

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ 1: ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ
[ΡΟΗ Σ] 7ο ΕΞΑΜΗΝΟ 2019-2020

Μάθημα: "Ρομποτική Ι: Ανάλυση, Έλεγχος, Εργαστήριο"
(Ακαδημαϊκό Έτος 2019 - 20)

Εξαμηνιαία Εργασία Ρομποτικός Χειριστής τριών στροφικών βαθμών
ελευθερίας (Robotic Manipulator with 3 rotational DOF)

Ονοματεπώνυμο: Γιαννιός Γεώργιος Ταξιάρχης
Αριθμός Μητρώου: 031 16 156

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

A.Task space

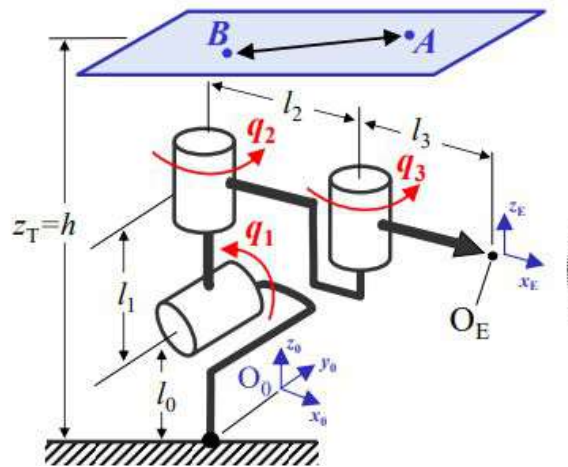
Υπολογισμός θέσης end effector- Προφίλ κίνησης
Υπολογισμός ταχύτητας end effector

B.Joint Space

Υπολογισμός γωνιών q_1, q_2, q_3 αρθρώσεων
Υπολογισμός ταχυτήτων $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3$ αρθρώσεων

Γ.Animation

B. Κινηματική Προσομοίωση

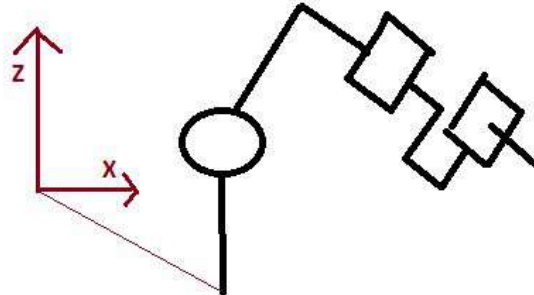


A.Task space

Αρχικά λοιπόν πραγματοποιήθηκε η επιλογή τιμών των παραμέτρων: I0,I1,I2,I3 του ρομποτικού βραχίονα. Βάσει αυτών έγινε κατάλληλη ανάθεση στις μεταβλητές `start_position` και `final_position` που αντιπροσωπεύουν τα σημεία A και B αντίστοιχα, με ιδιαίτερη προσοχή να είναι εντός του `workspace`. Απο τα παρακάτω σχήματα, παρατηρεί κανείς ποιές είναι τα μέγιστα επιτρεπτά όρια κατά x,y,z (με βάση πάντα το αρχικό σύστημα αναφοράς O)

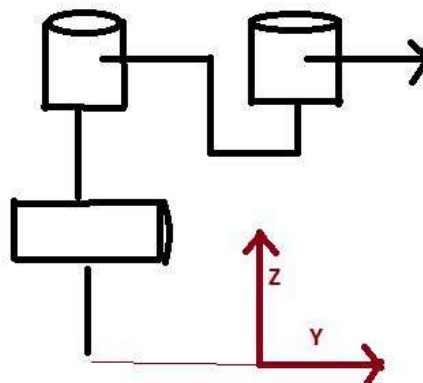
Ως προς x η μέγιστη(κατ'απόλυτο) επιτρεπτή απόσταση είναι: $\sqrt{l_1^2 + (l_2 + l_3)^2}$

ΠΡΟΣΟΨΗ Y



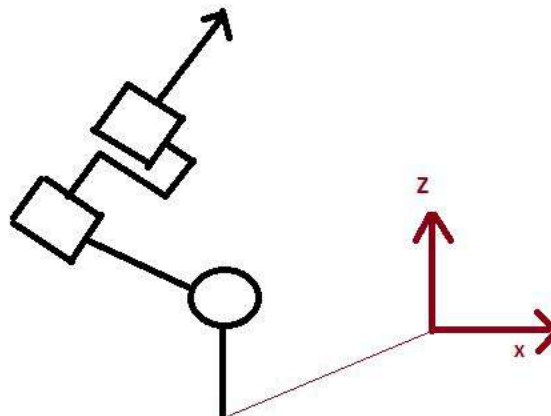
Ως προς y η μέγιστη(κατ'απόλυτο) επιτρεπτή απόσταση είναι: $l_2 + l_3$

ΠΡΟΣΟΨΗ X



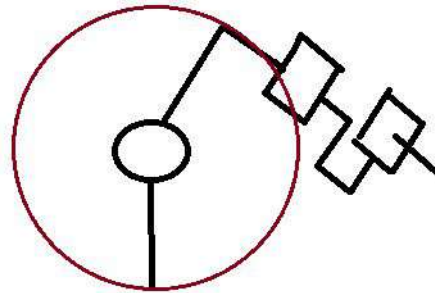
Ως προς z η μέγιστη(κατ'απόλυτο) επιτρεπτή απόσταση : $\sqrt{l_1^2 + (l_2 + l_3)^2} + l_0$

ΠΡΟΣΟΨΗ



Επίσης στο πρόγραμμα, τοποθετήθηκε έλεγχος ο οποίος εξετάζει αν το σημείο προσεγγίζεται χωρίς η q_3 να πάρει την τιμή π (που αποτελεί ιδιομορφία θέσης)

Σημεία στον κύκλο->
 $q_3 = 0$



Οπότε αν ο χρήστης εισάγει κάποιο σημείο A(ή B) το οποίο δεν ανήκει στο Workspace το πρόγραμμα εμφανίζει κατάλληλο μήνυμα λάθους. Αν ανήκουν και τα δύο συνεχίζει η ανάλυση κανονικά.

Υπολογισμός θέσης end effector- Προφίλ κίνησης

Στη συνέχεια αφού καθορίστηκαν όλα τα απαιτούμενα γεωμετρικά στοιχεία ($l_0=4, l_1=7, l_2=3, l_3=3, A=[0,0,13], B=[3,4,13]$), σχεδιάστηκε η τροχιά που θα εκτελεί ο end-effector ώστε να εξασφαλίζεται η ομαλότητα κίνησης και ως προς την ταχύτητα. Για το λόγο αυτό κρίθηκε αναγκαίο, η εξίσωση της κίνησης να περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\xi(t) = a_0 + a_1\xi(t) + a_2\xi^2(t) + a_3\xi^3(t) \quad (1)$$

που αποτελεί μια πολυωνυμική συνάρτηση παρεμβολής 3ου βαθμού ($\xi(t)$ μια μεταβλητή στο χώρο του τελικού στοιχείου δράσης p). Η ανάθεση των τιμών στις παραμέτρους της Συνάρτησης (1), πραγματοποιήθηκε ώστε να ικανοποιούνται κάποιες προδιαγραφές (Μηδενική αρχική και τελική ταχύτητα). Παρακάτω φαίνεται η εύρεση των παραμέτρων της συνάρτησης για τη μεταβλητή x του end-effector:

$$a_0 = x_0 = 0,$$

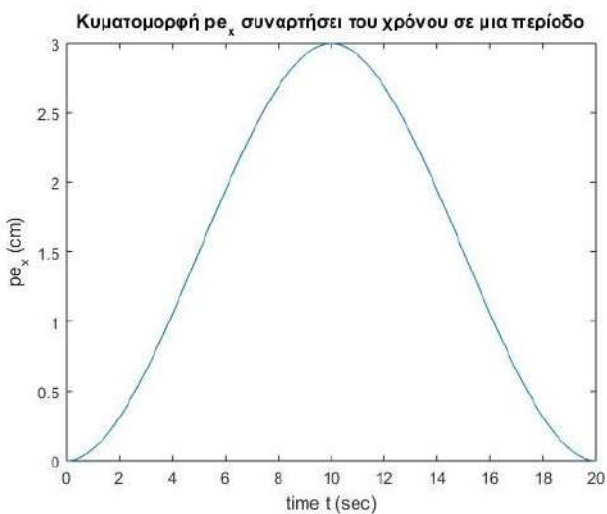
$$a_1 = \dot{x}_0 = 0$$

$$a_2 = \frac{3}{t_f^2}(x_f - x_0) - \frac{1}{2}\dot{x}_0 - \frac{1}{t_f}\dot{x}_f \Rightarrow a_2 = \frac{3}{100}(3 - 0) - 0 - 0 = \frac{9}{100}$$

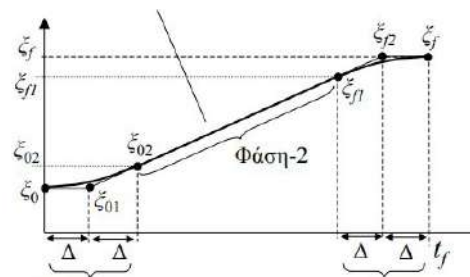
$$a_3 = -\frac{2}{t_f^3}(x_f - x_0) + \frac{1}{2}(\dot{x}_f + \dot{x}_0) = -\frac{2}{1000}3 + 0 = -\frac{6}{1000}$$

Αντίστοιχη διαδικασία πραγματοποιήθηκε και για τις υπόλοιπες μεταβλητές y, z .

Παρακάτω βλέπουμε τις κυματομορφές x, y, z του end-effector:



- Βλέπει κανείς (σε μία περίοδο :Κίνηση $A \rightarrow B, B \rightarrow A$), ότι η μεταβλητή z του end-effector παρέμεινε σταθερή, ενώ οι x και y από το διάστημα 0 έως 10 sec πήραν τιμές σύμφωνα με το ακόλουθο διάγραμμα των διαφανειών:



Πηγή: Διαφάνεια 15 robotics-I-shmmy-control-1.ppt

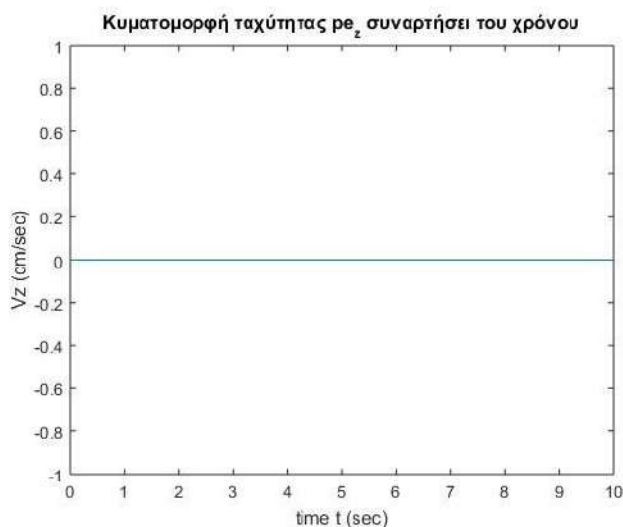
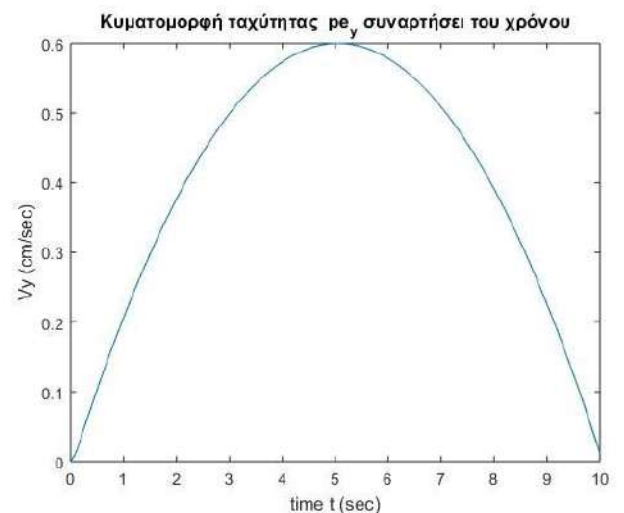
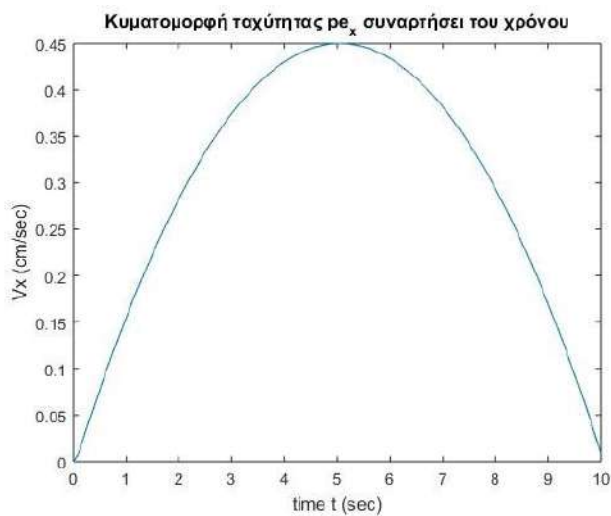
Υπολογισμός ταχύτητας end effector

Ο πίνακας με όλες τις θέσεις για το πρώτο δευτερόλεπτο
(x:Στήλη 1, y:Στήλη 2, z Στήλη 3) φαίνεται παρακάτω.

	1	2	3
1	0	0	13
2	8.9400e-04	0.0012	13
3	0.0036	0.0047	13
4	0.0079	0.0106	13
5	0.0140	0.0187	13
6	0.0218	0.0290	13
7	0.0311	0.0415	13
8	0.0420	0.0561	13
9	0.0545	0.0727	13
10	0.0685	0.0914	13

Η πρώτη γραμμή όπως γίνεται αντιληπτό είναι το διάνυσμα A.Ο υπολογισμός της ταχύτητας σε κάθε δείγμα πραγματοποιήθηκε αφαιρώντας διαδοχικά γραμμές και διαιρώντας με το dt που στη προκειμένη περίπτωση είναι το 0.1.

Παρακάτω, οι κυματομορφές της ταχύτητας του end-effector:



Και οι τρεις γραφικές παραστάσεις ικανοποιούν τις αναμενόμενες τιμές. Πρώτον κατά z, αφού δεν έχω κίνηση, δεν έχω και ταχύτητα. Δεύτερον κατά y αναπτύσσεται μεγαλύτερη ταχύτητα από ότι κατά x, μιας και το διάστημα που πρέπει να καλυφθεί (στον ίδιο χρόνο) είναι μεγαλύτερο κατά y ($\Delta y = 4$) από ότι κατά x ($\Delta x = 3$).

B.Joint Space

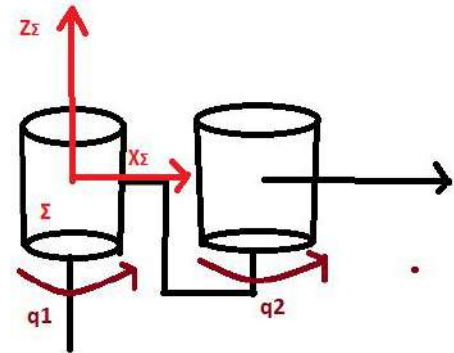
Στην συνέχεια, η ανάλυση πραγματοποιήθηκε στον χώρο των αρθρώσεων. Για την εύρεση λοιπόν των τιμών των q_i των στροφικών αρθρώσεων συναρτήσει των συντεταγμένων του end effector (εκφρασμένες ως προς το αρχικό σύστημα αναφοράς), αρκούσε η ανάλυση του προβλήματος σε δύο, και η αναγωγή από το ένα στο άλλο.

Υποπρόβλημα 1

Πιο ειδικά στην θεωρητική ανάλυση, μελετώντας την περίπτωση **δύο στροφικών αρθρώσεων** καταλήξαμε στους ακόλουθους τύπους (σελ 9-10 από Θεωρητική Ανάλυση, τύποι (1) και (2))

(A)

$$\begin{aligned} {}^{\Sigma}q_2 &= \cos^{-1} \left(\frac{{}^{\Sigma}p_x^2 + {}^{\Sigma}p_y^2 - l_3^2 - l_2^2}{2l_2l_3} \right), \\ {}^{\Sigma}q_1 &= \tan^{-1} \left(\frac{{}^{\Sigma}p_y}{{}^{\Sigma}p_x} \right) - \sin^{-1} \left(\frac{l_3 \sin({}^{\Sigma}q_2)}{\sqrt{{}^{\Sigma}p_x^2 + {}^{\Sigma}p_y^2}} \right) \end{aligned}$$



Τα q_1, q_2 εκφρασμένα ως προς το Σ .

Τέλος Υποπροβλήματος 1 Επιστρέφουμε στην αρχική διάταξη που δόθηκε

Στο θεωρητικό μέρος καταλήξαμε στο παρακάτω μητρώο στροφής:

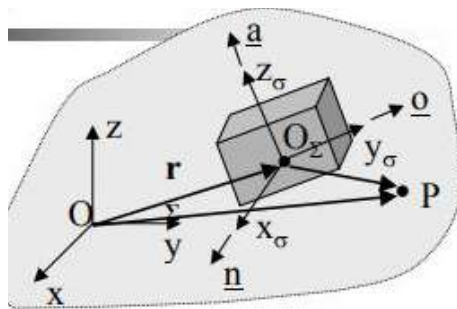
$$A_1^0 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{για μετάβαση από πλαίσιο 0 σε πλαίσιο 1}$$

όπου πλαίσιο 1, το πλαίσιο που τοποθετήσαμε στην μέθοδο DH

Ωστόσο για την επιτυχή αναγωγή του ενός προβλήματος στο άλλο, είναι αναγκαίο να εκφράσουμε τις συντεταγμένες του νέου συστήματος Σ , ως προς το σύστημα αναφοράς. Από το σχήμα βλέπει κανείς ότι έχουμε **Translation(z, l1)**

$$A_{\Sigma}^0 = A_1^0 A_{\Sigma}^1 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & -s_1/l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & c_1/l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Στο σημείο αυτό γίνεται χρήση των ομογενων μετασχηματισμών που είδαμε στα πρώτα μαθήματα:



Έστω **P** το τελικό στοιχείο δράσης (end-effector), **O** το αρχικό σύστημα και **Σ** το σύστημα Σ που χρησίμευσε για την αναγωγή του προβλήματος.

P^{Σ} οι συντεταγμένες του end effector ως προς Σ

P^O οι συντεταγμένες του end effector ως προς O

r_{Σ} η μετατόπιση $\overrightarrow{OO_{\Sigma}}$ εκφρασμένη στο R_O

${}^O R_{\Sigma}$ μητρώο στροφής από O σε Σ

$$\text{Ισχύει: } P^O = r_{\Sigma} + {}^O R_{\Sigma} \cdot P^{\Sigma} \Rightarrow {}^O R_{\Sigma} \cdot P^{\Sigma} = P^O - r_{\Sigma} \Rightarrow P^{\Sigma} = {}^O R_{\Sigma}^T P^O - {}^O R_{\Sigma}^T \cdot r_{\Sigma}$$

Όποτε βρίσκουμε τις συντεταγμένες του end effector ως προς το σύστημα Σ (συναρτήσει αυτών ως προς το σύστημα O), αντικαθιστούμε στις εξισώσεις (A) και έτσι ανάγουμε το πρόβλημα στο αρχικό σύστημα αναφοράς. Τέλος για την εύρεση της q_1 ακολουθείται η διαδικασία που περιγράφεται στο θεωρητικό μέρος:

$$q_1 = 2 \cdot \text{atan2} \left(\frac{-p_{ex} + \sqrt{p_{ex}^2 + (p_{ez} - l_0)^2 - l_1^2}}{l_1 + p_{ez} - l_0} \right)$$

όπου όλες οι μεταβλητές εκρασμένες ως προς O στον τύπο αυτό.

Οπότε λοιπόν στην αντίστροφη κινηματική ανάλυση, χρησιμοποιήσαμε τους τύπους οι οποίοι αποδείχτηκαν πλήρως στην θεωρητική ανάλυση και παρουσιάζονται στην σελίδα 13 της Θεωρητικής ανάλυσης:

$$q_1 = 2 \cdot \operatorname{atan2} \left(\frac{-p_{ex} + \sqrt{p_{ex}^2 + (p_{ez} - l_0)^2 - l_1^2}}{l_1 + p_{ez} - l_0} \right)$$

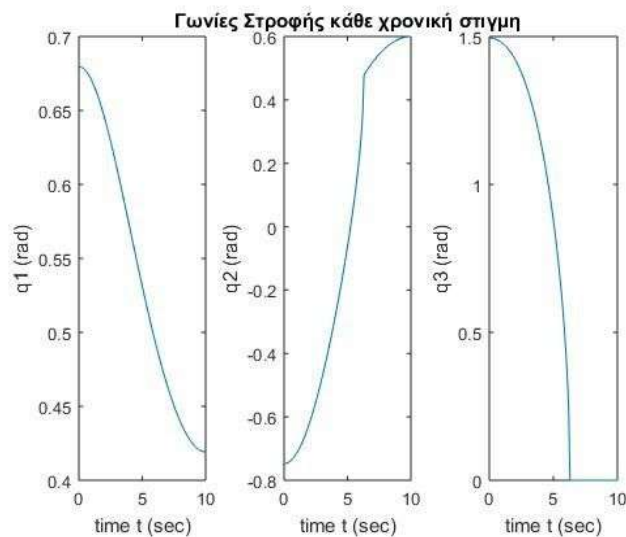
$$q_3 = a \cos \left(\frac{(-s_1 \cdot l_0 + c_1 p_x + s_1 p_z)^2 + p_y^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2 l_3} \right), s_1, c_1 \text{ γνωστά απο προηγούμενη εξίσωση}$$

$$q_2 = \operatorname{atan} \left(\frac{p_y}{-s_1 l_0 + c_1 p_x + s_1 p_z} \right) - \sin \left(\frac{l_2 s_3}{\sqrt{p_y^2 + (-s_1 l_0 + c_1 p_x + s_1 p_z)^2}} \right),$$

s_1, c_1, s_3 γνωστά από προηγούμενες 2 εξισώσεις

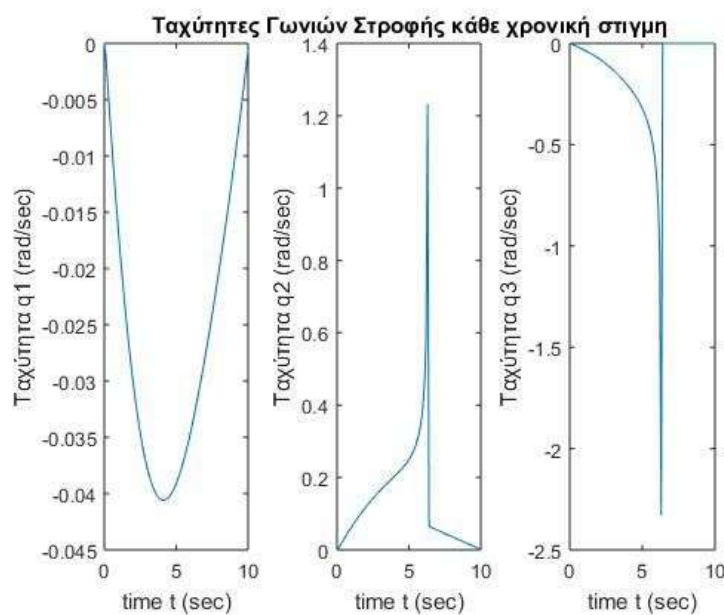
Υπολογισμός γωνιών q_1, q_2, q_3 αρθρώσεων

Οπότε με τον τρόπο αυτό υπολογίστηκαν οι γωνίες στροφής κάθε χρονική στιγμή:



Υπολογισμός ταχυτήτων q_1, q_2, q_3 αρθρώσεων

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας των αρθρώσεων, η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε ήταν η ίδια για υπολογισμό ταχύτητας τελικού σημείου γνωρίζοντας την θέση κάθε χρονική στιγμή. Τα σχετικά διαγράμματα είναι:

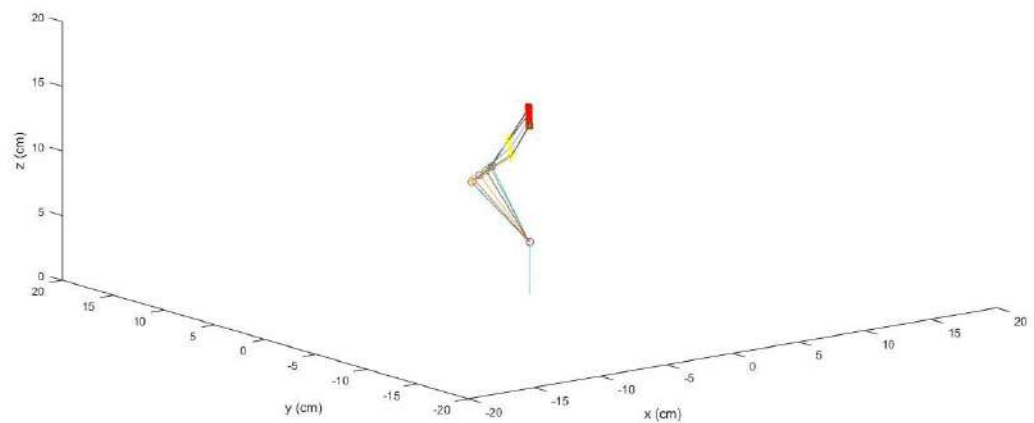


Γ.Animation

Τέλος για το animation της κίνησης, έπρεπε να υπολογιστούν ανά πάσα χρονική στιγμή οι θέσεις τόσο των αρθρώσεων όσο και του end-effector:

Θέση q_1 :	4 ^η Στήλη μητρώου A_0^0
Θέση q_2 :	4 ^η Στήλη μητρώου A_Σ^0
Θέση q_3 :	4 ^η Στήλη μητρώου A_2^0
Θέση end – effector:	4 ^η Στήλη μητρώου A_3^0

Έχοντας σαν υπόδειγμα το sample_script.m έγινε plot το **animation**.



Να σημειωθεί ότι εφόσον υπολογίστηκαν με ακρίβεια όλες οι θέσεις και του end-effector και των αρθρώσεων κάθε χρονική στιγμή για τη διαδρομή AB, και αποθηκεύτηκαν σε πίνακα, για την εύρεση των τιμών της διαδρομής BA, απλά διατρέξαμε ανάποδα τον πίνακα (Απο το τέλος προς την αρχή).

Τελος Κινηματικής Προσομοίωσης.