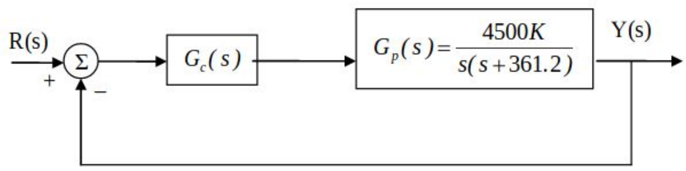
# ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ
# [ΡΟΗ Σ 6ο ΕΞΑΜΗΝΟ 2018-2019]

<u>Ατομικές αναφορές σε Matlab-Simulink</u>


Ονοματεπώνυμο : Γιαννιός Γεώργιος Ταξιάρχης

Αριθμός Μητρώου : 03116156


## Α σ κ η σ η 1




α) Να σχεδιαστεί PD-ελεγκτής $G_c(s) = k_p + k_d s$, για τις ακόλουθες προδιαγραφές:

- Σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση στη μοναδιαία συνάρτηση αναρρίχησης ≤ 0.000443.
- Μέγιστη υπερύψωση ≤ 5%
- Χρόνος ανύψωσης ≤ 0.005 sec
- Χρόνος αποκατάστασης ≤ 0.005 sec

*Η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόγχου είναι :*

$$G_{\kappa\lambda\varepsilon\iota\sigma\tau o\upsilon}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c \cdot G_p}{1+G_c \cdot G_p} = \frac{\left(k_p + k_d s\right)\cdot \frac{4500K}{s(s+361.2)}}{1+\left(k_p+k_d s\right)\cdot\frac{4500K}{s(s+361.2)}} = \frac{4500Kk_d s + 4500Kk_p}{s^2+\left(361.2+4500Kk_d\right)s+4500Kk_p}$$

*Από την παραπάνω σχέση εξάγουμε το συμπέρασμα οτι η Χαρακτηριστική Εξίσωση ειναι η:*

$$P(s) = s^2 + \left(361.2+4500Kk_d\right)s + 4500Kk_p = 0$$

*Συγκρίνοντας την με την εξίσωση :* $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n{}^2$,

*παίρνουμε* $2\zeta\omega_n = 361.2 + 4500Kk_d \ (1)$ *και* $\omega_n{}^2 = 4500Kk_p \ (2)$

*Θέτω* $K_1 = 45000Kk_d \ (3)$ *και* $K_2 = 4500Kk_p$ *και* $K_1{}' = \ 2\zeta\omega_n (4)$

$$(1) \xrightarrow[(4)]{(3)} K_1{}' = 361,2 + K1$$

*Οπότε η αρχικη σχέση για την συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόγχου γίνεται :*

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_1 s + K_2}{s^2 + K_1{}' + K_2}$$

*Ο Μετασχηματισμός Laplace της* $r(t) = t, \ t \geq 0$ *είναι* $R(s) = \frac{1}{s^2}$

*Για το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση έχουμε :*

$$e_r = \lim_{t\to\infty} \left(r(t) - y(t)\right) \xrightarrow{\Theta.T.T}$$

$$e_r = \lim_{s\to 0}\left(sR(s) - sY(s)\right) = \lim_{s\to 0}\left(sR(s) - sR(s)\cdot\frac{K_1 s + K_2}{s^2+K_1{}'+K_2}\right) \longrightarrow$$

$$e_r = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s + K_1{}' + \frac{K_2}{s} - K_1 - \frac{K_2}{s}}{s^2 + K_1{}'s + K_2}\right) = \frac{K_1{}' - K_1}{K_2} = \frac{361.2}{4500Kk_p}$$

*Όμως επιθυμούμε* $e_r \leq 0.000443 \rightarrow \frac{361.2}{4500Kk_p} \leq 0.000443 \rightarrow Kk_p \geq 181.188 \ (7)$

*Για χρόνο αποκατάστασης :*

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{8}{2\zeta\omega_n} = \frac{8}{K_1'} = \frac{8}{361.2 + 4500Kk_d}$$

*Απαιτώ*

$$t_s \leq 0.005 \ (5) \ \rightarrow \frac{8}{361.2 + 4500Kk_d} \leq 0.005 \rightarrow$$

$$Kk_d \geq 0.27528$$

*Για την μέγιστη υπερύψωση έχουμε :*

$$M_{pu} = 1 + e^{-\zeta \cdot \frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \leq 1.05 \rightarrow$$

$$e^{-\zeta \cdot \frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \leq 0.05 \quad \rightarrow$$

$$\zeta\pi \geq 2.99573\sqrt{1-\zeta^2} \rightarrow$$

$$\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \geq 0.95357 \ \rightarrow$$

$$\zeta \geq 0.6901 \ (6)$$

*Για διευκόλυνση της ανάλυσης, θεωρούμε ότι ικανοποιοούνται οι ισότητες των* (5) , (6) *οπότε*:

$$\zeta = 0.6901 \ \textit{και} \ t_s = 0.005 \rightarrow \frac{8}{2 \cdot 0.6901 \cdot \omega_n} = 0.005 \rightarrow \omega_n = 1159.25$$

*Θα ελέγξουμε αν αυτή η τιμή του* $\omega_n$ *ικανοποιεί ανισότητα* (7)

$$\omega_n^{\,2} = 4500Kk_p \rightarrow 1343865.8 = 4500Kk_p \rightarrow Kk_p = 298.6368 \geq 181.188 \ (\textit{ικανοποιείται})$$

$$2\zeta\omega_n = 1599.9968 \rightarrow$$

$$361.2 + 4500Kk_d = 1599.9968 \rightarrow$$

$$Kk_d = 0.27528$$

*Το σύστημα λοιπόν γίνεται :*

$$G_{\kappa\lambda\varepsilon\iota\sigma\tau\acute{o}\upsilon\beta\rho\acute{o}\gamma\chi o\upsilon} = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1238.76s + 1343865.6}{s^2 + 1599.96s + 1343856.6}$$

*Θα ελέγξουμε αν ικανοποιείται η απαίτηση για χρόνο ανύψωσης:*

*Ο χρόνος ανύψωσης δίνεται απο τον τύπο* $t_r = \dfrac{\pi}{2\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$

*Για* $\omega_n = 1159.25$ *και* $\zeta = 0.6901$ *παίρνουμε ότι :*

$$t_r = \frac{\pi}{2 \cdot 1159.25 \cdot 0.7237} = 0.00187\ sec\ < 0.005\ sec$$

*Τέλος θα ελέγξουμε την ευστάθεια του Συστήματος : Απο τον πίνακα Routh έχουμε :*

| | | |
|---|---|---|
| $s^2$ | 1 | 1343856.6 |
| $s^1$ | 1599.9 | 0 |
| $s^0$ | 1343856.6 | |

*που σημαίνει ότι το* $(\Sigma)$ *είναι ευσταθές*

Για τις παραπάνω τιμές θα σχεδιάσουμε το Σύστημα μας στο simulink


*( β λ part1.slx)*

Βλέπουμε ότι η έξοδος ακολουθεί την είσοδο με τις προδιαγραφες που ζητήθηκαν.Να σημειωθεί ότι αν κάνουμε zoom_out στο παραπάνω διάγραμμα θα διαπιστώσουμε ότι οι γραφικές γίνονται παράλληλες .

# Ασκηση 2

β) Να σχεδιαστεί PI-ελεγκτής, G ( s ) =kp + ki/s ,ούτως ώστε να έχουμε:

- Σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση από τη μοναδιαία παραβολική είσοδο $\frac{t^2}{2} \leq 0.2$
- Μέγιστη υπερύψωση $\leq$ 5%
- Χρόνο ανύψωσης $\leq$ 0.01 sec
- Χρόνος αποκατάστασης $\leq$ 0.02 sec

Θα υπολογίσουμε τους πόλους της συνάρτησης κλειστού βρόγχου για τους οποίους ισχύουν οι παραπάνω προδιαγραφές (Μέθοδος επικρατούντων πόλων). Μπορούμε να ελέγξουμε τις τρεις απο αυτές και αντικαταστήσουμε σε μια άλλη και να διαπιστώσουμε αν την ικανοποιεί.

Το σύστημα πλέον δεν είναι 2ου βαθμού αλλά 3ου λόγω του παράγοντα $\frac{k_i}{s}$

<u>Για σφάλμα μόνιμης κατάστασης :</u>

Απο θεώρημα τελικής τιμής θα πάρουμε την επιθυμητή σχέση μεταξύ $k_i$ και $K$
Μετά απο πράξεις,όπως και στο ερώτημα (α) παίρνουμε
$K \geq 0.401\, k_i$

Εστω για τη σχεδίαση ότι K =0.401

Για μέγιστη υπερύψωση :

Απο την προδιαγραφή αυτή μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε το διάστημα τιμών του ζ . Προκύπτει λοιπόν με παρόμοια ανάλυση όπως και στο (α) ότι :

$\zeta \geq 0.93$

Για χρόνο αποκατάστασης :

Από τη σχέση για τον χρόνο αποκατάστασης , παίρνουμε τιμές για τα ζ και τα ω.

Απο τις σχέσεις αυτές, προκύπτει ζ = 0.95 και ω = 210.5

Οι επικρατούντες πόλοι για αυτές τις τιμές είναι:

$s_{1,2} = -200 \pm 65.72$

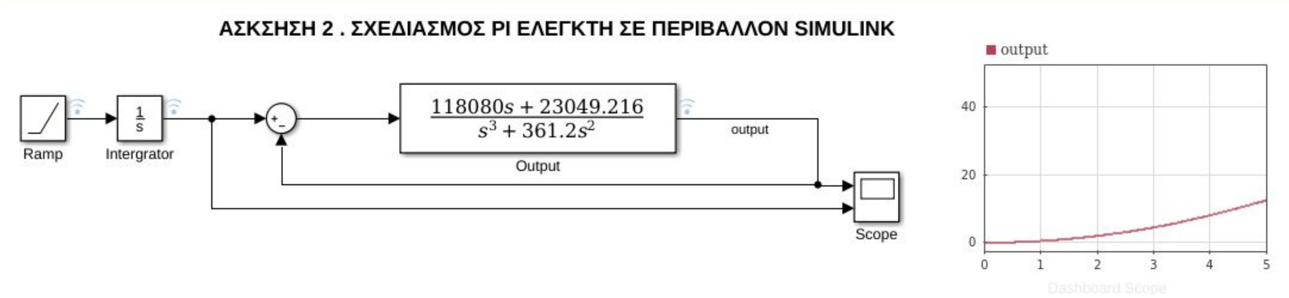
Τέλος θα πρέπει ο ελεγκτής μας να προσθέσει μια γωνία ώστε το νέο σύστημα να περνάει απο επιθυμητούς πόλους .Η γωνία του ανοικτού συστήματος σε αυτούς τους πόλους είναι -183.98 οπότε προσθέτουμε 3.98 μοίρες για να ικανοποιείται η συνθήκη γωνίας .

Απο τα παραπάνω προκύπτει ότι :

$k_i = 192.45 k_p$,

οπότε αντικαθιστώντας σε Σ.Μ υπολογίζουμε ότι : $K = \frac{26.04}{k_p}$

Παρακάτω βλέπουμε τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων :




*( $\beta$ $\lambda$ part2.slx)*

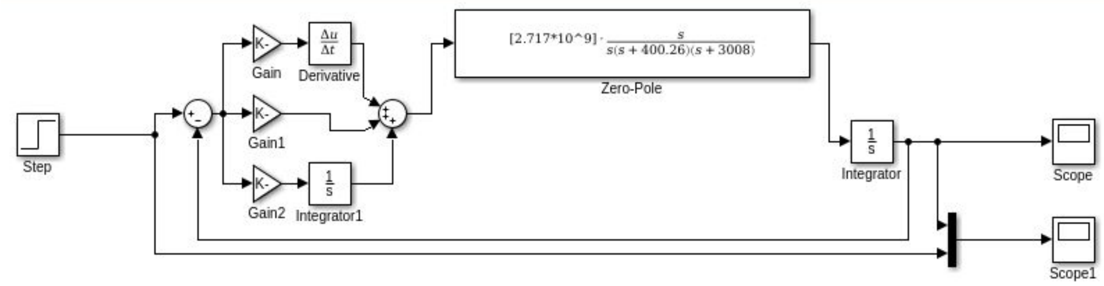
Στο διάγραμμα αυτό απεικονίζεται απο κοινού η εξοδος και η είσοδος (σε κοινό διάγραμμα ) . Παρατηρούμε ότι σχεδόν ταυτίζονται .

## Άσκηση 3

γ) Να σχεδιαστεί PID-ελεγκτής $G_p(s) = \dfrac{2.718 \cdot 10^9}{s(s+400.26)(s+3008)}$ όταν ζητούνται:

- Σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση στη μοναδιαία συνάρτηση αναρρίχησης $\leq 0.2$
- Μέγιστη υπερύψωση $\leq 5\%$
- Χρόνος ανύψωσης $t_r \leq 0.005\ sec$
- Χρόνος αποκατάστασης $t_s \leq 0.005\ sec$

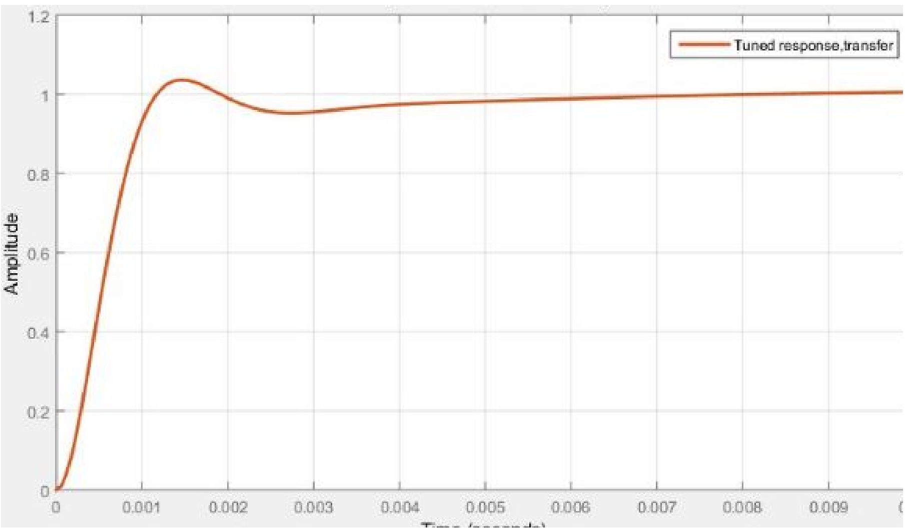
Χρησιμοποιώντας τόσο το Simulink όσο και το εργαλείο PID tuner του Matlab πήραμε τα εξής αποτελέσματα




(βλ part3.slx)

Να σημειωθεί ,ότι σαν είσοδο χρησιμοποιήσαμε την βηματική συνάρτηση (σε αντίθεση με τη συνάρτηση-ράμπα) για διευκόλυνση στη μελέτη .

Τα αποτελέσματα της εξόδου ήταν:




-------Τέλος 1ης Εργαστηριακής Αναφοράς ----------------