Σεπτέμβριος 1999 – 2000

Σ . 4

-μα 1°

μαίξτης επαναφοράς $t_v = 2015.6$ μsec

οριζοντιας >> $t_h = 4.1$ μsec

$\mu = 10^{-6}$
$n = 10^{-9}$

α) $B = ?$

$r = 1400$ γραμμών $\quad c = 1600$ στηλών $\quad r = 70\ Hz$
ρυθμο ανανέωσης

Μη διαπλεγμένη

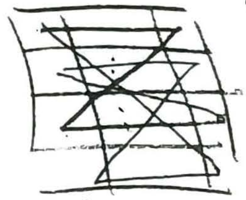
$t = \frac{1}{r} \to$ ρυθμος ανανέωσης

$B = \frac{1}{2t_p}$ $\qquad t = c * r * t_p + r\, t_h + t_v$

$\frac{1}{70Hz} = 1400 * 1600 * t_p + 1400 * 4.1 * 10^{-6} + 2015.6 * 10^{-6}$

$\boxed{t_p = 2.91\ ns}$ $\qquad B = \frac{1}{2t_p} \Rightarrow \boxed{B = 171 * 10^6}$

Διαπλεγμένη



• ζυγα
• μονά

$t = c * r * t_p + r\, t_h + 2t_v$ $\qquad t = \frac{2}{r}$

$\frac{2}{70Hz} = 1400 * 1600 * t_p + 1400 * 4.1 * 10^{-6} + 2 * 2015.6 \cdot 10^{-6}$ χρονος ανανέωση όλης της οθονης

$t_p = 8.39\ ns$

$\boxed{B = 59 * 10^6}$

β) 32 bit ανα pixel $\qquad 4B = 32$ bit

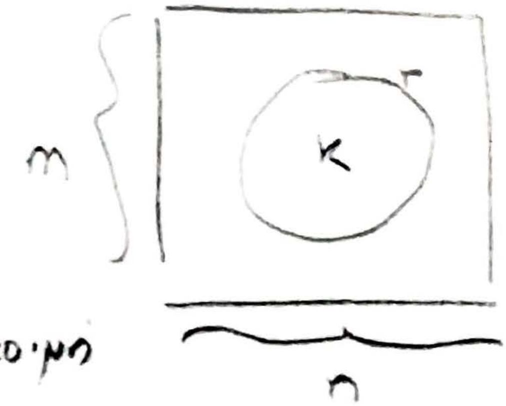
$c * r * 4B \approx 9$ MB

Λυσεις Εξεταστικών

...ιος 2009 σελ. 22

Πολυπλοκότητα χρόνου?

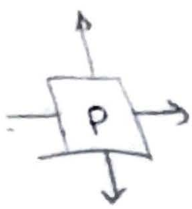
Πολυπλοκότητα χώρου?



Όριο 4 κατευθύνσεων 4fill → κλήσεις στοίβη

4fill

Πολυπλοκότητα χρόνου? (Πόσες φορές θα καλέσει η συνάρτηση 4fill για να γεμίσουν τα k pixel)



4 φορές το κάθε pixel
έχω k-pixel
⇒ $\boxed{4k}$ Όταν το όριο κλειστό

- Αν το όριο είναι ανοιχτό τότε θα περάσει και έξω από το όριο
- Άρα όλα τα pixel που θα ανάγουν είναι 
$(n*m - r)*4$ → που καλεί την συνάρτηση το κάθε pixel

⇒ $4(n*m - r)$

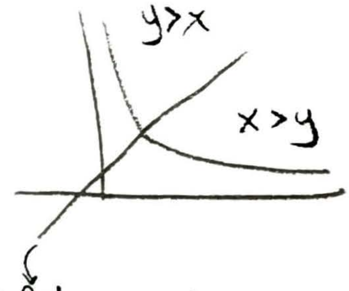
Πολυπλοκότητα χώρου (Πόσες αναδρομικές κλήσεις αποθηκεύονται στο σύστημα)

- Αν όριο κλειστό $\boxed{k}$ φορές η συνάρτηση στην μνήμη μία για κάθε pixel
- Αν όριο ανοιχτό $\boxed{m*n - r}$ φορές η συνάρτηση στην μνήμη.

11

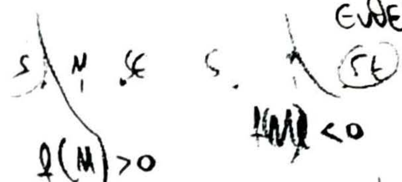
$xy = 10^3 \Rightarrow y = \frac{1000}{x}$

$xy - 10^3 = 0$



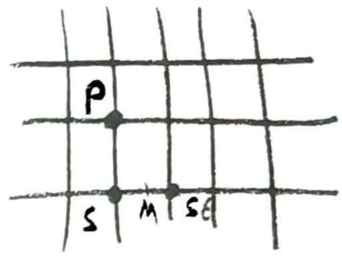
$F(x,y) = xy - 10^3$

$\left|\frac{df}{dy}\right| > \left|\frac{df}{dx}\right| = |x| > |y|$



Περιοχή $y>x$

Θεωρώ ένα M (μέσο σημείο) $M(x+\frac{1}{2}, y-1)$



$F(M) = (x+\frac{1}{2})(y-1) - 1000$

$F(M) = xy - x + \frac{y}{2} - \frac{1}{2} - 1000$

$F(M) = xy - x + \frac{y}{2} - 1000{,}5$

$\boxed{d = xy - x + \frac{y}{2} - 1000{,}5}$

Διαφορά εξίσωσης πρώτου βαθμού

Διαλέγω $S(x, y-1)$

$d' = x(y-1) - x + \frac{y-1}{2} - 1000{,}5 = xy - x - x + \frac{y}{2} - \frac{1}{2} - 1000{,}5$

$\Rightarrow d' = \boxed{xy - 2x + \frac{y}{2} \overset{-1/2}{-} 1000{,}5} \Rightarrow d' - d = -x - 1/2 \Rightarrow \boxed{dS = -x - 1/2}$

Διαλέγω $SE(x+1, y-1)$

$d' = (x+1)(y-1) - (x+1) + \frac{y-1}{2} - 1000{,}5 = \cancel{xy} - \cancel{x} + y - 1 - x - 1 + \frac{y}{2} - \frac{1}{2} - 1000{,}5$

$d' = \cancel{xy} - 2x + y - \frac{y}{2}$

$d' - d = \boxed{y - x - \frac{5}{2} = dSE}$

Διαφορα εξισωσεις 2ου βαθμου

$dS = -x - 1/2$

$dSE = y - x - \frac{5}{2}$

Διαλέγω $S(x, y-1)$

$dS' = -x - 1/2 \Rightarrow diff = 0$ $\quad$ dS $\quad dS = 0$

$dSE' = y - 1 - x - 5/2 \Rightarrow diff = -1$ $\quad$ dS $\quad dSE = -1$

Διαλέγω $SE(x+1, y-1)$

$dS = -x - 1 - 1/2 \rightarrow diff = -1$ $\quad$ dSE $\quad dS = -1$

$dSE = y - 1 - x - 1 - 5/2 \Rightarrow diff = -2$ $\quad$ dSE $\quad dSE = -2$

$\left.\begin{matrix} x = 1 \\ y = \frac{1000}{x} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{y = 1000}$ $\quad d = 1000 - 1 + 500 - 1000{,}5$

$\boxed{d = 498{,}5}$

$\boxed{dS = -3/2}$

$dSE = 1000 - \frac{7}{2} \Rightarrow dSE = \frac{2000 - 7}{2} \Rightarrow \boxed{dSE = \frac{1993}{2}}$

```
While(y>x)
    set pixel(x,y,color)
    setpixel(y,x,color)
    if(d<0) //SE
        d+=dSE
        dSE-=2
        dS-=1
        x++, y--
    else //S
        d+=dS
        dSE-=1
        y--;
    }
```

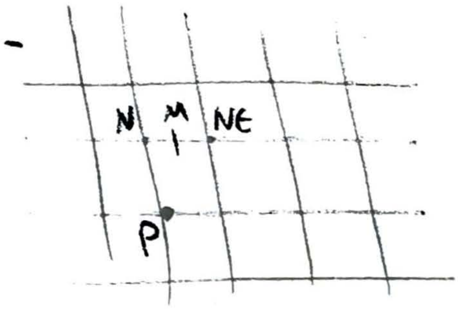
ιμωσ. 2007

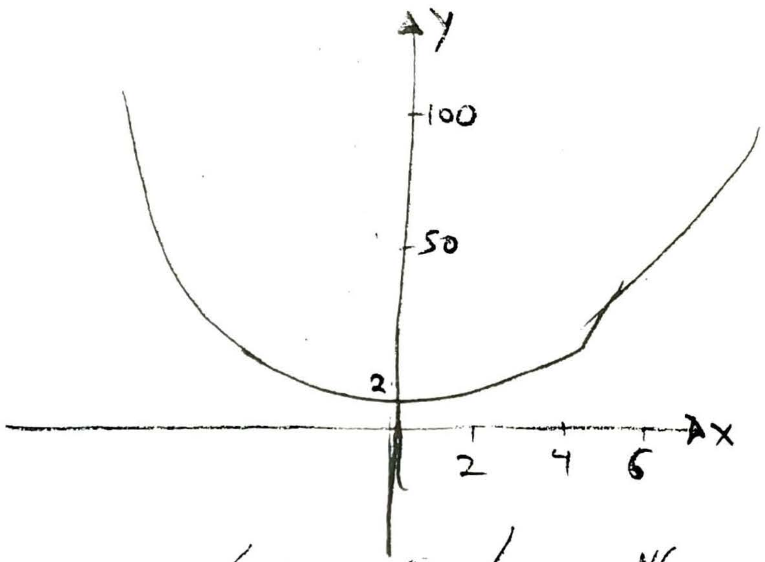
$$y=2x^2+2 \Rightarrow \begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=2 \\ y=0 \Rightarrow x=1 \end{array}$$

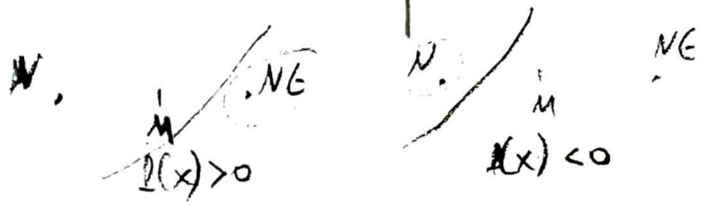
$$F(P) = y-2x^2-2=0$$

- Το y μεγαλώνει πιο γρήγορα από το x

-







$M(x+\frac{1}{2}, y+1)$ $N(x,y+1)$, $NE(x+1, y+1)$

Περιοχή $x,y \in R$

Διαφορά πρώτου βαθμού

Διαλέγω $N(x,y+1)$

$$dN = y+1-2x^2-2 \Rightarrow \boxed{dN = y-2x^2-1}$$

Διαλέγω $NE(x+1,y+1)$

$$dNE = y+1-2x^2-2-2 \Rightarrow \boxed{dNE = y-2x^2-3}$$

~~Διαφορά τρίτου βαθμού~~

Διαλέγω $N(x,y+1)$

$dN' = y+1-2x^2-1 \Rightarrow dN'-dN = 1 = dif1$ $\quad$ dN dN

$dNE' = y+1-2x^2-3 \Rightarrow dNE'-dNE = 1 = dif1$ $\quad$ dNE dN

Διαλέγω $NE(x+1,y+1)$

$dN' = y+1-2x^2-2-1 \Rightarrow dN'-dN = -1 = dif1$ $\quad$ dNE dN

$dNE = y+1-2x^2-2-3 \Rightarrow dNE'-dNE = -1 = dif1$ $\quad$ dNE dNE

```
x=0 => y=2
d=y-2x^2-2 => d=0
dN=1 , dNE=-1
while (y<oo)
    setpixel(x,y,color)
    setpixel(-x,y,color)
    if(d<0){ //N
        d+=y-2x^2-1
        dN++
        dNE++
        y++;
    }else{
        d+=y-2x^2-3
        dN--
        dNE--
        x++
        y++
    }
}
```

Επειδή συμμετρικό ως προς τον άξονα των y τότε όταν ανάβει το pixel x,y ανάβει και το -x,y

$$F(x,y) = F(y,x)$$

$$y-2x^2-2 = x^2-2y^2-2$$

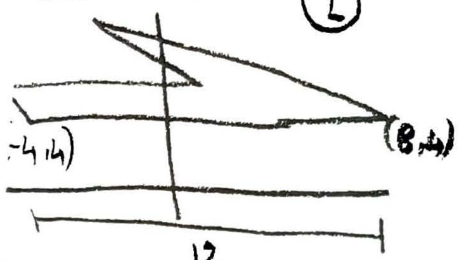
$$-x^2 = -y^2$$

$$\boxed{x=y}$$

Ιανουάριος 98-99 σελ. 1

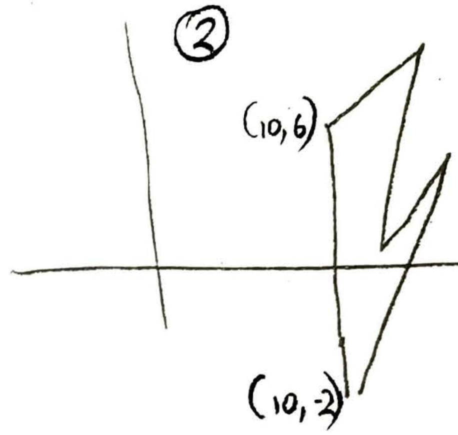
Θέμα 3°

①



Η άσκηση θέλει να μετασχηματίσουμε από ① ⇒ ②

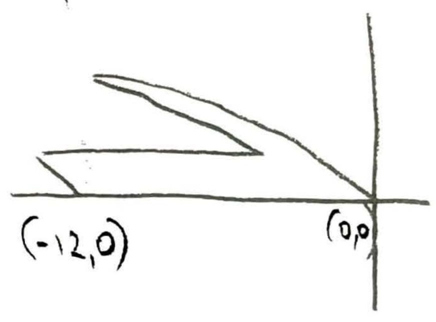
②



Αρχικά παρατηρούμε ότι στο σχήμα 1 το μήκος του σχήματος είναι 12 ενώ του ② είναι 8 γυρισμένο άρα έχει κλιμάκωση.

Βήμα 1

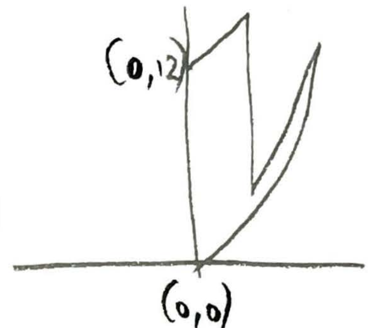
Μετατόπιση: $T(-8,-4)$



Για να έρθει στην αρχή των αξόνων

Βήμα 2

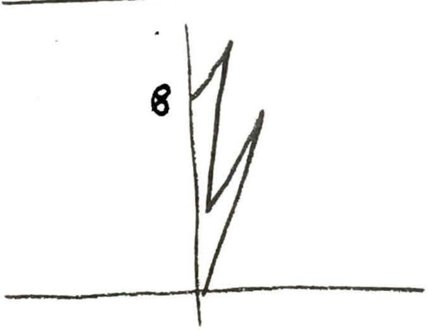
Περιστροφή: $R(-90°)$



Το περιστρέφω για να έχει την ίδια περιστροφή με το άλλο.

Βήμα 3

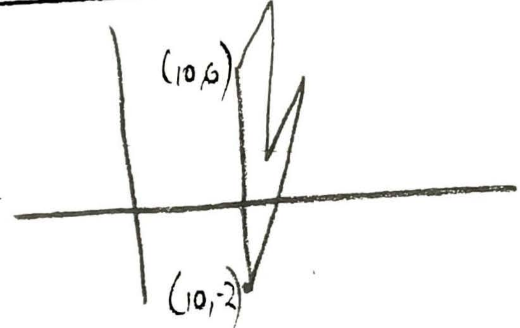
Κλιμάκωση: $S\left(\frac{8}{12}, \frac{8}{12}\right)$



Για έχει το ίδιο size.

Βήμα 4°

Μετατόπιση: $T(10,-2)$



$$M = T(10,-2)\, S\left(\frac{8}{12}, \frac{8}{12}\right) R(-90°)\, T(-8,-4)$$

1 98-99 σελ. 1 θέμα 3 συνέχεια

$$T\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & dx \\ 0 & 1 & dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & +\cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} sx & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = T(10,-2)\, S\left(\frac{8}{12}, \frac{8}{12}\right) R(-90^\circ)\, T(-8;4)$$

$$M = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 10 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8/12 & 0 & 0 \\ 0 & 8/12 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} 0 & +1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 8/12 & 0 & 10 \\ 0 & 8/12 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & +8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 8/12 & 22/3 \\ -8/12 & 0 & 40/12 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

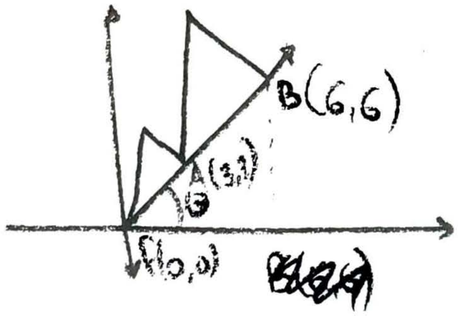
$$\boxed{\frac{8\cdot(-4)}{\cancel{12}\,3} = -\frac{8}{3} + 10 = \frac{22}{3}}$$

$$\frac{64}{12} - \cancel{2} = \frac{64-24}{12} = \frac{40}{12}$$

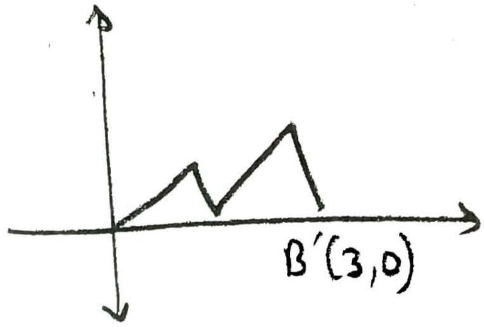
Ασκ. 32

Θέμα 4°

$\Theta = \pi/4$



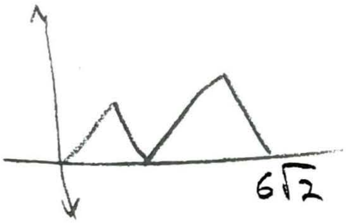
$\Rightarrow$

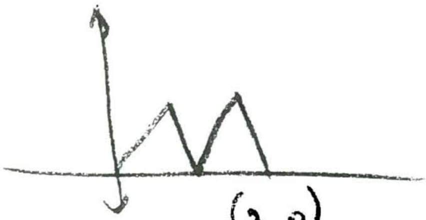


$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$ $\quad B\Gamma = \sqrt{6^2+6^2}$

$\boxed{B\Gamma = 6\sqrt{2}}$ $\Rightarrow$

$R(-45^\circ)$ $\quad S\left(\frac{3}{6\sqrt{2}}, \frac{3}{6\sqrt{2}}\right) \Rightarrow S\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$





$\frac{\sqrt{2}}{4}$

$M = R(-45^\circ) \cdot S\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

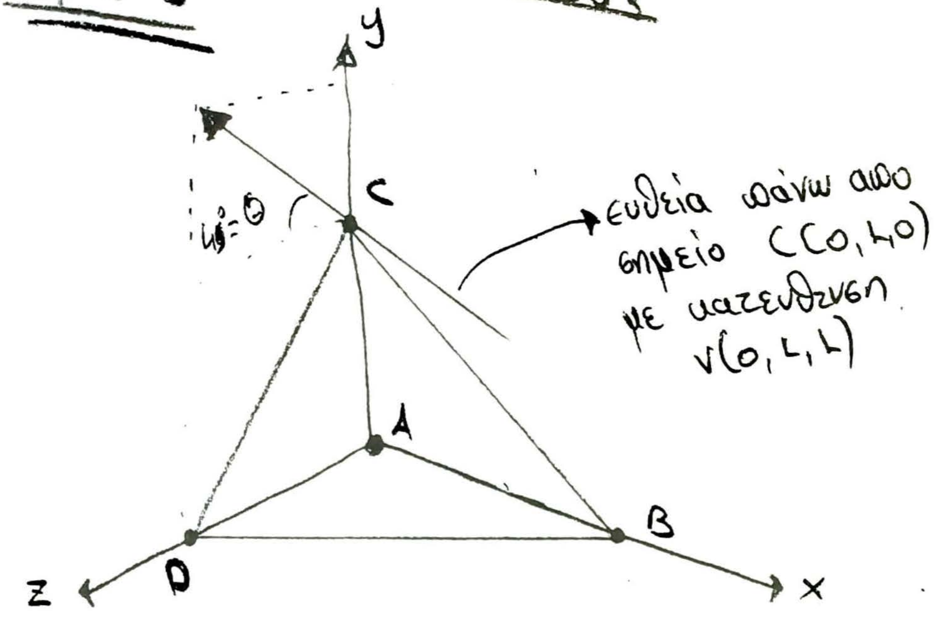
$$M = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & +\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2}/4 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = \underbrace{\begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 0 \\ -1/4 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{P} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}}_{A} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

...ουάριος 2002-2003

Θέμα 3ο

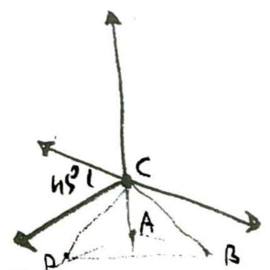


A(0,0,0)
B(1,0,0)
C(0,1,0)
D(0,0,1)

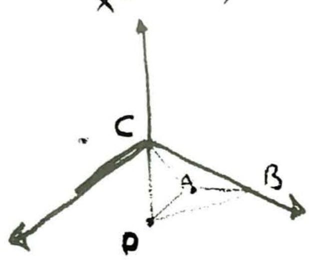
Γνωστό ότι γωνία 45°

Θα φέρω την ευθεία πάνω σε ένα άξονα. Έστω z να κάνω περιστροφή και πίσω

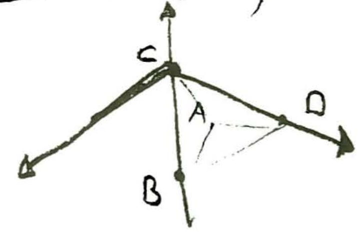
1ο] $T(0,-1,0) \Rightarrow$ Μετατόπιση



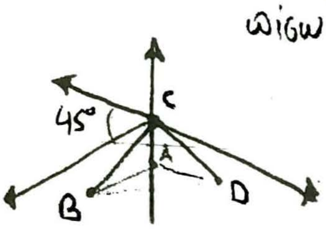
2ο] $R_x(45^\circ)$



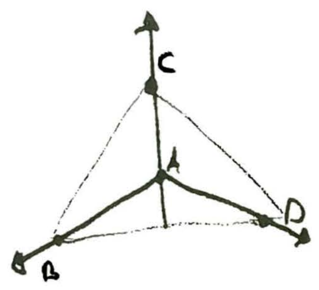
3ο] $R_z(180^\circ)$



4ο] $R_x(-45^\circ)$ τώρα φέρνω την ευθεία και το σχήμα μας πίσω



5ο] $T(0,1,0)$



$$M = T(0,1,0) * R_x(-45^\circ) * R_z(180^\circ) R_x(45^\circ) T(0,-1,0)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & +\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & - \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Επειδή κάνω R ως προς τον άξονα x τότε σειρά [illegible] και γραμμή x μένουν

$$M=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&\sqrt{2}/2&\sqrt{2}/2&0\\0&-\sqrt{2}/2&\sqrt{2}/2&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&\sqrt{2}/2&-\sqrt{2}/2&0\\0&\sqrt{2}/2&\sqrt{2}/2&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\cdots$$

$$M=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&\sqrt{2}/2&\sqrt{2}/2&1\\0&-\sqrt{2}/2&\sqrt{2}/2&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&0&0&0\\0&-\sqrt{2}/2&\sqrt{2}/2&0\\0&\sqrt{2}/2&\sqrt{2}/2&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&-1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$M=\begin{bmatrix}-1&0&0&0\\0&\frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}&\frac{\cancel{\sqrt{2}^2}}{\cancel{4}2}+\frac{1}{2}&1\\0&\frac{\cancel{\sqrt{2}^2}}{\cancel{4}2}+\frac{1}{2}&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&-1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$M=\begin{bmatrix}-1&0&0&0\\0&0&1&1\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&-1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\Rightarrow M=\begin{bmatrix}-1&0&0&0\\0&0&1&1\\0&1&0&-1\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

$$P'=M\cdot P=\begin{bmatrix}-1&0&0&0\\0&0&1&1\\0&1&0&-1\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc}A&B&C&D\end{array}\\\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&1&1&1\end{bmatrix}\end{array}$$

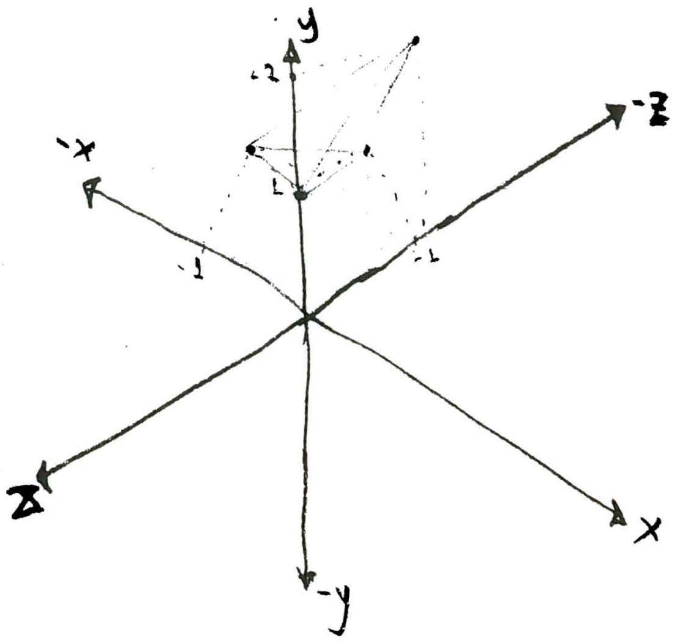
$$P'=\begin{array}{c}\begin{array}{cccc}A&B&C&D\end{array}\\\begin{bmatrix}0&-1&0&0\\1&1&1&2\\-1&-1&0&-1\\1&1&1&1\end{bmatrix}\end{array}$$

$A(0 \quad 1 \quad -1)$

$B(-1 \quad 1 \quad -1)$

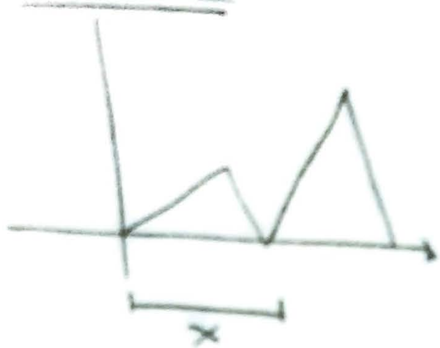
$C(0 \quad 1 \quad 0)$

$D(0 \quad 2 \quad -1)$

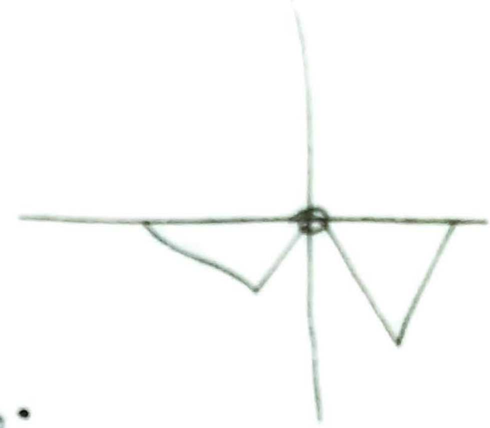


28

Θέμα 2

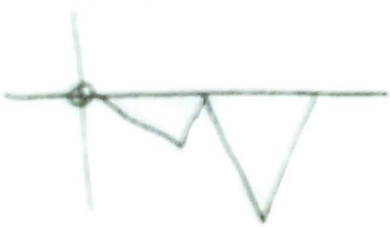


$\Rightarrow$



Βήμα 1°

$S(1,-1)$



αλλαγή ψίμαυος

Βήμα 2°

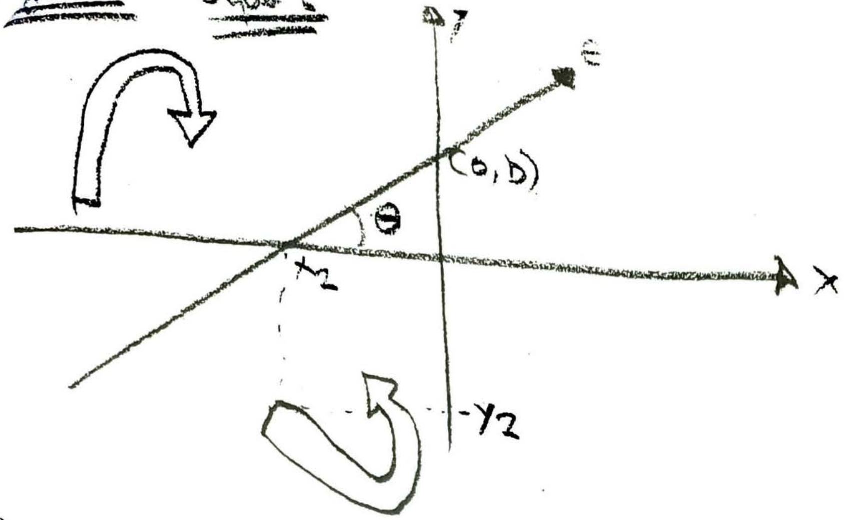
$T(-x,0)$

Μετατόπιση

$$M = S(1,-1)\,T(-x,0) \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Σχήμα Α

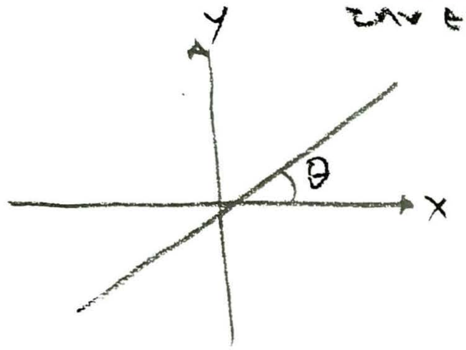


Λύση.

Θα μετακινήσω την ευθεία να έρθει πάνω στον άξονα x, έτσι το σχήμα Α θα έρθει μαζί με την ευθεία και θα κάνω τον πίνακα.

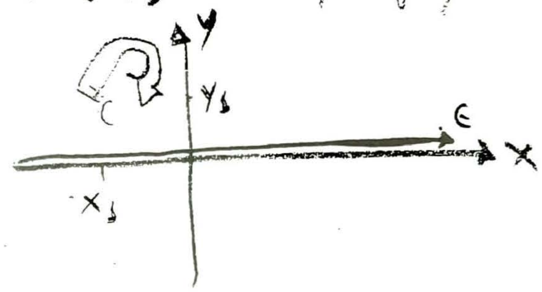
Βήμα 1°

T(0, -b) ⇒ Μετατόπιση την ευθεία



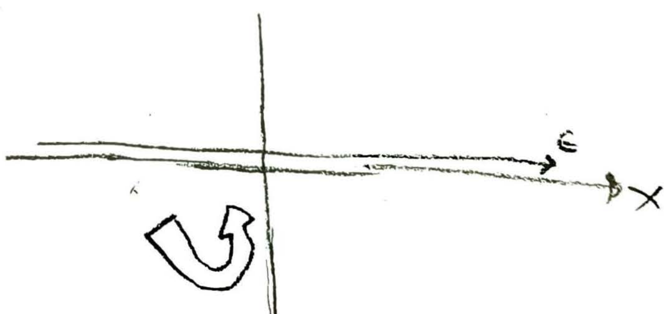
Βήμα 2°

R(-θ) ⇒ περιστροφή -θ να πάει στ



Βήμα 3°

S(1, -1)

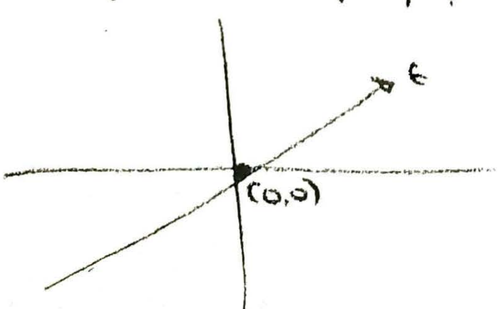


⇒ Κάνω κατοπτρισμό για να πάει το σχήμα κάτω

και κατόπιν φέρνω την ευθεία ε στην θέση της αρχική

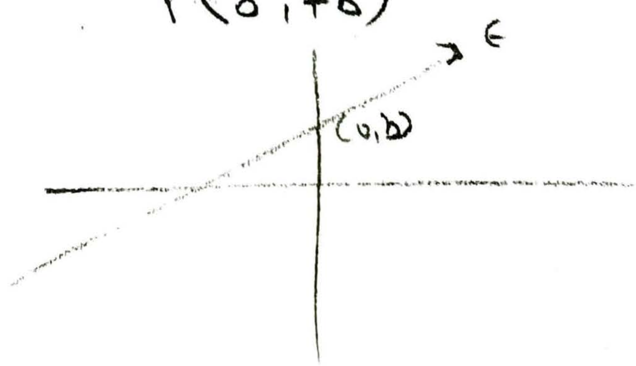
Βήμα 4°

R(+θ) ⇒ περιστροφή



Βήμα 5°

T(0, +b)



συναίρεσα Θέμα 1 Σελ. 10

$\cos(-\theta) = \cos\theta$
$\sin(-\theta) = -\sin\theta$

$$M = T(0,b)\, R(\theta)\, S(1,-1)\, R(-\theta)\, T(0,-b)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & +\sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ \sin\theta & -\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & -b\sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta & +b\cos\theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

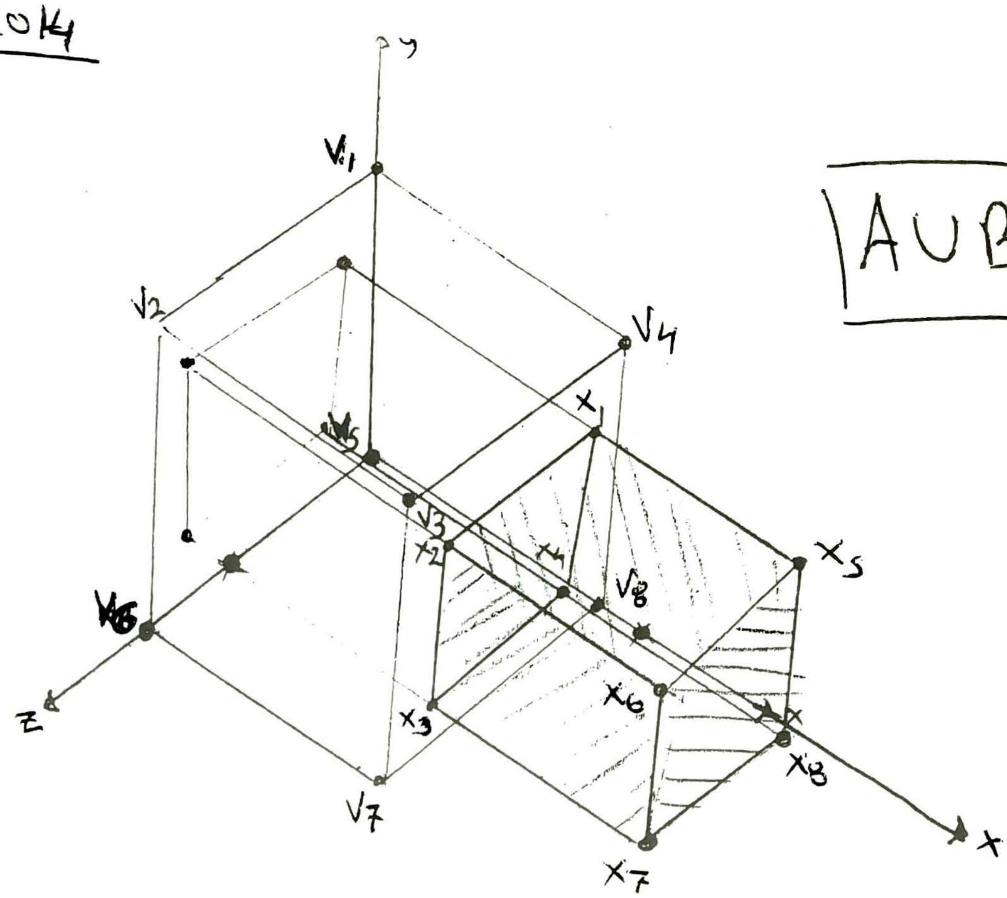
$$M = \begin{bmatrix} \cos^2\theta - \sin^2\theta & \cos\theta\sin\theta + \cos\theta\sin\theta & -b\cos\theta\cdot\sin\theta - b\cos\theta\sin\theta \\ \cos\theta\cdot\sin\theta + \cos\theta\cdot\sin\theta & \sin^2\theta - \cos^2\theta & -b\sin^2\theta + b\cos^2\theta + b \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} \cos^2\theta - \sin^2\theta & 2\cos\theta\sin\theta & -2b\cos\theta\cdot\sin\theta \\ 2\cos\theta\sin\theta & -\cos^2\theta + \sin^2\theta & b(-\sin^2\theta + \cos^2\theta + 1) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

$$M = \begin{bmatrix} \cos^2\theta - \sin^2\theta & 2\cos\theta\sin\theta & -2b\cos\theta\cdot\sin\theta \\ 2\cos\theta\sin\theta & -\cos^2\theta + \sin^2\theta & 2b\cos^2\theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

…νουάριος 2014

Θέμα 4



A∪B

Κορυφές

$V_1(0,1,0)$ $X_1(1, 0.8, 0.2)$

$V_2(0,1,1)$ $X_2(1, 0.8, 0.8)$

$V_3(1,1,1)$ $X_3(1, 0.2, 0.8)$

$V_4(1,1,0)$ $X_4(1, 0.2, 0.2)$

$V_5(0,0,0)$ $X_5(2, 0.8, 0.2)$

$V_6(0,0,1)$ $X_6(2, 0.8, 0.8)$

$V_7(1,0,1)$ $X_7(2, 0.2, 0.8)$

$V_8(1,0,0)$ $X_8(2, 0.2, 0.2)$

Επιφάνειες

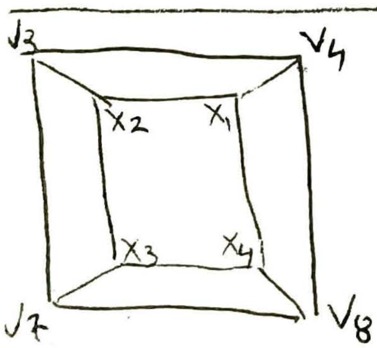
V_1 V_5 V_6 V_2

V_1 V_2 V_3 V_4

V_1 V_4 V_8 V_5

V_5 V_8 V_7 V_6

V_6 V_7 V_3 V_2



V_3 X_2 X_1 V_4

V_3 V_7 X_3 X_2

V_7 V_8 X_4 X_3

V_8 V_4 X_1 X_4

X_1 X_5 X_8 X_4

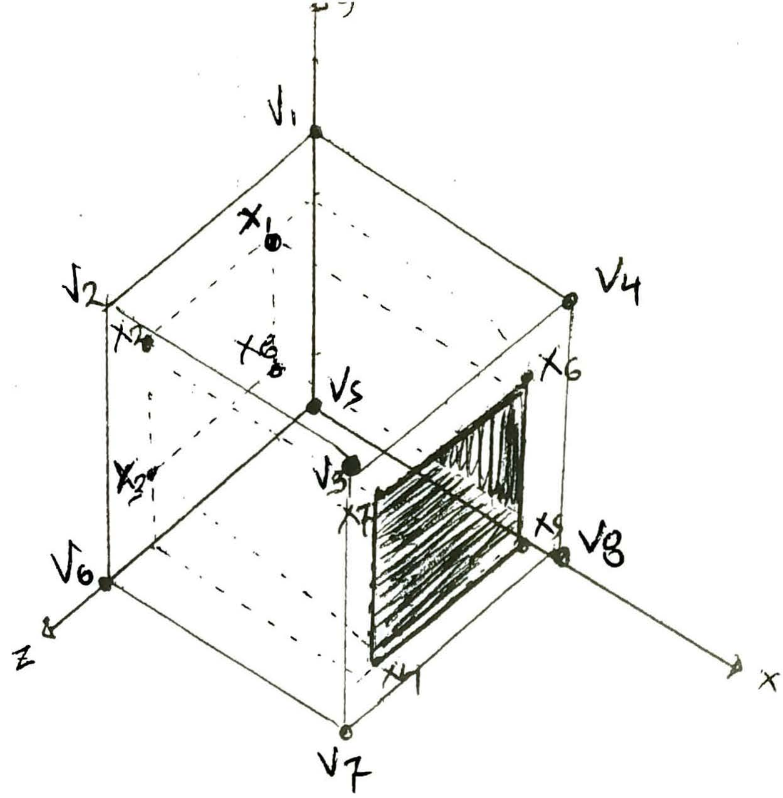
X_5 X_6 X_7 X_8

X_4 X_8 X_2 X_3

X_2 X_3 X_7 X_6

X_1 X_2 X_6 X_5

A-B



Κορυφές

new old

Όλες V και $x_6 = x_1$ $x_7 = x_2$ $x_4 = x_3$ $x_5 = x_4$ όπως πριν

new

$x_1(0, 0.8, 0.2)$

$x_2(0, 0.8, 0.8$

$x_3(0, 0.2, 0.8$

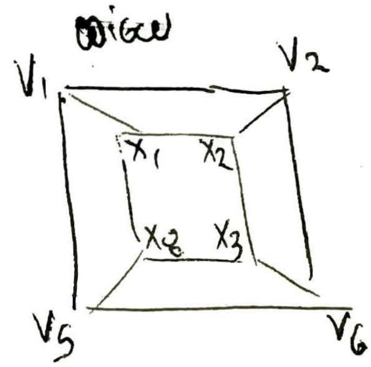
$x_8(0, 0.2, 0.2)$

Επιφάνειες

$$\left.\begin{matrix} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 \\ V_1 & V_4 & V_8 & V_5 \\ V_5 & V_8 & V_7 & V_6 \\ V_2 & V_6 & V_7 & V_3 \end{matrix}\right\} \text{εξωτερικές}$$

$$\left.\begin{matrix} x_1 & x_2 & x_7 & x_6 \\ x_1 & x_6 & x_5 & x_8 \\ x_8 & x_5 & x_4 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_4 & x_7 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{εσωτερικές}$$

πίσω

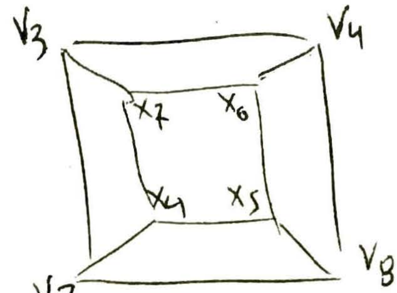


$V_1\ x_1\ x_2\ V_2$

$V_1\ V_5\ x_8\ x_1$

$V_5\ V_6\ x_3\ x_8$

$V_6\ V_2\ x_2\ x_3$



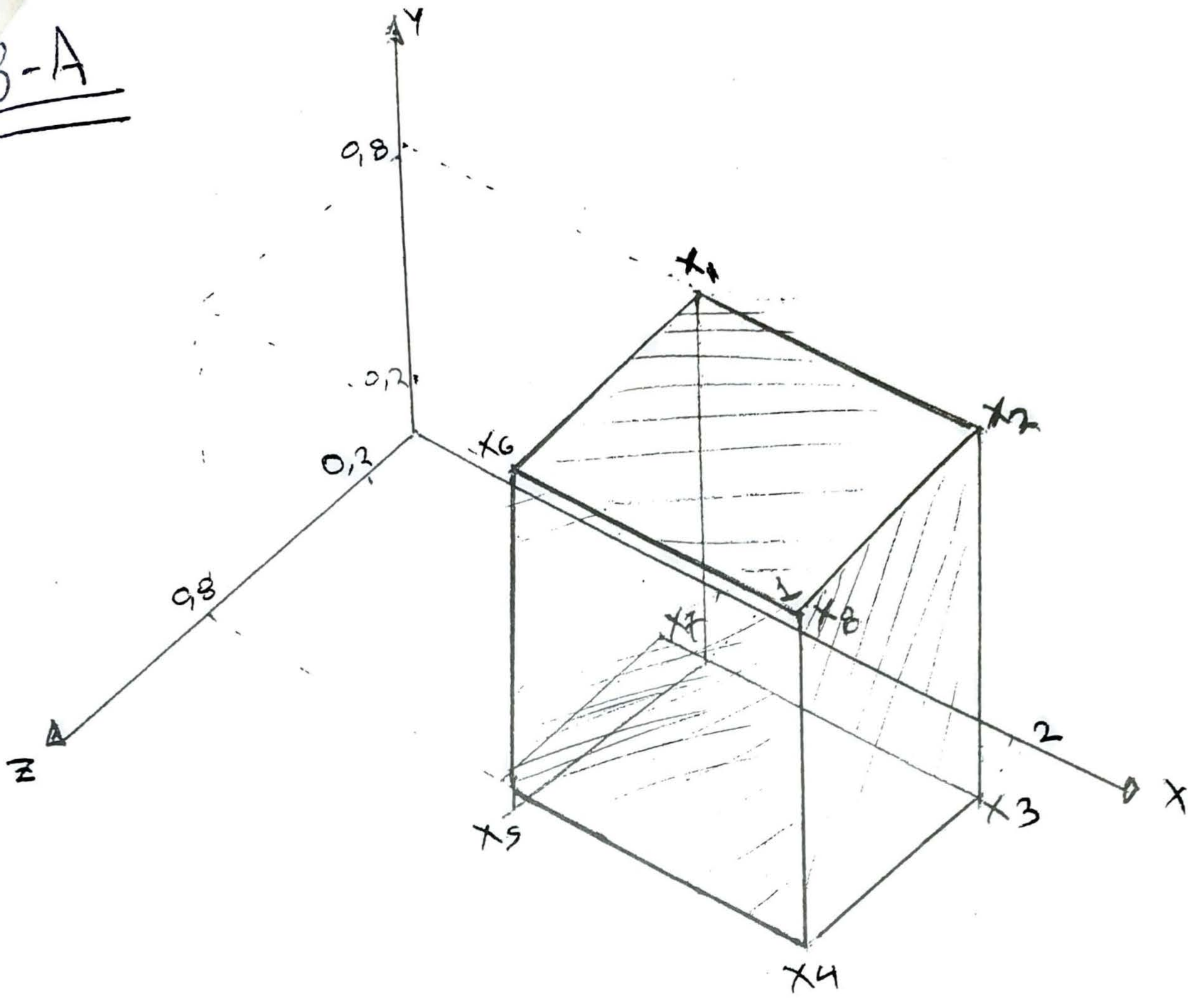
$V_3\ V_7\ x_4\ x_7$

$V_7\ V_8\ x_5\ x_4$

$V_8\ V_4\ x_6\ x_5$

$V_4\ V_3\ x_7\ x_6$

B-A



Κορυφές

$x_1(1, 0.8, 0.2)$

$x_7(1, 0.2, 0.2)$

$x_5(1, 0.2, 0.8$

$x_6(1, 0.8, 0.8)$

$x_2(2, 0.8, 0.2)$

$x_3(2, 0.2, 0.2)$

$x_4(2, 0.2, 0.8)$

$x_8(2, 0.8, 0.8)$

Επιφάνειες

$x_1\ x_6\ x_8\ x_2$

$x_1\ x_2\ x_3\ x_7$

$x_7\ x_3\ x_4\ x_5$

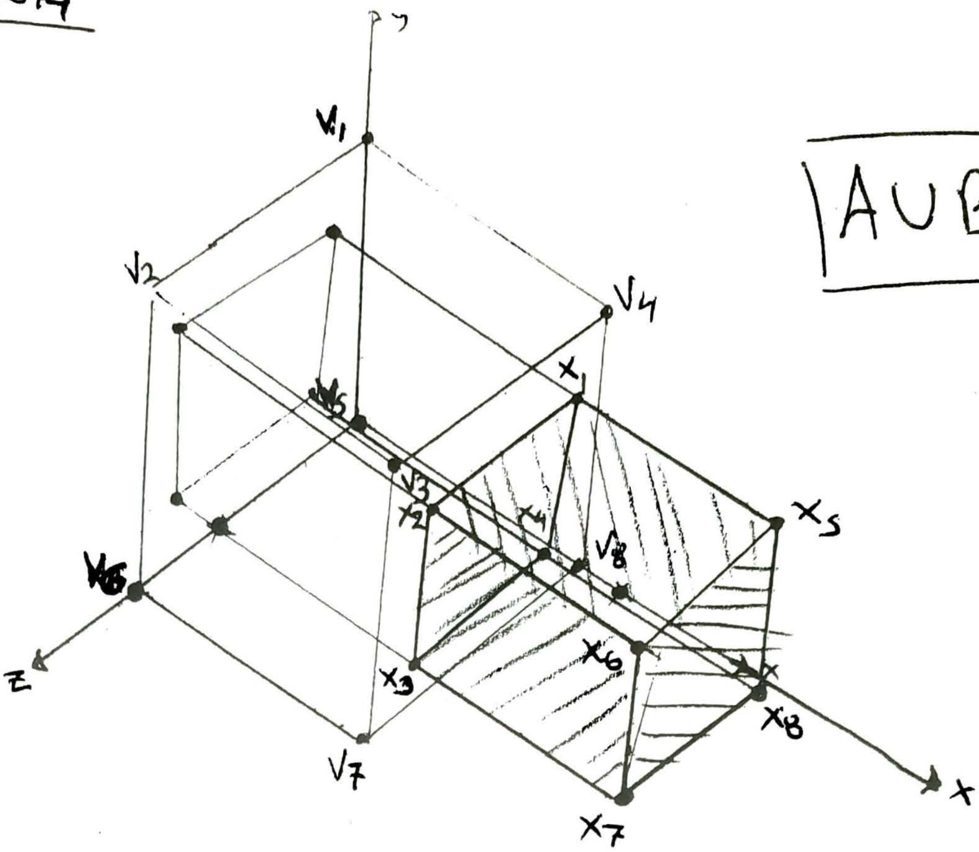
$x_6\ x_5\ x_4\ x_8$

$x_1\ x_7\ x_5\ x_6$

$x_2\ x_8\ x_4\ x_3$

Ιανουάριος 2014

Θέμα 4



$|A \cup B|$

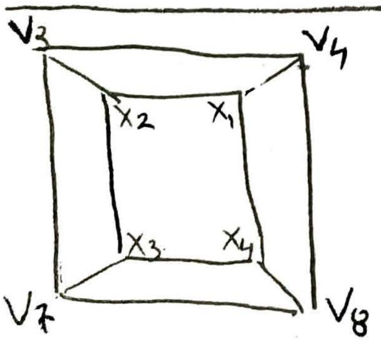
Κορυφές

V1(0, 1, 0) x1(1, 0.8, 0.2)
V2(0, 1, 1) x2(1, 0.8, 0.8)
V3(1, 1, 1) x3(1, 0.2, 0.8)
V4(1, 1, 0) x4(1, 0.2, 0.2)
V5(0, 0, 0) x5(2, 0.8, 0.2)
V6(0, 0, 1) x6(2, 0.8, 0.8)
V7(1, 0, 1) x7(2, 0.2, 0.8)
V8(1, 0, 0) x8(2, 0.2, 0.2)

Επιφάνειες

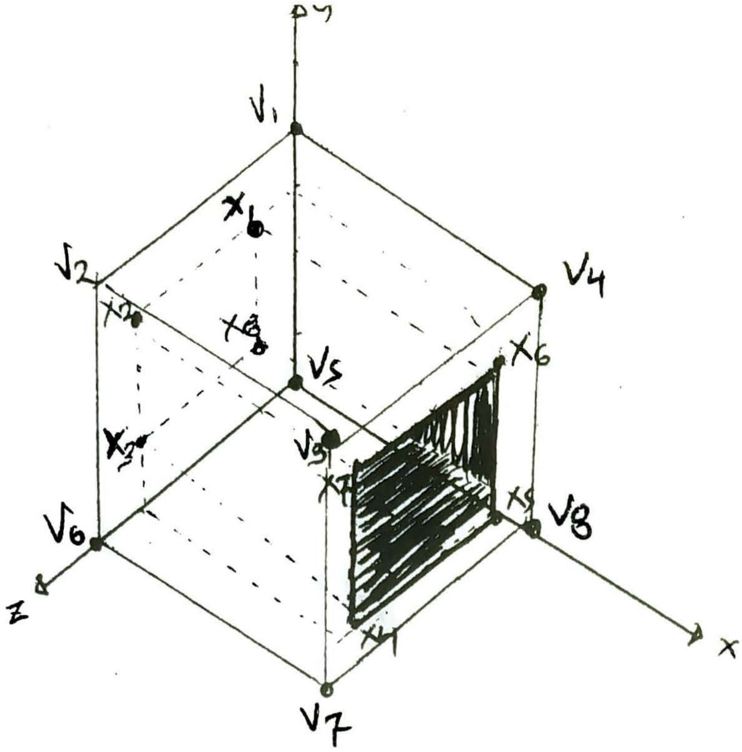
V1 V5 V6 V2
V1 V2 V3 V4
V1 V4 V8 V5
V5 V8 V7 V6
V6 V7 V3 V2

X1 X5 X8 X4
X5 X6 X7 X8
X4 X8 X7 X3
X2 X3 X7 X6
X1 X2 X6 X5



V3 X2 X1 V4
V3 V7 X3 X2
V7 V8 X4 X3
V8 V4 X1 X4

-B



Κορυφές

Όλες V και $x_6 = x_1$ (new ↓ old ↓) $x_7 = x_2$ $x_4 = x_3$ $x_5 = x_4$ όπως πριν

new

$x_1(0, 0.8, 0.2)$

$x_2(0, 0.8, 0.8$

$x_3(0, 0.2, 0.8$

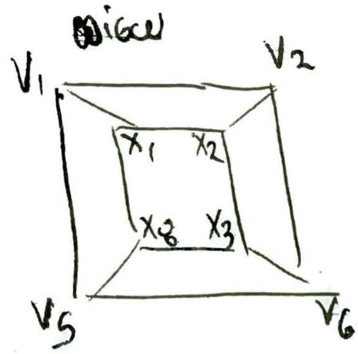
$x_8(0, 0.2, 0.2)$

Επιφάνειες

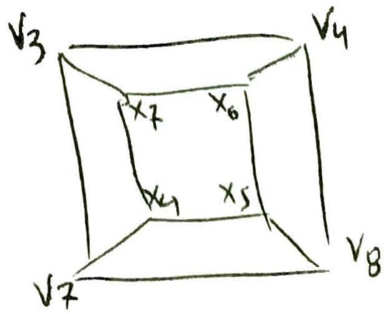
$V_1\ V_2\ V_3\ V_4$
$V_1\ V_4\ V_8\ V_5$
$V_5\ V_8\ V_7\ V_6$
$V_2\ V_6\ V_7\ V_3$ } εξωτερικές

$x_1\ x_2\ x_7\ x_6$
$x_1\ x_6\ x_5\ x_8$
$x_8\ x_5\ x_4\ x_3$
$x_2\ x_3\ x_4\ x_7$ } => εσωτερικές

μέσα



$V_1\ x_1\ x_2\ V_2$
$V_1\ V_5\ x_8\ x_1$
$V_5\ V_6\ x_3\ x_8$
$V_6\ V_2\ x_2\ x_3$



$V_3\ V_7\ x_4\ x_7$
$V_7\ V_8\ x_5\ x_4$
$V_8\ V_4\ x_6\ x_5$
$V_4\ V_3\ x_7\ x_6$

~~Ιανουάριος~~ 2016

σελ. 31

Θέμα 3ο

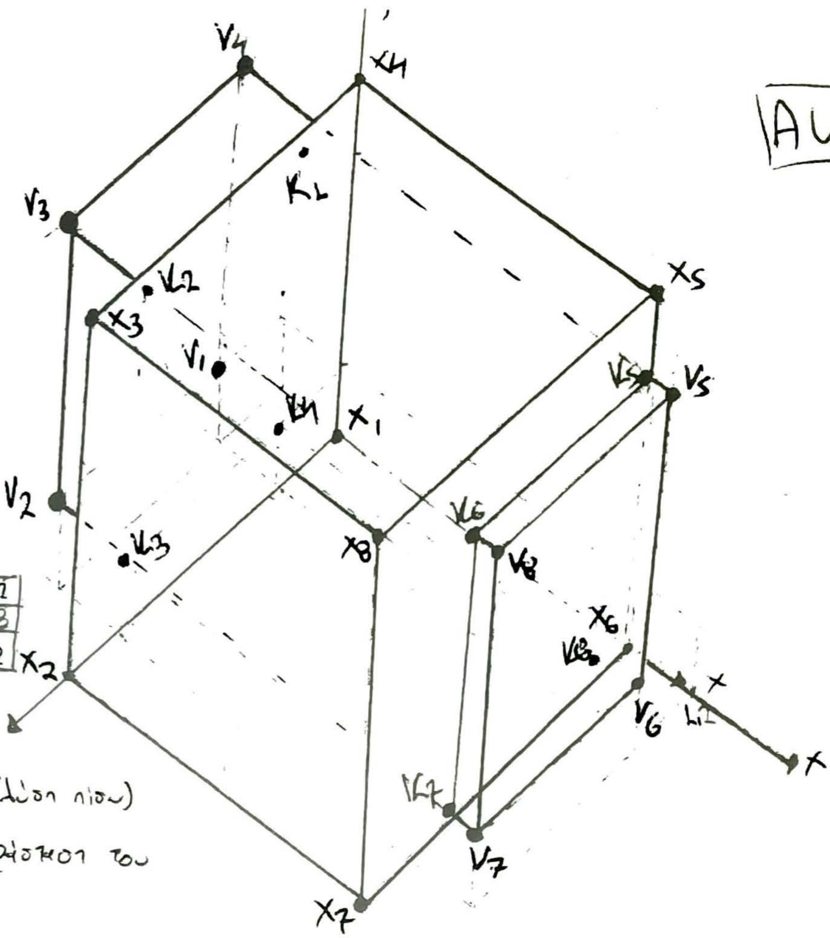
Δίνεται ο μοναδιαίος κύβος
ι με τον ακόλουθο πίνακα
κορυφών (κάθε στήλη είναι μια
κορυφή) κ

0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0

ι το παραλληλεπίπεδο B

.2	-0.2	-0.2	-0.2	1.2	1.2	1.2	1.2
.2	0.2	0.8	0.8	0.2	0.2	0.8	0.8
.2	0.8	0.8	0.2	0.2	0.8	0.8	0.2

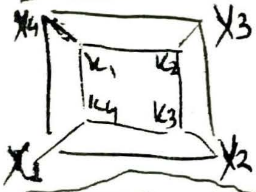
Σχεδιάστε το ή τα στερεά
ν προκύπτουν αν από το B
αφαιρέσουμε το A, δηλαδή B-A (λύση πίσω)
Δώστε την πολυεδρική αναπαράσταση του
αποτελέσματος
*Το A∪B είναι στερεό



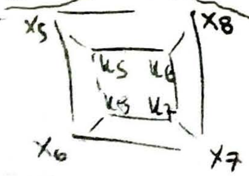
|A∪B|

Κορυφές

$x_1(0,0,0)$ $v_1(-0.2, 0.2, 0.2)$
$x_2(0,0,1)$ $v_2(-0.2, 0.2, 0.8)$
$x_3(0,1,1)$ $v_3(-0.2, 0.8, 0.8)$
$x_4(0,1,0)$ $v_4(-0.2, 0.8, 0.2)$
$x_5(1,1,0)$ $v_5(1.2, 0.8, 0.2)$
$x_6(1,0,0)$ $v_6(1.2, 0.2, 0.2)$
$x_7(1,0,1)$ $v_7(1.2, 0.2, 0.8)$
$x_8(1,1,1)$ $v_8(1.2, 0.8, 0.8)$



$x_4 k_1 k_2 x_3$
$x_3 k_2 k_3 x_2$
$x_2 k_3 k_4 x_1$
$x_4 x_1 k_4 k_1$



$x_5 k_5 k_6 x_8$
$x_8 k_6 k_7 x_7$
$k_7 k_8 x_6 x_7$
$x_5 x_6 k_8 k_5$

Επιφάνειες

~~$x_4 x_3 x_8 x_5$~~

$x_4 x_3 x_8 x_5$
$x_4 x_5 x_6 x_1$
$x_1 x_6 x_7 x_2$
$x_2 x_7 x_8 x_3$

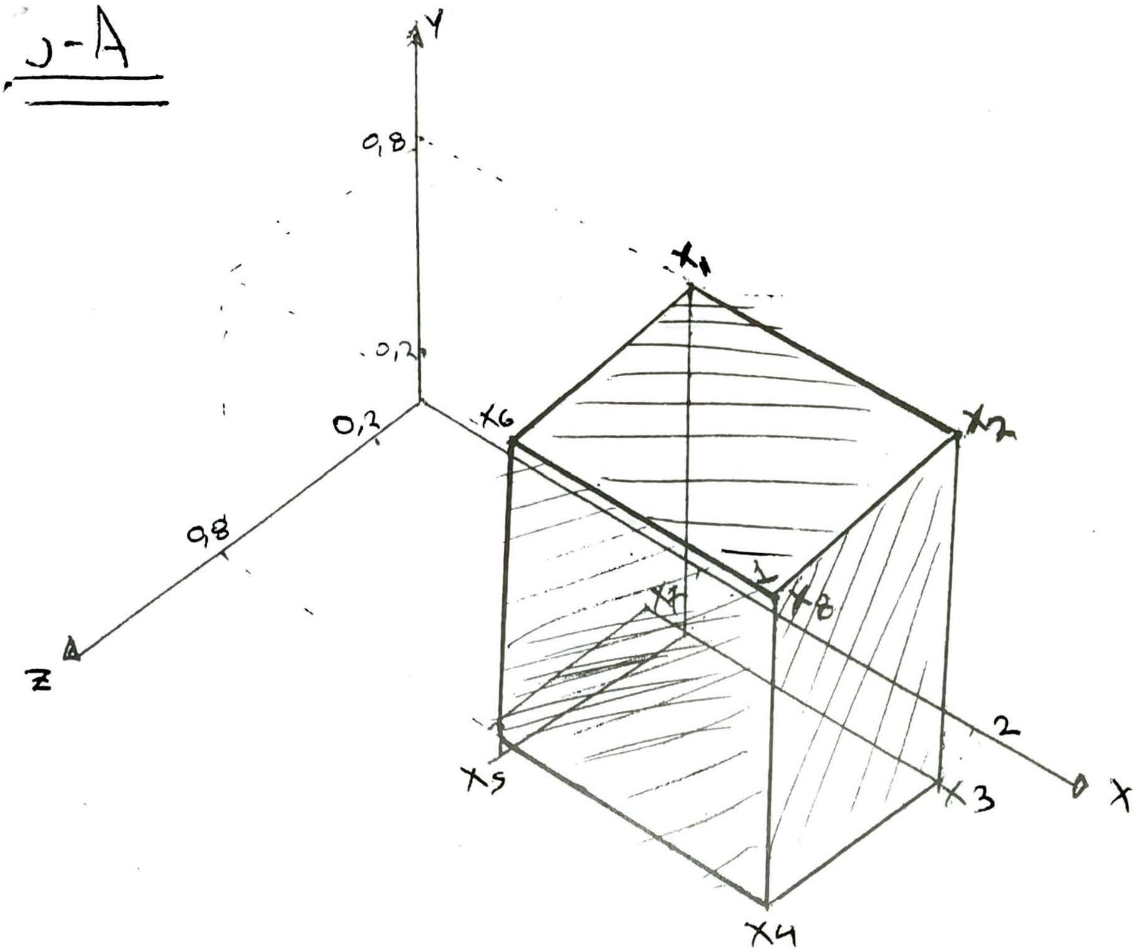
$v_4 v_1 v_2 v_3$
$v_4 k_1 k_4 v_1$
$v_1 k_4 k_3 v_2$
$v_3 v_2 k_3 k_2$
$v_4 v_3 k_2 k_1$

πίσω

$k_5 v_5 v_6 k_8$ $v_5 v_8 v_6 v_7$
$k_8 v_6 v_7 k_7$
$k_6 k_7 v_7 v_8$
$v_5 k_5 k_6 v_8$

Μπροστά

J-A



Κορυφές

$x_1(1, 0.8, 0.2)$

$x_7(1, 0.2, 0.2)$

$x_5(1, 0.2, 0.8$

$x_6(1, 0.8, 0.8)$

$x_2(2, 0.8, 0.2)$

$x_3(2, 0.2, 0.2)$

$x_4(2, 0.2, 0.8)$

$x_8(2, 0.8, 0.8)$

Επιφάνειες

$X_1\ X_6\ X_8\ X_2$

$X_1\ X_2\ X_3\ X_7$

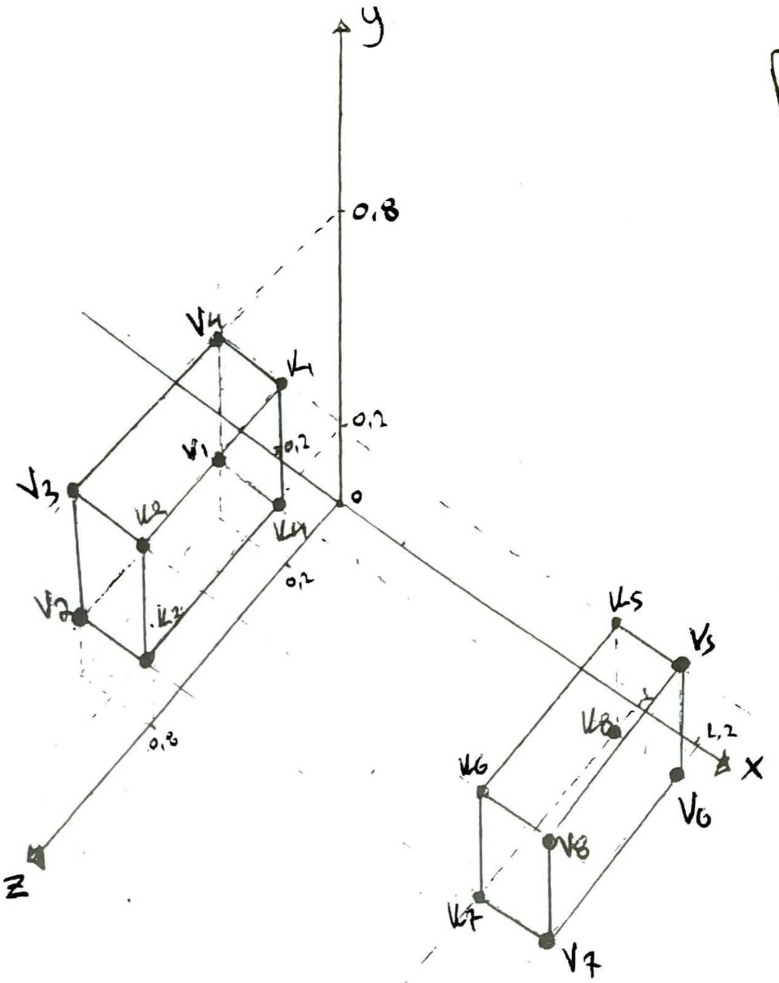
$X_7\ X_3\ X_4\ X_5$

$X_6\ X_5\ X_4\ X_8$

$X_1\ X_7\ X_5\ X_6$

$X_2\ X_8\ X_4\ X_3$

B-A



Κορυφές

$V_1(-0.2, 0.2, 0.2)$

$V_2(-0.2, 0.2, 0.8)$

$V_3(-0.2, 0.8, 0.8)$

$V_4(-0.2, 0.8, 0.2)$

$K_1(0, 0.8, 0.2)$

$K_2(0, 0.8, 0.8)$

$K_3(0, 0.2, 0.8)$

$K_4(0, 0.2, 0.2)$

πίσω

$V_5(1.2, 0.8, 0.2)$

$V_6(1.2, 0.2, 0.2)$

$V_7(1.2, 0.2, 0.8)$

$V_8(1.2, 0.8, 0.8)$

$K_5(1, 0.8, 0.2)$

$K_6(1, 0.8, 0.8$

$K_7(1, 0.2, 0.8)$

$K_8(1, 0.2, 0.2)$

μπροστά

Επιφάνειες

$V_1 V_2 V_3 V_4$

$V_4 K_1 K_4 V_1$

$K_1 K_4 K_3 K_2$

$V_2 K_3 K_2 V_3$

$V_4 V_3 K_2 K_1$

$V_1 K_4 K_3 V_2$

πίσω

$K_5 K_8 K_7 K_6$

$K_5 V_5 V_6 K_8$

$V_5 V_8 V_7 V_6$

$K_6 K_7 V_7 V_8$

$K_5 K_6 V_8 V_5$

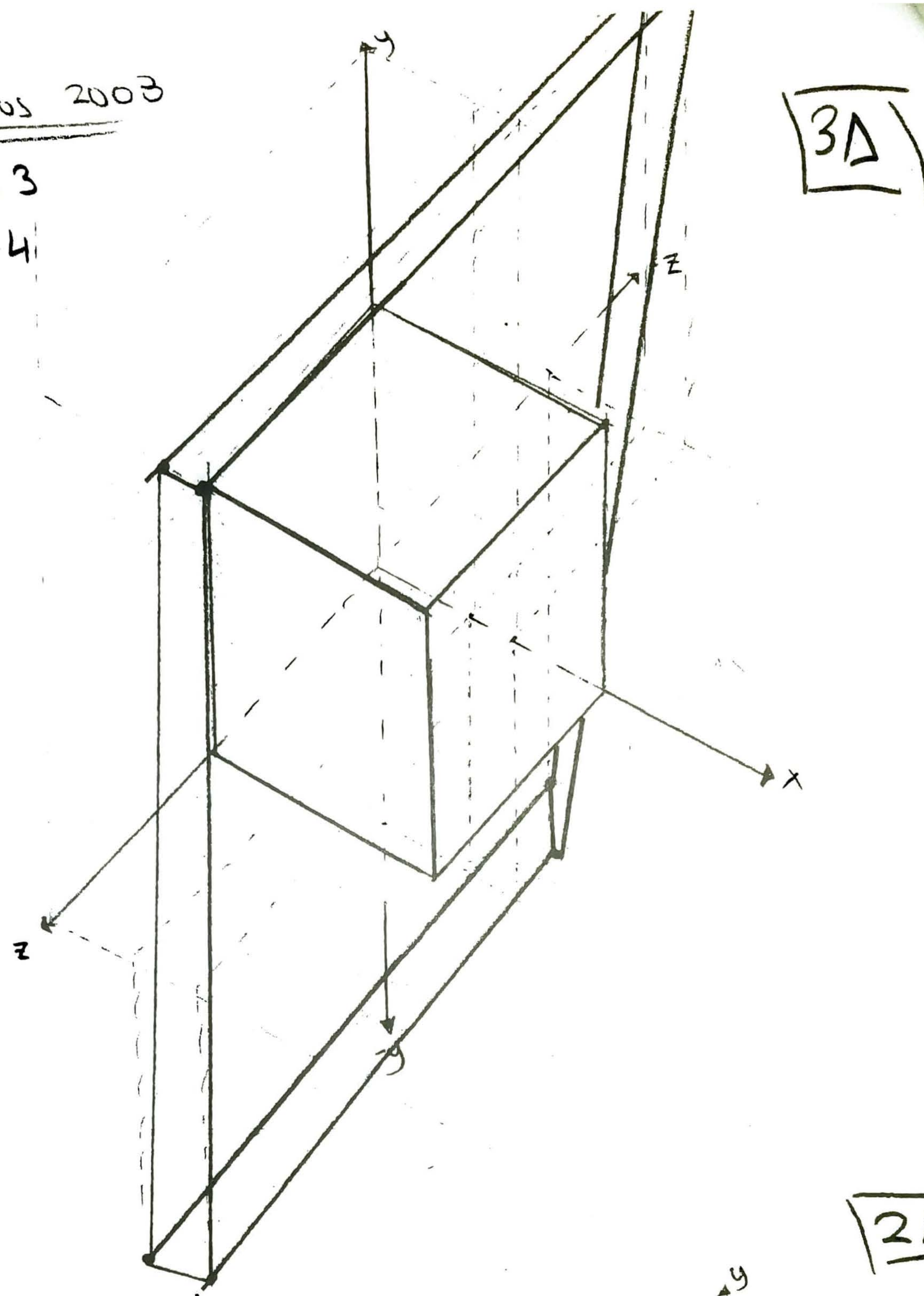
$K_8 V_6 V_7 K_7$

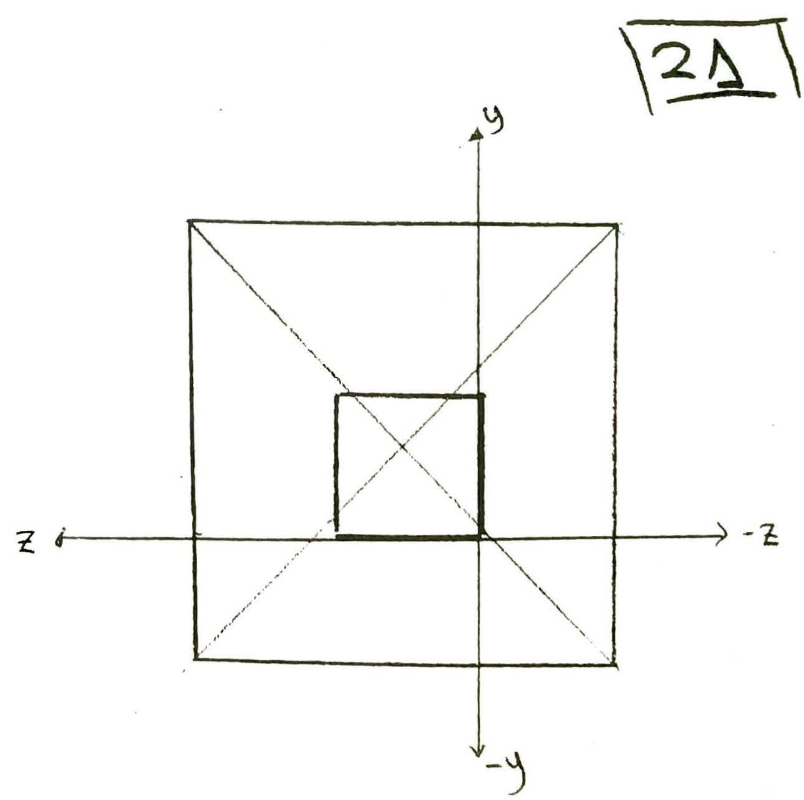
=) μπροστά

Σεπτέμβριος 2003

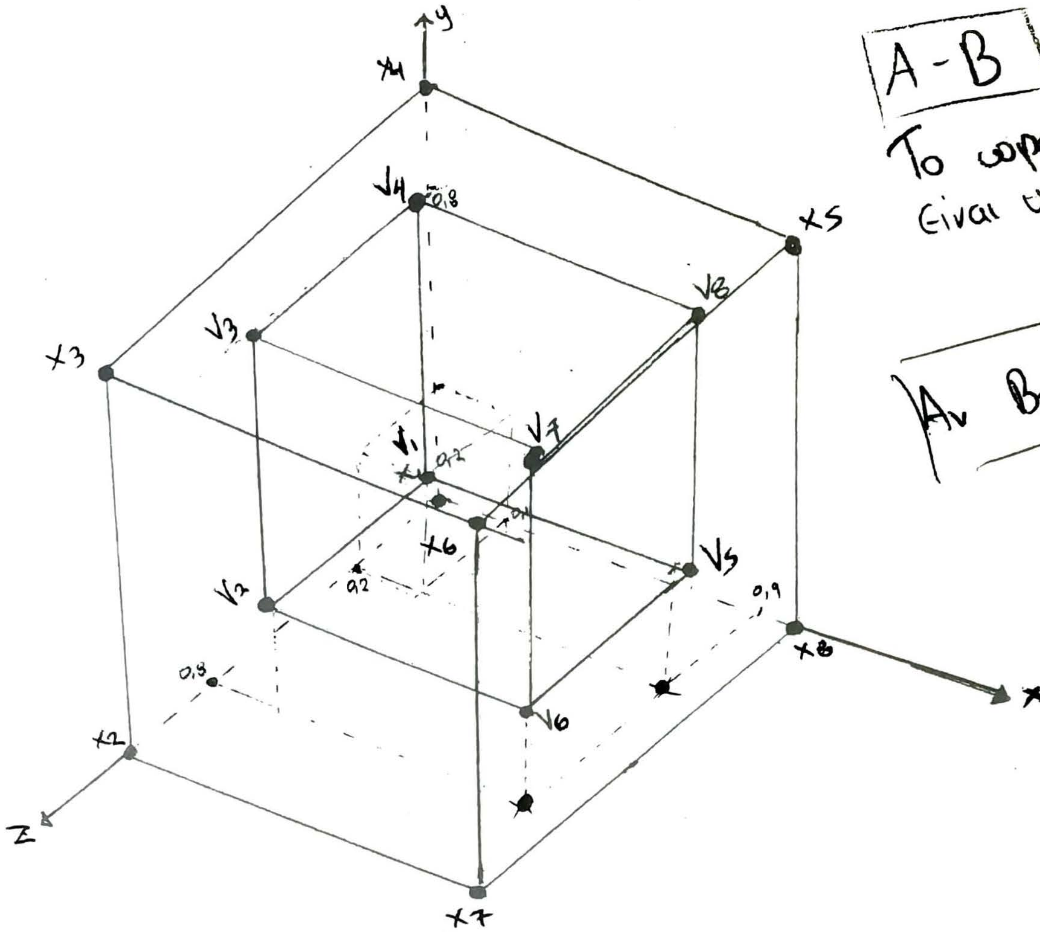
σελ. 21, 3

σελ. 22, 4





σχ. 29



$\boxed{A - B}$

Το ωράισμο είναι
είναι κενό

Αν $\cancel{B}$-$\cancel{A}$ = ∅

Κορυφές

$x_1(0,0,0)$ $v_1(0.1, 0.2, 0.2)$

$x_2(0,0,1)$ $v_2(0.1, 0.2, 0.8)$

$x_3(0,1,1)$ $v_3(0.1, 0.8, 0.8)$

$x_4(0,1,0)$ $v_4(0.1, 0.8, 0.2)$

$x_5(1,1,0)$ $v_5(0.9, 0.2, 0.2)$

$x_6(1,1,1)$ $v_6(0.9, 0.2, 0.8)$

$x_7(1,0,1)$ $v_7(0.9, 0.8, 0.8)$

$x_8(1,0,0)$ $v_8(0.9, 0.8, 0.2)$

Επιφάνειες

$x_1 x_2 x_3 x_4$
$x_1 x_4 x_5 x_8$
$x_8 x_5 x_6 x_7$
$x_1 x_8 x_7 x_2$
$x_2 x_7 x_6 x_3$
$x_4 x_5 x_6 x_3$
⇒ Εξωτερικό.

$v_1 v_2 v_3 v_4$
$v_1 v_4 v_8 v_5$
$v_5 v_8 v_7 v_6$
$v_2 v_6 v_7 v_3$
$v_4 v_3 v_7 v_8$
$v_1 v_5 v_6 v_2$
⇒ Εσωτερικό κενό.