
Βελτιστοποίηση των Διαδικασιών Παραγωγής
Ραμμάτων: Μαθηματική Μοντελοποίηση
Πολλαπλών Περιόδων

Καζαντζίδης Ιωάννης



Επιβλέπων Καθηγητής:
Παπαλάμπρου Κωνσταντίνος

Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών
Υπολογιστών

AEM: 9497

Διπλωματική Εργασία

Οκτώβριος 2024

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία διερευνά τη βελτιστοποίηση ενός συστήματος προγραμματισμού παραγωγής πολλαπλών περιόδων για μια μονάδα παραγωγής που ειδικεύεται σε απορροφήσιμα και μη απορροφήσιμα ράμματα. Η βασική εστίαση είναι η ενίσχυση της λειτουργικής αποδοτικότητας και η ικανοποίηση της κυμαινόμενης ζήτησης υπό περιορισμούς πόρων με την εισαγωγή μιας δεύτερης βάρδιας παραγωγής και την ενσωμάτωση ποινών για καθυστερημένες παραγγελίες. Η μελέτη εξετάζει τον τρόπο με τον οποίο διαφορετικά μοντέλα μεικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) ανταποκρίνονται σε διαφορετικά σενάρια, όπως διακυμάνσεις του κόστους εργασίας, μηχανικές βλάβες και αυξήσεις του κόστους πρώτων υλών.

Η μελέτη δοκιμάζει τρία μοντέλα μεικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού: ένα βασικό μοντέλο πολλαπλών περιόδων, ένα μοντέλο πολλαπλών περιόδων με δεύτερη βάρδια και ένα μοντέλο πολλαπλών περιόδων με ποινή για καθυστερήσεις παραγγελιών. Τα μοντέλα αυτά αξιολογούνται σε έξι διαφορετικά σύνολα παραμέτρων, που αντικατοπτρίζουν σενάρια του πραγματικού κόσμου, όπως αυξημένη ζήτηση, ελλείψεις πρώτων υλών και υψηλότερο εργατικό κόστος.

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η συμπερίληψη μιας δεύτερης βάρδιας βελτίωσε την ικανότητα του συστήματος να ανταποκρίνεται στην υψηλότερη ζήτηση, ιδίως σε συνθήκες αιχμής, οδηγώντας σε μεγαλύτερη κερδοφορία. Ωστόσο, η εισαγωγή ποινών για καθυστερήσεις παραγγελιών, ενώ μείωσε τις ελλείψεις, οδήγησε σε μειωμένα συνολικά κέρδη λόγω του κόστους της μη ικανοποιημένης ζήτησης.

Ενώ η παρούσα μελέτη παρέχει πολύτιμες πληροφορίες σχετικά με τον προγραμματισμό παραγωγής, η μελλοντική έρευνα θα μπορούσε να επικεντρωθεί σε τομείς όπως η πιο ρεαλιστική μοντελοποίηση βλαβών μηχανών και συντήρησης, η ενσωμάτωση δυναμικών μεθόδων πρόβλεψης της ζήτησης με μηχανική μάθηση, καθώς και η χρήση παραλληλισμού και κατανομών υπολογιστικών πόρων για την αντιμετώπιση μεγάλων και σύνθετων προβλημάτων προγραμματισμού.

Abstract

This thesis investigates the optimization of a multi-period production scheduling system for a manufacturing unit specializing in absorbable and non-absorbable sutures. The main focus is on enhancing operational efficiency and meeting fluctuating demand under resource constraints by introducing a second production shift and incorporating penalties for delayed orders. The study explores how different mixed-integer linear programming (MILP) models perform under various scenarios, such as fluctuations in labor costs, machine breakdowns, and increases in raw material costs.

The study tests three mixed-integer linear programming models: a basic multi-period model, a multi-period model with a second shift, and a multi-period model with backorder penalties. These models are evaluated across six different parameter sets that reflect real-world scenarios, such as increased demand, raw material shortages, and higher labor costs.

The results indicate that the inclusion of a second shift improved the system's ability to meet higher demand, particularly under peak conditions, leading to increased profitability. However, the introduction of penalties for delayed orders, while reducing shortages, resulted in decreased overall profits due to the cost of unmet demand.

While this study provides valuable insights into production scheduling, future research could focus on more realistic modeling of machine breakdowns and maintenance, the integration of dynamic demand forecasting using machine learning, as well as the use of parallel and distributed computing resources to tackle large-scale and complex scheduling problems.

Μία αφιέρωση στην οικογένειά μου, για
την αμέριστη υποστήριξη και την πίστη
τους σε μένα.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ειλικρινά τον επιβλέποντα καθηγητή μου, Παπαλάμπρου Κωνσταντίνο, για την καθοδήγηση και την υποστήριξή του καθ' όλη τη διάρκεια αυτής της έρευνας. Είμαι επίσης ευγνώμων στο διδακτικό προσωπικό και το προσωπικό του τμήματος Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών ΑΠΘ για τη βοήθειά τους. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για τη συνεχή ενθάρρυνση και υποστήριξή τους.

Περιεχόμενα

Περίληψη	i
Abstract	iii
Ευχαριστίες	vii
Περιεχόμενα	ix
Λίστα Εικόνων	xiii
1. Εισαγωγή	1
1.1. Εισαγωγή στην επιχειρησιακή έρευνα και στις τεχνικές βελτιστοποίησης . . .	1
1.1.1. Εισαγωγή στην επιχειρησιακή έρευνα	1
1.1.2. Μοντελοποίηση προβλημάτων στην επιχειρησιακή έρευνα	2
1.1.3. Γραμμικός Προγραμματισμός (Linear Programming - LP)	3
1.1.4. Ακέραιος Προγραμματισμός (Integer Programming - IP)	4
1.2. Μικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός (MILP)	6
1.2.1. Επισκόπηση	6
1.2.2. Ιστορική αναδρομή και ανάπτυξη του Μικτού Ακεραίου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP)	6
1.2.3. Μαθηματική διατύπωση του Μικτού Ακεραίου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP)	7
1.3. Τεχνικές Επίλυσης Μικτού Ακεραίου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP)	8
1.3.1. Ακριβείς μέθοδοι	8
1.3.2. Ευρετικές και μεταευρετικές προσεγγίσεις	9
1.3.3. Εργαλεία λογισμικού	11
1.4. Εφαρμογές του Μικτού Ακεραίου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP) . .	12
1.5. Προκλήσεις και Περιορισμοί του Μικτού Ακεραίου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP)	13
1.5.1. Υπολογιστική πολυπλοκότητα	13
1.5.2. Περιορισμοί μοντελοποίησης	14
1.5.3. Συμβιβασμοί	14

2. Ορισμός Προβλήματος και Ανάλυση	15
2.1. Εισαγωγή στο πρόβλημα	15
2.1.1. Επισκόπηση της παραγωγικής διαδικασίας	15
2.1.2. Η ανάγκη για βελτιστοποίηση της παραγωγής	15
2.1.3. Πραγματικός αντίκτυπος του προβλήματος	16
2.2. Διαδικασία παραγωγής ραμμάτων, περιορισμοί και στόχοι βελτιστοποίησης .	16
2.2.1. Παραγωγή ραμμάτων	16
2.2.2. Περιορισμοί στη διαδικασία παραγωγής	17
2.2.3. Στόχοι βελτιστοποίησης και επιχειρηματικοί στόχοι	18
2.3. Ανάλυση Σεναρίων	19
2.3.1. Σκοπός της ανάλυσης σεναρίων	19
2.3.2. Παραδείγματα σεναρίων	20
3. Μοντελοποίηση και συλλογή δεδομένων	23
3.1. Επισκόπηση της προσέγγισης μοντελοποίησης	23
3.2. Διατύπωση των μοντέλων	24
3.2.1. Μοντέλο Μίας Περιόδου	24
3.2.2. Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων	28
3.2.3. Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων με Δεύτερη Βάρδια	32
3.2.4. Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων με Επιβάρυνση Ελλείψεων	34
3.3. Συλλογή Δεδομένων και Παράμετροι	35
3.3.1. Πηγές δεδομένων	35
3.3.2. Σύνολα παραμέτρων για την ανάλυση σεναρίων	37
4. Αποτελέσματα και υπολογιστική ανάλυση	39
4.1. Εισαγωγή	39
4.2. Επισκόπηση αποτελεσμάτων: Αντικειμενική Αξία, Χρήση Δεύτερης Βάρδιας και Επιβάρυνση Καθυστερήσεων	40
4.2.1. Σύγκριση Αντικειμενικών Τιμών	40
4.2.2. Χρήση δεύτερης βάρδιας	44
4.2.3. Επιβάρυνση ελλείψεων	45
4.3. Ανάλυση παραγωγής και αποστολής προϊόντων	46
4.3.1. Παραγωγή προϊόντων μεταξιού	47
4.3.2. Αποστολή προϊόντων μεταξιού	48
4.4. Σχολιασμός των αποτελεσμάτων	49
5. Συμπεράσματα	51
Α'.Παράμετροι	55

Βιβλιογραφία

63

Λίστα Εικόνων

1.1. Οπτική σύνοψη των τυπικών βημάτων που περιλαμβάνονται στη διαδικασία της επιχειρησιακής έρευνας	2
1.2. Αντίθεση μεταξύ της εφικτής περιοχής ενός προβλήματος LP και της εφικτής περιοχής ενός προβλήματος IP	5
1.3. Ένα απλό μοντέλο MILP με συνεχείς και ακέραιες μεταβλητές	8
1.4. Branch-and-Bound δέντρο	9
1.5. Παραδείγματα εφαρμογών στη παραγωγή και την εφοδιαστική αλυσίδα . . .	12
2.1. Διάγραμμα ροής της παραγωγικής διαδικασίας	16
2.2. Πίνακας περιορισμών παραγωγής	18
2.3. Ανάλυση σεναρίου - Δέντρο αποφάσεων - Έλλειψη πρώτων υλών	21
3.1. Η ροή των υλικών στα διάφορα στάδια της παραγωγής. Κάθε στάδιο εξαρτάται από την ολοκλήρωση του προηγούμενου.	36
4.1. Ραβδόγραμμα αντικειμενικών τιμών για τυπικές συνθήκες (πείραμα 1)	41
4.2. Ραβδόγραμμα αντικειμενικών τιμών για το σενάριο υψηλής ζήτησης προϊόντων (πείραμα 2)	42
4.3. Ραβδόγραμμα αντικειμενικών τιμών για το πείραμα 3	42
4.4. Ραβδόγραμμα των ελλείψεων για το πείραμα 3	42
4.5. Ραβδόγραμμα αντικειμενικών τιμών για το σενάριο υψηλής ζήτησης προϊόντων και αυξημένου κόστους εργασίας(πείραμα 4)	43
4.6. Ραβδόγραμμα αντικειμενικών τιμών του βασικού μοντέλου «πολλαπλών περιόδων» για το σενάριο αυξημένου κόστους πρώτων υλών (πείραμα 5)	44
4.7. Διάγραμμα χρήσης δεύτερης βάρδιας για το πείραμα 2	45
4.8. Διάγραμμα χρήσης δεύτερης βάρδιας για το πείραμα 3	45
4.9. Διάγραμμα χρήσης δεύτερης βάρδιας για το πείραμα 4	45
4.10. Ραβδόγραμμα των ελλείψεων για το πείραμα 2	46
4.11. Ραβδόγραμμα των ελλείψεων για το πείραμα 3	46
4.12. Διάγραμμα παραγωγής προϊόντων μεταξιού για το πείραμα 2	48
4.13. Διάγραμμα παραγωγής προϊόντων μεταξιού για το πείραμα 3	48
4.14. Διάγραμμα παραγωγής προϊόντων μεταξιού για το πείραμα 4	48
4.15. Διάγραμμα αποστολής προϊόντων μεταξιού για το πείραμα 2	49
4.16. Διάγραμμα αποστολής προϊόντων μεταξιού για το πείραμα 3	49

4.17. Διάγραμμα αποστολής προϊόντων μεταξύ για το πείραμα 4	49
---	----

1.1 Εισαγωγή στην επιχειρησιακή έρευνα και στις τεχνικές βελτιστοποίησης

Η **Επιχειρησιακή Έρευνα** (Operations Research - OR) είναι ένας επιστημονικός κλάδος που ασχολείται με την εφαρμογή προηγμένων αναλυτικών μεθόδων για να βοηθήσει στην λήψη καλύτερων αποφάσεων. Χρησιμοποιεί τεχνικές από τη μαθηματική μοντελοποίηση, τη στατιστική ανάλυση, και την αλγοριθμική επεξεργασία δεδομένων για να εξετάσει πολύπλοκα συστήματα και να προτείνει βελτιστοποιήσεις και λύσεις σε προβλήματα λήψης αποφάσεων. Ο στόχος είναι η βελτιστοποίηση της αποδοτικότητας και της αποτελεσματικότητας σε διάφορους τομείς, όπως η παραγωγή, η λογιστική, οι μεταφορές, οι χρηματοοικονομικές υπηρεσίες και άλλα [7].

1.1.1 Εισαγωγή στην επιχειρησιακή έρευνα

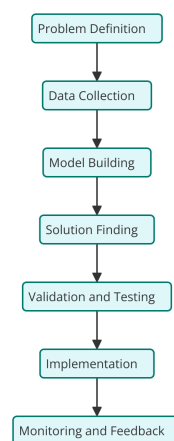
Η επιχειρησιακή έρευνα εμφανίστηκε κατά τη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου, καθώς οι στρατιωτικοί ηγέτες αναζητούσαν πιο συστηματικούς τρόπους για την κατανομή των περιορισμένων πόρων, τη διαμόρφωση στρατηγικής για στρατιωτικές επιχειρήσεις και τη βελτιστοποίηση της διοικητικής μέριμνας. Μεταπολεμικά, οι αρχές της επεκτάθηκαν σε μη στρατιωτικές βιομηχανίες, αποτελώντας ακρογωνιαίο λίθο για τη λήψη αποφάσεων στις επιχειρήσεις, τη μηχανική, την υγειονομική περίθαλψη, τα χρηματοοικονομικά και πολλούς άλλους τομείς [7].

Η επιχειρησιακή έρευνα αφορά την εύρεση του καλύτερου, αποδοτικότερου ή οικονομικότερου τρόπου για την επίτευξη ενός συγκεκριμένου στόχου. Αυτό επιτυγχάνεται με τη μαθηματική διατύπωση ενός προβλήματος, την ανάλυση των σχέσεων μεταξύ των διαφόρων μεταβλητών απόφασης και, στη συνέχεια, τη χρήση αλγορίθμων για τον εντοπισμό βέλτιστων ή σχεδόν βέλτιστων λύσεων. Η ισχύς της έγκειται στην ικανότητά της να μοντελοποιεί και να επιλύει πολύπλοκα προβλήματα που θα ήταν δυσεπίλυτα μόνο με τη χρήση διαίσθησης ή ad-hoc μεθόδων.

Στην πράξη, η επιχειρησιακή έρευνα περιλαμβάνει τη χρήση διαφόρων μαθηματικών μοντέλων και τεχνικών, όπως γραμμικός προγραμματισμός, αχέραιος προγραμματισμός, προσομοίωση, θεωρία ουρών αναμονής και μοντέλα δικτύων, μεταξύ άλλων. Αυτές οι τεχνικές επιτρέπουν τη συστηματική διερεύνηση διαφόρων σεναρίων, επιτρέποντας στους υπεύθυνους για τη λήψη αποφάσεων να κατανοήσουν τις αντισταθμίσεις μεταξύ των διαφόρων επιλογών και να προσδιορίσουν την καλύτερη πορεία δράσης με βάση τους περιορισμούς και τους στόχους.

1.1.2 Μοντελοποίηση προβλημάτων στην επιχειρησιακή έρευνα

Στο επίκεντρο της επιχειρησιακής έρευνας βρίσκεται η διαδικασία της μοντελοποίησης προβλημάτων. Η μοντελοποίηση ενός προβλήματος είναι το βήμα κατά το οποίο ένα ζήτημα του πραγματικού κόσμου μεταφράζεται σε ένα μαθηματικό πλαίσιο που μπορεί να αναλυθεί και να επιλυθεί. Η ποιότητα της λύσης που επιτυγχάνεται στην Ε-Ε εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το πόσο καλά μοντελοποιείται το πρόβλημα. Ένα αποτελεσματικό μοντέλο αποτυπώνει με ακρίβεια τα βασικά στοιχεία του προβλήματος, αφαιρώντας παράλληλα την περιττή πολυπλοκότητα.



Εικόνα 1.1 : Οπτική σύνοψη των τυπικών βημάτων που περιλαμβάνονται στη διαδικασία της επιχειρησιακής έρευνας

Βήματα στη μοντελοποίηση προβλημάτων 1.1 [18]:

1. **Ορισμός του προβλήματος:** Το πρώτο βήμα είναι ο σαφής ορισμός του προβλήματος, συμπεριλαμβανομένων των στόχων, του πεδίου εφαρμογής και των περιορισμών. Για παράδειγμα, εάν το πρόβλημα είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς σε ένα δίκτυο εφοδιασμού, το μοντέλο πρέπει να προσδιορίζει τις θέσεις των προμηθευτών και των πελατών, τις δυνατότητες των διαδρομών μεταφοράς και το κόστος που σχετίζεται με κάθε διαδρομή.
2. **Διατύπωση της αντικειμενικής συνάρτησης:** Η αντικειμενική συνάρτηση είναι μια μαθηματική έκφραση που αντιπροσωπεύει τον στόχο του προβλήματος. Στο παράδειγμά για τις μεταφορές, η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να αντιπροσωπεύει το συνολικό κόστος μεταφοράς αγαθών από τους προμηθευτές στους πελάτες. Ο στόχος θα ήταν η ελαχιστοποίηση αυτής της συνάρτησης.

3. **Προσδιορισμός περιορισμών:** Οι περιορισμοί είναι οι περιορισμοί ή οι απαιτήσεις που πρέπει να ικανοποιεί η λύση. Στο παράδειγμα της εφοδιαστικής, οι περιορισμοί θα μπορούσαν να περιλαμβάνουν τη ζήτηση που πρέπει να ικανοποιηθεί σε κάθε τοποθεσία πελατών, τη διαθέσιμη προσφορά σε κάθε τοποθεσία προμηθευτών και τις δυνατότητες των διαδρομών μεταφοράς.
4. **Επιλογή του κατάλληλου μοντέλου:** Ανάλογα με τη φύση του προβλήματος, διαφορετικά μαθηματικά μοντέλα μπορεί να είναι κατάλληλα. Εάν οι μεταβλητές απόφασης (όπως η ποσότητα των μεταφερόμενων εμπορευμάτων) μπορούν να λάβουν οποιαδήποτε τιμή εντός ενός εύρους τιμών, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού. Εάν ορισμένες αποφάσεις είναι δυαδικές (π.χ. αν θα ανοίξει ή όχι μια αποθήκη), τότε ένα μοντέλο ακέραιου προγραμματισμού ή ένα μοντέλο μικτού ακέραιου προγραμματισμού μπορεί να είναι καταλληλότερο.

1.1.3 Γραμμικός Προγραμματισμός (Linear Programming - LP)

Ο γραμμικός προγραμματισμός (LP) είναι μια θεμελιώδης τεχνική βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται ευρέως στην επιχειρησιακή έρευνα για την επίλυση προβλημάτων όπου η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί είναι γραμμικοί. Ο LP είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικός στη μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση ενός συγκεκριμένου στόχου -όπως το κέρδος, το κόστος ή ο χρόνος-, τηρώντας παράλληλα ένα σύνολο γραμμικών περιορισμών. Η τεχνική είναι ευέλικτη και εφαρμόζεται σε ένα ευρύ φάσμα τομέων, όπως η κατασκευή, η εφοδιαστική, η χρηματοδότηση και άλλα [7].

Ένα μοντέλο LP αποτελείται από τρία βασικά στοιχεία: την αντικειμενική συνάρτηση, τις μεταβλητές απόφασης και τους περιορισμούς. Η αντικειμενική συνάρτηση είναι μια γραμμική εξίσωση που αντιπροσωπεύει τον στόχο της βελτιστοποίησης. Για παράδειγμα, σε ένα πρόβλημα παραγωγής, ο στόχος μπορεί να είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους, το οποίο μπορεί να εκφραστεί ως γραμμικός συνδυασμός του αριθμού των παραγόμενων μονάδων και των αντίστοιχων περιθωρίων κέρδους. Αυτή η γραμμική φύση της αντικειμενικής συνάρτησης καθιστά τον LP ιδιαίτερα ισχυρό για προβλήματα όπου η σχέση μεταξύ των μεταβλητών απόφασης και του αποτελέσματος είναι απλή και προσθετική.

Οι μεταβλητές απόφασης σε ένα μοντέλο LP είναι οι ποσότητες που ελέγχει ο λήπτης αποφάσεων. Οι μεταβλητές αυτές είναι συνεχείς, που σημαίνει ότι μπορούν να λάβουν οποιαδήποτε τιμή εντός ενός καθορισμένου εύρους. Η ευελιξία των συνεχών μεταβλητών επιτρέπει τη λεπτομερή βελτιστοποίηση, καθιστώντας τον LP ένα εξαιρετικά προσαρμόσιμο εργαλείο για διάφορα σενάρια.

Οι περιορισμοί σε ένα μοντέλο LP είναι επίσης γραμμικοί, εκφρασμένοι ως ανισώσεις ή εξισώσεις που περιορίζουν τις τιμές που μπορούν να λάβουν οι μεταβλητές απόφασης. Αυτοί

οι περιορισμοί αντιπροσωπεύουν τους περιορισμούς εντός του συστήματος, όπως η διαθεσιμότητα πόρων, η παραγωγική ικανότητα ή η ζήτηση της αγοράς. Η λύση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού πρέπει να ικανοποιεί όλους αυτούς τους περιορισμούς, δηλαδή να εμπίπτει στην εφικτή περιοχή, το σύνολο όλων των πιθανών λύσεων που ικανοποιούν τους περιορισμούς.

Η εφικτή περιοχή ενός προβλήματος LP είναι ένα κυρτό πολυέδρο, ένα γεωμετρικό σχήμα που σχηματίζεται από την τομή των γραμμικών περιορισμών. Κάθε όριο αυτού του πολυέδρου αντιστοιχεί σε έναν περιορισμό του προβλήματος. Η βέλτιστη λύση του προβλήματος βρίσκεται συνήθως σε μία από τις κορυφές αυτού του πολυέδρου, όπου τέμνονται πολλαπλά όρια περιορισμών. Η μέθοδος Simplex, που αναπτύχθηκε από τον George Dantzig το 1947 [3], είναι ο πιο ευρέως χρησιμοποιούμενος αλγόριθμος για την επίλυση προβλημάτων LP. Η μέθοδος αυτή εξερευνά συστηματικά τις κορυφές της εφικτής περιοχής για να βρει τη βέλτιστη λύση.

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός παραμένει ένα από τα βασικότερα εργαλεία της επιχειρησιακής έρευνας λόγω της σαφήνειας, της μαθηματικής ακρίβειας και της δυνατότητας εφαρμογής του σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων του πραγματικού κόσμου. Η ικανότητά του να παρέχει βέλτιστες λύσεις στην κατανομή πόρων, στον προγραμματισμό παραγωγής και σε άλλα σενάρια λήψης αποφάσεων υπογραμμίζει τη συνεχή σημασία του τόσο σε ακαδημαϊκό όσο και σε πρακτικό πλαίσιο.

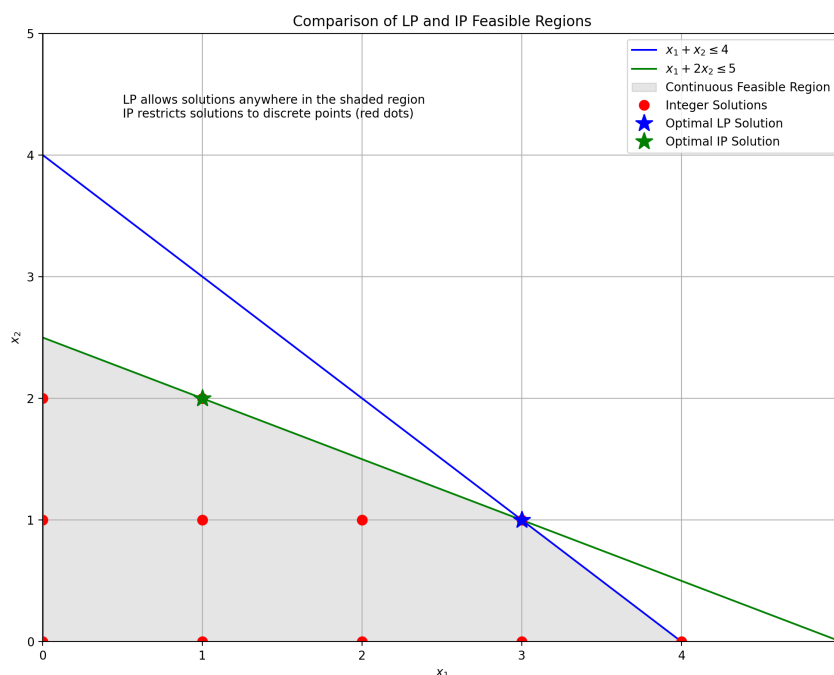
1.1.4 Ακέραιος Προγραμματισμός (Integer Programming - IP)

Ο Ακέραιος Προγραμματισμός (IP) είναι μια εξειδικευμένη τεχνική βελτιστοποίησης που επεκτείνει τις αρχές του Γραμμικού Προγραμματισμού (LP) απαιτώντας ότι ορισμένες ή όλες οι μεταβλητές απόφασης είναι ακέραιοι αριθμοί. Αυτή η απαίτηση είναι ζωτικής σημασίας για προβλήματα που περιλαμβάνουν διακριτές αποφάσεις που δεν μπορούν να είναι κλασματικές, όπως ο καθορισμός του αριθμού των ειδών που πρέπει να παραχθούν, του αριθμού των οχημάτων που πρέπει να αναπτυχθούν ή του αν θα κατασκευαστεί μια νέα εγκατάσταση. Σε πολλές εφαρμογές του πραγματικού κόσμου, όπως ο προγραμματισμός, η κατανομή πόρων και η εφοδιαστική, οι κλασματικές λύσεις δεν είναι πρακτικές ή ουσιαστικές, καθιστώντας τον IP ένα απαραίτητο εργαλείο [7].

Υπάρχουν διάφοροι τύποι μοντέλων ακέραιου προγραμματισμού που ανταποκρίνονται σε διάφορες δομές προβλημάτων. Ο καθαρός ακέραιος προγραμματισμός απαιτεί όλες οι μεταβλητές απόφασης να είναι ακέραιοι αριθμοί, με αποτέλεσμα να είναι κατάλληλος για σενάρια όπου κάθε απόφαση είναι μια διακριτή επιλογή, όπως η ανάθεση εργασιών. Ο μικτός ακέραιος προγραμματισμός (MIP) από την άλλη πλευρά, περιλαμβάνει μοντέλα στα οποία μόνο ορισμένες μεταβλητές απόφασης είναι ακέραιες, ενώ άλλες μπορεί να είναι συνεχείς, επιτρέποντας τον συνδυασμό διακριτών και συνεχών αποφάσεων στο ίδιο πλαίσιο βελτιστο-

ποίησης. Επιπλέον, ο δυαδικός ακέραιος προγραμματισμός είναι μια ειδική περίπτωση όπου οι μεταβλητές απόφασης είναι δυαδικές (0 ή 1), που χρησιμοποιείται συνήθως για αποφάσεις ναι/όχι, όπως για παράδειγμα αν θα αναληφθεί ένα συγκεκριμένο έργο ή όχι.

Η πολυπλοκότητα της επίλυσης προβλημάτων IP είναι γενικά υψηλότερη από εκείνη των προβλημάτων LP λόγω της συνδυαστικής φύσης των ακέραιων περιορισμών. Σε αντίθεση με το LP, όπου η εφικτή περιοχή είναι ένα κυρτό πολύεδρο, η εφικτή περιοχή σε ένα μοντέλο IP αποτελείται από διακριτά σημεία, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.2. Αυτό καθιστά την εύρεση της βέλτιστης λύσης πιο δύσκολη, καθώς οι παραδοσιακές τεχνικές LP, όπως η μέθοδος Simplex, δεν είναι άμεσα εφαρμόσιμες. Αντ' αυτού, χρησιμοποιούνται εξειδικευμένοι αλγόριθμοι, όπως Branch-and-Bound, Branch-and-Cut και Cutting Planes για τη συστηματική διερεύνηση των πιθανών ακέραιων λύσεων. Αυτές οι τεχνικές έχουν σχεδιαστεί για να χειρίζονται την αυξημένη πολυπλοκότητα και να διασφαλίζουν ότι η καλύτερη δυνατή λύση βρίσκεται μέσα σε εύλογο υπολογιστικό χρόνο.



Εικόνα 1.2 : Αντίθεση μεταξύ της εφικτής περιοχής ενός προβλήματος LP και της εφικτής περιοχής ενός προβλήματος IP

Παρά την πολυπλοκότητά του, ο Ακέραιος Προγραμματισμός είναι ένα ισχυρό εργαλείο στην επιχειρησιακή έρευνα, παρέχοντας ουσιαστικές λύσεις σε τομείς όπου οι αποφάσεις είναι εγγενώς διακριτές και δεν μπορούν να προσεγγιστούν με συνεχείς μεταβλητές.

1.2 Μικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός (MILP)

1.2.1 Επισκόπηση

Ο Μικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός (Mixed Integer Linear Programming - MILP) είναι μια μαθηματική τεχνική βελτιστοποίησης που ενσωματώνει τις αρχές τόσο του Γραμμικού Προγραμματισμού (LP) όσο και του Ακέραιου Προγραμματισμού (IP) για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων λήψης αποφάσεων που περιλαμβάνουν τόσο συνεχείς όσο και διακριτές μεταβλητές. Τα μοντέλα MILP είναι ιδιαίτερα πολύτιμα σε σενάρια όπου ορισμένες αποφάσεις μπορούν να λαμβάνονται συνεχώς (όπως η ποσότητα των πόρων που διατίθενται), ενώ άλλες πρέπει να είναι διακριτές (όπως ο αριθμός των μονάδων που πρέπει να παραχθούν ή το αν θα αναληφθεί ένα συγκεκριμένο έργο). Η δυνατότητα συνδυασμού αυτών των τύπων μεταβλητών σε ένα ενιαίο πλαίσιο βελτιστοποίησης καθιστά τον MILP ένα ισχυρό εργαλείο στην επιχειρησιακή έρευνα.

Τα μοντέλα MILP χρησιμοποιούνται ευρέως σε διάφορους κλάδους, όπως η παραγωγή, η εφοδιαστική αλυσίδα, η οικονομία και η ενέργεια, λόγω της ευελιξίας και της ικανότητάς τους να χειρίζονται περιορισμούς του πραγματικού κόσμου. Αυτά τα μοντέλα περιλαμβάνουν συνήθως μια αντικειμενική συνάρτηση που πρέπει να μεγιστοποιηθεί ή να ελαχιστοποιηθεί, υπό την επιφύλαξη ενός συνόλου γραμμικών περιορισμών. Οι περιορισμοί και η αντικειμενική συνάρτηση είναι γραμμικά, παρόμοια με το LP, αλλά αυτό που διαφοροποιεί το MILP είναι η συμπερίληψη ακέραιων μεταβλητών που πρέπει να λαμβάνουν διακριτές τιμές.

1.2.2 Ιστορική αναδρομή και ανάπτυξη του Μικτού Ακεραίου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP)

Η ανάπτυξη του MILP είναι στενά συνδεδεμένη με την εξέλιξη του LP και του IP. Ο Γραμμικός Προγραμματισμός ξεκίνησε τη δεκαετία του 1940, με την ανάπτυξη της μεθόδου Simplex. Καθώς οι περιορισμοί του LP έγιναν εμφανείς, ιδιαίτερα στο χειρισμό διακριτών αποφάσεων, προέκυψε η ανάγκη για Ακέραιο Προγραμματισμό. Τα μοντέλα IP επιβάλλουν ακέραιους περιορισμούς σε ορισμένες ή όλες τις μεταβλητές απόφασης, αντιμετωπίζοντας προβλήματα όπου μόνο οι ακέραιοι αριθμοί έχουν νόημα, όπως ο προγραμματισμός και η κατανομή πόρων [7].

Ο MILP προέκυψε ως φυσική επέκταση, επιτρέποντας το συνδυασμό συνεχών και διακριτών μεταβλητών απόφασης στο ίδιο μοντέλο. Η προσαρμογή αποτελεσματικών αλγορίθμων για την επίλυση προβλημάτων MILP, όπως Branch-and-Bound, Branch-and-Cut και Branch-and-Price, αποτέλεσε σημαντικό αντικείμενο έρευνας στην επιχειρησιακή έρευνα. Αυτές οι μέθοδοι επιτρέπουν την επίλυση προβλημάτων MILP που είναι πολύ πολύπλοκα για τις παραδοσιακές μεθόδους LP λόγω της πρόσθετης συνδυαστικής πολυπλοκότητας που

εισάγουν οι ακέραιες μεταβλητές.

1.2.3 Μαθηματική διατύπωση του Μικτού Ακεραίου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP)

Η μαθηματική διατύπωση ενός προβλήματος MILP περιλαμβάνει τον ορισμό μιας αντικειμενικής συνάρτησης, μεταβλητών απόφασης και ενός συνόλου περιορισμών.

Η **αντικειμενική συνάρτηση** σε ένα μοντέλο MILP είναι γραμμική, παρόμοια με την LP και την IP. Αντιπροσωπεύει τον στόχο της βελτιστοποίησης, ο οποίος μπορεί να είναι η μεγιστοποίηση ή η ελαχιστοποίηση μιας συγκεκριμένης ποσότητας, όπως το κέρδος, το κόστος ή η αποδοτικότητα. Η γραμμική φύση της αντικειμενικής συνάρτησης επιτρέπει την απλή διατύπωση και επίλυση με τη χρήση τεχνικών γραμμικής βελτιστοποίησης.

Οι **περιορισμοί** του μοντέλου είναι επίσης γραμμικοί και καθορίζουν την εφικτή περιοχή εντός της οποίας πρέπει να βρίσκεται η λύση. Αυτοί οι περιορισμοί μπορεί να περιλαμβάνουν τόσο συνεχείς όσο και ακέραιες μεταβλητές, καθιστώντας το πρόβλημα πιο πολύπλοκο αλλά και πιο ρεαλιστικό για πολλές εφαρμογές του πραγματικού κόσμου.

Οι **μεταβλητές απόφασης** στο μοντέλο μπορεί να είναι είτε συνεχείς είτε διακριτές, ανάλογα με τη φύση των αποφάσεων που μοντελοποιούνται. Οι συνεχείς μεταβλητές χρησιμοποιούνται συνήθως για την αναπαράσταση ποσοτήτων που μπορούν να μεταβληθούν εντός ενός συγκεκριμένου εύρους, όπως η ποσότητα των πόρων που διατίθενται ή το επίπεδο παραγωγής. Οι διακριτές μεταβλητές, συμπεριλαμβανομένων των ακέραιων και δυαδικών μεταβλητών, αντιπροσωπεύουν αποφάσεις που είναι εγγενώς αδιαίρετες, όπως ο αριθμός των μονάδων που πρέπει να παραχθούν ή το αν θα αναληφθεί ένα συγκεκριμένο έργο. Η συμπερίληψη και των δύο τύπων μεταβλητών σε ένα μοντέλο MILP επιτρέπει τη διατύπωση πιο ρεαλιστικών και ευέλικτων προβλημάτων βελτιστοποίησης, ικανών να αποτυπώσουν την πολυπλοκότητα των διαδικασιών λήψης αποφάσεων στον πραγματικό κόσμο. Στην εικόνα 1.3 φαίνεται μία εφαρμογή του μοντέλου MILP που συνδυάζει τόσο συνεχείς όσο και ακέραιες μεταβλητές, επιδεικνύοντας την εφικτή περιοχή και τη βέλτιστη λύση.

Μαθηματικά, ένα πρόβλημα MILP μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\text{Maximize/Minimize } \mathbf{c}^T \mathbf{x}$$

Υπό την προϋπόθεση ότι:

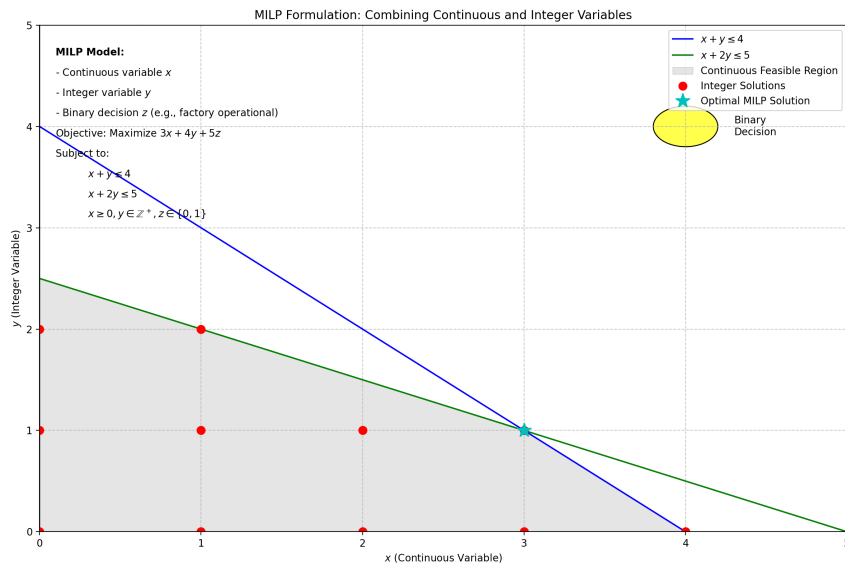
$$\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$$

$$\mathbf{x} \geq 0$$

$$\mathbf{x}_i \in \mathbb{Z} \text{ για ακέραιες μεταβλητές}$$

Εδώ, \mathbf{x} είναι το διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης, \mathbf{c} είναι το διάνυσμα των συντελεστών

για την αντικειμενική συνάρτηση, \mathbf{A} είναι ο πίνακας των συντελεστών για τους περιορισμούς και \mathbf{b} είναι το διάνυσμα των τιμών της δεξιάς πλευράς των περιορισμών.



Εικόνα 1.3 : Ένα απλό μοντέλο MILP με συνεχείς και ακέραιες μεταβλητές

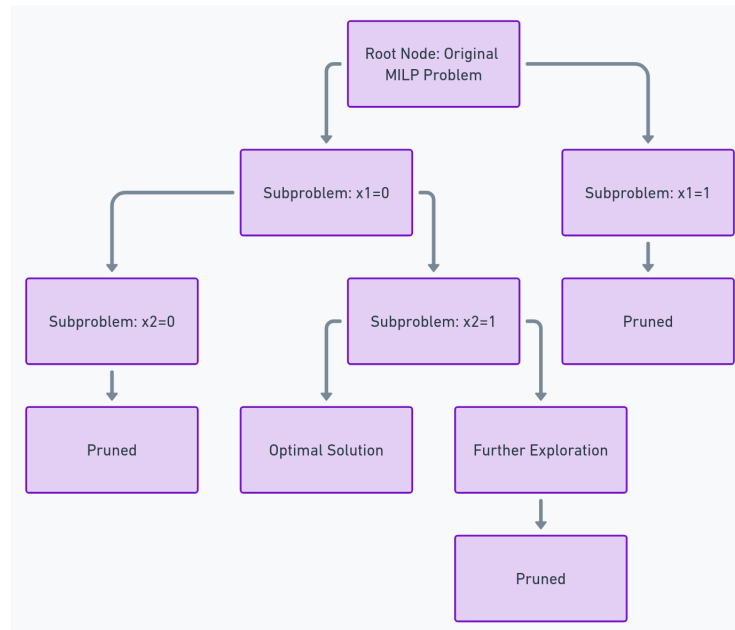
1.3 Τεχνικές Επίλυσης Μικτού Ακεραίου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP)

1.3.1 Ακριβείς μέθοδοι

Κατά την επίλυση προβλημάτων μεικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού (MILP), οι ακριβείς μέθοδοι εγγυώνται την εύρεση της βέλτιστης λύσης μέσω της διεξοδικής εξερεύνησης του χώρου λύσεων. Αυτές οι μέθοδοι είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικές όταν το πρόβλημα είναι καλά δομημένο και οι υπολογιστικοί πόροι επαρκούν. Ορισμένες από τις πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες είναι οι παρακάτω [18]:

Η **Branch-and-Bound** είναι η θεμελιώδης τεχνική στην επίλυση προβλημάτων MILP. Η μέθοδος αναπτύχθηκε από τους Ailsa H. Land και Alison G. Doig [10] και λειτουργεί με τη συστηματική διαίρεση του αρχικού προβλήματος σε μικρότερα υποπροβλήματα, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.4. Αυτό ονομάζεται διακλάδωση (branching). Κάθε υποπρόβλημα αντιπροσωπεύει έναν δυνητικό χώρο λύσεων, ο οποίος στη συνέχεια αξιολογείται με τη χρήση ορίων. Εάν ένα υποπρόβλημα δεν μπορεί να παράγει καλύτερη λύση από την τρέχουσα βέλτιστη (άνω ή κάτω όριο), απορρίπτεται ή «κλαδεύεται», περιορίζοντας ουσιαστικά τον χώρο αναζήτησης. Η μαθηματική διατύπωση περιλαμβάνει την επίλυση μιας σειράς χαλαρώσεων γραμμικού προγραμματισμού (LP), όπου οι ακεραίοι περιορισμοί αγνοούνται προσωρινά, και στη συνέχεια την επαναληπτική προσθήκη περιορισμών για τη σύγκλιση προς την ακέραια

λύση.



Εικόνα 1.4 : Branch-and-Bound δέντρο

Η **Branch-and-Cut** βασίζεται στη μέθοδο Branch-and-Bound με την ενσωμάτωση επιπέδων κοπής (cutting planes) - πρόσθετων γραμμικών περιορισμών που προστίθενται στο πρόβλημα για τη μείωση της εφικτής περιοχής. Αυτές οι κοπές προκύπτουν από την πολυεδρική δομή του προβλήματος και εισάγονται δυναμικά καθώς εξελίσσεται η διαδικασία επίλυσης. Η μέθοδος αυτή είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική στην αντιμετώπιση προβλημάτων MILP μεγάλης κλίμακας, όπου η εφικτή περιοχή είναι πολύπλοκη. Η μαθηματική βάση για τα επίπεδα κοπής περιλαμβάνει τον εντοπισμό παραβιασμένων ανισοτήτων εντός της τρέχουσας χαλάρωσης LP και την επαναληπτική βελτίωση της εφικτής περιοχής έως ότου βρεθεί η βέλτιστη ακέραια λύση [9].

Οι τεχνικές **Αποσύνθεσης** (Decomposition) όπως η αποσύνθεση Benders είναι ιδιαίτερα χρήσιμες όταν πρόκειται για μεγάλα προβλήματα MILP που μπορούν να διαχωριστούν σε μικρότερα υποπροβλήματα. Η αποσύνθεση Benders λειτουργεί διαιρώντας το αρχικό πρόβλημα σε ένα κύριο πρόβλημα και υποπροβλήματα. Το κύριο πρόβλημα συνήθως χειρίζεται τις ακέραιες αποφάσεις, ενώ τα υποπροβλήματα ασχολούνται με συνεχείς μεταβλητές. Η προσέγγιση αυτή εκμεταλλεύεται τη δομή του προβλήματος, επιτρέποντας αποτελεσματικότερους υπολογισμούς με την επαναληπτική επίλυση μικρότερων, πιο διαχειρίσιμων προβλημάτων.

1.3.2 Ευρετικές και μεταευρετικές προσεγγίσεις

Όταν οι ακριβείς μέθοδοι καθίστανται υπολογιστικά ανέφικτες, ιδίως σε μεγάλα ή ιδιαίτερα πολύπλοκα προβλήματα MILP, οι ευρετικές και μεταευρετικές προσεγγίσεις προσφέρουν πρακτικές εναλλακτικές λύσεις, παρέχοντας καλές, αν και όχι πάντα βέλτιστες, λύσεις σε

εύλογο χρονικό διάστημα. Αυτές οι μέθοδοι είναι ζωτικής σημασίας σε εφαρμογές του πραγματικού κόσμου όπου απαιτούνται γρήγορες αποφάσεις [18].

Μια συνηθισμένη προσέγγιση είναι η **ευρετική προσέγγιση χαλάρωσης** (Relaxation Heuristics) είναι από τις απλούστερες ευρετικές προσεγγίσεις, όπου το πρόβλημα MILP επιλύεται αρχικά ως ένα χαλαρό πρόβλημα LP - αγνοώντας τους ακέрайους περιορισμούς. Μόλις ληφθεί μια λύση στο χαλαρό πρόβλημα, εφαρμόζονται ευρετικοί κανόνες για τη μετατροπή αυτής της λύσης σε εφικτή ακέραια λύση. Για παράδειγμα, μια ευρετική μέθοδος μπορεί να στρογγυλοποιήσει τις κλασματικές τιμές στον πλησιέστερο ακέραιο ή να εφαρμόσει συγκεκριμένους επιχειρηματικούς κανόνες για την προσαρμογή της λύσης. Αυτή η προσέγγιση είναι επωφελής για την απόκτηση γρήγορων, εφικτών λύσεων που χρησιμεύουν ως σημείο εκκίνησης για περαιτέρω βελτίωση.

Οι **ευρετικές μέθοδοι κατασκευής** (Construction Heuristics) δημιουργούν λύσεις από το μηδέν προσθέτοντας διαδοχικά μεταβλητές ή περιορισμούς. Αυτές οι ευρετικές μέθοδοι λειτουργούν με τη λήψη μιας σειράς τοπικών αποφάσεων που αποσκοπούν στην κατασκευή μιας συνολικής λύσης. Οι **άπληστοι αλγόριθμοι** (Greedy Algorithms) είναι ένα παράδειγμα ευρετικών μεθόδων κατασκευής, όπου οι λύσεις κατασκευάζονται σταδιακά. Σε κάθε βήμα, η μέθοδος λαμβάνει την τοπικά βέλτιστη απόφαση με την προοπτική να καταλήξει τελικά σε μια συνολικά βέλτιστη λύση. Για παράδειγμα, σε ένα σενάριο χρονοπρογραμματισμού, ένας άπληστος αλγόριθμος μπορεί να κατανέμει πρώτα τους πόρους στις πιο κερδοφόρες εργασίες, χωρίς να λαμβάνει υπόψη του μελλοντικούς περιορισμούς. Αν και γρήγορες και απλές, οι άπληστες μέθοδοι μπορεί να αποτύχουν να παράγουν βέλτιστα αποτελέσματα σε πολύπλοκες καταστάσεις όπου πρέπει να ληφθούν υπόψη μακροπρόθεσμοι περιορισμοί ή αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μεταβλητών απόφασης.

Οι **αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης** (Local Search Algorithms) ξεκινούν με μια αρχική εφικτή λύση και εξερευνούν επαναληπτικά γειτονικές λύσεις για να βρουν βελτιώσεις. Η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου δεν μπορεί να βρεθεί καλύτερη λύση στη γειτονιά, καθιστώντας αυτή την προσέγγιση κατάλληλη για τη βελτίωση λύσεων που λαμβάνονται από άλλες ευρετικές μεθόδους. Μια συνήθης στρατηγική στο πλαίσιο της τοπικής αναζήτησης είναι να ανταλλάσσονται ή να προσαρμόζονται ελαφρώς οι μεταβλητές απόφασης και να ελέγχεται αν η νέα λύση προσφέρει καλύτερη αντικειμενική τιμή.

Για να ξεπεραστούν τα τοπικά βέλτιστα, χρησιμοποιούνται συχνά πιο προηγμένες τεχνικές όπως η **αναζήτηση Tabu** (Tabu Search) και η **προσομοιωμένη ανόπτηση** (Simulated Annealing). Η αναζήτηση Tabu χρησιμοποιεί δομές μνήμης για να παρακολουθεί τις πρόσφατες λύσεις και να εμποδίζει τον αλγόριθμο να τις επανεξετάσει, βοηθώντας τον έτσι να ξεφύγει από τα τοπικά βέλτιστα [5]. Η προσομοιωμένη ανόπτηση επιτρέπει την περιστασιακή αποδοχή χειρότερων λύσεων, ιδίως στα αρχικά στάδια, για να εξερευνήσει μεγαλύτερο μέρος του χώρου λύσεων, αλλά μειώνει σταδιακά αυτή την ανοχή καθώς ο αλγόριθμος προχωρά [4]. Και οι δύο αυτές μέθοδοι προσφέρουν βελτιωμένες δυνατότητες

αναζήτησης, αν και δεν εγγυώνται τη βελτιστοποίηση.

1.3.3 Εργαλεία λογισμικού

Διάφορα εργαλεία λογισμικού και επιλυτές χρησιμοποιούνται συνήθως για την υλοποίηση των παραπάνω μεθόδων επίλυσης προβλημάτων MILP. Τα εργαλεία αυτά προσφέρουν ένα εύρος δυνατοτήτων, από την επίλυση προβλημάτων μικρής κλίμακας έως τον χειρισμό μεγάλων, πολύπλοκων μοντέλων MILP με εκατομμύρια μεταβλητές και περιορισμούς.

Το **CPLEX** είναι ένα από τους πιο ευρέως χρησιμοποιούμενους επιλυτές MILP, γνωστό για τις ισχυρές επιδόσεις του και την ικανότητά του να χειρίζεται προβλήματα βελτιστοποίησης μεγάλης κλίμακας. Το CPLEX, που αναπτύχθηκε από την IBM, ενσωματώνει προηγμένους αλγορίθμους όπως Branch-and-Cut και Mixed Integer Quadratic Programming (MIQP). Προτιμάται ιδιαίτερα σε κλάδους όπως η χρηματοοικονομική και η εφοδιαστική, όπου συνηθίζονται μεγάλα, πολύπλοκα μοντέλα [8].

Το **Gurobi** είναι ένας ακόμη επιλυτής MILP, γνωστός για την ταχύτητα και την αποτελεσματικότητά του. Συχνά συγκρίνεται με το CPLEX όσον αφορά τις επιδόσεις και προτιμάται για το φιλικό προς το χρήστη περιβάλλον εργασίας. Το Gurobi περιλαμβάνει χαρακτηριστικά όπως η παράλληλη επεξεργασία, η οποία του επιτρέπει να επιλύει πολύ μεγάλα προβλήματα ταχύτερα, κατανέμοντας το υπολογιστικό φορτίο σε πολλαπλούς επεξεργαστές [6].

Το **MATLAB** προσφέρει ένα ευέλικτο περιβάλλον για τη μοντελοποίηση και την επίλυση προβλημάτων MILP, ιδιαίτερα σε ακαδημαϊκά και ερευνητικά περιβάλλοντα. Αν και η εργαλειοθήκη βελτιστοποίησης του MATLAB μπορεί να μην είναι τόσο γρήγορη όσο οι εξειδικευμένοι επιλυτές όπως το CPLEX ή το Gurobi, είναι ιδιαίτερα ευέλικτη και ενσωματώνεται καλά με άλλες εργαλειοθήκες του MATLAB, καθιστώντας την ένα εργαλείο για ερευνητές και μηχανικούς που πρέπει να αναπτύξουν και να δοκιμάσουν νέα μοντέλα βελτιστοποίησης [11].

Αυτά τα εργαλεία λογισμικού έχουν προωθήσει σημαντικά το πεδίο του μικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού, καθιστώντας δυνατή την επίλυση προβλημάτων που προηγουμένως ήταν δυσεπίλυτα. Ωστόσο, κάθε εργαλείο έχει τα δυνατά του σημεία και τους περιορισμούς του και η επιλογή του επιλυτή εξαρτάται συχνά από τις συγκεκριμένες απαιτήσεις του εκάστοτε προβλήματος, όπως το μέγεθος του προβλήματος, η πολυπλοκότητα και οι διαθέσιμοι υπολογιστικοί πόροι.

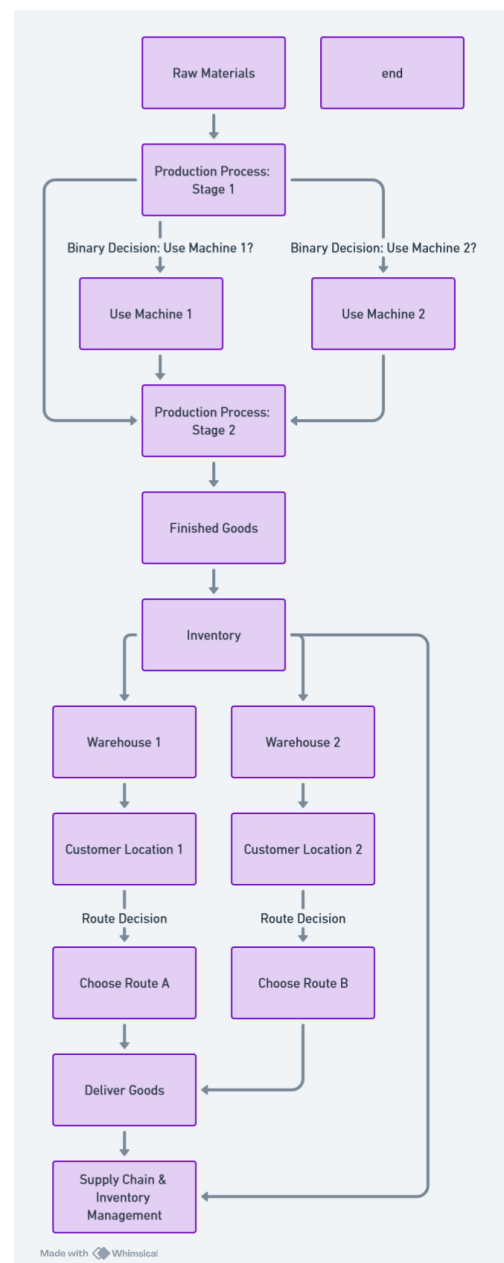
1.4 Εφαρμογές του Μικτού Ακεραίου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP)

Ο MILP βρίσκει εφαρμογές σε διάφορους τομείς, όπως η εφοδιαστική αλυσίδα, η βιομηχανική παραγωγή, η ενέργεια και η οικονομία, επιτρέποντας την αποτελεσματική διαχείριση πόρων και τη λήψη στρατηγικών αποφάσεων. Πιο συγκεκριμένα, εφαρμογές μπορούμε να βρούμε στα παρακάτω πεδία [17]:

Εφοδιασμός: Στον κλάδο του εφοδιασμού (logistics), ο MILP διαδραματίζει κρίσιμο ρόλο στη βελτιστοποίηση των λειτουργιών της εφοδιαστικής αλυσίδας, συμπεριλαμβανομένων των αγορών, της διαχείρισης αποθεμάτων, της μεταφοράς και της διανομής. Μια βασική εφαρμογή του εφοδιασμού είναι η επίλυση του προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem - VRP), το οποίο καθορίζει τις πιο αποδοτικές διαδρομές για την παράδοση αγαθών λαμβάνοντας υπόψη περιορισμούς όπως τα χρονικά παράθυρα παράδοσης και τις χωρητικότητες των οχημάτων. Τα μοντέλα εφοδιαστικής αλυσίδας ενσωματώνουν διάφορες λειτουργίες σε ένα ολοκληρωμένο πλαίσιο, επιτρέποντας τη συνολική βελτιστοποίηση που μεγιστοποιεί το συνολικό κέρδος.

Παραγωγή: Στη βιομηχανία, Ο MILP χρησιμοποιείται συνήθως για τη βελτιστοποίηση του προγραμματισμού παραγωγής, του χρονικού προγραμματισμού και της κατανομής των πόρων. Ένα γραφικό παράδειγμα φαίνεται στην εικόνα 1.5 Βοηθά στον προσδιορισμό του καλύτερου τρόπου χρήσης των πόρων, όπως η δυναμικότητα της κατεργασίας, οι πρώτες ύλες και το ανθρώπινο δυναμικό, ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος ή να ελαχιστοποιηθεί το κόστος. Η προσέγγιση αυτή είναι ιδιαίτερα σημαντική για τον προγραμματισμό της παραγωγής σε βάθος χρόνου και χρησιμοποιείται επίσης σε συγκεκριμένες βιομηχανικές διεργασίες, όπως η ανάμειξη υλικών.

Ενέργεια: Στον τομέα της ενέργειας, ο MILP χρησιμοποιείται για τη βελτιστοποίηση της παραγωγής και της διανομής ηλεκτρικής ενέργειας. Βοηθά



Εικόνα 1.5 : Παραδείγματα εφαρμογών στη παραγωγή και την εφοδιαστική αλυσίδα

στον προγραμματισμό των σταθμών παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας ώστε να καλύπτουν τη μεταβαλλόμενη ζήτηση ηλεκτρικής ενέργειας με ταυτόχρονη ελαχιστοποίηση του κόστους, λαμβάνοντας υπόψη παράγοντες όπως οι χρόνοι εκκίνησης των γεννητριών και το κόστος καυσίμου. Η προσέγγιση αυτή εφαρμόζεται επίσης στην υδροηλεκτρική ενέργεια, όπου τόσο οι υδροηλεκτρικοί όσο και οι θερμικοί σταθμοί βελτιστοποιούνται μαζί για να εξασφαλιστεί η αξιόπιστη παροχή ηλεκτρικής ενέργειας. Επιπλέον, ο LP χρησιμοποιείται στο σχεδιασμό και τη βελτιστοποίηση δικτύων εφοδιασμού για τη διανομή ηλεκτρικής ενέργειας και φυσικού αερίου, αντιμετωπίζοντας βασικά ζητήματα όπως η ροή του δικτύου και ο καθορισμός των τιμολογίων.

Οικονομία: Στα χρηματοοικονομικά, ο MILP και ο LP εφαρμόζονται στη χρηματοοικονομική βιομηχανία, ιδίως στη βελτιστοποίηση χαρτοφυλαχίου, όπου ο στόχος είναι η κατανομή των περιουσιακών στοιχείων για την εξισορρόπηση του κινδύνου και της απόδοσης. Ο MILP επεκτείνει αυτή την προσέγγιση ενσωματώνοντας ακέραιους περιορισμούς, καθιστώντας τον κατάλληλο για εφαρμογές στον πραγματικό κόσμο όπου η κατανομή των περιουσιακών στοιχείων σε κλάσματα δεν είναι εφικτή. Ο LP βρίσκει επίσης εφαρμογές στο σχεδιασμό φορολογικών πακέτων, στη λογιστική και στη διαχείριση πιστώσεων, παρέχοντας πολύτιμες πληροφορίες για τη λήψη οικονομικών αποφάσεων.

1.5 Προκλήσεις και Περιορισμοί του Μικτού Ακεραίου Γραμμικού Προγραμματισμού (MILP)

1.5.1 Υπολογιστική πολυπλοκότητα

Η υπολογιστική πολυπλοκότητα του MILP είναι μία από τις σημαντικότερες προκλήσεις του, ιδίως όταν πρόκειται για προβλήματα μεγάλης κλίμακας. Τα προβλήματα MILP είναι NP-hard, που σημαίνει ότι ο χρόνος που απαιτείται για την επίλυσή τους μπορεί να αυξηθεί εκθετικά με το μέγεθος του προβλήματος [12]. Αυτή η πολυπλοκότητα προκύπτει από τη συνδυαστική φύση των ακεραίων μεταβλητών, η οποία δημιουργεί έναν τεράστιο χώρο λύσεων που πρέπει να εξερευνηθεί για να βρεθεί η βέλτιστη λύση. Παρόλο που οι πρόοδοι στους αλγορίθμους, όπως οι Branch-and-Bound και Branch-and-Cut, έχουν βελτιώσει σημαντικά την αποτελεσματικότητα της επίλυσης προβλημάτων MILP, το υπολογιστικό φορτίο μπορεί ακόμα να είναι απαγορευτικό για πολύ μεγάλα προβλήματα ή όταν απαιτούνται λύσεις σε πραγματικό χρόνο [2].

Για να μετριάσουν αυτές τις προκλήσεις, οι ερευνητές έχουν αναπτύξει διάφορες προσεγγιστικές μεθόδους, όπως ευρετικούς και μεταευρετικούς αλγορίθμους, οι οποίες παρέχουν σχεδόν βέλτιστες λύσεις σε ένα κλάσμα του χρόνου που απαιτείται για τις ακριβείς μεθόδους. Ωστόσο, αυτές οι μέθοδοι συνοδεύονται από το δικό τους σύνολο συμβιβασμών,

καθώς δεν εγγυώνται τη βέλτιστη λύση και μπορεί να δυσκολεύονται με ορισμένες δομές προβλημάτων.

1.5.2 Περιορισμοί μοντελοποίησης

Η διατύπωση προβλημάτων του πραγματικού κόσμου ως μοντέλα MILP παρουσιάζει αρκετούς περιορισμούς, ιδίως όσον αφορά την αποτύπωση της πλήρους πολυπλοκότητας του προβλήματος. Τα μοντέλα MILP απαιτούν γραμμικές σχέσεις μεταξύ μεταβλητών, οι οποίες ενδέχεται να μην αντιπροσωπεύουν με ακρίβεια όλα τα σενάρια του πραγματικού κόσμου. Οι μη γραμμικότητες, η αβεβαιότητα και οι δυναμικές αλλαγές στο σύστημα μπορεί να είναι δύσκολο να μοντελοποιηθούν στο πλαίσιο MILP. Ενώ τεχνικές όπως η γραμμικοποίηση και η προσέγγιση κατά τεμάχια που μπορούν να βοηθήσουν σε κάποιο βαθμό, συχνά οδηγούν σε αυξημένο μέγεθος και πολυπλοκότητα του μοντέλου, αυξάνοντας τις υπολογιστικές προκλήσεις [1].

Επιπλέον, τα δεδομένα που απαιτούνται για τη δημιουργία έγκυρων μοντέλων MILP μπορεί να είναι εκτεταμένα και δύσκολα διαθέσιμα, ιδίως σε δυναμικά περιβάλλοντα όπου οι συνθήκες αλλάζουν γρήγορα. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε μοντέλα που είναι είτε πολύ απλοϊκά για να είναι χρήσιμα είτε πολύ σύνθετα για να επιλυθούν αποτελεσματικά. Η ανάγκη για απλοποίηση συχνά αναγκάζει τους υπεύθυνους λήψης αποφάσεων να κάνουν συμβιβασμούς, οδηγώντας ενδεχομένως σε μη βέλτιστες ή ανέφικτες λύσεις όταν εφαρμόζονται στην πράξη.

1.5.3 Συμβιβασμοί

Οι λύσεις του MILP συχνά περιλαμβάνουν συμβιβασμούς μεταξύ ακρίβειας και υπολογιστικής αποδοτικότητας [7]. Ενώ οι ακριβείς μέθοδοι στοχεύουν στην εύρεση της βέλτιστης λύσης, μπορεί να είναι υπολογιστικά ακριβές και χρονοβόρες, ιδίως για προβλήματα μεγάλης κλίμακας. Από την άλλη πλευρά, οι ευρετικές και μεταευρετικές μέθοδοι προσφέρουν ταχύτερες λύσεις αλλά μπορεί να θυσιάσουν τη βέλτιστη λύση. Η επιλογή μεταξύ αυτών των προσεγγίσεων εξαρτάται από τις ειδικές απαιτήσεις του προβλήματος, όπως το αποδεκτό επίπεδο προσέγγισης, ο διαθέσιμος χρόνος για τον υπολογισμό και η πολυπλοκότητα της δομής του προβλήματος.

Στις πρακτικές εφαρμογές, είναι συχνά απαραίτητο να εξισορροπηθούν αυτά τα συμβιβαστικά στοιχεία με τη χρήση συνδυασμού μεθόδων, όπως η έναρξη με μια ευρετική προσέγγιση για τη γρήγορη λήψη μιας εφικτής λύσης, ακολουθούμενη από βελτίωση με τη χρήση μιας ακριβούς μεθόδου. Αυτή η υβριδική προσέγγιση μπορεί να παρέχει μια καλή ισορροπία μεταξύ της ποιότητας της λύσης και της υπολογιστικής αποδοτικότητας.

Ορισμός Προβλήματος και Ανάλυση

2.1 Εισαγωγή στο πρόβλημα

Η παραγωγή ιατρικών και οδοντιατρικών ραμμάτων διαδραματίζει κρίσιμο ρόλο στις ιατρικές διαδικασίες. Η εταιρεία που εξετάζεται, ως κατασκευαστής σε έναν ανταγωνιστικό και αυστηρά ρυθμιζόμενο κλάδο, αντιμετωπίζει πολλαπλές προκλήσεις, όπως η έγκαιρη παραγωγή, η αποτελεσματική διαχείριση των πόρων και η διασφάλιση της ποιότητας. Αυτές οι προκλήσεις αναδεικνύουν την ανάγκη βελτιστοποίησης των παραγωγικών διαδικασιών για την επίτευξη τόσο των λειτουργικών όσο και των επιχειρηματικών στόχων.

2.1.1 Επισκόπηση της παραγωγικής διαδικασίας

Η παραγωγική διαδικασία περιλαμβάνει διάφορα στάδια, από την παραλαβή των πρώτων υλών (όπως νήματα και βελόνες ραμμάτων), έως την τελική αποστολή των προϊόντων. Αυτό περιλαμβάνει στάδια όπως η αποστείρωση, η συσκευασία και οι έλεγχοι ποιότητας, καθένα από τα οποία πρέπει να διαχειρίζεται προσεκτικά, ώστε να διασφαλίζεται ότι το τελικό προϊόν ανταποκρίνεται στα νομοθετικά πρότυπα και στις προσδοκίες των πελατών. Η παραγωγή περιλαμβάνει δύο κύριους τύπους ραμμάτων: απορροφήσιμα, τα οποία διασπώνται φυσικά, και μη απορροφήσιμα, τα οποία αφαιρούνται μετά την επούλωση του τραύματος. Κάθε τύπος έχει διαφορετικές απαιτήσεις παραγωγής και χρονοδιαγράμματα, προσθέτοντας πολυπλοκότητα στον συνολικό προγραμματισμό.

2.1.2 Η ανάγκη για βελτιστοποίηση της παραγωγής

Η βελτιστοποίηση της παραγωγικής διαδικασίας είναι αναγκαία για τη μεγιστοποίηση των κερδών, διατηρώντας την ποιότητα των προϊόντων. Το σύστημα παραγωγής πρέπει να είναι σε θέση να ανταποκρίνεται στη μεταβαλλόμενη ζήτηση, η οποία μπορεί να ποικίλλει λόγω των συνθηκών της αγοράς, της εποχής και των ειδικών απαιτήσεων των πελατών. Αυτή η

διακύμανση δημιουργεί σημαντικές προκλήσεις όσον αφορά την κατανομή των πόρων, συμπεριλαμβανομένης της χρήσης μηχανημάτων, του εργατικού δυναμικού και των υλικών. Ο στόχος είναι η μείωση της αναποτελεσματικότητας, όπως ο χρόνος αδράνειας των μηχανημάτων, η πλεονάζουσα παραγωγή και τα προβλήματα συμφόρησης σε συγκεκριμένες φάσεις της παραγωγής.

2.1.3 Πραγματικός αντίκτυπος του προβλήματος

Η βελτιστοποίηση της παραγωγής δεν είναι απλώς μια θεωρητική διαδικασία - έχει σημαντικές επιδράσεις στον πραγματικό κόσμο. Οποιαδήποτε διακοπή ή αναποτελεσματικότητα στην παραγωγή μπορεί να οδηγήσει σε δαπανηρές καθυστερήσεις, χαμηλότερα περιθώρια κέρδους. Στον ιατρικό τομέα, η έγκαιρη παράδοση είναι κρίσιμη για την εξυπηρέτηση των ασθενών.

Η κατανομή των πόρων είναι επίσης κρίσιμη. Η βέλτιστη χρήση εργατικού δυναμικού και μηχανημάτων απαιτεί ευέλικτο προγραμματισμό για την αντιμετώπιση των διακυμάνσεων στη ζήτηση. Η σημασία της κατανομής των πόρων και της αποτελεσματικής λειτουργίας των εφοδιαστικών αλυσίδων τεκμηριώνεται στο έργο των Τσιάκης και Παπαγεωργίου ([16]).

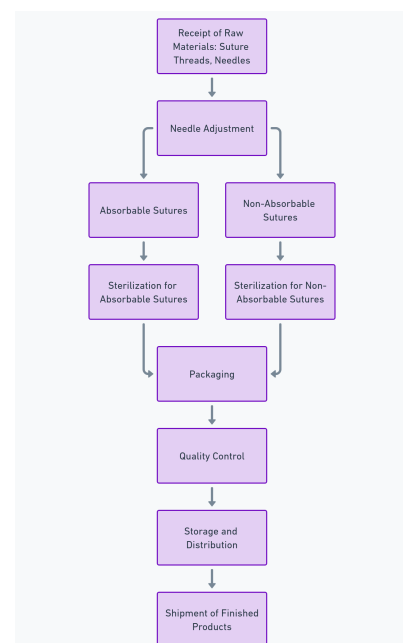
Συνοπτικά, η παρούσα ενότητα παρουσιάζει το πρόβλημα της βελτιστοποίησης της παραγωγής με έμφαση στην αποδοτική διαχείριση πόρων και την ανταπόκριση στις απαιτήσεις της αγοράς.

2.2 Διαδικασία παραγωγής ραμμάτων, περιορισμοί και στόχοι βελτιστοποίησης

2.2.1 Παραγωγή ραμμάτων

Η παραγωγή ραμμάτων περιλαμβάνει δύο βασικές κατηγορίες: απορροφήσιμα και μη απορροφήσιμα. Τα απορροφήσιμα ράμματα έχουν σχεδιαστεί για να διασπώνται με φυσικό τρόπο στο σώμα, ενώ τα μη απορροφήσιμα απαιτούν αφαίρεση μετά την επούλωση του τραύματος. Και τα δύο προϊόντα είναι ζωτικής σημασίας για μια σειρά από χειρουργικές επεμβάσεις και η αξιοπιστία τους είναι υψίστης σημασίας για τη διασφάλιση της υγείας των ασθενών και των επιτυχημένων αποτελεσμάτων.

Η παραγωγή χειρουργικών ραμμάτων ακολουθεί μια προσεκτικά δομημένη διαδικασία, η οποία αρχίζει με την παραλαβή των πρώτων υλών. Αυτές οι πρώτες ύλες



Εικόνα 2.1 : Διάγραμμα ροής της παραγωγικής διαδικασίας

προέρχονται από εγκεκριμένους προμηθευτές και υποβάλλονται σε αυστηρούς ελέγχους ποιότητας για να διασφαλιστεί ότι πληρούν τα απαραίτητα ιατρικά πρότυπα.

Μόλις ελεγχθούν οι πρώτες ύλες, η διαδικασία παραγωγής περνάει από διάφορα στάδια:

1. **Ρύθμιση βελόνας:** Οι βελόνες προσαρμόζονται στις κατάλληλες πρέσες για να εξασφαλιστεί η σωστή ευθυγράμμιση με τα νήματα ραμμάτων. Αυτό το βήμα είναι κρίσιμο για τη διατήρηση της ακρίβειας κατά τη διαδικασία συναρμολόγησης.
2. **Αποστείρωση:** Μετά την αρχική συναρμολόγηση, τα ράμματα αποστειρώνονται χρησιμοποιώντας μια συγκεκριμένη μέθοδο που εξαρτάται από τον τύπο του ράμματος που παράγεται. Τα απορροφήσιμα ράμματα, λόγω της σύνθεσής τους, ενδέχεται να απαιτούν διαφορετικές τεχνικές αποστείρωσης σε σύγκριση με τα μη απορροφήσιμα ράμματα. Η αποστείρωση είναι ένα κρίσιμο βήμα για να διασφαλιστεί ότι τα ράμματα είναι απαλλαγμένα από μολυσματικές ουσίες και ασφαλή για ιατρική χρήση.
3. **Συσκευασία:** Μετά την αποστείρωση, τα ράμματα συσκευάζονται σε αποστειρωμένο περιβάλλον για την αποφυγή μολύνσεων. Η διαδικασία συσκευασίας είναι αυτοματοποιημένη, αλλά απαιτεί προσεκτική παρακολούθηση για να διασφαλιστεί ότι τα ράμματα σφραγίζονται σύμφωνα με τα νομοθετικά πρότυπα.
4. **Ποιοτικός έλεγχος:** Προτού τα ράμματα είναι έτοιμα για διανομή, υποβάλλονται σε αυστηρή διαδικασία ποιοτικού ελέγχου. Εάν το οποιοδήποτε ράμμα αποτύχει στον ποιοτικό έλεγχο, τότε η αντίστοιχη παρτίδα απορρίπτεται ή επανεπεξεργάζεται.
5. **Αποθήκευση και διανομή:** Μόλις τα ράμματα περάσουν τον ποιοτικό έλεγχο, αποθηκεύονται σε περιβάλλοντα ελεγχόμενης θερμοκρασίας μέχρι να αποσταλούν στους πελάτες.

Η διαδικασία παραγωγής έχει πολλές εξαρτήσεις, με κάθε στάδιο να βασίζεται στην επιτυχή ολοκλήρωση του προηγούμενου, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.1. Ως αποτέλεσμα, οποιαδήποτε αναποτελεσματικότητα ή συμφόρηση σε έναν τομέα μπορεί να επηρεάσει το συνολικό χρονοδιάγραμμα, οδηγώντας σε καθυστερήσεις, λάθη και πρόσθετο κόστος.

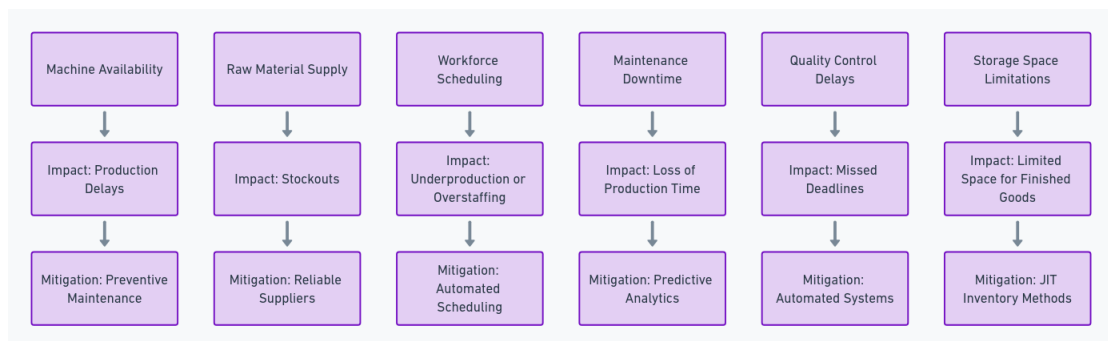
2.2.2 Περιορισμοί στη διαδικασία παραγωγής

Αν και η παραγωγική διαδικασία έχει σχεδιαστεί για να είναι αξιόπιστη, προκύπτουν ατέλειες σε τομείς όπως η χρήση των μηχανημάτων, ο προγραμματισμός της παραγωγής και η διαχείριση των υλικών. Αυτές μπορεί να οδηγήσουν σε καθυστερήσεις στην παραγωγή, αυξημένο κόστος και αδυναμία έγκαιρης ικανοποίησης της ζήτησης. Οι περιορισμοί αυτοί

απεικονίζονται στο σχήμα 2.2. Η πολυπλοκότητα του χειρισμού τόσο των απορροφήσιμων όσο και των μη απορροφήσιμων ραμμάτων, με τα ειδικά χρονοδιαγράμματα και τις απαιτήσεις παραγωγής τους, επιδεινώνει περαιτέρω την πρόκληση της αποτελεσματικής παραγωγής.

Οι βασικοί περιορισμοί είναι:

- **Διαθεσιμότητα και χωρητικότητα μηχανημάτων:** Τα μηχανήματα παραγωγής έχουν περιορισμένη χωρητικότητα, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει σε συμφόρηση, ιδίως σε περιόδους υψηλής ζήτησης. Η διακοπή λειτουργίας των μηχανημάτων, είτε λόγω συντήρησης είτε λόγω βλαβών, περιορίζει περαιτέρω την παραγωγή.
- **Περιορισμοί στην προμήθεια και αποθήκευση πρώτων υλών:** Η διαθεσιμότητα πρώτων υλών, όπως νήματα και βελόνες ραμμάτων, μπορεί να παρουσιάζει διακυμάνσεις λόγω διακοπών ή καθυστερήσεων στην αλυσίδα εφοδιασμού.
- **Προγραμματισμός εργασίας:** Η κατανομή του εργατικού δυναμικού είναι ένας άλλος κρίσιμος παράγοντας στη διαδικασία παραγωγής. Το περιορισμένο ανθρώπινο δυναμικό, ιδίως κατά τις περιόδους αιχμής της παραγωγής, μπορεί να καθυστερήσει βασικά στάδια της παραγωγής. Επιπλέον, ο προγραμματισμός των βάρδιών πρέπει να γίνεται προσεκτικά ώστε να διασφαλίζεται ότι οι εργατικοί πόροι χρησιμοποιούνται αποτελεσματικά χωρίς να προκύπτουν περιττά έξοδα υπερωριών.



Εικόνα 2.2 : Πίνακας περιορισμών παραγωγής

2.2.3 Στόχοι βελτιστοποίησης και επιχειρηματικοί στόχοι

Ο πρωταρχικός στόχος της βελτιστοποίησης της παραγωγικής διαδικασίας είναι η μεγιστοποίηση της κερδοφορίας διατηρώντας παράλληλα τα υψηλά πρότυπα ποιότητας και ασφαλείας που απαιτούνται στον ιατρικό τομέα. Οι κύριοι στόχοι είναι:

- **Μείωση του κόστους παραγωγής:** Η βελτιστοποίηση της χρήσης των πρώτων υλών, των μηχανημάτων και της εργασίας είναι ζωτικής σημασίας για τη μείωση των λειτουργικών εξόδων και άρα του κόστους.

- **Ελαχιστοποίηση του χρόνου διακοπής λειτουργίας:** Η διασφάλιση της αποδοτικής λειτουργίας των μηχανημάτων και των εργαζομένων είναι βασικό στοιχείο για τη διατήρηση σταθερών επιπέδων παραγωγής. Η αντιμετώπιση των χρονοδιαγραμμάτων συντήρησης των μηχανημάτων, η εξάλειψη των σημείων συμφόρησης και η οργάνωση του εργατικού δυναμικού μπορούν να μειώσουν σημαντικά τον χρόνο μη λειτουργίας.
- **Εξισορρόπηση των επιπέδων αποθεμάτων:** Η σωστή διαχείριση των αποθεμάτων εξασφαλίζει ότι υπάρχει αρκετό απόθεμα για την κάλυψη της ζήτησης χωρίς να υπάρχει υπερβολικό απόθεμα, το οποίο δεσμεύει οικονομικούς πόρους.
- **Ικανοποίηση της ζήτησης των πελατών:** Η διασφάλιση της έγκαιρης παράδοσης και η διατήρηση επαρκών επιπέδων αποθεμάτων είναι ζωτικής σημασίας για την άμεση ανταπόκριση στα κυμαινόμενα επίπεδα ζήτησης.

2.3 Ανάλυση Σεναρίων

Κατά τη βελτιστοποίηση της παραγωγικής διαδικασίας είναι σημαντικό να ληφθούν υπόψη οι διάφορες αβεβαιότητες και οι εξωτερικοί παράγοντες που θα μπορούσαν να επηρεάσουν τόσο την αποδοτικότητα της παραγωγής όσο και τη ζήτηση της αγοράς. Η ανάλυση σεναρίων αποτελεί κρίσιμο εργαλείο για την αντιμετώπιση αυτών των αβεβαιοτήτων, καθώς επιτρέπει την μοντελοποίηση και την πρόβλεψη πιθανών διαταραχών. Μέσω της προετοιμασίας για αυτά τα ενδεχόμενα, μπορούν να δημιουργηθούν ευέλικτες στρατηγικές παραγωγής που θα βοηθήσουν στη διατήρηση της αποδοτικότητας και στην ικανοποίηση της ζήτησης των πελατών, ακόμη και σε απρόβλεπτες συνθήκες [15].

2.3.1 Σκοπός της ανάλυσης σεναρίων

Ο πρωταρχικός σκοπός της ανάλυσης σεναρίων είναι η συστηματική διερεύνηση διαφορετικών πιθανών μελλοντικών συνθηκών με την προσομοίωση διαφόρων σεναρίων που θα μπορούσαν να επηρεάσουν την παραγωγή. Τα σενάρια αυτά περιλαμβάνουν τόσο εσωτερικούς παράγοντες, όπως η διαθεσιμότητα των μηχανημάτων και η παραγωγική ικανότητα, όσο και εξωτερικές προκλήσεις, όπως οι διακυμάνσεις της ζήτησης στην αγορά ή οι καθυστερήσεις στην αλυσίδα εφοδιασμού. Μέσω αυτής της προσέγγισης, μπορούν να αναπτυχθούν σχέδια που λαμβάνουν υπόψη τόσο τις αναμενόμενες όσο και τις απρόοπτες αλλαγές, διασφαλίζοντας ότι η παραγωγή παραμένει ομαλή και αποτελεσματική.

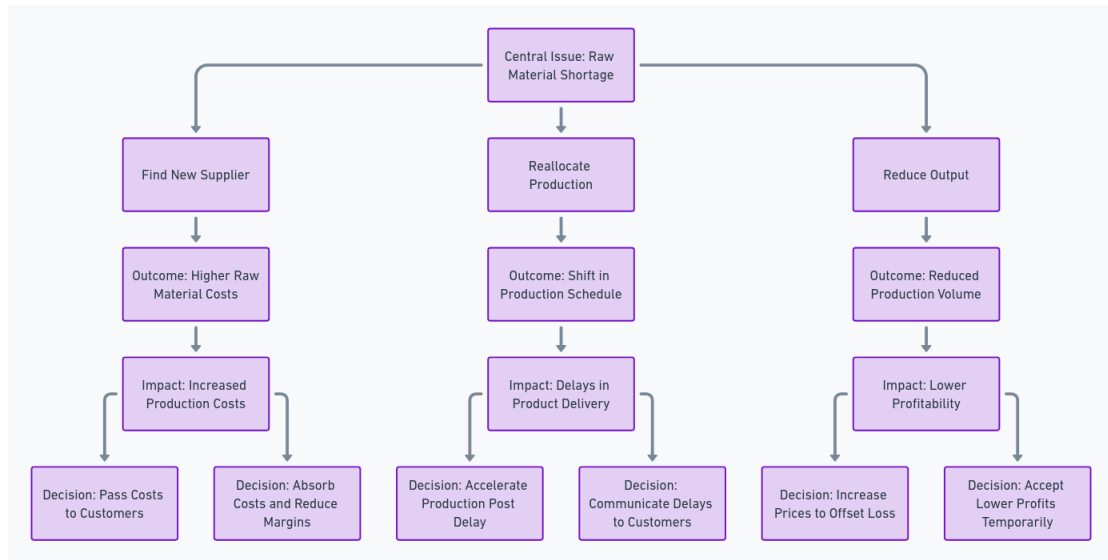
Η ανάλυση σεναρίων αποτελεί έναν τρόπο ποσοτικοποίησης και διαχείρισης των κινδύνων που συνδέονται με αυτές τις αβεβαιότητες. Με τη χρήση τεχνικών επιχειρησιακής έρευνας, όπως η μαθηματική μοντελοποίηση και ο **μικτός αχέραιος γραμμικός προγραμματισμός (MILP)**, μπορεί να διερευνηθεί ένα ευρύ φάσμα σεναρίων «τι θα γίνει αν»,

αναλύοντας τον τρόπο με τον οποίο διάφοροι παράγοντες επηρεάζουν τα αποτελέσματα της παραγωγής. Αυτές οι τεχνικές επιτρέπουν τη μοντελοποίηση μεταβλητών απόφασης (όπως ποσότητες παραγωγής, χρήση μηχανών και βάρδιες εργασίας), περιορισμών (όπως διαθεσιμότητα πόρων και χωρητικότητα μηχανών) και στόχων (όπως μεγιστοποίηση κέρδους και ελαχιστοποίηση κόστους), ενώ παράλληλα προσαρμόζονται σε πιθανές διαταραχές.

2.3.2 Παραδείγματα σεναρίων

Στην παρούσα ανάλυση σεναρίων, θα μοντελοποιήσουμε διάφορες πιθανές καταστάσεις που θα μπορούσαν να αντιμετωπιστούν, όπως:

- **Διακυμάνσεις της ζήτησης:** Ξαφνικές αυξήσεις ή μειώσεις της ζήτησης από βασικούς πελάτες ή ορισμένες αγορές. Με την προσομοίωση περιόδων υψηλής και χαμηλής ζήτησης, μπορούμε να αναπτύξουμε ευέλικτα σχέδια παραγωγής που μπορούν να προσαρμοστούν γρήγορα, χωρίς περιττά κόστη ή καθυστερήσεις.
- **Έλλειψη πρώτων υλών:** Μια έλλειψη βασικών πρώτων υλών θα μπορούσε να διαταράξει σοβαρά την παραγωγή. Με αυτό το σενάριο μπορούμε να αναλύσουμε τον τρόπο με τον οποίο η περιορισμένη διαθεσιμότητα επηρεάζει την παραγωγική ικανότητα και να μελετήσουμε στρατηγικές για τη διαχείριση των ελλείψεων, όπως ο εντοπισμός εναλλακτικών προμηθευτών.
- **Αυξημένο κόστος πρώτων υλών:** Αυτό το σενάριο θα διερευνήσει πώς θα μπορούσε να επηρεαστεί το κόστος παραγωγής και τα περιθώρια κέρδους και ποιες προσαρμογές μπορούν να γίνουν για τη διατήρηση της κερδοφορίας σε περίπτωση αυξημένων τιμών των πρώτων υλών.



Εικόνα 2.3 : Ανάλυση σεναρίου - Δέντρο αποφάσεων - Έλλειψη πρώτων υλών

Αναλύοντας αυτά τα σενάρια, όπως φαίνεται στην εικόνα 2.3, μπορούν να εντοπιστούν κίνδυνοι που συνδέονται με το καθένα και να δημιουργηθούν στρατηγικές για τον περιορισμό τους.

Μοντελοποίηση και συλλογή δεδομένων

3.1 Επισκόπηση της προσέγγισης μοντελοποίησης

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης της παραγωγής περιλαμβάνει τη μεγιστοποίηση της κερδοφορίας εξισορροπώντας ταυτόχρονα πολλούς περιορισμούς, όπως η παραγωγική ικανότητα, η διαθεσιμότητα εργασίας, οι περιορισμοί υλικών και το λειτουργικό κόστος. Δεδομένης της πολυπλοκότητας του παραγωγικού περιβάλλοντος, η μαθηματική μοντελοποίηση παρέχει μια δομημένη προσέγγιση για την εύρεση του βέλτιστου σχεδίου παραγωγής.

Στην εν λόγω εφαρμογή, ο **Μεικτός-Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός (MILP)** χρησιμοποιείται ως το κύριο εργαλείο για τη μοντελοποίηση και την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Ο MILP είναι κατάλληλος για το έργο αυτό, διότι επιτρέπει την αναπαράσταση τόσο συνεχών όσο και διακριτών μεταβλητών απόφασης - επιτρέποντας τη μοντελοποίηση ποσοτήτων παραγωγής, βαρδιών εργασίας και κατανομής πόρων, ενώ ενσωματώνει επίσης δυαδικές μεταβλητές για τη διαχείριση αποφάσεων όπως η χρήση των γραμμών παραγωγής ή η λειτουργία των μηχανών [2].

Το μοντέλο χειρίζεται συστηματικά βασικές μεταβλητές απόφασης, όπως τα διάφορα στάδια της παραγωγικής διαδικασίας και τη διαχείριση των αποθεμάτων ραμμάτων και βελονών, ενώ παράλληλα λαμβάνει υπόψη τους λειτουργικούς περιορισμούς, συμπεριλαμβανομένης της παραγωγικής ικανότητας και της διαθεσιμότητας πρώτων υλών σε κάθε περίοδο. Ακόμη, αξιοποιεί παραμέτρους όπως τα επίπεδα αποθεμάτων και τη ζήτηση για διαφορετικούς τύπους ραμμάτων. Αυτά τα σύνολα δεδομένων, που αντικατοπτρίζουν τόσο τυπικές συνθήκες παραγωγής όσο και σενάρια με εξωτερικές διαταραχές, διασφαλίζουν ότι η διαδικασία βελτιστοποίησης ευθυγραμμίζεται με τους περιορισμούς και τους στόχους του πραγματικού κόσμου [2].

Επιπλέον, η παραγωγική διαδικασία περιλαμβάνει δύο παράλληλες γραμμές παραγωγής και συσκευασίας, επιτρέποντας την ταυτόχρονη παραγωγή πολλαπλών προϊόντων. Κάθε προϊ-

όν διέρχεται από πέντε διακριτά στάδια, συμπεριλαμβανομένων της προετοιμασίας, κοπής, προσάρτησης βελόνας, συσκευασίας και αποστείρωσης, καθιστώντας την παραγωγή πολλών σταδίων απαραίτητο στοιχείο του μοντέλου. Η δομή αυτή διασφαλίζει ότι οι επιμέρους φάσεις της παραγωγής είναι διαχωρισμένες, επιτρέποντας μεγαλύτερη ευελιξία στη διαχείριση της παραγωγικής ικανότητας και στην προσαρμογή της διαδικασίας σε μεταβαλλόμενες συνθήκες ζήτησης [13].

Με τη χρήση αυτής της δομημένης προσέγγισης, μπορούν να διερευνηθούν διαφορετικά σενάρια παραγωγής, να ληφθούν αποφάσεις βάσει δεδομένων και να αναπτυχθούν στρατηγικές που εξισορροπούν την ανάγκη για λειτουργική αποδοτικότητα με την κερδοφορία.

3.2 Διατύπωση των μοντέλων

Σε αυτή την ενότητα, θα ασχοληθούμε με τη διατύπωση των μαθηματικών μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν για τη βελτιστοποίηση της παραγωγικής διαδικασίας. Τα μοντέλα αναπτύσσονται με τη χρήση μικτού-ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού (MILP) και αφορούν διαφορετικά σενάρια παραγωγής και χρονικά πλαίσια. Στις ακόλουθες υποενότητες παρέχονται λεπτομερείς περιγραφές κάθε μοντέλου που διατυπώνεται στην παρούσα εργασία.

3.2.1 Μοντέλο Μίας Περιόδου

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης παραγωγής για μία περίοδο διατυπώνεται ως ένα μοντέλο μικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού (MILP). Ο στόχος είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους κατά την παραγωγή. Ακολουθεί η διατύπωση του μοντέλου.

Δείκτες

Ορίζουμε τους ακόλουθους δείκτες για το μοντέλο:

- $s \in S$: Σύνολο τύπων ραμμάτων.
- $r \in R$: Σύνολο τύπων πρώτων υλών που αντιστοιχούν σε τύπους ραμμάτων.
- $n \in N$: Σύνολο τύπων βελόνων.
- $l \in L$: Σύνολο γραμμών παραγωγής.
- $p \in P$: Σύνολο γραμμών συσκευασίας.
- $m \in M$: Σύνολο μηχανών.
- $t = 1$: Χρονική περίοδος (μία περίοδος).

Μεταβλητές απόφασης

- $I_{raw}(r)$: Αποθέματα πρώτων υλών r τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $I_{finished}(s)$: Αποθέματα τελικού τύπου ραμμάτων s τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $I_{needles}(n)$: Αποθέματα βελόνων τύπου n τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $Q_{raw}(r)$: Ποσότητα παραγγελίας πρώτης ύλης r τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $Q_{needles}(n)$: Ποσότητα παραγγελίας βελόνων n τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $D(s)$: Ποσότητα αποστολής ράμματος τύπου s τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $P_{prep}(s)$: Ποσότητα παραγωγής ράμματος τύπου s στο στάδιο προετοιμασίας τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $P_{cut}(s)$: Ποσότητα παραγωγής ράμματος τύπου s στο στάδιο κοπής τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $P_{needle}(s)$: Ποσότητα παραγωγής ράμματος τύπου s στο στάδιο προσάρτησης βελόνας τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $P_{pack}(s)$: Ποσότητα παραγωγής ράμματος τύπου s στο στάδιο συσκευασίας τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $P_{ster}(s)$: Ποσότητα παραγωγής ράμματος τύπου s στο στάδιο αποστείρωσης τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $B(s)$: Μέγεθος παρτίδας του τύπου ράμματος s τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $E(l)$: Αριθμός εργαζομένων που απασχολούνται στη γραμμή παραγωγής l τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $M(m)$: Δυαδική μεταβλητή που δείχνει αν η μηχανή m είναι λειτουργική τη χρονική στιγμή $t = 1$.
- $K(p)$: Δυαδική μεταβλητή που δείχνει αν η γραμμή συσκευασίας p είναι σε λειτουργία τη χρονική στιγμή $t = 1$.

Αντικειμενική Συνάρτηση

Ο στόχος είναι η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους:

$$\max \quad Z = \sum_{s \in S} \text{Price}(s) \cdot D(s)$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{s \in S} [\text{ProdCost}(s) \cdot P_{\text{prep}}(s) - \text{PackagingCost}(s) \cdot P_{\text{pack}}(s)] \\
& - \sum_{r \in R} \text{Cost}_r(r) \cdot Q_{\text{raw}}(r) - \sum_{n \in N} \text{NeedleCost}(n) \cdot Q_{\text{needles}}(n) \\
& - \sum_{l \in L} \text{LaborCost}(l) \cdot E(l) - \sum_{n \in N} \text{StorageCost} \cdot I_{\text{needles}}(n) \\
& - \sum_{s \in S} \text{StorageCost} \cdot I_{\text{finished}}(s) - \sum_{r \in R} \text{StorageCost} \cdot I_{\text{raw}}(r) \\
& - \sum_{p \in P} \text{SterilizationCost} \cdot P_{\text{ster}}(s) - \sum_{n \in N} \text{CuttingCost} \cdot P_{\text{cut}}(s).
\end{aligned}$$

Περιορισμοί

1. Παραγωγική ικανότητα Η συνολική παραγωγή σε κάθε γραμμή δεν μπορεί να υπερβαίνει τη μέγιστη δυναμικότητα της γραμμής:

$$\sum_{s \in S} P_{\text{prep}}(s) \leq \text{MaxCapacity}(l) \quad \forall l \in L.$$

2. Διαθεσιμότητα μηχανής Κάθε μηχανήμα μπορεί να λειτουργήσει μόνο μέχρι τη μέγιστη χωρητικότητά του:

$$\sum_{s \in S} P_{\text{prep}}(s) \leq M(m) \cdot \text{MaxCapacity}_m(m) \quad \forall m \in M.$$

3. Μέγεθος παρτίδας Η παραγωγή του σταδίου προετοιμασίας συνδέεται με το μέγεθος της παρτίδας για κάθε τύπο ράμματος:

$$B(s) \cdot \text{BatchSize}(s) = P_{\text{prep}}(s) \quad \forall s \in S.$$

4. Ισοζύγιο αποθεμάτων για τα έτοιμα προϊόντα Το υπόλοιπο αποθεμάτων για τα έτοιμα προϊόντα διατηρείται ως εξής:

$$I_{\text{finished}}(s) = \text{InitialInventory}(s) + P_{\text{ster}}(s) - D(s) \quad \forall s \in S.$$

5. Ενημέρωση απογραφής πρώτων υλών Το απόθεμα πρώτων υλών ενημερώνεται με βάση τις παραγγελίες και την παραγωγή:

$$I_{\text{raw}}(r) = \text{InitialRawInventory}(r) + Q_{\text{raw}}(r) - \sum_{s \in S} P_{\text{prep}}(s) \quad \forall r \in R.$$

6. Ενημέρωση απογραφής βελόνων Ομοίως, το απόθεμα βελόνων ενημερώνεται ως εξής:

$$I_{needles}(n) = \text{InitialNeedleInventory}(n) + Q_{needles}(n) - \sum_{s \in S} P_{needle}(s) \quad \forall n \in N.$$

7. Μη αρνητικότητα του αποθέματος Τα αποθέματα πρώτων υλών, βελόνων και τελικών προϊόντων δεν μπορούν να πέσουν κάτω από τα ελάχιστα απαιτούμενα επίπεδα:

$$\begin{aligned} I_{raw}(r) &\geq \text{MinRawInventory}(r) \quad \forall r \in R, \\ I_{needles}(n) &\geq \text{MinNeedleInventory}(n) \quad \forall n \in N, \\ I_{finished}(s) &\geq \text{SafetyStock}(s) \quad \forall s \in S. \end{aligned}$$

8. Μέγιστα όρια αποθεμάτων Τα επίπεδα αποθεμάτων για τις πρώτες ύλες, τις βελόνες και τα τελικά προϊόντα δεν μπορούν να υπερβαίνουν την αποθηκευτική ικανότητα:

$$\begin{aligned} I_{raw}(r) &\leq \text{MaxRawInventory}(r) \quad \forall r \in R, \\ I_{needles}(n) &\leq \text{MaxNeedleInventory}(n) \quad \forall n \in N, \\ I_{finished}(s) &\leq \text{MaxFinishedInventory}(s) \quad \forall s \in S. \end{aligned}$$

9. Επίπεδα προσωπικού Τα επίπεδα προσωπικού για κάθε γραμμή παραγωγής περιορίζονται από την ποσότητα παραγωγής προετοιμασίας και τον μέγιστο αριθμό εργαζομένων:

$$\begin{aligned} E(l) &\geq \frac{\sum_{s \in S} P_{prep}(s)}{700} \quad \forall l \in L, \\ E(l) &\leq \text{MaxEmployees}(l) \quad \forall l \in L. \end{aligned}$$

10. Δυαδική λειτουργία μηχανής Η λειτουργία των μηχανών είναι δυαδική, δηλαδή κάθε μηχανή μπορεί είτε να λειτουργεί (1) είτε να μην λειτουργεί (0):

$$M(m) \leq 1 \quad \forall m \in \{\text{machine1}, \text{machine2}\}.$$

11. Εκπλήρωση της ζήτησης Η ποσότητα αποστολής πρέπει να καλύπτει ακριβώς τη ζήτηση για κάθε τύπο ράμματος:

$$D(s) = \text{Demand}(s) \quad \forall s \in S.$$

12. Χωρητικότητα γραμμής συσκευασίας Η συνολική παραγωγή στις γραμμές συσκευασίας δεν μπορεί να υπερβαίνει τη δυναμικότητα συσκευασίας:

$$\sum_{s \in S} P_{pack}(s) \leq K(p) \cdot \text{MaxPackagingCapacity}(p) \quad \forall p \in P.$$

13. Παραγωγή πολλαπλών σταδίων Η παραγωγή ακολουθεί μια διαδοχική ροή από την προετοιμασία έως την αποστείρωση:

$$\begin{aligned} P_{cut}(s) &= P_{prep}(s) \quad \forall s \in S, \\ P_{needle}(s) &= P_{cut}(s) \quad \forall s \in S, \\ P_{pack}(s) &= P_{needle}(s) \quad \forall s \in S, \\ P_{ster}(s) &= P_{pack}(s) \quad \forall s \in S. \end{aligned}$$

Το μοντέλο επιλύθηκε με τον βελτιστοποιητή Gurobi και τα αποτελέσματα θα παρουσιαστούν στα επόμενα κεφάλαια.

3.2.2 Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης της παραγωγής για πολλαπλές περιόδους διατυπώνεται ως ένα μοντέλο μικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού (MILP). Ο στόχος είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους σε χρονικό ορίζοντα έξι μηνών, ενώ η διαχείριση των αποθεμάτων, των παραγγελιών πρώτων υλών, των σταδίων παραγωγής και των εργατικών πόρων γίνεται αποτελεσματικά. Οι μεταβλητές απόφασης περιλαμβάνουν τις ποσότητες παραγωγής, τις παραγγελίες πρώτων υλών και την κατανομή της εργασίας για κάθε χρονική περίοδο. Ακολουθεί η διατύπωση του μοντέλου.

Δείκτες

Ορίζουμε τους ακόλουθους δείκτες για το μοντέλο:

- $t \in \{1, 2, \dots, 6\}$: Χρονικές περίοδοι (μήνες).
- $s \in S$: Σύνολο τύπων ραμμάτων.
- $r \in R$: Σύνολο τύπων πρώτων υλών που αντιστοιχούν σε τύπους ραμμάτων.
- $n \in N$: Σύνολο τύπων βελόνων.
- $l \in L$: Σύνολο γραμμών παραγωγής.
- $p \in P$: Σύνολο γραμμών συσκευασίας.
- $m \in M$: Σύνολο μηχανών.

Μεταβλητές απόφασης

- $I_{raw}(r, t)$: Αποθέματα πρώτων υλών r τη χρονική στιγμή t .
- $I_{finished}(s, t)$: Αποθέματα τελικού τύπου ραμμάτων s τη χρονική στιγμή t .
- $I_{needles}(n, t)$: Αποθέματα βελόνων τύπου n τη χρονική στιγμή t .
- $Q_{raw}(r, t)$: Ποσότητα παραγγελίας της πρώτης ύλης r τη χρονική στιγμή t .
- $Q_{needles}(n, t)$: Ποσότητα παραγγελίας βελόνων n τη χρονική στιγμή t .
- $D(s, t)$: Ποσότητα αποστολής ράμματος τύπου s τη χρονική στιγμή t .
- $P_{prep}(s, t)$: Ποσότητα παραγωγής ράμματος τύπου s στο στάδιο προετοιμασίας τη χρονική στιγμή t .
- $P_{cut}(s, t)$: Ποσότητα παραγωγής ράμματος τύπου s στο στάδιο κοπής τη χρονική στιγμή t .
- $P_{needle}(s, t)$: Ποσότητα παραγωγής ράμματος τύπου s στο στάδιο προσάρτησης βελόνας τη χρονική στιγμή t .
- $P_{pack}(s, t)$: Ποσότητα παραγωγής ράμματος τύπου s στο στάδιο συσκευασίας τη χρονική στιγμή t .
- $P_{ster}(s, t)$: Ποσότητα παραγωγής ράμματος τύπου s στο στάδιο αποστείρωσης τη χρονική στιγμή t .
- $B(s, t)$: Μέγεθος παρτίδας του τύπου ράμματος s τη χρονική στιγμή t .
- $E(l, t)$: Αριθμός εργαζομένων που απασχολούνται στη γραμμή παραγωγής l τη χρονική στιγμή t .
- $M(m, t)$: Δυαδική μεταβλητή που δείχνει αν η μηχανή m είναι λειτουργική τη χρονική στιγμή t .
- $K(p, t)$: Δυαδική μεταβλητή που δείχνει αν η γραμμή συσκευασίας p είναι σε λειτουργία τη χρονική στιγμή t .

Αντικειμενική Συνάρτηση

Ο στόχος είναι η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους:

$$\max \quad Z = \sum_{s \in S} \sum_{t=1}^6 \text{Price}(s) \cdot D(s, t)$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{s \in S} \sum_{t=1}^6 [\text{ProdCost}(s) \cdot P_{\text{prep}}(s, t) + \text{PackagingCost}(s) \cdot P_{\text{pack}}(s, t)] \\
& - \sum_{r \in R} \sum_{t=1}^6 \text{Cost}_r(r) \cdot Q_{\text{raw}}(r, t) - \sum_{n \in N} \sum_{t=1}^6 \text{NeedleCost}(n) \cdot Q_{\text{needles}}(n, t) \\
& - \sum_{l \in L} \sum_{t=1}^6 \text{LaborCost}(l) \cdot E(l, t) - \sum_{n \in N} \sum_{t=1}^6 \text{StorageCost} \cdot I_{\text{needles}}(n, t) \\
& - \sum_{s \in S} \sum_{t=1}^6 \text{StorageCost} \cdot I_{\text{finished}}(s, t) - \sum_{r \in R} \sum_{t=1}^6 \text{StorageCost} \cdot I_{\text{raw}}(r, t) \\
& - \sum_{p \in P} \sum_{t=1}^6 \text{SterilizationCost} \cdot P_{\text{ster}}(s, t) - \sum_{n \in N} \sum_{t=1}^6 \text{CuttingCost} \cdot P_{\text{cut}}(s, t).
\end{aligned}$$

Περιορισμοί

1. Παραγωγική ικανότητα Η συνολική παραγωγή σε κάθε γραμμή δεν μπορεί να υπερβαίνει τη μέγιστη δυναμικότητα της γραμμής:

$$\sum_{s \in S} P_{\text{prep}}(s, t) \leq \text{MaxCapacity}(l) \quad \forall l \in L, \forall t.$$

2. Διαθεσιμότητα μηχανής Κάθε μηχανήμα μπορεί να λειτουργήσει μόνο μέχρι τη μέγιστη χωρητικότητά του:

$$\sum_{s \in S} P_{\text{prep}}(s, t) \leq M(m, t) \cdot \text{MaxCapacity}_m(m) \quad \forall m \in M, \forall t.$$

3. Μέγεθος παρτίδας Η παραγωγή του σταδίου προετοιμασίας συνδέεται με το μέγεθος της παρτίδας για κάθε τύπο ράμματος:

$$B(s, t) \cdot \text{BatchSize}(s) = P_{\text{prep}}(s, t) \quad \forall s \in S, \forall t.$$

4. Ισοζύγιο αποθεμάτων για τα έτοιμα προϊόντα Το υπόλοιπο αποθεμάτων για τα έτοιμα προϊόντα διατηρείται ως εξής:

$$\begin{aligned}
I_{\text{finished}}(s, 1) &= \text{InitialInventory}(s) + P_{\text{ster}}(s, 1) - D(s, 1) \quad \forall s \in S, \\
I_{\text{finished}}(s, t) &= I_{\text{finished}}(s, t-1) + P_{\text{ster}}(s, t) - D(s, t) \quad \forall s \in S, \forall t > 1.
\end{aligned}$$

5. Ενημέρωση απογραφής πρώτων υλών Το απόθεμα πρώτων υλών ενημερώνεται με βάση τις παραγγελίες και την παραγωγή:

$$I_{\text{raw}}(r, 1) = \text{InitialRawInventory}(r) + Q_{\text{raw}}(r, 1) - \sum_{s \in S} P_{\text{prep}}(s, 1) \quad \forall r \in R,$$

$$I_{raw}(r, t) = I_{raw}(r, t - 1) + Q_{raw}(r, t) - \sum_{s \in S} P_{prep}(s, t) \quad \forall r \in R, \forall t > 1.$$

6. Ενημέρωση απογραφής βελόνων Ομοίως, το απόθεμα βελόνων ενημερώνεται ως εξής:

$$I_{needles}(n, 1) = \text{InitialNeedleInventory}(n) + Q_{needles}(n, 1) - \sum_{s \in S} P_{needle}(s, 1) \quad \forall n \in N,$$

$$I_{needles}(n, t) = I_{needles}(n, t - 1) + Q_{needles}(n, t) - \sum_{s \in S} P_{needle}(s, t) \quad \forall n \in N, \forall t > 1.$$

7. Μη αρνητικότητα του αποθέματος Τα αποθέματα πρώτων υλών, βελόνων και τελικών προϊόντων δεν μπορούν να πέσουν κάτω από τα ελάχιστα απαιτούμενα επίπεδα:

$$\begin{aligned} I_{raw}(r, t) &\geq \text{MinRawInventory}(r) \quad \forall r \in R, \forall t, \\ I_{needles}(n, t) &\geq \text{MinNeedleInventory}(n) \quad \forall n \in N, \forall t, \\ I_{finished}(s, t) &\geq \text{SafetyStock}(s) \quad \forall s \in S, \forall t. \end{aligned}$$

8. Μέγιστα όρια αποθεμάτων Τα επίπεδα αποθεμάτων για τις πρώτες ύλες, τις βελόνες και τα τελικά προϊόντα δεν μπορούν να υπερβαίνουν την αποθηκευτική ικανότητα:

$$\begin{aligned} I_{raw}(r, t) &\leq \text{MaxRawInventory}(r) \quad \forall r \in R, \forall t, \\ I_{needles}(n, t) &\leq \text{MaxNeedleInventory}(n) \quad \forall n \in N, \forall t, \\ I_{finished}(s, t) &\leq \text{MaxFinishedInventory}(s) \quad \forall s \in S, \forall t. \end{aligned}$$

9. Επίπεδα προσωπικού Τα επίπεδα προσωπικού για κάθε γραμμή παραγωγής περιορίζονται από την ποσότητα παραγωγής προετοιμασίας και τον μέγιστο αριθμό εργαζομένων:

$$\begin{aligned} E(l, t) &\geq \frac{\sum_{s \in S} P_{prep}(s, t)}{800} \quad \forall l \in L, \forall t, \\ E(l, t) &\leq \text{MaxEmployees}(l) \quad \forall l \in L, \forall t. \end{aligned}$$

10. Δυαδική λειτουργία μηχανής Η λειτουργία των μηχανών είναι δυαδική, δηλαδή κάθε μηχανή μπορεί είτε να λειτουργεί (1) είτε να μην λειτουργεί (0):

$$M(m, t) \leq 1 \quad \forall m \in \text{machine1}, \text{machine2}, \forall t.$$

11. Εκπλήρωση της ζήτησης Η ποσότητα αποστολής πρέπει να καλύπτει ακριβώς τη ζήτηση για κάθε τύπο ράμματος:

$$D(s, t) = \text{Demand}(s, t) \quad \forall s \in S, \forall t.$$

12. Χωρητικότητα γραμμής συσκευασίας Η συνολική παραγωγή στις γραμμές συσκευασίας δεν μπορεί να υπερβαίνει τη δυναμικότητα συσκευασίας:

$$\sum_{s \in S} P_{pack}(s, t) \leq K(p, t) \cdot \text{MaxPackagingCapacity}(p) \quad \forall p \in P, \forall t.$$

13. Παραγωγή πολλαπλών σταδίων Η παραγωγή ακολουθεί μια διαδοχική ροή από την προετοιμασία έως την αποστείρωση:

$$\begin{aligned} P_{cut}(s, t) &= P_{prep}(s, t) \quad \forall s \in S, \forall t, \\ P_{needle}(s, t) &= P_{cut}(s, t) \quad \forall s \in S, \forall t, \\ P_{pack}(s, t) &= P_{needle}(s, t) \quad \forall s \in S, \forall t, \\ P_{ster}(s, t) &= P_{pack}(s, t) \quad \forall s \in S, \forall t. \end{aligned}$$

Το μοντέλο MILP επιλύθηκε με τη χρήση του βελτιστοποιητή Gurobi, με ορισμένο χρονικό όριο για τον επιλύτη. Τα αποτελέσματα αναλύονται λεπτομερώς στο Κεφάλαιο 4.

3.2.3 Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων με Δεύτερη Βάρδια

Το μοντέλο πολλαπλών περιόδων με δεύτερη βάρδια επεκτείνει το βασικό μοντέλο με την προσθήκη της δυνατότητας λειτουργίας δεύτερης βάρδιας σε κάθε γραμμή παραγωγής. Η εισαγωγή της δεύτερης βάρδιας αυξάνει την παραγωγική ικανότητα, ενώ προσθέτει επιπλέον κόστος εργατικού δυναμικού. Ακολουθούν οι αλλαγές και προσθήκες στο βασικό μοντέλο πολλαπλών περιόδων.

Επιπλέον Μεταβλητή

Ορίζουμε την εξής επιπλέον δυαδική μεταβλητή για την ενεργοποίηση της δεύτερης βάρδιας:

- $S(l, t) \in \{0, 1\}$: Δυαδική μεταβλητή που δείχνει αν η δεύτερη βάρδια είναι σε λειτουργία στη γραμμή παραγωγής l τη χρονική στιγμή t .

Νέα Αντικειμενική Συνάρτηση

Η αντικειμενική συνάρτηση περιλαμβάνει πλέον και το κόστος της δεύτερης βάρδιας:

$$\begin{aligned} \max \quad Z &= \sum_{s \in S} \sum_{t=1}^6 \text{Price}(s) \cdot D(s, t) \\ &\quad - \sum_{s \in S} \sum_{t=1}^6 [\text{ProdCost}(s) \cdot P_{prep}(s, t) + \text{PackagingCost}(s) \cdot P_{pack}(s, t)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{r \in R} \sum_{t=1}^6 \text{Cost}_r(r) \cdot Q_{raw}(r, t) - \sum_{n \in N} \sum_{t=1}^6 \text{NeedleCost}(n) \cdot Q_{needles}(n, t) \\
& - \sum_{l \in L} \sum_{t=1}^6 \text{LaborCost}(l) \cdot E(l, t) - \sum_{n \in N} \sum_{t=1}^6 \text{StorageCost} \cdot I_{needles}(n, t) \\
& - \sum_{s \in S} \sum_{t=1}^6 \text{StorageCost} \cdot I_{finished}(s, t) - \sum_{r \in R} \sum_{t=1}^6 \text{StorageCost} \cdot I_{raw}(r, t) \\
& - \sum_{p \in P} \sum_{t=1}^6 \text{SterilizationCost} \cdot P_{ster}(s, t) - \sum_{n \in N} \sum_{t=1}^6 \text{CuttingCost} \cdot P_{cut}(s, t) \\
& - \sum_{l \in L} \sum_{t=1}^6 1.05 \cdot \text{LaborCost}(l) \cdot E(l, t) \cdot S(l, t).
\end{aligned}$$

Αλλαγές στους Περιορισμούς

1. Παραγωγική Ικανότητα με Δεύτερη Βάρδια Η παραγωγική ικανότητα σε κάθε γραμμή μπορεί να αυξηθεί κατά τη διάρκεια της δεύτερης βάρδιας:

$$\sum_{s \in S} P_{prep}(s, t) \leq \text{MaxCapacity}(l) \cdot (1 + S(l, t)) \quad \forall l \in L, \forall t.$$

2. Διαθεσιμότητα Μηχανής με Δεύτερη Βάρδια Η διαθεσιμότητα των μηχανών αυξάνεται όταν ενεργοποιείται η δεύτερη βάρδια:

$$\sum_{s \in S} P_{prep}(s, t) \leq M(m, t) \cdot \text{MaxCapacity}_m(m) \cdot (1 + S(l, t)) \quad \forall m \in M, \forall t.$$

3. Μέγιστος Αριθμός Εργαζομένων κατά τη Δεύτερη Βάρδια Ο μέγιστος αριθμός εργαζομένων αυξάνεται όταν ενεργοποιείται η δεύτερη βάρδια:

$$E(l, t) \leq \text{MaxEmployees}(l) \cdot (1 + S(l, t)) \quad \forall l \in L, \forall t.$$

4. Χωρητικότητα Γραμμών Συσκευασίας με Δεύτερη Βάρδια Όταν ενεργοποιείται η δεύτερη βάρδια, η χωρητικότητα των γραμμών συσκευασίας αυξάνεται αναλόγως:

$$\sum_{s \in S} P_{pack}(s, t) \leq K(p, t) \cdot \text{MaxPackagingCapacity}(p) \cdot (1 + S(l, t)) \quad \forall p \in P, \forall t.$$

Αυτές οι αλλαγές και προσθήκες επεκτείνουν το βασικό μοντέλο για να περιλάβουν τη δεύτερη βάρδια, λαμβάνοντας υπόψη την αύξηση της παραγωγικής ικανότητας και το επιπλέον κόστος της δεύτερης βάρδιας.

3.2.4 Μοντέλο Πολλαπλών Περιόδων με Επιβάρυνση Ελλείψεων

Το μοντέλο πολλαπλών περιόδων με επιβάρυνση ελλείψεων επεκτείνει το βασικό μοντέλο με την προσθήκη της δυνατότητας ελλείψεων στη ζήτηση (shortage) και τον υπολογισμό της αντίστοιχης ποινής. Οι ελλείψεις λαμβάνονται υπόψη ως επιπλέον κόστος στη αντικειμενική συνάρτηση. Ακολουθούν οι αλλαγές και προσθήκες σε σχέση με το βασικό μοντέλο πολλαπλών περιόδων.

Επιπλέον Μεταβλητές Απόφασης

Προστίθεται η μεταβλητή για την ποσότητα των ελλείψεων:

- $Shortage(s, t) \geq 0$: Μεταβλητή που δηλώνει την ποσότητα ελλείψεων του τύπου ράμματος s τη χρονική στιγμή t .

Νέα Αντικειμενική Συνάρτηση

Η αντικειμενική συνάρτηση περιλαμβάνει πλέον το κόστος των ελλείψεων:

$$\begin{aligned}
 \max \quad Z = & \sum_{s \in S} \sum_{t=1}^6 \text{Price}(s) \cdot D(s, t) \\
 & - \sum_{s \in S} \sum_{t=1}^6 [\text{ProdCost}(s) \cdot P_{prep}(s, t) + \text{PackagingCost}(s) \cdot P_{pack}(s, t)] \\
 & - \sum_{r \in R} \sum_{t=1}^6 \text{Cost}_r(r) \cdot Q_{raw}(r, t) - \sum_{n \in N} \sum_{t=1}^6 \text{NeedleCost}(n) \cdot Q_{needles}(n, t) \\
 & - \sum_{l \in L} \sum_{t=1}^6 \text{LaborCost}(l) \cdot E(l, t) - \sum_{n \in N} \sum_{t=1}^6 \text{StorageCost} \cdot I_{needles}(n, t) \\
 & - \sum_{s \in S} \sum_{t=1}^6 \text{StorageCost} \cdot I_{finished}(s, t) - \sum_{r \in R} \sum_{t=1}^6 \text{StorageCost} \cdot I_{raw}(r, t) \\
 & - \sum_{p \in P} \sum_{t=1}^6 \text{SterilizationCost} \cdot P_{ster}(s, t) - \sum_{n \in N} \sum_{t=1}^6 \text{CuttingCost} \cdot P_{cut}(s, t) \\
 & - \sum_{s \in S} \sum_{t=1}^6 \text{ShortageCost} \cdot Shortage(s, t).
 \end{aligned}$$

Προσθήκη στους Περιορισμούς

1. Εκπλήρωση της Ζήτησης με Ελλείψεις Η ποσότητα αποστολής μπορεί να είναι μικρότερη από τη ζήτηση, με τις ελλείψεις να καλύπτονται από την ποινή:

$$D(s, t) \leq \text{Demand}(s, t) \quad \forall s \in S, \forall t,$$

$$\text{Shortage}(s, t) = \text{Demand}(s, t) - D(s, t) \quad \forall s \in S, \forall t.$$

2. Ποινή Ελλείψεων Η μεταβλητή $\text{Shortage}(s, t)$ εισάγεται για τον υπολογισμό της ποσότητας των ανεκπλήρωτων παραγγελιών, η οποία υπόκειται σε ποινή.

—
Αυτές οι αλλαγές επεκτείνουν το βασικό μοντέλο, ώστε να συμπεριλαμβάνεται η δυνατότητα ελλείψεων και η αντίστοιχη ποινή στη συνάρτηση κόστους.

3.3 Συλλογή Δεδομένων και Παράμετροι

Προκειμένου να αναπτυχθεί ένα αποτελεσματικό μοντέλο βελτιστοποίησης για την παραγωγή ραμμάτων, είναι απαραίτητο να συλλέξουμε και να ορίσουμε διάφορα σύνολα δεδομένων και παραμέτρων που αντιπροσωπεύουν τους περιορισμούς παραγωγής στον πραγματικό κόσμο, τις διακυμάνσεις της ζήτησης και τη διαθεσιμότητα των πόρων. Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται στην παρούσα μελέτη βασίζονται σε ρεαλιστικές υποθέσεις και τα σύνολα δεδομένων έχουν διαμορφωθεί έτσι ώστε να αντικατοπτρίζουν αληθοφανείς συνθήκες στον κλάδο παραγωγής ραμμάτων, αντλώντας από τις γενικές τάσεις της αγοράς, τις δυνατότητες παραγωγής και τα επιχειρησιακά δεδομένα.

3.3.1 Πηγές δεδομένων

Τα σύνολα δεδομένων που ενσωματώθηκαν στα μοντέλα αντιπροσωπεύουν βασικές πτυχές της διαδικασίας παραγωγής ραμμάτων. Τα δεδομένα που συλλέγονται είναι απαραίτητα για την κατασκευή ενός αξιόπιστου και ευέλικτου μοντέλου βελτιστοποίησης που μπορεί να ανταποκριθεί στις διάφορες συνθήκες παραγωγής.

Δεδομένα ζήτησης

Η ζήτηση για ράμματα ποικίλλει μεταξύ απορροφήσιμων και μη απορροφήσιμων τύπων και επηρεάζεται τόσο από τις τάσεις της αγοράς όσο και από εποχιακές διακυμάνσεις. Τα δεδομένα ζήτησης που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία δημιουργήθηκαν ώστε να αντικατοπτρίζουν τα προσδοκώμενα στοιχεία πωλήσεων για κάθε τύπο ράμματος για πολλαπλές περιόδους, με βάση ιστορικές πληροφορίες πωλήσεων και ανάλυση της αγοράς από παρόμοιους κλάδους. Για τη μοντελοποίηση των διακυμάνσεων της ζήτησης έχουν ληφθεί υπόψη τόσο οι εγχώριες όσο και οι διεθνείς τάσεις της αγοράς, με προσοχή στις

συγκυριακές διακυμάνσεις και στις τάσεις ανάπτυξης. Η ζήτηση εκφράζεται σε μονάδες ραμμάτων που απαιτούνται για κάθε τύπο προϊόντος ανά περίοδο και χρησιμεύει ως ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες για το μοντέλο παραγωγής.

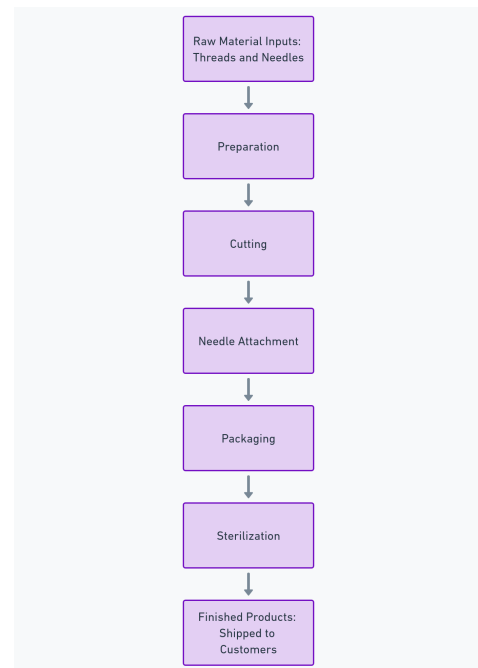
Δεδομένα πρώτων υλών

Η παραγωγή ραμμάτων εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τη διαθεσιμότητα και το κόστος των πρώτων υλών, όπως οι διάφοροι τύποι νημάτων ραμμάτων (π.χ. προπυλένιο, μετάξι, πολυεστέρας) και οι βελόνες (π.χ. ευθείες, καμπύλες). Τα δεδομένα για τις πρώτες ύλες που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο έχουν κατασκευαστεί με βάση τις τυπικές τιμές αγοράς και τις συμφωνίες προμήθειας που είναι αντίστοιχα συνήθεις στον κλάδο. Κάθε τύπος ράμματος έχει το δικό του σχετικό κόστος πρώτης ύλης, το οποίο κυμαίνεται με βάση τις συνθήκες εφοδιασμού της αγοράς. Επιπλέον, οι παράμετροι λαμβάνουν υπόψη το κόστος μεταφοράς και αποθήκευσης που σχετίζεται με αυτές τις πρώτες ύλες, το οποίο μπορεί να ποικίλλει ανάλογα με τον προμηθευτή και τους γεωγραφικούς παράγοντες. Τέλος, τα δεδομένα λαμβάνουν υπόψη τους χρόνους παράδοσης των πρώτων υλών, οι οποίοι επηρεάζουν τις αποφάσεις αποθεμάτων στο μοντέλο.

Δεδομένα παραγωγής

Στο μοντέλο, λαμβάνουμε υπόψη μια διαδικασία παραγωγής πολλαπλών σταδίων, η οποία αντικατοπτρίζει την πολυπλοκότητα της παραγωγής στον πραγματικό κόσμο. Αυτή η διαδικασία πολλαπλών σταδίων περιλαμβάνει τις εξής διακριτές φάσεις: η **προετοιμασία**, η **κοπή**, η **προσάρτηση βελόνας**, η **αποστείρωση** και η **συσκευασία**. Στην εικόνα 3.1 απεικονίζεται ξεκάθαρα η ακολουθία της παραγωγικής διαδικασίας. Κάθε τύπος ράμματος διέρχεται από αυτά τα διαδοχικά στάδια και το μοντέλο έχει σχεδιαστεί για να διασφαλίζει τη σωστή ροή μεταξύ αυτών των σταδίων παραγωγής.

Αντί να επικεντρώνεται στο χρόνο που απαιτείται για την ολοκλήρωση κάθε σταδίου, το μοντέλο χρησιμοποιεί **όρια δυναμικότητας** και **μεγέθη παρτίδων** για τη διαχείριση των ροών παραγωγής. Για κάθε στάδιο ορίζεται η χωρητικότητα των μηχανών και οι ποσότητες παραγωγής περιορίζονται από αυτές τις χωρητικότητες. Το μοντέλο χειρίζεται επίσης τα **επίπεδα αποθεμάτων** των πρώτων υλών και των τελικών προϊόντων σε αυτά



Εικόνα 3.1 : Η ροή των υλικών στα διάφορα στάδια της παραγωγής. Κάθε στάδιο εξαρτάται από την ολοκλήρωση του προηγούμενου.

τα στάδια παραγωγής, διασφαλίζοντας ότι διατηρείται επαρκές απόθεμα σε κάθε σημείο και αποφεύγοντας παράλληλα την υπερπαραγωγή.

Δεδομένα εργασίας

Η εργασία είναι ένας άλλος κρίσιμος παράγοντας που επηρεάζει την αποτελεσματικότητα της διαδικασίας παραγωγής ραμμάτων. Τα εργασιακά δεδομένα που χρησιμοποιούνται σε αυτό το μοντέλο καλύπτουν τόσο το κόστος της εργασίας όσο και τον προγραμματισμό των βαρδιών. Τα δεδομένα λαμβάνουν επίσης υπόψη τη δυνατότητα προσθήκης επιπλέον βάρδιας σε σενάρια όπου η ζήτηση υπερβαίνει την παραγωγική ικανότητα μιας μόνο βάρδιας.

3.3.2 Σύνολα παραμέτρων για την ανάλυση σεναρίων

Το μοντέλο βελτιστοποίησης δεν αντιμετωπίζει μόνο την παραγωγή υπό κανονικές συνθήκες, αλλά προσομοιώνει επίσης διάφορα σενάρια που αντικατοπτρίζουν πιθανές διαταραχές ή αλλαγές στο περιβάλλον παραγωγής. Τα σενάρια αυτά δημιουργούνται μέσω διαφορετικών συνόλων παραμέτρων, επιτρέποντάς μας να αξιολογήσουμε την ευστάθεια και την ευελιξία του μοντέλου απέναντι σε εξωτερικές και εσωτερικές αλλαγές.

Επεξήγηση των συνόλων παραμέτρων

Έξι διακριτά σύνολα παραμέτρων έχουν αναπτυχθεί για τους σκοπούς της ανάλυσης σεναρίων. Τα εν λόγω σύνολα παραμέτρων χωρίζονται σε δύο κύριες κατηγορίες:

- **Βασικά σενάρια:** Τα δύο πρώτα σύνολα δεδομένων αντιπροσωπεύουν κανονικές συνθήκες παραγωγής, όπου η ζήτηση, η διαθεσιμότητα πόρων και οι παραγωγικές δυνατότητες λειτουργούν εντός τυπικών ορίων. Τα σύνολα αυτά έχουν σχεδιαστεί για την αξιολόγηση της απόδοσης του μοντέλου υπό κανονικές συνθήκες λειτουργίας.
- **Ανάλυση σεναρίων:** Τα υπόλοιπα τέσσερα σύνολα παραμέτρων έχουν σχεδιαστεί για τη διερεύνηση διαφορετικών διαταραχών. Αυτά τα σενάρια δοκιμάζουν την ικανότητα του μοντέλου να προσαρμόζεται σε διάφορες προκλήσεις. Κάθε σενάριο έχει σχεδιαστεί για να αντικατοπτρίζει μια αληθοφανή κατάσταση που θα μπορούσε να επηρεάσει την παραγωγή, βοηθώντας στον εντοπισμό πιθανών αδυναμιών και ευκαιριών βελτιστοποίησης.

Επισκόπηση παραμέτρων

Για να παρέχεται μια ολοκληρωμένη κατανόηση του τρόπου λειτουργίας κάθε σεναρίου, οι ακόλουθες βασικές παράμετροι προσαρμόζονται με βάση τα τέσσερα διαφορετικά σενάρια που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση:

1. **Σενάριο :** Παραγγελία υψηλής ζήτησης για προϊόντα Silk και Profimed

Σε αυτό το σενάριο, η ζήτηση για τα ράμματα Silk και Profimed παρουσιάζει σημαντική αύξηση λόγω μιας μεγάλης παραγγελίας από έναν μεγάλο πελάτη. Αυτή η ξαφνική έξαρση της ζήτησης δοκιμάζει την ικανότητα του μοντέλου να κλιμακώνει την παραγωγή για αυτούς τους συγκεκριμένους τύπους ραμμάτων, εξισορροπώντας παράλληλα τους πόρους στα υπόλοιπα προϊόντα.

2. Σενάριο : Διακοπή λειτουργίας μηχανής

Αυτό το σενάριο προσομοιώνει τη βλάβη και την υπολειτουργία ενός από τα δύο μηχανήματα που χρησιμοποιούνται στην παραγωγή. Το μοντέλο δοκιμάζεται υπό την προϋπόθεση ότι η μία μηχανή λειτουργεί με μειωμένη δυναμικότητα, αναγκάζοντας την ανακατανομή της παραγωγής στην δεύτερη μηχανή. Το σενάριο αυτό εξετάζει την ικανότητα του μοντέλου να επιτύχει τους στόχους παραγωγής παρά την περιορισμένη δυναμικότητα των μηχανών και αξιολογεί το ενδεχόμενο μη ικανοποίησης της ζήτησης ή καθυστέρησης των αποστολών.

3. Σενάριο : Αυξημένο κόστος εργασίας με παράλληλη αύξηση της ζήτησης για τα προϊόντα Silk και Profimed

Σε αυτό το σενάριο, υπάρχει τόσο σημαντική αύξηση της ζήτησης για ράμματα Silk και Profimed λόγω μιας μεγάλης παραγγελίας, όσο και ταυτόχρονη αύξηση του κόστους εργασίας. Αυτό δοκιμάζει την ικανότητα του μοντέλου να διαχειρίζεται την υψηλή ζήτηση, ενώ λειτουργεί υπό αυξημένο κόστος εργασίας, το οποίο μπορεί να επηρεάσει τη χρήση της δεύτερης βάρδιας. Οι προσαρμοσμένες παράμετροι περιλαμβάνουν υψηλότερο κόστος εργασίας σε όλες τις γραμμές παραγωγής και μια αιχμή στη ζήτηση για τα προϊόντα Silk και Profimed.

4. Σενάριο : Αυξημένο κόστος πρώτων υλών

Αυτό το σενάριο διερευνά τον αντίκτυπο μιας ξαφνικής αύξησης του κόστους των πρώτων υλών, όπως η τιμή των νημάτων και των βελόνων. Αυτό το σενάριο αποτελεί πρόκληση για το μοντέλο να εξισορροπήσει την αποδοτικότητα του κόστους παραγωγής, διατηρώντας παράλληλα την κερδοφορία. Οι βασικές παράμετροι που προσαρμόζονται σε αυτή την περίπτωση είναι το κόστος των πρώτων υλών, το οποίο αυξάνεται σημαντικά σε όλους τους τύπους ραμμάτων.

Αποτελέσματα και υπολογιστική ανάλυση

4.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο, αναπτύξαμε τη μαθηματική θεμελίωση και τη διαμόρφωση με βάση τα δεδομένα για τρία διαφορετικά μοντέλα πολλαπλών περιόδων: το βασικό μοντέλο πολλαπλών περιόδων, το μοντέλο πολλαπλών περιόδων με επιβάρυνση δεύτερης βάρδιας και το μοντέλο πολλαπλών περιόδων με επιβάρυνση καθυστερήσεων. Καθένα από αυτά τα μοντέλα σχεδιάστηκε για να αντιμετωπίσει διάφορες προκλήσεις στο πλαίσιο της διαδικασίας προγραμματισμού παραγωγής, προσομοιώνοντας διαφορετικά σενάρια παραγωγής κάτω από μια σειρά λειτουργικών περιορισμών.

Το βασικό μοντέλο πολλαπλών περιόδων αντιπροσωπεύει το προκαθορισμένο λειτουργικό πλαίσιο χωρίς πρόσθετες πολυπλοκότητες όπως δεύτερες βάρδιες ή ποινές. Αυτό το μοντέλο βελτιστοποιεί τον προγραμματισμό παραγωγής σε πολλαπλές χρονικές περιόδους λαμβάνοντας υπόψη τη ζήτηση, τους περιορισμούς χωρητικότητας και τα επίπεδα αποθεμάτων, παρέχοντας ένα θεμελιώδες σημείο σύγκρισης.

Το δεύτερο μοντέλο εισάγει την έννοια της δεύτερης βάρδιας, η οποία ενεργοποιείται όταν η ζήτηση υπερβαίνει τη δυναμικότητα παραγωγής της πρώτης βάρδιας. Επιτρέποντας μια δεύτερη βάρδια, το μοντέλο προσφέρει μια ευέλικτη λύση για την κάλυψη υψηλότερων αναγκών παραγωγής, αλλά με πρόσθετο κόστος εργασίας, παρέχοντας την ευκαιρία να διερευνηθούν οι συμβιβασμοί μεταξύ της ικανοποίησης της ζήτησης και της ανάληψης αυξημένου λειτουργικού κόστους.

Το τρίτο μοντέλο ενσωματώνει μια ποινή για καθυστερήσεις παραγγελιών, η οποία έχει σχεδιαστεί για να τιμωρεί την ανεκπλήρωτη ζήτηση ή τις ελλείψεις σε διάφορες χρονικές περιόδους. Αυτό επιτρέπει τη βαθύτερη διερεύνηση του αντίκτυπου των καθυστερήσεων παραγγελιών στη συνολική κερδοφορία, ιδίως σε σενάρια όπου η ζήτηση υπερβαίνει σημαντικά την παραγωγική ικανότητα.

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα υπολο-

γιστικά πειράματα που διεξήχθησαν για καθένα από αυτά τα μοντέλα σε διάφορα σύνολα παραμέτρων. Ο βασικός στόχος είναι να αξιολογηθεί ο τρόπος με τον οποίο τα μοντέλα αυτά αποδίδουν υπό διαφορετικά σενάρια, με διαφορετική αντίστοιχα ζήτηση, κόστος εργασίας, διαθεσιμότητα πρώτων υλών και περιορισμούς παραγωγής σε ένα βραχυπρόθεσμο χρονικό διάστημα. Στα δικά μας πειράματα το διάστημα αυτό θα αντιστοιχεί σε **έξι** περιόδους.

Η ανάλυση επικεντρώνεται σε βασικές μετρήσεις, όπως η αντικειμενική αξία (που αντιπροσωπεύει τη συνολική κερδοφορία), η αξιοποίηση της δεύτερης βάρδιας στα σχετικά μοντέλα, οι κυρώσεις που προκύπτουν από την ανεκπλήρωτη ζήτηση (ελλείψεις) και τα συνολικά μοτίβα παραγωγής και αποστολής. Τα αποτελέσματα αυτά θα επιτρέψουν τη συγκριτική αξιολόγηση των μοντέλων, προσφέροντας πληροφορίες σχετικά με την πρακτική εφαρμογή και την απόδοσή τους υπό διαφορετικές επιχειρησιακές συνθήκες.

4.2 Επισκόπηση αποτελεσμάτων: Αντικειμενική Αξία, Χρήση Δεύτερης Βάρδιας και Επιβάρυνση Καθυστερήσεων

Σε αυτή την ενότητα, η εστίαση θα δοθεί στις τρεις βασικές πτυχές των επιδόσεων των μοντέλων: αντικειμενική αξία (κέρδος), χρήση δεύτερης βάρδιας και επιβάρυνση ελλείψεων. Σε κάθε υποενότητα θα συζητηθεί ο τρόπος με τον οποίο αυτές οι μετρήσεις διαφέρουν μεταξύ των μοντέλων και των συνόλων παραμέτρων.

4.2.1 Σύγκριση Αντικειμενικών Τιμών

Στόχος:

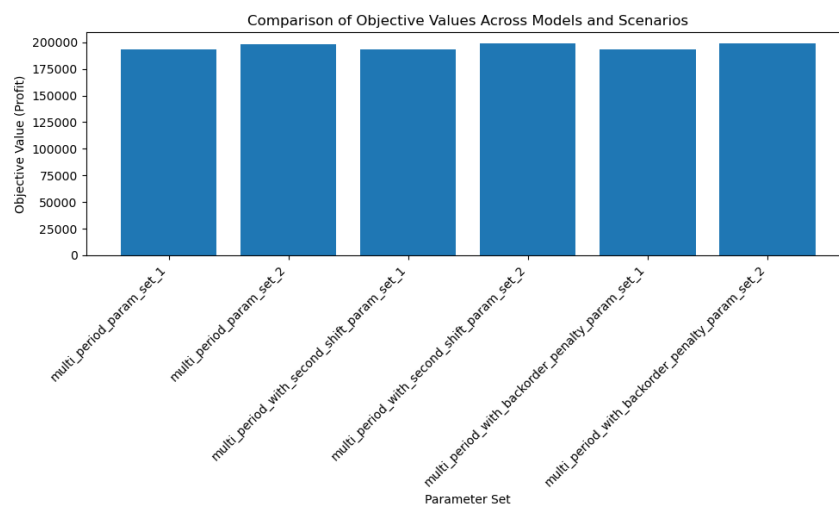
Ο πρωταρχικός στόχος αυτής της σύγκρισης είναι η αξιολόγηση των αντικειμενικών τιμών (κέρδος) σε διαφορετικά μοντέλα και σύνολα παραμέτρων. Κάθε σενάριο μοντέλου, είτε βασικό είτε ενισχυμένο με δεύτερη βάρδια ή ποινή για καθυστερημένες παραγγελίες, παρουσιάζει μοναδικά χαρακτηριστικά που επηρεάζουν τη συνολική κερδοφορία. Οι αντικειμενικές τιμές οπτικοποιήθηκαν στα ραβδογράμματα, τα οποία απεικονίζουν την απόδοση κάθε μοντέλου υπό διαφορετικές συνθήκες.

Ανάλυση:

Τα διαγράμματα παρέχουν μια συγκριτική εικόνα των αντικειμενικών τιμών για κάθε συνδυασμό μοντέλων και συνόλων παραμέτρων.

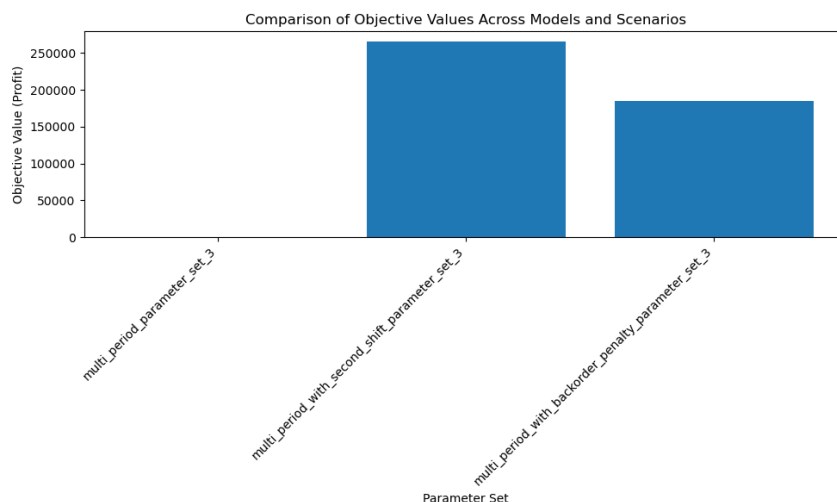
- **Πείραμα 1:** Κατά το πρώτο πείραμα, οι αντικειμενικές τιμές για τα σύνολα παραμέτρων 1 και 2 (**Βασική ζήτηση**) και τα τρία μοντέλα (πολλαπλών περιόδων, πολλαπλών περιόδων με δεύτερη βάρδια και πολλαπλών περιόδων με ποινή καθυστερήσεων) παρουσίασαν σχετικά μικρές διαφοροποιήσεις. Όπως φαίνεται στο ραβδόγραμμα 4.1,

το μοντέλο πολλαπλών περιόδων χωρίς κυρώσεις ή δεύτερη βάρδια είχε καλή απόδοση και παρέμεινε ανεπηρέαστο όταν εισήχθησαν κυρώσεις για τις καθυστερήσεις παραγγελιών, γεγονός που αντανακλά κάλυψη της συνολικής ζήτησης. Η εισαγωγή δεύτερης βάρδιας επίσης δεν παρουσίασε διαφορές στην αντικειμενική τιμή σε σύγκριση με το πρώτο, υποδεικνύοντας ότι η πρόσθετη δυναμικότητα, σε αυτή τη περίπτωση, δεν χρειάστηκε για την αποτελεσματικότερη κάλυψη της ζήτησης. Επομένως, υπό κανονικές συνθήκες, το βασικό μοντέλο λειτουργεί ομαλά και ανταποκρίνεται πλήρως στη ζήτηση.



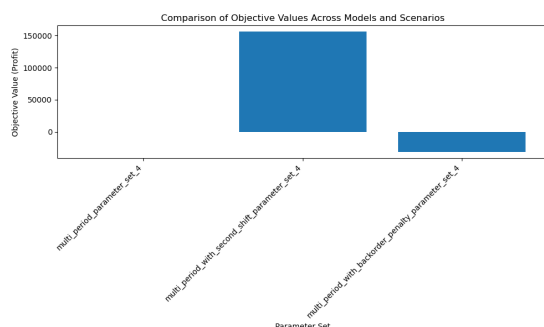
Εικόνα 4.1 : Ραβδόγραμμα αντικειμενικών τιμών για τυπικές συνθήκες (πείραμα 1)

- Πείραμα 2:** Για το δεύτερο πείραμα χρησιμοποιήθηκε το σύνολο παραμέτρων 3, δηλαδή το σενάριο της υψηλής ζήτησης των προϊόντων "Silk" και "Profimed" για τρεις από τις έξι περιόδους. Στο συγκεκριμένο πείραμα, για το μοντέλο πολλαπλών περιόδων δεν βρέθηκε βελτιστη τιμή, καθώς για το σενάριο αυτό δεν βρέθηκε λύση με κέρδος. Αντίθετα, το μοντέλο πολλαπλών περιόδων με δεύτερη βάρδια παρουσίασε σημαντική βελτίωση της αντικειμενικής τιμής, όπως απεικονίζεται στο δεύτερο διάγραμμα 4.2. Το αποτέλεσμα αυτό δείχνει ότι η ενεργοποίηση της δεύτερης βάρδιας επέτρεψε στις γραμμές παραγωγής να συμβαδίσουν με την αυξημένη ζήτηση. Το μοντέλο πολλαπλών περιόδων με ποινή καθυστερήσεων παρουσίασε σημαντική υστέρηση σε αυτό το σενάριο, με μειωμένο κέρδος λόγω των ποινών που προκύπτουν από την ανεκπλήρωτη ζήτηση. Το αποτέλεσμα αυτό υπογραμμίζει τη σημασία της ύπαρξης επαρκούς παραγωγικής ικανότητας για την αντιμετώπιση περιόδων αυξημένης ζήτησης και την ανάγκη προσθήκης δεύτερης βάρδιας, έστω και προσωρινής σε καταστάσεις όπως αυτή.

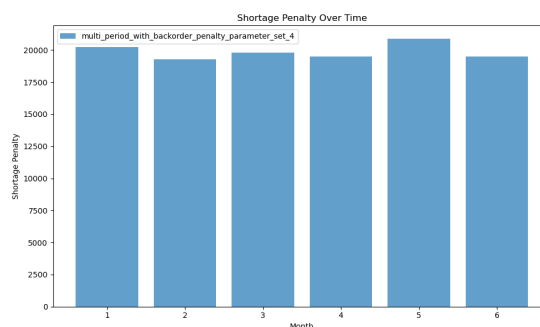


Εικόνα 4.2 : Παβδόγραμμα αντικειμενικών τιμών για το σενάριο υψηλής ζήτησης προϊόντων (πείραμα 2)

- Πείραμα 3:** Στο πείραμα αυτό εφαρμόστηκε το σύνολο παραμέτρων 4, δηλαδή το σενάριο υπολειτουργείας ενός εκ των δύο μηχανών παραγωγής. Συγκεκριμένα εξετάστηκε η περίπτωση που η μία μηχανή εκ των δύο λειτουργεί στο ένα τρίτο ($\frac{1}{3}$) της ομαλής λειτουργίας της. Το σενάριο αυτό είχε σημαντική επίδραση στα μοντέλα, όπως φαίνεται στο τρίτο διάγραμμα 4.3. Το **βασικό μοντέλο πολλαπλών περιόδων** ήταν ανέφικτο λόγω της περιορισμένης παραγωγικής ικανότητας που προκλήθηκε από τη βλάβη ενός μηχανήματος. Το **μοντέλο πολλαπλών περιόδων με δεύτερη βάρδια** κατάφερε να επιτύχει αντικειμενική τιμή **155.929,65€**, ενώ το **μοντέλο πολλαπλών περιόδων με ποινή καθυστέρησης** οδήγησε σε σημαντική απώλεια (**-31.254,40€**) λόγω των μεγάλων ποινών που συνδέονται με την ανεκπλήρωτη ζήτηση 4.11. Αυτός ο συνδυασμός καταδεικνύει τον κρίσιμο ρόλο της συνεχούς διαθεσιμότητας των μηχανημάτων και τον τρόπο με τον οποίο οι κυρώσεις μπορούν να επηρεάσουν σοβαρά την κερδοφορία όταν διακυβεύεται η παραγωγική ικανότητα του συστήματος.

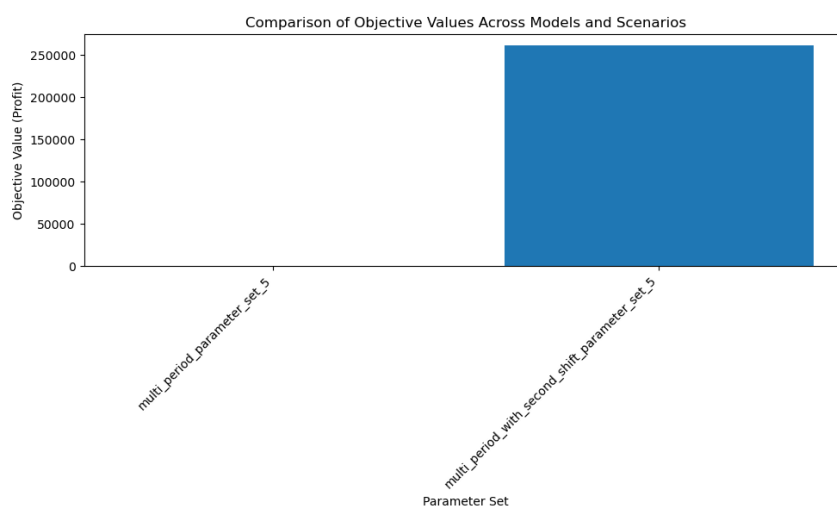


Εικόνα 4.3 : Παβδόγραμμα αντικειμενικών τιμών για το πείραμα 3



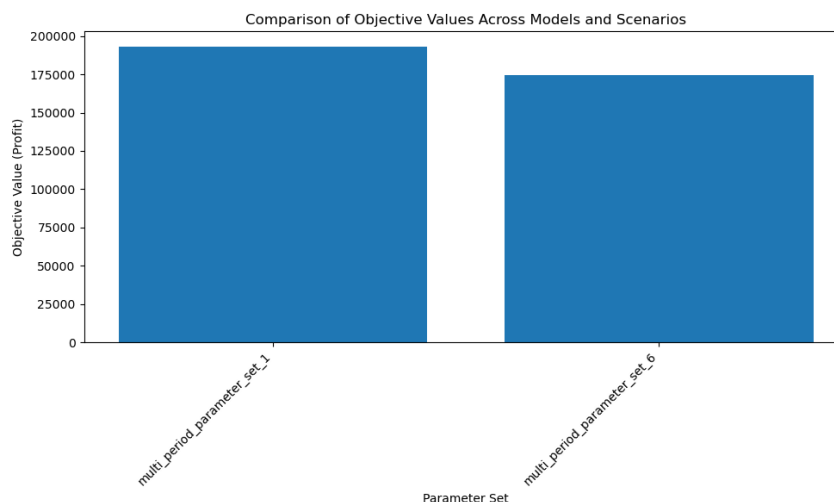
Εικόνα 4.4 : Παβδόγραμμα των ελλείψεων για το πείραμα 3

- **Πείραμα 4:** Στο τέταρτο πείραμα χρησιμοποιήθηκε το σενάριο αυξημένου κόστους εργασίας με παράλληλη αυξημένη ζήτηση για τα προϊόντα "Silk" και "Profimed" για να συγκριθούν στις συνθήκες αυτές το βασικό μοντέλο πολλαπλών περιόδων και το μοντέλο πολλαπλών περιόδων με δεύτερη βάρδια. Σε αυτό το σενάριο, το μοντέλο πολλαπλών περιόδων με δεύτερη βάρδια παρουσίασε την υψηλότερη αντικειμενική αξία, φτάνοντας τα **261.174,60€**, όπως φαίνεται στο διάγραμμα αντικειμενικών τιμών 4.5. Η δεύτερη βάρδια επέτρεψε στο σύστημα να ανταποκριθεί αποτελεσματικά στην υψηλή ζήτηση, ακόμη και με αυξημένο κόστος εργασίας. Το βασικό μοντέλο, ωστόσο, ήταν ανέφικτο λόγω του υπερβολικού κόστους και των περιορισμών χωρητικότητας.



Εικόνα 4.5 : Ραβδόγραμμα αντικειμενικών τιμών για το σενάριο υψηλής ζήτησης προϊόντων και αυξημένου κόστους εργασίας(πείραμα 4)

- **Πείραμα 5:** Στο τελευταίο πείραμα, αναλύσαμε τις επιπτώσεις του αυξημένου κόστους πρώτων υλών στο **βασικό μοντέλο πολλαπλών περιόδων** συγκρίνοντας την απόδοση του υπό κανονικές συνθήκες και υπό συνθήκες αυξημένου κόστους. Όπως αναμενόταν, το μοντέλο παρουσίασε μείωση της αντικειμενικής τιμής όταν αυξήθηκε το κόστος των πρώτων υλών, αναδεικνύοντας την επίδραση του στην κερδοφορία 4.6. Παρά το μειωμένο κέρδος, το σύστημα κατόρθωσε να παραμείνει εφικτό χωρίς την ανάγκη για πρόσθετες βάρδιες ή μοντέλα με περιθώριο ποινών. Αυτό το σενάριο υπογραμμίζει την άμεση επίδραση των διακυμάνσεων του κόστους των πρώτων υλών στη συνολική κερδοφορία του συστήματος.



Εικόνα 4.6 : Ραβδόγραμμα αντικειμενικών τιμών του βασικού μοντέλου «πολλαπλών περιόδων» για το σενάριο αυξημένων κόστους πρώτων υλών (πείραμα 5)

Καταλήγοντας, η ανάλυση των αντικειμενικών τιμών σε διαφορετικά μοντέλα και σύνολα παραμέτρων αναδεικνύει τον κρίσιμο ρόλο της διαχείρισης της χωρητικότητας, της ικανοποίησης της ζήτησης και της επιβολής ποινών στον καθορισμό της κερδοφορίας του συστήματος. Το **μοντέλο πολλαπλών περιόδων με δεύτερη βάρδια** είχε σταθερά καλύτερες επιδόσεις σε σενάρια όπου η ζήτηση υπερέβαινε την τυπική δυναμικότητα ή όταν συνέβαιναν διαταραχές όπως βλάβες μηχανών. Το **μοντέλο πολλαπλών περιόδων με ποινή καθυστερήσεων**, το οποίο παρουσιάζει μία παραγωγή πιο κοντά στον πραγματικό κόσμο, λόγω της μείωσης των κερδών σε περίπτωση ελλείψεων, είχε σημαντικές μειώσεις στο κέρδος σε περιπτώσεις σε σχέση με τα υπόλοιπα μοντέλα, ειδικά σε περιπτώσεις όπου η ζήτηση δεν μπορούσε να ικανοποιηθεί.

4.2.2 Χρήση δεύτερης βάρδιας

Σε αυτή την ενότητα, επικεντρωνόμαστε στην ανάλυση της χρήσης της δεύτερης βάρδιας. Η δεύτερη βάρδια φάνηκε πως επιτρέπει την αύξηση της παραγωγικής ικανότητας σε περιόδους υψηλής ζήτησης ή λειτουργικών περιορισμών, όπως βλάβες μηχανών ή ελλείψεις εργατικού δυναμικού. Το διάγραμμα **χρήσης της δεύτερης βάρδιας** για κάθε συνδυασμό παρέχει βασικές πληροφορίες σχετικά με το πόσο συχνά ενεργοποιήθηκε η δεύτερη βάρδια για την αντίστοιχη γραμμή παραγωγής, σε όλες τις περιόδους.

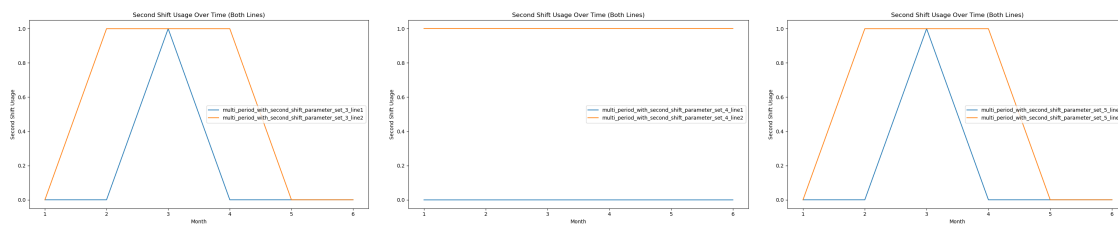
Στόχος:

Ο στόχος αυτού του υποκεφαλαίου είναι να συζητηθεί πόσο συχνά χρησιμοποιήθηκε η δεύτερη βάρδια στα σενάρια όπου ενεργοποιήθηκε και να αναλυθεί ο τρόπος με τον οποίο το μοντέλο ανταποκρίθηκε στις απαιτήσεις της παραγωγής σε αυτές τις περιόδους.

Ανάλυση:

Η δεύτερη βάρδια εφαρμόστηκε στο μοντέλο πολλαπλών περιόδων με δεύτερη βάρδια με τα διάφορα σύνολα παραμέτρων για να αντιμετωπιστούν οι αιχμές της ζήτησης και άλλοι λειτουργικοί περιορισμοί. Όπως φαίνεται στα διαγράμματα **χρήσης της δεύτερης βάρδιας** για τα πειράματα 2, 3 και 4 4.7 4.8 4.9, η δεύτερη βάρδια ενεργοποιήθηκε κυρίως σε μήνες με υψηλή ζήτηση. Στα πειράματα 2 και 4, όπου η ζήτηση δύο προϊόντων αυξήθηκε εκθετικά για τρεις μήνες, με τη διαφορά στο τέταρτο πείραμα να αυξάνεται παράλληλα και το κόστος του εργατικού δυναμικού, παρατηρούμε πως καλήφθηκε κατά το πλείστον η ζήτηση χωρίς η επιβάρυνση του κόστους αυτού να επηρεάζει σοβαρά τα κέρδη (265.842,6€ για το πείραμα 2 και 261.174,6€ για το πείραμα 4).

Στο **πείραμα 3** (σενάριο διακοπής λειτουργίας μηχανής), η δεύτερη βάρδια χρησιμοποιήθηκε εκτενώς από τον μήνα 2 και μετά, καθώς η μειωμένη δυναμικότητα της μηχανής 1 δημιουργήσε συμφόρηση στην παραγωγή. Το μοντέλο ενεργοποίησε τη δεύτερη βάρδια για να αντισταθμίσει τη βλάβη της μηχανής, γεγονός που απεικονίζεται σαφώς στο διάγραμμα **χρήσης της δεύτερης βάρδιας για το σύνολο παραμέτρων 4** 4.8.



Εικόνα 4.7 : Διάγραμμα **Εικόνα 4.8 :** Διάγραμμα **Εικόνα 4.9 :** Διάγραμμα
χρήσης δεύτερης βάρδιας για χρήση δεύτερης βάρδιας για χρήση δεύτερης βάρδιας για
το πείραμα 2 το πείραμα 3 το πείραμα 4

4.2.3 Επιβάρυνση ελλείψεων

Σε αυτή την ενότητα, εξετάζουμε τις ποινές έλλειψης που προκύπτουν από το **μοντέλο πολλαπλών περιόδων με ποινή καθυστερήσεων**, ειδικά σε σενάρια όπου η μη ικανοποιημένη ζήτηση προκαλεί επιπλέον κόστος. Το **διάγραμμα ποινών έλλειψης** παρέχει μια οπτική αναπαράσταση των ποινών που προκύπτουν για κάθε σύνολο παραμέτρων σε διάφορους μήνες, επισημαίνοντας τις περιόδους όπου οι περιορισμοί παραγωγής εμπόδισαν το μοντέλο να ικανοποιήσει τη ζήτηση.

Στόχος:

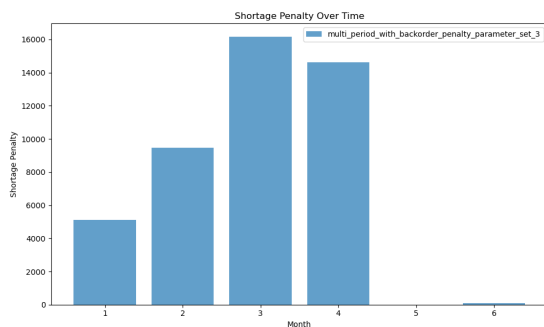
Ο στόχος είναι να αναλυθούν οι ποινές έλλειψης που προέκυψαν λόγω μη ικανοποιημένης ζήτησης σε διάφορα σενάρια και η ανταπόκριση του μοντέλου σε αυτούς τους περιορισμούς. Η έμφαση θα δοθεί στην κατανόηση του γιατί σε ορισμένες περιόδους σημειώθηκαν υψηλότερες ποινές και πώς αυτές οι ποινές επηρέασαν τη συνολική απόδοση του μοντέλου.

Ανάλυση:

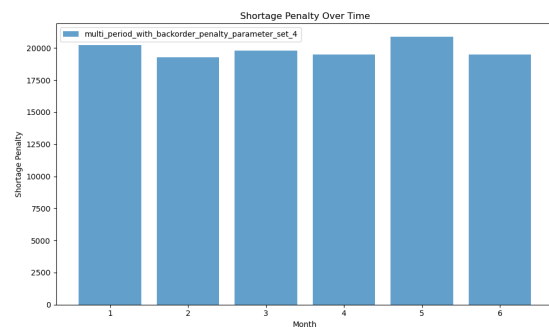
Τα **διαγράμματα ποινών έλλειψης** για κάθε συνδυασμό δείχνουν ότι οι ποινές έλ-

λειψής προέκυψαν σε σενάρια όπου η παραγωγική ικανότητα περιορίζει την δυνατότητα του μοντέλου να ανταποκριθεί στη ζήτηση. Στο **πείραμα 3** (σενάριο υπολειτουργίας μηχανής), το μοντέλο υπέστη σημαντικές ποινές κατά τους μήνες 3 και 4 λόγω της μειωμένης δυναμικότητας της μηχανής 1, η οποία δεν μπορούσε να ανταποκριθεί στη ζήτηση για πολλαπλούς τύπους ραμμάτων. Το **διαγράμματα ποινών έλλειψης** για το σενάριο αυτό δείχνει σαφώς ότι το μοντέλο δυσκολευόταν να συμβαδίσει με τη ζήτηση, λόγω της υπολειτουργίας της μίας εκ των δύο μηχανών, οδηγώντας σε ανεκπλήρωτη ζήτηση και αυξημένο κόστος ανεπάρκειας 4.11.

Στο **πείραμα 2** (Υψηλή ζήτηση για τα προϊόντα Silk και Profimed), το μοντέλο ποινής ανεπάρκειας εμφάνισε επίσης ποινές κατά τους πρώτους μήνες, καθώς το σύστημα παραγωγής δεν μπορούσε να προσαρμοστεί αμέσως στην απότομη αύξηση της ζήτησης για τα ράμματα αυτά. Όπως απεικονίζεται στο γράφημα **ποινής έλλειψης για το πείραμα 2** 4.10, το μοντέλο αντιμετώπισε σημαντικές ποινές τους μήνες της υπέρογκης ζήτησης, χωρίς η παραγωγή να καταφέρει να καλύψει την αιχμή της ζήτησης.



Εικόνα 4.10 : Ραβδόγραμμα των ελλείψεων για το πείραμα 2



Εικόνα 4.11 : Ραβδόγραμμα των ελλείψεων για το πείραμα 3

Ο αντίκτυπος των ποινών στη συνολική αντικειμενική τιμή (κέρδη) είναι σημαντικός. Όπως φαίνεται στο ραβδόγραμμα αντικειμενικών τιμών για τα πειράματα 2 και 3 4.2 4.3, το μοντέλο ποινών καθυστέρησης απέδωσε σταθερά χαμηλότερα κέρδη σε σύγκριση με το μοντέλο δεύτερης βάρδιας. Η διαφορά αυτή αποδίδεται σε μεγάλο βαθμό στις ποινές που επιβάλλονται για την ανεκπλήρωτη ζήτηση, οι οποίες επιτρέπουν στο μοντέλο να βρει λύση μη ικανοποιώντας την ζήτηση, δίνοντας έτσι μια πιο ρεαλιστική μορφή που πλησιάζει τον πραγματικό κόσμο.

4.3 Ανάλυση παραγωγής και αποστολής προϊόντων

Αυτή η ενότητα παρέχει μια σε βάθος ανάλυση της συμπεριφοράς παραγωγής και αποστολής για τα προϊόντα **μεταξιού** (silk) σε όλα τα διαφορετικά μοντέλα και σύνολα πα-

ραμέτρων. Διερευνώνται οι ποσότητες παραγωγής και αποστολής για να εντοπιστούν τα λειτουργικά μοτίβα και το πόσο αποτελεσματικά τα μοντέλα αντιμετώπισαν τις διαφορετικές απαιτήσεις και περιορισμούς.

4.3.1 Παραγωγή προϊόντων μεταξιού

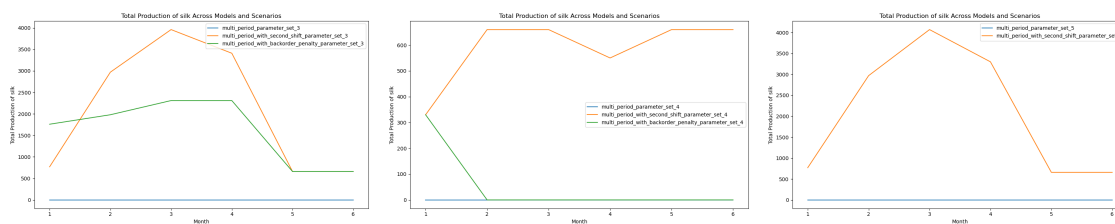
Η παραγωγή του μεταξιού ποικίλλει σημαντικά μεταξύ των διαφόρων μοντέλων και σεναρίων. Ειδικότερα, η εισαγωγή μιας δεύτερης βάρδιας σε ορισμένα μοντέλα είχε αξιοσημείωτη επίδραση στα επίπεδα παραγωγής, ιδίως στα σενάρια αυξημένης ζήτησης.

Στα σενάρια 1 και 3, τα οποία προσομοιώνουν συνθήκες με αυξημένη ζήτηση για μετάξι και *profimed* σε συνδυασμό με αυξημένο κόστος εργασίας στην περίπτωση του τρίτου, η δεύτερη βάρδια επέτρεψε σημαντική αύξηση της παραγωγής. Κατά το δεύτερο πείραμα, εφαρμόζοντας το σενάριο 1, το **μοντέλο πολλαπλών περιόδων με δεύτερη βάρδια** κατάφερε να παράγει έως και 3.960 μονάδες μεταξιού κατά τον τρίτο μήνα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.12. Αυτό ήταν μια σημαντική βελτίωση σε σύγκριση με το **μοντέλο πολλαπλών περιόδων με ποινή καθυστερήσεων**, το οποίο παρήγαγε μόνο 2.310 μονάδες κατά τον ίδιο μήνα, λόγω του περιορισμού μίας μόνο βάρδιας.

Για το τεταρτο πείραμα (εφαρμογή σεναρίου 3), παρατηρήθηκε παρόμοια τάση. Το μοντέλο της δεύτερης βάρδιας επέτρεψε και πάλι την παραγωγή να ξεπεράσει τις 4.000 μονάδες τους μήνες αιχμής, ενώ το βασικό μοντέλο δεν κατάφερε πάλι να βρεί βέλτιστη λύση ώστε να παράξει μονάδες μεταξιού 4.14.

Αντίθετα, για το πείραμα 3 (σενάριο διακοπής λειτουργίας μηχανής), η παραγωγή ήταν πιο περιορισμένη σε όλους τους τομείς. Η εισαγωγή μιας δεύτερης βάρδιας επέτρεψε πάλι στο μοντέλο να παράγει περισσότερες μονάδες μεταξιού σε σύγκριση με τα άλλα μοντέλα, αλλά τα συνολικά επίπεδα παραγωγής ήταν χαμηλότερα, καθώς μία από τις μηχανές υπολειτουργούσε. Το **μοντέλο πολλαπλών περιόδων με δεύτερη βάρδια** παρήγαγε περίπου 600 μονάδες ανά μήνα, ενώ τα άλλα δύο μοντέλα δεν κατάφεραν να αποδώσουν θετικά αποτελέσματα λόγω περιορισμών στην παραγωγική ικανότητα 4.13.

Τα αποτελέσματα αυτά υπογραμμίζουν πώς η χρήση της δεύτερης βάρδιας είχε σημαντικό αντίκτυπο στην επίτευξη των στόχων παραγωγής, ιδίως σε μήνες υψηλής ζήτησης. Η δυνατότητα ενεργοποίησης της δεύτερης βάρδιας επέτρεψε στο μοντέλο να ξεπεράσει τους περιορισμούς χωρητικότητας και να ανταποκριθεί αποτελεσματικά στη ζήτηση.



Εικόνα 4.12 : Διάγραμμα παραγωγής προϊόντων μεταξιού για το πείραμα 2 **Εικόνα 4.13 :** Διάγραμμα παραγωγής προϊόντων μεταξιού για το πείραμα 3 **Εικόνα 4.14 :** Διάγραμμα παραγωγής προϊόντων μεταξιού για το πείραμα 4

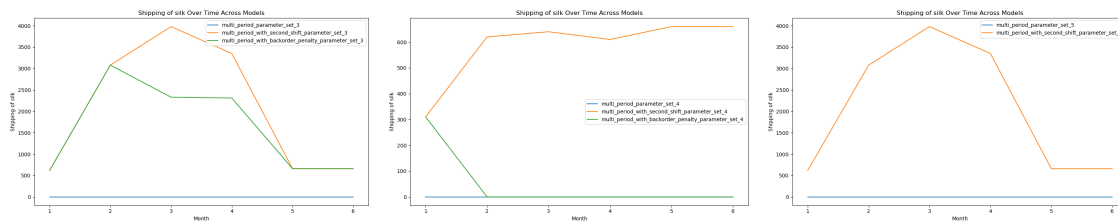
4.3.2 Αποστολή προϊόντων μεταξιού

Τα επίπεδα αποστολής του μεταξιού ποικίλλουν σημαντικά ανάλογα με το σενάριο και το μοντέλο. Στο δεύτερο πείραμα, κατά την εφαρμογή του σεναρίου υψηλής ζήτησης προϊόντων, το **μοντέλο πολλαπλών περιόδων με δεύτερη βάρδια** ήταν σε θέση να αποστείλλει πάνω από 3.500 μονάδες κατά τους μήνες αιχμής 4.15, καλύπτοντας πλήρως την αυξημένη ζήτηση. Το βασικό μοντέλο, από την άλλη πλευρά δεν κατάφερε να αποστείλλει μονάδες και **μοντέλο πολλαπλών περιόδων με ποινή καθυστερήσεων** απέστειλε λιγότερες από 3.000 μονάδες τους περισσότερους μήνες.

Ομοίως, στο τεταρτο πείραμα (εφαρμογή σεναρίου 3), το μοντέλο δεύτερης βάρδιας εξασφάλισε ότι τα επίπεδα αποστολής μεγιστοποιήθηκαν, ενώ το βασικό μοντέλο υστέρησε στην κάλυψη της ζήτησης λόγω των περιορισμών της παραγωγής 4.17.

Στο τρίτο πείραμα (σενάριο διακοπής λειτουργίας μηχανών), τα επίπεδα αποστολής ήταν σημαντικά χαμηλότερα λόγω της μειωμένης παραγωγικής ικανότητας. Ακόμη και με την ενεργοποίηση της δεύτερης βάρδιας, η υποαπόδοση ενός μηχανήματος σήμαινε ότι οι ποσότητες αποστολής για τα προϊόντα μεταξιού δεν ξεπέρασαν ποτέ τις 660 μονάδες ανά μήνα, ενώ το **μοντέλο πολλαπλών περιόδων με ποινή καθυστερήσεων** δεν απέστειλε μονάδες τους περισσότερους μήνες 4.16. Να σημειωθεί εδώ πως αυτό συνέβη καθώς το τελευταίο μοντέλο, μην έχοντας την παραγωγική ικανότητα να καλύψει ολόκληρη τη ζήτηση, προτίμησε να κατανέμει τους παραγωγικούς πόρους για την παραγωγή και αποστολή προϊόντων "Profimed", τα οποία έχουν παρόμοιο κόστος κατασκευής με το μετάξι, αλλά αρκετά μεγαλύτερο περιθώριο κέρδους.

Συνολικά, το **μοντέλο πολλαπλών περιόδων με δεύτερη βάρδια** υπερείχε σταθερά έναντι των υπολοίπων όσον αφορά τις ποσότητες αποστολής, ιδίως σε σενάρια με αυξημένη ζήτηση ή περιορισμούς. Αυτό δείχνει ότι η ενεργοποίηση μιας δεύτερης βάρδιας όχι μόνο ενίσχυσε την παραγωγή αλλά και εξασφάλισε την αποτελεσματικότερη επίτευξη των στόχων αποστολής.



Εικόνα 4.15 : Διάγραμμα αποστολής προϊόντων μεταξιού για το πείραμα 2 **Εικόνα 4.16 :** Διάγραμμα αποστολής προϊόντων μεταξιού για το πείραμα 3 **Εικόνα 4.17 :** Διάγραμμα αποστολής προϊόντων μεταξιού για το πείραμα 4

4.4 Σχολιασμός των αποτελεσμάτων

Η ανάλυση σε διάφορα μοντέλα και σενάρια αποκαλύπτει ορισμένες καίριες διαπιστώσεις. Η συμπερίληψη μιας δεύτερης βάρδια ήταν ζωτικής σημασίας σε σενάρια υψηλής ζήτησης, όπου αύξησε σημαντικά τα επίπεδα παραγωγής και αποστολής. Χωρίς τη δεύτερη βάρδια, τα μοντέλα συχνά δεν μπορούσαν να ανταποκριθούν στη ζήτηση, όπως παρατηρήθηκε στο βασικό μοντέλο.

Σε σενάρια όπου η παραγωγή ήταν περιορισμένη, όπως το τρίτο πείραμα (βλάβη μηχανής), η δεύτερη βάρδια βοήθησε στην αντιμετώπιση ορισμένων πιέσεων στην παραγωγή, αλλά δεν μπορούσε να αντισταθμίσει πλήρως τη μειωμένη δυναμικότητα των μηχανών. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα χαμηλότερες ποσότητες αποστολής και ανεκπλήρωτη ζήτηση, ιδίως κατά τους μήνες αιχμής.

Αντίθετα, το μοντέλο πολλαπλών περιόδων με ποινή για καθυστερήσεις έδειξε πιο συντηρητικά πρότυπα παραγωγής και αποστολής, ιδίως στα σενάρια υψηλής ζήτησης προϊόντων, όπου ανέδειξε τη σημασία των ελλείψεων λόγω περιορισμένης παραγωγής, προσομοιώνοντας έτσι πιο ρεαλιστικά της συνθήκες μίας παραγωγικής διαδικασίας. Αυτό οδήγησε σε χαμηλότερη συνολική παραγωγή και κερδοφορία.

Συμπερασματικά, η χρήση δεύτερης βάρδιας αποδείχθηκε πολύτιμη στρατηγική για την αύξηση των επιπέδων παραγωγής και αποστολής, ιδίως σε σενάρια υψηλής ζήτησης. Ωστόσο, η αποτελεσματικότητα αυτής της προσέγγισης περιορίστηκε από άλλους περιορισμούς, όπως βλάβες μηχανών ή ελλείψεις πρώτων υλών. Το μοντέλο ποινών για καθυστερήσεις, αν και αποτελεσματικό στην ελαχιστοποίηση των ποινών, συχνά οδηγούσε σε μειωμένη λειτουργική αποτελεσματικότητα.

Συμπεράσματα

Τα αποτελέσματα της μελέτης προσέφεραν σημαντικές γνώσεις σχετικά με τον προγραμματισμό παραγωγής. Το μοντέλο πολλαπλών περιόδων που ενσωματώνει μια δεύτερη βάρδια έδειξε σταθερά υψηλότερη κερδοφορία σε σενάρια αυξημένης ζήτησης. Με την αύξηση της παραγωγικής ικανότητας, η δεύτερη βάρδια βοήθησε στην πιο αποτελεσματική ικανοποίηση της ζήτησης, ειδικά στο **Σενάριο 3: Υψηλή ζήτηση για Μετάξι και Profimed με αυξημένο κόστος εργασίας**. Η δεύτερη βάρδια αντιστάθμισε το πρόσθετο κόστος εργασίας, κάνοντάς την ένα πολύτιμο εργαλείο για την ενίσχυση της παραγωγής και της κερδοφορίας.

Αντίθετα, το μοντέλο με ποινές για καθυστερήσεις μείωσε την ανεκπλήρωτη ζήτηση, αλλά με χαμηλότερη συνολική κερδοφορία. Αυτό φαίνεται ξεκάθαρα στο **Σενάριο 1: Υψηλή ζήτηση για Μετάξι και Profimed**, όπου αν και το μοντέλο μείωσε τις ελλείψεις, αυτό είχε μεγάλο αντίκτυπο στα συνολικά κέρδη, αποφέροντας έτσι εμφανώς λιγότερα κέρδη σε σχέση με το μοντέλο με δεύτερη βάρδια. Ειδικά στο **Σενάριο 2: Βλάβη μηχανής**, η αντιστάθμιση μεταξύ της ελαχιστοποίησης των ελλείψεων και της διατήρησης της κερδοφορίας ήταν ανέφικτη και το κόστος μείωσης των ελλείψεων υπερέβη τα κέρδη.

Παράγοντες όπως η δυναμικότητα των μηχανημάτων διαδραμάτισαν καθοριστικό ρόλο. Στο **Σενάριο 2**, η μειωμένη δυναμικότητα εξοπλισμού εμπόδισε την παραγωγή, ακόμη και με τη δεύτερη βάρδια διαθέσιμη. Αυτό αναδεικνύει τη σημασία της αξιοπιστίας των μηχανημάτων, όπου η επιπλέον εργασία δεν μπορεί να αντισταθμίσει την ανεπαρκή χωρητικότητα του εξοπλισμού.

Τα πειράματα τόνισαν τις αντισταθμίσεις μεταξύ της αύξησης της παραγωγικής ικανότητας μέσω πρόσθετων βάρδιών και του κόστους που σχετίζεται με την ανεκπλήρωτη ζήτηση. Αυτά τα ευρήματα παρέχουν σημαντική καθοδήγηση για τη βελτιστοποίηση προγραμμάτων παραγωγής σε βιομηχανίες όπου η διαθεσιμότητα μηχανημάτων και η κυμαινόμενη ζήτηση είναι κρίσιμες παράμετροι.

Παρά τις επιτυχίες των παρόντων μοντέλων, υπάρχουν αρκετές δυνατότητες για μελλοντική έρευνα. Μια πιθανή κατεύθυνση είναι η ενσωμάτωση δυναμικών μεθόδων πρόβλεψης ζήτησης μέσω τεχνικών μηχανικής μάθησης [14]. Η προσέγγιση αυτή θα μπορούσε να βελτιώσει την ευελιξία του μοντέλου σε περιβάλλοντα με ευμετάβλητη ή εποχιακή ζήτηση. Οι

τεχνικές αυτές θα μπορούσαν να επιτρέψουν την προσαρμογή των προγραμμάτων παραγωγής σε πραγματικό χρόνο.

Μια άλλη πολλά υποσχόμενη κατεύθυνση είναι η χρήση παραλληλισμού για την επίλυση μεγαλύτερων και πιο σύνθετων προβλημάτων παραγωγής [2]. Εμπορικοί επιλυτές MIP, όπως οι CPLEX και Gurobi, υποστηρίζουν πολυνηματικές εκδόσεις που μπορούν να μειώσουν σημαντικά τους χρόνους επίλυσης, ενώ γλώσσες μοντελοποίησης, όπως οι GAMS και AMPL, μπορούν να αξιοποιήσουν παραλληλισμό μέσω ειδικών αλγορίθμων κατακερματισμού.

Η δυναμική αποσύνθεση των μεγάλων προβλημάτων παραγωγής σε μικρότερα, πιο εύκολα υποπροβλήματα είναι μία πολλά υποσχόμενη κατεύθυνση. Για παράδειγμα, η μέθοδος του "δυναμικού κατακερματισμού" (dynamic decomposition) μπορεί να εφαρμοστεί, με την εκχώρηση υποπροβλημάτων σε διαφορετικούς εργαζόμενους (computational workers), και με περαιτέρω κατακερματισμό των δύσκολων υποπροβλημάτων που δεν έχουν επιλυθεί εντός ενός καθορισμένου χρονικού ορίου [2]. Η ανάπτυξη τέτοιων μεθόδων παραλληλισμού θα μπορούσε να μειώσει σημαντικά τον χρόνο υπολογισμού και να βελτιώσει τη δυνατότητα αντιμετώπισης μεγαλύτερων, πολυπλοκότερων σεναρίων παραγωγής.

Συμπερασματικά, ενώ η παρούσα μελέτη παρέχει σημαντικές γνώσεις, η μελλοντική έρευνα μπορεί να βελτιώσει την επεκτασιμότητα και τον ρεαλισμό του μοντέλου, δίνοντας λύσεις σε μεγαλύτερα και πολυπλοκότερα προβλήματα παραγωγής.

Παράρτημα



Παράμετροι

Ράμματα, πρώτες ύλες, βελόνες και μέθοδοι αποστείρωσης για τις παραμέτρους παραγωγής

- **Suture Types:**

- propylen, polyamid, silk, polyester, profimed, steel, supramid, pga, pgla, rapid_pgla, monosorb, monofast.

- **Raw Material Types:**

- propylen_raw, polyamid_raw, silk_raw, polyester_raw, profimed_raw, steel_raw, supramid_raw, pga_raw, pgla_raw, rapid_pgla_raw, monosorb_raw, monofast_raw.

- **Needle Types:**

- straight, curve_3_8, curve_1_2.

- **Sterilization Methods:**

- A, B.

Σύνολο παραμέτρων 1

- **Initial Inventory:**

- propylen: 50, polyamid: 60, silk: 40, polyester: 50, profimed: 55, steel: 25, supramid: 60, pga: 30, pgla: 35, rapid_pgla: 27, monosorb: 20, monofast: 35

- **Initial Raw Inventory:**

- propylen_raw: 500, polyamid_raw: 600, silk_raw: 400, polyester_raw: 500, profimed_raw: 550, steel_raw: 250, supramid_raw: 600, pga_raw: 300, pgla_raw: 350, rapid_pgla_raw: 270, monosorb_raw: 200, monofast_raw: 350

- **Initial Needle Inventory:**

- straight: 500, curve_3_8: 600, curve_1_2: 700

- **Maximum Production Capacity:**

- line1: 14000, line2: 14000

- **Maximum Machine Capacity:**

- machine1: 9000, machine2: 9000

- **Batch Size:**

- propylen: 100, polyamid: 120, silk: 110, polyester: 130, profimed: 140, steel: 150, supramid: 160, pga: 90, pgla: 95, rapid_pgla: 85, monosorb: 80, monofast: 75

- **Maximum Employees:**

- line1: 15, line2: 15

- **Maximum Packaging Capacity:**

- pack_line1: 9000, pack_line2: 9000

- **Safety Stock:** 60 units for all suture types.

- **Demand (units per month):**

- propylen: [860, 800, 820, 840, 860, 880, 900, 920, 940, 960, 980, 1000]
 - polyamid: [940, 920, 900, 880, 860, 840, 820, 800, 780, 760, 740, 720]
 - silk: [620, 620, 640, 640, 660, 660, 680, 680, 700, 700, 720, 720]
 - polyester: [820, 840, 840, 860, 860, 880, 880, 900, 900, 920, 920, 940]
 - profimed: [900, 920, 920, 940, 940, 960, 960, 980, 980, 1000, 1000, 1020]
 - steel: [360, 360, 380, 380, 400, 400, 420, 420, 440, 440, 460, 460]
 - supramid: [540, 540, 560, 560, 580, 580, 600, 600, 620, 620, 640, 640]
 - pga: [620, 640, 640, 660, 660, 680, 680, 700, 700, 720, 720, 740]
 - pgla: [740, 760, 760, 780, 780, 800, 800, 820, 820, 840, 840, 860]
 - rapid_pgla: [580, 600, 600, 620, 620, 640, 640, 660, 660, 680, 680, 700]
 - monosorb: [200, 220, 220, 240, 240, 260, 260, 280, 280, 300, 300, 320]
 - monofast: [540, 560, 560, 580, 580, 600, 600, 620, 620, 640, 640, 660]

- **Prices (per unit):**

-
- propylen: 5, polyamid: 5.5, silk: 6, polyester: 6.5, profimed: 9, steel: 7.5, supramid: 8, pga: 5.2, pgla: 6.7, rapid_pgla: 6.2, monosorb: 6.7, monofast: 7.2
 - **Production Costs (per unit):**
 - propylen: 0.70, polyamid: 0.85, silk: 0.90, polyester: 1.00, profimed: 1.30, steel: 1.30, supramid: 1.10, pga: 0.75, pgla: 0.85, rapid_pgla: 0.95, monosorb: 1.00, monofast: 1.05
 - **Labor Costs (per employee):**
 - line1: 20, line2: 20
 - **Raw Material Costs (per unit):**
 - propylen_raw: 0.30, polyamid_raw: 0.35, silk_raw: 0.40, polyester_raw: 0.45, profimed_raw: 0.50, steel_raw: 0.55, supramid_raw: 0.60, pga_raw: 0.32, pgla_raw: 0.38, rapid_pgla_raw: 0.42, monosorb_raw: 0.47, monofast_raw: 0.52
 - **Needle Costs (per unit):** 0.10 for all needle types.
 - **Packaging Costs (per unit):**
 - propylen: 0.40, polyamid: 0.45, silk: 0.50, polyester: 0.55, profimed: 0.60, steel: 0.65, supramid: 0.70, pga: 0.42, pgla: 0.47, rapid_pgla: 0.52, monosorb: 0.57, monofast: 0.62
 - **Storage Costs:** 0.10 per unit.
 - **Sterilization Costs:** A: 0.15, B: 0.25 per unit.
 - **Cutting Costs:** 0.05 per unit.
 - **Maximum Raw Material Inventory:** 3000 units for all raw materials.
 - **Maximum Needle Inventory:** 10000 units for all needle types.
 - **Minimum Raw Material Inventory:** 50 units for all raw materials.
 - **Minimum Needle Inventory:** 200 units for all needle types.
 - **Maximum Finished Inventory:** 3000 units for all suture types.
 - **Shortage Costs:** 4 units per unmet demand.

Σύνολο παραμέτρων 2

- **Initial Inventory:**

- propylen: 50, polyamid: 60, silk: 40, polyester: 50, profimed: 55, steel: 25, supramid: 60, pga: 30, pgla: 35, rapid_pgla: 27, monosorb: 20, monofast: 35.

- **Initial Raw Material Inventory:**

- propylen_raw: 500, polyamid_raw: 600, silk_raw: 400, polyester_raw: 500, profimed_raw: 550, steel_raw: 250, supramid_raw: 600, pga_raw: 300, pgla_raw: 350, rapid_pgla_raw: 270, monosorb_raw: 200, monofast_raw: 350.

- **Initial Needle Inventory:**

- straight: 500, curve_3_8: 600, curve_1_2: 700.

- **Maximum Capacity:**

- line1: 14,000, line2: 14,000.

- **Maximum Capacity per Machine:**

- machine1: 9,000, machine2: 9,000.

- **Batch Size:**

- propylen: 100, polyamid: 120, silk: 110, polyester: 130, profimed: 140, steel: 150, supramid: 160, pga: 90, pgla: 95, rapid_pgla: 85, monosorb: 80, monofast: 75.

- **Maximum Employees:**

- line1: 15, line2: 15.

- **Maximum Packaging Capacity:**

- pack_line1: 9,000, pack_line2: 9,000.

- **Safety Stock:**

- 65 for all suture types.

- **Demand:**

- propylen: [880, 820, 840, 860, 880, 900, 920, 940, 960, 980, 1000, 1020],
- polyamid: [960, 940, 920, 900, 880, 860, 840, 820, 800, 780, 760, 740],
- silk: [640, 640, 660, 660, 680, 680, 700, 700, 720, 720, 740, 740],
- polyester: [840, 860, 860, 880, 880, 900, 900, 920, 920, 940, 940, 960],
- profimed: [920, 940, 940, 960, 960, 980, 980, 1000, 1000, 1020, 1020, 1040],

- steel: [380, 380, 400, 400, 420, 420, 440, 440, 460, 460, 480, 480],
- supramid: [560, 560, 580, 580, 600, 600, 620, 620, 640, 640, 660, 660],
- pga: [640, 660, 660, 680, 680, 700, 700, 720, 720, 740, 740, 760],
- pgla: [760, 780, 780, 800, 800, 820, 820, 840, 840, 860, 860, 880],
- rapid_pgla: [600, 620, 620, 640, 640, 660, 660, 680, 680, 700, 700, 720],
- monosorb: [220, 240, 240, 260, 260, 280, 280, 300, 300, 320, 320, 340],
- monofast: [560, 580, 580, 600, 600, 620, 620, 640, 640, 660, 660, 680].

- **Price:**

- propylen: 5, polyamid: 5.5, silk: 6, polyester: 6.5, profimed: 9, steel: 7.5, supramid: 8, pga: 5.2, pgla: 6.7, rapid_pgla: 6.2, monosorb: 6.7, monofast: 7.2.

- **Production Cost:**

- propylen: 0.70, polyamid: 0.85, silk: 0.90, polyester: 1.00, profimed: 1.30, steel: 1.30, supramid: 1.10, pga: 0.75, pgla: 0.85, rapid_pgla: 0.95, monosorb: 1.00, monofast: 1.05.

- **Labor Cost:**

- line1: 20, line2: 20.

- **Raw Material Cost:**

- propylen_raw: 0.30, polyamid_raw: 0.35, silk_raw: 0.40, polyester_raw: 0.45, profimed_raw: 0.50, steel_raw: 0.55, supramid_raw: 0.60, pga_raw: 0.32, pgla_raw: 0.38, rapid_pgla_raw: 0.42, monosorb_raw: 0.47, monofast_raw: 0.52.

- **Needle Cost:**

- 0.10 for all needle types.

- **Packaging Cost:**

- propylen: 0.40, polyamid: 0.45, silk: 0.50, polyester: 0.55, profimed: 0.60, steel: 0.65, supramid: 0.70, pga: 0.42, pgla: 0.47, rapid_pgla: 0.52, monosorb: 0.57, monofast: 0.62.

- **Storage Cost:** 0.10

- **Sterilization Cost:**

- A: 0.15, B: 0.25.

- **Cutting Cost:** 0.05
- **Maximum Inventory:**
 - Raw materials: 3,000 for each type.
 - Needles: 10,000 for each type.
 - Finished inventory: 3,000 for each suture type.
- **Minimum Inventory:**
 - Raw materials: 50 for each type.
 - Needles: 200 for each type.
- **Shortage Cost:** 4

Σύνολο παραμέτρων 3 - Σενάριο 1: Αυξημένη ζήτηση για δύο προϊόντα (Silk και Profimed)

Αυτό το σύνολο παραμέτρων είναι το ίδιο με το **Σύνολο παραμέτρων 1**, με μόνη διαφορά τη ζήτηση για τα προϊόντα Silk και Profimed. Οι νέες τιμές ζήτησης έχουν ως εξής:

- **Demand (units per month):**
 - silk: [620, 3080, 3980, 3350, 660, 660, 680, 680, 700, 700, 720, 720]
 - profimed: [900, 3370, 3410, 3240, 940, 960, 960, 980, 980, 1000, 1000, 1020]

Σύνολο παραμέτρων 4 - Σενάριο 2: Διακοπή λειτουργίας μηχανής

Ίδιο με το **Σύνολο παραμέτρων 1**, με μόνη διαφορά τη μειωμένη χωρητικότητα του μηχανήματος λόγω βλάβης. Οι ενημερωμένες χωρητικότητες των μηχανημάτων έχουν ως εξής:

- **Machine Capacity:**
 - machine1: 3000
 - machine2: 9000

Σύνολο παραμέτρων 5 - Σενάριο 3: Υψηλή ζήτηση για μετάξι και προφιμέντο με αυξημένο κόστος εργασίας

Ίδιο με το **Σύνολο παραμέτρων 1**, με τις διαφορές να είναι η αυξημένη ζήτηση για Silk και Profimed, καθώς και η αύξηση του κόστους εργασίας. Οι ενημερωμένες τιμές έχουν ως εξής:

- **Demand (units per month):**

- silk: [620, 3080, 3980, 3350, 660, 660, 680, 680, 700, 700, 720, 720]
- profimed: [900, 3370, 3410, 3240, 940, 960, 960, 980, 980, 1000, 1000, 1020]

- **Labor Cost:**

- line1: 40
- line2: 40

Σύνολο παραμέτρων 6 - Σενάριο 4: Αυξημένο κόστος πρώτων υλών

Ίδιο με το Σύνολο παραμέτρων 1, με τη διαφορά ότι το κόστος των πρώτων υλών είναι αυξημένο. Το ενημερωμένο κόστος των πρώτων υλών έχει ως εξής:

- **Raw Material Costs:**

- propylen_raw: 0.60
- polyamid_raw: 0.70
- silk_raw: 0.80
- polyester_raw: 0.90
- profimed_raw: 1.00
- steel_raw: 1.10
- supramid_raw: 1.20
- pga_raw: 0.64
- pgla_raw: 0.76
- rapid_pgla_raw: 0.84
- monosorb_raw: 0.94
- monofast_raw: 1.04

Βιβλιογραφία

- [1] Dimitris Bertsimas and John Tsitsiklis. *Introduction to Linear Optimization*. Athena Scientific, 1998.
- [2] Maravelias C. and Sung C. Integration of production planning and scheduling: Overview, challenges and opportunities. *Elsevier*, 33:1919–1930, 2009.
- [3] George B. Dantzig. Origins of the simplex method. In *A History of Scientific Computing*, pages 141–151. ACM, 1990.
- [4] R.W. Eglese. Simulated annealing: A tool for operational research. *European Journal of Operational Research*, 46(3):271–281, 1990.
- [5] Fred Glover, Manuel Laguna, and Rafael Martí. Principles of tabu search. In Teofilo F. Gonzalez, editor, *Handbook of Approximation Algorithms and Metaheuristics*, chapter 12, pages 497–520. Taylor & Francis Group, LLC, Boca Raton, FL, 2007.
- [6] Gurobi. Gurobi optimizer. <https://www.gurobi.com/solutions/gurobi-optimizer/>.
- [7] Frederick S. Hillier and Gerald J. Lieberman. *Introduction to Operations Research*. McGraw-Hill Education, 10th edition, 2015.
- [8] IBM. Ibm ilog cplex optimizer. <https://www.ibm.com/products/ilog-cplex-optimization-studio/cplex-optimizer>.
- [9] Michael Jünger, Gerhard Reinelt, and Giovanni Rinaldi. The traveling salesman problem. In M. O. Ball, T. L. Magnanti, C. L. Monma, and G. L. Nemhauser, editors, *Handbooks in Operations Research and Management Science*, volume 7 of *Networks*, pages 445–522. Elsevier, Amsterdam, 1994.
- [10] Ailsa H. Land and Alison G. Doig. An automatic method for solving discrete programming problems. *Econometrica*, 28:497–520, 1960.
- [11] MathWorks. Matlab. <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.
- [12] George L. Nemhauser and Laurence A. Wolsey. *Integer and Combinatorial Optimization*. John Wiley & Sons, Ltd, 1988.
- [13] A. Oujana, A. Amodeo, F. Yalaoui, and D. Brodard. Mixed-integer linear programming, constraint programming and a novel dedicated heuristic for production scheduling in a packaging plant. *Applied Sciences*, 13:6003, 2023.

-
- [14] Paolo Priore, David De la Fuente, Alberto Gomez, and Javier Puente. A review of machine learning in dynamic scheduling of flexible manufacturing systems. *Artificial Intelligence for Engineering Design, Analysis and Manufacturing*, 15(3):251–263, 2001.
 - [15] Robinson S. Extended scenario analysis. *Annals of Operations Research*, pages 385–398, 1991.
 - [16] Panagiotis Tsiakis and Lazaros G. Papageorgiou. Optimal production allocation and distribution supply chain networks. *International Journal of Production Economics*, 111:468–483, 2008.
 - [17] H. Paul Williams. *Model Building in Mathematical Programming*. John Wiley & Sons Ltd, 5th edition, 2013.
 - [18] Laurence A. Wolsey. *Integer Programming*. Wiley Interscience, 1998.