Intelligenza Artificiale e Laboratorio

Ragionamento non monotono

Alberto Martelli

Ragionamento non monotono

Spesso la conoscenza disponibile è **incompleta**.

Tuttavia, per modellare il **commonsense reasoning**, è necessario essere in grado di arrivare a **conclusioni plausibili** dalla conoscenza disponibile.

Per trarre conclusioni plausibili è necessario fare delle **assunzioni**.

La scelta delle assunzioni non è cieca: la conoscenza sul mondo è data per mezzo di regole generali che specificano **proprietà tipiche** degli oggetti. Per esempio, “gli uccelli volano” significa: gli uccelli tipicamente volano, ma ci possono essere eccezioni come pinguini, struzzi, ecc.

Ragionamento non monotono

Il **ragionamento non monotono** tratta il problema di derivare conclusioni plausibili, ma non infallibili, da una base di conoscenza (insieme di formule).

Siccome le conclusioni non sono certe, deve essere possibile **ritrattarle** se nuove informazioni mostrano che non sono corrette.

La logica classica non è adeguata perché è **monotona**:

se una formula β è derivabile da un insieme di formule P, β è derivabile da ogni soprainsieme di P.

$$P \vdash \beta \;\Rightarrow\; P \cup \{\alpha\} \vdash \beta, \quad \text{per ogni formula } \alpha.$$

Ragionamento non monotono

Esempio:

KB: Tipicamente gli uccelli volano.

I pinguini non volano.

Tweety è un uccello.

E' plausibile concludere che Tweety vola.

Però, se la seguente informazione è aggiunta a KB

Tweety è un pinguino

la conclusione precedente deve essere ritrattata e, invece, sarà vera la nuova conclusione che Tweety non vola.

Ragionamento non monotono

L’affermazione ”tipicamente A" può essere letta come: *"in assenza di informazione contraria, assumere A"*.

Il problema sta nel definire il significato preciso di "in assenza di informazione contraria".

Il significato potrebbe essere: *"non c’è nulla nella KB che sia inconsistente con l’assunzione A"*.

Inadeguatezza della logica classica

Una regola come “Gli uccelli tipicamente volano” sarebbe rappresentata nella logica classica, come:

$\forall x(\text{uccello}(x) \wedge \neg \text{eccezione}(x) \Rightarrow \text{vola}(x))$

$\forall x(\text{eccezione}(x) \Leftrightarrow \text{pinguino}(x) \vee \text{struzzo}(x) \vee \text{senza\_ali}(x) \ \ldots)$

Per dimostrare che un uccello particolare, Tweety, vola è necessario provare che non ci sono eccezioni, ossia:

$\neg \text{pinguino}(\text{Tweety})$

$\neg \text{struzzo}(\text{Tweety})$

………..

Noi vorremmo concludere che Tweety vola perché non si può dimostrare che è un’eccezione, non perché si può dimostrare che non è un’eccezione.

Ipotesi del mondo chiuso (CWA)

Spesso le basi di dati deduttive adottano la convenzione che le informazioni negative non sono rappresentate esplicitamente.

Se un fatto positivo non è derivabile dalle formule del database, lo si considera falso (**Closed World Assumption - CWA**).

Esempio:

Assumiamo che un sistema di prenotazione di voli contenga fatti come:

collega(volo, città1, città2)

Se il sistema non può dimostrare collega(AZ113, Roma, Parigi) può concludere ¬collega(AZ113, Roma, Parigi)

CWA

L'insieme CWA(Δ) delle conclusioni ottenute mediante CWA da una teoria Δ è definito come:

CWA(Δ) = Th($\Delta \cup \{ \neg A | \, A$ è un atomo ground e $\Delta \not\models A\}$).

dove Th è l'operatore di *chiusura deduttiva*: Th(S) = $\{\alpha \mid S \vdash \alpha\}$

La CWA è non monotona perché l'insieme delle conclusioni ottenute mediante CWA da una teoria Δ può diminuire se si aggiungono nuove informazioni a Δ.

Logica di default (Reiter 1980)

Utilizza *regole di inferenza non standard* per esprimere proprietà che valgono per default.

Per esempio:

$$\frac{\text{uccello}(x) \quad : \neg\,\text{eccezione}(x)}{\text{vola}(x)}$$

può essere letta:

“se x è un uccello e si può assumere consistentemente che non è una eccezione, allora si può derivare che x vola”.

In generale, una ***regola di default*** ha la forma:

$$\frac{\alpha : \beta}{\gamma}$$

che si legge:

"se α vale e β può essere assunta consistentemente, possiamo concludere γ".

α, β e γ sono formule della logica classica.

α prerequisito

β giustificazione

γ conseguente

Teorie di default

Una **teoria di default** è una coppia <D,W> dove

D è un insieme di regole di default

W è un insieme di formule della logica classica

Le regole di default permettono di completare (**estendere**) W.

Se la giustificazione β è consistente, la regola

$$\frac{\alpha : \beta}{\gamma}$$

può essere usata come un normale regola di inferenza

$$\frac{\alpha}{\gamma}$$

Estensioni

Informalmente, applicando tutte le regole di default applicabili (ossia il cui prerequisito è vero e la giustificazione è consistente) a partire da W, si ottiene un insieme di formule detto **estensione** della teoria di default.

Le regole di default possono essere applicate in ordine diverso, portando a diverse estensioni.

Esempio

$$D: \left\{ \frac{\text{uccello}(x) : \neg \text{eccezione}(x)}{\text{vola}(x)} \right\}$$

$$W: \{ \text{uccello}(Tweety) \}$$

Siccome uccello(Tweety) è vero e posso assumere consistentemente $\neg$eccezione (Tweety), vola(Tweety) è vera nella estensione **E** della teoria.

$$E = W \cup \{\text{vola}(Tweety)\}$$

Default normali

Molto spesso le regole di default hanno la forma

$$\frac{\alpha : \beta}{\beta}$$

ossia la giustificazione è uguale al conseguente.

"se α vale e β può essere assunta consistentemente, possiamo concludere β".

Esempio

$$D: \left\{ \frac{uccello(x) : vola(x)}{vola(x)} \right\}$$

W: { uccello(Tweety)

pinguino(x) ⇒ ¬vola(x) }

Siccome uccello(Tweety) è vero e posso assumere consistentemente vola(Tweety), vola(Tweety) è vera nella estensione **E** della teoria.

$$E = W \cup \{vola(Tweety)\}$$

Esempio

$$D: \left\{ \frac{\text{uccello}(x) : \text{vola}(x)}{\text{vola}(x)} \right\}$$

$$W: \{ \ \text{uccello(Tweety)}$$

$$\text{pinguino}(x) \Rightarrow \neg\text{vola}(x)$$

$$\text{pinguino(Tweety)}\}$$

Da W posso derivare ¬vola(Tweety) che blocca l'applicazione della regola di default.

$$E = W \cup \{\neg\text{vola(Tweety)}\}$$

Esempio (due estensioni)

I repubblicani sono tipicamente non pacifisti

I quaccheri sono tipicamente pacifisti

$$D: \left\{ \frac{rep(x) : \neg pac(x)}{\neg pac(x)} \qquad \frac{quac(x) : pac(x)}{pac(x)} \right\}$$

Nixon è quacchero e repubblicano

W = {rep(Nixon), quac(Nixon)}

Entrambe le regole di default hanno il prerequisito derivabile da W. Se applico la prima e concludo ¬pac(Nixon), non posso più applicare la seconda.

Analogamente se applico la seconda concludo pac(Nixon).

Ci sono due estensioni.

Esempio (due estensioni)

$$D: \left\{ \frac{:\ \neg block(x)}{\neg block(x)} \right\}$$

$W = \{block(A) \vee block(B)\}$

Ci sono due estensioni:

$E1 = W \cup \{\neg block(A), block(B)\}$

$E2 = W \cup \{\neg block(B), block(A)\}$

Esempio (quante estensioni?)

$$D: \left\{ \frac{: a}{\neg a} \right\}$$

W: {}

La regola di default è applicabile, perché a è consistente con W.

Applicando il default si ottiene un nuovo insieme di formule

$E = \{\neg a\}$ È una estensione?

In generale, un insieme di formule E è una estensione se, applicando ad E la teoria di default, si riottiene E.

In questo caso questo non vale perché il default in D non è applicabile a E.

Logica di default (estensioni)

Detto in modo più preciso.

Data una teoria di default $\Delta = <D,W>$ e un insieme di formule S, definiamo $\Gamma(S)$ come il più piccolo insieme di formule che soddisfa le seguenti tre proprietà:

- contiene W: $W \subseteq \Gamma(S)$
- è deduttivamente chiuso: $Th(\Gamma(S)) = \Gamma(S)$
- per ogni default

$$\frac{\alpha : \beta}{\gamma}$$

se $\alpha \in \Gamma(S)$ e $\neg\beta \notin S$ allora $\gamma \in \Gamma(S)$

Un insieme **E** è una estensione di Δ sse **$\Gamma(E) = E$**, ossia **E** è un **punto fisso** dell'operatore Γ.

Esempio (quante estensioni?)

$$D: \left\{ \frac{: a}{\neg a} \right\}$$

W: {}

Non ha nessuna estensione. Infatti:

- se ci fosse una estensione **E** che non contiene ¬a, il default sarebbe applicabile e ¬a dovrebbe essere in Γ(**E**),
- se ci fosse una estensione **E** che contiene ¬a, il default non sarebbe applicabile e quindi ¬a non sarebbe in Γ(**E**).

In entrambi i casi avremmo **E** ≠ Γ(**E**).

Una teoria di default può avere zero, una, o più estensioni. La **conseguenza logica (entailment)** di una formula da una teoria di default può essere definita in due modi:

Scettica

una formula segue logicamente da una teoria di default se è vera in tutte le estensioni;

Credula

una formula segue logicamente da una teoria di default se è vera in almeno una estensione.

La teoria dell'esempio di Nixon ha due estensioni, una in cui Nixon è un pacifista e una in cui non lo è.

Sia pac(Nixon) che ¬pac(Nixon) sono conseguenze credule, mentre nessuna delle due è una conseguenza scettica.

Definizione alternativa di estensione

Sia <W,D> una teoria di default chiusa ed **E** un insieme di formule.

Definiamo $E_0 = W$ e, per ogni $i \geq 0$,

$E_{i+1} = Th(E_i) \cup \{ \gamma : (\alpha : \beta / \gamma) \in D$ and $\alpha \in E_i$ and $\neg\beta \notin \mathbf{E} \}$

dove Th(X) è l'insieme delle conseguenze logiche di X.

E è una **estensione** di <W,D> se e solo se $\mathbf{E} = \bigcup_{i=0,\omega} E_i$

L'estensione non può essere ottenuta iterativamente partendo da W, perché la definizione di E_{i+1} si basa sulla conoscenza di **E**.

Circoscrizione (McCarthy 1980)

La circoscrizione è basata sull'idea di **implicazione (entailment) minima rispetto a un predicato p** ($\models_p$).

Nella logica classica, una formula α è conseguenza logica di una base di conoscenza KB (KB $\models \alpha$) se α è vera in tutti i modelli di KB.

Nella circoscrizione, una formula α è conseguenza logica circoscritta rispetto a p di una base di conoscenza KB (KB $\models_p \alpha$), se α è vera in tutti i modelli di KB minimi in p. Informalmente, un modello M1 è minore di un modello M2 rispetto a p, se M1 contiene meno formule p(t) di M2, mentre M1 e M2 sono uguali sugli altri predicati.

Ad esempio in

$$\forall x(\text{uccello}(x) \wedge \neg \text{eccezione}(x) \Rightarrow \text{vola}(x))$$

la circoscrizione è applicata a eccezione.