

# Μοντελοποίηση: Αδιαστατοποίηση

Καζαντζάκης Γιάννης, AM 2764 (TMEM)

Μαΐος 2022

## Στοχοι:

Θεωρώ ένα σύστημα το οποίο περιγράφεται από μία μεταβλητή  $x$  η οποία εξαρτάται από τον χρόνο  $t$ :  $x=x(t)$ . Το μοντέλο μπορεί να περιγράψει δύο ή τρεις διαδικασίες, δηλαδή, η αντίστοιχη διαφορική εξίσωση έχει δύο ή τρεις όρους. Το σύστημα μπορεί να εξαρτάται από μερικές παραμετρους

- Θα επιτρέπεται στον χρήστη να δίνει τις παραμετρους της διαφορικής εξίσωσης.
- Θα βρίσκονται κατάλληλες αδιάστατες παραμέτροι και αδιάστατες μεταβλητές
- Θα τυπωνονται τα αποτελεσματα μαζί με την αδιαστατοποιημένη μορφή της διαφορικής εξίσωσης

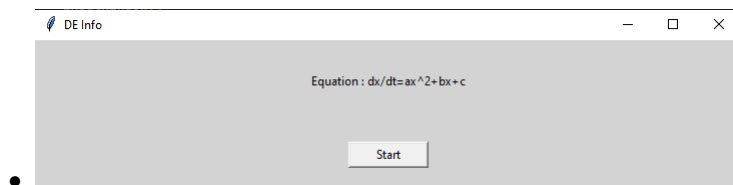
## Διαδικασία

Θα χρησιμοποιήσω μια γενική μορφή απλής συνηθισμένης διαφορικής εξίσωσης η οποία καλύπτει αρκετά μοντέλα τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί στο μαθημα (π.χ. λογιστικό, μαλθουσιανό), η οποία ακολουθεί τον εξής τύπο:

$$\frac{dx}{dt} = ax^2 + bx + c \quad (1)$$

## 1 Καταχώρηση παραμετρων απο τον χρήστη

Το συγκεκριμένο ζήτημα του project απαιτεί απλού επιπέδου προγραμματισμό και κυρίως βασίζεται σε γραφικά (τα οποία είναι υλοποιημένα σε python) και αφού δεν αποτελούν θέμα του συγκεκριμένου μαθηματος θα παραθέσω παρακάτω απλά φωτογραφικό υλικό που τα περιγράφει.



## 2 Αδιαστατοποίηση της εξίσωσης

Για την αδιαστατοποίηση της (1) ξεκινάω θετώντας

$$X = \frac{x}{x_s} \quad T = \frac{t}{t_s} \quad (2)$$

όπου  $t_s$  και  $x_s$  παραμετροί που θα οριστούν παρακάτω. Επειτα θα χρειαστεί να χωρίσω το πρόβλημα σε περιπτώσεις:

- $a=0$  και  $b=0$  : Όπου η (1) παίρνει την μορφή:

$$\frac{dX}{dT} = c \quad (3)$$

Με

$$x_s = t_s = l$$

Δηλαδή, οι παραμετροί δεν ορίζονται μονοσημαντά, συνεπώς είναι ίσες με μια ελεύθερη μεταβλητή.

- $a=0$  και  $b \neq 0$  Όπου η (1) παίρνει την μορφή:

$$\frac{dX}{dT} = bx + c \quad (4)$$

Με

$$x_s = t_s = \frac{1}{b}$$

Οι παραμετροί ορίζονται μονοσημαντά και είναι ίσες.

- $a \neq 0$  και  $b=0$  Όπου η (1) παίρνει την μορφή:

$$\frac{dX}{dT} = \alpha x^2 + c \quad (5)$$

Με

$$x_s = \frac{1}{a * t_s} \quad t_s = \frac{1}{a * x_s}$$

Αντιστοίχα με την πρώτη περίπτωση, οι παραμετροί  $x_s$ ,  $t_s$  αλληλοεξαρτώνται, συνεπώς και εδώ οι παραμετροί δεν ορίζονται μονοσημαντά.

- $a \neq 0$  και  $b \neq 0$  Όπου η (1) διατηρεί την μορφή της απλά με τους περιορισμούς της συγκεκριμένης περίπτωσης:

$$\frac{dX}{dT} = \alpha x^2 + bx + c \quad (6)$$

Με

$$x_s = \frac{b}{a} \quad t_s = \frac{1}{b}$$

Οι παραμετροί ορίζονται μονοσημαντά.

Τελικά υλοποιώ με γραφικά τα παραπάνω αποτελέσματα σε python παραθέτοντας την (1), την αδιάστατοποιημένη μορφή της (1) και τις αδιάστατες παραμετρους.

### 3 Παραδειγμα

Παρακάτω φαίνεται ένα παραδειγμα του παραπάνω προγράμματος με δεδομένη διαφορική την εξής:

$$\frac{dx}{dt} = 5x^2 + 2x + 1 \quad (7)$$

```

ODE
dx/dt = 5x^2 + 2x + 1
Non-dimentionalized equation : dX/dT = X^2 + X +2.5000
Parameters : X=x/xs | T=t/ts
With xs= 0.4000 and ts = 0.5000

```