# Gabarito da Avaliação a Distância 01
# Cálculo I

1) Calcule os seguintes limites:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 3}\frac{x^3+x^2-17x+15}{x^2-7x+12}=\lim_{x\to 3}\frac{(x+5)\,(x-1)\,(x-3)}{(x-3)\,(x-4)}=\lim_{x\to 3}\frac{(x+5)\,(x-1)}{(x-4)}=-\,16$

b) $\displaystyle\lim_{x\to -4^+}\frac{x+7}{x^2+2x-8}=\lim_{x\to -4^+}\frac{x+7}{(x+4)\,(x-2)}=-\infty$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{7x}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{7}\,\frac{\operatorname{sen} x}{x}=\frac{1}{7}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty}\frac{\sqrt{256\,x^4+117}}{8\,x^2+118}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{256+\dfrac{117}{x^4}}}{8+\dfrac{118}{x^2}}=\frac{16}{8}=2$

e) $\displaystyle\lim_{t\to 0}\frac{\sqrt{t^2+4}\,-2}{t^2}=\lim_{t\to 0}\frac{t^2+4-4}{t^2\,(\sqrt{t^2+4}\,+2)}=\lim_{t\to 0}\frac{t^2}{t^2\,(\sqrt{t^2+4}\,+2)}=$

$\displaystyle=\lim_{t\to 0}\frac{1}{\sqrt{t^2+4}\,+2}=\frac{1}{4}.$

---

2) Sabendo que $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}g(x)=6$, $f(3)=-4$, $g(3)=7$, $g(5)=-2$ e $f(5)=9$, calcule os seguintes limites, usando as propriedades de limites.

a) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\big(f(x)+g(x)\big)=-\infty;$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 3}\big(g(x)+3\,f(x)\big)=-5;$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 5}\frac{2\,f(x)\,g(x)}{3}=-12;$

d) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{g(x)-10}=+\infty.$

---

3) Seja $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ a função definida por

$$f(x)\;=\;\begin{cases}\dfrac{3}{2}\,x+6 & \text{se}\quad x\le -2,\\[2ex] a\,x^2+b & \text{se}\quad -2<x\le 1,\\[2ex] 3-3\,x & \text{se}\quad x>1.\end{cases}$$

(a) Calcule os valores de $a$ e de $b$, tais que $f$ seja uma função contínua.

$$\lim_{x\to-2^-}f(x)=\lim_{x\to-2^-}\frac{3}{2}\,x+6=3=\lim_{x\to-2^+}f(x)=\lim_{x\to-2^+}a\,x^2+b=4a+b.$$

Assim, $4a = 3 - b$.

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} ax^2 + b = a + b = \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} 3 - 3x = 0.$

Assim, $a = -b$.

$f(-2) = 3$ e $f(1) = a + b$

Para que $f$ seja contínua em $x = -2$ e em $x = 1$, temos

$$\begin{cases} 4a & = & 3 - b \\ a & = & -b \end{cases} \implies \mathbf{a = 1} \qquad \text{e} \qquad \mathbf{b = -1}.$$

(b) Faça um esboço do gráfico de $f$ usando os valores de $a$ e de $b$ calculados no item anterior.