 + y^2 \leq 4$ không là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì có x^2, y^2

Đáp án C: $(x - y)(3x + y) \geq 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 2xy - y^2 \geq 1$ không là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì có x^2, y^2

Đáp án D: $y^3 - 2 \leq 0$ không là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì có y^3 .

Chọn A

Câu 2. Cho bất phương trình $2x + y > 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

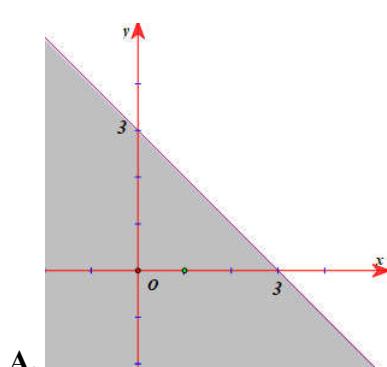
- A. Bất phương trình đã cho có nghiệm duy nhất
- B. Bất phương trình đã cho vô nghiệm
- C. Bất phương trình đã cho có vô số nghiệm
- D. Bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $[3; +\infty)$

Lời giải

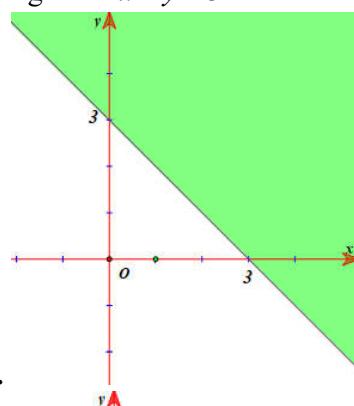
Bất phương trình $2x + y > 3$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn và có vô số nghiệm.

Chọn C

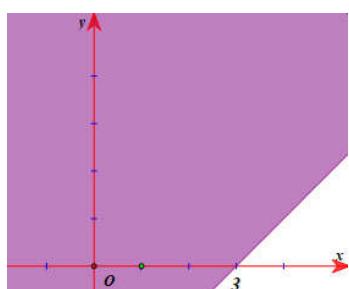
Câu 3. Hình nào sau đây biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $x - y < 3$?



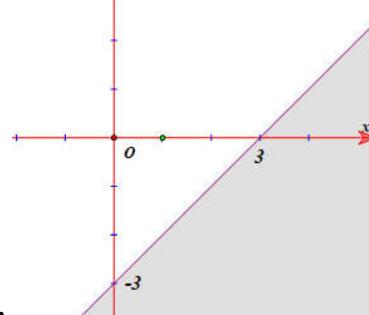
A.



B.



C.



Lời giải

Xét đường thẳng $x - y = 3$:

Cho $x = 0 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow$ Đường thẳng đi qua $A(0; -3)$

\Rightarrow Loại đáp án A và B vì hai đường thẳng trong hình không đi qua A.

Thay tọa độ O vào biểu thức $x - y$ ta được: $x - y = 0 - 0 = 0 < 3$

\Rightarrow Điểm O thỏa mãn bất phương trình.

\Rightarrow Điểm O thuộc miền biến diễn của bất phương trình $x - y < 3$

Chọn D vì điểm O nằm ở phần không bị gạch chéo.

Câu 4. Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} x - y < 0 \\ 2y \geq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 3x + y^3 < 0 \\ x + y > 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + 2y < 0 \\ y^2 + 3 < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} -x^3 + y < 4 \\ x + 2y < 1 \end{cases}$

Lời giải

Ta thấy hệ $\begin{cases} x - y < 0 \\ 2y \geq 0 \end{cases}$ là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn với các bất phương trình bậc nhất hai ẩn là $x - y < 0; 2y \geq 0$.

Đáp án B loại vì $3x + y^3 < 0$ không là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Đáp án C loại vì $y^2 + 3 < 0$ không là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Đáp án D loại vì $-x^3 + y < 4$ không là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 5. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y < -3 \\ 2y \geq -4 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ đã cho?

A. (0;0)

B. (-2;1)

C. (3;-1)

D. (-3;1)

Lời giải

Thay tọa độ điểm (0;0) vào ta được: $\begin{cases} 0 - 0 < -3(ktm) \\ 2.0 \geq -4(tm) \end{cases}$

\Rightarrow Loại A

Thay tọa độ điểm (-2;1) vào ta được: $\begin{cases} -2 - 1 < -3(ktm) \\ 2.1 \geq -4(tm) \end{cases}$

\Rightarrow Loại

B.

Thay tọa độ điểm (3;-1) vào ta được: $\begin{cases} 3 - (-1) < -3(ktm) \\ 2.(-1) \geq -4(tm) \end{cases}$

Loại C

Thay tọa độ điểm (-3;1) vào ta được: $\begin{cases} -3 - 1 < -3(tm) \\ 2.1 \geq -4(tm) \end{cases}$

Chọn D

Câu 6. Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x^2 + 3y > 4$

B. $xy + x < 5$.

C. $3^2x + 4^3y \geq 6$.

D. $x + y^3 \leq 3$.

Lời giải

Chọn C

Câu 7. Trong các hệ bất phương trình sau, hệ bất phương trình nào là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} 2x + 3y > 4 \\ 2^3x + 3y^2 < 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + y > 4 \\ 2^3x + 3^2y < 1 \\ x - y \leq 3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x > 3 \\ y < 2 \\ x + y \geq y^2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x - y \leq 3 \\ y < 1 \\ x + y \geq x + xy. \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Câu 8. Điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + 5y \leq 10$?

A. (5; 2).

B. (-1; 4).

C. (2; 1).

D. (-5; 6).

Lời giải

Chọn C

Câu 9. Điểm nào dưới đây không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x - 3y > 13$?

A. (1; -5).

B. (2; -4).

C. (3; -3).

D. (8; 1).

Lời giải

Chọn D

Câu 10. Cho bất phương trình $x + 2y \leq 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ $d : x + 2y = 3$ chứa gốc toạ độ.

B. Miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ $d : x + 2y = 3$ không chứa gốc toạ độ.

C. Miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ $d : x + 2y = -3$ chứa gốc toạ độ.

D. Miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ $d : x + 2y = -3$ không chứa gốc toạ độ.

Lời giải

Chọn A

Câu 11. Cặp số nào dưới đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x - 2y \geq 4 ? \\ x > 0 \end{cases}$

A. (-1; 2)

B. (-2; -4).

C. (0; 1).

D. (2; -4).

Lời giải

Chọn D

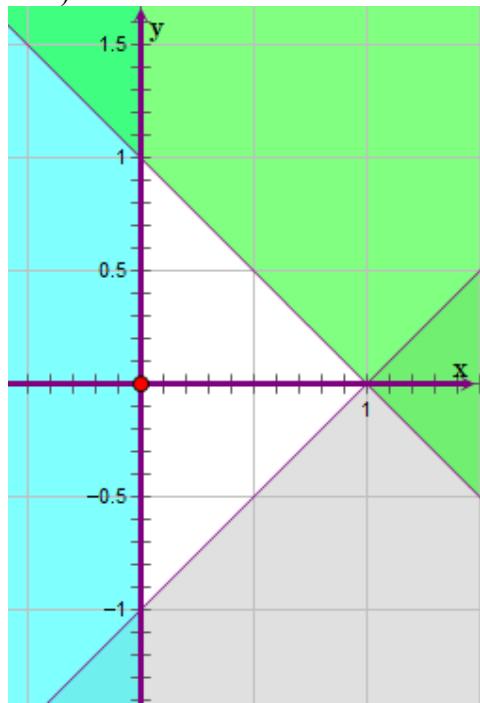
- Câu 12.** Điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -x + y \leq 2 \\ x - 2y \geq 1 ? \\ y \leq 0 \end{cases}$

- A. $(-3; 2)$.
- B. $(0; 1)$
- C. $(4; -1)$.
- D. $(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 13.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình nào dưới đây là miền tam giác ABC (miền không bị tô màu)?



- A. $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x - y \geq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x - y \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x - y \geq -1 \\ x + y \geq -1 \\ x \geq 0 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} x - y \geq -1 \\ x + y \geq -1 \\ y \geq 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Câu 14. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x \geq -1 \\ x + y \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ là

- A. Một nửa mặt phẳng.
B. Miền tam giác.
C. Miền tứ giác.
D. Miền ngũ giác.

Lời giải

Chọn B

Câu 15. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ -3 \leq y \leq 3 \\ -3 \leq x \leq 3 \end{cases}$ là

- A. Miền lục giác.
B. Miền tam giác.
C. Miền tứ giác.
D. Miền ngũ giác.

Lời giải

Chọn D

Câu 16. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y \leq 10 \\ -3 \leq y \leq 3 \\ -3 \leq x \leq 3 \end{cases}$ là

- A. Miền lục giác.
B. Miền tam giác.
C. Miền tứ giác.
D. Miền ngũ giác.

Lời giải

Chọn C

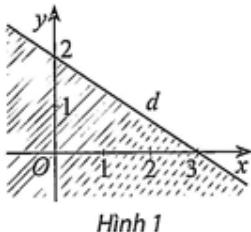
Câu 17. Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $2x - 3y - 2022 \leq 0$
B. $5x + y \geq 2x + 11$
C. $x + 2025 > 0$;
D. $\frac{x}{y} + 1 > 0$.

Lời giải

Chọn D

Câu 18. Miền không gạch chéo (không kề bờ d) trong Hình 1 là miền nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình dưới đây?



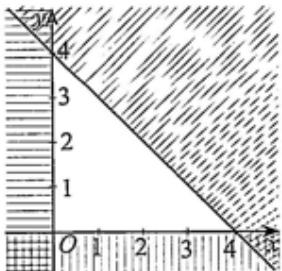
Hình 1

- A. $2x + 3y < 6$;
B. $2x + 3y > 6$;
C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} > 0$
D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} < 1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 19. Miền tam giác không gạch chéo trong Hình 2 là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình dưới đây?



Hình 2

A. $\begin{cases} x + y = 4 \\ x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + y = 4 \\ x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$

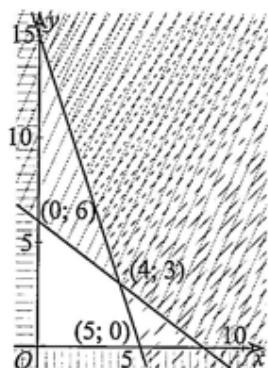
C. $\begin{cases} x + y \geq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y - 4 \geq 0 \\ x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

- Câu 20.** Biểu thức $F = 2x - 8y$ đạt GTNN bằng bao nhiêu trên miền đa giác không gạch chéo trong Hình 3?



Hình 3

A. -48

B. 0.

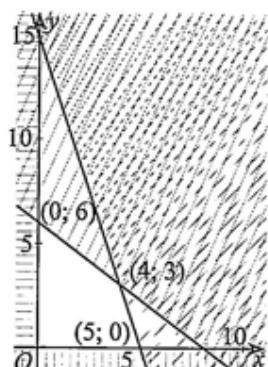
C. -160;

D. -40.

Lời giải

Chọn A

- Câu 21.** Biểu thức $F = 5x + 2y$ đạt GTLN bằng bao nhiêu trên miền đa giác không gach chéo trong Hình 3?



Hình 3

A. 30 ;

B. 12 ;

C. 25 ;

D. 26.

Lời giải

Chọn D

- Câu 22.** Cặp số nào sau đây không là nghiệm của bất phương trình $x - 2y \geq 5$?

A. (3; -1).

B. (-1; 4).

C. (2; -3).

D. (1; -2).

Lời giải

Chọn B

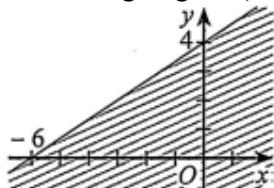
Câu 23. Cặp số nào sau đây không là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y > 4 \\ 2x + y > 6 \end{cases}$?

- A. (2; -1). B. (7; 1). C. (5; -1). D. (6; -2).

Lời giải

Chọn A

Câu 24. Phần không bị gạch (kể cả d) ở Hình 11 là miền nghiệm của bất phương trình:



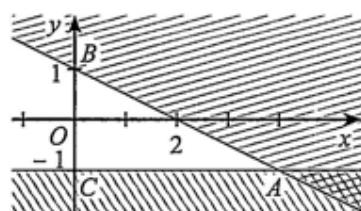
Hình 11

- A. $2x - 3y \leq -12$. B. $2x - 3y \geq -12$. C. $3x - 2y \leq 12$. D. $3x - 2y \geq 12$.

Lời giải

Chọn A

Câu 25. Phần không bị gạch (kể cả tia AB, AC) ở Hình 12 là miền nghiệm của hệ bất phương trình:



Hình 12

- A. $\begin{cases} x + 2y \geq 2 \\ y \geq -1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + 2y \leq 2 \\ y \geq -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 2x + y < 2 \\ y > -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x + y > 2 \\ y > -1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Câu 26. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = -2x + y$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x - y \geq -2 \\ x + y \leq 4 \\ x - 5y \leq -2 \end{cases}$$

là:

- A. -5 B. -7. C. 1. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Câu 27. Giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = 3x + y$ với $(x; y)$ thuộc miền nghiệm

của hệ bất phương trình $\begin{cases} x \geq -1 \\ x + y \leq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$ là

- A. -3. B. 6. C. 5. D. 8.

Lời giải

Chọn B

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = -x + 4y$ với $(x; y)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương

trình $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 2 \\ y \geq 0 \\ y \leq 3 \end{cases}$ là

- A. -2. B. 3.

- C. 11.
D. -4

Lời giải

Chọn A

Câu 29. Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 5y$ với $(x; y)$ thuộc miền

nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -2 \leq y \leq 2 \\ x + y \leq 4 \\ y - x \leq 4 \end{cases}$ là

- A. -20.
B. -4.
C. 28.
D. 16.

Lời giải

Chọn B

Câu 30. Bạn Danh để dành được 900 nghìn đồng. Trong một đợt ủng hộ trẻ em mồ côi, Danh đã lấy ra x tờ tiền loại 50 nghìn đồng, y tờ tiền loại 100 nghìn đồng để trao tặng. Một bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y là:

- A. $50x + 100y \leq 900$;
B. $50x + 100y \geq 900$
C. $100x + 50y \leq 900$;
D. $x + y = 900$.

Lời giải

Chọn A

Câu 31. Một hợp tác xã chăn nuôi dự định trộn hai loại thức ăn gia súc X và Y để tạo thành thức ăn hỗn hợp cho gia súc. Giá một bao loại X là 250 nghìn đồng, giá một bao loại Y là 200 nghìn đồng. Mỗi bao loại X chứa 2 đơn vị chất dinh dưỡng A , 2 đơn vị chất dinh dưỡng B và 2 đơn vị chất dinh dưỡng C . Mỗi bao loại Y chứa 1 đơn vị chất dinh dưỡng A , 9 đơn vị chất dinh dưỡng B và 3 đơn vị chất dinh dưỡng C . Tìm chi phí nhỏ nhất để mua hai loại thức ăn gia súc X và Y sao cho hỗn hợp thu được chứa tối thiểu 12 đơn vị chất dinh dưỡng A , 36 đơn vị chất dinh dưỡng B và 24 đơn vị chất dinh dưỡng C .

- A. 1,95 triệu đồng.
B. 4,5 triệu đồng.
C. 1,85 triệu đồng.
D. 1,7 triệu đồng.

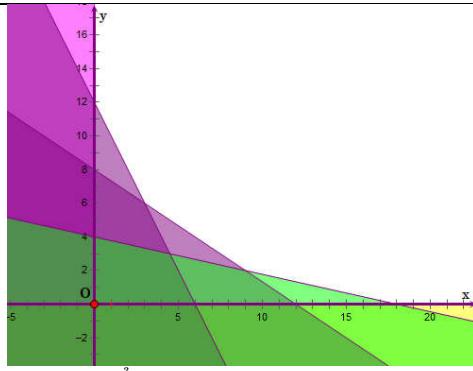
Lời giải

Chọn A

Gọi x và y tương ứng là số bao loại X và loại Y . Khi đó, theo đề bài ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \geq 12 \\ 2x + 9y \geq 36 \\ 2x + 3y \geq 24 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ là miền có các đỉnh là $A(0; 12), B(3; 6), C(9; 2), D(18; 0)$ (miền không bị gạch).



Chi phí để mua hai loại thức ăn là $F(x; y) = 250x + 200y$ (nghìn đồng).

Thay giá trị tại các đỉnh ta có $F(0; 12) = 2400, F(3; 6) = 1950, F(9; 2) = 2650, F(18; 0) = 4500$. Do đó, giá trị nhỏ nhất là $F(3; 6) = 1950$. Vậy chi phí nhỏ nhất để mua hai loại thức ăn là 1,95 triệu đồng.

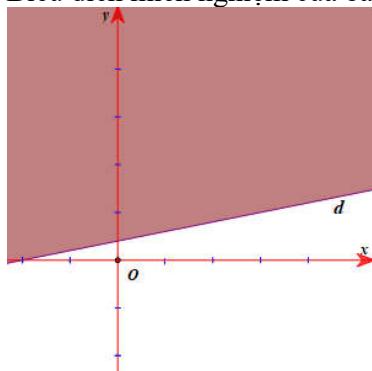
BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 32. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $\frac{x+y}{2} \geq \frac{2x-y+1}{3}$ trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

$$\begin{aligned}\frac{x+y}{2} &\geq \frac{2x-y+1}{3} \Leftrightarrow 3(x+y) \geq 2(2x-y+1) \\ &\Leftrightarrow 3x+3y \geq 4x-2y+2 \\ &\Leftrightarrow x-5y \leq -2\end{aligned}$$

Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình:



Bước 1: Vẽ đường thẳng $d : x - 5y = -2$ (nét liền)

Bước 2: Lấy điểm $O(0; 0)$ thay vào biểu thức $x - 5y$ ta được: $x - 5y = 0 - 5.0 = 0 < -2$
=> Điểm O thuộc miền biểu diễn của bất phương trình.

Vậy miền biểu diễn của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d và chừa gốc tọa độ O .

Câu 33. Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ Oxy

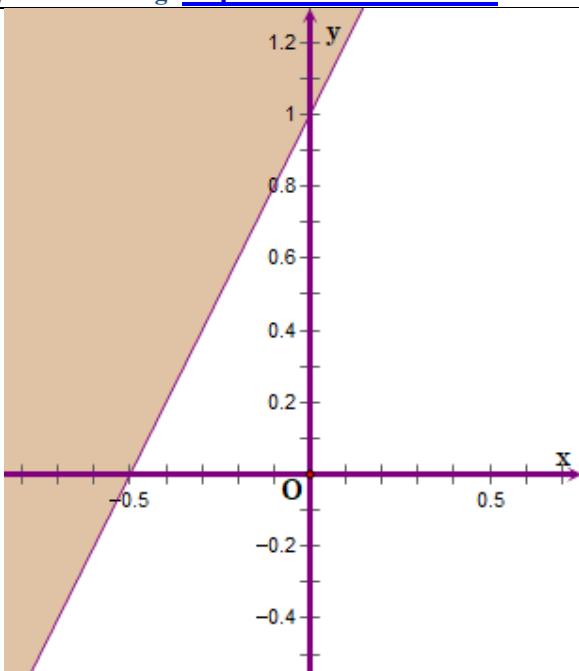
- a) $-2x + y - 1 \leq 0$
- b) $-x + 2y > 0$
- c) $x - 5y < 2$
- d) $-3x + y + 2 \leq 0$
- e) $3(x-1) + 4(y-2) < 5x - 3$

Lời giải

a) Vẽ đường thẳng $\Delta : -2x + y - 1 = 0$ đi qua hai điểm $A(0; 1)$ và $B(-1; -1)$

Xét gốc tọa độ $O(0; 0)$. Ta thấy $O \notin \Delta$ và $-2.0 + 0 - 1 = -1 < 0$

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng kề cả bờ Δ , chừa gốc tọa độ O (miền không tô màu trên hình)

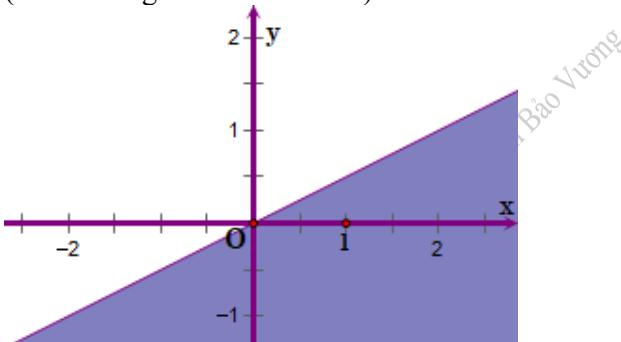


b) Vẽ đường thẳng $\Delta: -x + 2y = 0$ đi qua hai điểm $O(0;0)$ và $B(2;1)$

Xét điểm $A(1;0)$. Ta thấy $A \notin \Delta$ và $-1 + 2.0 = -1 > 0$

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không kề bờ Δ , không chứa điểm $A(1;0)$

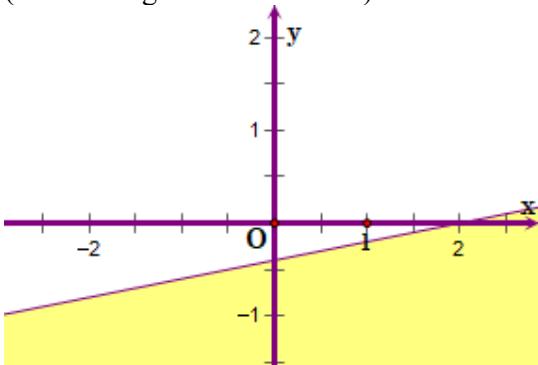
(miền không tô màu trên hình)



c) Vẽ đường thẳng $\Delta: x - 5y = 2$ đi qua hai điểm $A(2;0)$ và $B(-3;-1)$

Xét gốc tọa độ $O(0;0)$. Ta thấy $O \notin \Delta$ và $0 - 5.0 = 0 < 2$

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không kề bờ Δ , chứa gốc tọa độ O (miền không tô màu trên hình)

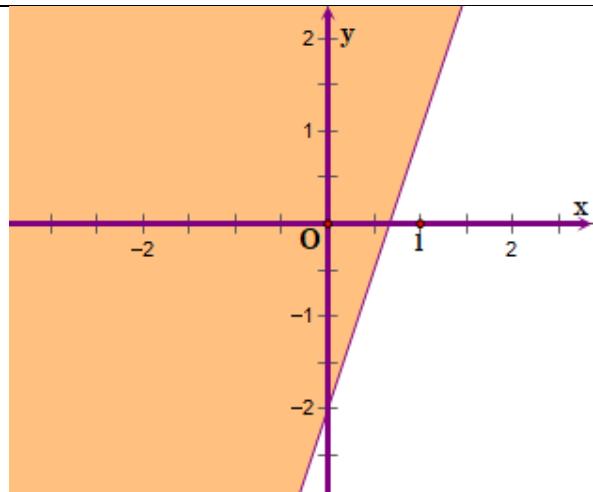


d) Vẽ đường thẳng $\Delta: -3x + y + 2 = 0$ đi qua hai điểm $A(0;-2)$ và $B(1;1)$

Xét điểm $O(0;0)$. Ta thấy $O \notin \Delta$ và $-3.0 + 0 + 2 = 2 > 0$

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng kề cả bờ Δ , không chứa điểm $O(0;0)$

(miền không gạch chéo trên hình)

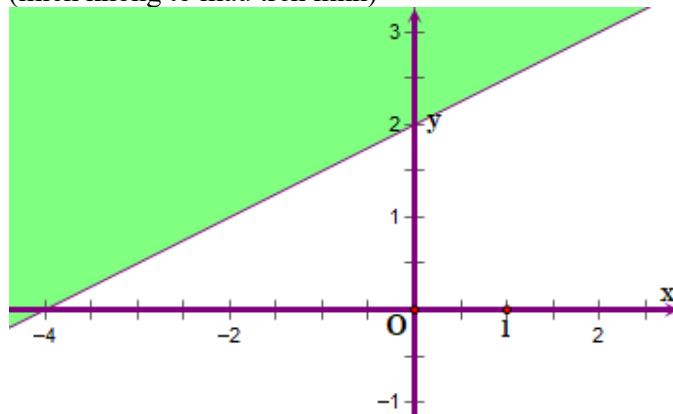


e) Ta có $3(x-1) + 4(y-2) < 5x - 3 \Leftrightarrow -2x + 4y - 8 < 0 \Leftrightarrow -x + 2y - 4 < 0$

Vẽ đường thẳng $\Delta: -x + 2y - 4 = 0$ đi qua hai điểm $A(0; 2)$ và $B(-4; 0)$

Xét điểm $O(0; 0)$. Ta thấy $O \notin \Delta$ và $-0 + 2.0 - 4 = -4 < 0$

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không kề bờ Δ , chứa điểm $O(0; 0)$ (miền không tô màu trên hình)



Câu 34. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình:

- a) $3x - y > 3$
- b) $x + 2y \leq -4$
- c) $y \geq 2x - 5$

Lời giải

a) $3x - y > 3$

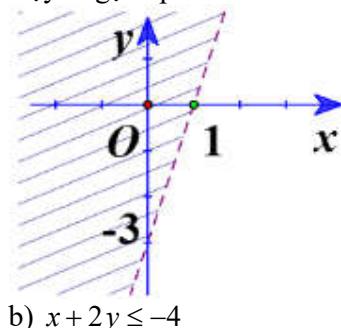
Bước 1: Vẽ đường thẳng $3x - y = 3 \Leftrightarrow y = 3x - 3$ (nét đứt)

Bước 2: Thay tọa độ $O(0; 0)$ vào bất phương trình ta được:

$$3x - y > 3 \Leftrightarrow 3.0 - 0 > 3 \text{ (Vô lí)}$$

$\Rightarrow O$ không nằm trong miền nghiệm của bất phương trình.

Vậy ta gạch phần chứa O .



b) $x + 2y \leq -4$

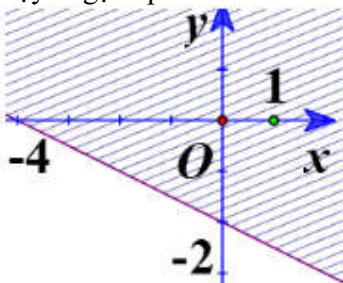
Bước 1: Vẽ đường thẳng $x + 2y = -4 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x - 2$ (nét liền) Bước 2: Thay tọa độ $O(0;0)$ vào

bất phương trình ta được:

$$x + 2y \leq -4 \Leftrightarrow 0 + 2.0 \leq -4 \text{ (Vô lí)}$$

$\Rightarrow O$ không nằm trong miền nghiệm của bất phương trình.

Vậy ta gạch phân chia O .



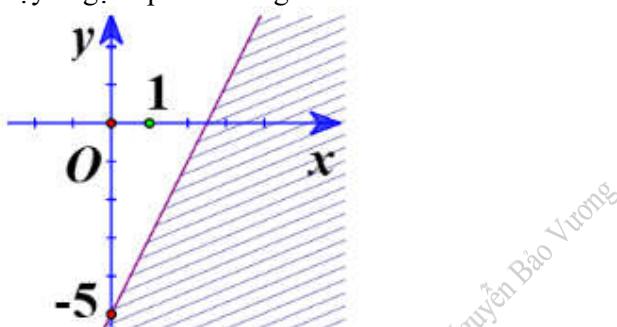
c) $y \geq 2x - 5$

Bước 1: Vẽ đường thẳng $y = 2x - 5$ (nét liền)

Bước 2: Thay tọa độ $O(0;0)$ vào bất phương trình ta được: $y \geq 2x - 5 \Leftrightarrow 0 \geq 2.0 - 5$ (Luôn đúng)

$\Rightarrow O$ nằm trong miền nghiệm của bất phương trình.

Vậy ta gạch phân không chia O .



Câu 35. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình:

a) $\begin{cases} 2x - 3y < 6 \\ 2x + y < 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x + 10y \leq 20 \\ x - y \leq 4 \\ x \geq -2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y \leq 5 \\ x + y \geq 2 \\ x \geq 0 \\ y \leq 3 \end{cases}$

Lời giải

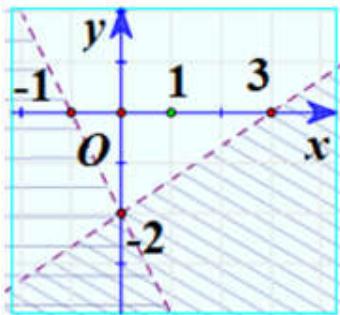
a) Vẽ các đường thẳng $2x - 3y = 6$; $2x + y = 2$ (nét đứt)

Thay tọa độ điểm O vào các bất phương trình trong hệ.

Ta thấy: $2.0 - 3.0 < 6$ và $2.0 + 0 < 2$

$\Rightarrow O$ thuộc miền nghiệm của cả 2 bất phương trình

Miền nghiệm:



b)

Vẽ các đường thẳng

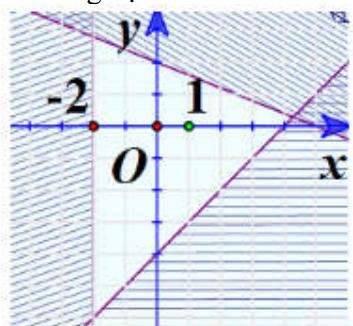
$$4x + 10y \leq 20 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{5}x + 2 \text{ (nét liền)}$$

$$x - y = 4 \Leftrightarrow y = x - 4 \text{ (nét liền)}$$

$$x = -2 \text{ (nét liền)}$$

Thay tọa độ điểm O vào các bất phương trình trong hệ.Ta thấy: $4.0 + 10.0 < 20$ và $0 - 0 < 4$ và $0 > -2$ $\Rightarrow O$ thuộc miền nghiệm của cả 3 bất phương trình

Miền nghiệm:



c)

Vẽ các đường thẳng

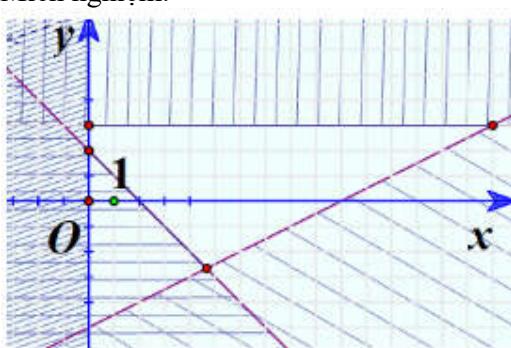
$$x - 2y = 5 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - 5 \text{ (nét liền)}$$

$$x + y = 2 \Leftrightarrow y = -x + 2 \text{ (nét liền)}$$

$$y = 3 \text{ (nét liền)}$$

Và trục Oy Thay tọa độ O vào bất phương trình $x - 2y \leq 5$ $\Rightarrow O$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình trên.Thay tọa độ O vào $x + y \geq 2$ $\Rightarrow O$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình trênLấy phần bên phải trục Oy và bên dưới đường thẳng $y = 3$

Miền nghiệm:

**Câu 36.** Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ Oxy:

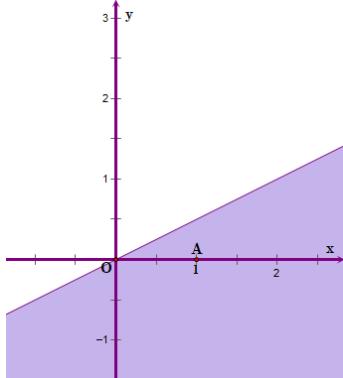
$$\begin{cases} x - 2y > 0 \\ x + 3y < 3 \end{cases}$$

Lời giải

Vẽ đường thẳng $d : x - 2y = 0$ đi qua hai điểm $O(0;0)$ và $B(2;1)$

Xét gốc tọa độ $A(0;1)$. Ta thấy $A \notin \Delta$ và $0 - 2 \cdot 1 = -2 < 0$

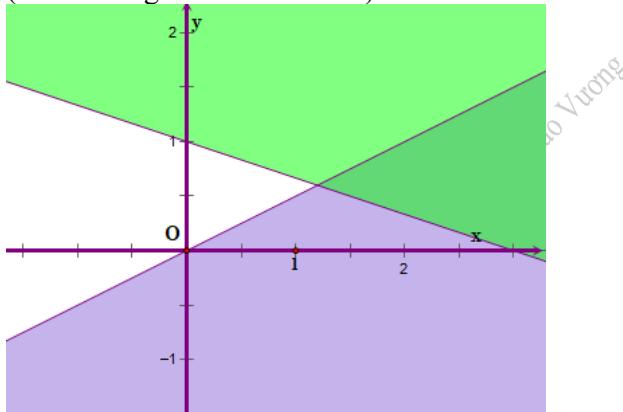
Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không kề bờ d , không chứa điểm A (miền không tô màu trên hình)



Vẽ đường thẳng $d' : x + 3y = 3$ đi qua hai điểm $A'(0;1)$ và $B'(3;0)$

Xét gốc tọa độ $O(0;0)$. Ta thấy $O \notin \Delta$ và $0 + 3 \cdot 0 = 0 < 3$

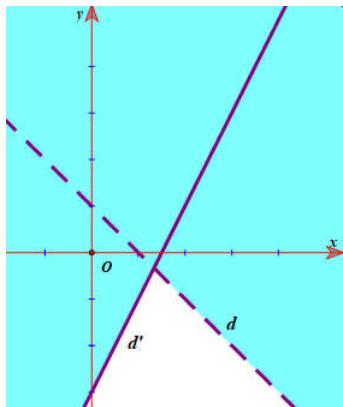
Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng không kề bờ d' , chứa gốc tọa độ O (miền không tô màu trên hình)



Vậy miền không gach chéo trong hình trên là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 37. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y < 1 \\ 2x - y \geq 3 \end{cases}$ trên mặt phẳng tọa độ

Lời giải



Xác định miền nghiệm của bất phương trình $x + y < 1$

+ Vẽ đường thẳng $d : x + y = 1$ (nét đứt)

+ Vì $0 + 0 = 0$

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình $x + y \leq 1$ là nửa mặt phẳng bờ d chứa gốc tọa độ O .

Xác định miền nghiệm của bất phương trình $2x - y \geq 3$

+ Vẽ đường thẳng d' : $2x - y = 3$

+ Vì $0 + 0 = 0$

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình $2x - y \geq 3$ là nửa mặt phẳng bờ d' không chứa gốc tọa độ O .

Vậy miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho (Không đường thẳng d').

Câu 38. Biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau trên mặt phẳng tọa độ:

- a) $x + y \geq -4$;
- b) $2x - y \leq 5$;
- c) $x + 2y < 0$;
- d) $-x + 2y > 0$.

Lời giải

a) Miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ $d : x + y = -4$ chứa gốc tọa độ.

b) Miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ $d : 2x - y = 5$ chứa gốc tọa độ.

c) Miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ $d : x + 2y = 0$ chứa điểm $A(-1; 0)$, không kể đường thẳng d .

d) Miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ $d : -x + 2y = 0$ chứa điểm $A(-1; 0)$, không kể đường thẳng d .

Câu 39. Biểu diễn miền nghiệm của các hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau trên mặt phẳng tọa độ:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ y > 0 \\ y - x \leq 2; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 0 \leq y \leq 1 \\ x + y \leq 2 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 6y < 0 \\ 2x - 3y \geq 1. \end{cases} \end{array}$$

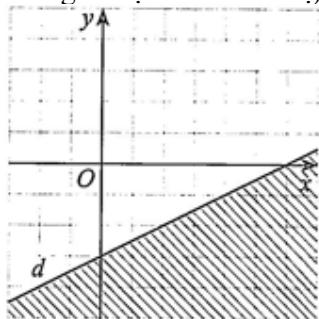
Lời giải

a) Miền nghiệm là miền tam giác ABC bỏ đi hai cạnh AB, AC , với $A(4; 0)$ và $B(10; 6)$ và $C(10; 0)$.

b) Miền nghiệm là miền hình thang $ABCD$ với $A(-2; 0), B(2; 0), C(1; 1)$ và $D(-1; 1)$.

c) Hệ vô nghiệm.

Câu 40. Tìm bất phương trình có miền nghiệm là miền không gạch chéo (kể cả bờ d) trong Hình 4 (mỗi ô vuông có cạnh là 1 đơn vị).

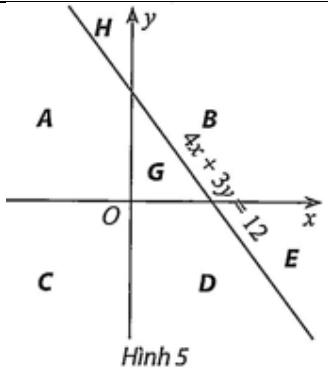


Hình 4

Lời giải

$$x - 2y - 6 \leq 0.$$

Câu 41. Đường thẳng $4x + 3y = 12$ và hai trục tọa độ chia mặt phẳng Oxy thành các miền như Hình 5. Hãy tìm hệ bất phương trình có miền nghiệm là miền B (kể cả bờ).



Hình 5

Lời giải

$$\begin{cases} 4x + 3y - 12 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

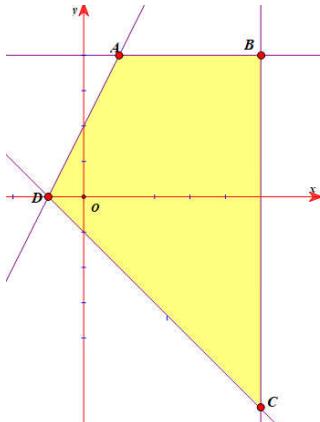
- Câu 42.** Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ y \leq 4 \\ x \leq 5 \\ x + y \geq -1 \end{cases}$ trên mặt phẳng tọa độ.

Từ đó tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = -x - y$ với $(x; y)$ thỏa mãn hệ trên.

Lời giải

- Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ y \leq 4 \\ x \leq 5 \\ x + y \geq -1 \end{cases}$

Miền biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $ABCD$ với $A(1; 4); B(5; 4), C(5; -6); D(-1; 0)$.



Giá trị F tại các điểm A, B, C, D lần lượt là:

$$F(1; 4) = -1 - 4 = -5$$

$$F(5; 4) = -5 - 4 = -9$$

$$F(5; -6) = -5 - 6 = -11$$

$$F(-1; 0) = -(-1) - 0 = 1$$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y)$ là 1 và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y)$ là -11.

- Câu 43.** Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu, trái phiếu chính phủ với lãi suất 7% một năm, trái phiếu ngân hàng với lãi suất 8% một năm và trái phiếu doanh nghiệp rủi ro cao với lãi suất 12% một năm. Vì lí do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng. Hơn nữa, để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá

200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp. Hồi bác An nên đầu tư mỗi loại trái phiếu bao nhiêu tiền để lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất?

Lời giải

	Trái phiếu chính phủ	Trái phiếu ngân hàng	Trái phiếu doanh nghiệp
Lãi suất	7% / năm	8% / năm	12% / năm

Bước 1:

$$1,2 \text{ tỉ đồng} = 1200 \text{ (triệu đồng)}$$

Gọi x là số tiền mua trái phiếu ngân hàng và y là số tiền mua trái phiếu doanh nghiệp.

Khi đó $x \geq 0, y \geq 0$.

Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu, trái phiếu chính phủ nên số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ là $1200 - x - y$ (triệu đồng)

Số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng nên ta có:
 $1200 - x - y \geq 3x \Leftrightarrow 4x + y \leq 1200$

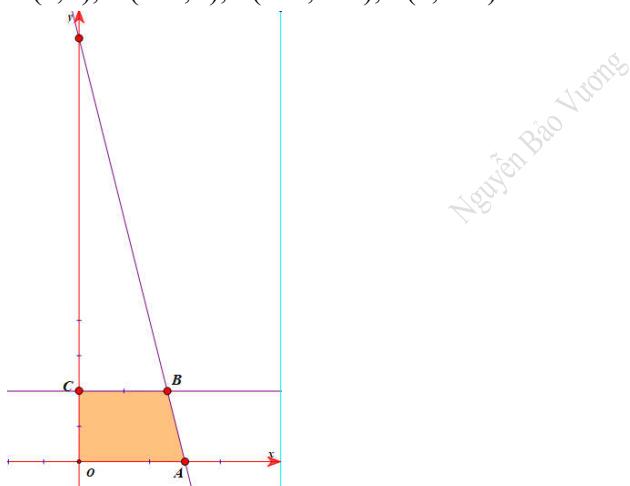
Bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp nên $y \leq 200$

Từ điều kiện của bài toán ta có số tiền bác An đầu tư trái phiếu phải thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \leq 200 \end{cases}$$

Xác định miền nghiệm là miền tứ giác $OABC$ với:

$O(0;0); A(300;0); B(250;200); C(0;200)$



Bước 2: Lợi nhuận thu được sau một năm là

$$\begin{aligned} F(x; y) &= (1200 - x - y) . 7\% + x . 8\% + y . 12\% \\ &= 84 + 0,01x + 0,05y \end{aligned}$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y)$ khi $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \leq 200 \end{cases}$$

Thay tọa độ các điểm O, A, B, C vào biểu thức $F(x; y)$ ta được:

$$F(0; 0) = 80$$

$$F(300; 0) = 84 + 0,01.300 + 0,05.0 = 87$$

$$F(250; 200) = 84 + 0,01.250 + 0,05.200 = 96,5$$

$$F(0; 200) = 84 + 0,01.0 + 0,05.200 = 94$$

$\Rightarrow F$ đạt giá trị lớn nhất là 96,5 nếu $x = 250$ và $y = 200$.

Vậy bá An nên đầu tư 250 triệu đồng trái phiếu ngân hàng, 200 triệu trái phiếu doanh nghiệp và 750 trái phiếu chính phủ.

- Câu 44.** Một công ty dự định chi tối đa 160 triệu đồng cho quảng cáo một sản phẩm mới trong một tháng trên các đài phát thanh và truyền hình. Biết cùng một thời lượng quảng cáo, số người mới quan tâm đến sản phẩm trên truyền hình gấp 8 lần trên đài phát thanh, tức là quảng cáo trên truyền hình có hiệu quả gấp 8 lần trên đài phát thanh.

Đài phát thanh chỉ nhận các quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 900 giây với chi phí là 80 nghìn đồng/giây. Đài truyền hình chỉ nhận các quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 360 giây với chi phí là 400 nghìn đồng/giây.

Công ty cần đặt thời gian quảng cáo trên các đài phát thanh và truyền hình như thế nào để hiệu quả nhất?

Gợi ý. Nếu coi hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài phát thanh là 1 (đơn vị) thì hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài truyền hình là 8 (đơn vị). Khi đó hiệu quả quảng cáo x (giây) trên đài phát thanh và y (giây) trên truyền hình là $F(x, y) = x + 8y$. Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm $F(x, y)$ với x, y thoả mãn các điều kiện trong đề bài.

Lời giải

	Đài phát thanh	Truyền hình
Chi phí nhận quảng cáo	80 nghìn đồng /giây	400 nghìn đồng/giây
Hiệu quả quảng cáo	1 (đơn vị)	8 (đơn vị)

Gọi x và y là số giây quảng cáo trên đài phát thanh và trên truyền hình.

Khi đó $x \geq 0; y \geq 0$

160 triệu đồng=160000 (nghìn đồng)

Chi phí quảng cáo x giây trên đài phát thanh và y giây trên truyền hình là $80x + 400y$ (nghìn đồng)

Vì công ty dự chi tối đa 160 triệu đồng nên ta có

$$80x + 400y \leq 160000 \Leftrightarrow x + 5y \leq 2000$$

Đài phát thanh chỉ nhận các quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 900 giây nên ta có: $x \leq 900$

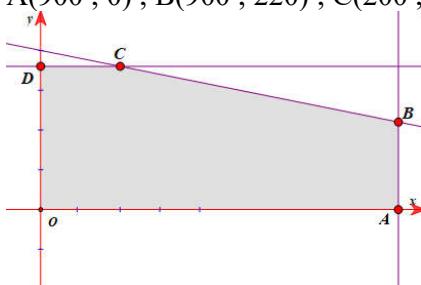
Đài truyền hình chỉ nhận các quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 360 giây nên ta có: $y \leq 360$

Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 5y \leq 2000 \\ x \leq 900 \\ y \leq 360 \end{cases}$$

Xác định miền nghiệm là miền ngũ giác $OABCD$ với:

$$A(900; 0); B(900; 220); C(200; 360); D(0; 400)$$



Hiệu quả quảng cáo là: $F(x; y) = x + 8y$

Ta có:

$$F(0; 0) = 0$$

$$F(900; 0) = 900 + 8 \cdot 0 = 900$$

$$F(900; 220) = 900 + 8 \cdot 220 = 2660$$

$$F(200; 360) = 3080$$

$$F(0; 400) = 3200$$

Vậy công ty cần đặt thời gian quảng cáo trên đài phát thanh là 0 giây và trên truyền hình là 400 giây thì hiệu quả nhất.

- Câu 45.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = 2x + 3y$ với $(x; y)$ thuộc miền

nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} y \geq -1 \\ y \leq 1 \\ x + y \leq 4 \\ y - x \leq 4 \end{cases}$

Lời giải

Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là hình thang $ABCD$ với $A(-5; -1)$, $B(5; -1)$, $C(3; 1)$ và $D(-3; 1)$. Tính giá trị của F tại các đỉnh ta được:

$$F(-5; -1) = -13, F(5; -1) = 7, F(3; 1) = 9, F(-3; 1) = -3.$$

Vậy giá trị lớn nhất là $F(3; 1) = 9$ và giá trị nhỏ nhất là $F(-5; -1) = -13$.

- Câu 46.** Một phân xưởng có hai máy chuyên dụng M_1 và M_2 để sản xuất hai loại sản phẩm A và B theo đơn đặt hàng. Nếu sản xuất được một tấn sản phẩm loại A thì phân xưởng nhận được số tiền lãi là 2 triệu đồng. Nếu sản xuất được một tấn sản phẩm loại B thì phân xưởng nhận được số tiền lãi là 1,6 triệu đồng. Muốn sản xuất một tấn sản phẩm loại A , người ta phải dùng máy M_1 trong 3 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Muốn sản xuất một tấn sản phẩm loại B , người ta phải dùng máy M_1 trong 1 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Một máy không thể dùng để sản xuất đồng thời hai loại sản phẩm. Máy M_1 làm việc không quá 6 giờ một ngày và máy M_2 làm việc không quá 4 giờ một ngày. Hỏi số tiền lãi lớn nhất mà phân xưởng này có thể thu được trong một ngày là bao nhiêu?

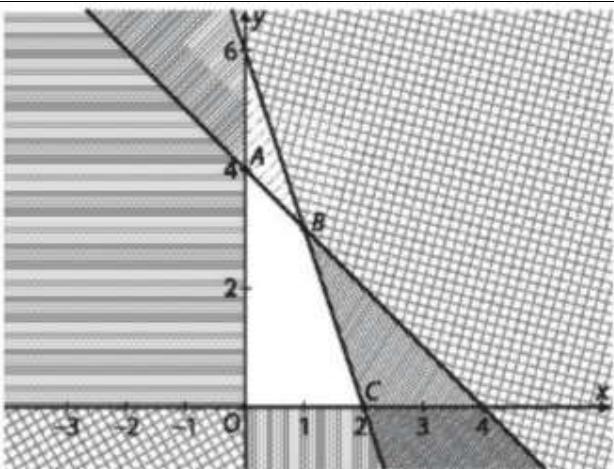
Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số tấn sản phẩm loại A và loại B mà phân xưởng sản

xuất được. Khi đó, theo đề bài ta có hệ bất phương trình $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$

Số tiền lãi phân xưởng thu được là $F(x; y) = 2x + 1,6y$ (triệu đồng). Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y)$ với $(x; y)$ thoả mãn hệ trên.

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $OABC$ với $O(0; 0)$, $A(0; 4)$, $B(1; 3)$ và $C(2; 0)$.



Tính giá trị của F tại các đỉnh ta được $F(0;4) = \frac{32}{5}$, $F(1;3) = \frac{34}{5}$, $F(2;0) = 4$, $F(0;0) = 0$. Khi đó giá trị lớn nhất cần tìm là $F(1;3) = \frac{34}{5}$. Vậy số tiền lãi lớn nhất mà phân xuồng có thể thu được là 6,8 triệu đồng.

Câu 47. Giả sử một người ăn kiêng cần được cung cấp ít nhất 300 calo, 36 đơn vị vitamin A và 90 đơn vị vitamin C mỗi ngày từ hai loại đồ uống I và II. Mỗi cốc đồ uống I cung cấp 60 calo, 12 đơn vị vitamin A và 10 đơn vị vitamin C .

Mỗi cốc đồ uống II cung cấp 60 calo, 6 đơn vị vitamin A và 30 đơn vị vitamin C . Biết rằng một cốc đồ uống I có giá 12 nghìn đồng và một cốc đồ uống II có giá 15 nghìn đồng.

a) Gọi x và y tương ứng là số cốc đồ uống I và II. Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình và xác định miền nghiệm của hệ đó.

b) Gọi F (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x cốc đồ uống I và y cốc đồ uống II. Hãy biểu diễn F theo x và y .

c) Biết rằng F đạt giá trị nhỏ nhất trên miền nghiệm tìm được ở câu a tại một trong các đỉnh của miền nghiệm, tìm giá trị nhỏ nhất đó. Từ đó suy ra người đó cần uống bao nhiêu cốc loại I và loại II để chi phí là nhỏ nhất mà vẫn đáp ứng được yêu cầu hàng ngày.

Lời giải

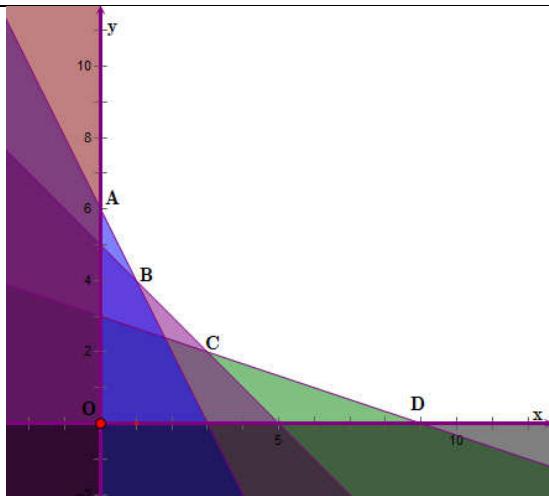
a) Gọi x và y lần lượt là số cốc đồ uống I và II thoả mãn điều kiện đề bài.

Khi đó ta có $x \geq 0$ và $y \geq 0$. Hơn nữa, để người ăn kiêng được cung cấp đủ lượng calo và vitamin thì $60x + 60y \geq 300$, $12x + 6y \geq 36$ và $10x + 30y \geq 90$.

Từ đó, ta có hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 60x + 60y \geq 300 \text{ hay } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 5 \end{cases} \\ 12x + 6y \geq 36 \\ 10x + 30y \geq 90 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 5 \\ 2x + y \geq 6 \\ x + 3y \geq 9 \end{cases}$$

Miền nghiệm là miền không bị gạch với các đỉnh $A(0;6)$, $B(1;4)$, $C(3;2)$, $D(9;0)$ như hình dưới đây.



b) Chi phí cho hai loại đồ uống là $F(x; y) = 12x + 15y$ (nghìn đồng).

c) Ta tính giá trị của F tại các đỉnh: $F(0; 6) = 90, F(1; 4) = 72, F(3; 2) = 66, F(9; 0) = 108$. Do đó F nhỏ nhất tại $(x; y) = (3; 2)$.

Vậy người đó cần uống 3 cốc đồ uống I và 2 cốc đồ uống II để đạt được các mục tiêu đề ra.

Câu 48. Một công ty dự định sản xuất hai loại sản phẩm A và B. Các sản phẩm này được chế tạo từ ba loại nguyên liệu I, II và III. Số kilogram dự trữ từng loại nguyên liệu và số kilogram từng loại nguyên liệu cần dùng để sản xuất ra 1 kg sản phẩm được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Số kilogram nguyên liệu dự trữ	Số kilogram nguyên liệu cần dùng sản xuất 1 kg sản phẩm	
		A	B
I	8	2	1
II	24	4	4
III	8	1	2

Công ty đó nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm mỗi loại để tiền lãi thu về lớn nhất? Biết rằng, mỗi kilogram sản phẩm loại A lãi 30 triệu đồng, mỗi kilogram sản phẩm loại B lãi 50 triệu đồng.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số kilogram sản phẩm loại A, loại B mà công ty đó sản xuất.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

Hiện nhiên $x \geq 0, y \geq 0$

Nguyên liệu loại I có số kilogram dự trữ là 8 kg nên $2x + y \leq 8$

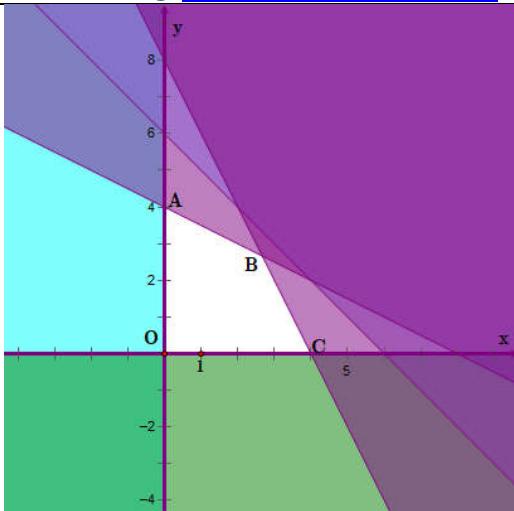
Nguyên liệu loại II có số kilogram dự trữ là 24 kg nên $4x + 4y \leq 24$

Nguyên liệu loại III có số kilogram dự trữ là 8 kg nên $x + 2y \leq 8$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 8 \\ 4x + 4y \leq 24 \\ x + 2y \leq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn tùng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy.



Miền không gạch chéo (miền tứ giác $OABC$, bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Với các đỉnh $O(0;0), A(0;4), B\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right), C(4;0)$.

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) thu về, ta có:

$$F = 30x + 50y$$

Tính giá trị của F tại các đỉnh của tứ giác:

$$\text{Tại } O(0;0), F = 30.0 + 50.0 = 0$$

$$\text{Tại } A(0;4), F = 30.0 + 50.4 = 200$$

$$\text{Tại } B\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right), F = 30 \cdot \frac{8}{3} + 50 \cdot \frac{8}{3} = \frac{640}{3}$$

$$\text{Tại } C(4;0) : F = 30.4 + 50.0 = 120$$

$$F \text{ đạt giá trị lớn nhất bằng } \frac{640}{3} \text{ tại } B\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right).$$

Vậy công ty đó nên sản xuất $\frac{8}{3} kg$ sản phẩm mỗi loại để tiền lãi thu về lớn nhất.

- Câu 49.** Một công ty cần mua các tủ đựng hồ sơ. Có hai loại tủ: Tủ loại A chiếm $3m^2$ sàn, loại này có sức chứa $12m^3$ và có giá 7,5 triệu đồng; tủ loại B chiếm $6m^2$ sàn, loại này có sức chứa $18m^3$ và có giá 5 triệu. Cho biết công ty chỉ thu xếp được nhiều nhất là $60m^2$ mặt bằng cho chỗ đựng hồ sơ và ngân sách mua tủ không quá 60 triệu đồng. Hãy lập kế hoạch mua sắm để công ty có được thể tích đựng hồ sơ lớn nhất.

Lời giải chi tiết

Gọi x, y lần lượt là số tủ loại A, loại B mà công ty cần mua.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

- Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$

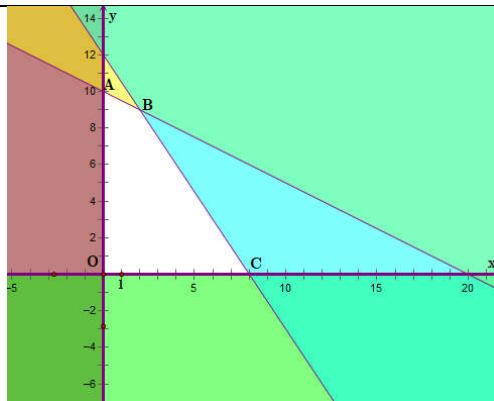
- Mặt bằng nhiều nhất là $60m^2$ nên $3x + 6y \leq 60$

- Ngân sách mua tủ không quá 60 triệu đồng nên
 $7,5x + 5y \leq 60$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 6y \leq 60 \\ 7,5x + 5y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn tùng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy.



Miền không gạch chéo (miền túi giác $OABC$, bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Với các đỉnh $O(0;0), A(0;10), B(2;9), C(8;0)$.

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) thu về, ta có: $F = 12x + 18y$

Tính giá trị của F tại các đỉnh của túi giác:

Tại $O(0;0), F = 12.0 + 18.0 = 0$

Tại $A(0;10) : F = 12.0 + 18.10 = 180$

Tại $B(2;9), F = 12.2 + 18.9 = 186$

Tại $C(8;0), F = 12.8 + 18.0 = 96$

F đạt giá trị lớn nhất bằng 186 tại $B(2;9)$,

Vậy công ty đó nên mua 2 tủ loại A và 9 tủ loại B để thể tích đựng hồ sơ là lớn nhất.

- Câu 50.** Một nông trại thu hoạch được 180 kg cà chua và 15 kg hành tây. Chủ nông trại muốn làm các hũ tương cà để bán. Biết rằng, để làm ra một hũ tương cà loại A cần 10 kg cà chua cùng với 1 kg hành tây và khi bán lãi được 200 nghìn đồng, còn để làm được một hũ tương cà loại B cần 5 kg cà chua cùng với 0,25 kg hành tây và khi bán lãi được 150 nghìn đồng. Thăm dò thị hiếu của khách hàng cho thấy cần phải làm số hũ tương loại A ít nhất gấp 3,5 lần số hũ tương loại B . Hãy giúp chủ nông trại lập kế hoạch làm tương cà để có được nhiều tiền lãi nhất.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số hũ tương cà loại A, loại B mà chủ nông trại cần làm.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

- Hiện nhiên $x \geq 0, y \geq 0$

- Có 180 kg cà chua nên $10x + 5y \leq 180$

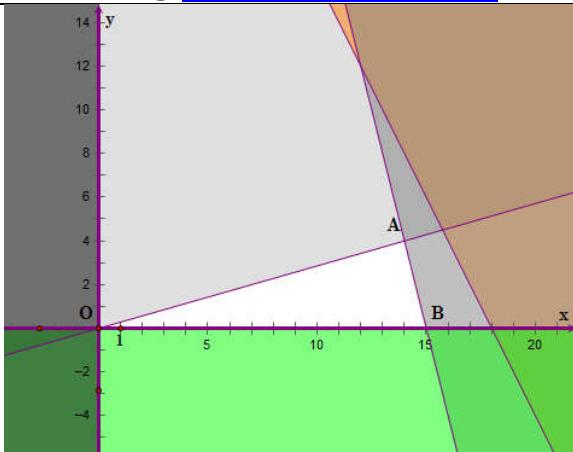
- Có 15 kg hành tây nên $x + 0,25y \leq 15$

- Số hũ tương loại A ít nhất gấp 3,5 lần số hũ tương loại B nên $x \geq 3,5y$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 10x + 5y \leq 180 \\ x + 0,25y \leq 15 \\ x \geq 3,5y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn tùng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy.



Miền không gạch chéo (miền tam giác OAB , bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phân biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Với các đỉnh $O(0;0), A(14;4), B(15;0)$.

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: nghìn đồng) thu được, ta có: $F = 200x + 150y$

Tính giá trị của F tại các đỉnh của tứ giác:

Tại $O(0;0), F = 200.0 + 150.0 = 0$

Tại $A(14;4), F = 200.14 + 150.4 = 3400$

Tại $B(15;0), F = 200.15 + 150.0 = 3000$

F đạt giá trị lớn nhất bằng 3400 nghìn đồng tại $A(14;4)$.

Vậy chủ nông trại đó nên làm 14 hũ loại A và 4 hũ loại B để tiền lãi thu được là lớn nhất.

Câu 51. Một xưởng sản xuất có hai máy đặc chủng A, B sản xuất hai loại sản phẩm X, Y . Để sản xuất một tấn sản phẩm X cần dùng máy A trong 6 giờ và dùng máy B trong 2 giờ. Để sản xuất một tấn sản phẩm Y cần dùng máy A trong 2 giờ và dùng máy B trong 2 giờ. Cho biết mỗi máy không thể sản xuất đồng thời hai loại sản phẩm. Máy A làm việc không quá 12 giờ một ngày, máy B làm việc không quá 8 giờ một ngày. Một tấn sản phẩm x lãi 10 triệu đồng và một tấn sản phẩm Y lãi 8 triệu đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất mỗi ngày sao cho tổng số tiền lãi cao nhất.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số tấn sản phẩm X, Y mà xưởng cần sản xuất mỗi ngày.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x, y như sau:

Hiển nhiên $x \geq 0, y \geq 0$

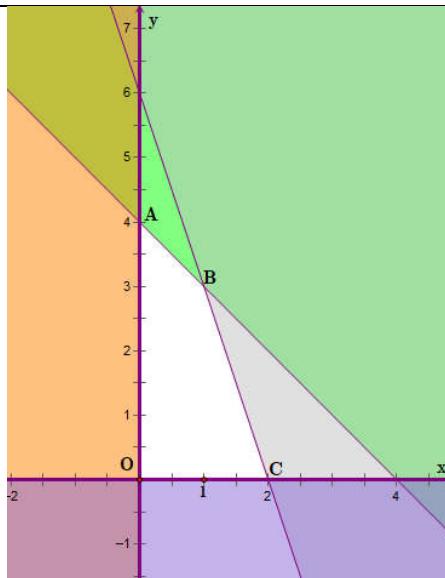
Máy A làm việc không quá 12 giờ một ngày nên $6x + 2y \leq 12$

Máy B làm việc không quá 8 giờ một ngày nên $2x + 2y \leq 8$

Từ đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 6x + 2y \leq 12 \\ 2x + 2y \leq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn tùng miền nghiệm của mỗi bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy.



Miền không gạch chéo (miền tứ giác $OABC$, bao gồm cả các cạnh) trong hình trên là phần giao của các miền nghiệm và cũng là phần biểu diễn nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Với các đỉnh $O(0;0), A(0;4), B(1;3), C(2;0)$.

Gọi F là số tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) thu về, ta có: $F = 10x + 8y$

Tính giá trị của F tại các đỉnh của tứ giác:

Tại $O(0;0), F = 10.0 + 8.0 = 0$

Tại $A(0;4), F = 10.0 + 8.4 = 32$

Tại $B(1;3), F = 10.1 + 8.3 = 34$

Tại $C(2;0), F = 10.2 + 8.0 = 20$

F đạt giá trị lớn nhất bằng 34 tại $B(1;3)$.

Vậy xưởng đó nên sản xuất 1 tấn sản phẩm loại X và 3 tấn sản phẩm loại Y để tổng số tiền lãi là lớn nhất.

Câu 52. Tìm giá trị của F và G tương ứng với các giá trị x, y được cho trong bảng dưới đây.

x	0	0	1	1	2	2	4
y	2	4	0	1	0	1	0
$F = 4x + 5y$							
$G = 5x - 3y$							

Trong các giá trị tìm được:

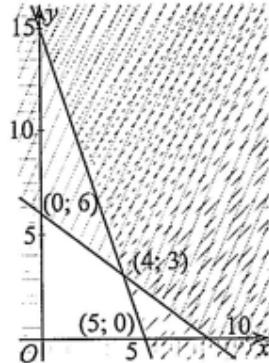
a) tìm GTLN của F .

b) tìm GTNN của G .

Lời giải

a) GTLN $F = 20$; b) GTNN $G = -12$.

Câu 53. Trên miền đa giác không gạch chéo ở Hình 6, hãy:



Hình 6

a) tìm GTLN của $F = 2x + 3y$;

b) tìm GTNN của $G = x - 4y$.

Lời giải

a) GTLN của $F = 18$. b) GTNN của $G = -24$.

- Câu 54.** Bác Dũng dự định quy hoạch x sào đất trồng cà tím và y sào đất trồng cà chua. Bác chỉ có không quá 9 triệu đồng để mua hạt giống. Cho biết tiền mua hạt giống cà tím là 200000 đồng/sào và cà chua là 100000 đồng/sào. Viết hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y .

Lời giải

$$\begin{cases} 2x + y \leq 90 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

- Câu 55.** Một phân xưởng lắp ráp máy tính dự định ráp x chiếc máy tính cá nhân và y chiếc máy tính bảng trong một ngày. Do hạn chế về nhân công nên mỗi ngày chỉ có thể xuất xưởng tổng hai loại máy tính trên không quá 150 chiếc. Viết hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y .

Lời giải

$$\begin{cases} x + y \leq 150 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

- Câu 56.** Bạn Hoàng dự định mua x con cá vàng và y con cá Koi từ một trại cá giống. Cho biết mỗi con cá vàng có giá 35 nghìn đồng còn mỗi con cá Koi có giá 150 nghìn đồng. Hoàng chỉ để dành được 1,7 triệu đồng và trại cá chỉ bán mỗi loại cá từ 10 con trở lên. Hãy viết hệ bất phương trình mô tả điều kiện ràng buộc đối với x, y .

Lời giải

$$\begin{cases} 7x + 30y \leq 340 \\ x \geq 10 \\ y \geq 10. \end{cases}$$

- Câu 57.** Một học sinh dự định làm các bình hoa bằng giấy để bán trong một hội chợ gây quỹ từ thiện. Cần 1 giờ để làm một bình hoa loại nhỏ và sẽ bán với giá 100 nghìn đồng, 90 phút để làm một bình hoa loại lớn và sẽ bán với giá 200 nghìn đồng. Học sinh này chỉ thu xếp được 15 giờ nghỉ để làm và ban tổ chức yêu cầu phải làm ít nhất là 12 bình hoa. Hãy cho biết bạn ấy cần làm bao nhiêu bình hoa mỗi loại để gây quỹ được nhiều tiền nhất.

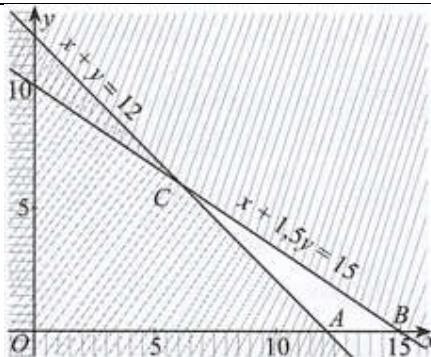
Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số bình hoa loại nhỏ và 4y loại lớn mà bạn học sinh có thể làm được.

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} x + y \geq 12 \\ x + 1,5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là: $A(12; 0); B(15; 0); C(6; 6)$



Hình 1

Số tiền gây quỹ $F = 100x + 200y$ đạt GTLN là 1800 nghìn đồng tại đỉnh $C(6;6)$.

Vậy bạn đó cần làm 6 cái bình hoa mỗi loại để gây quỹ được nhiều tiền nhất.

- Câu 58.** Một xưởng sản xuất có 12 tấn nguyên liệu A và 8 tấn nguyên liệu B để sản xuất hai loại sản phẩm X, Y . Để sản xuất một tấn sản phẩm X cần dùng 6 tấn nguyên liệu A và 2 tấn nguyên liệu B , khi bán lãi được 10 triệu đồng. Để sản xuất một tấn sản phẩm Y cần dùng 2 tấn nguyên liệu A và 2 tấn nguyên liệu B , khi bán lãi được 8 triệu đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho xưởng nói trên sao cho có tổng số tiền lãi cao nhất.

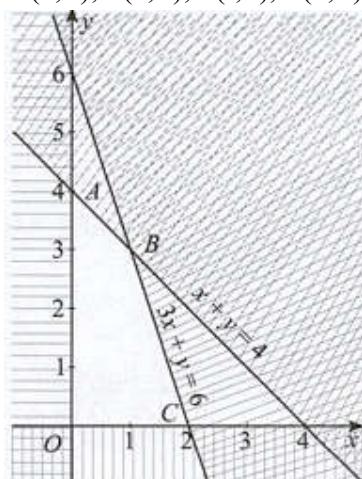
Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số tấn sản phẩm X và Y mà xưởng cần sản xuất.

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 3x + y \leq \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta được miền tứ giác $OABC$ có tọa độ các đỉnh là: $O(0;0); A(0;4); B(1;3); C(2;0)$ (Hình 2).



Hình 2

Số tiền lãi $F = 10x + 8y$ đạt GTLN bằng 34 triệu đồng tại đỉnh $B(1;3)$.

Vậy xưởng cần sản xuất 1 tấn sản phẩm X và 3 tấn sản phẩm Y thì sẽ có tổng tiền lãi cao nhất.

- Câu 59.** Nhu cầu canxi tối thiểu cho một người đang độ tuổi trưởng thành trong một ngày là $1300mg$. trong 1 lượng đậu nành có $165mg$ canxi, 1 lượng thịt có $15mg$ canxi.

(Nguồn: <https://hongngochospital.vn>)

Gọi x, y lần lượt là số lượng đậu nành và số lượng thịt mà một người đang độ tuổi trưởng thành ăn trong một ngày

a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng canxi cần thiết trong một ngày của một người trong độ tuổi trưởng thành.

b) Chỉ ra một nghiệm (x_0, y_0) với $x_0, y_0 \in \mathbb{Z}$ của bất phương trình đó.

Lời giải

a)

Lượng canxi có trong x lạng đậu nành là $165x$ (mg)

Lượng canxi có trong y lạng thịt là $15y$ (mg)

Bất phương trình là $165x + 15y \geq 1300$

b) Thay cặp số $(10;10)$ vào bất phương trình ta được:

$$165.10 + 15.10 = 1650 + 150 = 1800 > 1300$$

Vậy $(10;10)$ là một nghiệm của bất phương trình.

- Câu 60.** Bác Ngọc thực hiện chế độ ăn kiêng với yêu cầu tối thiểu hằng ngày qua thức uống là $300ca - lo$, 36 đơn vị vitamin A và 90 đơn vị vitamin C. Một cốc đồ uống ăn kiêng thứ nhất cung cấp 60 ca-lo, 12 đơn vị vitamin A và 10 đơn vị vitamin C. Một cốc đồ uống ăn kiêng thứ hai cung cấp $60ca - lo$, 6 đơn vị vitamin A và 30 đơn vị vitamin C.

a) Viết hệ bất phương trình mô tả số lượng cốc cho đồ uống thứ nhất và thứ hai mà bác Ngọc nên uống mỗi ngày để đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với số calo và số đơn vị vitamin hấp thụ.

b) Chỉ ra hai phương án mà bác Ngọc có thể chọn lựa số lượng cốc cho đồ uống thứ nhất và thứ hai nhằm đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với số calo và số đơn vị vitamin hấp thụ.

Lời giải

a) Gọi x, y lần lượt là số lượng cốc cho đồ uống thứ nhất và thứ hai cần tìm.

Lượng calo trong cả 2 đồ uống là: $60x + 60y$

Lượng vitamin A trong 2 đồ uống là: $12x + 6y$

Lượng vitamin C trong 2 đồ uống là: $10x + 30y$

Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 60x + 60y \geq 300 \\ 12x + 6y \geq 36 \\ 10x + 30y \geq 90 \end{cases}$$

b)

+) Thay cặp số $(2;4)$ vào hệ ta được:

$$60.2 + 60.2 = 360 > 300$$

$$2.12 + 4.6 = 48 > 36$$

$$2.10 + 4.30 = 140 > 90$$

$\Rightarrow (2;4)$ là một nghiệm của hệ.

+) Thay cặp số $(1;5)$ vào hệ ta được:

$$1.60 + 5.60 = 360 > 300$$

$$1.12 + 5.6 = 42 > 36$$

$$1.10 + 5.30 = 160 > 90$$

$\Rightarrow (1;5)$ là một nghiệm của hệ.

Vậy hai phương án bác Ngọc có thể chọn là:

Phương án 1: 2 cốc loại 1 và 4 cốc loại 2.

Phương án 2: 1 cốc loại 1 và 5 cốc loại 2.

- Câu 61.** Một chuỗi nhà hàng ăn nhanh bán đồ ăn từ 10h00 sáng đến 22h00 mỗi ngày. Nhân viên phục vụ của nhà hàng làm việc theo hai ca, mỗi ca 8 tiếng, ca I từ 10h00 đến 18h00 và ca II từ 14h00 đến 22h00.

Tiền lương của nhân viên được tính theo giờ (bảng bên).

Khoảng thời gian làm việc	Tiền lương/giờ
10h00 – 18h00	20000 đồng
14h00 – 22h00	22000 đồng

Để mỗi nhà hàng hoạt động được thì cần tối thiểu 6 nhân viên trong khoảng 10h00 - 18h00, tối thiểu 24 nhân viên trong thời gian cao điểm 14h00 - 18h00 và không quá 20 nhân viên trong khoảng 18h00 - 22h00. Do lượng khách trong khoảng 14h00 - 22h00 thường đông hơn nên nhà hàng cần số nhân viên ca II ít nhất phải gấp đôi số nhân viên ca I. Em hãy giúp chủ chuỗi nhà

hàng chỉ ra cách huy động số lượng nhân viên cho mỗi ca sao cho chi phí tiền lương mỗi ngày là ít nhất.

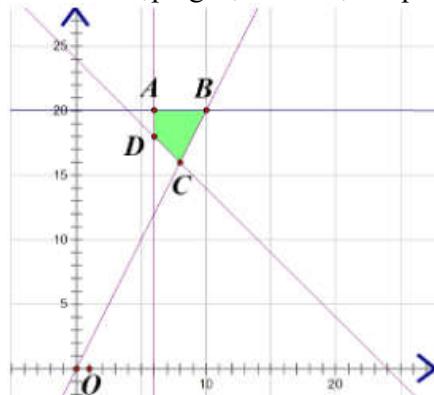
Lời giải

Gọi x , y lần lượt là số nhân viên ca I và ca II ($x > 0, y > 0$)

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x \geq 6 \\ x + y \geq 24 \\ (x + y) - x \leq 20 \\ y \geq 2x \end{cases}$$

Biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình



Tập nghiệm của bất phương trình giới hạn bởi tứ giác $ABCD$ với:
 $A(6; 20), B(10; 20), C(8; 16), D(6; 18)$

Tiền lương mỗi ngày của các nhân viên: $T = 20x + 22y$ (nghìn đồng)

$$T(6; 20) = 20 \cdot 6 + 22 \cdot 20 = 560 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$T(10; 20) = 20 \cdot 10 + 22 \cdot 20 = 640 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$T(8; 16) = 20 \cdot 8 + 22 \cdot 16 = 512 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$T(6; 18) = 20 \cdot 6 + 22 \cdot 18 = 516 \text{ (nghìn đồng)}$$

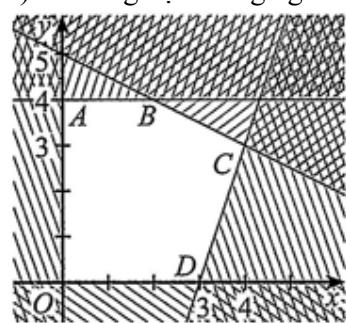
Vậy để tiền lương mỗi ngày ít nhất thì ca I có 8 nhân viên, ca II có 16 nhân viên.

- Câu 62.** a) Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} 3x - y \leq 9 \\ 3x + 6y \leq 30 \\ x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{cases}$ (I)

b) Tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x + 4y$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

a) Miền nghiệm là ngũ giác $OABCD$ (Hình 17).



Hình 17

b) F đạt giá trị lớn nhất bằng 24 tại $x = 4, y = 3$.

- Câu 63.** Một trận bóng đá được tổ chức tại một sân vận động có sức chứa 40000 người, ban tổ chức phát hành hai loại vé là 400000 đồng và 200000 đồng. Do điều kiện sân đấu nên số lượng vé có giá 400000 không lớn hơn số lượng vé có giá 200000 đồng. Để an toàn phòng dịch, liên đoàn bóng đá yêu cầu số lượng vé phát hành không được quá 30% sức chứa của sân. Để tổ chức được trận đấu

thì số tiền thu được qua bán vé không được ít hơn 3 tỉ đồng. Gọi x, y lần lượt là số vé giá 400000 đồng và 200000 đồng được bán ra.

a) Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn số vé mỗi loại được bán ra đảm bảo mục đích của ban tổ chức.

b) Chỉ ra hai nghiệm của hệ bất phương trình đó.

Lời giải

$$\begin{array}{ll} \left. \begin{array}{l} x+y \leq 12000 \\ 2x+y \geq 15000 \\ x-y \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} & \text{b) } (5000; 6000), (3000; 9000) \end{array}$$

Câu 64. Một xưởng sản xuất bàn và ghế. Một chiếc bàn cần 1,5 giờ lắp ráp và 1 giờ hoàn thiện; một chiếc ghế cần 1 giờ lắp ráp và 2 giờ hoàn thiện. Bộ phận lắp ráp có 3 nhân công, bộ phận hoàn thiện có 4 nhân công. Biết thị trường luôn tiêu thụ hết sản phẩm của xưởng và lượng ghế tiêu thụ không vượt quá 3,5 lần số bàn.

a) Viết hệ bất phương trình mô tả số lượng bàn và ghế mà trong một ngày phân xưởng có thể sản xuất, biết một nhân công làm việc không quá 8 tiếng mỗi ngày.

b) Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.

c) Biết một chiếc bàn lãi 600 nghìn đồng, một chiếc ghế lãi 450 nghìn đồng. Hỏi trong một ngày, xưởng cần sản xuất bao nhiêu chiếc bàn, bao nhiêu chiếc ghế để thu được tiền lãi cao nhất?

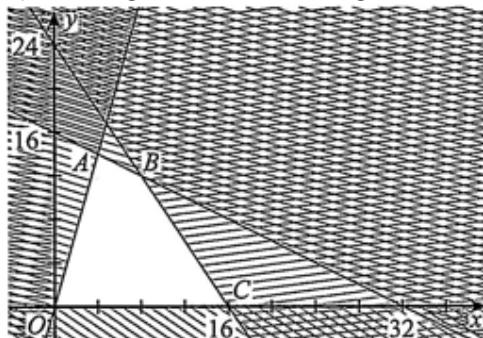
Lời giải

a) Gọi x, y lần lượt là số bàn, số ghế mà xưởng sản xuất trong một ngày ($x \geq 0; y \geq 0; x, y \in \mathbb{Z}$).

Ta có hệ:

$$\begin{array}{ll} 1,5x + y \leq 24 \\ x + 2y \leq 32 \\ 3,5x - y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}$$

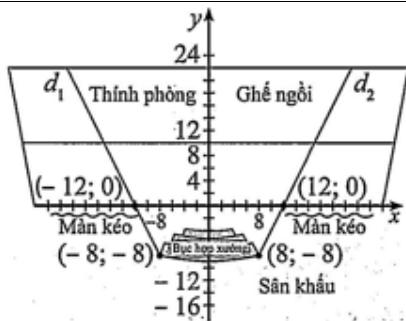
b) Miền nghiệm của hệ là tứ giác $OABC$ (Hình 18).



Hình 18

c) Để thu được tiền lãi cao nhất thì một ngày, xưởng sản xuất 8 chiếc bàn và 12 chiếc ghế. Khi đó tiền lãi mỗi ngày là 10200000 đồng.

Câu 65. Hình 13 mô tả sơ đồ một sân khấu gắn với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên các trục tọa độ là 1 mét). Phần tinh phòng giới hạn bởi hai đường thẳng d_1, d_2 là vị trí ngồi của khán giả có thể nhìn thấy dàn hợp xướng. Gọi $(x; y)$ là tọa độ ngồi của khán giả ở thính phòng. Viết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y mà khán giả có thể nhìn thấy dàn hợp xướng.



Hình 13

Lời giải

$$\begin{cases} 2x - y < 24 \\ 2x + y > -24 \\ 10 \leq y \leq 22 \end{cases}$$

Theo dõi Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** ↗ <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489/>

Hoặc Facebook: **Nguyễn Vương** ↗ <https://www.facebook.com/phong.baovuong>

Tham gia ngay: **Nhóm Nguyễn Bảo Vương (TÀI LIỆU TOÁN)** ↗ <https://www.facebook.com/groups/703546230477890/>

Ấn sub kênh Youtube: **Nguyễn Vương**

↗ https://www.youtube.com/channel/UCQ4u2J5gIEI1iRUBt3nwJfA?view_as=subscriber

↗ Tải nhiều tài liệu hơn tại: <https://www.nbv.edu.vn/>