

ĐỀ THI THỬ HSG CẤP TỈNH THCS

NGÀY KIỂM TRA: 21/03/2021

Thời gian làm bài: 180 phút

Nội dung đề bài:

BÀI 1: TRIBONACCI (5 ĐIỂM) Tên chương trình: TRIBONACCI.PAS

Nói đến dãy số Fibonacci, chắc hẳn ai trong chúng ta ít nhiều cũng đã biết tới. Bờm vừa được thầy của mình dạy cho về dãy Fibonacci, anh ta rất thích thú với dãy số này nhưng lại cảm thấy công thức của dãy số này quá đơn giản, do đó Bờm nghĩ đến một dãy số phức tạp hơn có công thức gần giống với dãy Fibonacci, Bờm đặt tên cho dãy đó là Tribonacci.

Dãy Tribonacci là dãy số có công thức như sau:

$$T(i)=i; \text{ với mọi số nguyên dương } i \leq 3$$

$$T(i)=T(i-1)+T(i-2)+T(i-3); \text{ với mọi số nguyên dương } i > 3$$

Bờm khoe dãy số mới với Tèo, vốn là một người rất thông minh nhưng cũng rất gian xảo nên Tèo đố bờm có thể tính được tổng N phần tử đầu tiên của dãy Tribonacci này. Tức là Bờm cần tính giá trị:

$$F(N)=T(1)+T(2)+T(3)+\dots+T(N-1)+T(N)$$

Do giá trị N rất lớn nên hãy giúp Bờm tính và trả lời kết quả cho câu đố của Tèo nhé. Do giá trị rất lớn nên Bờm chỉ cần trả lời phần dư của kết quả sau khi chia cho $10^{15} + 7$.

Dữ liệu vào: Vào từ file văn bản **TRIBONACCI.INP**: chứa số nguyên dương N .

Kết quả: Ghi ra file văn bản **TRIBONACCI.OUT**: gồm 1 dòng là kết quả tìm được. Do kết quả rất lớn nên chỉ cần trả về phần dư cho $10^{15} + 7$

| TRIBONACCI.INP | TRIBONACCI.OUT |
|----------------|----------------|
| 1 | 1 |
| 2 | 3 |
| 3 | 6 |
| 4 | 12 |
| 5 | 23 |

BÀI 2: SUBSTRING (4 ĐIỂM) Tên chương trình: SUBSTRING.PAS

hgminh là một thành viên mới của tập đoàn trách nhiệm hữu hạn nhiều thành viên phi lợi nhuận đào tạo coder: Cờ Một Một.

Không may thay, khi vừa vào anh bị tổ trưởng điểm danh Cà Dốt chơi khó, anh cần tìm số thứ tự trong danh sách nhân viên. Cà Dốt cho anh một xâu S độ dài n , tên của hgminh trong danh sách là xâu B độ dài m . Để tìm ra số thứ tự của mình, hgminh cần phải đếm số xâu con (định nghĩa xâu con xem ở dưới) phân biệt của xâu S thỏa mãn:

- 2 ký tự kề nhau trong xâu con phải khác nhau
- Có thứ tự từ điển không nhỏ hơn xâu B

Vì kết quả rất to mà hgminh chưa học số lớn nên Cà Dốt quyết định sẽ yêu cầu hgminh đưa ra kết quả sau khi mod $1000000007 (10^9+7)$

Xâu a gọi là xâu con của S nếu tồn tại 1 dãy x thỏa mãn $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{length(a)} \leq length(S)$ và $a_i = S_{x_i}$ với mọi i từ 1 đến $length(a)$.

Ví dụ: xâu "aba" có 6 xâu con phân biệt khác rỗng là: "a", "b", "ab", "ba", "aa", "aba"

Dữ liệu: Vào từ file văn bản **SUBSTRING.INP**:

- Dòng 1: số nguyên dương t là số test ($t \leq 5$)
- Mỗi test có định dạng như sau:
 - Dòng 1: xâu S độ dài n
 - Dòng 2: xâu B độ dài m

Kết quả: Ghi ra file văn bản **SUBSTRING.OUT**:

- Gồm t dòng, dòng thứ i là kết quả của test thứ i sau khi mod $1000000007 (10^9+7)$

Scoring

Trong tất cả các test $n, m \geq 1$,

Xâu S, B chỉ gồm chữ thường từ 'a' ... 'z'

Trong 20% số test, $n, m \leq 20$

Trong 40% số test tiếp theo, $n, m \leq 1000 (10^3)$

Trong 40% số test tiếp theo, $n, m \leq 100000 (10^5)$

| SUBSTRING.INP | SUBSTRING.OUT |
|---------------|---------------|
| 2 | |
| bab | |
| aa | 4 |
| cac | 3 |
| b | |

Note

- Xâu "bab" có 4 xâu con thỏa mãn là: "b", "ab", "ba", "bab"
- Xâu "cac" có 3 xâu con thỏa mãn là: "c", "ca", "cac"

BÀI 3: GAME (4 ĐIỂM) Tên chương trình: GAME.PAS

Mỗi khi bị kẹt xe trên đường vì tắc đường. An thường nghĩ ra trò chơi để giải trí. Một trong những trò chơi đó là An đọc N số từ các biển số xe và tìm số nguyên M ($M > 1$) sao cho N số đã đọc đều có cùng số dư khi chia cho M. An muốn tìm được càng nhiều số M như thế càng tốt. Bạn hãy giúp An tìm tất cả các số M thỏa mãn yêu cầu.

Dữ liệu: vào từ file **GAME.INP**

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên N ($2 \leq N \leq 100$)
- N dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa số nguyên B_i thuộc đoạn $[1; 10^9]$. Tất cả số nguyên đôi 1 khác nhau. Dữ liệu vào đảm bảo tồn tại ít nhất một số M thỏa mãn yêu cầu.

Kết quả: Ghi ra file **GAME.OUT** tất cả các số M tìm được theo thứ tự tăng dần, các số ghi cách nhau bởi dấu cách.

| GAME.INP | GAME.OUT |
|--------------------------------|----------|
| 3 6 34 38 | 2 4 |
| 5 5 17 23 14 83 | 3 |

BÀI 4: SỐ RÕ RÀNG (4 ĐIỂM) Tên chương trình: CLEARNUM.PAS

Bờm mới tìm được một tài liệu định nghĩa số rõ ràng như sau: Với số nguyên dương n, ta tạo số mới bằng cách lấy tổng bình phương các chữ số của nó, với số mới này ta lại lặp lại công việc trên. Nếu trong quá trình đó, ta nhận được số mới là 1, thì số n ban đầu được gọi là số rõ ràng. Ví dụ, với $n = 19$, ta có:

$19 \rightarrow 82 (= 1^2 + 9^2) \rightarrow 68 \rightarrow 100 \rightarrow 1$

Như vậy, 19 là số rõ ràng.

Không phải mọi số đều rõ ràng.

Ví dụ, với $n = 12$, ta có:

$12 \rightarrow 5 \rightarrow 25 \rightarrow 29 \rightarrow 85 \rightarrow 89 \rightarrow 145 \rightarrow 42 \rightarrow 20 \rightarrow 4 \rightarrow 16 \rightarrow 37 \rightarrow 58 \rightarrow 89 \rightarrow 145$

Bờm rất thích thú với định nghĩa số rõ ràng này và thách đố phú ông: Cho một số nguyên dương n,

tìm số $S(n)$ là số rõ ràng liền sau số n , tức là $S(n)$ là số rõ ràng nhỏ nhất lớn hơn n .

Tuy nhiên, câu hỏi đó quá dễ với phú ông và phú ông đã đổi lại Bờm: Cho hai số nguyên dương n và m ($1 \leq n, m \leq 10^{15}$), hãy tìm số $S^m(n) = S(S(\dots S(n)))$ là số rõ ràng liền sau thứ m của n .

Bạn hãy giúp Bờm giải câu đố này nhé!

Dữ liệu: Vào từ file văn bản **CLEARNUM.INP** một dòng chứa 2 số nguyên n và m .

Kết quả: Ghi ra file văn bản **CLEARNUM.OUT** một dòng là kết quả tìm được.

| CLEARNUM.INP | CLEARNUM.OUT |
|--------------|--------------|
| 18 1 | 19 |
| 1 14567807 | 1000000000 |

Giải thích:

- Test 1: Số rõ ràng thứ 1 sau số 18 là 19.
- Test 2: Số rõ ràng thứ 14567807 sau số 1 là số 1000000000.

BÀI 5: HAI GIÁ TRỊ (3 ĐIỂM) Tên chương trình: TWOVALS.PAS

Cho dãy số nguyên a_1, a_2, \dots, a_N . Tìm độ dài dãy con dài nhất chỉ bao gồm 2 giá trị khác nhau. Ví dụ dãy 1, 3, 2, 3, 3, 1, 2 thì đoạn dài nhất cần tìm là 3, 2, 3, 3 có độ dài 4 gồm 2 giá trị là 2 và 3.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản **TWOVALS.INP**

- Dòng đầu tiên ghi số nguyên N ($1 \leq N \leq 10^9$)
- Dòng thứ 2 ghi N số nguyên (a_1, a_2, \dots, a_N) ($1 \leq a_i \leq 10^9$)

Kết quả: Ghi ra file văn bản **TWOVALS.OUT** một số nguyên duy nhất là độ dài dài nhất tìm được.

| TWOVALS.INP | TWOVALS.OUT |
|--------------------|-------------|
| 7 1 3 2 3 3 1 2 | 4 |

Không giải thích gì thêm!