

5^η Εργαστηριακή Άσκηση του Μαθήματος “Θεωρία Γραφημάτων”

Τμήμα: Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής
Διδάσκων: Ιωσήφ Πολενάκης
Ημερομηνία: 22/3/2023



Επιλέγετε όσες/οποίες ασκήσεις επιθυμείτε ώστε να συλλέξετε 10 μονάδες.

1. Δείξτε ότι εάν ένα απλό γράφημα της τάξης n και το μέγεθος m έχει k συνεκτικές συνιστώσες για $m \leq \frac{((n-k)(n-k+1))}{2}$. [2,5 Μονάδες]
2. Έστω το G ένα k -connected γράφημα και το G' είναι το γράφημα που λαμβάνεται από το G κατασκευάζοντας μια νέα κορυφή w και συνδέοντάς την με k ή περισσότερες κορυφές στο G . Δείξτε ότι το G' είναι επίσης k -connected. [2,5 Μονάδες]
3. Έστω $G = (V, E)$, όπου $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ και για κάθε i , έστω G_i ο υπογράφος που προκύπτει διαγράφοντας την κορυφή v_i από το G . Δείξτε ότι το G είναι συνδεδεμένο εάν και μόνο εάν τουλάχιστον δύο από αυτά τα υπογραφήματα είναι συνδεδεμένα. Εάν κάθε G_i είναι συνδεδεμένο γράφημα με ακριβώς έναν κύκλο, τι μπορούμε να πούμε για το G ; [2,5 Μονάδες]
4. Έστω γράφημα τάξης $2n$ στο οποίο κάθε κορυφή έχει ακμή προς τουλάχιστον $n-1$ κορυφές. Να δείξετε ότι κάθε κόμβος v απέχει από κάθε άλλο κόμβο u απόσταση $1 \leq \text{dist}(v, u) \leq 2$. [2,5 Μονάδες]

5. Κατά τη παρακολούθηση για την εξάρθρωση της γνωστής σπείρας κακοποιών, αναλαμβάνετε ξανά το ρόλο ενός αναλυτή πληροφοριών στο πλευρό των μυστικών υπηρεσιών. Όπως γνωρίζουμε πολύ καλά από προηγούμενο εργαστήριο, για την συγκεκριμένη σπείρα υπάρχουν αδιάσειστα στοιχεία ότι [REDACTED] και [REDACTED] ενώ μάλιστα αποδείχθηκε ότι [REDACTED]. Όπως αναφέρεται σε απόρρητο έγγραφο της υπηρεσίας με Αρ. Πρωτ. [REDACTED] ο φερόμενος ως αρχηγός της σπείρας [REDACTED] εμπλέκεται σε [REDACTED], [REDACTED] και [REDACTED]. Για τη νέα σας αποστολή, καλείστε να υλοποιήσετε ένα σύστημα το οποίο να ορίζει ένα δίκτυο διοχέτευσης πληροφοριών μεταξύ "πρακτόρων" υπό τη προϋπόθεση ότι κάθε "πράκτορας" θα συνδέεται με ορισμένους συναδέλφους του σε ένα υπο-δίκτυο (ομάδα) λαμβάνοντας και μεταδίδοντας πληροφορίες εντός του υπο-δικτύου (ομάδα) του (πράκτορες με τους οποίους συνδέεται άμεσα). Μάλιστα, θα πρέπει να εξασφαλίσετε ότι στο εκάστοτε υπο-δίκτυο (ομάδα) θα διασφαλίζεται η δυνατότητα συνοχής του αν το πολύ ένας πράκτορας απομακρυνθεί (π.χ. αποκαλυφθεί η ταυτότητά του). Τέλος, θα πρέπει το σύστημά σας να κατασκευάζει μια λίστα/αναπαράσταση των υπο-δικτύων (ομάδων) ώστε να αποδίδονται τα μέλη του εκάστοτε υπο-δικτύου (ομάδα) (σημ. ότι ένας πράκτορας μπορεί να ανήκει σε περισσότερα από ένα υπο-δίκτυα (ομάδες)). Το δίκτυο των "πρακτόρων" με κωδικό όνομα [REDACTED] παρατίθεται στη συνέχεια μέσω των αναγνωριστικών ονομασιών των πρακτόρων με αμφίδρομη σχέση {αποστολέας-παραλήπτης} καταδεικνύοντας ότι οι δύο πράκτορες που συμμετέχουν στη σχέση μπορούν να ανταλλάσσουν πληροφορίες μεταξύ τους.

[Alpha, Bravo]; [Alpha, Delta]; [Alpha, Echo]; [Alpha, Fox];

[Bravo, Alpha]; [Bravo, Fox];

[Charlie, Delta];

[Delta, Alpha]; [Delta, Charlie]; [Delta, Echo];

[Echo, Alpha]; [Echo, Delta];

[Fox, Alpha]; [Fox, Bravo];

Η παράδοση του σχετικού λογισμικού θα γίνει τη Τετάρτη 29/3 στο γνωστό σημείο [REDACTED] όπου θα περιμένει ο κύριος [REDACTED]. Οι κωδικοί συνθήματος και παρασυνθήματος είναι [REDACTED] και [REDACTED].

[10 Μονάδες]