ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

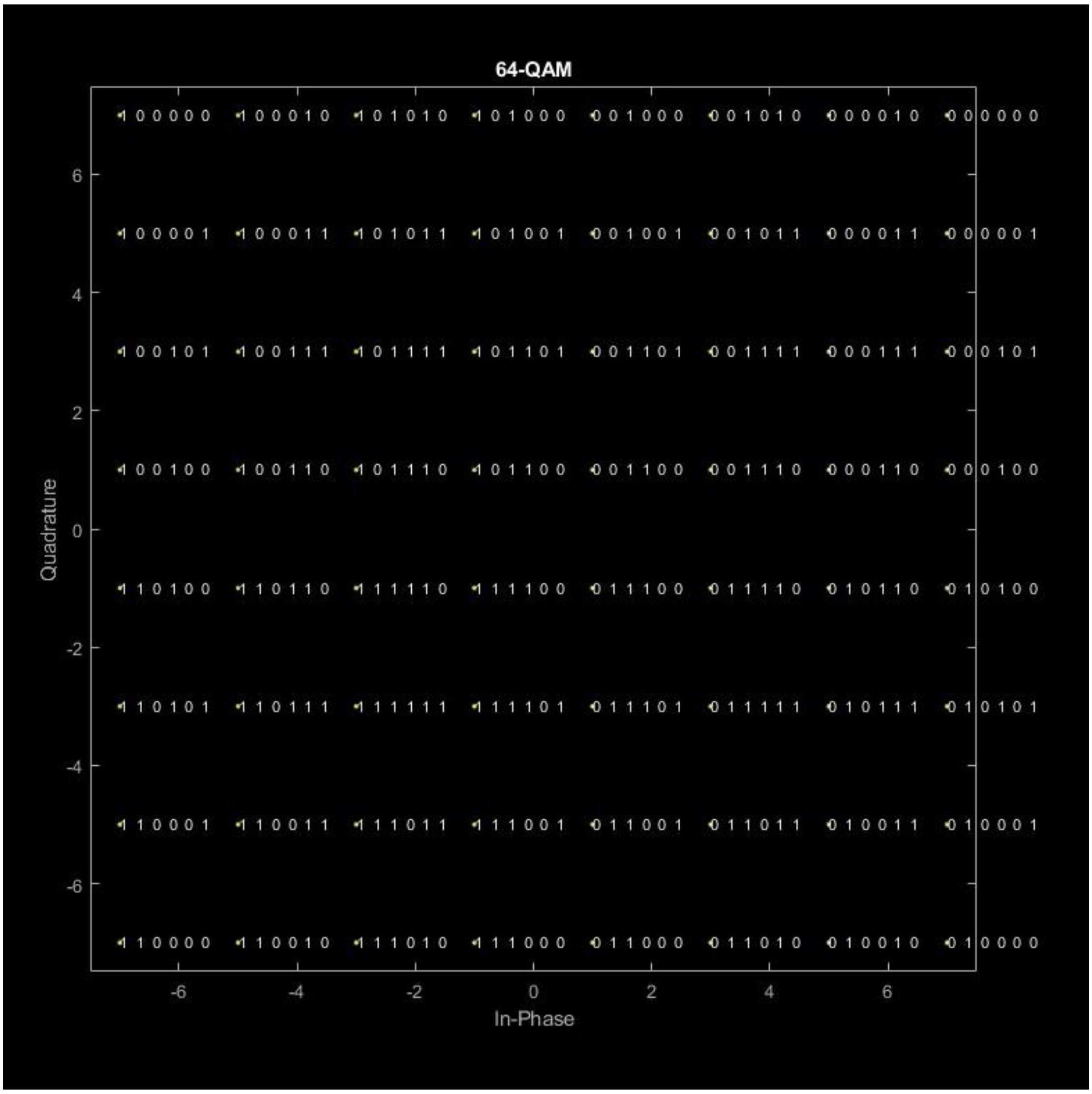
Αναφορά 5ης Εργαστηριακής Άσκησης στις Ψηφιακές Επικοινωνίες Ι

«QAM-PSK»

Μπουφίδης Ιωάννης 03120162

<u>Μέρος 1</u>

Μέσω του κώδικα που ακολουθεί σχεδιάζεται ο σηματικός αστερισμός 64-QAM (παρακάτω σχήμα) πλήρους ορθογωνικού πλέγματος, με σημειωμένες τις δυαδικές λέξεις δίπλα σε κάθε σημείο του με κωδικοποίηση Gray.




```
close all; clear all; clc;

% Χαρακτηριστικά του συστήματος
M=64; % 64-QAM
L=sqrt(M); % διάσταση του τετραγώνου
l=log2(L); % αριθμός bit ανά συνιστώσα

% Διάνυσμα mapping για την κωδικοποίηση Gray M-QAM
% Αφορά σε πλήρες ορθογωνικό πλέγμα σημείων, διάστασης M=L2
```

```
% l=log2(L): αριθμός bit ανά συνιστώσα (inphase, quadrature)
core=[1+1i;1-1i;-1+1i;-1-1i]; % τετριμμένη κωδικοποίηση, M=4
mapping=core;
if(l>1)
 for j=1:l-1
 mapping=mapping+j*2*core(1);
 mapping=[mapping;conj(mapping)];
 mapping=[mapping;-conj(mapping)];
 end
end


scatterplot(mapping);
for k = 1 : length(mapping)
    text(real(mapping(k)), imag(mapping(k)), num2str(de2bi(k-1, log2(M), 'left-msb')),
'FontSize', 6, 'Color', 'white');
end
```

Όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα, το σύστημα ακολουθεί κωδικοποίηση Gray. Αυτό σημαίνει, ότι δύο γειτονικά σύμβολα θα διαφέρουν μόνο κάτα 1 bit, πράγμα το οποίο γίνεται με σκοπό για λάθος αναγνώριση συμβόλου να έχουμε μόνο 1 λάθος bit, έτσι ώστε να μειωθεί το Bit Error Rate.

Παρακάτω ακολουθεί η υλοποίηση της συνάρτησης qam_errors, την οποία χρησιμοποιεί το bertool μέσω της ask_ber_func.m, ώστε να εξομοιώσει ένα σύστημα M-QAM πλήρους ορθογωνικού πλέγματος και σηματοδοσίας Nyquist και να υπολογίσει τις τιμές του BER για διάφορες τιμές του σηματοθορυβικού λόγου EbNo μέσω προσομοιώσεων, με σκοπό αυτές να υπερτεθούν σε καμπύλες BER-EbNo, όπως αυτές που ακολουθούν.

```
function errors=qam_errors(M,Nsymb,nsamp,EbNo,rolloff)
L=sqrt(M); l=log2(L); k=log2(M);

%% Grey encoding vector
core=[1+1j;1-1j;-1+1j;-1-1j];
mapping=core;
if(l>1)
      for j=1:l-1
             mapping=mapping+j*2*core(1);
             mapping=[mapping;conj(mapping)];
             mapping=[mapping;-conj(mapping)];
      end
end;

%% Random bits -> symbols
x=floor(2*rand(k*Nsymb,1));
xsym=bi2de(reshape(x,k,length(x)/k).','left-msb')';
y=[];
for i=1:length(xsym)
 y=[y mapping(xsym(i)+1)];
end

%% Filter parametres
delay=8;
filtorder = delay*nsamp*2;
rNyquist= rcosine(1,nsamp,'fir/sqrt',rolloff,delay);

%% Transmitter
ytx=upsample(y,nsamp);
ytx = conv(ytx,rNyquist);
```

```
R=12000000; % this value applies to "Μέρος 2"
Fs=R/k*nsamp;
fc=5;  %carrier frequency / baud rate
m=(1:length(ytx));
s=real(ytx.*exp(1j*2*pi*fc*m/nsamp));  % shift to desired frequency band

%% Noise
SNR=EbNo-10*log10(nsamp/2/k);
Ps=10*log10(s*s'/length(s)); %signal power (db)
Pn=Ps-SNR; %noise power (db)
n=sqrt(10^(Pn/10))*randn(1,length(ytx));
snoisy=s+n;
clear ytx xsym s n;

%% Receiver
yrx=2*snoisy.*exp(-1j*2*pi*fc*m/nsamp); clear s; %shift to 0 frequency
yrx = conv(yrx,rNyquist); %filter
yrx = yrx(2*nsamp*delay+1:end-2*nsamp*delay);
% figure(2); pwelch(real(yrx),[],[],[],Fs); % COMMENT FOR BERTOOL
yrx = downsample(yrx,nsamp);

%% Error counting
yi=real(yrx); yq=imag(yrx);
xrx=[];
q=[-L+1:2:L-1];
for n=1:length(yrx)
      [m,j]=min(abs(q-yi(n)));
      yi(n)=q(j);
      [m,j]=min(abs(q-yq(n)));
      yq(n)=q(j);
end
errors=sum(not(y==(yi+1j*yq)));
end
```

Επίσης, το σώμα της παραπάνω συνάρτησης με τις απαραίτητες τροποποιήσεις, όπως φαίνεται στην συνέχεια, θα χρησιμοποιηθεί με σκοπό να εμφανιστεί η πυκνότητα φάσματος των σημάτων σε κάθε Μέρος.

```
close all; clear all; clc;

%M=16; % un-comment it for "Μέρος 2"
%M=64; % un-comment it for "Μέρος 3"

Nsymb=2000; nsamp=32; EbNo=15; rolloff=0.25;

L=sqrt(M); l=log2(L); k=log2(M);

%% Grey encoding vector
core=[1+1j;1-1j;-1+1j;-1-1j];
mapping=core;
if(l>1)
 for j=1:l-1
 mapping=mapping+j*2*core(1);
 mapping=[mapping;conj(mapping)];
 mapping=[mapping;-conj(mapping)];
 end
end

%% Random bits -> symbols
x=floor(2*rand(k*Nsymb,1));
xsym=bi2de(reshape(x,k,length(x)/k).','left-msb')';
y=[];
for i=1:length(xsym)
```

```
 y=[y mapping(xsym(i)+1)];
end

%% Filter parametres
delay=8;
filtorder = delay*nsamp*2;
rNyquist= rcosine(1,nsamp,'fir/sqrt',rolloff,delay);

%% Transmitter
ytx=upsample(y,nsamp);
ytx = conv(ytx,rNyquist);

%R=12000000; % un-comment it for “Μέρος 2”
%R=8000000; % un-comment it for “Μέρος 3”

Fs=R/k*nsamp;
fc=5;  %carrier frequency / baud rate
m=(1:length(ytx));
s=real(ytx.*exp(1j*2*pi*fc*m/nsamp));  % shift to desired frequency band
figure(1); pwelch(s,[],[],[],Fs);
pause;

%% Noise
SNR=EbNo-10*log10(nsamp/2/k);
Ps=10*log10(s*s'/length(s)); %signal power (db)
Pn=Ps-SNR; %noise power (db)
n=sqrt(10^(Pn/10))*randn(1,length(ytx));
snoisy=s+n;
clear ytx xsym s n;

%% Receiver
yrx=2*snoisy.*exp(-1j*2*pi*fc*m/nsamp); clear s; %shift to 0 frequency
yrx = conv(yrx,rNyquist); %filter
yrx = yrx(2*nsamp*delay+1:end-2*nsamp*delay);
pause;
yrx = downsample(yrx,nsamp);

%% Error counting
yi=real(yrx); yq=imag(yrx);
xrx=[];
q=[-L+1:2:L-1];
for n=1:length(yrx)
    [m,j]=min(abs(q-yi(n)));
    yi(n)=q(j);
    [m,j]=min(abs(q-yq(n)));
    yq(n)=q(j);
end
errors=sum(not(y==(yi+1j*yq)));
```

Μέρος 2

Έχουμε στη διάθεσή μας το ζωνοπερατό δίαυλο 8.75-11.25 MHz και θέλουμε να εκπέμψουμε με ρυθμό 12 Mbps. Από την θεωρία ισχύουν τα εξής:

- Το Baud Rate υπολογίζεται συναρτήσει του μεγέθους του σηματικού αστερισμού M μέσω της σχέσης $\frac{1}{T} = \frac{R}{\log_2 M} = \frac{12Mbps}{\log_2 M}$
- Το απαιτούμενο εύρος ζώνης για ζωνοπερατή μετάδοση με σηματοδοσία Nyquist (στην συγκεκριμένη περίπτωση όλο το εύρος ζώνης του διαύλου) ισούται με $W = \frac{1}{T}(1+a) = \frac{12Mbps}{\log_2 M}(1+a) = 2.5MHz$, όπου α ο συντελεστής εξάπλωσης (roll-off factor) του φίλτρου Nyquist.

Επομένως, για τις μεταβλητές M, α ισχύει η σχέση (1): $\mathbf{4.8(1+\alpha) = \log_2 M}$. Εφόσον, όμως ισχύει ότι 0 < α ≤ 1, τότε

$$4.8 < 4.8(1+\alpha) \leq 2 * 4.8$$

$$4.8 < \log_2 M \leq 9.6$$

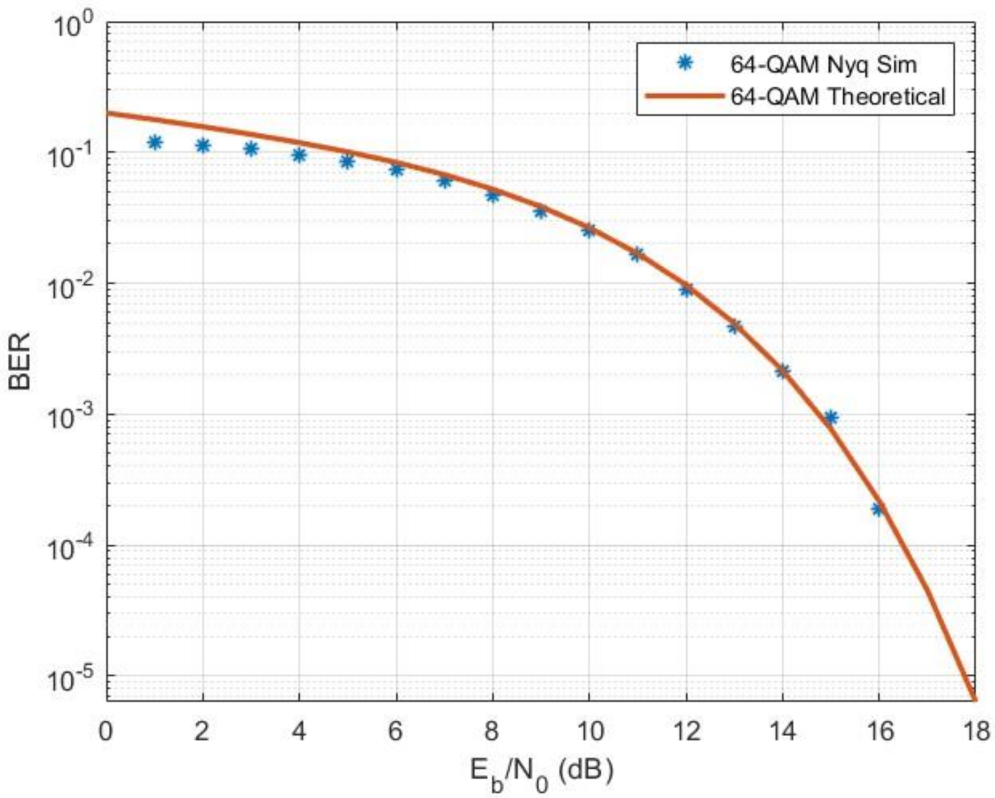
$$\log_2 M \in N \rightarrow 4 < \log_2 M \leq 9$$

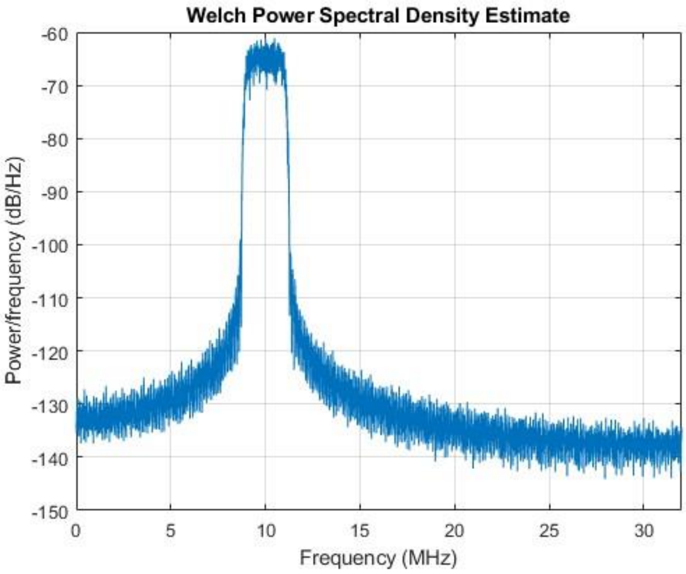
Άρα, αφού το M ανήκει σε αυτό το εύρος τιμών και πρέπει $\log_2 M \in \{2, 4, 6, \dots\}$, το μικρότερο δυνατό $\log_2 M$ είναι το $\log_2 M_{min} = 6$, άρα $\mathbf{M_{min} = 64}$. Όμως, για να ισχύει η σχέση (1), έτσι ώστε να εκμεταλλευτούμε όλο το διαθέσιμο έυρος ζώνης, θα πρέπει ο συντελεστής εξάπλωσης του φίλτρου Nyquist να ισούται με

$$\alpha = 0.208 * \log_2 M_{min} - 1 = 0.208 * \log_2 64 - 1 \rightarrow \boldsymbol{a = 0.25}$$

Ενώ, το Baud Rate ισούται με $\frac{1}{T} = \frac{R}{\log_2 M} = \frac{12Mbps}{6} = 2MHz$. Για Baud Rate ίσο με 2MHz και κεντρική συχνότητα $f_c = 10MHz$, η υπερδειγματοληψία με nsamp = 32 είναι επαρκής για αποφυγή του σφάλματος αναδίπλωσης στο ζωνοπερατό σήμα.

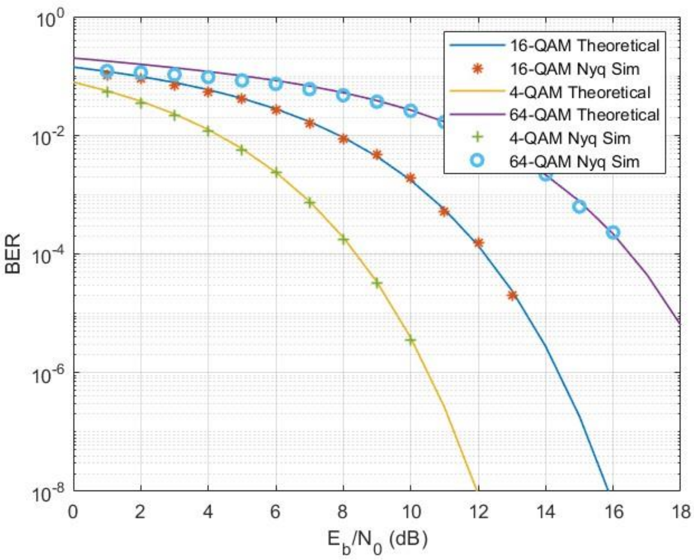
Έπειτα από εξομοίωση πομπού-δέκτη και σχεδιασμό της καμπύλης BER-EbNo για το 64-QAM με σηματοδοσία Nyquist με τα παραπάνω χαρακτηριστικά, προκύπτει το εξής σχήμα:





Στην συνέχεια, αν σχεδιάσουμε (όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα) την πυκνότητα φάσματος του σήματος για τα παραπάνω χαρακτηριστικά του συστήματος QAM, παρατηρούμε ότι αυτή ταυτίζεται με τον ζωνοπερατό δίαυλο 8.75-11.25 MHz. Αυτό σημαίνει, ότι πράγματι χρησιμοποιούμε όλο το διαθέσιμο εύρος ζώνης.

Μέρος 3

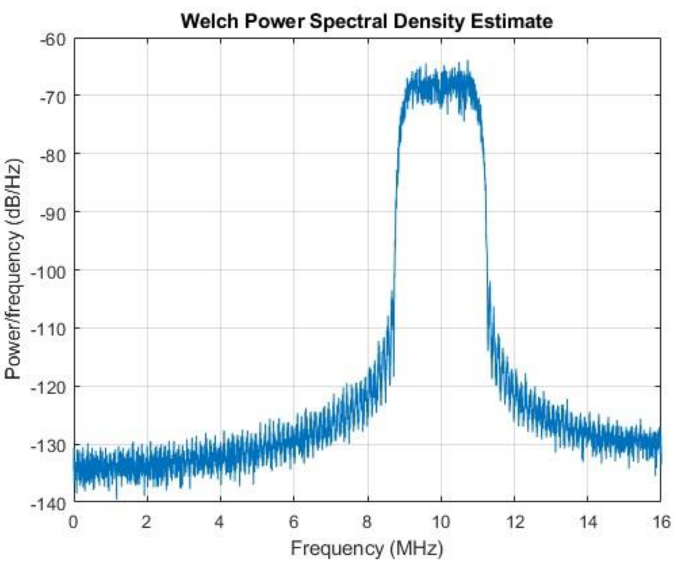


Προκειμένου να διαλέξουμε την σωστή τάξη για το νέο σύστημα QAM, σχεδιάζουμε τις καμπύλες BER-EbNo για σύστημα 4-QAM, 16-QAM και 64-QAM, όπως φαίνεται στο σχήμα δεξιά. Μέσω του σχήματος, παρατηρούμε ότι το 16-QAM σύστημα ικανοποιεί οριακά τις προδιαγραφές BER < 0.002 για $EbNo_{max}$ = 10dB, καθώς για 10dB το BER ισούται με 0.001. Επομένως, μπορούμε να αναδιπλωθούμε είτε σε σύστημα 4-QAM, είτε σε 16-QAM.

Ωστόσο, μέσω του τύπου $Baud\ Rate$: $\frac{1}{T} = \frac{R}{\log_2 M}$ και εφόσον δεν αλλάζουμε τις άλλες παραμέτρους σηματοδοσίας ($\frac{1}{T}$ και α), συμπεραίνουμε ότι για να επιτύχουμε τον μέγιστο ρυθμό μετάδοσης, πρέπει να επιλέξουμε το μέγιστο M. Επομένως, αναδιπλωνόμαστε σε σύστημα **16-QAM**.

Άρα, αφού το Baud Rate παραμένει σταθερό και ίσο με 2MHz, ο νέος ρυθμός μετάδοσης θα ισούται με

$$R' = 2MHz * \log_2 M' = 2M * \log_2 16 \rightarrow \boldsymbol{R' = 8Mbps}$$



Τέλος, αν σχεδιάσουμε την πυκνότητα φάσματος του σήματος για το νέο σύστημα όπως φαίνεται δίπλα, θα παρατηρήσουμε ότι δεν υπάρχει διαφορά σε σχέση με το αντίστοιχο σχήμα του «Μέρους 2», πράγμα αναμενόμενο, αφού οι νέοι παράμετροι δεν μεταβάλλουν τα φασματικά χαρακτηριστικά (Baud Rate, roll-off factor).

Μέρος 4

Έστω ότι για το σύστημα 16-QAM του «Μέρους 3» μειώνουμε στο μισό το roll-off factor του φίλτρου Nyquist, δηλαδή α' = 0.125. Τότε:

- Από την σχέση $W = \frac{1}{T}(1 + a)$, θα προκύψει ότι $\frac{1}{T\prime} = \frac{W}{(1+a')} = \frac{2.5}{1.125} = 2.22MHz$
- Επομένως, $\frac{1}{T\prime} = \frac{R\prime\prime}{\log_2 M\prime} \rightarrow R'' = \log_2 M' * \frac{1}{T'} = 4 * 2.22 \rightarrow \boldsymbol{R'' = 8.88Mbps}$

Άρα, ο ρυθμός μετάδοσης του ερωτήματος 3 μπορεί να αυξηθεί κατά **0.88Mbps**, αν μειωθεί στο μισό το roll-off factor του φίλτρου Nyquist.