

Problema 3 Escala 2:

a) Cada observação i é estimada pela equação:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

sendo i o número de amostras.

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$$

$$L = \sum_{i=1}^m \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^m (Y - \hat{Y})^2 = \sum_{i=1}^m (Y_i - \underbrace{\hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i}_{\text{variável}})^2$$

\hat{Y} → previsão pela reta

as estimativas dos mínimos quadrados de β_0 e β_1 , dizem que as aproximações devem satisfazer a seguinte equação:

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{\beta}_0} \bigg|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} = -2 \sum_{i=1}^m (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i) = 0$$

Obs: A solução dessas equações resulta nas estimativas dos mínimos quadrados de $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$.

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{\beta}_1} \bigg|_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1} = -2 \sum_{i=1}^m (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i) X_i = 0$$

Simplificando as equações obtemos:

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{XY}}{S_{XX}} = \frac{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2}$$

$$\text{sendo } \bar{Y} = (1/m) \sum_{i=1}^m Y_i$$

$$\bar{X} = (1/m) \sum_{i=1}^m X_i$$

B) A suposição feita é que podemos aproximar um conjunto de dados através de uma regressão linear, usando o método dos mínimos quadrados. Para verificar a adequação dessas suposições, basta observar se a reta de ajuste aproxima-se da maioria dos *data points*.

C) A hipótese nula constata que as variáveis utilizadas possuem uma correlação considerável entre si. Ao recusar H_0 , estamos afirmando que o modelo não ajustou bem os dados, pois a variável regressora em questão não altera a variável em resposta.

D) É possível. A mudança seria na quantidade de variáveis regressoras e de suas respectivas derivadas parciais. A equação abaixo precisaria ser adaptada para incluir as demais variáveis, o que impactaria todo o processo matemático. Ao adicionar mais variáveis, conseguimos um modelo que se ajusta melhor aos dados. Em relação ao teste de hipóteses, acreditamos que quanto mais variáveis adiciona-se, maior é a chance de rejeição de H_0 , já que maior será o erro acumulado das variáveis regressoras.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i + \cdots + \beta_n x_i$$