

ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

[ΡΟΗ Σ 6ο ΕΞΑΜΗΝΟ 2018-2019]

Ατομικές αναφορές σε Matlab-Simulink

Ονοματεπώνυμο : Γιαννιός Γεώργιος Ταξιάρχης
Αριθμός Μητρώου : 03116156

2Η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ ΣΕ MATLAB & SIMULINK

ΕΡΩΤΗΜΑ Α

Θεωρήστε την πειραματική διάταξη του Ανεστραμμένου Εκκρεμούς που εξετάσατε στο εργαστήριο. Μια γραμμική περιγραφή ενός ανάλογου συστήματος δίνεται από τις εξισώσεις:

$$\dot{x}_{oi} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 20.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} u, \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

με κάποιες αρχικές συνθήκες, όπου θ είναι η γωνιακή θέση της ράβδου σε rad , x η απόσταση του Βαγονιού από κάποιο σημείο αναφοράς σε m , u η είσοδος ελέγχου σε N και $[y_1 \ y_2]^T$ το διάνυσμα εξόδου.

Α) Είναι επιθυμητό να επαναφέρουμε το Βαγονάκι με το Ανεστραμμένο Εκκρεμές στην αρχική τους, αδιατάραχτη θέση όταν ανεπιθύμητες εξωτερικές δυνάμεις τους προσδίδουν κάποιες αρχικές συνθήκες. Σε αυτό το ερώτημα, θεωρούμε ότι το x_{oi} είναι μετρήσιμο. Έστω ότι $u = -Kx_{oi}$ είναι μία γραμμική ανάδραση κατάστασης που τοποθετεί δύο από τους πόλους κοντά στον φανταστικό άξονα και τους άλλους σε τέτοιες θέσεις ώστε η επίδρασή τους να είναι αμελητέα. Θέλουμε εντός $2\ sec$ οι απόλυτες τιμές των συνιστωσών του x_{oi} να γίνουν και να παραμείνουν μικρότερες του 0.015 . Θέλουμε επίσης ο συντελεστής απόσβεσης $\zeta = 0.5$ για τους δύο πρωτεύοντες πόλους του κλειστού συστήματος. Να βρεθεί κατάλληλο K και να σχεδιαστούν οι αποκρίσεις των $\theta, \dot{\theta}, x, \dot{x}, u$ όταν η αρχική συνθήκη είναι $[-0.2 \ -0.06 \ 0.01 \ 0.3]^T$.

Αρχικά θα μελετήσουμε την **ευστάθεια** του Συστήματος :

Γράφουμε τις εξισώσεις στην μορφή $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι :

$$\psi(s) = \det\{sI - A\} = \det\left(\begin{bmatrix} s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 20.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\right) = \det\left(\begin{bmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ -20.6 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s & -1 \\ 0.5 & 0 & 0 & s \end{bmatrix}\right) =$$
$$s^4 - 20.6s^2 = s^2(s^2 - 20.6)$$

Παρατηρούμε ότι το (Σ) είναι **ασταθές** καθώς έχει δύο πόλους στο μηδέν και άλλον ένα θετικό.

Στη συνέχεια θα ελέγξουμε την **ελεγχσιμότητα** του Συστήματος :

Ο πίνακας ελεγχσιμότητας είναι :

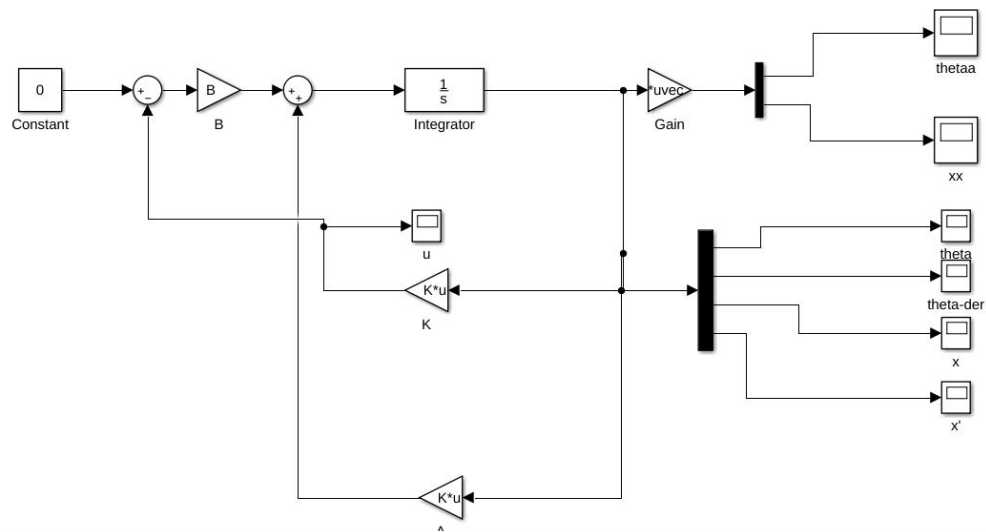
$$C = [B \ AB \ A^2B \ A^3B] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -20.6 \\ -1 & 0 & -20.6 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

Όμως $\det C = 96.06 \neq 0$, οπότε το Σύστημα **είναι ελέγξιμο**, οπότε μπορούμε με ανατροφοδότηση εισόδου να τοποθετήσουμε τους πόλους σε επιθυμητές θέσεις .

Εστω ότι το Σ έχει διπλό πόλο στο -14 και οι επικρατούντες πόλοι είναι $\omega_n = 3$, $\zeta = 0.5$

Ακολουθώντας την **μέθοδο τοποθέτησης πόλων** (με πίνακα μετασχηματισμού T) που διδάχτηκε στο αμφιθέατρο, υπολογίσαμε το κέρδος K (βλ *PART_A* στο αρχείο *ask2_A.m*).

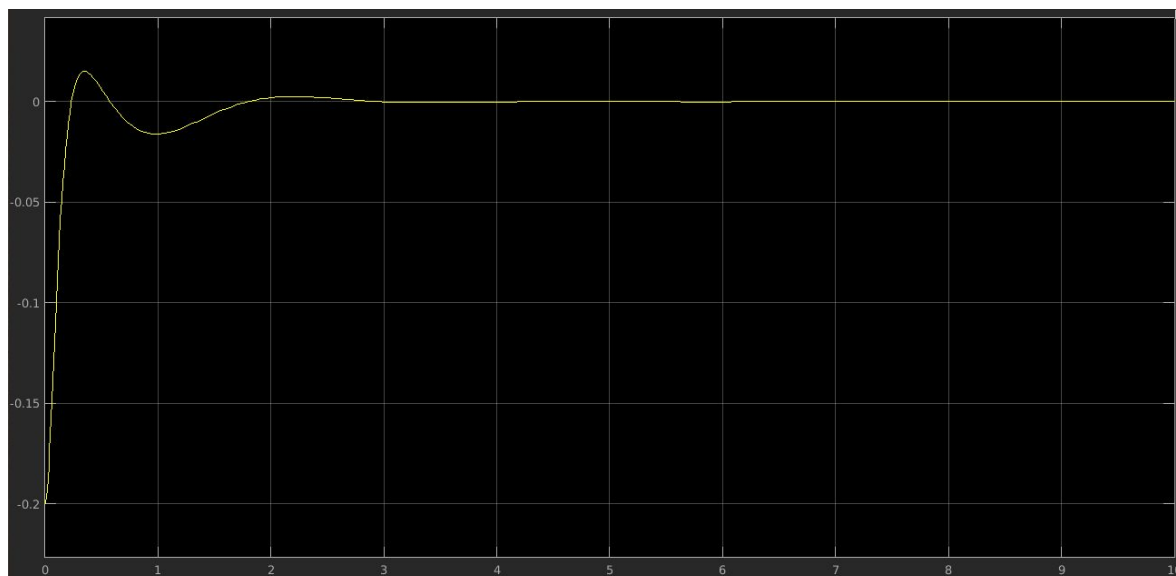
Στη συνέχεια σχεδιάσαμε στο Simulink το σύστημα ώστε να απεικονίσουμε γραφικά τις ζητούμενες αποκρίσεις :



(Αρχείο με όνομα exc2_a.slx)

Οι αποκρίσεις είναι :

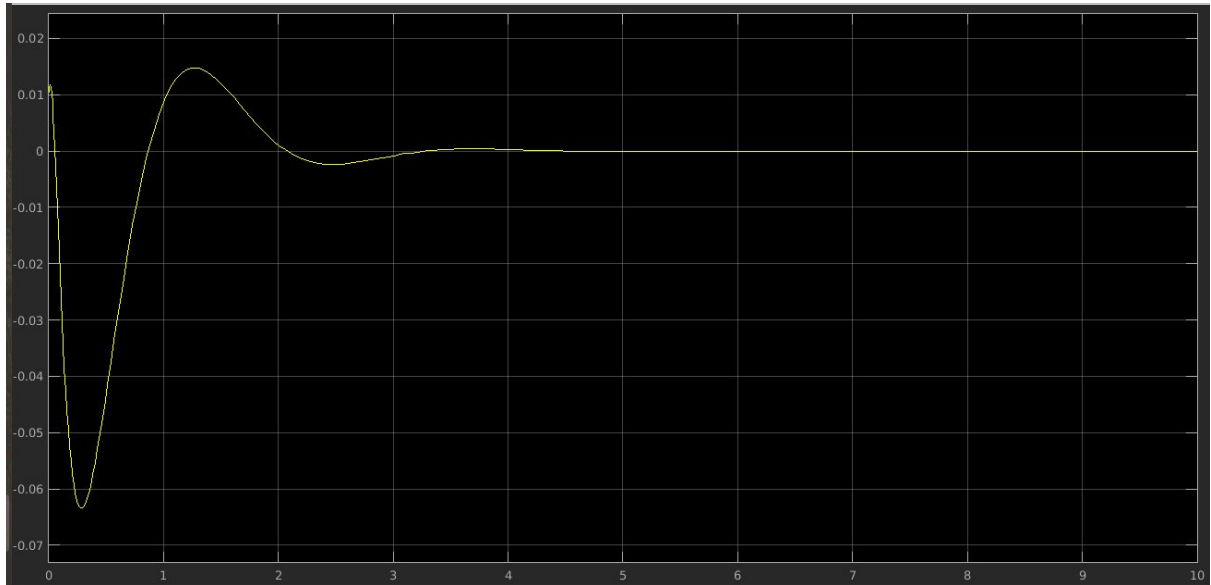
θ



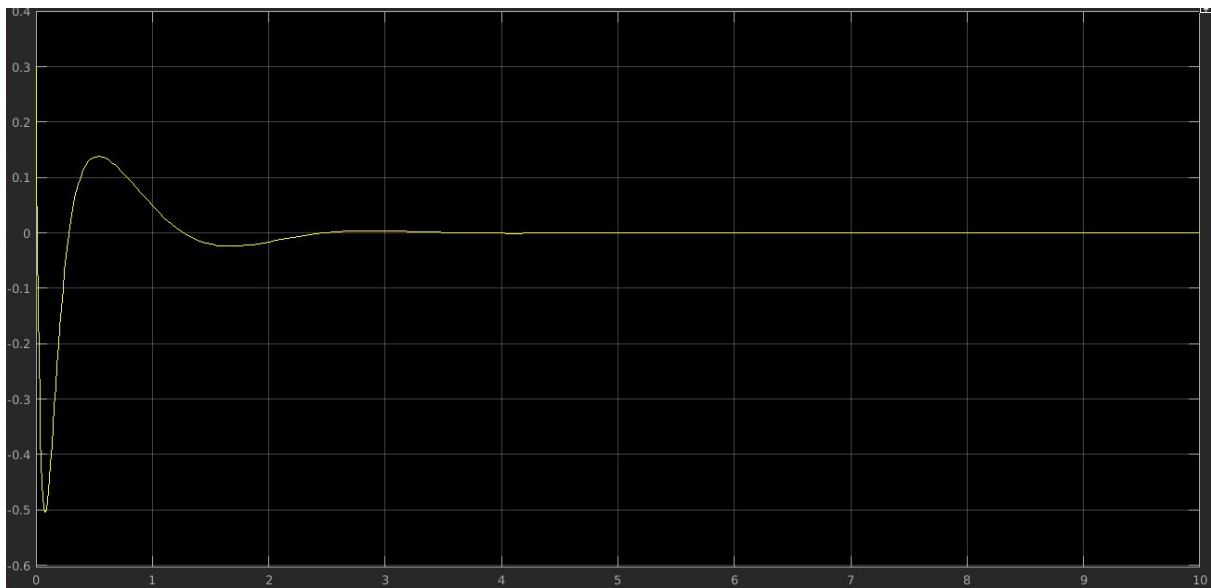
$d\theta/dt$



x



dx/dt



u



ΕΡΩΤΗΜΑ Β

Β) Να βρεθεί κατάλληλο K ώστε ο νόμος ελέγχου $u = -Kx_{ol}$ να ελαχιστοποιεί το τετραγωνικό κριτήριο κόστους


$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x_{o\lambda}^T(t)x_{o\lambda}(t) + u^2(t))dt$$

και να σχεδιαστούν οι αποκρίσεις των $\theta, \dot{\theta}, x, \dot{x}, u$ για την προηγούμενη αρχική συνθήκη.

Το πρόβλημα λύνεται εύκολα με την χρήση της εξίσωσης **Riccati**
(Συνάρτηση *care* του *matlab*, βλ *PART_B* κώδικα *ask2_A.m*)

Μήτρα Ρ:

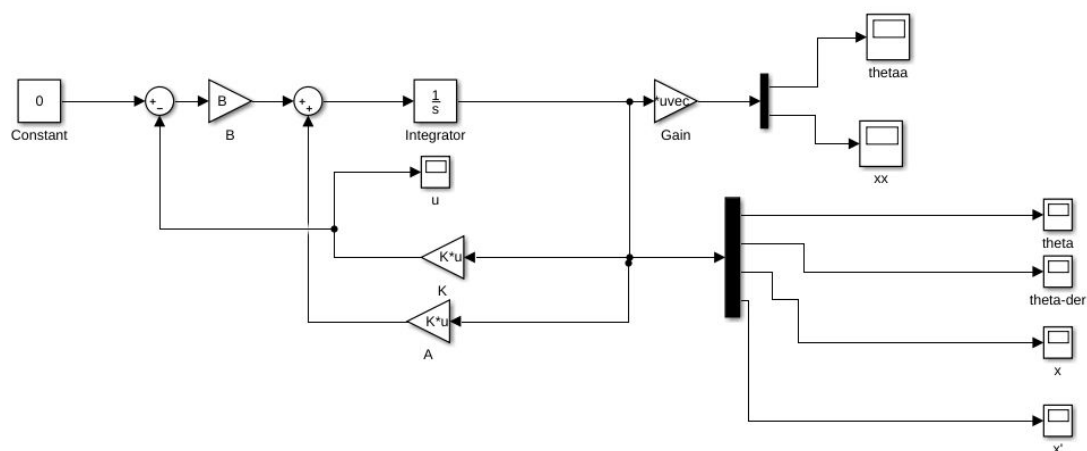
	1	2	3	4
1	301.2173	66.6024	11.5847	28.9734
2	66.6024	14.8439	2.6079	6.5185
3	11.5847	2.6079	2.7261	3.2159
4	28.9734	6.5185	3.2159	7.5848

Βέλτιστο gain K

A screenshot of a MATLAB command window. The title bar shows 'Kr' and a close button. Below the title bar, the text '1x4 double' is displayed. The main area shows a 4x4 matrix with the following values:

	1	2	3	4
1	-52.1157	-11.5847	-1.0000	-2.7261
2				
3				
4				

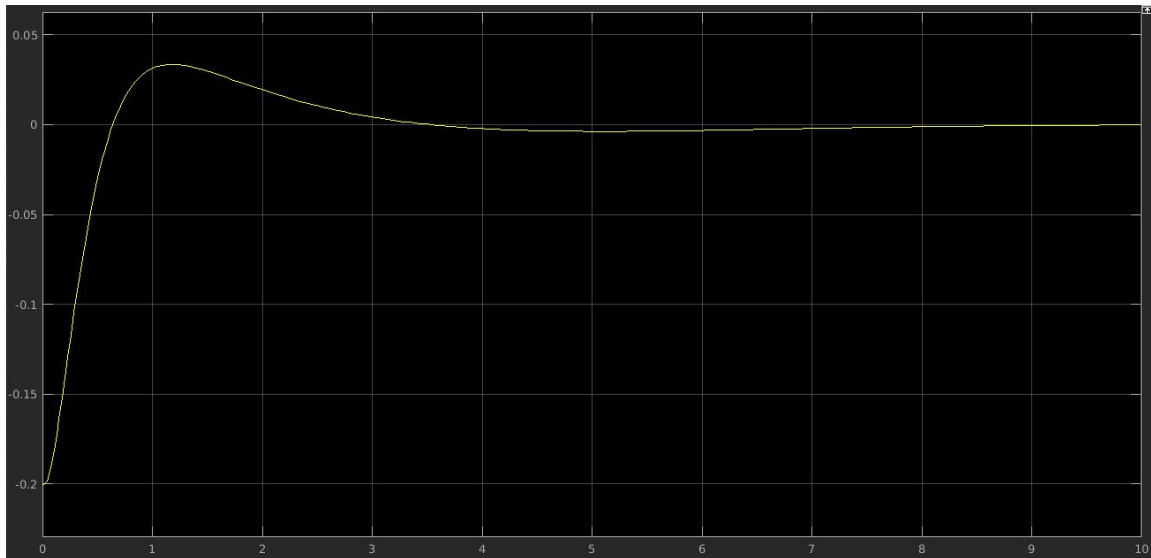
Οπότε σχεδιάσαμε την ακόλουθη διάταξη :



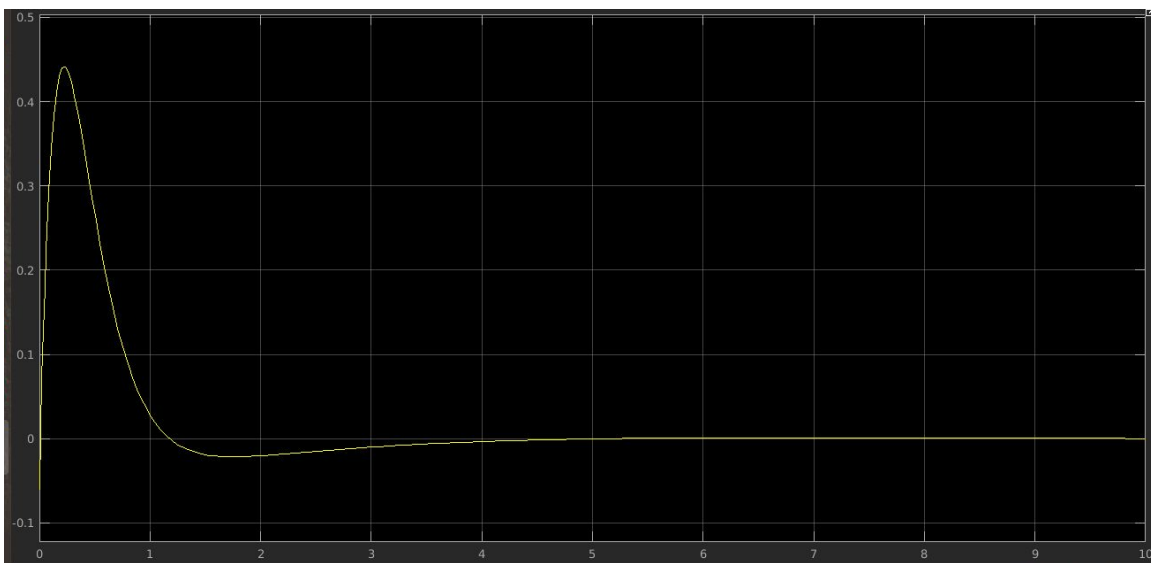
(Αρχείο με όνομα exc2_b.xlsx)

Οι αποκρίσεις είναι :

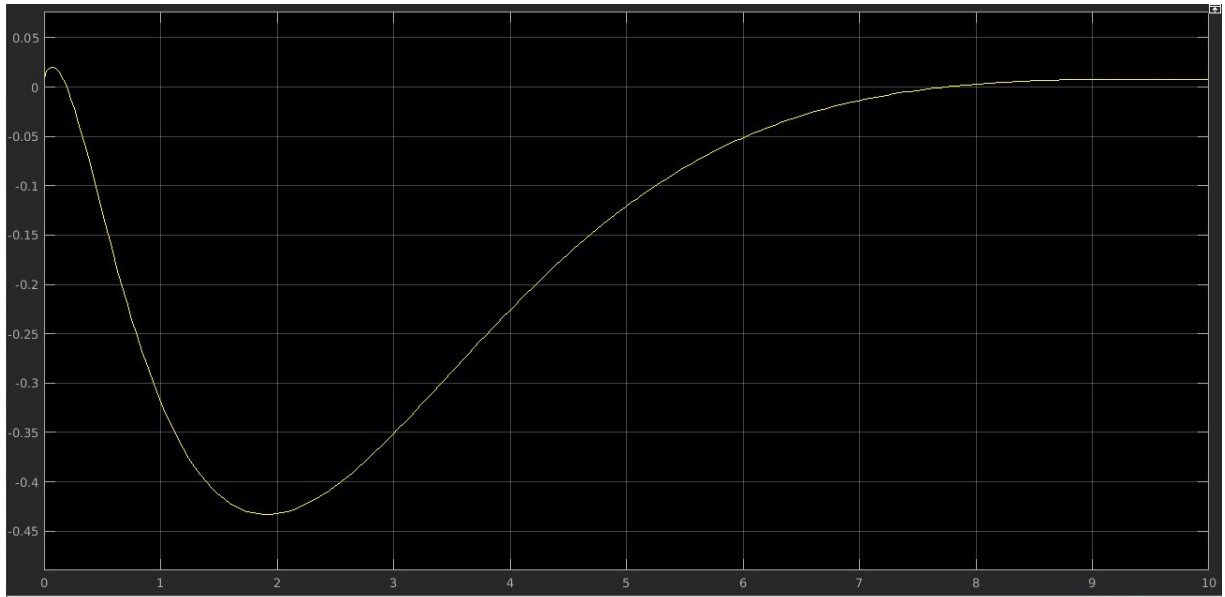
θ



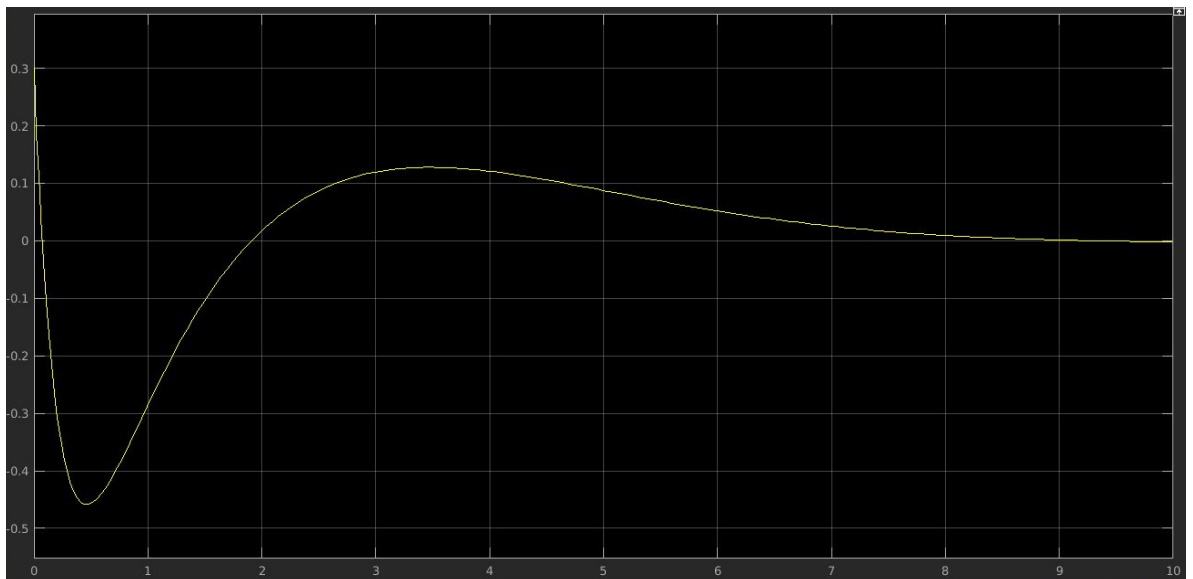
$d\theta/dt$



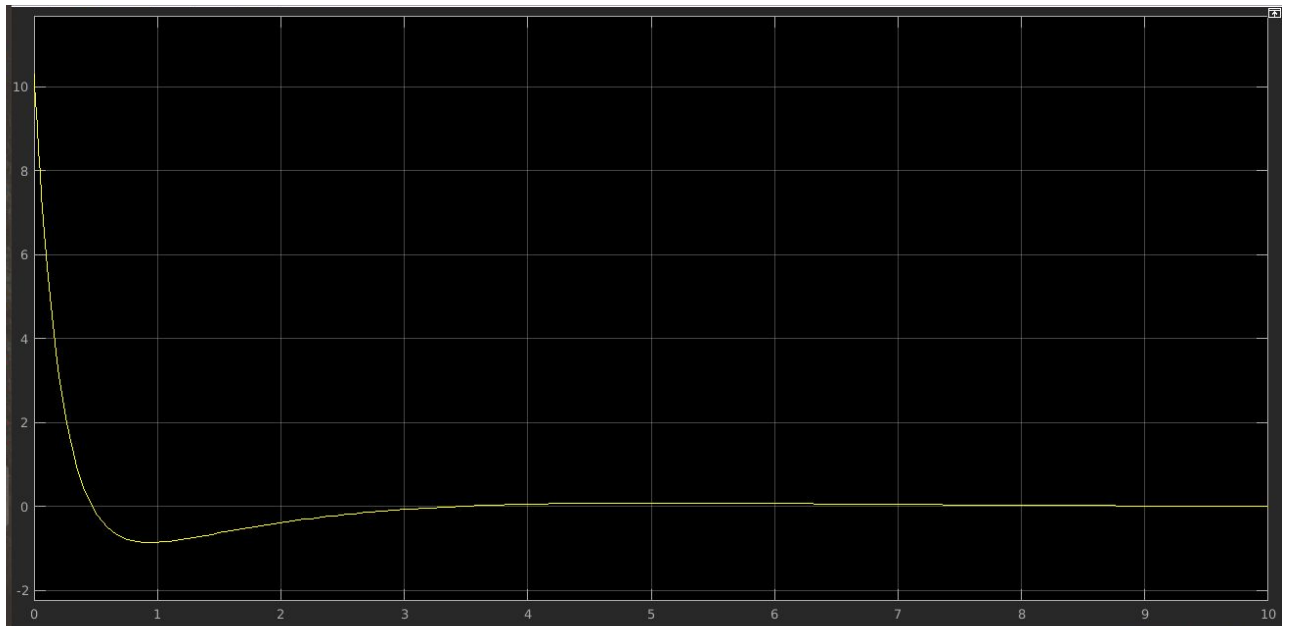
x



dx/dt



u



ΕΡΩΤΗΜΑ Γ

Γ) Με τα δεδομένα του ερωτήματος (Α), να μετακινηθεί το Βαγονάκι με το Ανεστραμμένο Εκκρεμές σε κάποια καινούργια θέση της προτίμησής σας, διαφορετική από την αρχική, κάνοντας κατάλληλη επιλογή της εισόδου u . Να σχεδιαστούν οι αποκρίσεις. Ποιά είναι η απαιτούμενη ισχύς του κινητήρα;

Επειδή το σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση είναι μεγάλο, κρίνεται αναγκαίο να προστεθεί block κέρδους ώστε η έξοδος να ακολουθεί είσοδο.

Μετά απο ανάλυση καταλήγουμε ότι

$$u_{\text{επιθ}} = -x_{\text{επιθ}} \cdot K_3, \quad K_3 \text{ το τρίτο στοιχείο του διανύσματος κερδών}$$

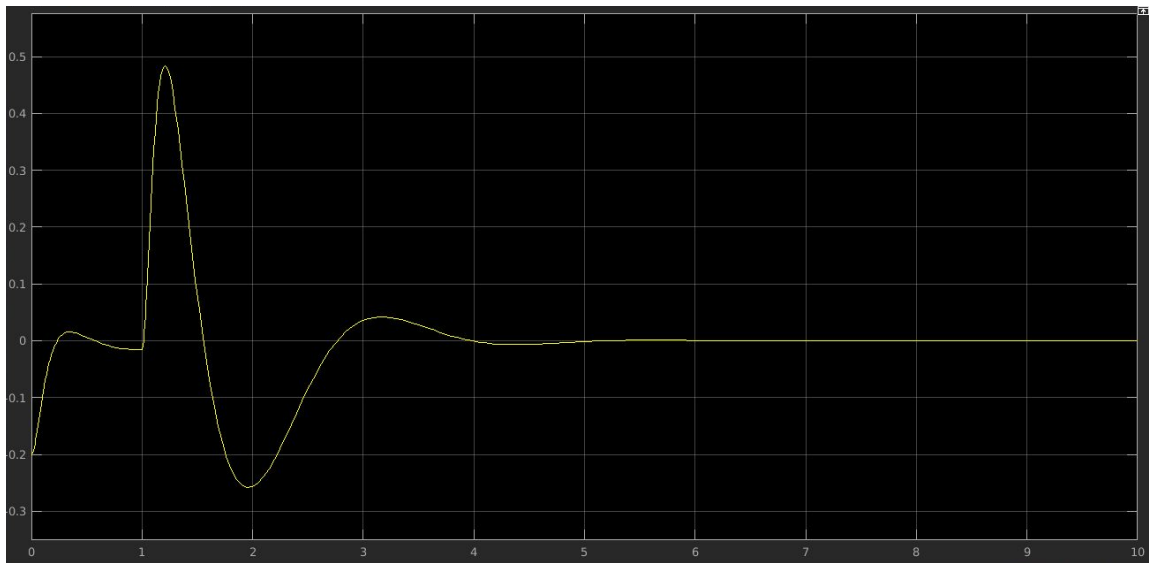
Αρα στην είσοδο του ήδη υπάρχοντος συστήματος προσθέτω την επιθυμητή είσοδο.

Με λίγα λόγια μετακινώ το βαγόνι στη θέση $x = 1$

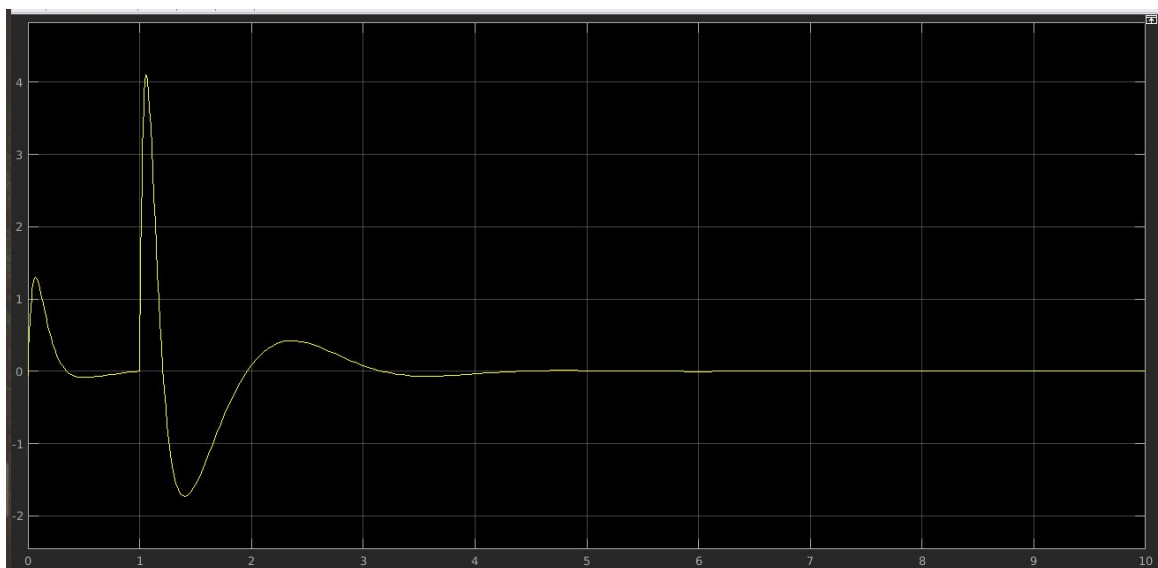
Αλλάζοντας τιμες στα κέρδη blocks του simulink δημιουργήσαμε το αρχείο που παραδίδεται στο zip ([exc2_c.s/x](#)):

Οι αποκρίσεις ήταν :

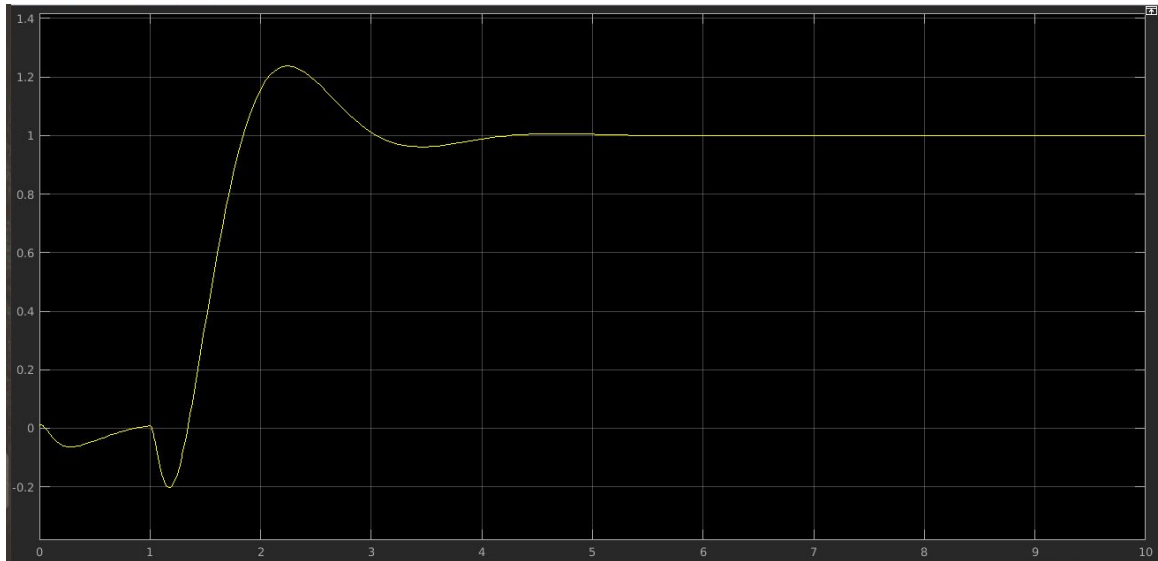
θ



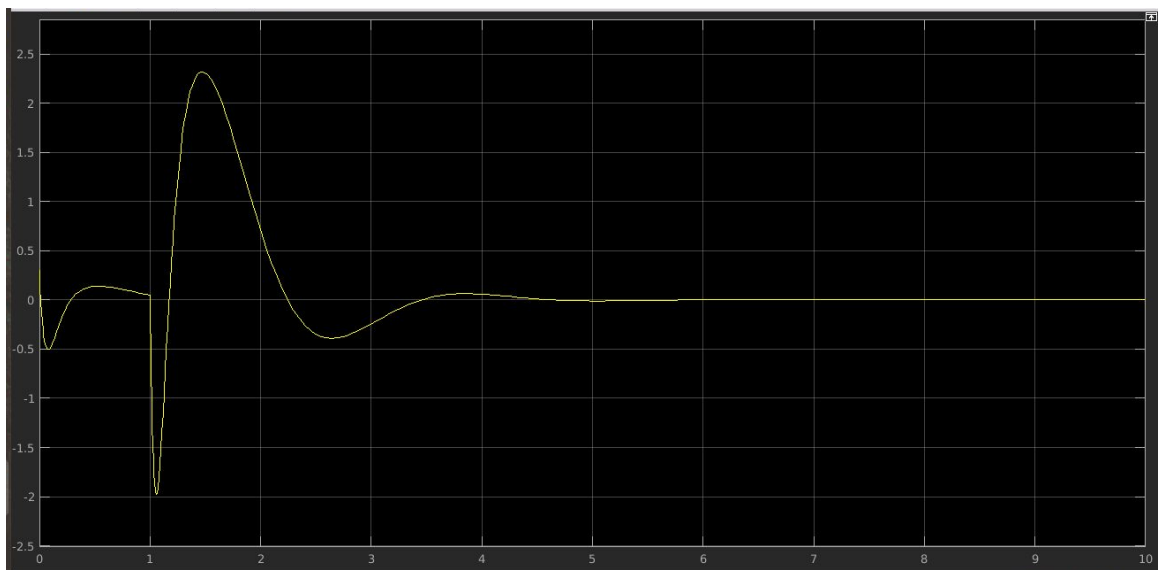
$d\theta/dt$



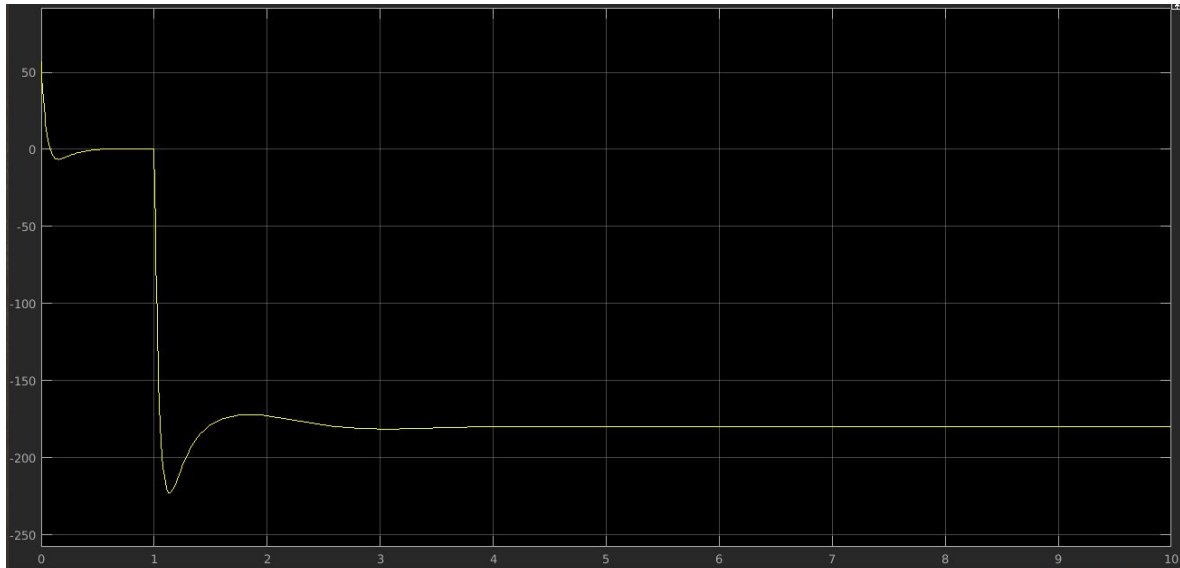
X



dx/dt



u

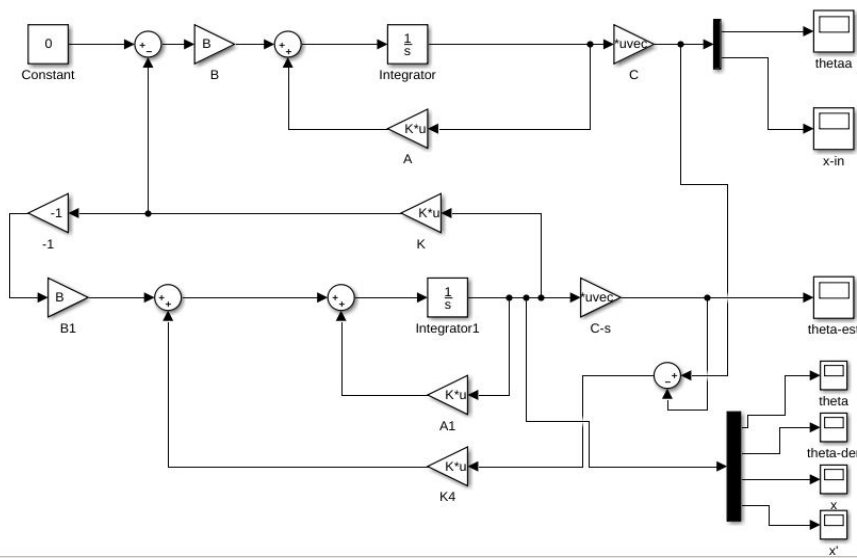


ΕΡΩΤΗΜΑ Δ

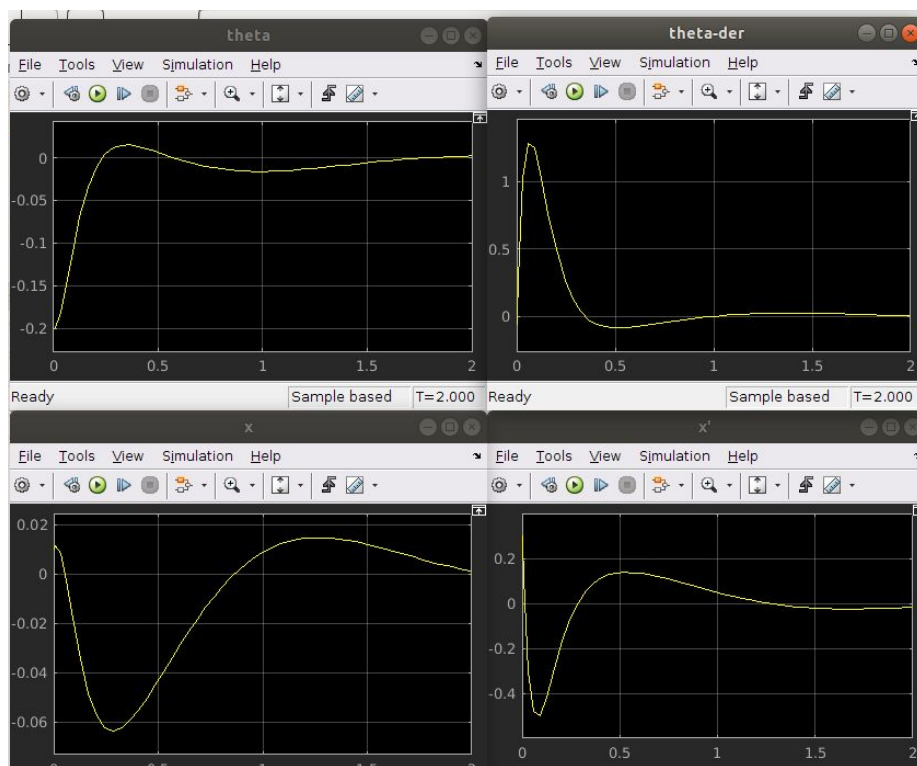
Δ) Έστω ότι δεν είναι μετρήσιμο το x_{o1} αλλά το $[y_1 \ y_2]^T$. Να επαναληφθούν τα ερωτήματα (Α) και (Β) με χρήση παρατηρητή κατάστασης.

Ο παρατηρητής κατάστασης θα εκτιμήσει το διάνυσμα κατάστασης. Μέσω της ανατροφοδότησης, στο αρχικό σύστημα θα πάρουμε επιθυμητή έξοδο

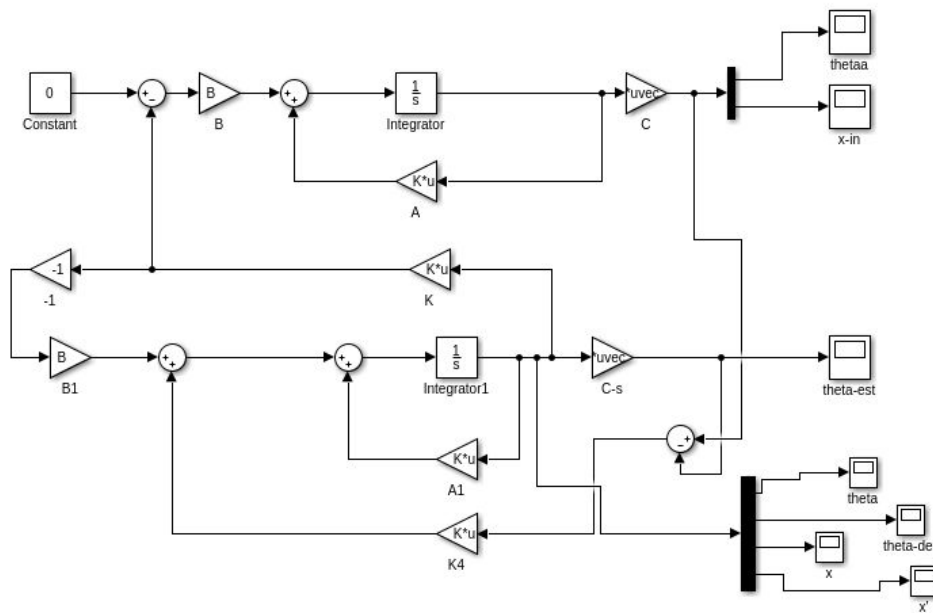
Ερώτημα (Α)



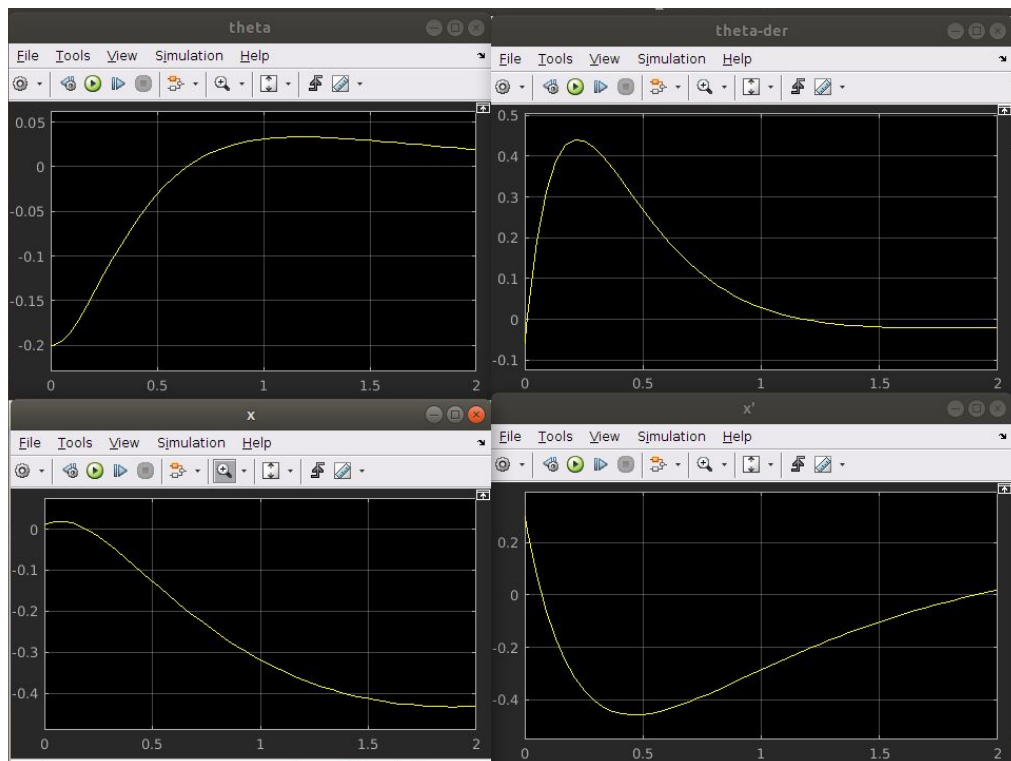
(Αρχείο με όνομα exc2_d_a.slx)



Ερώτημα (B)



(Αρχείο με όνομα exc2_d_b.slx)

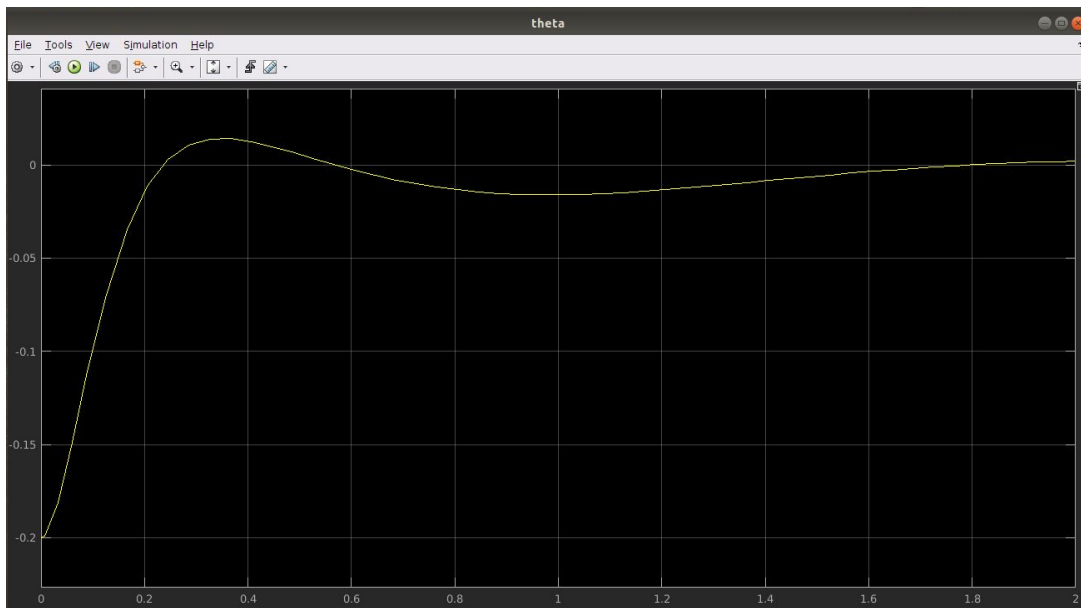


ΕΡΩΤΗΜΑ Ε

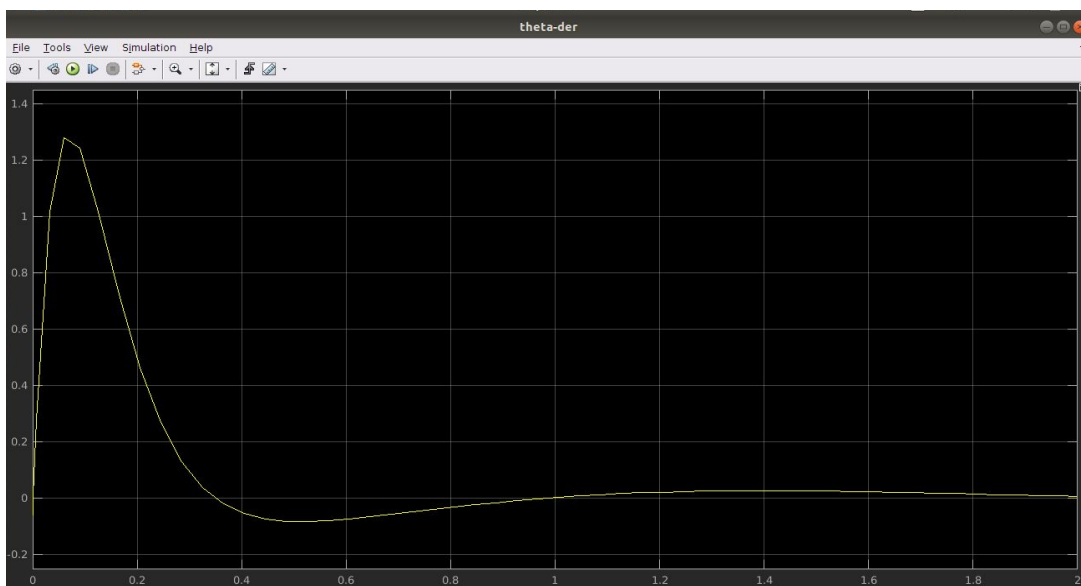
Ε) Αξιολογήστε τη σχεδίασή σας αν οι τιμές 20.6 και -0.5 στον πιο πάνω πίνακα αντικατασταθούν με τις 20.9 και -0.8 αντιστοίχως.

Αφού δημιουργήσαμε το αρχείο με όνομα `exc2_e.slx` βάζοντας τις σωστές παραμέτρους στο τμήμα `PART_E` του κώδικα `ask2_A.m`, πήραμε τις ακόλουθες αποκρίσεις:

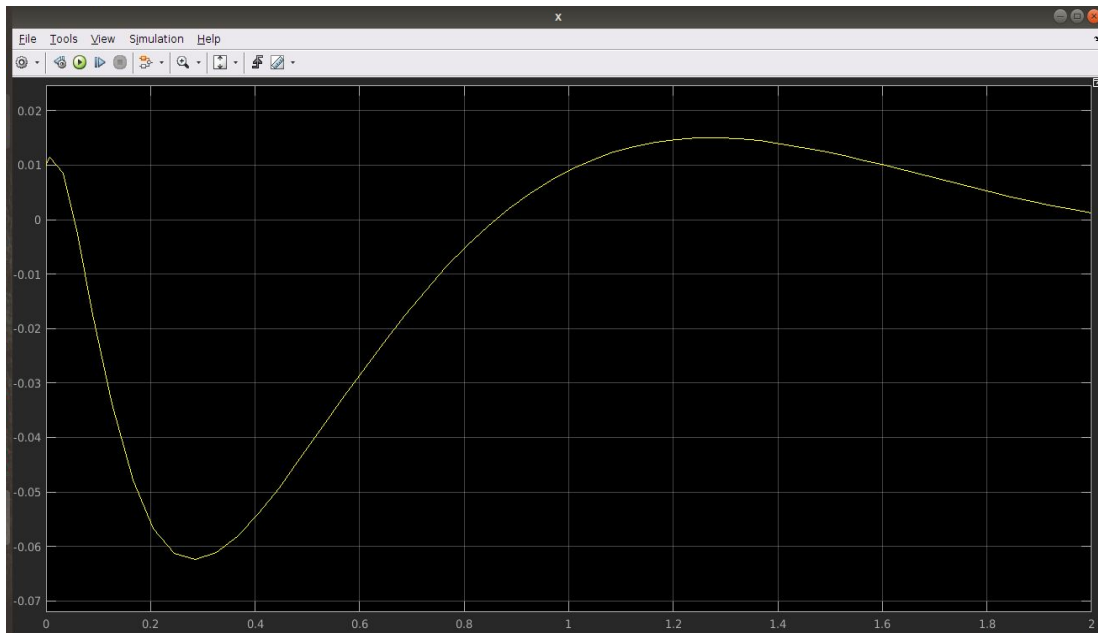
θ



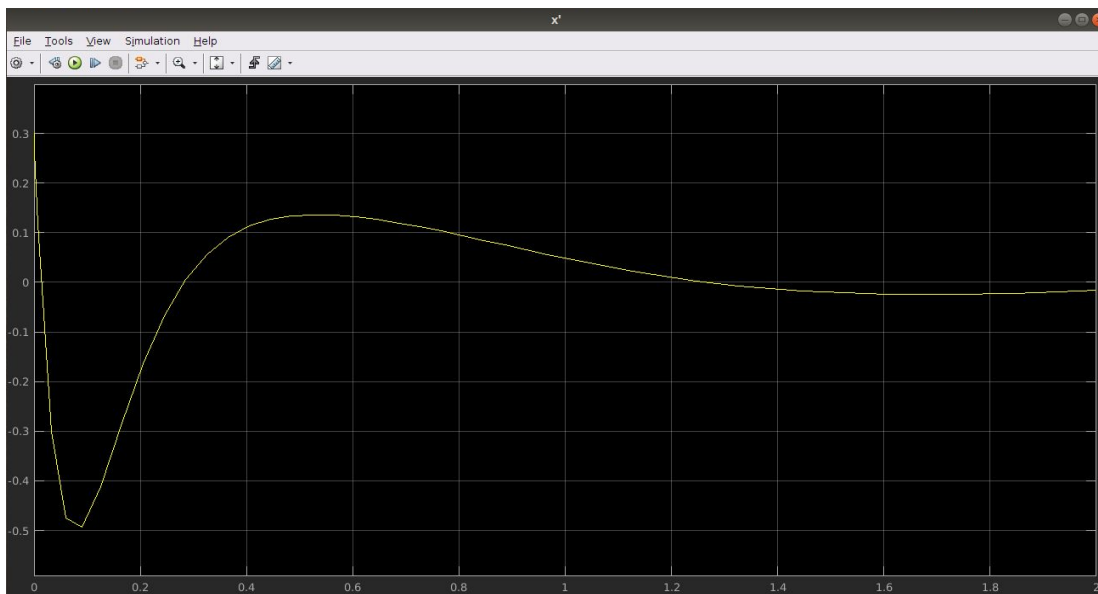
$d\theta/dt$



X



dx/dt



Παρατηρούμε ότι μετά την αλλαγή των παραμέτρων το σύστημα μας **παραμένει ευσταθές** , καθώς μετά απο 2 sec το οι τιμές των $\theta, d\theta/dt, x, dx/dt$ τείνουν στο 0.

-----Τέλος 2ης Αναφορας -----

