

I НЕДЕЉА

Примитивна функција, Неодређени интеграл

Огњен • Fri Feb 09 2024

🕒 999мин

Започећемо теорију са дефиницијом примитивне функције.

Кликни на 📺 да би видео тачан одговор.

Често сам заборављао интервале у мојим дефиницијама функција. Хајде да то исправимо.

Примитивна функција

је нека функција **F** функције **f** на неком интервалу (коначном или бесконачном) (a, b), тако да важи:

$$F'(x) = f(x)$$



Теорема 1.1 А)

Ако је F примитивна функција функције f на неком интервалу I онда је и ____?



Теорема 1.1 Б)

Ако су F₁ и F₂ примитивне функције функције f на интервалу I, тада ____?

Интеграли

Ако је F произвољна примитивна функција функције f на интервалу (a, b), онда се

функције f, у ознаци:

$$\int f(x)dx$$

дефинише помоћу:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$$C = const, a < x < b$$



Дефиниција М

Скуп свих ____ функције f називамо ____?



Теорема 1.2

За примитивну функцију F(x) функције f(x) на интервалу I, важи:

$$d \int f(x)dx = ___?$$

$$\left(\int f(x)dx \right)' = ___?$$

$$\int dF(x) = ___?$$

I Табела основних неодређених интеграла

Овде сам навео оне које су тежи да се запамте.



$$\int \frac{dx}{1-x^2} = ?$$



$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = ?$$



$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = ?$$



$$\int \frac{dx}{x} = ?$$



$$\int a^x dx = ?$$



$$\int \sin(x) dx = ?$$

☰	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = ?$
☰	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = ?$
☰	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm 1}} = ?$
☰	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a}} = ?$
☰	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = ?$

II Линеарност интеграла

☰	Теорема 1.3
Ако функције f и g имају примитивне функције на интервалу (a, b) тада и функција _____ важи једнакост _____?	

III Смена променљиве

Ово је једна од оних теорема које се тешко памте јер ~~покушавају~~ да опишу практичну примену - смену.

Тако да док не провежбаш практично - неће ти бити лако запамтити:

☰	Теорема 1.4 Смена променљиве
Навести две врсте смене променљиве.	

IV Метод парцијалне интеграције

Ово је можда "Тевенен" за интеграле, јер је толико моћан метод.

☰	Теорема 1.5 Правило парц. инт.
Ако су u и v _____ на интервалу I , тада _____?	

Неки **карактеристични примери** примене методе парцијалне интеграције:

☰	$\int P_n(x)\{e^x, \sin x, \cos x\}dx \rightarrow ?$
☰	$\int P_n(x)\{(\ln x)^k, (\arcsin x)^k, (\arccos x)^k, (\arctan x)^k\}dx \rightarrow ?$
☰	$\int e^{ax}\{\sin(bx), \cos(bx)\}dx \rightarrow ?$

V Свођење квадратног тринома на канонски облик

Шта је уопште канонски облик?

У задацима користимо канонски облик да би применили неку од основних формула интеграла.

Често ћемо добити интеграле за решавање које се на овај или онај начин замене у канонски облик.

Пример

$$\begin{aligned}
 & ax^2 + bx + c \\
 &= a \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right] \\
 &= a \left[\left(x^2 + 2x \cdot \frac{b}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right] \\
 &= a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right] \\
 &= a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \right] \\
 &\text{сменом } t = x + \frac{b}{2a},
 \end{aligned}$$

добивамо облик квадратног тринома који се другачије назива **канонски облик**.

У скрипти су нам дати неки облици, али њих ћемо проћи кроз задатке.

Интеграли задаци до рекурентних	↻
Друга недеља теорије	↻

