

## 6<sup>η</sup> Εργαστηριακή Άσκηση του Μαθήματος “Θεωρία Γραφημάτων”

Τμήμα: Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής  
Διδάσκων: Ιωσήφ Πολενάκης  
Ημερομηνία: 29/3/2023



### Εκφώνηση

1. Δείξτε ότι σε ένα επίπεδο γράφημα με 6 κορυφές και 12 ακμές κάθε μια από τις περιοχές του περιλείεται από 3 ακμές. [2 Μονάδες]
2. Ένα γράφημα είναι επίπεδο αν και μόνο αν κάθε μια από τις δυσυνεκτικές (2-connected component) του συνιστώσες είναι επίπεδη. [4 Μονάδες]
3. Να αποδειχθεί ότι για ένα οποιοδήποτε γράφημα  $G$  με  $n \geq 11$ , είτε το  $G$  είτε το  $\bar{G}$  είναι μη επίπεδο. [2 Μονάδες]
4. Να αποδείξετε ότι σε ένα συνεκτικό επίπεδο γράφημα στο οποίο κάθε κορυφή έχει βαθμό τουλάχιστον 3, υπάρχει περιοχή (region) με λιγότερες από έξι ακμές στο σύνορό (boundary) της. [4 Μονάδες]
5. Να αποδείξετε ότι ένα επίπεδο γράφημα που δε περιέχει τρίγωνα έχει το πολύ  $2n-4$  ακμές. [2 Μονάδες]
6. Έστω  $G$  ένα επίπεδο γράφημα του οποίου κάθε κορυφή έχει βαθμό 3. Αποδείξτε ότι ο δυικός (dual) του  $G$  θα έχει περιττό αριθμό πεπερασμένων περιοχών (regions). [2 Μονάδες]