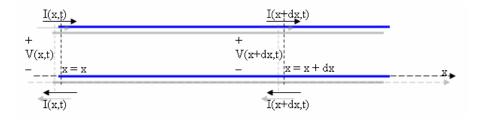


# Transmissiónslinjur

# Magnus Danielsen



NVDRit 2009:14

Faculty of Science and Technology University of the Faroe Islands

### Heiti / Title Transmissiónslinjur

Høvundar / Authors Magnus Danielsen

Ritslag / Report Type Undirvisingartilfar/Teaching Material

NVDRit 2009:14

© Náttúruvísindadeildin og høvundurin

ISSN 1601-9741

Útgevari / Publisher Náttúruvísindadeildin, Fróðskaparsetur Føroya Bústaður / Address Nóatún 3, FO 100 Tórshavn, Føroyar (Faroe Islands)

Postrúm / P.O. box 2109, FO 165 Argir, Føroyar (Faroe Islands)

1 • 4 • 0 +298 352550 • +298 352551 • nvd@setur.fo

# **Innihaldsyvirlit:**

Transmissiónslinjulíkningar	s. 4
Háfrekvensøki	s. 6
Lágfrekvensøki	s. 6
Bylgjuútbreiðsla	s. 7
Karakteristiskur impedansur	s. 7
Reflektión	s. 8
Kaðaleginleikar í ymiskum kaðalum	s. 9
Data fyri koaxialkaðalar	s. 10

# Føroyskur samandráttur:

#### Transmissiónslinjur

Grundleggjandi hugtøk og eginleikar verða viðgjørd og lýst við líkningunum fyri transmissiónslinjur. Transmissiónslinjuimpedansur, útbreiðslu eginleikar og týdningur teirra fyri signalini, ið verða send eftir linjuni, herundir impedanslast og reflektiónir, eru greinað.

# **English abstract:**

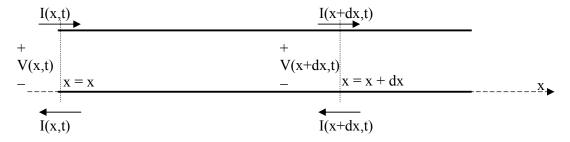
#### **Transmission Lines**

The topic of this note is a description of the fundamental phenomena and characteristics of transmission lines based on the transmission line equations. The characteristic impedance and the propagation constant and velocity are treated. Impedance loads, and reflection coefficients are developed.

# Transmissiónslinjur:

#### 1. Transmissiónslinjulíkningar

Ein transmissiónslinja hevur tveir leiðarar við elektriskum spenningi millum og leiðir elektriskan streym. Spenningurin V = V(x,t) og streymurin I = I(x,t) er funktiónir av staðnum x og tíðini t. Í mynd 1 er ein tekning av transmissiónslinju. Her eru spennings- og streymstøddirnar vístar í tveimum støðum á staðarásinum x við fjarstøðuni dx ímillum.



Mynd 1 Transmissiónslinja

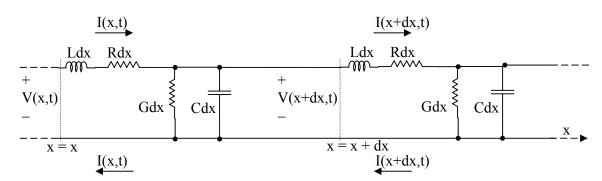
Transmissiónslinjan og egileikar hennara verða lýst við fýra støddum:

Seriumótstøða í leiðarunum (báðum) pr. metur:  $R = \Omega/m$ 

Seriusjálvinduktión í leiðarunum (báðum) pr. metur: L = H/m [H = Henry] Parallellkapasitetur millum leiðararbar pr. metur: C = F/m [F = Farad]

Parallellkonduktansur millum leiðararbar pr. metur: G = S/m  $[S = Siemens = \Omega^{-1}]$ 

Við støði í hesum eginleikum kann ein javngildisrás, víst í mynd 2, verða sett upp. Út frá hesi mynd kunnu transmissiónslíkningarnar fyri transmissiónslinjuna verða útleiddar. Javngildisrásin vísir broytingina í streymi og spenningi í infinitisimalari broyting dx av staðnum x.



Mynd 2 Javngildisrás fyri transmissiónslinju

Vit kunnu uppseta hesar streymráslíkningar fyri transmissiónslinjuna

(1) 
$$I(x+dx) = I(x) - Cdx \frac{dV(x+dx)}{dt} - GdxV(x+dx)$$
$$V(x+dx) = V(x) - Ldx \frac{dI(x)}{dt} - RdxI(x)$$

Líkningarnar kunnu umskrivast til *Transmissionslíkningarnar:* 

(2) 
$$\frac{dI(x)}{dx} = -C\frac{dV(x)}{dt} - GV(x)$$
$$\frac{dV(x)}{dx} = -L\frac{dI(x)}{dt} - RI(x)$$

Vit kunnu nú brúka harmoniskt varierandi spenning og streym:

(3) 
$$I(x,t) = I(x) \cdot \exp(j\omega t)$$
$$V(x,t) = V(x) \cdot \exp(j\omega t)$$

Her er  $\omega = 2\pi f$  cykliski frekvensurin og f er frekvensurin. Verður innsett í transmissiónslíkningarnar, kann faktorurin exp(j $\omega$ t) styttast burtur, og tá fáast:

Transmissiónslíkningarnar fyri harmoniskt varierandi spenningar og streymar:

(4) 
$$\frac{dI(x)}{dx} = -(j\omega C + G)V(x)$$
$$\frac{dV(x)}{dx} = -(j\omega L + R)I(x)$$

Við at eliminera ávikavist spenningin V og síðan streymin I, kunnu vit út frá hesum líkninum útleiða

Bylgjulíkningarnar fyri streym og spenning:

(5) 
$$\frac{d^{2}I(x)}{dx^{2}} = (j\omega C + G)(j\omega L + R)I(x) = \gamma^{2}I(x)$$
$$\frac{d^{2}V(x)}{dx^{2}} = (j\omega C + G)(j\omega L + R)V(x) = \gamma^{2}V(x)$$

Her definera vit støddina γ, sum inngongur í høgru síðu av báðum líkningum, sum

Kompleksa útbreiðslukonstantin:

(6) 
$$\gamma = \sqrt{(j\omega C + G)(j\omega L + R)}$$

Vit kunnu nú finna

Loysnina til bylgjulíkningarnar:

(7) 
$$I(x) = I_1 \cdot \exp(-\gamma x) + I_2 \cdot \exp(\gamma x)$$
$$V(x) = V_1 \cdot \exp(-\gamma x) + V_2 \cdot \exp(\gamma x)$$

Loysnin til tíðarheftu transmissiónslíkningarnar finst við at falda I(x) og V(x) við faktorinum  $exp(j\omega t)$ :

Loysn til tíðarheftu transmissiónslíkningarnar:

(8) 
$$I(x,t) = I_1 \cdot \exp(-\gamma x + j\omega t) + I_2 \cdot \exp(\gamma x + j\omega t)$$
$$V(x,t) = V_1 \cdot \exp(-\gamma x + j\omega t) + V_2 \cdot \exp(\gamma x + j\omega t)$$

Komplexi útbreiðslukonstanturin verður ofta skrivaður sum summin av einum realparti  $\alpha$  og einum immaginerparti  $\beta$ :

(9) 
$$\gamma = \sqrt{(j\omega C + G)(j\omega L + R)} = j\sqrt{(\omega^2 LC - RG) - j\omega(LG + CR)}$$
$$= \alpha + j\beta$$

Her er  $\alpha$  dempningskoefficenturin, og  $\beta$  útbreiðslukonstanturin. Vit kunnu nú hyggja at tveimum týdningarmiklum dømum fyri ávikavist høgar og lágar frekvensir.

#### 2. Háfrekvensøki

Tá frekvensurin er so høgur, og orkutapið er so lítið, at  $R \ll \omega L$  og  $G \ll \omega C$ , er

$$\gamma = \sqrt{\left(j\omega C + G\right)\left(j\omega L + R\right)} = \sqrt{-\omega^2 L C \left(1 + \frac{G}{j\omega C}\right) \left(1 + \frac{R}{j\omega L}\right)}$$

$$\approx j\omega\sqrt{LC} \left(1 + \frac{G}{2j\omega C}\right) \left(1 + \frac{R}{2j\omega L}\right)$$

$$\approx j\omega\sqrt{LC} + \frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}} + \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \alpha + j\beta$$

(29) dempningskonstanturin: 
$$\alpha = \frac{G}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} + \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

(30) útbreiðslukonstanturin: 
$$β = ω\sqrt{LC}$$

(31) bylgjulongdin: 
$$\lambda = 2\pi/\beta$$

Nær hesar treytir eru til staðar má sjálvsagt avgerast út frá teimum talvirðum, ið inngangandi støddir hava, men vanliga er háfrekvensstøðan til staðar, tá frekvensurin fer upp um 10 kHz fyri tveytráðkaðalar og enn lægri frekvensir fyri koaksialkaðalar.

#### 3. Lágfrekvensøki

Vanliga kann treytin  $G << \omega C$  eisini verða brúkt til heilt lágar frekvensir heilt niður í nánd av null, við tað at  $G \cong 0$  í lágfrekvensøkinum. Lágfrekvensøki verður tá lýst at galda, um frekvensurin er so lágur, at  $R >> \omega L$ . Tá verður

(32) 
$$\gamma = \sqrt{(j\omega C + G)(j\omega L + R)} \cong \sqrt{j\omega CR}$$

$$\cong \sqrt{\frac{\omega CR}{2}} + j\sqrt{\frac{\omega CR}{2}}$$

$$= \alpha + j\beta$$

(33) 
$$\alpha \cong \beta \cong \sqrt{\frac{\omega CR}{2}}$$

#### 4. Bylgjuútbreiðsla

Útbreiðsla í positivan x-rætning:

(34) 
$$I(x,t) = I_1 \cdot \exp(-\gamma x + j\omega t) = I_1 \cdot \exp(-j(\beta x - \omega t)) \cdot \exp(-\alpha x)$$
$$V(x,t) = V_1 \cdot \exp(-\gamma x + j\omega t) = V_1 \cdot \exp(-j(\beta x - \omega t)) \cdot \exp(-\alpha x)$$

Útbreiðsla í negativan x-rætning:

(35) 
$$I(x,t) = I_2 \cdot \exp(\gamma x + j\omega t) = I_2 \cdot \exp(j(\beta x + \omega t)) \cdot \exp(+\alpha x)$$
$$V(x,t) = V_2 \cdot \exp(\gamma x + j\omega t) = V_2 \cdot \exp(j(\beta x + \omega t)) \cdot \exp(+\alpha x)$$

Í báðum førum er dempningurin yvir avstandin |x| = L lýstur við faktorinum  $exp(-\alpha L)$ , við tað at x er negativt og avtakandi, tá byljan útbreiðir seg í negativan x-rætning. Mátað í decibel verður

Dempningurin yvir avstandin L:

(36) 
$$20 \log_{10}(\exp(-\alpha L)) = -20 \log_{10}(e) \cdot \alpha L = -8.69 \cdot \alpha L \text{ dB (decibel)}$$

Somuleiðis hevur útbreiðsluferðin í báðar rætningar somu stødd og er

Útbreiðsluferðin:

(37) 
$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f \lambda}{2\pi} = f \lambda \text{, har f er frekvensurin, } \lambda \text{ er bylgjulongdin av bylgjuni } i$$

kaðalinum.

#### 5. Karakteristiskur impedansur

Fyri positivan x-rætning er galdandi:

(38) 
$$I(x) = I_1 \cdot \exp(-\gamma x) V(x) = V_1 \cdot \exp(-\gamma x)$$

Um vit differentiera hesar støddir og brúka transmissiónslíkningarnar fyri harmoniskt varierandi streym og spenning finna vit

(39) 
$$\frac{dI(x)}{dx} = -\gamma \cdot I_1 \cdot \exp(-\gamma x) = -(j\omega C + G)V_1 \cdot \exp(-\gamma x)$$
$$\frac{dV(x)}{dx} = -\gamma \cdot V_1 \cdot \exp(-\gamma x) = -(j\omega L + R)I_1 \cdot \exp(-\gamma x)$$

Av hesum síggja vit at lutfallið millum spenning og streym er konstant. Lutfallið er bert heft av fysisku eginleikunum hjá transmissiónslinjuni:

(40) 
$$\frac{V_1}{I_1} = +\frac{\gamma}{\left(j\omega C + G\right)} = +\sqrt{\frac{j\omega L + R}{j\omega C + G}}$$

Vegna henda egileika definera vit støddina:

Karakteristiski impedansurin

(41) 
$$Z_0 = \frac{V}{I} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{\gamma}{(j\omega C + G)} = \sqrt{\frac{j\omega L + R}{j\omega C + G}}$$

Støddin av Z<sub>0</sub> er heft av, hvussu stórur frekvensurin er, og finna vit ymiskar støddir í háfrekvensøkinum og lágfrekvensøkinum:

(42) Háfrekvensøkið: 
$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\omega L >> R, \omega C >> G \sim 0)$$

Í háfrekvensøkinum er Z<sub>0</sub> sostatt ein reel stødd.

(43) Lágfrekvensøkið: 
$$Z_0 = \sqrt{\frac{R}{j\omega C}} \ (\omega L << R, G \sim 0)$$

Í lágfrekvensøkinum er Z<sub>0</sub> ein kompleks stødd.

Fyri <u>negativa x-rætningin</u> kunnu vit rokna tilsvarandi. Tá er galdandi:

(24) 
$$I(x) = I_2 \cdot \exp(\gamma x) \\ V(x) = V_2 \cdot \exp(\gamma x)$$

Um vit differentiera hesar støddir og brúka transmissiónslíkningarnar fyri harmoniskt varierandi streym og spenning finna vit

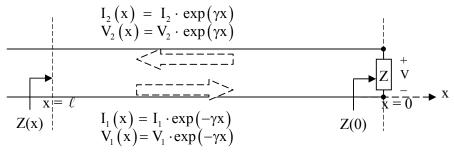
(25) 
$$\frac{dI(x)}{dx} = \gamma \cdot I_2 \cdot \exp(\gamma x) = -(j\omega C + G)V_2 \cdot \exp(\gamma x)$$

(26) 
$$\frac{dV(x)}{dx} = \gamma \cdot V_2 \cdot \exp(\gamma x) = -(j\omega L + R)I_2 \cdot \exp(\gamma x)$$

Av hesum síggja vit nú, at lutfallið millum spenning og streym er konstant og hevur somu stødd, men øvugt fortekn sum fyri bylgju við positivum rætningi. Tí verður

(27) 
$$\frac{V_2}{I_2} = -\frac{\gamma}{\left(j\omega C + G\right)} = -\sqrt{\frac{j\omega L + R}{j\omega C + G}} = -Z_0$$

#### 6. Reflektión



Mynd 3 Reflektión á transmissiónslinju

Vit seta nú ein impedans Z á endan á transmissiónslinjuni og rokna reflekteraðu bylgjuna  $(V_2(x), I_2(x))$  í mun til eina innfallandi bylgju  $(V_1(x), I_1(x))$ .

#### Í punktinum x = 0 er:

 $Z = \frac{V}{I}$ , ið er ohms lóg fyri impedansin Z

(44) 
$$V = V_1 + V_2$$

(45) 
$$I = I_1 + I_2$$

$$(46) I_1 = Z_0^{-1} V_1$$

$$(47) I_2 = -Z_0^{-1}V_2$$

(48) 
$$Z(0) = Z = \frac{V}{I} = \frac{V_1 + V_2}{I_1 + I_2} = \frac{V_1 + V_2}{Z_0^{-1}V_1 - Z_0^{-1}V_2} = Z_0 \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$$

(49) 
$$\rho(0) = \rho = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}$$

<u>Í punktinum x = –</u>  $\ell$  definera vit impedansin  $Z(-\ell)$  og reflektiónina  $\rho(-\ell)$ :

(50) 
$$Z(-\ell) = \frac{V_{1}(-\ell) + V_{2}(-\ell)}{I_{1}(-\ell) + I_{2}(-\ell)} = \frac{V_{1}(-\ell) + V_{2}(-\ell)}{Z_{0}^{-1}V_{1}(-\ell) - Z_{0}^{-1}V_{2}(-\ell)} = Z_{0}\frac{1 + \rho(-\ell)}{1 - \rho(-\ell)}$$

(51) 
$$\rho(-\ell) = \frac{V_2(-\ell)}{V_1(-\ell)} = \frac{V_2(0)\exp(-\gamma\ell)}{V_1(0)\exp(\gamma\ell)} = \rho \exp(-2\gamma\ell)$$

 $\rho(-\ell)$  innsett í  $Z(-\ell)$  gevur henda ofta brúkta formulin

(52) 
$$Z(-\ell) = Z_0 \frac{1 + \rho(-\ell)}{1 - \rho(-\ell)} = Z_0 \frac{1 + \rho \exp(-2\gamma\ell)}{1 - \rho \exp(-2\gamma\ell)} = Z_0 \frac{Z + Z_0 + (Z - Z_0) \exp(-2\gamma\ell)}{(Z + Z_0) - (Z - Z_0) \exp(-2\gamma\ell)}$$
$$= Z_0 \frac{Z + Z_0 \tanh(\gamma\ell)}{Z_0 + Z \tanh(\gamma\ell)}$$

Tá transmissiónslinjan er tapsfrí er  $\alpha < 0$ , og  $\gamma = j\beta$ . Hetta viðførir, at  $tanh(\gamma \ell) = j tan(\beta \ell)$  og impedansurin í tapsfríari linju verður

(53) 
$$Z(-\ell) = Z_0 \frac{1 + \rho(-\ell)}{1 - \rho(-\ell)} = Z_0 \frac{Z + jZ_0 \tan(\beta \ell)}{Z_0 + jZ \tan(\beta \ell)}$$

#### 7. Kaðaleginleikar í ymsum kaðalum

Sum vit hava sæð verða útbreiðslueginleikarnir í kaðalum avgjørdir av teimum 4 støddunum: parallellkapacititi pr. longdareind C, sjálvinduktión pr. longdareind L, seriumótstøðu pr. longdareind R og parallellkonduktansi pr. longdareind G. Hesar støddirnar eru aftur avgjørdar av tilfarseginleikum av leiðaratilfari og isolatiónstilfari millum leiðararnar, umframt av geometriini av uppbyggingini av kaðalinum.

b.

#### Koaxial kaðal:

Radius í innara og ytra leiðara eru ávikavist a og b.

(37) 
$$C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

(38) 
$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \left( \frac{b}{a} \right)$$

(39) 
$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

(40) 
$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$



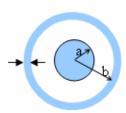
Radius í innara og ytra leiðara eru ávikavist a og

(41) 
$$C = \pi \epsilon \cosh^{-1} \left( \frac{D}{d} \right)$$

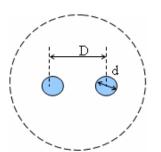
(42) 
$$L = \frac{\mu}{\pi} \frac{1}{\cosh^{-1} \left(\frac{D}{d}\right)}$$

(43) 
$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

(44) 
$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\cosh^{-1}\left(\frac{D}{d}\right)}$$



Mynd 4 Koalial kaðal tvørskurður



Mynd 5 Tvørskurður av óskermaðum par-kaðali

# 8. Data fyri koaxial kaðalar

# Table of RG standards (Ref. Wikipedia)

type	impedance [ohms]	core	dielectric			overall diameter		braid	velocity	comments
[omms]		type	[in]	[mm]	in	mm		factor		
<u>RG-</u> <u>6</u> /U	75	1.0 mm	Solid PE	0.185	4.7	0.270	6.86	double	0.75	Low loss at high frequency for <u>cable</u> television, <u>satellite</u> television and <u>cable</u> modems
<u>RG-</u> <u>6</u> /UQ	75		Solid PE			0.298	7.57	quad		This is "quad shield RG-6". It has four layers of shielding; regular RG-6 only has one or two
RG- 8/U	50	2.17 mm	Solid PE	0.285	7.2	0.405	10.3			Amateur radio; Thicknet (10BASE5) is similar
RG- 9/U	51		Solid PE			0.420	10.7			
RG- 11/U	75	1.63 mm	Solid PE	0.285	7.2	0.412	10.5		0.66	Used for long drops and underground conduit
RG- 58/U	50	0.9 mm	Solid PE	0.116	2.9	0.195	5.0	single	0.66/0.78	Used for radiocommunication and amateur radio, thin Ethernet (10BASE2) and NIM electronics. Common.
<u>RG-</u> <u>59/U</u>	75	0.81 mm	Solid PE	0.146	3.7	0.242	6.1	single	0.66	Used to carry baseband video in closed-circuit television, previously used for cable television. Generally it has poor shielding but will carry an HQ HD signal or video over short distances.

<u>RG-</u> <u>60/U</u>	50	1.024 mm	Solid PE			0.425	10.8	single		Used for high- definition cable TV and high-speed cable Internet.
RG- 62/U	92		Solid PE			0.242	6.1	single	0.84	Used for <u>ARCNET</u> and automotive radio antennas.
RG- 62A	93		ASP			0.242	6.1	single		Used for NIM electronics
RG- 174/U	50	0.48 mm	Solid PE	0.100	2.5	0.100	2.55	single	0.66	Common for wifi pigtails: more flexible but higher loss than RG58; used with LEMO 00 connectors in NIM electronics.
RG- 178/U	50	7×0.1 mm (Ag plated Cu clad Steel)	PTFE	0.033	0.84	0.071	1.8	single	0.69	
RG- 179/U	75	7×0.1 mm (Ag plated Cu)	PTFE	0.063	1.6	0.098	2.5	single	0.67	VGA RGBHV
RG- 213/U	50	7×0.0296 in Cu	Solid PE	0.285	7.2	0.405	10.3	single	0.66	For radiocommunication and amateur radio, EMC test antenna cables. Typically lower loss than RG58. Common.
RG- 214/U	50	7×0.0296 in	PTFE	0.285	7.2	0.425	10.8	double	0.66	
RG- 218	50	0.195 in Cu	Solid PE	0.660 (0.680?)	16.76 (17.27?)	0.870	22	single	0.66	Large diameter, not very flexible, low loss (2.5dB/100' @ 400 MHz), 11kV dielectric withstand.
RG- 223/U	50	0.88 mm	PE Foam	0.0815	2.07	0.212	5.4	Double	0.66	Sample RG-223  Datasheet
RG- 316/U	50	7x0.0067 in	PTFE	0.060	1.5	0.102	2.6	single	0.695	used with <u>LEMO</u> 00 connectors in <u>NIM</u> electronics

PE is <u>Polyethylene</u>; PTFE is <u>Polytetrafluoroethylene</u>; ASP is Air Space Polyethylene<sup>[4]</sup>

# **Commercial designations**

type	<u>impedance</u>	core	dielectric			overall diameter		braid	velocity factor	comments
	[ohms]		type	[in]	[mm]	in	mm		lactor	
Н155	50								0.79	lower loss at high frequency for radiocommunication and <u>amateur radio</u>
H500	50								0.82	low loss at high frequency for radiocommunication and <u>amateur radio</u>
LMR- 195	50									low loss drop-in replacement for RG- 58
LMR- 200 HDF- 200 CFD- 200	50	1.12 mm Cu	PF CF	0.116	2.95	0.195	4.95		0.83	low loss communications, 0.554 dB/meter @ 2.4 GHz
LMR- 400 HDF- 400 CFD- 400	50	2.74 mm (Cu clad Al)	PF CF	0.285	7.24	0.405	10.29		0.85	low loss communications, 0.223 dB/meter @ 2.4 GHz <sup>[5]</sup>
LMR- 600	50	4.47 mm (Cu clad Al)	PF	0.455	11.56	0.590	14.99		0.87	low loss communications, 0.144 dB/meter @ 2.4 GHz
LMR- 900	50	6.65 mm (BC tube)	PF	0.680	17.27	0.870	22.10		0.87	low loss communications, 0.098 dB/meter @ 2.4 GHz
LMR- 1200	50	8.86 mm (BC tube)	PF	0.920	23.37	1.200	30.48		0.88	low loss communications, 0.075 dB/meter @ 2.4 GHz
LMR- 1700	50	13.39 mm (BC tube)	PF	1.350	34.29	1.670	42.42		0.89	low loss communications, 0.056 dB/meter @ 2.4 GHz