Fisica

SUPSI Dipartimento Tecnologie Innovative

Gianni Grasso

28 ottobre 2024

Classe: I1B

Anno scolastico: 2024/2025

Indice

1 Introduzione

1.1 Grandezze fisiche

- Grandezza fisica $\rightarrow m, V, v, l, p, a, P, t, R, A, f, E, F, T, s$

  In blu sono rappresentate le grandezze fondamentali mentre in rosso le grandezze vettoriali, le grandezze non vettoriali sono chiamate scalari.

- Unità di misura → Ogni grandezza ha la sua unità di misura, il sistema internazionale (S.I.) stabilisce l'insieme di grandezze e unità di misura riconosciute a livello internazionale.

Grandezza	Unità di misura	Simbolo
lunghezza	metro	m
tempo	secondo	s
massa	kilogrammo	kg
intensità di corrente	ampère	A
temperatura	kelvin	K
quantità di materia	mole	mol
intensità luminosa	candela	cd

Figura 1: Unità di misura fondamentali del SI

1.2 Conversioni

A prescindere dal sistema utilizzato, i multipli delle unità di base sono comuni. Per indicarli si usano prefissi standard che designano i multipli espressi tramite potenze di 10.

Potenza	Prefisso	Simbolo
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	etto	h
10^{1}	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f

Figura 2: Prefissi standard

Per noi è importante capire bene questa tabella per eseguire delle conversioni durante i problemi.

Nota: in casi in cui si abbiano unità di misura elevate a potenza bisogna moltiplicare per l'esponente lo spostamento, ad esempio:

$$36dm^2 = 0.36m^2 \text{ e non } 3.6m^2$$

oppure

$$12.4\frac{kg}{dm^3} = 12'400\frac{kg}{m^3} \text{ e non } 124\frac{kg}{m^3}$$

1.3 Notazione scientifica

La notazione scientifica consiste nel mantenere **solo le unità** di un numero e moltiplicarle per 10^n, qualunque esso sia. Ecco alcuni esempi:

$$
\begin{aligned}
65'000 &= 6.5 \cdot 10^4 \\
12'000'000 &= 1.2 \cdot 10^7 \\
0.00133 &= 1.33 \cdot 10^{-3} \\
20 &= 2 \cdot 10^1 \\
10^6 &= 1 \cdot 10^6
\end{aligned}
$$

L'esponente n rappresenta **l'ordine di grandezza** che, nota bene, non è 10^n ma soltanto n.

1.4 Cifre significative

Le cifre significative rappresentano le cifre conosciute con certezza in un numero, di seguito sono riportati alcuni valori con annesso il numero delle proprie cifre significative:

$$37.5°C \rightarrow 3 \text{ cifre significative}$$

$$37.55°C \rightarrow 4 \text{ cifre significative}$$

$$53.01kg \rightarrow 4 \text{ cifre significative}$$

$$053.01kg \rightarrow 4 \text{ cifre significative, gli zeri a sinistra non contano}$$

$$53.0100kg \rightarrow 6 \text{ cifre significative, gli zeri a destra contano}$$

$$0.013k \rightarrow 2 \text{ cifre significative, potrei scriverlo come } 1.3 \cdot 10^{-2}k$$

Nota: il numero di cifre significative deve essere mantenuto anche quando si converte in notazione scientifica, in uno degli esempi appena fatti sarebbe quindi:

$$53.0100kg = 5.30100 \cdot 10^1 kg \text{ (6 cifre significative)}$$

1.4.1 Operazioni aritmetiche

Il numero di decimali di una grandezza ottenuta come somma o differenza di grandezze è uguale al minor numero di decimali presenti in ogni addendo.

$$12.47m + 6.1m = 18.57 \approx 18.6m$$

Il numero di cifre significative di una grandezza ottenuta come risultato della moltiplicazione o divisione di grandezze è uguale al numero di cifre significative della grandezza conosciuta con minor precisione.

$$6.79 \cdot 10 = 67.9 \approx 68 \text{ Il numero più piccolo ha 2 cifre significative}$$

oppure

$$\frac{3.11 \cdot 6.190}{2.111} = 9.11932 \approx 9.12$$

In caso ci fossero entrambi i tipi di operazioni quello che andremo a fare sarà svolgere ogni operazione singolarmente, approssimando alle dovute cifre significative, prima di continuare con la prossima operazione. Ecco un esempio:

$$\frac{12.75}{3.93} + 6.2 \approx 3.24 + 6.2 \approx 9.4$$

1.5 Analisi dimensionale

In fisica, qualunque formula valida deve essere dimensionalmente consistente, i due termini dell'equazione della formula devono avere la stessa dimensione, di seguito è riportata una tabella con le dimensioni di alcune grandezze fisiche: Per verificare che una formula sia coerente dob-

Grandezza	Dimensione
Distanza	[L]
Area	[L^2]
Volume	[L^3]
Velocità	[L]/[T]
Accelerazione	[L]/[T^2]
Energia	[M] [L^2]/[T^2]

Figura 3: Dimensione di alcune grandezze fisiche

biamo quindi fare l'analisi dimensionale di essa, facciamo degli esempi per rendere meglio l'idea, di seguito viene eseguita l'analisi dimensionale di 3 formule (tutte corrette):

a)

$$x = v \cdot t$$
$$m \stackrel{?}{=} \frac{m}{s} \cdot s$$

b)

$$x = \frac{1}{2} \cdot at^2$$
$$m \stackrel{?}{=} \frac{m}{s^2}$$

c)

$$t = (\frac{2x}{a})^{\frac{1}{2}}$$
$$s \stackrel{?}{=} (\frac{m}{m/s^2})^{\frac{1}{2}}$$
$$s \stackrel{?}{=} (s^2)^{\frac{1}{2}}$$

1.6 Teoria degli errori

Il valore di un errore in ambito ingegneristico è definito come
$errore = valoreReale - valoreMisurato$. Gli errori possono essere sistematici oppure casuali. Per quanto riguarda gli errori sistematici, sono quegli errori che si ripetono con regolarità e che possiamo eliminare.

per determinare la precisione di uno strumento di misura e la percentuale di errori di esso ci sono diversi passaggi:

- Media aritmetica

$$\overline{x} = x_m = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

oppure

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

- Semidispersione

$$\Delta x = \frac{x_{max} - x_{min}}{2}$$

- Errore relativo

$$E_r = \frac{\Delta x}{\overline{x}}$$

- Errore percentuale

$$E_{\%} = E_r \cdot 100$$

1.6.1 Propagazione degli errori

Le grandezze fisiche derivate non possono essere misurate direttamente, non possiamo misurare l'area di un tavolo in modo diretto, possiamo solo calcolarle misurando ad esempio base e altezza. Seguendo quanto vale per la teoria degli errori, è logico pensare che dovendo basarci su un set di più dati, quando si calcola una grandezza derivata gli errori si propagano su essa.

Per calcolare quindi il valore di errore di una grandezza derivata dobbiamo quindi affrontare il problema in modo diverso, ci sono due casi principali:

- **Somma e differenza**
  Nel primo caso la grandezza indiretta G è ottenuta come somma o differenza di due o più grandezze dirette x e y (ad esempio per il perimetro).

  In questo caso $\Delta G = \Delta x + \Delta y$ e $E_r(G) = E_r(x) + E_r(y)$, poichè le grandezze si misurano con la stessa unità di misura è possibile sommare le semidisperioni.

- **Prodotto e rapporto**
  A differenza del caso precedente, non si possono sommare le semidispersioni in quanto aventi unità di misura diverse. Bisogna quindi affrontare il problema in un altro modo, sommando gli errori relativi che non hanno unità di misura. In questo caso valgono quindi le seguenti formule:

$$E_r(G) = E_r(x) + E_r(y) = \frac{\Delta x}{x_m} + \frac{\Delta y}{y_m}$$

$$E_r(G) = \frac{\Delta G}{G_m}$$

$$\Delta G = G_m \cdot E_r(G) = G_m \cdot (\frac{\Delta x}{x_m} + \frac{\Delta y}{y_m})$$

  In questo caso calcoliamo quindi le singole semidispersioni e le singole medie, ricaviamo i singoli errori relativi e da essi calcoliamo il valore medio di G e risaliamo a ΔG.

2 Cinematica unidimensionale

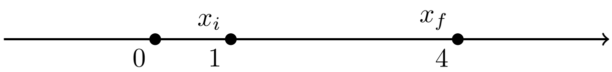
La cinematica studia il moto dei corpi, non le cause (quello fa parte della dinamica). Il sistema di riferimento per la cinematica **unidimensionale** è composto da una sola retta, che possiamo definire a piacere.

2.1 Moto uniformemente accellerato

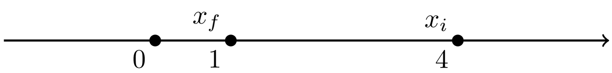
2.1.1 Distanza e spostamento

- distanza d $[m]$: lunghezza del percorso, sempre ≥ 0
- spostamento Δx oppure Δy $[m]$: $\Delta x = x_f - x_i$: differenza di posizione

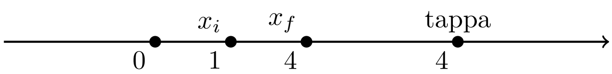
Nota: distanza $\neq$ spostamento, la distanza tiene conto del percorso e delle eventuali tappe, è un valore sempre positivo quindi anche se si torna indietro rispetto al sistema di riferimento aumenterà, lo spostamento invece è relativo soltanto a x_i e x_f, non tiene conto di eventuali allungamenti di percorso, banalmente se torno mi muovo di 2 metri e ritorno al punto di partenza lo spostamento risulterà 0. Ecco alcuni esempi:



$d = 3m \qquad \Delta x = 4 - 1 = 3m$



$d = 3m \qquad \Delta x = 1 - 4 = -3m$



$d = 3 + 2 = 5m \qquad \Delta x = 2 - 1 = 1m$

2.1.2 Velocità

- velocità scalare media $v = \frac{d}{t}$ $[\frac{m}{s}]$: lunghezza del percorso, sempre ≥ 0
- velocità media $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ $[\frac{m}{s}]$: può essere negativa

$$
\begin{aligned}
v &= \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \\
&= \frac{x_f - x_i}{t} \text{ con } t_i = 0s
\end{aligned}
$$

- velocità istantanea $v_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Nota: nella velocità istantanea Δt è tendente a 0, si calcola quindi la pendenza della retta tangente (la formula è uguale a quella della velocità media solo che Δt tende a 0.

2.1.3 Accellerazione

- accellerazione media $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ $[\frac{m}{s}]$
- accellerazione istantanea $a_i = \lim_{\Delta t \to 0} a_m$, vale lo stesso discorso della velocità istantanea

2.1.4 Leggi del moto

Per riassumere, ecco una lista delle formule utili, in questo documento non sono svolte le dimostrazioni:

- $V_f = V_i + a \cdot t$ (è un equazione affine, una retta), **legge della velocià**
- $V_m = \frac{1}{2}(V_i + V_f)$, **velocità media**
- $x_f = x_i + \frac{V_i + V_f}{2} \cdot t$, **posizione in funzione della velocità media**
- $x_f = x_i + V_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$, **posizione in funzione della velocità iniziale e dell'accelerazione**
- $V_f^2 = V_i^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$, la formula generale dalla quale si ricavano le altre

Nota: in molte situazioni il tempo iniziale non viene indicato perchè si da scontato che sia 0. Inoltre spesso quando troviamo V, si parla di V_f.

2.2 Moto di caduta

Il moto di caduta è il moto in cui il corpo è soggetto alla forza di gravità vale che

$$\|\vec{g}\| = 9.81 \frac{m}{s^2}$$

in base al sistema di riferimento scelto.

2.2.1 Caduta libera

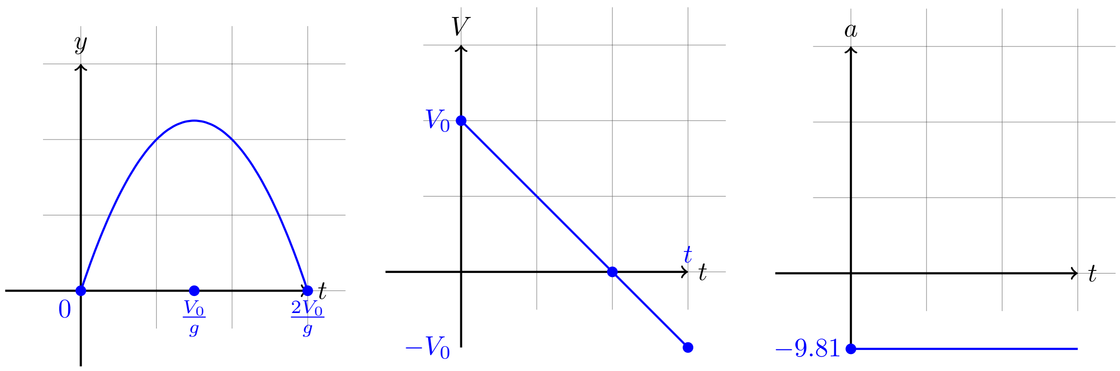
Prendiamo come base un sistema di riferimento dove g è **positivo**.

- $t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$, il tempo di caduta
- $g = \frac{V}{t}$
- $V = g \cdot t = \sqrt{2gy}$, velocità ottenuta dopo y metri

2.2.2 Lancio verso l'alto

In questo caso usiamo un sistema di riferimento dove g è **negativo**.

- $t = \frac{2 \cdot V_0}{g}$, il tempo di volo
- $V_0 = \frac{1}{2} gt$
- $V = -V_0$



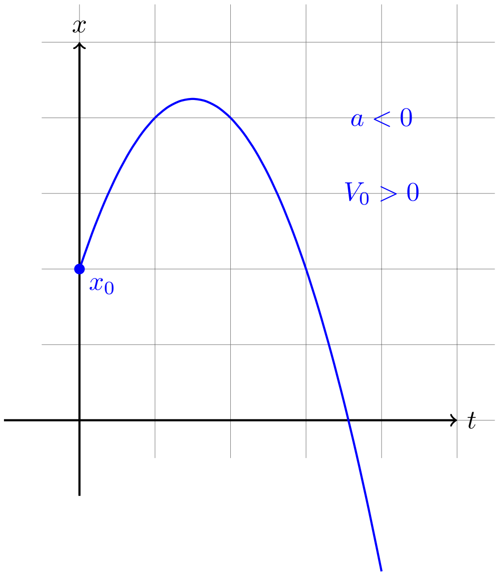
Nota: Nel primo grafico il tempo di salita è uguale al tempo di discesa (in un sistema senza attrito e quindi non nella vita reale).

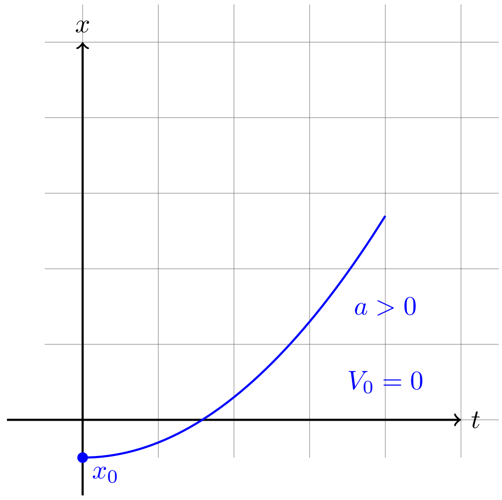
2.2.3 Considerazioni sui grafici

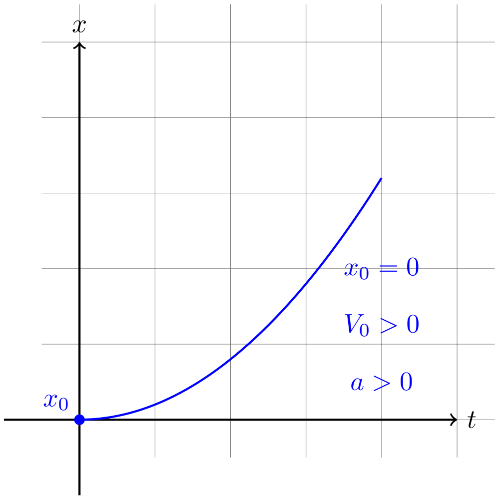
$$x = x_0 + V_{tot} + \frac{1}{2}at^2 \longleftrightarrow y = ax^2 + bx + c$$

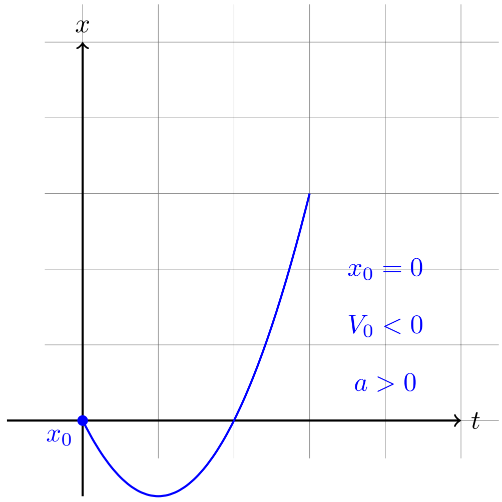
x_0 è il termine noto, V_{tot}è la pendenza della retta tangente nel punto iniziale, $\frac{1}{2}a$ è la concavità.

Ecco alcuni esempi:



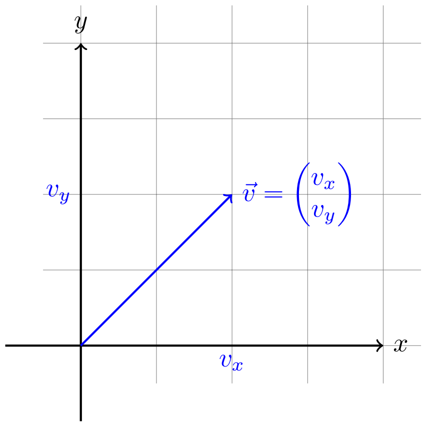






3 Vettori

- **grandezze scalari:** $t, T, d, m, f, E, A.V, ...$
- **grandezze vettoriali:** $\vec{v}, \vec{a}, \vec{F}, ...$



$$\begin{aligned} \|\vec{v}\| = v =& \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ v_x =& v \cdot cos(\alpha) \\ v_y =& v \cdot sin(\alpha) \\ v_y =& v_x \cdot tan(\alpha) \end{aligned}$$

Esiste una notazione alternativa, ecco alcuni esempi:

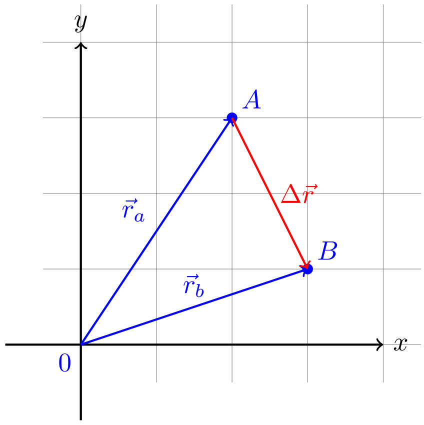
$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = 3\hat{x} + 6\hat{y}, \ \hat{x} \text{ e } \hat{y} \text{ rappresentano dei versori}$$
$$\vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9.81 \end{pmatrix} \frac{m}{s^2} = (0\hat{x} - 9.81\hat{y})\frac{m}{s^2}$$

Proprietà utili:

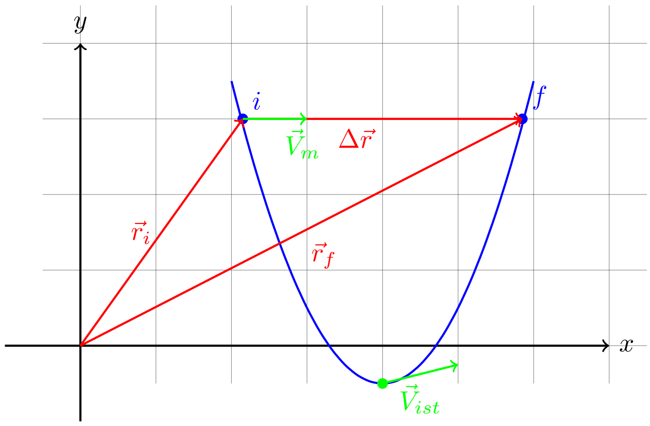
- Scomposizione
- Somma
- Prodotto tra un vettore e uno scalare

3.1 Vettori posizione, velocità, accellerazione e spostamento

- **vettori posizione:** $\vec{r}_a, \vec{r}_b$, $[m]$
- **vettore spostametno:** $\Delta\vec{r} = \vec{r}_b - \vec{r}_a$, $[m]$



- **velocità media:** $\vec{V}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$
  - $[\frac{m}{s}]$
  - $\left\|\vec{V}_m\right\| = V_m = \frac{\Delta r}{\Delta t}$
  - $\vec{V}_m \upuparrows \Delta\vec{r}$, equiverso (stessa direzione e stesso verso)
- **Velocità istantanea:** $\vec{V}_{ist} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \vec{V}_m$, tangente alla traiettoria



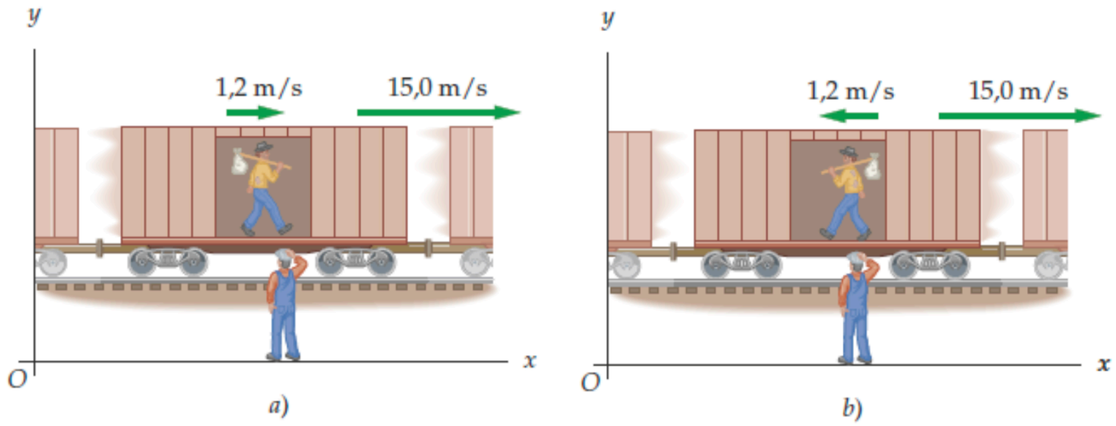
- **Accellerazione media:** $\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{V}_m}{\Delta t}$
  - $[\frac{m}{s^2}]$
  - $\|\vec{a}_m\| = a_m = \frac{\Delta V_m}{\Delta t}$
  - $\vec{a}_m \upuparrows \Delta\vec{V}_m$, equiversi
    - *attenzione:* $\Delta\vec{V}_m = \vec{V}_f - \vec{V}_i$
  - **Accellerazione istantanea:** $\vec{a}_{ist} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \vec{a}_m$

Nota: nel caso dell'accellerazione i vettori puntano verso il centro della circonferenza.

3.2 Moto relativo

3.2.1 Introduzione

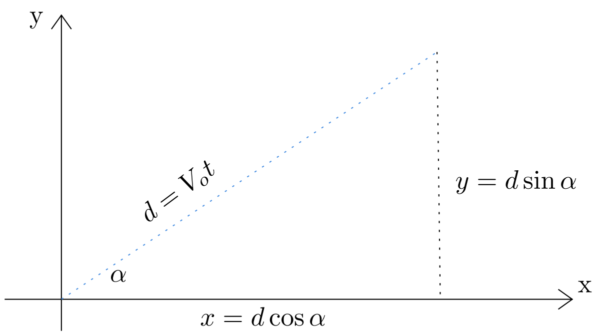
I vettori sono particolarmente utili nella descrizione del moto relativo: sinora, infatti, è stato dato per scontato che tutte le grandezze cinematiche fossero riferite a un unico sistema di riferimento assoluto. In realtà, la situazione pu'o essere piu' articolata. Facendo riferimento alle seguenti figure appare evidente che per un osservatore in stazione il passeggero si muove a 16.2 m/s oppure a 13.8 m/s, a seconda del verso con cui cammina sul treno. Mentre dal punto di vista del treno stesso, il passeggero si muove a ±1.2 m/s. Si tratta di valori ben diversi!

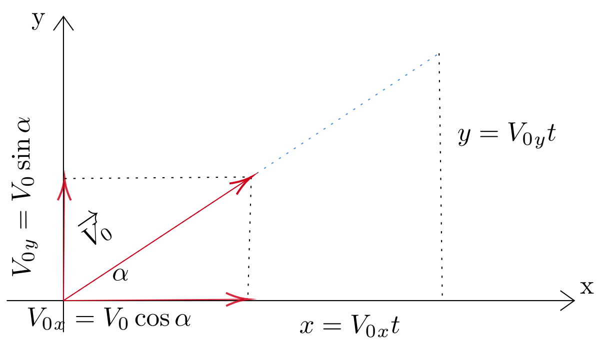


4 Cinematica bidimensionale

4.1 Moto con velocità costante

- $d = V_0 t$
- $x = d \cos \alpha$ e $y = d \sin \alpha$
- $V_{0x} = V_0 \cos \alpha$ e $V_{0y} = V_0 \sin \alpha$
- $x = x_0 + V_{0x} t$ e $y = y_0 + V_{0y} t$





4.2 Moto con accellerazione costante

- Posizione in funzione del tempo
  - $x(t) = x_0 + V_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$
  - $y(t) = y_0 + V_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$
- Velocità in funzione del tempo
  - $V_x(t) = V_{0x} + a_x t$
  - $V_y(t) = V_{0y} + a_y t$
- Velocità in funzione della Posizione
  - $V_x^2 = V_{0x}^2 + 2 a_x \Delta x$
  - $V_y^2 = V_{0y}^2 + 2 a_y \Delta y$

4.3 Moto parabolico

- La resistenza dell'aria non viene considerata
- L'accellerazione di gravità è costante, verso il basso
  - $\vec{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm 9.81 \end{bmatrix} \frac{m}{s^2}$
  - $g = \pm 9.81 \frac{m}{s^2}$
- La rotazione della terra viene ignorata

Visto che la componente di accellerazione sull'asse x è nulla, possiamo aggiornare le formule precedenti e ottenere

- Posizione in funzione del tempo
  - $x(t) = x_0 + V_{0x}t$
  - $y(t) = y_0 + V_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$
- Velocità in funzione del tempo
  - $V_x(t) = V_{0x}$
  - $V_y(t) = V_{0y} - gt$
- Velocità in funzione della Posizione
  - $V_x^2 = V_{0x}^2$
  - $V_y^2 = V_{0y}^2 - 2g\Delta y$

Nota: La velocità sull'asse x (V_x) è costante perchè non c'è accellerazione orizzontale.

Nota: Nelle formule il verso positivo dell'asse y è in alto e si utilizza $a_y = -9.81\frac{m}{s^2} = -g$.

4.4 Lancio ad angolo zero (orizzontale)

Solitamente

- $x_0 = 0$
- $y_0 = h$
- $\alpha = 0$

Quindi

- $V_{0x} = V_0 \cos 0° = V_0$
- $V_{0y} = V_0 \sin 0° = 0$

Sostituendo questi valori nelle equazioni del moto troviamo

- Posizione in funzione del tempo
  - $x(t) = V_0t$
  - $y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$
- Velocità in funzione del tempo
  - $V_x(t) = V_0$
  - $V_y(t) = -gt$
- Velocità in funzione della Posizione
  - $V_x^2 = V_0^2$
  - $V_y^2 = -2g\Delta y$

4.4.1 Altre formule

- Traiettoria (funzione)

$$
\begin{aligned}
t(x) =& \frac{x}{V_0} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \\
y =& h - \frac{g}{2V_0^2}x^2
\end{aligned}
$$

- Punto di atterraggio

$$x = V_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

4.5 Lancio ad angolo qualsiasi

Considerando $x_0 = y_0 = 0$ sappiamo che

- Posizione in funzione del tempo
  - $x(t) = (V_0 \cos\alpha)t$
  - $y(t) = (V_0 \sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$
- Velocità in funzione del tempo
  - $V_x(t) = V_0 \cos\alpha$
  - $V_y(t) = V_0 \sin\alpha - gt$
- Velocità in funzione della Posizione
  - $V_x^2 = V_0^2 \cos^2\alpha$
  - $V_y^2 = V_0^2 \sin^2\alpha - 2g\Delta y$

4.5.1 Proprietà di simmetria della parabola

Le seguenti considerazioni valgono solo se la parabola è simmetrica

- Gittata (o Range, R)
  - Determiniamo l'istante in cui il proiettile atterra, ponendo $y = 0$ nell'equazione

$$\begin{aligned} y =& \underbrace{x^2(-\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha})}_{a<0} + x\underbrace{\tan\alpha}_{b} \qquad c = 0 \\ y =& (V_0\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}$$

  - Sostituiamo il tempo trovato nell'equazione del moto in direzione x

$$x = \frac{2V_0^2}{g}\sin\alpha\cos\alpha$$

  che equivale a

$$R = \frac{V_0^2}{g}\sin 2\alpha$$

- Tempo di volo in funzione di velocità iniziale e angolo

$$t = \frac{2V_0}{g}\sin\alpha$$

- Altezza massima

$$\begin{aligned} h_{max} =& \frac{1}{2}R \\ h_{max} =& \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g} \end{aligned}$$