UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea Magistrale INGEGNERIA ROBOTICA E DELL'AUTOMAZIONE

Corso di Robotica
Modulo di Controllo dei Robot

Tavole Applicative

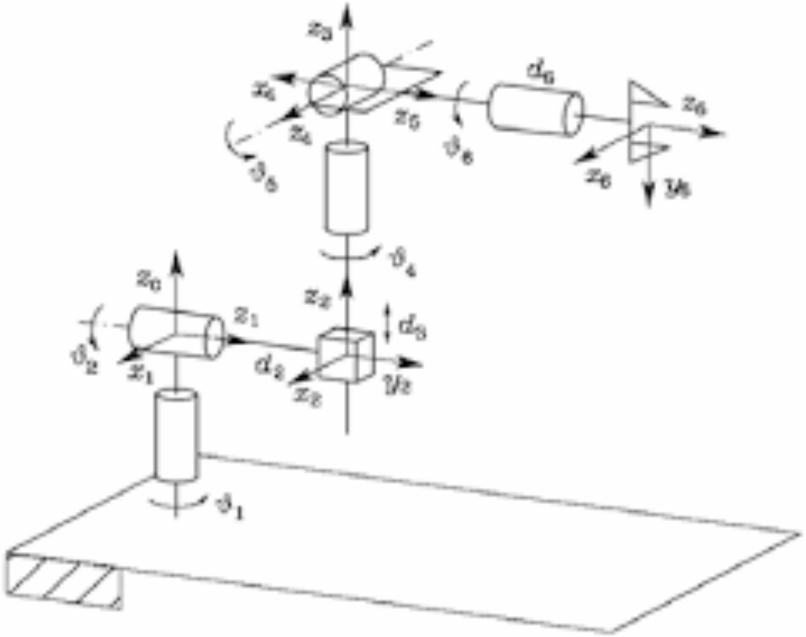
Docente:
Prof. Antonio BICCHI
Prof. Giorgio GRIOLI

Studente:
Arianna GASPARRI

Indice:

- Manipolatore di Stanford
  - Controllore PD con compensazione di Gravità
  - Controllore Computed Torque
  - Controllore Adaptive Computed Torque
  - Confronti tra controllori

Manipolatore di Stanford

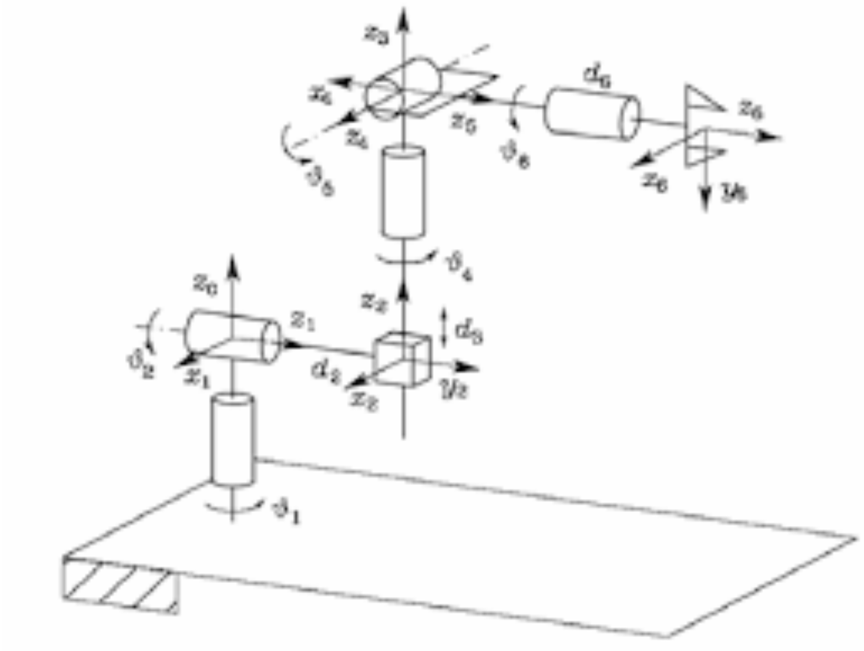


Parametri del manipolatore:

$m_1 = m_3 = 10$ kg
$m_2 = 5$ kg
$m_4 = m_6 = 2$ kg
$m_5 = 4$ kg

$d_1 = d_2 = d_6 = 1$ m
$d_3 = d_4 = d_5 = 0$ m

Manipolatore di Stanford

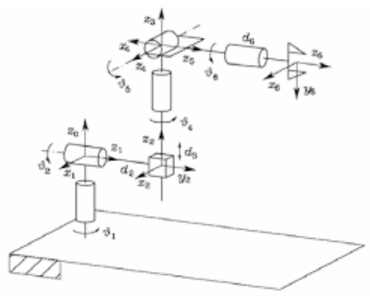


Il manipolatore di Stanford può essere scomposto in un manipolatore sferico, giunti 1, 2, 3, e un polso sferico, giunti 4, 5 e 6.
Inoltre i giunti si considerano ideali, privi di elasticità.

Link	a_i	α_i	d_i	ϑ_i
1	0	$-\pi/2$	0	ϑ_1*
2	0	$\pi/2$	d_2	ϑ_2*
3	0	0	d_3*	0
4	0	$-\pi/2$	0	ϑ_4*
5	0	$\pi/2$	0	ϑ_5*
6	0	0	d_6	ϑ_6*

Tabella dei parametri secondo convenzione D-H

Manipolatore di Stanford



CINEMATICA DIRETTA
A partire dalla tabella di D-H è possibile associare a ciascun giunto una terna destrorsa di riferimento e ricavare le matrici di trasformazione tra la terna i e la terna i+1.
Componendo le trasformazioni in assi correnti a partire dalla terna base fino alla terna dell'end-effector, si ottiene una mappa della cinematica diretta che rappresenta la postura dell'organo terminale rispetto alla base.

$$\boldsymbol{T}_6^0 = \boldsymbol{T}_3^0 \boldsymbol{T}_6^3 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{n}^0 & \boldsymbol{s}^0 & \boldsymbol{a}^0 & \boldsymbol{p}^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

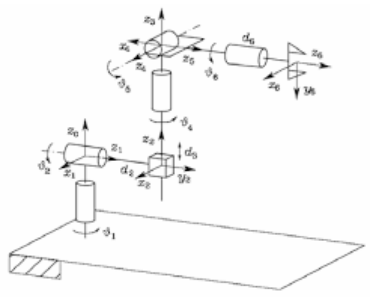
$$\boldsymbol{p}^0 = \begin{bmatrix} c_1 s_2 d_3 - s_1 d_2 + \big(c_1(c_2 c_4 s_5 + s_2 c_5) - s_1 s_4 s_5\big) d_6 \\ s_1 s_2 d_3 + c_1 d_2 + \big(s_1(c_2 c_4 s_5 + s_2 c_5) + c_1 s_4 s_5\big) d_6 \\ c_2 d_3 + (-s_2 c_4 s_5 + c_2 c_5) d_6 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{n}^0 = \begin{bmatrix} c_1\big(c_2(c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6) - s_2 s_5 c_6\big) - s_1(s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6) \\ s_1\big(c_2(c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6) - s_2 s_5 c_6\big) + c_1(s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6) \\ -s_2(c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6) - c_2 s_5 c_6 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{s}^0 = \begin{bmatrix} c_1\big(-c_2(c_4 c_5 s_6 + s_4 c_6) + s_2 s_5 s_6\big) - s_1(-s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6) \\ s_1\big(-c_2(c_4 c_5 s_6 + s_4 c_6) + s_2 s_5 s_6\big) + c_1(-s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6) \\ s_2(c_4 c_5 s_6 + s_4 c_6) + c_2 s_5 s_6 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{a}^0 = \begin{bmatrix} c_1(c_2 c_4 s_5 + s_2 c_5) - s_1 s_4 s_5 \\ s_1(c_2 c_4 s_5 + s_2 c_5) + c_1 s_4 s_5 \\ -s_2 c_4 s_5 + c_2 c_5 \end{bmatrix}$$

Manipolatore di Stanford



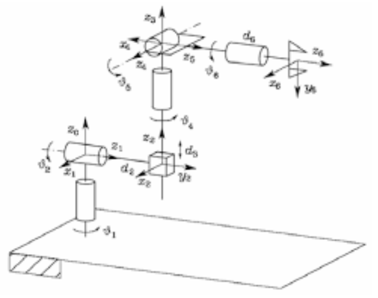
DINAMICA DIRETTA:
Il problema della dinamica diretta consiste nel determinare, per t > t_0, le accelerazioni dei giunti $\ddot{q}(t)$ (e quindi $\dot{q}(t)$ e $q(t)$) risultanti dalle date coppie di giunti $\tau(t)$, una volta che le posizioni iniziali $q(t_0)$ e le velocità iniziali $\dot{q}(t_0)$ sono note (stato iniziale del sistema).

DINAMICA INVERSA:
Il problema della dinamica inversa consiste nel determinare le coppie articolari $\tau(t)$ che sono necessari per generare il movimento specificato dall'accelerazioni $\ddot{q}(t)$, velocità $\dot{q}(t)$ e posizioni $q(t)$.

$$B(\underline{q})\underline{\ddot{q}} + C(\underline{q}, \underline{\dot{q}})\underline{\dot{q}} + G(\underline{q}) = \underline{\tau}$$

Manipolatore di Stanford

MATRICE DI INERZIA



```
B = (m(1)*(JpG1')*JpG1 + (JgG1')*rG1*I_f(m(1),d(1))*(rG1')*JgG1+...
      m(2)*(JpG2')*JpG2 + (JgG2')*rG2*I_f(m(2),d(2))*(rG2')*JgG2+...
      m(3)*(JpG3')*JpG3 + (JgG3')*rG3*I_f(m(3),q(3))*(rG3')*JgG3+...
      m(4)*(JpG4')*JpG4 + (JgG4')*rG4*I_f(m(4),d(4))*(rG4')*JgG4+...
      m(5)*(JpG5')*JpG5 + (JgG5')*rG5*I_f(m(5),d(5))*(rG5')*JgG5+...
      m(6)*(JpG6')*JpG6 + (JgG6')*rG6*I_f(m(6),d(6))*(rG6')*JgG6);
```

MATRICE DELLE FORZE CENTRIFUGHE E DI CORIOLIS

Calcolata mediante i simboli di Christoffel

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} c_{ijk}\dot{q}_k$$

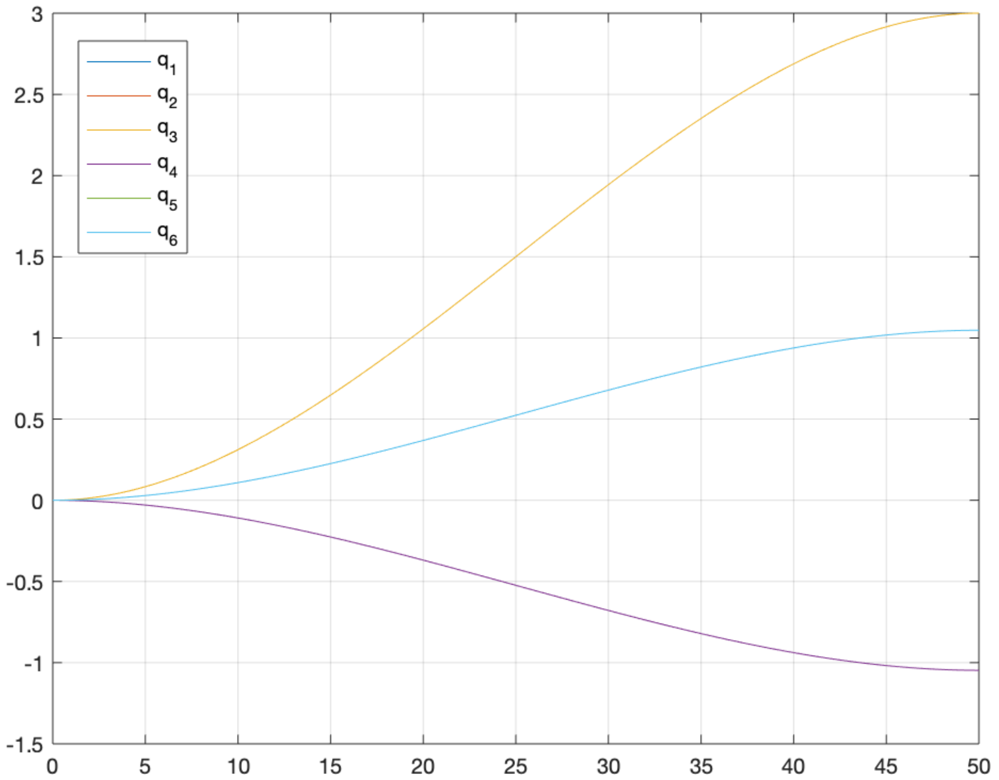
$$c_{ijk} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial b_{ij}}{\partial q_k} + \frac{\partial b_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial b_{jk}}{\partial q_i}\right)$$

MATRICE GRAVITAZIONALE

```
G = -(m(1)*(JpG1')*g0 + m(2)*(JpG2')*g0 + m(3)*(JpG3')*g0 +...
       m(4)*(JpG4')*g0 + m(5)*(JpG5')*g0 + m(6)*(JpG6')*g0);
```

Manipolatore di Stanford
Controllore PD con compensazione di Gravità

A partire dalla posizione iniziale $q_0 = [0,0,0,0,0,0]^T$ con velocità iniziale nulla,
si desidera raggiungere la posizione finale $q_d = \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, 3, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]^T$ sempre con velocità nulla.
Le traiettorie desiderate sono state ottenute interpolando dalla posizione iniziale alla posizione finale desiderata con un polinomio del terzo ordine del tipo
$q(t) = a_3\, t^3 + a_2\, t^2 + a_1\, t + a_0$.



Manipolatore di Stanford
Controllore PD con compensazione di Gravità

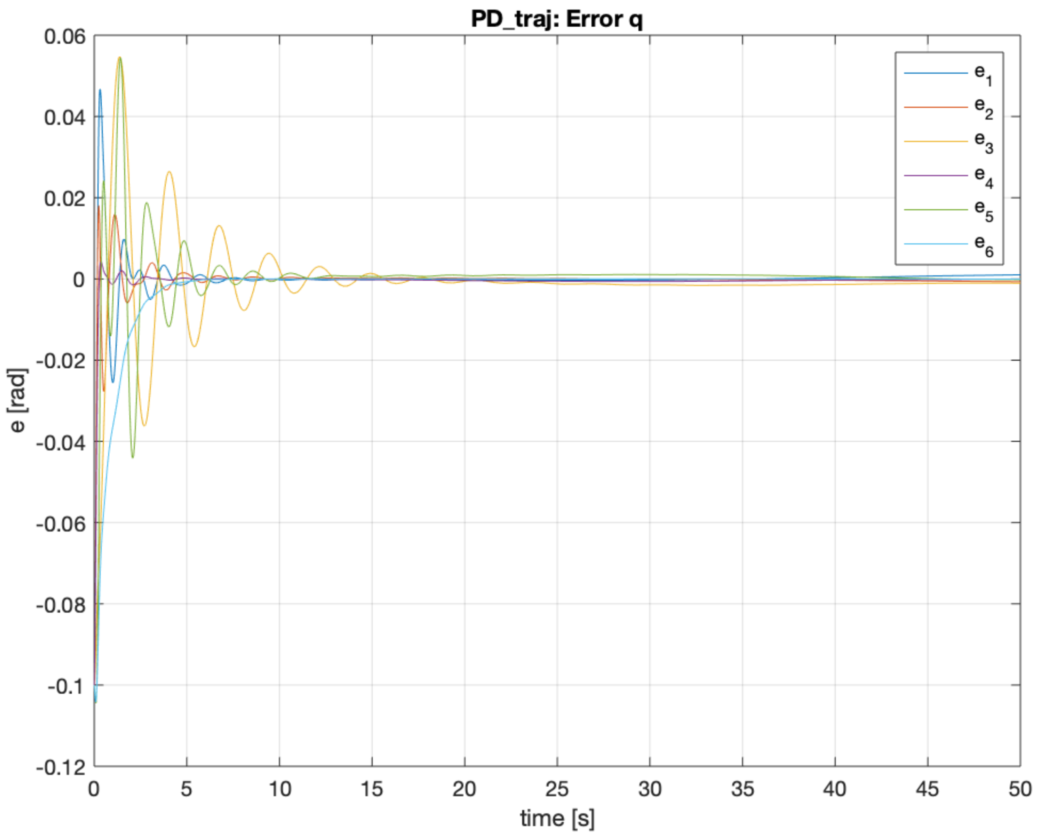
$$\tau = K_p e + K_d \dot{e} + G(q)$$

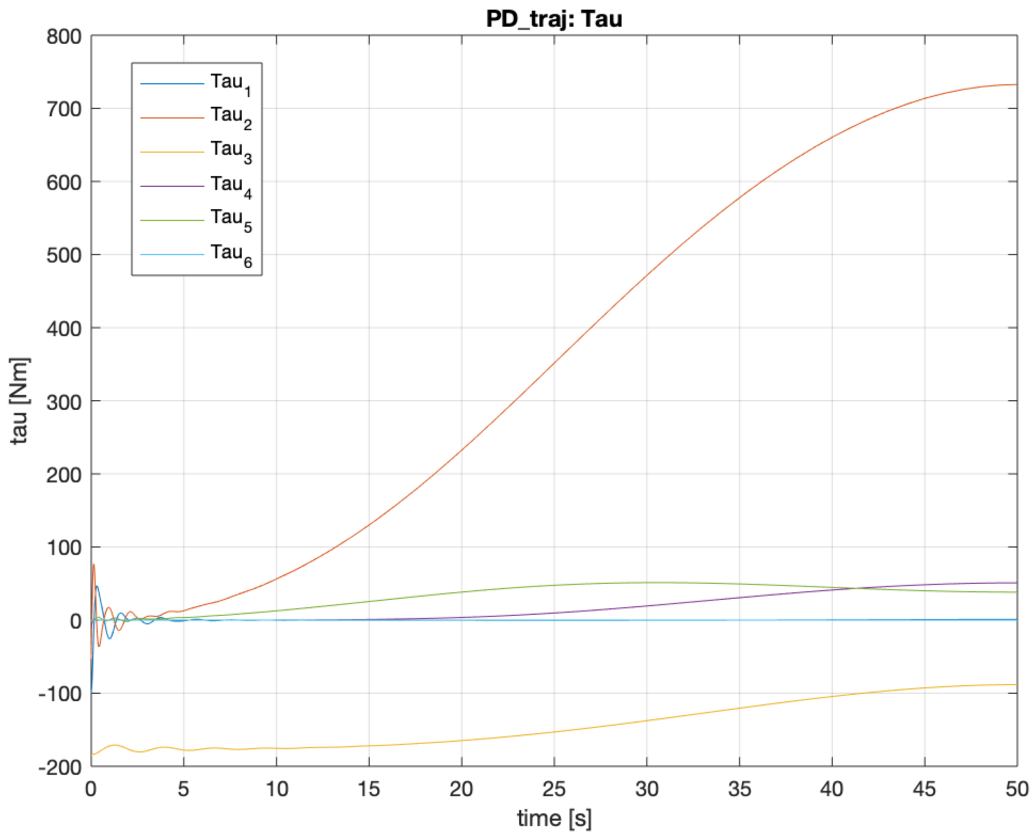
Per avere la convergenza a zero dell'errore angolare, è stato introdotto un errore sulla posizione iniziale pari a 0.1 rad.
I valori dei guadagni del controllore sono stati tarati sulla base del comportamento del sistema, il risultato è stato:

$$K_p = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$K_d = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

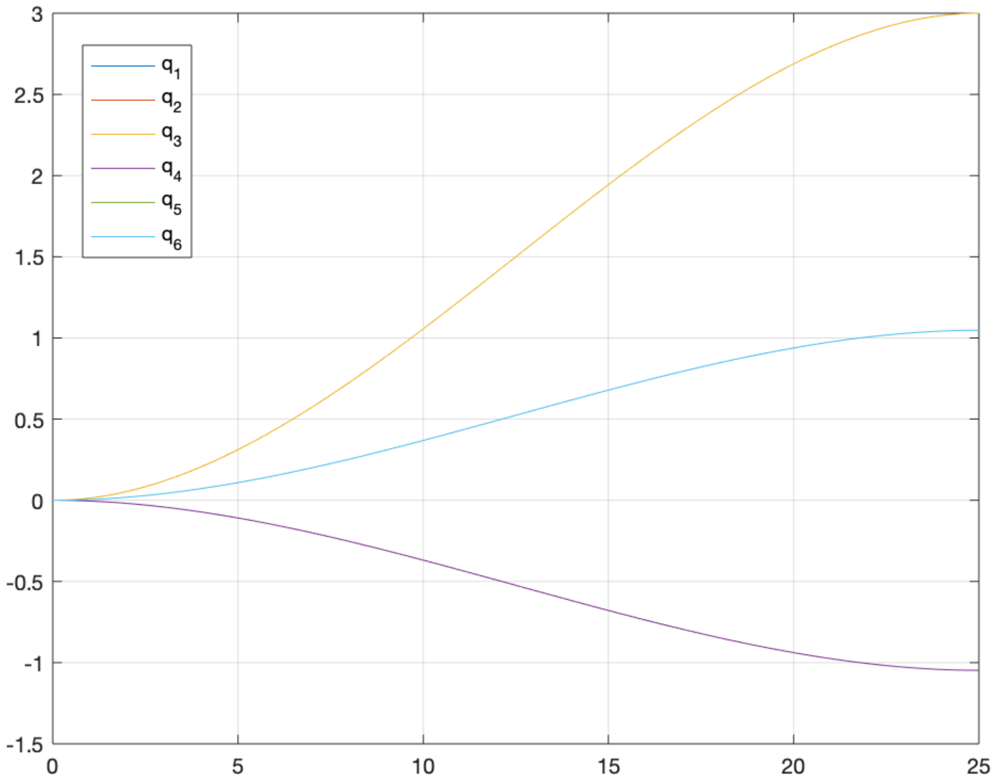
Manipolatore di Stanford
Controllore PD con compensazione di Gravità





Manipolatore di Stanford
Controllore Computed Torque

A partire dalla posizione iniziale $q_0 = [0,0,0,0,0,0]^T$ con velocità iniziale nulla,
si desidera raggiungere la posizione finale $q_d = \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, 3, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]^T$
sempre con velocità nulla.
Le traiettorie desiderate sono state ottenute interpolando dalla posizione iniziale alla posizione finale desiderata con un polinomio del terzo ordine del tipo
$q(t) = a_3\, t^3 + a_2\, t^2 + a_1\, t + a_0$.



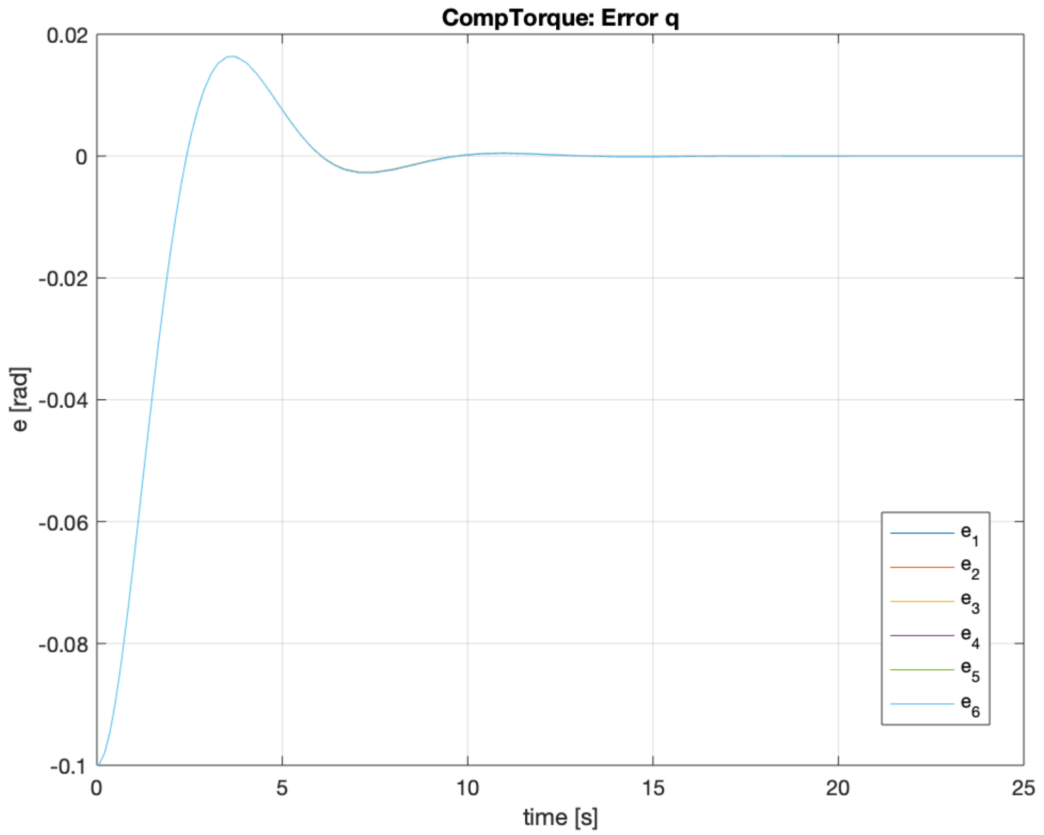
Manipolatore di Stanford
Controllore Computed Torque

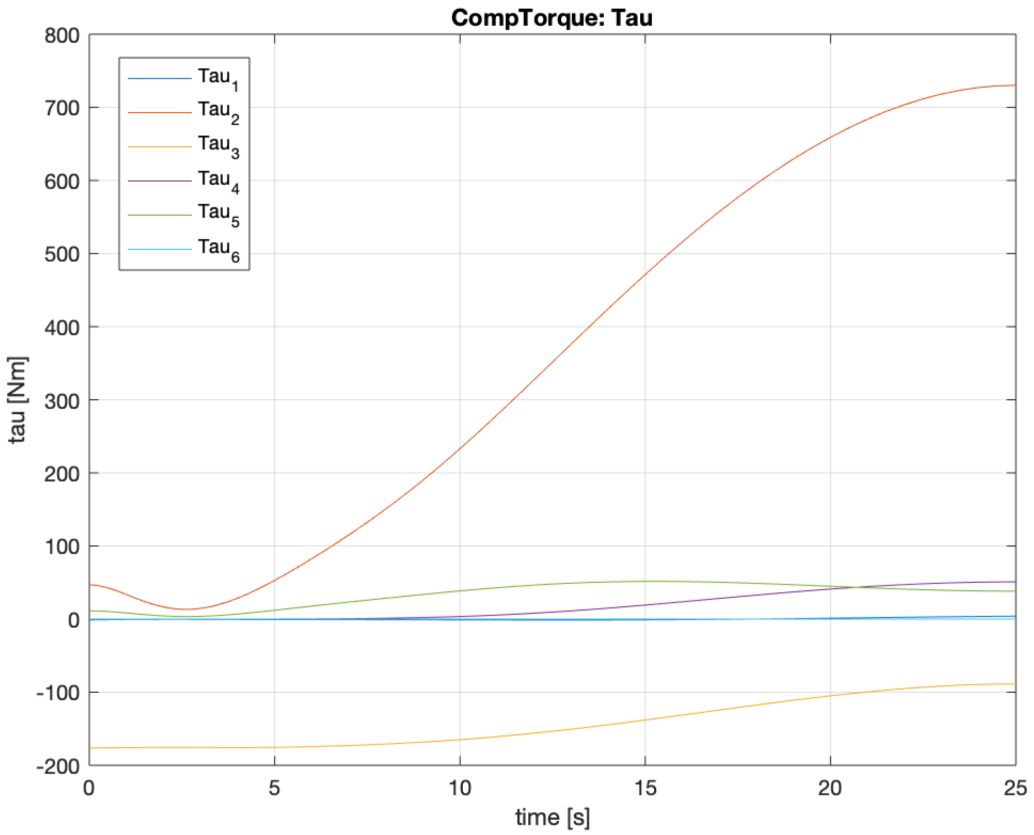
$$\tau = B(q)[\ddot{q}_d + K_p e + K_d \dot{e}] + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)$$

Per avere la convergenza a zero dell’errore angolare, è stato introdotto un errore sulla posizione iniziale pari a 0.1 rad.
Non è stato necessario il tuning dei guadagni, poiché sufficienti delle matrici identità:

$$K_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad K_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

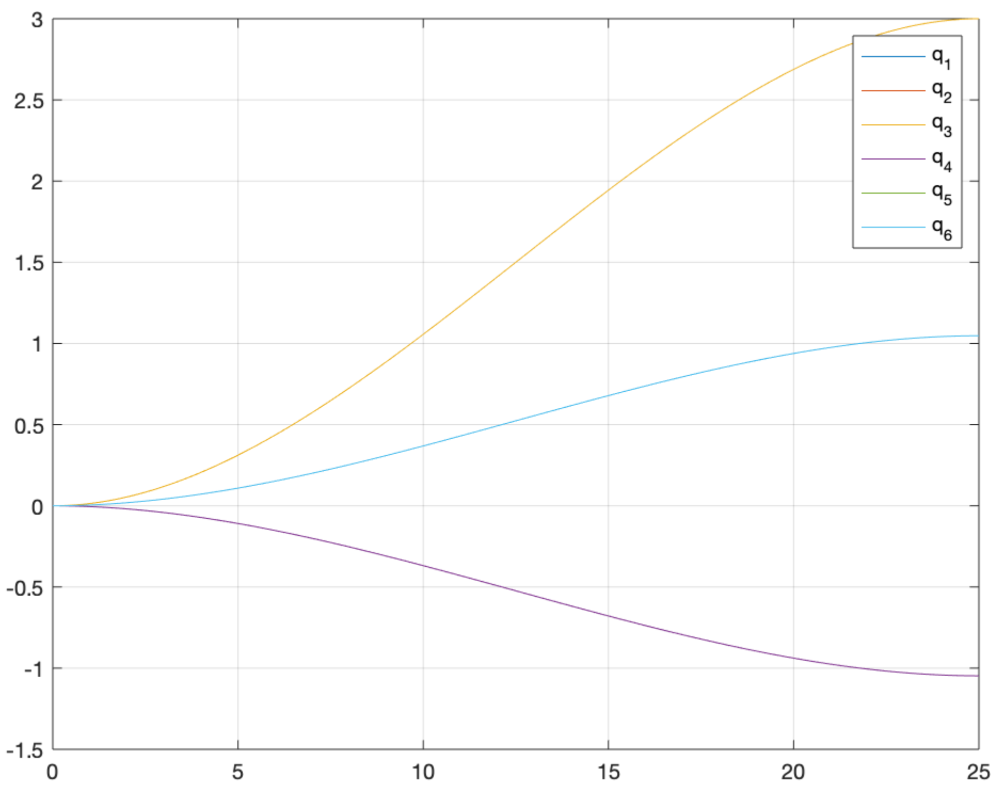
Manipolatore di Stanford
Controllore Computed Torque





Manipolatore di Stanford
Controllore Adaptive Computed Torque

A partire dalla posizione iniziale $q_0 = [0{,}0{,}3{,}0{,}0{,}0]^T$ con velocità iniziale nulla,
si desidera raggiungere la posizione finale $q_d = \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, 3, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]^T$ sempre con velocità nulla.
Le traiettorie desiderate sono state ottenute interpolando dalla posizione iniziale alla posizione finale desiderata con un polinomio del terzo ordine del tipo $q(t) = a_3\, t^3 + a_2\, t^2 + a_1\, t + a_0$.



Manipolatore di Stanford
Controllore Adaptive Computed Torque

$$\tau = Y\hat{\pi} + K_d\dot{e} + K_p e$$

$$u_\pi = R^{-1}Y^T M^{-T} B^T P x$$

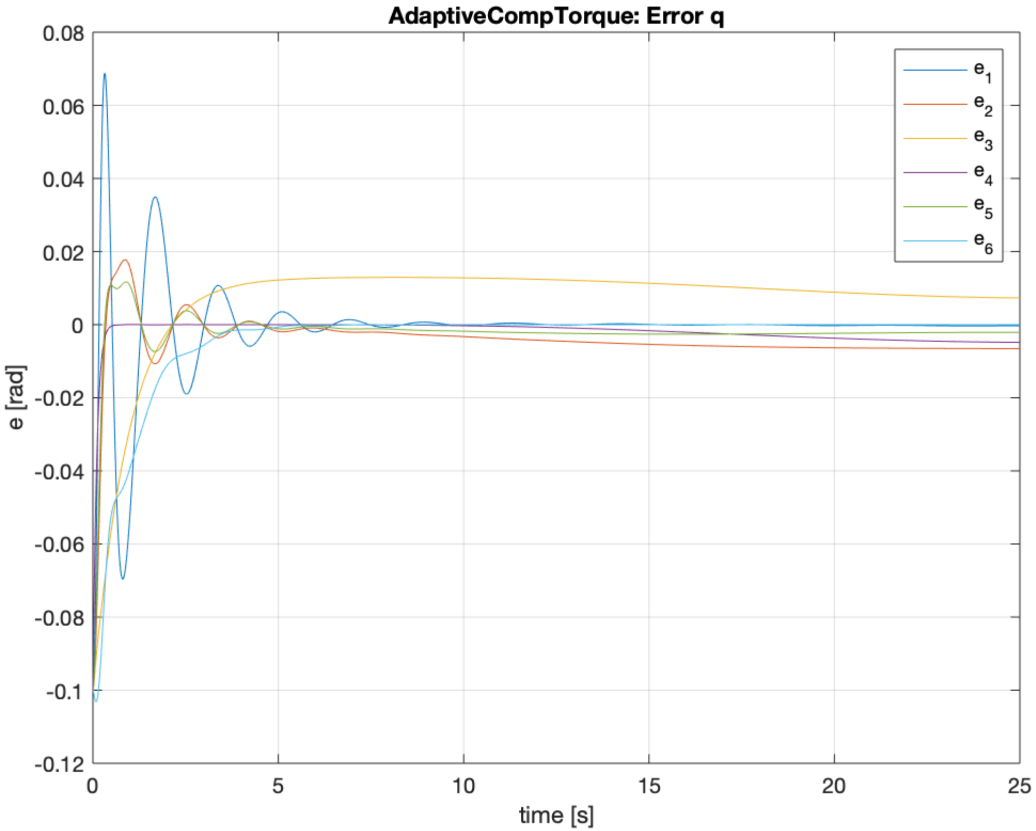
Per avere la convergenza a zero dell'errore angolare, è stato introdotto un errore sulla posizione iniziale pari a 0.1 rad.
I valori dei guadagni del controllore sono stati tarati sulla base del comportamento del sistema, il risultato è stato:

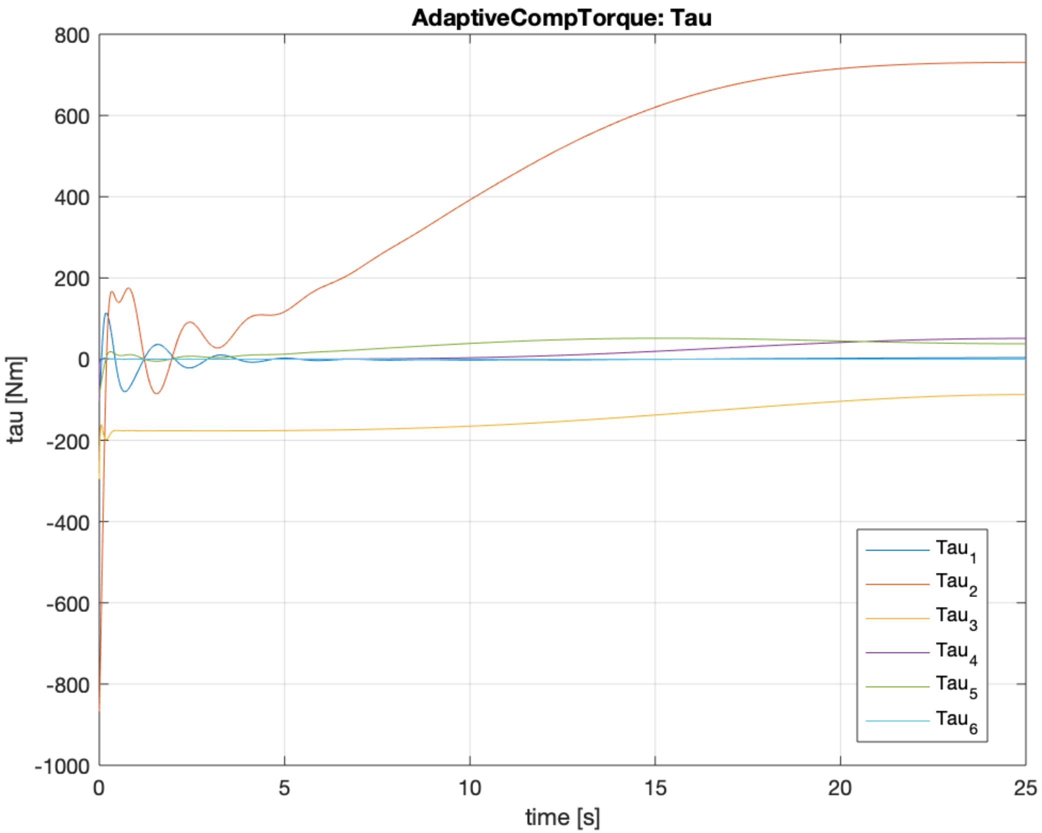
$$K_p = \begin{bmatrix} 1000 & 00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad K_d = \begin{bmatrix} 100 & 00 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0_6 & I_6 \\ -K_p & -K_d \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0_6 \\ I_6 \end{bmatrix} \qquad R = I_6 \qquad Q = I_{12}$$

$$A^T P + PA = -Q$$

Manipolatore di Stanford
Controllore Adaptive Computed Torque





Manipolatore di Stanford
Controllore Adaptive Computed Torque

Il regressore è stato calcolato estrapolando i parametri dinamici relativi alle masse di ciascun link dalle equazioni della dinamica, utilizzando come vettore dei parametri:

$$\pi = [m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6]^T$$

Inizializzando il vettore di parametri dinamici stimati come $\hat{\pi}$ in modo che le masse avessero uno scostamento di +0.5 kg rispetto a quelle reali e per la scelta fatta della matrici R e Q si ottiene il seguente andamento dell'errore di stima.