Laboratório 5

SEL0359 - Controle Digital - 2° Semestre de 2024

Prof. Marcos R. Fernandes

Análise de estabilidade em tempo discreto

Entrega:[1] entregue um arquivo PDF com os gráficos e código fonte utilizado para cada questão além da resposta para as perguntas dos enunciados. Não esqueça de colocar título na figura para identificar o que cada figura representa, nome dos eixos, e legenda.

O objetivo dessa aula de laboratório é explorar recursos computacionais do Matlab para análise de estabilidade de sistemas em tempo discreto.

Dica: Confira sempre o help do matlab para cada comando antes de utiliza-lo!

- pzmap: visualiza pólos e zeros de uma FT em tempo discreto.
- zgrid: exibe linhas de frequência e coef. amortecidomentos constantes no plano-z;
- pole: obtém polos da FT
- rlocus: obtém lugar das raízes
- rlocfind: permite clicar no LGR.

1 Atividade 1

Nessa atividade o objetivo é verificar o mapeamento do plano-s para o plano-z.

Para isso, considere o plano-s dado por

$$s = \sigma + j\omega_n$$

Assim, o plano-z é dado por

$$z = e^{sT}$$

em que $T > 0$ é o tempo de amostragem. O seguinte código em Matlab faz o gráfico do mapeamento do eixo imaginário do plano-s no plano-z.

```
close all %fecha todas janelas
clear all %limpa memoria
clc %limpa command window
%%
figure
T=1;
```

[1] Ultima atualização: 20/09/2024

```
for wn=0.01:0.05:2*pi
    s=1j*wn;
    z=exp(s*T);
    subplot(1,2,1)
    hold on
    plot(real(s),imag(s),'x','color','red','LineWidth',2)
    plot(real(s),-imag(s),'x','color','blue','LineWidth',2)
    title('plano-s')
    xlim([-1 1])
    ylim([-2*pi 2*pi])
    sgrid
    subplot(1,2,2)
    hold on
    plot(real(z),imag(z),'x','color','red','LineWidth',2)
    plot(real(z),-imag(z),'x','color','blue','LineWidth',2)
    zgrid
    title('plano-z')
    xlim([-1 1])
    ylim([-1 1])
    drawnow
end
```

Seguindo a mesma lógica, construa o gráfico de pelo menos três retas verticais no SPE do plano-s no plano-z com $T = 1$. Para construir retas verticais, pode-se utilizar

```
sigma=-1; %define posicao da reta no eixo real
for wn=0:0.01:2*pi
 s=sigma+1j*wn;
end
```

Observando os gráficos, o que pode-se concluir sobre o comportamento dos pólos de frequência maior que $\frac{\pi}{T}$?

2 Atividade 2

Repita a atividade anterior, porém, ao invés de $z = e^{sT}$, utilize os mapeamentos dos métodos de Euler-Backward ($s = \frac{z-1}{zT}$) e Tustin ($s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$). (Dica: isole a variável z para cada método e então substitua na linha $z = e^{sT}$ do exercício anterior.)

Quais as principais diferenças que podem ser observadas do mapeamento de Euler-Backward e Tustin em relação ao mapeamento $z = e^{sT}$?

3 Atividade 3

Nessa atividade, o objetivo é verificar o mapeamento bilinear do circulo unitário para o semi-plano esquerdo do plano-w. Isso é interessante, pois, permite avaliar estabilidade de um sistema em tempo discreto da mesma forma que se faz em tempo contínuo.

Para isso, considere o mapeamento

$$w = \frac{z+1}{z-1}$$

Dessa forma, círculos de raio menor que 1 no plano-z cobrem o semi-plano esquerdo do plano-w, conforme pode-se verificar pelo seguinte código em Matlab:

```
close all
clear all
clc
%%
figure
theta=0:0.01:2*pi;
for r=0.01:0.05:1
    z=r*exp(1j*theta);
    w=(z+1)./(z-1);
    subplot(1,2,1)
    hold on
    plot(real(z),imag(z),'red')
    title('plano-z')
    xlim([-1 1])
    ylim([-1 1])
    subplot(1,2,2)
    hold on
    plot(real(w),imag(w),'blue')
    title('plano-w')
    xlim([-1 1])
    ylim([-1 1])
    drawnow
end
```

Verificando o mapeamento no Matlab, o que ocorre com os pólos cuja frequência está próxima da frequência de Nyquist no plano-w?

4 Atividade 4

Nessa atividade, o objetivo é visualizar ganho crítico de uma malha de controle digital.

Para isso, considere o seguinte exemplo com $T = 0.1s$:

$$G(z) = \frac{0.06027z^2 + 0.01096z - 0.04932}{z^2 - 2.164z + 1.219}$$

O código a seguir obtém o Lugar Geométrico das Raízes da equação característica do sistema de controle digital ilustrado na Figura 1 em função de um ganho K através do comando **rlocus**. Além do mais, o ganho crítico K_c pode ser obtido usando o comando **margin**.

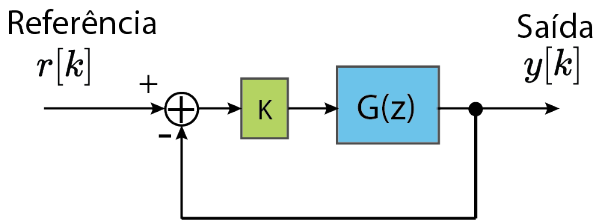

Figure 1: Malha de Controle Digital com bloco de controle proporcional.

```
close all %fecha todas janelas
clear all %limpa memoria
clc %limpa command window
%%
Gd=tf([0.06027 0.01096 -0.04932],[1 -2.164 1.219],0.1);
rlocus(Gd)
zgrid
title('Lugar Geometrico das Raizes')
axis equal
Kc=margin(Gd)
```

Portanto, para uma malha de controle fechada (com realimentação unitária) para esse sistema $G(z)$, avaliando o LGR, tem-se:

- Estável se $K > K_c$;
- Instável se $K < K_c$;
- Marginalmente estável se $K = K_c$.

O código em matlab a seguir apresenta a resposta ao degrau desse sistema para cada situação.

```
T=0.1;
t=0:T:20;
K=2.5;
Gf1=K*Gd/(1+K*Gd);
[y1,t]=step(Gf1,t);
```

```
figure
stairs(t,y1)
title('K>K_c (Estavel)')
K=Kc;
Gf2=K*Gd/(1+K*Gd);
[y2,t]=step(Gf2,t);
figure
stairs(t,y2)
title('K=K_c (Marginalmente estavel)')
K=1.5;
Gf3=K*Gd/(1+K*Gd);
[y3,t]=step(Gf3,t);
figure
stairs(t,y3)
title('K<K_c (Instavel)')
```

Seguindo a mesma lógica, encontre o ganho crítico K_c e obtenha a resposta ao degrau para $K = K_c$, $K > K_c$ e $K < K_c$ das seguintes FT:

1. $G(z) = \frac{0.05268z+0.01052}{z^2-1.541z+0.5408}$
2. $G(z) = \frac{0.02268z+0.02052}{z^2-1.741z+0.7408}$

5 Atividade 5

Nessa atividade, o objetivo é usar o Matlab para avaliar a sensibilidade da estabilidade de um sistema em tempo discreto em função da variação de um parâmetro do modelo.

Para isso, considere a seguinte equação à diferenças

$$y[k] = -0.5y[k-1] + (0.1+\alpha)u[k];$$

em que α é uma variação paramétrica do sistema (devido alguma pertubação no sistema). Portanto, a FT para esse caso é dada por

$$G(z) = \frac{(0.1+\alpha)z}{z+0.5}$$

Esse sistema ele é estável em malha fechada para qualquer valor de pertubação $\alpha \in [0, 1]$?

Para responder essa pergunta, pode-se implementar uma estrutura de repetição **for-loop** no Matlab conforme a seguir:

```
close all
clear all
clc
```

```
%%
for alpha=0:0.1:1
    G=tf([0.1+alpha 0],[1 0.5],-1);
    Gf=G/(1+G);
    figure(1)
    hold on
    p=pole(Gf);
    if sum(abs(p)>1)≥1
        disp(['instavel para alpha=' num2str(alpha)])
    end
    plot(real(p),imag(p),'x','LineWidth',2,'Color','red')
    zgrid
end
```

Verifica-se assim, que o sistema em MF é estável para todo $\alpha \in [0, 1]$.

Seguindo a mesma lógica, verifique se o sistema descrito pela seguinte equação à diferenças é estável para todo $\alpha \in [0, 1]$.

$$y[k] - 0.7y[k-1] - 0.81y[k-2] + (0.67 + \alpha)y[k-3] - 0.12y[k-4] = x[k]$$

Se for instável, para qual valor de α o sistema fica marginalmente estável?

6 Atividade 6

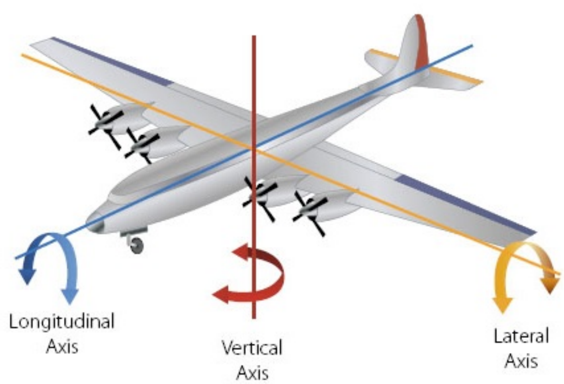

Figure 2: Eixos de pilotagem (fonte:online).

De forma simplificada, uma aeronave com piloto automático no módulo longitudinal obedece a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{(s+1)}{s(s-1)(s^2+4s+16)}$$

1. Obtenha o Lugar geométrico das raízes desse sistema em tempo contínuo usando comando **rlocus**.

2. Com o auxílio do comando **rlocfind**, obtenha a faixa de ganho para os quais o sistema é estável.

3. Faça a discretização da FT com $T = 0.5$ usando método degrau-invariante (comando **c2d**) e obtenha o Lugar Geométrico das Raízes do sistema discretizado.

4. Repita o item anterior usando método de discretização de Tustin (comando **c2d**).

5. Apresente um comparativo da resposta ao degrau desse sistema em tempo contínuo com as versões discretizadas usando método degrau-invariante e Tustin para um ganho estável. O que pode-se concluir em relação ao transitório do sistema discretizado?