ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

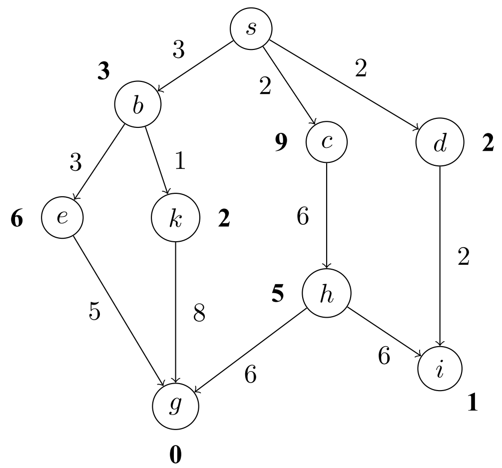
ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2016 **ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 1**

Άσκηση 1

Δίνεται ο παρακάτω χώρος αναζήτησης, όπου s είναι η αρχική και g η τελική κατάσταση. Οι αριθμοί δίπλα σε κάθε ακμή αντιπροσωπεύουν την πραγματική απόσταση των κόμβων που συνδέει η ακμή, και οι αριθμοί δίπλα σε κάθε κατάσταση (με έντονα γράμματα) συμβολίζουν την τιμή της ευριστικής εκτίμησης της απόστασης μέχρι την τελική κατάσταση



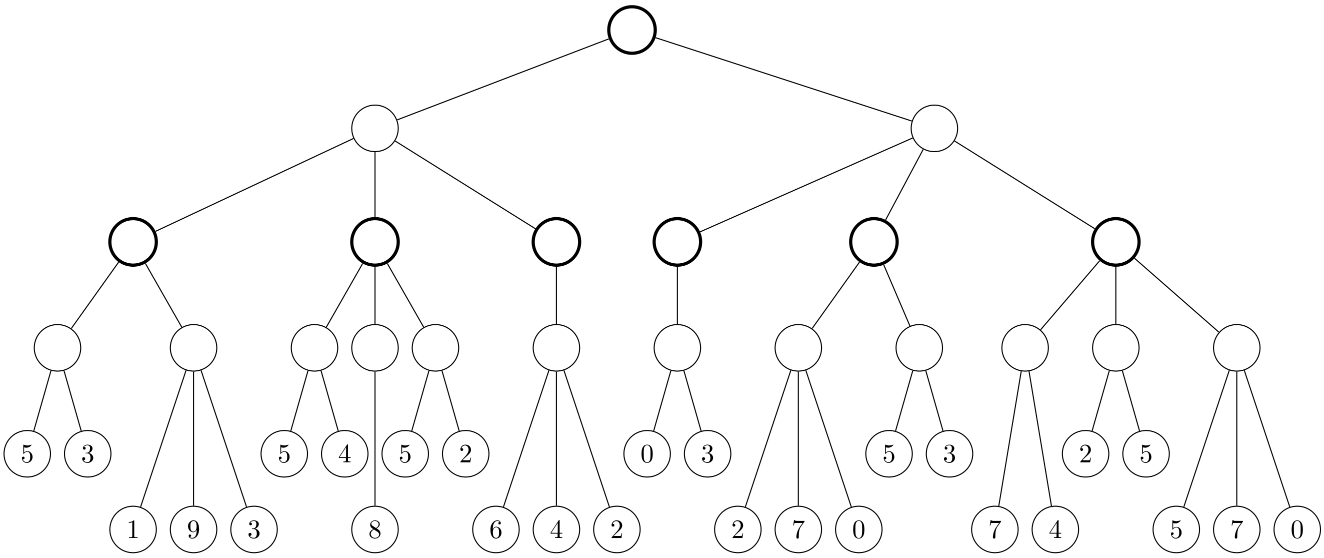
1. Εκτελέστε τους αλγορίθμους αναρρίχησης λόφων, Best First και A* για το παραπάνω πρόβλημα. Γράψτε τη σειρά με την οποία επισκέπτεται τις καταστάσεις κάθε αλγόριθμος καθώς και το μέτωπο αναζήτησης σε κάθε βήμα. Σημειώστε τυχόν παραδοχές που θα χρειαστεί να κάνετε για την εκτέλεση κάποιου αλγορίθμου.

2. Πόσες λύσεις έχει το πρόβλημα και ποια είναι η βέλτιστη λύση του προβλήματος; Είναι η βέλτιστη λύση ίδια για όλους τους αλγόριθμους; Βρίσκουν την βέλτιστη λύση οι παραπάνω αλγόριθμοι;

3. Στην περίπτωση του αλγόριθμου A* εξηγήστε γιατί βρίσκει ή δεν βρίσκει τη βέλτιστη λύση, και κάντε την ελάχιστη δυνατή τροποποίηση στις ευριστικές εκτιμήσεις ώστε να αλλάξει η συμπεριφορά του ως προς την εύρεση ή μη της βέλτιστης λύσης.

Άσκηση 2

Δίνεται το παρακάτω δέντρο παιχνιδιού που έχει κατασκευάσει ο αλγόριθμος Minimax, όπου οι κόμβοι με έντονο περίγραμμα αντιστοιχούν στο επίπεδο Max.



1. Σημειώστε τις τιμές όλων των κόμβων του δένδρου που θα υπολογίσει ο Minimax.
2. Σημειώστε τα κλαδιά του δένδρου που θα κλαδευτούν αν αντί του Minimax εφαρμοστεί ο αλγόριθμος AB.
3. Σχεδιάστε το πλήρως διατεταγμένο δένδρο και σημειώστε τα κλαδιά του δένδρου που θα κλαδευτούν σε αυτή την περίπτωση αν εφαρμοστεί ο αλγόριθμος AB.

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2016 **ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 1 - ΛΥΣΕΙΣ**

Άσκηση 1

1α. **Αλγόριθμος αναρρίχησης λόφων**. Για να εκτελέσουμε τον αλγόριθμο αγνοούμε τις πραγματικές τιμές των αποστάσεων και θεωρούμε ότι η αρχική κατάσταση s, για την οποία δεν δίνεται ευριστική εκτίμηση της απόστασης από τον στόχο, απέχει από το στόχο κάποια πολύ μεγάλη απόσταση.

Μέτωπο Αναζήτησης	Κατάσταση	Παιδιά	Ευριστική
$\langle (s, 100) \rangle$	s	b, c, d	$b \to 3, c \to 9, d \to 2$
$\langle (d, 2) \rangle$	d	i	$i \to 1$
$\langle (i, 1) \rangle$	i		

Ο αλγόριθμος δεν φτάνει στον στόχο.

1β. **Αλγόριθμος Best First**. Για να εκτελέσουμε τον αλγόριθμο αγνοούμε τις πραγματικές τιμές των αποστάσεων.

Μέτωπο Αναζήτησης	Κλειστό Σύνολο	Κατάσταση	Παιδιά	Ευριστική
$\langle (s, 0) \rangle$	$\langle \rangle$	s	b, c, d	$b \to 3, c \to 9, d \to 2$
$\langle (d, 2), (b, 3), (c, 9) \rangle$	$\langle s \rangle$	d	i	$i \to 1$
$\langle (i, 1), (b, 3), (c, 9) \rangle$	$\langle s, d \rangle$	i		
$\langle (b, 3), (c, 9) \rangle$	$\langle s, d, i \rangle$	b	e, k	$e \to 6, k \to 2$
$\langle (k, 2), (e, 6), (c, 9) \rangle$	$\langle s, d, i, b \rangle$	k	g	$g \to 0$
$\langle (g, 0), (e, 6), (c, 9) \rangle$	$\langle s, d, i, b, k \rangle$	**g**		

1γ. **Αλγόριθμος A***

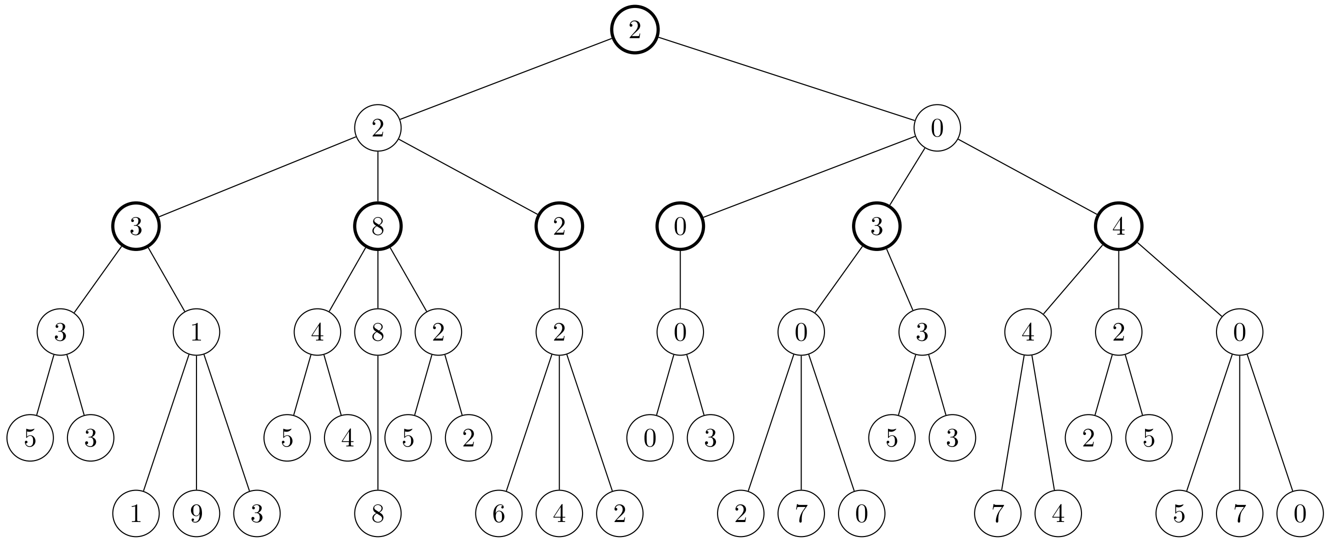
Μέτωπο Αναζήτησης	Κλειστό Σύνολο	Κατάσταση	Παιδιά	G	F
$\langle (s, 0) \rangle$	$\langle \rangle$	s	b, c, d	$b \to 3, c \to 2, d \to 2$	$b \to 6, c \to 11, d \to 4$
$\langle (d, 4), (b, 6), (c, 11) \rangle$	$\langle s \rangle$	d	i	$i \to 4$	$i \to 5$
$\langle (i, 5), (b, 6), (c, 11) \rangle$	$\langle s, d \rangle$	i			
$\langle (b, 6), (c, 11) \rangle$	$\langle s, d, i \rangle$	b	e, k	$e \to 6, k \to 4$	$e \to 12, k \to 6$
$\langle (k, 6), (c, 11), (e, 12) \rangle$	$\langle s, d, i, b \rangle$	k	g	$g \to 12$	$g \to 12$
πρώτη δυνατότητα					
$\langle (c, 11), (g, 12), (e, 12) \rangle$	$\langle s, d, i, b, k \rangle$	c	h	$h \to 8$	$h \to 13$
$\langle (g, 12), (e, 12), (h, 13) \rangle$	$\langle s, d, i, b, k, c \rangle$	**g**			
δεύτερη δυνατότητα					
$\langle (c, 11), (e, 12), (g, 12) \rangle$	$\langle s, d, i, b, k \rangle$	c	h	$h \to 8$	$h \to 13$
$\langle (e, 12), (g, 12), (h, 13) \rangle$	$\langle s, d, i, b, k, c \rangle$	e	g	$g \to 11$	$g \to 11$
$\langle (g, 11), (h, 13) \rangle$	$\langle s, d, i, b, k, c, e \rangle$	**g**			

2. Το πρόβλημα έχει 3 λύσεις: τις $\langle s, b, e, g \rangle$, $\langle s, b, k, g \rangle$, $\langle s, c, h, g \rangle$. Η βέλτιστη λύση με βάση τις τιμές των πραγματικών αποστάσεων είναι η $\langle s, b, e, g \rangle$ καθώς η διανυόμενη απόσταση είναι 11, ενώ η διανυόμενη απόσταση για τις άλλες λύσεις είναι 12 και 14 αντίστοιχα. Ο A* μπορεί να βρει τη βέλτιστη λύση γιατί χρησιμοποιεί τις πραγματικές τιμές των αποστάσεων, οι άλλοι δύο αλγόριθμοι δεν μπορούν να γνωρίζουν ποια είναι η βέλτιστη λύση καθώς χρησιμοποιούν μόνο τις ευριστικές τιμές. Όπως φάνηκε στο ερώτημα 1, ο αλγόριθμος αναρρίχησης λόφου δεν βρίσκει καν λύση, ο Best First δεν βρίσκει τη βέλτιστη λύση, ενώ ο A*, αναλόγως με το πώς θα διαχειριστεί τις ισοβαθμούσες καταστάσεις, μπορεί να βρει τη βέλτιστη λύση αλλά μπορεί και να μην την βρει.

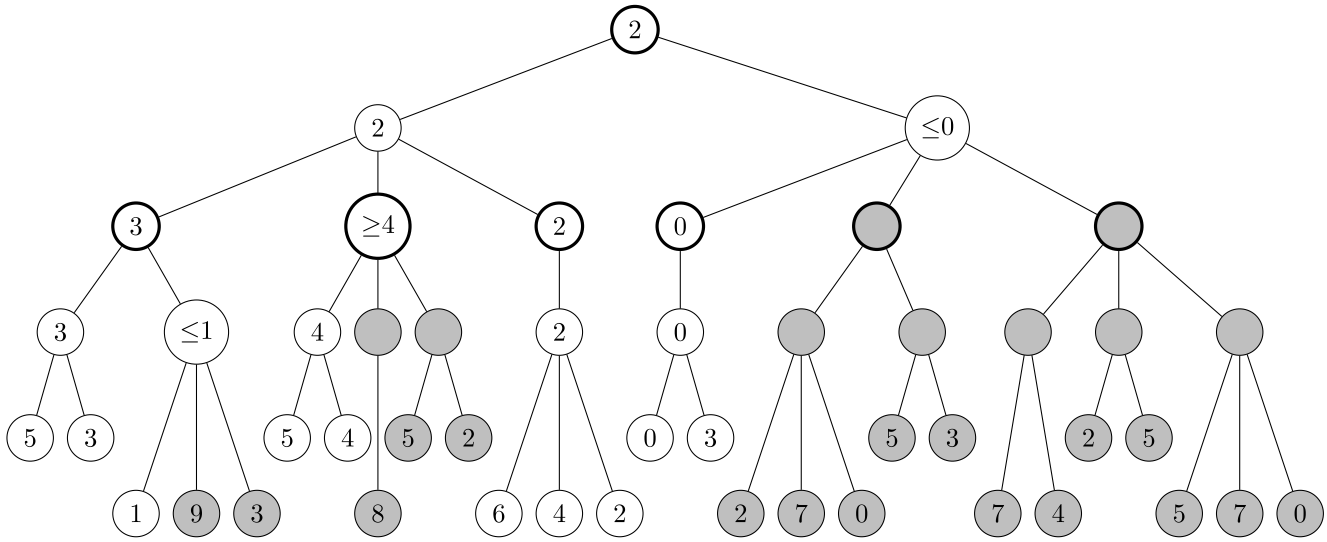
3. Ο αλγόριθμος A* δεν βρίσκει πάντα τη βέλτιστη λύση διότι η ευριστική συνάρτηση δεν είναι αποδεκτή. Άρα για να βρίσκει πάντα τη βέλτιστη λύση αρκεί να τροποποιήσουμε την ευριστική συνάρτηση και να την κάνουμε αποδεκτή. Ο προβληματικός κόμβος είναι ο e διότι $6 > 5$. Άρα αν θέσουμε π.χ. $h(e) = 5$ ο αλγόριθμος θα βρει τη βέλτιστη λύση.

Άσκηση 2

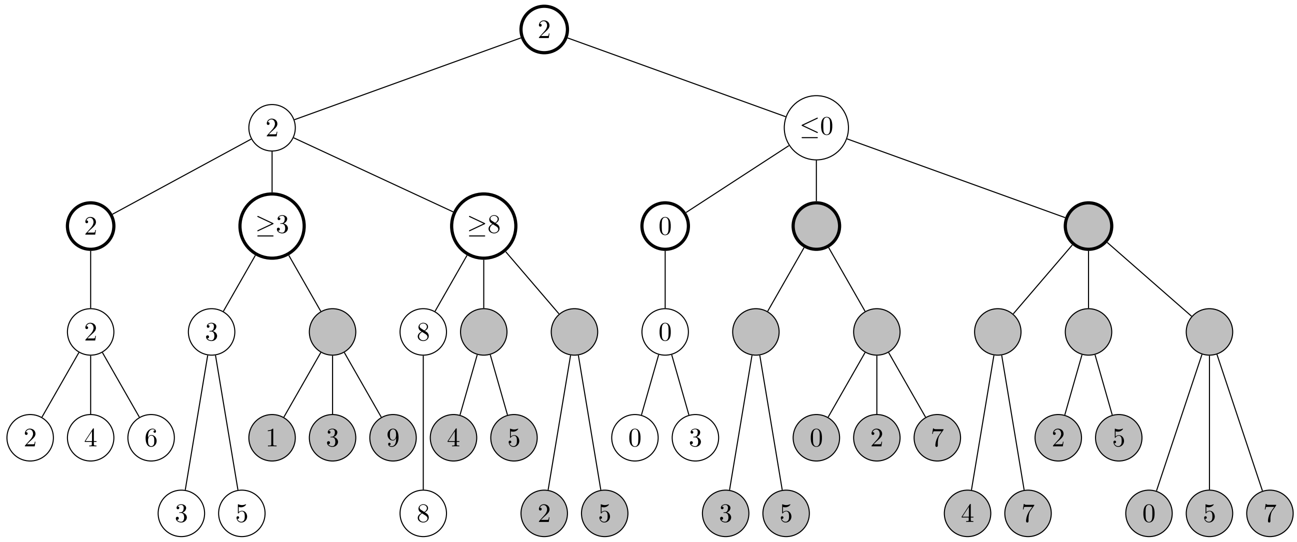
1. Εκτέλεση του minimax:



2. Εκτέλεση του AB. Με γκρι χρώμα παρουσιάζονται οι κόμβοι που δεν θα αποτιμηθούν.



3. Εκτέλεση του AB για το πλήρως διατεταγμένο δένδρο. Κατασκευάζουμε το πλήρως διατεταγμένο δέντρο έτσι ώστε το αριστερότερο παιδί κάθε κόμβου να είναι η καλύτερη κατάσταση (το παιδί με την μικρότερη τιμή για έναν κόμβο min και το παιδί με την μεγαλύτερη τιμή για έναν κόμβο max).



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2016 **ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 2**

Άσκηση 1

Μετατρέψτε σε κανονική συζευκτική μορφή τις παρακάτω προτάσεις:

1. $(\neg p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge r)$
2. $\forall x.\forall y.(p(x,y) \Rightarrow \exists z.(q(x,z) \wedge q(y,z))) \wedge \forall x.\forall y.(\neg(p(x,y) \wedge p(y,x)))$

Άσκηση 2

Για κάθε μία από τις προτάσεις της Άσκησης 1 δώσετε μια ερμηνεία που είναι μοντέλο και μια ερμηνεία που δεν είναι μοντέλο αν υπάρχουν, ειδάλλως αποδείξτε ότι δεν υπάρχουν.

Άσκηση 3

Βρείτε, αν υπάρχει, έναν ενοποιητή για τις παρακάτω φόρμουλες, όπου a, b, c είναι σταθερές και t, x, y, z, u, v, w μεταβλητές.

1. $\{p(x, f(y), w),\ p(g(a), f(z), w),\ p(u, v, z)\}$
2. $\{p(x, f(x)),\ q(a, f(a))\}$
3. $\{p(f(g(x)), b),\ p(z, x)\}$
4. $\{p(g(x, y)), w),\ p(g(f(a), t), f(b)),\ p(g(z, h(v)), f(u))\}$
5. $\{p(a, x),\ p(b, y)\}$

Άσκηση 4

Ελέγξτε με χρήση του αλγορίθμου ελέγχουν ικανοποιησιμότητας και του αλγορίθμου της ανάλυσης αν η πρόταση $p \vee q \ \Rightarrow\ r$ συνεπάγεται λογικά την πρόταση $r \vee \neg q$.

Άσκηση 5

Διατυπώστε σε λογική πρώτης τάξης τις ακόλουθες προτάσεις:

1. Όλοι οι φοιτητές παίρνουν κάποιο μάθημα σε κάθε εξάμηνο.
2. Μερικοί φοιτητές πήραν το μάθημα της λογικής το εαρινό εξάμηνο του 2016.
3. Το εαρινό εξάμηνο του 2016 μόνο ένας φοιτητής πήρε το μάθημα της λογικής.
4. Όλοι οι φοιτητές που παίρνουν το μάθημα της λογικής, το περνάνε στις εξετάσεις (δηλαδή παίρνουν βαθμό > 5).
5. Όλοι οι φοιτητές που παίρνουν το μάθημα της λογικής, παίρνουν σε αυτό το μάθημα τον μεγαλύτερο βαθμό από όλα τα υπόλοιπα μαθήματα του ίδιου εξαμήνου που έχουν πάρει.

Θεωρήστε ότι η γλώσσα περιέχει τα κατηγορήματα Φοιτητής(st), Μάθημα(c), Εξάμηνο(sm), ΈχειΠάρειΜάθημα(st, c, sm) και ΜεγαλύτεροΑπό(x, y), με τις προφανείς ερμηνείες, και τη συνάρτηση βαθμολογία(st, c, sm) που επιστρέφει τον βαθμό του φοιτητή st στο μάθημα c για το εξάμηνο sm. Ορίστε τις κατάλληλες σταθερές και ό,τι άλλο χρειάζεστε.

Άσκηση 6

Τι σημαίνουν σε φυσική γλώσσα οι προτάσεις $\forall x \forall y \forall z.$Φοιτητής$(x) \wedge$ Μάθημα$(y) \wedge$ Εξάμηνο$(z) \wedge$ ΈχειΠάρειΜάθημα(x, y, z) και $\forall x \forall y \forall z.$Φοιτητής$(x) \wedge$ Μάθημα$(y) \wedge$ Εξάμηνο$(z) \Rightarrow$ ΈχειΠάρειΜάθημα(x, y, z). Είναι κάποια από τις δύο είναι διαισθητικά σωστή;

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΕΧΝΗΤΗ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗ

ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2016 **ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 2 – ΛΥΣΕΙΣ**

Άσκηση 1

1. Έχουμε

$(\neg p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge r)$
$(p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge r)$
$((p \vee q) \Rightarrow (p \wedge r)) \wedge ((p \wedge r) \Rightarrow (p \vee q))$
$(\neg(p \vee q) \vee (p \wedge r)) \wedge (\neg(p \wedge r) \vee (p \vee q))$
$((\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge r)) \wedge ((\neg p \vee \neg r) \vee (p \vee q))$
$(\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee p) \wedge (\neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg r \vee p \vee q)$.

Άρα η ΚΣΜ είναι η $\{[\neg p, p], [\neg p, r], [\neg q, p], [\neg q, r], [\neg p, \neg r, p, q]\}$.

2. Έχουμε

$\forall x.\forall y.(p(x, y) \Rightarrow \exists z.(q(x, z) \wedge q(y, z))) \wedge \forall x.\forall y.(\neg(p(x, y) \wedge p(y, x)))$
$\forall x.\forall y.(\neg p(x, y) \vee \exists z.(q(x, z) \wedge q(y, z))) \wedge \forall x.\forall y.(\neg(p(x, y) \wedge p(y, x)))$
$\forall x.\forall y.(\neg p(x, y) \vee \exists z.(q(x, z) \wedge q(y, z))) \wedge \forall x.\forall y.(\neg p(x, y) \vee \neg p(y, x)))$
$\forall x_1.\forall y_1.(\neg p(x_1, y_1) \vee \exists z.(q(x_1, z) \wedge q(y_1, z))) \wedge \forall x_2.\forall y_2.(\neg p(x_2, y_2) \vee \neg p(y_2, x_2)))$
$\forall x_1.\forall y_1.(\neg p(x_1, y_1) \vee (q(x_1, f(x_1, y_1)) \wedge q(y_1, f(x_1, y_1)))) \wedge \forall x_2.\forall y_2.(\neg p(x_2, y_2) \vee \neg p(y_2, x_2)))$
$(\neg p(x_1, y_1) \vee (q(x_1, f(x_1, y_1)) \wedge q(y_1, f(x_1, y_1)))) \wedge (\neg p(x_2, y_2) \vee \neg p(y_2, x_2)))$
$(\neg p(x_1, y_1) \vee q(x_1, f(x_1, y_1)) \wedge (\neg p(x_1, y_1) \vee q(y_1, f(x_1, y_1))) \wedge (\neg p(x_2, y_2) \vee \neg p(y_2, x_2)))$

Άρα η ΚΣΜ είναι η $\{[\neg p(x_1, y_1), q(x_1, f(x_1, y_1))], [\neg p(x_1, y_1), q(y_1, f(x_1, y_1))], [\neg p(x_2, y_2), \neg p(y_2, x_2)]\}$.

Άσκηση 2

1. Μοντέλο $\{p \to T, q \to T, r \to T\}$,
μη μοντέλο $\{p \to T, q \to T, r \to F\}$.

2. Μοντέλο $\Delta = \{a, b, c\}$, $p^I = \{(a, b)\}$, $q^I = \{(a, c), (b, c)\}$,
μη μοντέλο $\Delta = \{a, b, c\}$, $p^I = \{(a, b)\}$, $q^I = \emptyset$.

Άσκηση 3

1. $\{v/f(w), u/g(a), x/g(a), y/w, z/w)\}$.

2. Δεν υπάρχει ενοποιητής.

3. $\{x/b, z/f(g(b)\}$

4. $\{t/h(v), u/b, w/f(b), x/f(a), y/h(v), z/f(a)\}$

5. Δεν υπάρχει ενοποιητής.

Άσκηση 4

Για τον αλγόριθμο ελέγχουν ικανοποιησιμότητας κατασκευάζουμε τις δυνατές ερμηνείες και αποτιμούμε, όπου χρειάζεται τις προτάσεις:

	p	q	r	$p \vee q \Rightarrow r$	$r \vee \neg q$
$\mathcal{I}_1$	T	T	T	T	T
$\mathcal{I}_2$	T	T	F	F	
$\mathcal{I}_3$	T	F	T	T	T
$\mathcal{I}_4$	T	F	F	F	
$\mathcal{I}_5$	F	T	T	T	T
$\mathcal{I}_6$	F	T	F	F	
$\mathcal{I}_7$	F	F	T	T	T
$\mathcal{I}_8$	F	F	F	T	T

Όπως προκύπτει από τον πίνακα, κάθε $\mathcal{I}_i$ ($\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_3, \mathcal{I}_5, \mathcal{I}_7, \mathcal{I}_8$) που ικανοποιεί την $p \vee q \Rightarrow r$ ικανοποιεί και την $r \vee \neg q$, άρα η $p \vee q \Rightarrow r$ συνεπάγεται λογικά την $r \vee \neg q$.

Για τον αλγόριθμο της ανάλυσης πρέπει να μετατρέψουμε κατ' αρχάς τις προτάσεις σε κανονική συζευκτική μορφή. Έτσι έχουμε $p \vee q \Rightarrow r \equiv \neg(p \vee q) \vee r \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee r \equiv (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r)$, δηλαδή $\{[\neg p, r], [\neg q, r]\}$. Για να εκτελέσουμε τον αλγόριθμο προσθέτουμε στη γνώση την $\neg(r \vee \neg q) \equiv \neg r \wedge q$, δηλαδή σε κανονική συζευκτική μορφή $\{[\neg r], [q]\}$. Αναλύοντας τα $[\neg q, r]$ και $[q]$ προκύπτει το $[r]$, το οποίο βρίσκεται σε προφανή αντίφαση με το $[\neg r]$. Άρα η $p \vee q \Rightarrow r$ συνεπάγεται λογικά την $r \vee \neg q$.

Άσκηση 5

1. $\forall x.\forall y.(\text{Φοιτητής}(x) \wedge \text{Εξάμηνο}(y) \Rightarrow \exists z.(\text{Μάθημα}(z) \wedge \text{ΈχειΠάρειΜάθημα}(x, z, y)))$
2. $\exists x.(\text{Φοιτητής}(x) \wedge \text{ΈχειΠάρειΜάθημα}(x, \Lambda, \text{ΕΕ2016}))$
3. $\exists x.(\text{Φοιτητής}(x) \wedge \text{ΈχειΠάρειΜάθημα}(x, \Lambda, \text{ΕΕ2016}) \wedge \forall z.(\text{Φοιτητής}(z) \wedge \text{ΈχειΠάρειΜάθημα}(z, \Lambda, \text{ΕΕ2016}) \Rightarrow x = z))$
4. $\forall x.\forall y.(\text{Φοιτητής}(x) \wedge \text{Εξάμηνο}(y) \wedge \text{ΈχειΠάρειΜάθημα}(x, \Lambda, y)) \Rightarrow \text{ΜεγαλύτεροΑπό}(\text{βαθμολογία}(x, \Lambda, y), 5)$
5. $\forall x.\forall y.\forall z.(\text{Φοιτητής}(x) \wedge \text{Εξάμηνο}(y) \wedge \text{ΈχειΠάρειΜάθημα}(x, \Lambda, y) \wedge \text{Μάθημα}(z) \wedge \text{ΈχειΠάρειΜάθημα}(x, z, y) \wedge$
   $\neg(z = \Lambda) \Rightarrow \text{ΜεγαλύτεροΑπό}(\text{βαθμολογία}(x, \Lambda, y), \text{βαθμολογία}(x, z, y)))$

Άσκηση 6

Η πρόταση $\forall x \forall y \forall z.\text{Φοιτητής}(x) \wedge \text{Μάθημα}(y) \wedge \text{Εξάμηνο}(z) \wedge \text{ΈχειΠάρειΜάθημα}(x, y, z)$ σημαίνει όλα τα αντικείμενα του κόσμου είναι φοιτητές, μαθήματα και εξάμηνα και έχουν συνδυαστεί με όλους τους δυνατούς τρόπους μέσω της σχέσης έχει πάρει μάθημα.
Η πρόταση $\forall x \forall y \forall z.\text{Φοιτητής}(x) \wedge \text{Μάθημα}(y) \wedge \text{Εξάμηνο}(z) \Rightarrow \text{ΈχειΠάρειΜάθημα}(x, y, z)$ σημαίνει ότι όλοι οι φοιτητές παίρνουν όλα τα μαθήματα σε όλα τα εξάμηνα.
Προφανώς καμία από τις δύο προτάσεις δεν είναι διαισθητικά σωστή.