

Esercitazione 7

Modello di Hodgkin-Huxley

Implementare in Matlab il modello di Hodgkin-Huxley in 0D sull'intervallo temporale $[0, T]$:

$$\begin{cases} C_m \frac{dV}{dt} = - \left(\bar{g}_{Na} m^3 h (V - V_{Na}) + \bar{g}_K n^4 (V - V_K) + \bar{g}_L (V - V_L) \right) + I_{app} \\ \frac{dm}{dt} = \alpha_m(V)(1 - m) - \beta_m(V)m \\ \frac{dh}{dt} = \alpha_h(V)(1 - h) - \beta_h(V)h \\ \frac{dn}{dt} = \alpha_n(V)(1 - n) - \beta_n(V)n, \end{cases}$$

con dati iniziali $[V(0), m(0), h(0), n(0)] = [V_0, m_0, h_0, n_0]$, e corrente applicata I_{app} . I coefficienti delle equazioni di gating sono dati da

$$\alpha_m(V) = 0.1(25 - V) \left[\exp\left(\frac{25-V}{10}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad \beta_m(V) = 4 \exp\left(-\frac{V}{18}\right),$$

$$\alpha_h(V) = 0.07 \exp\left(-\frac{V}{20}\right), \quad \beta_h(V) = \left[\exp\left(\frac{30-V}{10}\right) + 1 \right]^{-1},$$

$$\alpha_n(V) = 0.01(10 - V) \left[\exp\left(\frac{10-V}{10}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad \beta_n(V) = 0.125 \exp\left(-\frac{V}{80}\right),$$

e i restanti parametri sono dati da $C_m = 1 \mu F/cm^2$,
 $\bar{g}_{Na} = 120 m\Omega^{-1}/cm^2$, $\bar{g}_K = 36 m\Omega^{-1}/cm^2$, $\bar{g}_L = 0.3 m\Omega^{-1}/cm^2$,
 $V_{Na} = 115 mV$, $V_K = -12 mV$, $V_L = 10.6 mV$.

Studio di alcune dinamiche del Modello HH.

1. Partendo dai dati iniziali $[V_0, m_0, h_0, n_0] = [12, 5.2934e - 02, 5.9611e - 01, 3.1768e - 01]$ e senza corrente applicata ($I_{app} = 0$), produrre dei plot in tempo su un intervallo di $20 ms$:
 - del potenziale V (subplot1) e delle variabili di gating n, m, h , (subplot2)
 - delle conduttanze g_{Na}, g_K (subplot3),
 - delle correnti ioniche I_{Na}, I_K, I_L e della corrente ionica totale I_{ion} (subplot4).Produce poi un plot delle costanti di tempo $\tau_n(V)$, $\tau_m(V)$, $\tau_h(V)$ in funzione di V ed un plot dei valori quasi-stazionari $n_\infty(V)$, $m_\infty(V)$, $h_\infty(V)$ in funzione di V .
2. Effetto soglia del potenziale iniziale: sempre con $I_{app} = 0$, variare la condizione iniziale sul potenziale transmembranario V determinando il valore v_{soglia} necessario per produrre un *potenziale d'azione* (PA).

3. Effetto soglia della corrente applicata: variare invece l'intensità di un impulso di corrente I_{app} di durata 0.1 ms, $I_{app} = 60, 65, 65.5, 80, 100$, partendo da dati iniziali di resting $[V, m, h, n] = [2.7570e - 04, 5.2934e - 02, 5.9611e - 01, 3.1768e - 01]$.
4. Effetto di refrattarietà sull'intervallo $[0, 100]$: partendo sempre da valori di resting, provare con l'applicazione ripetuta di impulsi $I_{app}=100$ di durata 0.1 ms applicati ogni T_{DI} msec, cioè applicati ai tempi 0, T_{DI} , $2T_{DI}$, $3T_{DI}$, Iniziare con $T_{DI} = 20$ e poi ridurlo a 17, 15, 12, 10, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.5. Generare un plot in tempo del potenziale V per ogni caso (valore di T_{DI}).
5. Oscillazioni periodiche, cicli limite, "treni" di PA: partendo sempre da valori di resting, verificare che l'applicazione di una corrente costante I_{app} continua produce le seguenti dinamiche:
 - $I_{app}=5$: oscillazioni smorzate verso il valore $V \approx 3.26$.
 - $I_{app}=6$: 2 PA poi oscillazione smorzata verso il valore $V \approx 3.75$.
 - $I_{app}=7$: treno di PA con periodo circa 17, ampiezza circa 100
 - $I_{app}=10$: treno di PA con periodo circa 14, ampiezza circa 100
 - $I_{app}=20$: treno di PA con periodo circa 11, ampiezza circa 90
 - $I_{app}=40$: treno di PA con periodo circa 9, ampiezza circa 80
 - $I_{app}=100$: treno di PA con periodo circa 7, ampiezza circa 45
 - $I_{app}=200$: oscillante smorzata verso il valore $V \approx 24.19$.